12+

ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 2/2023

Воронеж 2023

Главный редактор
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель
докт. техн. наук, проф., академик РАН
В.И. БОРИСОВ

Заместитель председателя
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

Члены редакционного совета
докт. техн. наук, доцент
М.Л. АРТЕМОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, доцент
Р.Ю. БОРОДУЛИН (г. Санкт-Петербург)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
А.С. БУГАЕВ (г. Москва)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
В.В. ЗЕЛЕНЕВСКИЙ (г. Серпухов)
докт. техн. наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г. Москва)
докт. физ.-мат. наук, проф.
Ю.Б. НЕЧАЕВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.Н. ПОВЕТКО (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
А.Ю. САВИНКОВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
А.С. СИГОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, доцент
Н.М. ТИХОМИРОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.А. ЦИМБАЛ (г. Серпухов)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издаётся с 1966 года. Выходит 4 раза в год. В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов АО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки методов совмещения телекоммуникационных, измерительных и управляющих систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 2.2. «Электроника, фотоника, приборостроение и связь»: 2.2.13. Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения; 2.2.14. Антенны, СВЧ-устройства и их технологии; 2.2.15. Системы, сети и устройства телекоммуникаций.

Журнал входит в Перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ для опубликования основных результатов диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук.

Издание зарегистрировано в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций, регистрационный номер ПИ № ФС77-36740 от 01.07.2009.

Подписной индекс 72972 в Интернет-каталоге «Пресса России».

Подписано в печать 01.06.2023. Дата выхода в свет 13.06.2023.
Формат 60×88 1/8. Уч.-изд. л. – 9. Тираж 200 экз. Заказ № 263. Свободная цена.

Учредитель и издатель: АО «Концерн «Созвездие».

Адрес издателя и редакции: 394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, д. 14;
тел.: +7 (473) 252-52-52, доб. 10113; e-mail: office@sozvezdie.su
(для редакции журнала «Теория и техника радиосвязи»).
Отпечатано в типографии АО «Концерн «Созвездие»,
394062, г. Воронеж, ул. Антокольского, д. 10Б.

Страница издания в сети «Интернет»: http://www.sozvezdie.su/science/journal

© АО «Концерн «Созвездие», 2023

СОДЕРЖАНИЕ

№ 2, 2023

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАДИОСВЯЗИ

Анализ пропускной способности и времени задержки в протоколах ALOHA
Д.Ю. Чаркин, С.Ю. Алехин, Е.В. Григорьев, А.Е. Лимарев, В.Е. Прохоров …… 5

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

Моделирование многоканального энергетического обнаружителя для DMR радиосистем
Е.А. Бокова, В.Н. Поветко, В.Ю. Полев …… 15

Управление ресурсами линий радиосвязи на основе SDR-технологии
А.В. Велигоша, С.В. Орлов, В.В. Соловьев ……..……..……..….. 21

Спектральные характеристики выходных сигналов цифрового фильтра в условиях возникновения стохастического резонанса
Ю.М. Вешкурцев, Д.А. Титов, А.С. Табакова 28

Оценка помехоустойчивости обнаружителя шумоподобного сигнала при наличии эффекта Доплера в принимаемом сигнале
А.И. Мордовин ……... 38

РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА РАДИОСВЯЗИ

Применение компьютерных методов моделирования эффективной площади рассеяния
А.В. Володько, А.Р. Гаврилов, М.О. Енговатов, Е.А. Ищенко, Н.Б. Смольянов, С.М. Фёдоров ……..…..…..…… 47

Диаграмма направленности Максвелла–Фейера–Чебышева в математической теории линейных антенн
Д.В. Костин, А.В. Костин, В.А. Костин …… 54

Синфазная антенная решетка на основе нерегулярной линзы из однородного диэлектрика для мобильного терминала спутниковой связи
Ю.Г. Пастернак, В.А. Пендюрин, Д.К. Проскурин, Р.Е. Рогозин……... 60

Синфазная печатная антенная решетка с механическим управлением линейной поляризацией для мобильного терминала спутниковой связи
Ю.Г. Пастернак, В.А. Пендюрин, Д.К. Проскурин, Р.Е. Рогозин……... 68

РАЗНОЕ

Метод оценки числа нейронов в слоях искусственной нейронной сети в виде многослойного персептрона
А.Н. Голубинский 76

Реализация программного модуля распознавания рукописных символов на основе применения искусственных нейронных сетей
А.С. Селиванов, Д.И. Беликов, А.А. Сапрыкин ……..……...……...... 82

Сложение и умножение чисел в кодах алгебраической системы конечного поля для вычислительных устройств БПЛА
А.В. Велигоша, М.В. Морозов, Р.И. Струков ……..…. 89

Общие вопросы теории радиосвязи

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 5–14. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 5–14. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.395:519.2

Анализ пропускной способности и времени задержки в протоколах ALOHA

Д.Ю. Чаркин[1], С.Ю. Алехин[2], Е.В. Григорьев[3], А.Е. Лимарев[4], В.Е. Прохоров[5]
[1–5]Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
[1–5]office@sozvezdie.su (автор, ответственный за переписку: Владимир Евгеньевич Прохоров)

Аннотация. *Предложена математическая модель для проведения анализа пропускной способности и времени задержки в протоколах ALOHA, использующей экспоненциальную отсрочку. На основе уравнения Поллачека–Хинчина и его дальнейших модификаций получены соотношения для расчета зависимости задержки пакета от пропускной способности узла для ALOHA.*

Ключевые слова*: формула Поллачека–Хинчина, задержка пакета, пропускная способность, функция Ламберта.*

Common issues of radio communication theory

Analysis of throughput and delay time in ALOHA protocols

D.Yu. Charkin[1], S.Yu. Alekhin[2], E.V. Grigoriev[3], A.E. Limarev[4], V.E. Prokhorov[5]
[1–5]Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
[1–5]office@sozvezdie.su (corresponding author: Vladimir E. Prokhorov)

Abstract. *The paper proposes a mathematical model for analyzing the effectiveness of slotted Aloha protocols using exponential backoff. Based on the Pollaczek–Khinchine equation and its further modifications, relations are obtained for calculating the dependence of packet delay on the network throughput when using slotted Aloha protocols.*

Keywords: *formula Pollaczek-Khinchine, delay packet, throughput, Lambert W function.*

Протоколы доступа к среде Medium Access Control (MAC) в сетях можно разбить на три категории: конфликтный доступ, бесконфликтный доступ и комбинированный [1, 2]. К популярным конфликтным протоколам относятся протоколы со случайным доступом к общему каналу. Случайный доступ к каналу является простым и элегантным решением: передаешь, если есть запрос, повторяешь передачу с отсрочкой, если произошло столкновение. Яркими представителями протоколов случайного доступа являются протоколы ALOHA, получившие название асинхронных (чистых) и синхронных (слотовых).

Протоколы второй категории (свободные от коллизий) могут динамически изменять расписание передач, обеспечивают высокую пропускную способность и низкую коллизию. Однако это достигается за счет высокой сложности протокола и задержки пакетов. С другой стороны, конфликтные протоколы обладают более высоким уровнем коллизий, но более низкой задержкой из конца в конец.

К популярным протоколам второй категории относится множественный доступ с разделением времени (Time Division Multiple Access (TDMA)) [3]. Однако для большинства протоколов отсутствуют адекватные математические модели оценки их эффективности, что не позволяет в конкретных приложениях выбрать опти-

© Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е., 2023

мальный протокол. В сетях специального назначения важным требованием является быстрое доведение команды к исполнению, поэтому время задержки пакета является одним из главных показателей эффективности протокола. Однако задержка зависит и от пропускной способности сети. Следовательно, в каждой конкретной ситуации требуется находить компромисс между пропускной способностью сети и временем задержки при доставке пакета (команды).

Целью настоящей работы является разработка математической модели протоколов доступа к общему каналу и расчета их эффективности по критерию *пропускная способность – задержка пакета*.

1. Асинхронная ALOHA для всенаправленных антенн

В конфликтных протоколах все узлы соревнуются за доступ к каналу. Если несколько узлов осуществляют одновременную передачу, то в приемнике адресата происходит столкновение пакетов (коллизия), и пакеты не принимаются.

В асинхронной ALOHA каждый узел, получив новый пакет, передает его немедленно, а не ждет начала окна. Если пакет попадает в конфликт, то он передается повторно с предварительной случайной задержкой. Предположим, что если времена передач двух пакетов в какой-либо мере перекрываются, то измерительные устройства в этих пакетах укажут на наличие столкновения, и потребуется повторная передача. В классическом варианте при анализе протоколов ALOHA предполагается следующее:

1. Пакеты генерируются каждым узлом в соответствии с пуассоновским распределением со средним λ пакетов/секунду, т.е. вероятность появления m пакетов за время t определяется по формуле

$$p_m = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^m}{m!}. \qquad (1)$$

2. Все пакеты данных имеют одинаковую длину и время передачи T, которое, как правило, принимается за единицу.

3. Пакеты теряются в результате полной или частичной коллизии.

Пусть S – среднее число пакетов данных, успешно переданных узлом за время T, т.е. входная скорость данных, нормализованная относительно времени передачи T (загрузка сети). Величину S можно также интерпретировать как коэффициент использования канала или нормированную пропускную способность. Обозначим через G [пакетов на время передачи T] скорость общего входного трафика, который состоит не только из успешно переданных пакетов данных, но и из ранее столкнувшихся пакетов, т.е. $G \geq S$.

Рассмотрим последовательность следующих друг за другом попыток передать пакет по каналу. При заданном значении i обозначим через τ_i длительность интервала между моментами i-й и i+1-й попытками передачи. Попытка будет успешной (коллизий не возникнет), если оба интервала τ_i и τ_{i-1} будут больше длительности времени передачи T, которое в целях удобства примем за единицу (рис. 1). Поскольку передача пакетов происходит в соответствии с пуассоновским законом распределения, то вероятность такого события равна вероятности отсутствия появления других пакетов на интервале времени $2T$:

$$p_{\text{усп}} = p_0 = \frac{e^{-2GT}(2GT)^0}{0!} e^{-2GT}. \qquad (2)$$

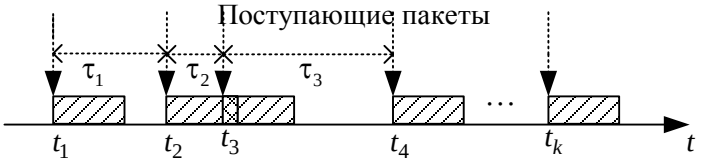


Рис.1. Доступ к каналу при асинхронной ALOHA

Поскольку скорость общего входного трафика равна G [пакетов на время передачи T=1], то среднее число успешно переданных пакетов за время T равно

$$S = GT \cdot p_{\text{усп}} + 0 \cdot (1 - p_{\text{усп}}) = GTe^{-2GT}. \qquad (3)$$

Формула (3) устанавливает связь между средним числом поступивших пакетов и средним числом успешно переданных пакетов. Как следует из (3), максимальное значение S достигается при $GT = 1/2$ и равно $S_{\max} = \frac{1}{2e}$.

2.Синхронная ALOHA для всенаправленных антенн

Синхронная ALOHA выполняется при следующих предположениях:

1. Все передаваемые пакеты имеют одинаковую длину, и каждый пакет требует для передачи одинаковый интервал времени (называемый окном). Все передатчики синхронизированы, так что прием любого пакета начинается в целочисленный момент времени и заканчивается перед следующим целочисленным моментом.

2. Пакеты поступают на передачу в каждый узел в соответствии с независимыми пуассоновскими процессами.

3. Если два или более узлов передают пакеты в данном временном окне, то возникает коллизия, и передачи пакетов не происходит. Передача считается успешной, если только один узел передает пакет в данном временном окне.

4. Быстрая обратная связь. В конце каждого окна узел получает сигнал обратной связи от приемника, который сообщает о передаче одного пакета или более чем одного пакета.

5. Разрешение конфликтов. Каждый пакет, попавший в конфликт, должен передаваться повторно в одном из последующих окон.

Предполагается, что время задержки при распространении пренебрежимо мало по сравнению с временем передачи.

Пусть число станций внутри круга радиуса R (дальность связи) с центром выбранного узла равно N, где N–1 других узлов. В каждый конкретный временной слот любая из станций независимо от других может начинать передачу пакетов с вероятностью p_t и трафик всех соседних станций одинаков. Вероятность успешной передачи выбранным узлом равна вероятности того, что из оставшихся N–1 узлов в данный момент никто не передает:

$$p_{suf} = (1 - p_t)^{N-1},$$

а вероятность коллизий равна вероятности противоположного события:

$$p_c = 1 - (1 - p_t)^{N-1} \to 1 - e^{-(N-1)p_t}$$

$$\text{при } N \to \infty, (N-1)p_t = const. \qquad (4)$$

Так как другие узлы передают пакеты независимо друг от друга, то число попыток передачи в конкретный временной слот для всей сети подчиняется биномиальному распределению со средним $G = Np_t$. Как и в случае чистой ALOHA, нормированная пропускная способность канала S (загрузка сети) равна среднему числу успешно переданных пакетов на временной слот. Вероятность успешной передачи можно приближенно оценить частотой возникновения события, т.е.

$$p_{suf} = 1 - p_c \approx S / G. \qquad (5)$$

После подстановки (5) в (4) получим формулу

$$S = G(1 - G/N)^{N-1}. \qquad (6а)$$

Максимальное значение находится из условия

$$\frac{dS}{dG} = (1 - G/N))^{N-2}(1 - G) = 0,$$

откуда следует, что максимум достигается при G=1 и равен $S_{\max N} = (1 - 1/N)^{N-1}$.

Для $N \gg 1$ с учетом второго замечательного предела можно получить аппроксимацию

$$S \approx Ge^{-G}. \qquad (6б)$$

Из (6) следует, что максимальное значение пропускной способности достигается при $G = 1$ и равно $S_{\max} = \frac{1}{e} = 0.3679$. Таким образом, максимальная пропускная способность сети с синхронной ALOHA в два раза выше, чем с асинхронной.

2.1. Оценка времени задержки синхронной ALOHA

В зависимости от времени отсрочки для повторной передачи столкнувшихся пакетов существует несколько подходов к оценке времени задержки пакета синхронной ALOHA [4, 5]. Здесь возможно применение подхода, предложенного в [6], для так называемой экспоненциальной задержки. Рассмотрим сеть из N узлов. Предположим, что пакеты поступают в каждый узел по пуассоновскому потоку с интенсивностью $\lambda = S / N$, где S – пропускная способность всей сети, а S/N – пропускная способность одного узла. У каждого узла есть буфер для хранения неисполненных пакетов. Когда новый пакет

приходит в узел, он становится в начало очереди и передается в следующий временной слот с вероятностью $p_0 = 1/r_0$, где $r_0 > 1$. Если в данный временной слот в сети передается более, чем один пакет, то происходит коллизия, и пакеты считаются поврежденными. Столкнувшиеся пакеты могут быть переданы в будущий временной слот. Каждый раз, когда пакет из «головы» очереди терпит столкновения, он будет передан в следующем временном слоте с вероятностью $p = 1/r$, где $r>1$ – так называемый коэффициент отсрочки. Пакет, претерпевший i предыдущих столкновений, будет передан в будущем временном слоте с вероятностью $p_i = p_0 p^i = 1/r_0 r^i$. При пуассоновском входном процессе обычно пакеты поступают между границами соседних временных слотов. Если пакет прибывает в пустую очередь, то он должен дождаться следующего временного слота, прежде чем участвовать в конкуренции на занятие канала. Данный интервал ожидания можно рассматривать как время прерывания обслуживания в моделях систем массового обслуживания. Поэтому как один из вариантов анализа задержки доступа к каналу в протоколе синхронной ALOHA можно использовать модель теории очередей M/G/1 (M – пуассоновский входной поток, G – произвольный закон времени обслуживания, 1 – один обслуживающий прибор) с перерывами обслуживания [7, 8]. В этом случае время задержки доступа к общему каналу можно рассматривать как время пребывания в M/G/1 системе с перерывами обслуживания. В данной системе в конце периода занятости обслуживающий прибор делает перерыв на случайное время V (общепринятое обозначение в теории массового обслуживания), которое имеет конечные первые и вторые моменты, равные соответственно $\overline{V}$ и $\overline{V^2}$. Если очередь пуста в момент окончания перерыва, то обслуживающий прибор берет новый перерыв. Вновь прибывший пакет должен ждать до тех пор, пока не закончится перерыв в обслуживании.

Для дальнейшего анализа введем следующие обозначения. Пусть имеется неотрицательная целочисленная случайная величина X – время обслуживания пакета, выраженное в слотах. Обозначим через $X(z) = \sum_{i=0}^{\infty} Pr(i) z^i$ z-преобразование от распределения дискретной случайной величины X, где $Pr(i) = Pr(X = i)$. Через $\tilde{X}(s) = X(e^{-s})$ обозначим преобразование Лапласа от обобщенной плотности распределения дискретной случайной величины. Зная преобразование Лапласа, можно вычислить все моменты случайной величины многократным дифференцированием по формуле

$$E\{X^k\} = \overline{X^k} = (-1)^k \frac{d^k \tilde{X}(s)}{ds^k}\Big|_{s=0}, \qquad (7)$$

где $\overline{X^k}$ – k-й момент случайной величины X.

С учетом введенных обозначений уравнение *Поллачека–Хинчина* для среднего времени пребывания пакета в системе M/G/1 с перерывами обслуживания может быть записано следующим образом [7, 8]:

$$E(D) = \overline{X} + \frac{\lambda \overline{X^2}}{2(1-\lambda \overline{X})} + \frac{\overline{V^2}}{2\overline{V}}, \qquad (8)$$

где $\overline{X}$ и $\overline{X^2}$ – первые два момента времени обслуживания. Обозначим через $\tilde{X}(s)$ преобразование Лапласа от плотности распределения времени обслуживания, $\tilde{V}(s)$ соответствует преобразованию Лапласа от плотности распределения времени прерывания обслуживания, когда очередь отсутствует. Далее, для определенности длительность слота примем за единицу ($T_c = 1$) и будем учитывать, что

$$\overline{X} = -\frac{d\tilde{X}(s)}{ds}\Big|_{s=0} = -\frac{dX(z)}{dz} \cdot \frac{dz}{ds}\Big|_{s=0} = \frac{dX(z)}{dz}\Big|_{z=1} = X'(1), \qquad (9)$$

$$\overline{X^2} = \frac{d^2\tilde{X}(s)}{ds^2}\Big|_{s=0} = \frac{d^2X(z)}{dz^2} \cdot \left(\frac{dz}{ds}\right)^2\Big|_{s=0} + \frac{dX(z)}{dz} \cdot \frac{d^2z}{ds^2}\Big|_{s=0} = X''(1) + X'(1). \qquad (10)$$

С учетом (9), (10) уравнение (8) можно переписать в терминах z-преобразования

$$E(D) = X'(1) + \frac{\lambda X''(1)}{2(1-\lambda X'(1))} + \frac{\lambda X'(1)}{2(1-\lambda X'(1))} - \frac{\tilde{V}''(0)}{2\tilde{V}'(0)}. \qquad (11)$$

Функции $\tilde{X}(s)$ и $\tilde{V}(s)$ определяются особенностями протокола синхронной ALOHA.

Определим $\tilde{V}(s)$. Для синхронной ALOHA каждый новый пакет поступает между границами временного слота и передается не сразу, а после окончания временного слота. Поэтому при отсутствии очереди в этот временной слот обслуживание не проводится. Следовательно, прерывание в обслуживании пакета равно длительности слота T_c. В этом случае плотность вероятностей длительности прерывания при отсутствии очереди равна $f_V(t) = \delta(\mathrm{t} - T_c)$, где $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака. С учетом этого преобразование Лапласа от плотности распределения времени прерывания примет вид

$$\tilde{V}(s) = \int_0^\infty e^{-st}\delta(t - T_c)dt = e^{-sT_c}, \qquad (12)$$

откуда следует, что $\tilde{V}'(0) = -T_c$, $\tilde{V}''(0) = T_c^2$.

Математически преобразование Лапласа $\tilde{X}(s)$ получается из z-преобразования $X(z)$ заменой $z = e^{-sT_c}$. Для определения $X(z)$ введем случайную величину Y – число произошедших коллизий головного пакета до успешной передачи. Данная величина имеет распределение

$$Pr(Y = k) = (1 - p_c)p_c^k, \qquad (13)$$

где p_c – вероятность коллизий при попытке передачи в текущий временной слот. Тогда в силу формулы полной вероятности имеем

$$X(z) = \sum_{i=0}^{\infty} X(z / Y = k)(1 - p_c)p_c^k, \qquad (14)$$

где $X(z / Y = k) = X_0(z)X_1(z)\cdots X_k(z) = \prod_{j=0}^{k} X_j(z)$, $X_j(z)$ – z-преобразование от распределения времени в слотах между j-й и j+1-й попытками передачи. Как уже отмечалось, пакет, претерпевший j предыдущих столкновений, будет передаваться в будущем временном слоте с вероятностью $p_j = p_0 p^j = 1/r_0 r^j$ и не будут передаваться с вероятностью $q_j = (1 - p_j) = (1 - 1/r_0 r^j)$. Обозначим через X_j случайное число временных слотов между j-й и j+1-й попытками передачи. Вероятность того, что число временных слотов между двумя передачами равно i, определяется по формуле

$$\Pr(X_j = i) = \frac{1}{r_0 r^j}\left(1 - \frac{1}{r_0 r^j}\right)^{i-1}. \qquad (15)$$

В этом случае z-преобразование распределения числа слотов между j-й и j+1-й попытками передачи определится следующим образом:

$$X_j(z) = \frac{1}{r_o r^j}\sum_{i=1}^{\infty}\left(1 - \frac{1}{r_o r^j}\right)^{i-1} z^i = \frac{z}{r_0 r^j - (r_0 r^j - 1)z}. \qquad (16)$$

После подстановки (16) в (14) получим

$$X(z) = (1 - p_c)\sum_{k=0}^{\infty} p_c^k \cdot \prod_{j=0}^{k} \frac{z}{r_0 r^j - (r_0 r^j - 1)z}. \qquad (17)$$

При дифференцировании произведения в (17) получим сумму произведений производных отдельных функций $\frac{df_1(x)}{dx}, \frac{df_2(x)}{dx}, \cdots \frac{df_K(x)}{dx}$ на произведения всех остальных, кроме той, которая продифференцирована. Результат получается в виде

$$\frac{d}{dx}\prod_{i=0}^{K} f_i(x) = \sum_{j=0}^{K}\frac{df_j(x)}{dx}\prod_{i\neq j}^{K} f_i(x) = \prod_{i=0}^{K} f_i(x)\sum_{j=0}^{K}\frac{1}{f_j(x)}\cdot\frac{df_j(x)}{dx} = \prod_{i=0}^{K} f_i(x)\sum_{j=0}^{K}\frac{d\ln f_j(x)}{dx}. \qquad (18)$$

Аналогично получается формула для второй производной:

$$\frac{d^2}{dx^2}\prod_{i=0}^{K} f_i(x) = \prod_{i=0}^{K} f_i(x)\left\{\left(\sum_{j=0}^{K}\frac{d\ln f_j(x)}{dx}\right)^2 + \sum_{j=0}^{K}\frac{d^2\ln f_j(x)}{dx^2}\right\}. \qquad (19)$$

Из (17) с учетом (18), (19) после преобразований можно получить

$$\overline{X} = X'(1) = \frac{r_0}{1 - rp_c}, \qquad (20)$$

$$X''(1) = \frac{2r_0(r^2 p_c + r_0 - 1)}{(1 - rp_c)(1 - r^2 p_c)}. \qquad (21)$$

После подстановки (20), (21) в (11) получается выражение для среднего времени задержки в протоколе синхронной ALOHA:

$$E(D)=\frac{r_0}{(1-rp_c)}+\frac{\lambda r_0(r^2p_c+r_0-1)}{(1-r^2p_c)(1-rp_c-\lambda r_0)}+$$
$$+\frac{\lambda r_0}{2(1-rp_c-\lambda r_0)}+\frac{1}{2}. \qquad (22)$$

Как видно из (22), среднее значение задержки зависит от введенных ранее параметров r, r_0, p_c. Однако они не могут быть произвольными. При тех значениях параметров, при которых знаменатель стремится к нулю, средняя задержка стремится к бесконечности. Для того чтобы задержка была конечной и положительной, необходимо выполнение следующих условий:

$$rp_c<1,\ rp_c+\lambda r_0=rp_c+\frac{Sr_0}{N}<1 \text{ и } r^2p_c<1. \qquad (23)$$

Зависимость среднего значения задержки $E(D)$ от пропускной способности сети можно получить следующим образом. Пусть задана S – пропускная способность всей сети (нормированное число успешно переданных пакетов). Из решения уравнений (6а) и (6б) определяется зависимость скорости общего входного трафика G от пропускной способности сети S. Применяя формулу бинома Ньютона, уравнение (6а) можно свести к алгебраическому многочлену

$$S=G(1-G/N)^{N-1}=G+(-1)^1C_{N-1}^1\frac{G^2}{N}+$$
$$+(-1)^2C_{N-1}^2\frac{G^3}{N^2}+\cdots+(-1)^{N-1}C_{N-1}^{N-1}\frac{G^N}{N^{N-1}}. \qquad (24)$$

В формуле (24) параметр $0<S<S_{\max N}$. Решение асимптотического уравнения (6б) можно выразить через W-функцию Ламберта, которая удовлетворяет уравнению [9]

$$W(z)e^{W(z)}=z, \qquad (25)$$

где z – комплексное число. Это уравнение имеет бесконечное множество решений. Каждое возможное решение обозначается целым числом и называется ветвью. В этом случае решения записываются как $W_k(z)$, $k=\pm0,\ \pm1,\ \pm2,\ldots$. Когда, как в нашем случае, параметр z является действительным числом, существует только два действительных решения, которые обозначаются как $W_0(z)$ и $W_{-1}(z)$ (рис. 2).

Функция Ламберта является многозначной. Если z действительное и $-e^{-1}=-0.3679<z<0$, то существуют только две действительные ветви функции Ламберта: главная – $W_0(z)\in[-1,\infty]$ и побочная – $W_{-1}(z)\in[-\infty,-1]$. Обе ветви показаны на рис. 2.

В терминах функции Ламберта решение уравнения (6б) имеет вид

$$G=-W_0(-S),\ 0<S<\mathrm{e}^{-1}. \qquad (26)$$

На рис. 3 приведены решения уравнений (6а) и (6б).

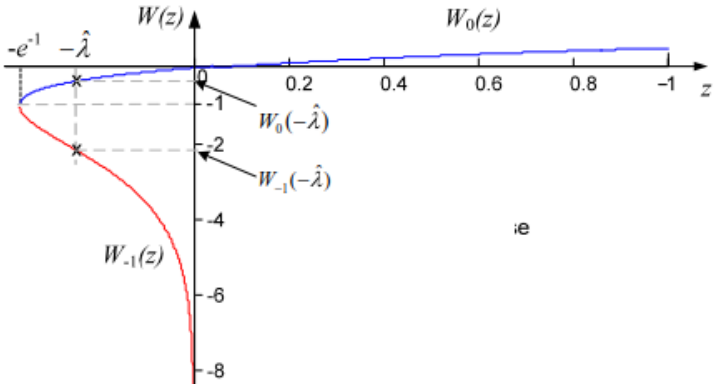


Рис. 2. Две действительные ветви функции Ламберта

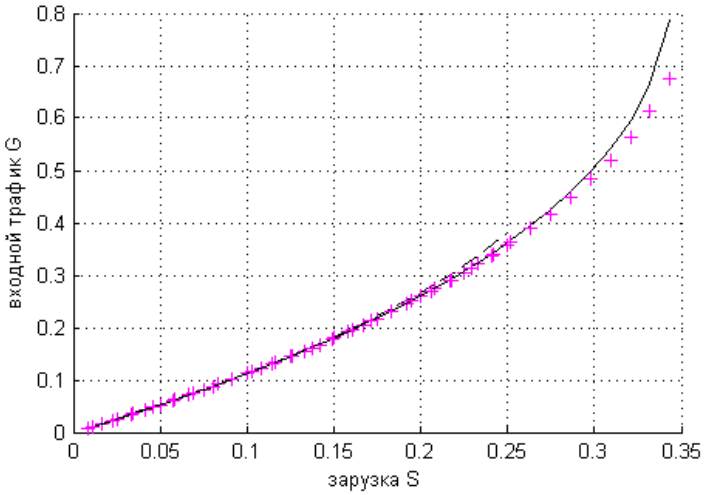


Рис. 3. Кривые *пропускная способность – входной трафик*

Пунктирная кривая соответствует $N = 3$, где допустимая величина пропускной способности заключена в пределах $0 < S < S_{\max N} = 0.25$. Непрерывная кривая соответствует $N = 8$, $0 < S < S_{\max N} = 0.3436$. Кривая, обозначенная маркерами «+», получена для асимптотического случая $0 < S < S_{\max} = 0.3679$ с помощью формулы (26). Как видно из рис. 4, все кривые близки друг к другу. Однако функция Ламберта присутствует во многих пакетах, и вычисления с ее помощью проводить удобнее, чем находить корни многочленов.

Теперь, зная S и G, по формуле (5) можно определить вероятность коллизий $p_c = 1 - S/G$ и интенсивность входного потока на узел $\lambda = S/N$. После подстановки этих значений в формулу (22) можно найти зависимость среднего времени задержки $E(D)$ от загрузки сети. Однако до этого нужно установить границы для изменения параметра, чтобы выполнялись условия (23). Рассмотрим более детально, какие ограничения на S накладывают условия $r^2 p_c < 1$, $rp_c < 1$. Предельный случай $r^2 p_c = 1$ с учетом вида вероятности коллизий можно записать следующим образом:

$$1 = r^2 p_c = (1 - S/G)r^2 = (1 - e^{-G})r^2 = 1, \qquad (27)$$

откуда следует, что $G = \ln\left(\frac{r^2}{r^2 - 1}\right)$, и в соответствии с (6б) имеет место

$$S_1 = \frac{r^2 - 1}{r^2}\ln\left(\frac{r^2}{r^2 - 1}\right). \qquad (28)$$

Аналогично получаются ограничения для второго условия:

$$S_2 = \frac{r - 1}{r}\ln\left(\frac{r}{r - 1}\right). \qquad (29)$$

Совместное выполнение двух условий приводит к ограничению

$$S_{\text{прд}} = \min(S_1, S_2), \qquad (30)$$

где $\min(\cdot,\cdot)$ означает выбор наименьшей из двух величин.

На рис. 4 приведены кривые *задержка – пропускная способность*, вычисленные в соответствии с описанным выше алгоритмом. Рис. 4а соответствует следующим значениям параметров: $r = 1.568$, $r_0 = 10$; $N = 30$, а рис. 4б и 4в построены для $r = 1.2$, $r_0 = 10$; $N = 30$ и $r = 2$, $r_0 = 10$; $N = 30$ соответственно. Вертикальные кривые на всех рисунках соответствуют предельным значениям пропускной способности, при которых средняя задержка остается конечной.

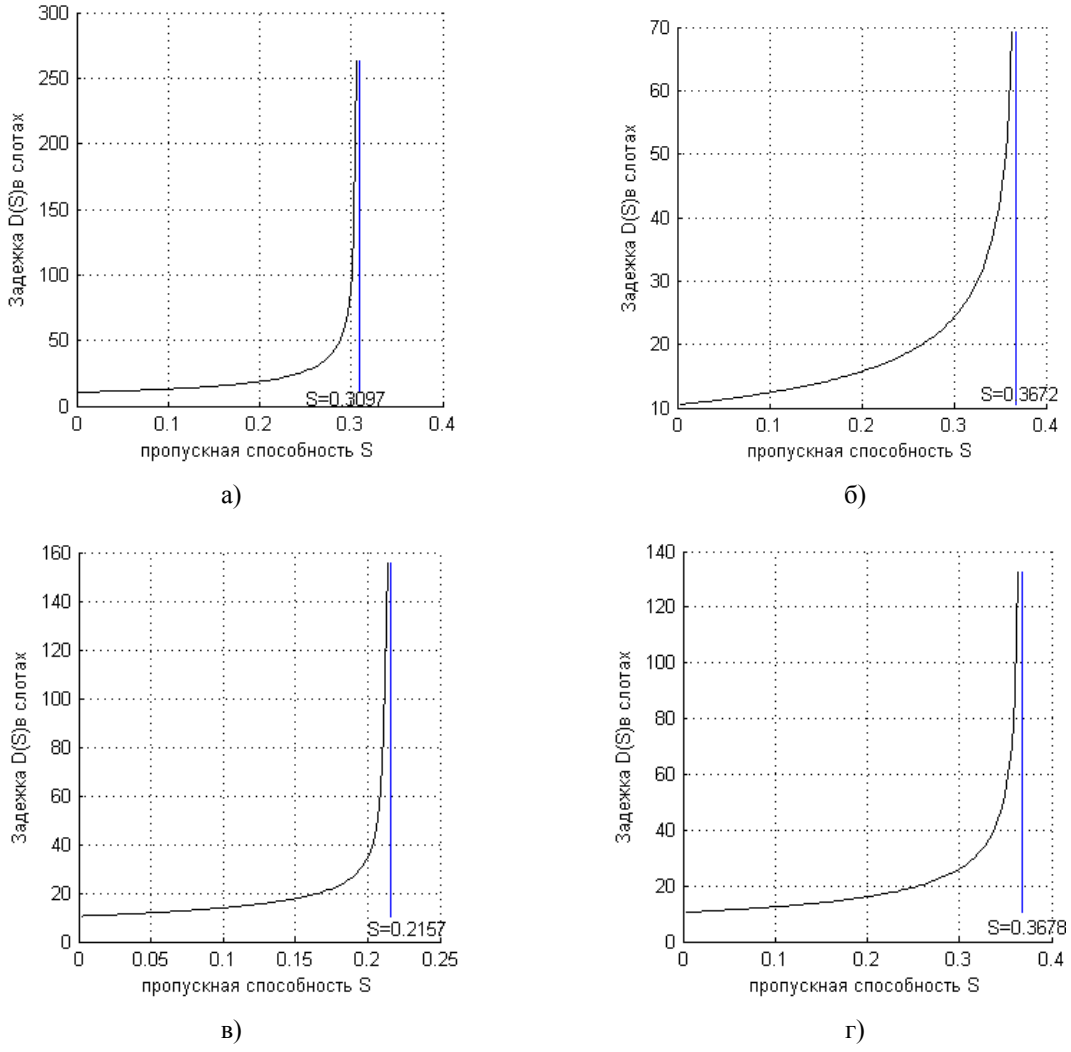


Рис.4. Кривые *задержка – пропускная способность* в протоколе синхронной ALOHA

Как следует из приведенных рисунков, среднее значение задержки остается конечным в определенных границах. Данные границы существенным образом зависят от параметра отсрочки r и всегда остаются меньше максимального значения $S_{\max} = e^{-1} = 0.3679$. Например, при $r = 1.568$ $S_{\text{прд}} = 0.3097$, что составляет 15% от $S_{\max} = 0.3679$. Бинарный коэффициент отсрочки $r = 2$, который используется на практике в таких сетях, как Ethernet и Wi-Fi [6], приводит к границе $S_{\text{прд}} = 0.2157$, что составляет 41% от $S_{\max}$.

Таким образом, интуитивный выбор параметра отсрочки r не всегда является приемлемым. Можно найти оптимальный параметр отсрочки, который максимизирует критерий (30). С этой целью представим S_1 и S_2 в виде

$$S_i = -x_i(r)\ln(x_i(r)), i = 1,2, \qquad (31)$$

где $x_1(r) = (r^2 - 1)/r^2$, $x_2(r) = (r-1)/r$. Тогда необходимое условие экстремума

$$S_i' = \frac{dS_i}{dr} = -x_i'(r)[\ln(x_i(r)) + 1] = 0, i = 1,2. \qquad (32)$$

Так как $x_i'(r) \neq 0$, то из (32) следует, что

$$\ln(x_i(r)) + 1 = 0, \Rightarrow x_i(r) = e^{-1}. \qquad (33)$$

Решение (33) реализует максимум $S_i(r)$, т.к. производная меняет знак с «+» на «–». Из (33) и вида $x_i(r)$ находим, что $r_1 = 1/\sqrt{1-e^{-1}} = 1.2577$, $r_2 = 1/(1-e^{-1}) = 1.5819$. На рис.4г приведена кривая при оптимальном значении параметра отсрочки $r_1 = 1.2577$. Из рисунка видно, что при оптимальном значении параметра отсрочки используется весь допустимый диапазон загрузки

сети и предельное значение совпадает с максимальным $S_{\max} = e^{-1} = 0.3679$.

Для сравнения рассмотрим среднее время задержки для чистой TDMA. В этом случае первые два момента времени обслуживания и перерывов в обслуживании соответственно равны $\overline{X} = T_F$, $\overline{X^2} = T_F^2$, $\overline{V} = T_F$, $\overline{V^2} = T_F^2$, где T_F – длительность временного фрейма (кадра) [10]. С учетом этого уравнение Поллачека–Хинчина для средней задержки (8) можно переписать следующим образом:

$$E(D) = T_F + \frac{ST_F}{2(1-S)} + \frac{T_F}{2} = N\left(\frac{3}{2} + \frac{ST_F}{2(1-S)}\right). \quad (34)$$

Нижней границей для «чистой» TDMA является временной фрейм (кадр), в котором каждому узлу выделен один временной слот. Если временной слот принят за единицу времени, то $T_F = N$, где N – число узлов в сети. На рис. 5 приведена зависимость *задержка – пропускная способность* для протокола «чистой» TDMA с $N = 30$.

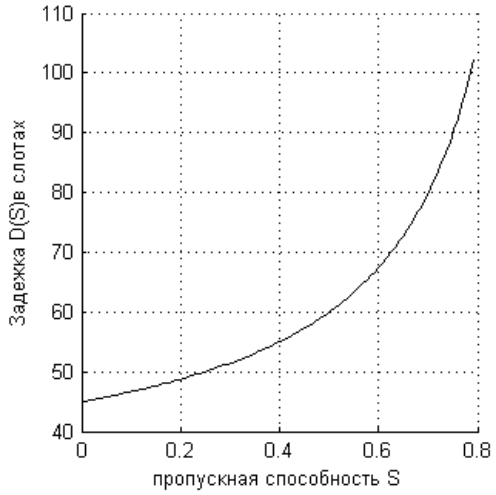


Рис. 5. Кривая *задержка – пропускная способность* «чистой» TDMA с $N = 30$

Из сравнения рис. 4 и 5 видно, что даже в простейшем варианте «чистая» TDMA проигрывает по задержке синхронной ALOHA с тем же числом узлов в допустимой области пропускной способности. Однако допустимая область пропускной способности синхронной ALOHA ограничена величиной $S_{\max} = e^{-1} = 0.3679$. Интуитивный (неоптимальный) выбор параметра отсрочки может дополнительно сократить допустимый интервал пропускной способности. Вместе с тем «чистая» TDMA в допустимой области $0 \le S < 1$ не содержит барьеров, где средняя задержка стремится к бесконечности.

Выводы

На основе теории массового облуживания M/G/1 с использованием соотношения Поллачека–Хинчина получена замкнутая система уравнений, позволяющая рассчитать зависимость средней задержки пакета от пропускной способности сети. Сравнительный анализ показал, что даже в простейшем варианте «чистая» TDMA проигрывает по задержке синхронной ALOHA с тем же числом узлов в допустимой области, где среднее значение задержки конечно. Однако допустимая область пропускной способности синхронной ALOHA ограничена величиной $S_{\max} = e^{-1} = 0.3679$. Интуитивный (неоптимальный) выбор параметра отсрочки может дополнительно сократить допустимую область пропускной способности. Например, бинарный коэффициент отсрочки $r = 2$, который широко используется на практике в таких сетях, как Ethernet и Wi-Fi, приводит к границе $S_{\text{прд}} = 0.2157$, что составляет 41% от $S_{\max}$. Оптимальный выбор коэффициента отсрочки позволяет в полном объеме использовать допустимую область. Вместе с тем «чистая» TDMA не содержит барьеров и может применяться при более высокой загрузке сети, однако при этом среднее и стандартное отклонения времени задержки растут быстрыми темпами [10].

Список источников

1. Григорьев Е.В. Обзор и анализ протоколов управления доступом к среде децентрализованных сетей. Часть 1. Эволюция протоколов // Теория и техника радиосвязи. 2019. № 3. С. 37–48.

2. Григорьев Е.В. Обзор и анализ протоколов управления доступом к среде децентрализованных сетей. Часть 2. Анализ эффективности // Теория и техника радиосвязи. 2019. № 4. С. 38–52.

3. Kleinrock L., Tobagi F.A. Packet Switching in Radio Channels: Part I. Carrier Sense Multiple-Access Modes and Their Throughput-Delay Characteristics // IEEE Trans. on Comm. 1975.Vol. COM-23, No. 12. Pp. 1400–1416.

4. Kwak B.-J., Song N.-O., Miller L.E. Performance Analysis of Exponential Backoff // IEEE/ACM Trans. on Networking. 2005. Vol. 13, No. 2. Pp. 343–353.

5. Yang Y., Yum T.-S. P. Delay Distribution of Slotted Aloha and CSMA // IEEE Trans on Comm. 2003. Vol. 51, No. 11. Pp. 1846–1857.

6. Liew S.C., Zhang Y.J., Chen D.R. Bounded-Mean-Delay Throughput and Nonstarvation Conditions in Aloha Network // IEEE/ACM Transactions on Networking. 2009. Vol. 17, No. 5. Pp. 1606–1618.

7. Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 544 с.

8. Levi Y., Yechiali U. Utilization of idle Time in an M/G/1 Queueing System // Management Science. 1975. Vol. 22, No. 2. Pp. 292–211.

9. Corless R.M., Connet G.H., Hare D.E.G., Jeffrey D.J., Knuth D.E. On the Lambert W function // Adv. Comput. Math. 1996. Vol. 5. Pp. 329–359.

10. Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е. Анализ эффективности протоколов TDMA с приоритетами и резервированием // Теория и техника радиосвязи. 2023. № 1. С. 18–31.

Информация об авторах

Дмитрий Юрьевич Чаркин, директор НТЦ
Сергей Юрьевич Алехин, начальник НТУ
Евгений Васильевич Григорьев, начальник сектора
Анатолий Емельянович Лимарев, ведущий конструктор
Владимир Евгеньевич Прохоров, начальник отдела

Information about the authors

Dmitry Yu. Charkin, Director of Scientific and Technical Centre
Sergey Yu. Alekhin, Head of Scientific and Technical Department
Evgeny V. Grigoriev, Head of the Sector
Anatoly E. Limarev, Leading Design Engineer
Vladimir E. Prokhorov, Head of the Department

Статья поступила в редакцию 05.05.2023
Одобрена после рецензирования 15.05.2023
Принята к публикации 22.05.2023

The article was submitted 05.05.2023
Approved after reviewing 15.05.2023
Accepted for publication 22.05.2023

Принципы построения и алгоритмы функционирования устройств радиосвязи

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 15–20. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 15–20. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 537.86.029

Моделирование многоканального энергетического обнаружителя для DMR радиосистем

Екатерина Алексеевна Бокова[1], Василий Николаевич Поветко[2], Виктор Юрьевич Полев[3]
[1-3]Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
[1]bokova_katya@list.ru, [2]pvp79@inbox.ru, [3]victor.polev@mail.ru

Аннотация. *Представлены методика и результаты моделирования многоканального энергетического обнаружителя для DMR систем в сложной радиоэлектронной обстановке.*

Ключевые слова: *многоканальный энергетический приемник, когнитивное радио, мониторинг, радиоэлектронная обстановка.*

Construction principles and functioning algorithms of radio communication devices

Simulation of a multichannel energy detector for DMR radio systems

Yekaterina A. Bokova[1], Vasily N. Povetko[2], Viktor Yu. Polev[3]
[1-3]Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
[1]bokova_katya@list.ru, [2]pvp79@inbox.ru, [3]victor.polev@mail.ru

Abstract. *Methodology and results of multichannel energy detector simulation for DMR systems in a complex radio electronic environment are presented.*

Keywords: *multichannel energy receiver, cognitive radio, monitoring, electronic environment.*

В настоящее время очевидно, что радиоэлектронная обстановка будет все более усложняться. Уже сейчас вследствие дефицита радиочастотного спектра достаточно активно развивается концепция когнитивного радио, ключевым моментом которой является обнаружение незанятых полос радиочастот. Решение этой задачи требует эффективных средств радиомониторинга. Одной из таких технологий может быть применение предложенного в [1] многоканального энергетического приемника (МЭП) со специальными спектрозональными фильтрами (СЗФ). Эта природоподобная технология, основанная на сведениях об устройстве органов зрения человека, потенциально может снизить массогабаритные характеристики и энергопотребление средств радиомониторинга и повысить их быстродействие.

Задача настоящей работы состоит в рассмотрении частного случая, когда в канале связи отсутствуют сигналы, то есть в определении наличия свободных фильтров. В дальнейших работах предполагается рассмотрение ситуаций наличия сигнала в нескольких фильтрах.

Учитываемые в методике особенности DMR систем

В соответствии с [2] стандарт *DMR* является цифровым, однако системы *DMR* могут взаимодействовать с существующими аналоговыми сетями без изменения функциональности для обеих систем. Стандарт используют для задач телеметрии, цифрового засекречивания, для передачи

© Бокова Е.А., Поветко В.Н., Полев В.Ю., 2023

текстовых сообщений и т.д. Предусмотрена передача голоса и данных. При передаче голоса сигнал оцифровывается, сжимается и формируется в пакеты. Пакеты передачи имеют соответствующие маркировки. Каналы передачи голоса или данных представляют собой два временных интервала. Стандарт *DMR* подразумевает наличие двух независимых информационных каналов в полосе частот 12,5 кГц, то есть 6,25 кГц на один канал. Благодаря этому решению, принятому в стандарте, спектральная эффективность сетей *DMR* вдвое превышает спектральную эффективность аналоговых систем радиосвязи. В отличие от многих других систем связи, в DMR используется технология временного разделения каналов *TDMA (Time Division Multiple Access)*. Передача сформированного сигнала *TDMA* осуществляется с использованием одной несущей частоты, а шаг сетки частот составляет 12,5 кГц.

Для разработки методики использована полоса частот 146–174 МГц с числом каналов, равным 2240.

Методика оценки возможностей МЭП с учетом особенностей DMR систем

Возможности МЭП по выявлению незанятых полос радиочастот зависят от числа СЗФ и их амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) [3], причем чем меньше число СЗФ, тем сложнее вычислительный алгоритм. С другой стороны, чем больше число СЗФ, тем больше массогабаритные характеристики средств радиомониторинга (то есть необходимо стремиться к минимальному числу СЗФ). С учетом особенностей *DMR* систем можно найти компромисс технического облика средств радиомониторинга при влиянии этих противоречивых факторов.

В частности, учитывая заданный [2] набор рабочих частот *DMR,* СЗФ могут иметь ширину АЧХ, кратную шагу сетки частот (рис. 1). То есть АЧХ СЗФ, не равная нулю, может иметь ширину 2, 3 или более шагов сетки частот.

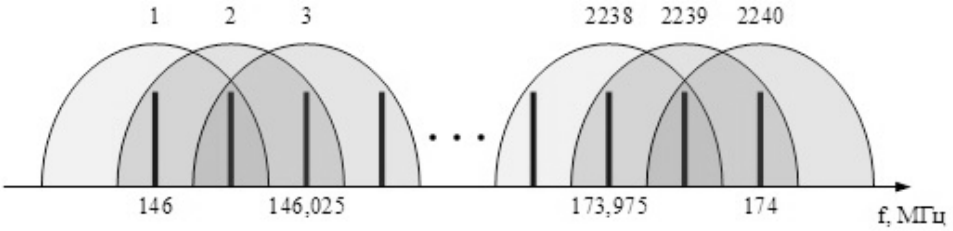


Рис. 1. Набор рабочих частот *DMR* СЗФ

Задав ширину и эквивалентную ширину АЧХ СЗФ, можно поэтапно принимать решения о наличии незанятых полос радиочастот в конкретных СЗФ. Так, в случае отсутствия в некоторых СЗФ занятых частот решение об этом может быть принято исходя из логарифма отношения правдоподобия нецентрального и центрального хи-квадрат распределения. При аппроксимации этого распределения нормальными законами функции правдоподобия имеют вид

$$\omega(\chi^2, G1) = \frac{1}{\sqrt{4\pi ab}} \cdot \mathrm{e}^{-(\sqrt{\frac{2\chi^2}{b}} - \sqrt{\frac{2a}{b}-1})^2/2}, \quad (1)$$

$$\omega(\chi^2, G0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\nu}} \cdot e^{-\frac{(\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu-1})^2}{2}}, \quad (2)$$

где $G1$ и $G0$ означают гипотезы наличия и отсутствия излучений (для примера принято $\nu = 43.75 \cdot 10^3$ – число степеней свободы при возможном наличии трех рабочих частот и времени интегрирования 0.5 с); $\frac{E_i}{N_{02}}$ – параметр нецентральности распределения при наличии излучений, равный отношению накопленной энергии излучений сигналов в полосе частот СЗФ $E_i = 3.6 \cdot 10^{-21}$ Вт/Гц к эквивалентной двухсторонней спектральной плотности шума $N_{02} = 4 \cdot 10^{-21}$ Вт/Гц; χ^2 – значение результата наблюдения; $a = \nu + \frac{E_i \cdot A_{in}^2}{N_{02}}$, $b = 1 + \frac{\frac{E_i \cdot A_{in}^2}{N_{02}}}{\nu + \frac{E_i \cdot A_{in}^2}{N_{02}}}$, где A_{in}^2 – усредненный по спектру сигнала квадрат АЧХ n-го СЗФ, который составляет 0.95.

Логарифм отношения правдоподобия имеет вид

$$\ln\frac{\omega(\chi^2,G1)}{\omega(\chi^2,G0)} = \ln(\omega(\chi^2,G1)) - \ln(\omega(\chi^2,G0)) =$$

$$= -\ln(4\pi ab)/2 + \ln(4\pi\nu)/2 - \frac{\left(\sqrt{\frac{2\chi^2}{b}} - \sqrt{\frac{2a}{b}-1}\right)^2}{2} +$$

$$+ \frac{\left(\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu-1}\right)^2}{2}. \qquad (3)$$

Очевидно, что значение логарифма отношения правдоподобия зависит от степени свободы и энергии сигнала. Поэтому представляет интерес оценка полной вероятности ошибки $P_{\text{ош}}$ решения о свободном фильтре с учетом априорной вероятности его занятости $P_{\text{а}}$ вида

$$P_{\text{ош}} = (1-P_{\text{а}})\cdot P_{\text{ЛТ}} + P_{\text{а}}\cdot(1-P_{\text{обн}}), \qquad (4)$$

где $P_{\text{ЛТ}}$ – вероятность ложной тревоги, а $P_{\text{обн}}$ – вероятность обнаружения сигнала при его наличии.

Воспользуемся приближением для характеристик качества обнаружения сигналов на основе первых моментов логарифмов отношения правдоподобия, которое используется для отыскания порогового значения и оценки вероятности ошибки [4]. Это приближение не требует вычисления дисперсий достаточной статистики логарифма отношения правдоподобия и характеристических функций – следует лишь определить математические ожидания. Для этого вводится понятие «метрика» (ρ) – расстояние между законами распределения вероятностей результатов наблюдения при гипотезах наличия и отсутствия сигнала:

$$\rho = \sqrt{m_1 - m_0}\,, \qquad (5)$$

где m_1 – математическое ожидание логарифма отношения правдоподобия при гипотезе наличия сигнала, m_0 – математическое ожидание логарифма отношения правдоподобия при гипотезе отсутствия сигнала.

Перепишем выражение (5), используя усреднение логарифма отношения правдоподобия:

$$\sqrt{m_1 - m_0} \approx \sum_1^N \left\{ \begin{array}{l} \nu\cdot\gamma_n\left(1-\frac{1+\gamma_n}{1+2\gamma_n}\right) + \left(\sqrt{2\nu\cdot(1+\gamma_n)-1-\frac{\gamma_n}{1+\gamma_n}} - \sqrt{2\nu-1}\cdot\left(1+\frac{1}{16\nu\cdot(\nu-1)}\right)\right)\times \\ \times\left(\sqrt{\frac{1+\gamma_n}{1+2\gamma_n}}\cdot\sqrt{\frac{2\nu\cdot(1+\gamma_n)^2}{1+2\gamma_n}-1} - \sqrt{2\nu-1}\right) \end{array} \right\}, \qquad (6)$$

где $\gamma_n = \sum_i \frac{E_i\cdot A_{in}^2}{\nu n\cdot N_{02n}}$. В результате получаем $\rho = 0.003$. Для определения порогового значения ρ_0 используется выражение [1]

$$P_{\text{ЛТ}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\rho_0}^{\infty} e^{-0.5x^2}\,dx. \qquad (7)$$

Вероятность ложной тревоги задается тремя значениями $P_{\text{ЛТ}} = 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$, а следовательно, вычисляются и три значения порога ρ_0. Пороговое значение определяется только вероятностью ложной тревоги, что следует из выражения (7). Для удобства результаты расчета сведены в таблицу.

Таблица

Результаты расчета порогового значения

Вероятность ложной тревоги	ρ_0
10^{-3}	2.806
10^{-4}	3.480
10^{-5}	4.055

Для определения вероятности ошибки при принятии решения об отсутствии сигнала в фильтре произведены расчеты вероятности обнаружения

$$P_{\text{обн}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\rho_0}^{\rho-\rho_0} e^{-0.5x^2}\,dx. \qquad (8)$$

Вычисляя интеграл (8), получаем следующие значения:

при $\rho_0 = 2.806$ $P_{\text{обн}} = 2.528 \cdot 10^{-3}$,

при $\rho_0 = 3.480$ $P_{\text{обн}} = 2.528 \cdot 10^{-4}$,

при $\rho_0 = 4.055$ $P_{\text{обн}} = 2.528 \cdot 10^{-5}$.

Данные значения вероятности обнаружения и параметра обнаружения являются критически низкими, поэтому принято решение об увеличении энергии сигнала на три порядка до значения $E_i = 18 \cdot 10^{-18}$ Вт/Гц, при котором вероятность обнаружения составит $P_{\text{обн}} = 1$ для всех значений ρ_0. Графики, отображающие результаты расчета зависимостей отношения логарифма правдоподобия от результатов наблюдения, представлены на рис. 2.

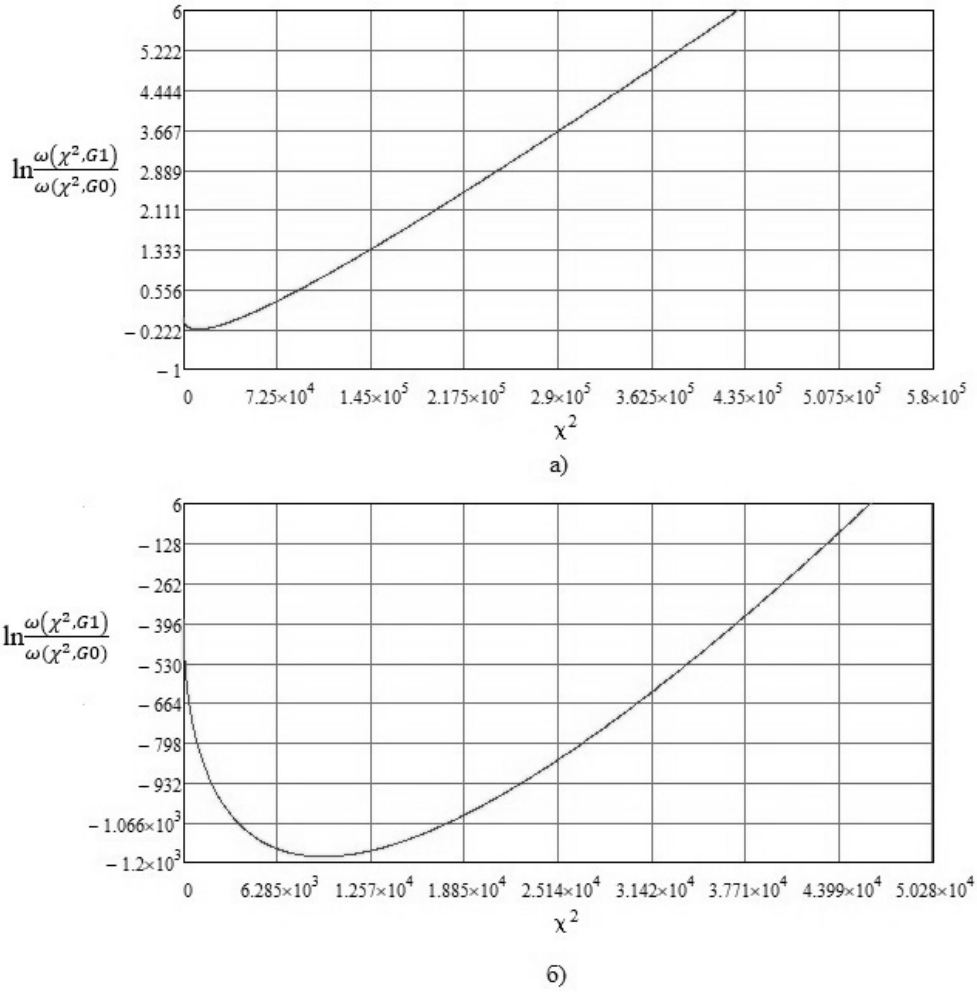


Рис. 2. Зависимость логарифма отношения правдоподобия при заданной степени свободы и энергии сигнала от значения наблюдаемой величины в фильтре: а) при энергии сигнала, соизмеримой с энергией шума; б) при энергии сигнала на три порядка больше энергии шума

Аналогичным образом построим зависимость логарифма отношения правдоподобия от результатов наблюдения с различными пороговыми значениями (рис. 3).

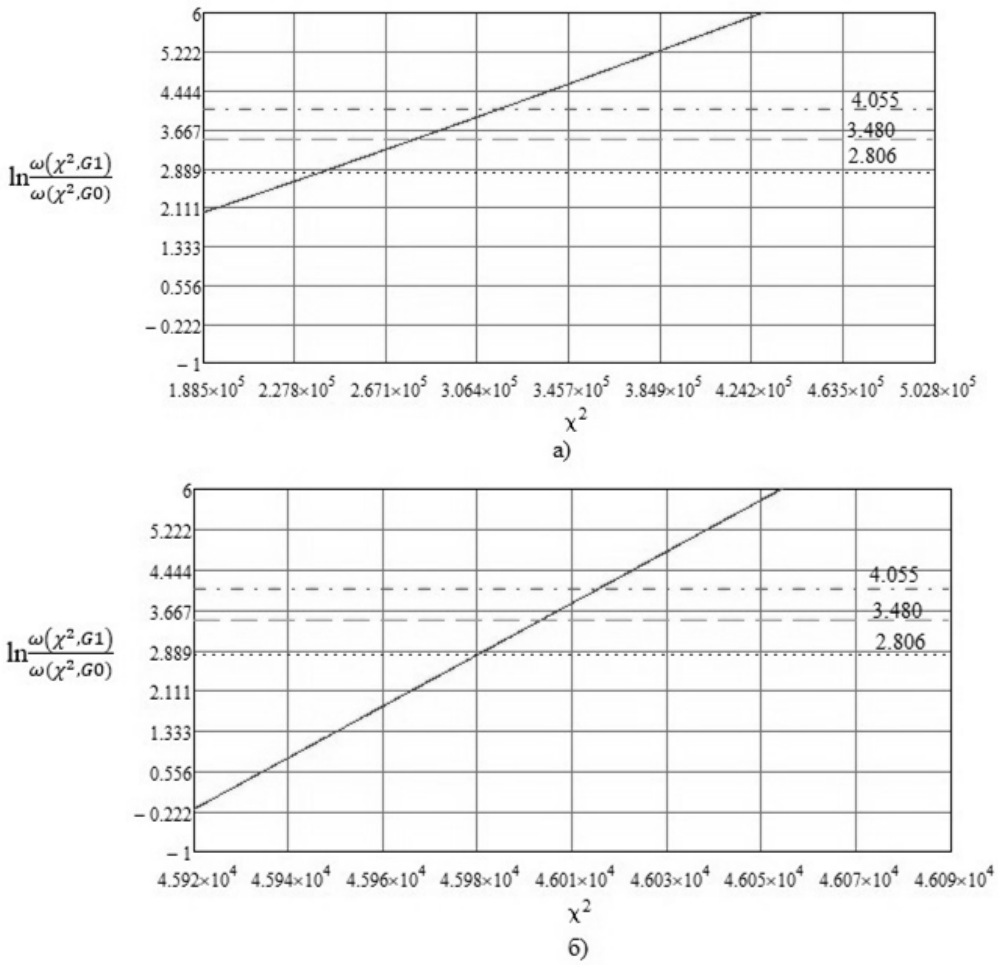


Рис. 3. Зависимость логарифма отношения правдоподобия от результатов наблюдения с различными пороговыми значениями: а) энергия сигнала соизмерима с энергией шума, б) энергия сигнала на три порядка больше энергии шума

Зависимость вероятности ошибки от априорной вероятности при различных вероятностях ложной тревоги ($P_{ЛТ} = 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$) представлена на рис. 4.

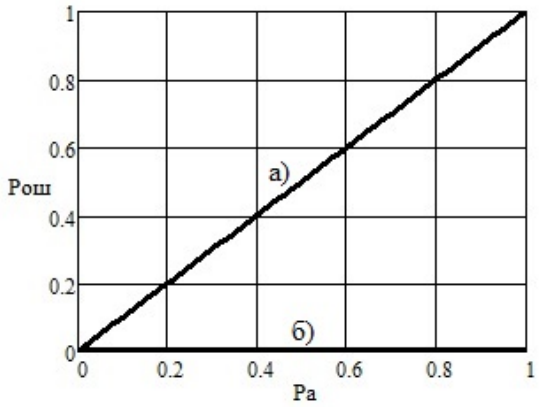


Рис. 4. Зависимость вероятности ошибки от априорной вероятности наличия сигнала: а) при энергии сигнала, соизмеримой с энергией шума, б) при энергии сигнала на три порядка больше энергии шума (отличия зависимостей при различных вероятностях ложной тревоги не видны вследствие масштаба рисунка)

Как следует из результатов расчета, при энергии сигнала, соизмеримой с энергией шума, ошибка решения об отсутствии сигналов в фильтре при высокой вероятности их наличия может быть достаточно большой. Однако необходимо учитывать, что этот случай соответствует радиосвязи на большом удалении от передатчика и приемника, а соответственно, и от рассматриваемого многоканального энергетического приемника. Поэтому можно считать фильтр свободным от сигналов.

При большой энергии сигнала вероятность ошибки соизмерима с вероятностью ложной тревоги. Поэтому решение об отсутствии сигналов в фильтре можно считать достаточно надежным.

Заключение

1. Многоканальный энергетический приемник с широкими спектрозональными фильтрами позволяет решить задачу принятия решения об отсутствии сигналов в некоторых фильтрах. Вероятность ошибки при принятии этого решения зависит от вероятности его занятости сигналами радиосвязи.

2. В случае наличия сигнала в канале, энергия которого соизмерима с энергией шума, несмотря на высокую вероятность ошибки определения занятости канала, можно считать его свободным при условии передачи сигнала с энергией много большей, чем энергия шума.

3. При большой вероятности занятости фильтров и энергии сигналов необходимо провести анализ занятости конкретных рабочих частот системы. Решение этой задачи может быть предметом дальнейших исследований.

Список источников

1. *Кашкаров В.М., Пеленков И.И., Поветко В.Н.* О природоподобной оценке рабочей частоты и спектра радиосигналов методом сжатых измерений // Теория и техника радиосвязи. 2018. № 4. С. 49–53.

2. ГОСТ Р 56172-2014 Радиостанции и ретрансляторы стандарта DMR. Основные параметры. Технические требования. М., 2020. 19 с.

3. *Полев В.Ю., Поветко В.Н., Бокова Е.А.* О синтезе эффективных спектрозональных фильтров многоканального энергетического приемника для радиомониторинга // Теория и техника радиосвязи. 2022. № 4. С. 34–40.

4. Справочник по специальным функциям // Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.

5. *Поветко В.Н.* Приближение для характеристик качества обнаружения и различения сигналов на основе первых моментов логарифма отношения правдоподобия // Радиотехника (Радиосистемы). 2000. № 10. С. 86–90.

Информация об авторах

Е.А. Бокова, аспирантка, инженер
В.Н. Поветко, д.т.н., профессор, научный референт
В.Ю. Полев, конструктор

Information about the authors

E.A. Bokova, postgraduate, engineer
V.N. Povetko, D.Sc. in Engineering Sciences, Professor, Scientific Assistant
V.Yu. Polev, Design Engineer

Статья поступила в редакцию 24.04.2023
Одобрена после рецензирования 02.05.2023
Принята к публикации 10.05.2023

The article was submitted 24.04.2023
Approved after reviewing 02.05.2023
Accepted for publication 10.05.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 21–27. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 21–27. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 681.3

Управление ресурсами линий радиосвязи на основе SDR-технологии

Александр Васильевич Велигоша[1], Сергей Викторович Орлов[2], Василий Викторович Соловьев[3]
[1-3]Военная академия РВСН имени Петра Великого, филиал г. Серпухов, Московская область, Россия
[1]aveligosha@mail.ru, [2]orloff_ser@mail.ru, [3]vavics@rambler.ru

Аннотация. *Представлен подход к организации управления линиями радиосвязи декаметрового и метрового диапазонов на основе использования технологии когнитивного радио, который обеспечивает повышение их эффективности за счет адаптивного управления энергетическими и частотными ресурсами. Показана целесообразность его использования в сетях радиосвязи, построенных на основе перспективных комплексов распределения частотных ресурсов «по требованию». Приведена модель взаимодействия элементов линии радиосвязи, построенная на основе технологии когнитивного радио.*

Ключевые слова: *когнитивное радио, радиосеть, частотный ресурс, управление, модель, адаптация, аппаратно-программный комплекс, эффективность, комплекс радиосвязи, алгоритм.*

SDR-based radio link resource management

A.V. Veligosha[1], Sergey V. Orlov[2], Vasily V. Solovyov[3]
[1-3]Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great (Branch in Serpukhov, Moscow Region, Russia)
[1]aveligosha@mail.ru, [2]orloff_ser@mail.ru, [3]vavics@rambler.ru

Abstract. *The approach to organization of control the decameter and meter radio links based on the use of cognitive radio technology is presented which increases their efficiency due to adaptive control of energy and frequency resources. The feasibility of using the presented approach in radio communication networks based on promising systems of «on demand» frequency resource allocation is shown. The model of interaction of radio communication line elements based on cognitive radio technology is presented.*

Keywords*: cognitive radio, radio network, frequency resource, control, model, adaptation, hardware and software complex, efficiency, radio communication complex, algorithm.*

В современных условиях состояние управления в системах военного назначения (СВН) расценивается как один из важнейших показателей боевой мощи и боевой готовности Вооруженных Сил. Современные системы управления войсками относятся к классу организационно-технических (человеко-машинных) систем. С общесистемных позиций управление в организационно-технических системах представляет собой процесс осуществления, прежде всего, информационных воздействий на объекты управления для формирования их целенаправленного поведения.

Таким образом, информационная система является неотъемлемой частью системы управления войсками. А поскольку органы управления СВН чаще всего располагаются на пунктах управления, пространственно распределенных в зоне оперативного построения, то и информационная система в общем случае будет представлять собой совокупность распределенных в пространстве технических средств и операторов, выполняющих задачи информационного обеспечения процесса управления войсками и оружием [1].

В информационных процессах, протекающих в пространственно распределенных системах управления, можно выделить две различающиеся по целям и выполняемым задачам компоненты:

– процессы доставки информации от одного пункта управления к другому;

– процессы обработки, преобразования и использования полученной информации при решении управленческих задач.

В реальной системе управления пункты управления и объекты управления сами представляют собой сложные системы и в то же время нередко выступают как элементы других, еще

© Велигоша А.В., Орлов С.В., Соловьев В.В., 2023

более сложных систем. Управляющий орган связан обычно с несколькими объектами управления – например, пункт управления части и пункты управления подразделений. В свою очередь, сам он (пункт управления части) выступает как объект управления для вышестоящего звена управления.

Модель системы управления позволяет сформулировать важнейшие свойства, присущие процессам управления: адекватность, оптимальность, оперативность, устойчивость, непрерывность, скрытность. При этом указанные свойства накладывают определенные требования на характеристики процессов, протекающих в информационной системе, – процессов информационного обмена. Важнейшими из таких характеристик являются своевременность, достоверность и безопасность информационного обмена [2].

Возрастание роли информационных систем в современных системах управления войсками и расширение возможностей по информационному воздействию на системы управления противника требуют проведения постоянного и глубокого учета возможностей информационного противоборства как одной из важных составляющих вооружённой борьбы. Информационное противоборство формулируется как система согласованных мероприятий и действий войск по дезорганизации или нарушению военного управления противника, защите системы управления своих войск, завоеванию информационного превосходства над противником при подготовке и ходе военных действий. В условиях информационного противоборства не менее важной целью функционирования информационных систем является снижение своевременности, достоверности и безопасности информационного обмена в противоборствующей системе до уровня, приводящего к потере управления войсками и оружием [3].

Поскольку в настоящее время в подавляющем большинстве случаев основу всех информационных систем, особенно систем связи военного назначения, составляют радиоэлектронные средства, то одной из важнейших составляющих информационной борьбы является радиоэлектронная борьба (РЭБ), т.е. разновидность информационной борьбы, цели которой достигаются путем воздействия на радиоэлектронные средства (РЭС). Составными частями РЭБ являются радиоэлектронное подавление (РЭП) и радиоэлектронная защита (РЭЗ).

Таким образом, использование современных технологий в организации управления линиями радиосвязи декаметрового и метрового диапазонов направлено на повышение их эффективности при управлении войсками и оружием.

В [4] приведены существующие способы повышения эффективности управления линиями радиосвязи декаметрового и метрового диапазонов. Как показал анализ этих способов, требования по своевременности и достоверности доведения информации управления войсками и оружием по линиям радиосвязи могут быть выполнены не в полной мере, что обусловлено отсутствием алгоритмов динамического управления ресурсами радиолинии и особенно ресурсами частотного спектра. Решение выявленной проблемы возможно в современных условиях на основе технологии программно-определяемого радио и построения средств радиосвязи на SDR-платформе, применение которых позволит комплексно использовать рассмотренные способы в зависимости от состояния и воздействий окружающей среды [5].

Организация управления линиями радиосвязи декаметрового и метрового диапазонов на основе использования технологии когнитивного радио обусловлена тем, что в настоящее время в них реализован принцип предварительного закрепления ресурса. При этом под ресурсами, выделенными корреспондентам радиосети, понимаются временные, частотные и энергетические ресурсы, которые используются для передачи информации каждым корреспондентом [1]. В радиосетях с закрепленным ресурсом предоставляемые корреспондентам ресурсы распределяются и закрепляются вышестоящими пунктами управления заранее, на этапах планирования действий войск. Их перераспределение в процессе функционирования не предусматривается. Следовательно, при эффективном радиоэлектронном подавлении радиосетей будет невозможно обеспечить требования по своевременности и достоверности передачи информации между пунктами управления соединений, частей и подразделений.

Линии радиосвязи в декаметровом и метровом диапазонах в оперативно-тактическом звене управления организуются по принципу прямых связей между узлами связи пунктов управления различных звеньев управления. Необходимо отметить, что поступление на вооружение новых средств радиосвязи рассматриваемых диапазонов не привело к глубокой их модернизации и

внедрению новых технологий управления радиолиниями, таких как когнитивное радио с элементами искусственного интеллекта. Одним из основных подходов к повышению эффективности линий радиосвязи декаметрового и метрового диапазонов волн остается подход, основой которого является метод частотной адаптации, реализованный в частотно-адаптивных радиолиниях [6].

Созданные средства и комплексы радиосвязи с аппаратурой адаптации типа «Р-016В», «Артек-АВС» использовали детерминированные поведенческие алгоритмы, отражающие представления о том, как ведет себя канал радиосвязи. Практика применения этой аппаратуры показала, что реальные, например декаметровые каналы, отличаются разнообразием. Применение для адаптации единого несложного алгоритма в значительном числе случаев существенно не улучшило вероятностно-временных характеристик частотно адаптируемых радиолиний по сравнению с радиолинией, работающей на выделенной частоте, несмотря на возможность использования относительно большего числа возможных радиочастот. Существующие алгоритмы адаптации строились исходя из предположения, что полученная оценка качества не устаревает за время анализа всех доступных радиоканалов. Увеличение числа анализируемых каналов не приводило к улучшению вероятностно-временных характеристик системы радиосвязи, поскольку увеличивалось время анализа выделенного набора частот, а в ряде ситуаций выбор оптимальных рабочих частот осуществляется на основе использования неоперативных прогнозов.

При этом к завершению процесса анализа состояние каналов изменяется тем больше, чем больше было проанализировано частот. При увеличении числа частот возрастает вероятность перехода в момент анализа на хорошую, но занятую за время анализа других каналов частоту. Усложнение алгоритма и повышение достоверности оценки качества каналов приводят к увеличению длительности процедуры адаптации и устареванию полученных сведений, что снижает устойчивость связи [7].

Так как для частотной адаптации необходим значительный частотный ресурс, то часть частот неизбежно выделяется на вторичной основе. При этом аппаратура ведения связи должна обеспечивать быстрый уход с канала, который начали использовать «основные» корреспонденты, на вновь найденный свободный канал. Это требование также не могло быть выполнено при традиционном подходе, поскольку принятие решения о браковке частоты (группы частот) осуществлялось внешней аппаратурой передачи данных.

В программно-определяемых системах радиосвязи эта противоречивая задача решена переходом к эвристическим системам ведения соединения. Они, помимо детерминированной части алгоритма, имеют ряд блоков распознавания ситуаций. Если текущая ситуация попадает в интервал ситуаций, распознаваемых конкретным блоком, то реакцию системы ведения соединения формирует решающий блок, настроенный на разрешение ситуаций определенного типа. При этом необходимое количество блоков распознавания ситуаций и соответствующих им решающих блоков добавляется по результатам трассовых испытаний в процессе «обучения». Решающие блоки могут содержать как детерминированные, так и стохастические методы разрешения ситуаций [3].

Проведенный анализ современных подходов, предлагаемых для повышения эффективности функционирования линий декаметровой радиосвязи, показал, что необходимо существенно увеличить число факторов, учитываемых при выборе оптимальной рабочей частоты. С учетом [5, 6] можно отметить, что на реально действующих линиях декаметровой радиосвязи выбор оптимальной частоты должен осуществляться автоматически с помощью специализированного управляющего аппаратно-программного комплекса, включающего в свой состав интеллектуальные элементы SDR-платформы. Алгоритм работы управляющего аппаратно-программного комплекса должен учитывать: координаты передатчика и приемника, мощность передатчика и чувствительность приемника, тип антенны, вид модуляции сигнала, время года и суток, статистические данные об интенсивности помех в конкретных физико-географических условиях, ранее используемые частоты, данные ионосферно-волновой и частотно-диспетчерской служб. Следовательно, на линиях радиосвязи декаметрового диапазона целесообразно использовать многопараметрическую адаптацию [7].

При этом задача состоит не в разработке «новой» аппаратуры адаптации, а в оптимизации состава технических средств узлов связи различных звеньев управления, создании гибкой системы их взаимодействия при обеспечении однородности технических средств, их информационных линий и линий управления. Взаимо-

действие должно быть основано на максимальном использовании открытых, широко распространенных и стандартизированных протоколов. Должна быть предусмотрена масштабируемость используемого комплекса радиосвязи, а именно возможность наращивания его функциональности без изменения аппаратной части либо с ее минимальными изменениями за счет использования ресурсов взаимодействующих территориально разнесенных узлов связи.

В отличие от радиосетей с закрепленным ресурсом, в радиосетях с ресурсом, предоставляемым «по требованию», частотные и энергетические ресурсы заранее не распределяются, а выделяются корреспонденту «по требованию». Под понятием «по требованию» следует понимать не запрос корреспондента на возможность изменения параметров линии радиосвязи, а возможность их изменения в автоматизированном режиме на основе адаптивного управления, при этом в качестве источника информации управления предполагается использовать устройство, построенное на основе технологии интеллектуального когнитивного радио. Формирование управляющего воздействия на изменение ресурса радиолинии должно проводиться с учетом вектора различных факторов, в том числе и текущего состояния внешней среды и ее влияния на радиолинию.

Сущность предоставления ресурса «по требованию» может быть описана графической моделью, представленной на рис. 1.

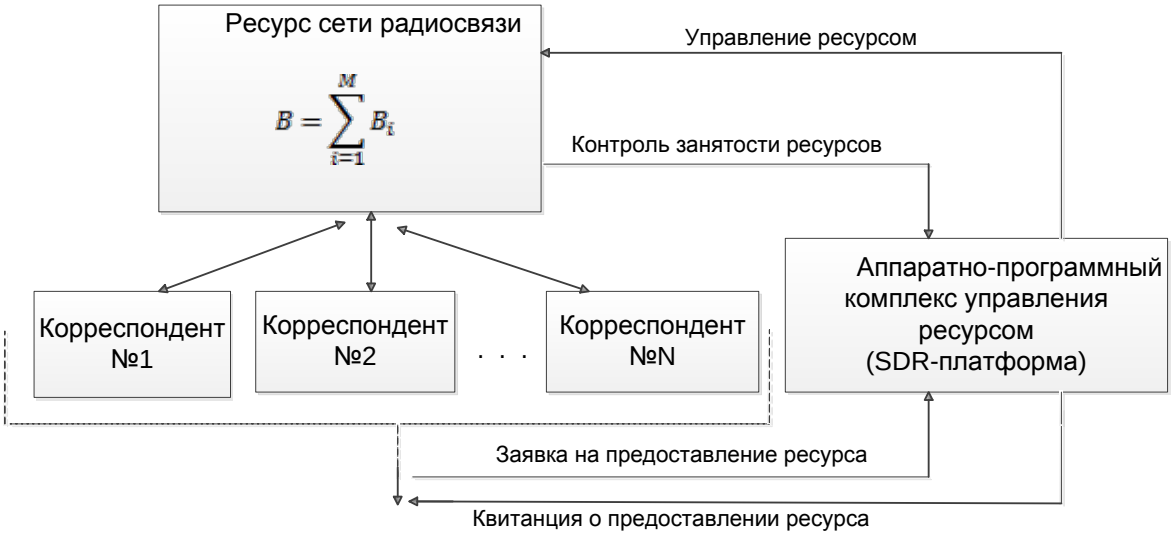


Рис. 1. Модель предоставления ресурса «по требованию» корреспонденту

Распределение ресурса может быть представлено в общем виде. Сеть радиосвязи имеет ресурс

$$B = \sum_{i=1}^{M} B_i \,, \qquad (1)$$

состоящий из M единиц и N корреспондентов ($M \le N$). Система управления ресурсом осуществляет контроль его занятости и заявок на предоставление корреспондентам.

Аппаратно-программный комплекс управления ресурсом осуществляет контроль занятости конкретного ресурса и заявок на его предоставление корреспондентам. При поступлении заявки аппаратно-программный комплекс определяет, какую из свободных в этот момент времени единиц ресурса выделить для обеспечения связи, и дает команду на систему распределения ресурса, а также разрешение на работу (с указанием номера единицы выделяемого ресурса) корреспонденту, от которого поступила заявка. Выделенная при этом единица ресурса становится занятой до окончания сеанса связи. После ее освобождения она может быть предоставлена другому корреспонденту.

Реализация радиосетей с предоставлением ресурса «по требованию» позволяет добиться, с одной стороны, более эффективного использования пропускной способности радиосети, а с другой – получить большую гибкость и структурную надежность по сравнению с системами, построенными по принципу закрепленного ресурса.

В качестве решения задачи повышения эффективности линий связи декаметрового и метрового диапазонов волн за счет оптимизации использования их ресурсов можно выбрать многопараметрическую адаптацию на основе использования технологии интеллектуального когнитивного радио, позволяющей с заданными показателями обеспечивать динамическое управление их параметрами, и в частности частотным ресурсом. Модель взаимодействия элементов линии радиосвязи декаметрового диапазона, построенная на основе технологии когнитивного радио при управлении частотным ресурсом радиолинии, показана на рис. 2 [8].

На рис. 2 показаны высокочастотные передающий и приемные тракты радиосредства, которые построены по типовой схеме и включают антенно-фидерное устройство, антенный коммутатор, симметрирующее-согласующее устройство, радиопередатчик и радиоприемник. Аппаратно-программный комплекс обеспечивает работу радиосредства на основе SDR-платформы и включает модем, средства адаптации, сопряжения. Для решения задачи выбора оптимальной рабочей частоты он взаимодействует с комплексом технических средств ионосферно-волновой и частотно-диспетчерской служб (КТС ИВ и ЧДС). Для получения информации о состоянии и использовании частот другими средствами радиосвязи КТС ИВ и ЧДС взаимодействует с аппаратно-программным комплексом, обеспечивающим сопряжение с каналами системы связи вышестоящего пункта управления, которые могут быть различных типов.

В перспективе предполагается разработка протоколов взаимодействия с объединённой автоматизированной цифровой системой связи (ОАЦСС) Вооружённых Сил РФ, и в первую очередь с ее подсистемой радиосвязи. Данная подсистема предполагает также использование когнитивного радио, при этом управление радиолиниями в масштабе ОАЦСС предполагается направить на рациональное использование частотно-энергетических ресурсов. Предлагается использовать при необходимости взаимный обмен данными, необходимыми для работы когнитивных радиолиний с радиосредствами, построенными на SDR-платформе.

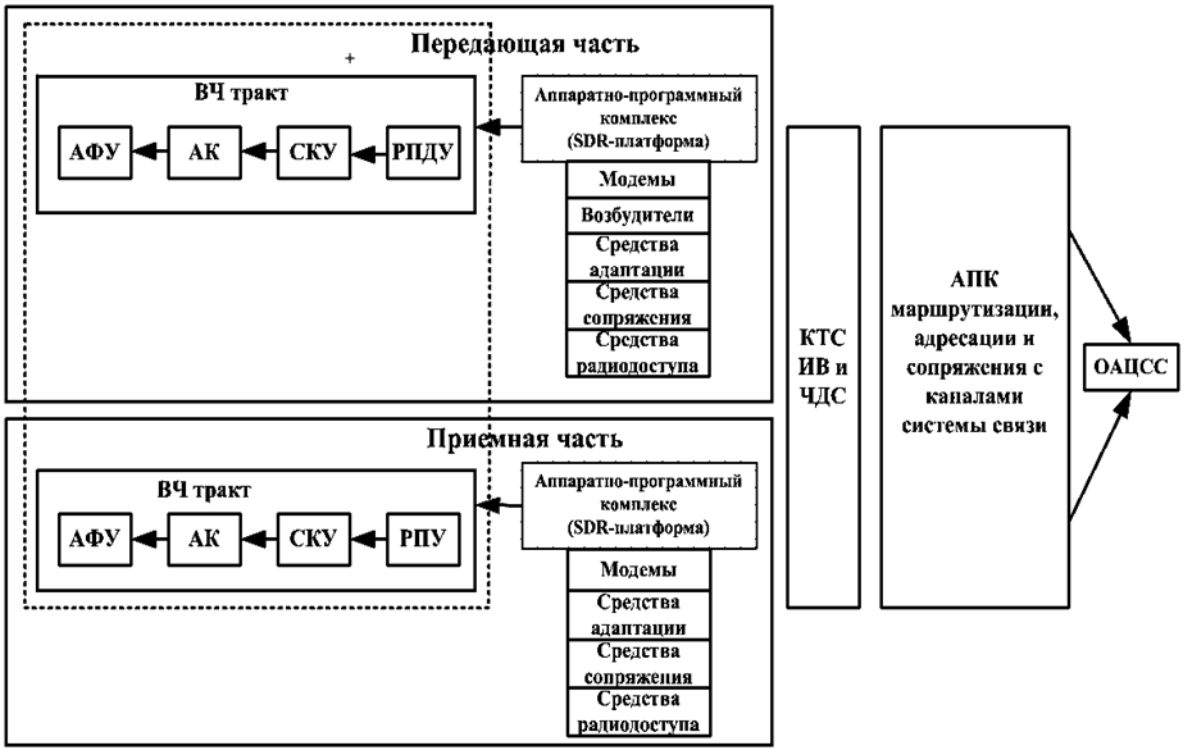


Рис. 2. Модель взаимодействия элементов когнитивной линии радиосвязи

В зависимости от решаемых задач, принадлежности радиолинии определенному звену управления аппаратно-программный комплекс может обеспечивать функционирование служб:

– контроля конфигурации сети радиосвязи;

– дистанционного управления передающими и приемными устройствами;

– управления режимами работы сети радиосвязи;

– контроля качества и аварийных ситуаций;

– ионосферно-волновой;

– частотно-диспетчерской;

– предупреждения экстремальных возмущений ионосферы;

– геоинформационной.

Можно предложить вариант функциональной модели многопараметрической адаптации, обеспечивающей повышение эффективности линий радиосвязи декаметрового и метрового диапазонов за счет управления частотным ресурсом, которая показана на рис. 3.

Алгоритм действий при выборе оптимальных рабочих частот включает следующие этапы [8]:

1. Интеллектуальное устройство принятия решения выбирает, какое действие надо произвести в конкретных условиях функционирования радиолинии.

2. Подсистема обучения накапливает знания, полученные из источников:

– особенности функционирования радиолинии применительно к конкретным физико-географическим условиям;

– сведения о параметрах ранее действующих линий радиосвязи;

– результаты текущего мониторинга частотного спектра (ионосферы).

3. База знаний может работать в режимах определения состояния частотного диапазона и осуществления действий по изменению параметров линии связи. Процедура обучения позволяет изменять как сведения о состоянии линии радиосвязи или ее элементов, так и список доступных действий исходя из состояния частотного диапазона.

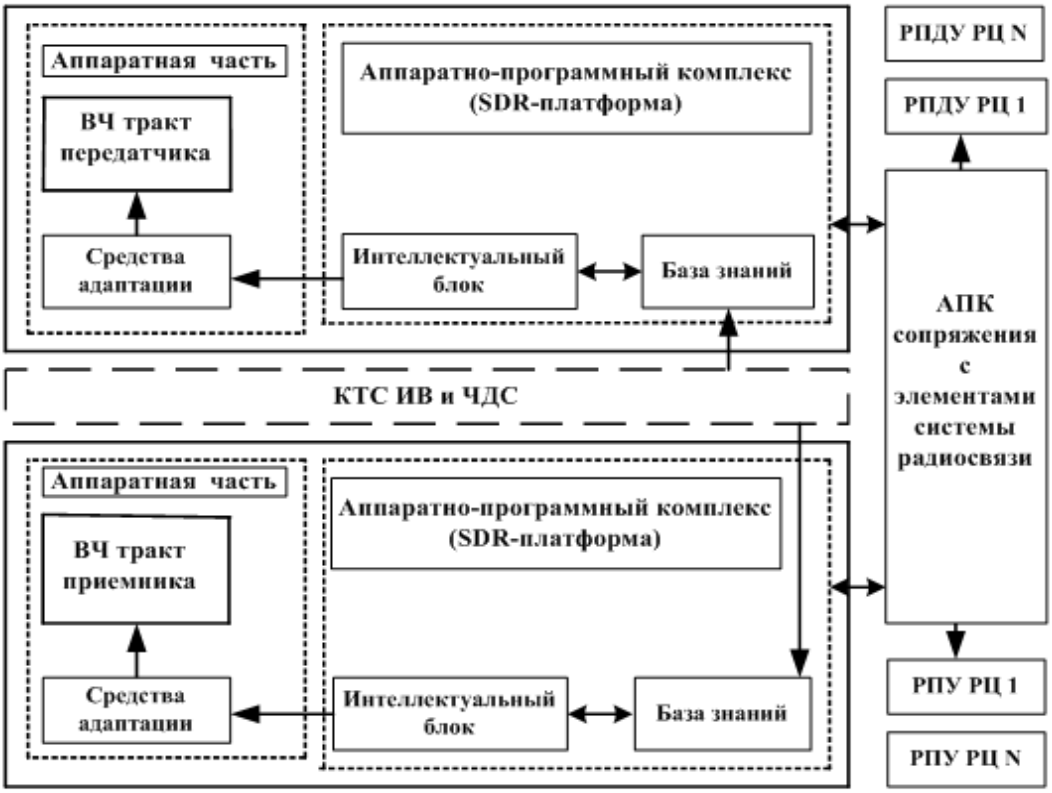


Рис. 3. Функциональная модель многопараметрической адаптации линий радиосвязи

Таким образом, представленный в материалах статьи подход к организации управления линиями радиосвязи декаметрового и метрового диапазонов на основе использования технологии когнитивного радио целесообразен для использования в сетях радиосвязи. Предложены модель взаимодействия элементов линии радиосвязи, построенная на основе технологии когнитивного радио, и функциональная модель многопараметрической адаптации линий радиосвязи, которые

реализуют принцип многопараметрической адаптации ресурсов радиолинии. Предлагаемые модели позволяют взаимодействовать с радиосредствами, принадлежащими определенному звену управления, и средствами вышестоящих звеньев управления.

Список источников

1. *Боговик А.В., Загорулько С.С., Ковалев И.С.* [и др.] Теория управления в системах военного назначения. Учебник. М.: МО, 2001. 320 с.

2. *Игнатов В.В., Бабков В.Ю.* Обоснование основных технических параметров техники радиосвязи. Л.: ВАС, 1990. 112 с.

3. *Расторгуев С.П.* Информационная война. М.: Радио и связь, 1999. 416 с.

4. *Головин О.В., Простов С.П.* Системы и устройства коротковолновой радиосвязи. М.: Горячая линия – Телеком, 2006. 182 с.

5. *Авдонин Д.В., Рындык А.Г.* Интеллектуальные радиосистемы: когнитивное радио // Информационные технологии. Системы, средства связи и управления: Информационно-аналитический сборник / Под ред. С.В. Ионова; ОАО «Концерн «Созвездие». Воронеж, 2012. №1. С. 115–117.

6. *Шестаков Ю.И., Каплин Е.А., Утенков В.Г., Парфененков О.М.* Создание и развитие мобильных средств связи декаметрового диапазона волн // Электросвязь. 2011. № 8. С. 6–8.

7. *Гук И.И., Путилин А.Н., Хвостунов Ю.С.* Обеспечение устойчивой адаптивной помехозащищенной радиосвязи в декаметровом диапазоне комплексом технических средств «Импульс – АПР». СПб.: Изд. ФГУП «НПО «Импульс», 2012. 14 с.

8. *Велигоша А.В., Орлов С.В.* Пути повышения эффективности использования частотного ресурса в линиях связи декаметрового диапазона волн // Сборник научных статей XV Межведомственной НТК «Вооружение и экономика»; 46 ЦНИИ МО. С. 737–743.

Информация об авторах

А.В. Велигоша, к.т.н., доцент
С.В. Орлов, старший преподаватель – начальник связи
В.В. Соловьев, начальник кафедры

Information about the authors

A.V. Veligosha, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor
S.V. Orlov, Senior Research Scientist – Chief of Communications
V.V. Solovyev, Head of Chair

Статья поступила в редакцию 27.04.2023
Одобрена после рецензирования 10.05.2023
Принята к публикации 15.05.2023

The article was submitted 27.04.2023
Approved after reviewing 10.05.2023
Accepted for publication 15.05.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 28–37. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 28–37. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.396 : 521.19

Спектральные характеристики выходных сигналов цифрового фильтра в условиях возникновения стохастического резонанса

Юрий Михайлович Вешкурцев[1], Дмитрий Анатольевич Титов[2], Анастасия Сергеевна Табакова[3]
[1]Институт радиоэлектроники, сервиса и диагностики, Омск, Россия
[2,3]Омский государственный технический университет, Омск, Россия
[1]vym1940@mail.ru, [2]dtitov2@yandex.ru, [3]nasya.tabakova@mail.ru

Аннотация. *Рассмотрено явление стохастического резонанса в цифровом фильтре на основе характеристической функции Ляпунова. В процессе моделирования цифрового фильтра установлены эффект и показатели стохастического резонанса при фильтрации аддитивной смеси квазидетерминированного сигнала и «белого» шума. Исследованы спектральные характеристики выходного сигнала цифрового фильтра в условиях возникновения стохастического резонанса. Получено улучшение отношения сигнал/шум на выходе системы более чем в 130 раз по сравнению с отношением сигнал/шум на её входе.*

Ключевые слова: *стохастический резонанс, характеристическая функция Ляпунова, цифровой фильтр, квазидетерминированный сигнал, помехоустойчивость цифрового фильтра.*

Spectral characteristics of digital filter output signals under conditions of stochastic resonance

Yuri M. Veshkurtsev, Dmitry A. Titov, Anastasiya S. Tabakova
[1]Institute of Radioelectronics, Service and Diagnostics, Omsk, Russia
[2,3]Omsk State Technical University, Omsk, Russia
[1]vym1940@mail.ru, [2]dtitov2@yandex.ru, [3]nasya.tabakova@mail.ru

Abstract. *The phenomenon of stochastic resonance in a digital filter based on Lyapunov characteristic function is considered. During the modeling of digital filter the effect and indicators of stochastic resonance were established when filtering the additive mixture of quasi-deterministic signal and «white» noise. The spectral characteristics of the digital filter output signal under conditions of stochastic resonance are investigated. The improvement in the signal-to-noise ratio at the output of the system by more than 130 times in comparison with its input was obtained.*

Keywords: *stochastic resonance, Lyapunov characteristic function, digital filter, quasi-deterministic signal, digital filter noise immunity.*

В ряде работ [1 – 3] рассмотрена и исследована фильтрация смеси сигнала и шума с использованием характеристической функции (х.ф.) А. Ляпунова. В работе [1] отмечено, что зависимость подавления сигнала и шума от отношения сигнал/шум в цифровых фильтрах (ЦФ) на основе х.ф. Ляпунова демонстрирует появление стохастического резонанса [4, 5]. Стохастический резонанс можно контролировать по наличию у системы различных показателей [4]. В качестве одной из характеристик стохастического резонанса используется увеличение отношения сигнал/шум на выходе системы по сравнению с отношением сигнал/шум на её входе [4, 5]. Для определения соотношения сигнал/шум на выходе системы находится энергетический спектр ее выходного сигнала и далее определяется интенсивность спектральной составляющей на частоте входного регулярного воздействия [4]. Уровень данной спектральной составляющей соотносится с уровнем спек-

© Вешкурцев Ю.М., Титов Д.А., Табакова А.С., 2023

тральных составляющих, обусловленных шумом на входе устройства. Таким образом, целью данной работы является изучение спектральных характеристик выходных сигналов ЦФ на основе характеристической функции Ляпунова в тех режимах его работы, при которых в нем возникает явление стохастического резонанса.

Описание нелинейной системы

В работе [1] синтезирована структурная схема системы (рис. 1), реализующей алгоритм цифровой фильтрации с использованием характеристической функции Ляпунова. На данной структурной схеме АЦП – аналого-цифровой преобразователь; ФП1 – функциональный преобразователь первый; СНС – сумматор накапливающий со скользящим усреднением; Д – делитель на коэффициент R; ФП2 – функциональный преобразователь второй; БУ – блок управления.

Помимо стандартных блоков линейного ЦФ в данной структурной схеме содержатся блок деления на константу R и функциональные преобразователи ФП1, ФП2 прямой и обратной тригонометрической функции синус соответственно. При вычислении функции синуса аргумент представляется в радианах.

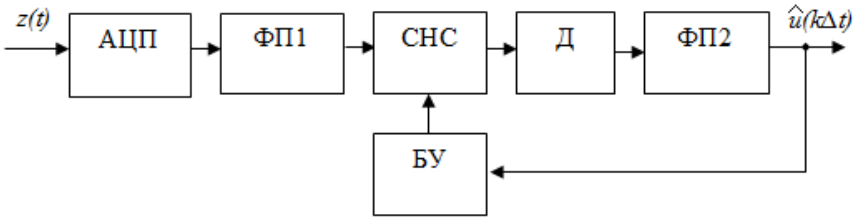


Рис. 1. Структурная схема ЦФ

Пусть аддитивная смесь на входе фильтра представлена суммой

$$z(t) = u_1(t) + n(t), \qquad (1)$$

$$u_1(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \eta), \qquad (2)$$

которая содержит $u_1(t)$ – центрированный квазидетерминированный сигнал (2) с законом распределения арксинус; $n(t)$ – «белый» шум; t – время. Кроме того, U_0, ω_0 – амплитуда и круговая частота сигнала (постоянные величины); η – начальный угол сдвига фазы сигнала (случайная величина с равномерным законом распределения на интервале $-\pi\ldots+\pi$); $\sigma_ш^2$ – интенсивность (энергия) шума.

В соответствии с работой [2] оценка действительной части х.ф. определена выражением

$$\hat{A}_z(V,t) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\cos[z(k\Delta t)\cdot V], \qquad (3)$$

где V – параметр х.ф.; $z(k\Delta t)$ – k-е дискретное мгновенное значение аддитивной смеси сигнала и шума, взятое в момент времени $t = t_0 + k\Delta t$ при $t_0 = 0$; Δt – интервал дискретизации; N – объем выборки мгновенных значений аддитивной смеси. Аналогично можно определить оценку мнимой части х.ф.

$$\hat{B}_z(V,t) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\sin[z(k\Delta t)\cdot V]. \qquad (4)$$

При $N\to\infty$ оценки (3) и (4) состоятельны, эффективны и не смещены [2]. Выражения (3) и (4) можно использовать при построении приборов для измерения оценок х.ф., либо в составе алгоритмов цифровой фильтрации сигналов [1, 3]. Далее в статье будет использоваться оценка мнимой части х.ф. Структурная схема ЦФ на рис. 1 использует скользящее усреднение, поэтому алгоритм (4) следует переписать в виде

$$\hat{B}_z(V,k\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{l=0}^{N-1}\sin[z((k-l)\Delta t)\cdot V], \qquad (5)$$

где l – целое число. В соответствии со структурной схемой на рис. 1 выражение (5) описывает сигнал на выходе делителя Д при $R = N$. В условиях, когда в аддитивной смеси (1) шум $n(t) = 0$, рассмотрим как меняется форма сигнала на выходе ЦФ с алгоритмом (5).

Экспериментальные исследования

На основе структурной схемы на рис. 1 в пакете Matlab разработана имитационная модель ЦФ с алгоритмом (5). В качестве входного сиг-

нала модели использовались дискретные значения смеси (1), определяемые выражениями

$$z(k\Delta t) = u_1(k\Delta t) + n(k\Delta t), \qquad (1a)$$

$$u_1(k\Delta t) = U_0 \sin\left(2\pi \frac{f_0}{f_д} k + \eta\right), \qquad (2a)$$

где $f_д = 1/\Delta t$ – частота дискретизации; f_0 – частота сигнала. Для экспериментального определения явления стохастического резонанса на вход имитационной модели при $N = 5$ подаются сигналы (1a) с различным сочетанием параметров.

Анализ формы сигналов на выходе ЦФ с алгоритмом функционирования (5) позволяет сказать, что при $U_0 = 0{,}4$ выходной сигнал фильтра на рис. 2 по форме соответствует входному сигналу. При возрастании амплитуды U_0 до значений $\pi/2$ и более форма выходного сигнала начинает отличаться от формы входного сигнала. На рис. 2 также показана форма выходного сигнала фильтра при действии на его входе сигнала амплитудой $U_0 = 1{,}6$. Амплитуда выходного сигнала при $U_0 = 1{,}6$ на рис. 2 ограничена на уровне ±1 подобно сигналу на выходе двухполупериодного диодного ограничителя. В результате этого у сигнала на выходе фильтра появилось горизонтальное плато. Для того чтобы зафиксировать нахождение отсчета сигнала на плато, можно ввести пороги ±П определенного уровня. Длину $\tau_п$ горизонтального плато будем вычислять как количество отсчетов, которые превышают порог П.

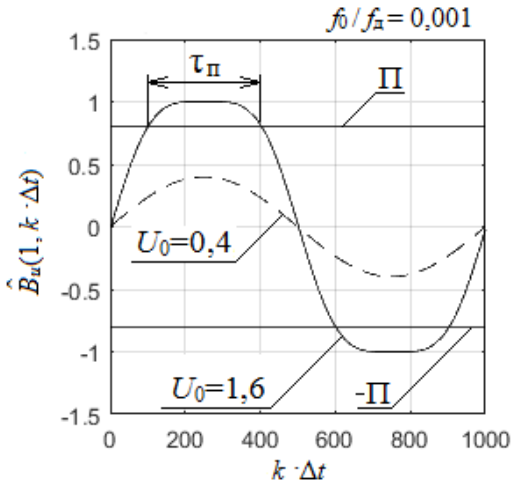


Рис. 2. Формы сигналов на выходе ЦФ

Эксперимент начинался с исследования воздействия на ЦФ слабого периодического сигнала амплитудой $U_0 = 0{,}6$. Установлено, что при воздействии такого сигнала выходной сигнал ЦФ с алгоритмом функционирования (5) не превышает порог значением П = 0,8. Аналогично исследовано воздействие шума с $\sigma_ш = 0{,}574$. Превышений порогового значения П = 0,8 выходным сигналом ЦФ с алгоритмом (5) также не зафиксировано. Слабый регулярный сигнал, как и слабое шумовое воздействие, в отдельности не могут вызвать преодоления порога П выходным сигналом ЦФ.

В работе [4, С. 30] указано, что при исследовании явления стохастического резонанса входные и выходные сигналы системы могут быть ассоциированы с передаваемой информацией. Информация об амплитуде и фазе регулярного сигнала может быть закодирована в переходах системы из одного состояния в другое [4]. Для ЦФ (5) переходы между состояниями можно связать с установлением на его выходе значений $\hat{B}_z(V, k\Delta t) > П$ либо $\hat{B}_z(V, k\Delta t) < -П$ (см. рис. 2). Рассмотрим превышения порога П, т.е. случай, когда $\hat{B}_z(V, k\Delta t) > П$, и будем их фиксировать с помощью порогового устройства, работающего в соответствии с выражением

$$c(k\Delta t) = \begin{cases} 1, & \hat{B}_z(V, k\Delta t) > П \\ 0, & \hat{B}_z(V, k\Delta t) \le П \end{cases}.$$

Форма сигнала на выходе ЦФ с алгоритмом (5) при воздействии смеси (1а) с параметрами $U_0 = 0{,}6$, $f_0/f_д = 0{,}001$, $\sigma_ш = 0{,}574$ показана на рис. 3а. Сигнал на выходе устройства, детектирующего пересечение порога П = 0,8, показан на рис. 3б. Входной сигнал показан на рис. 3в.

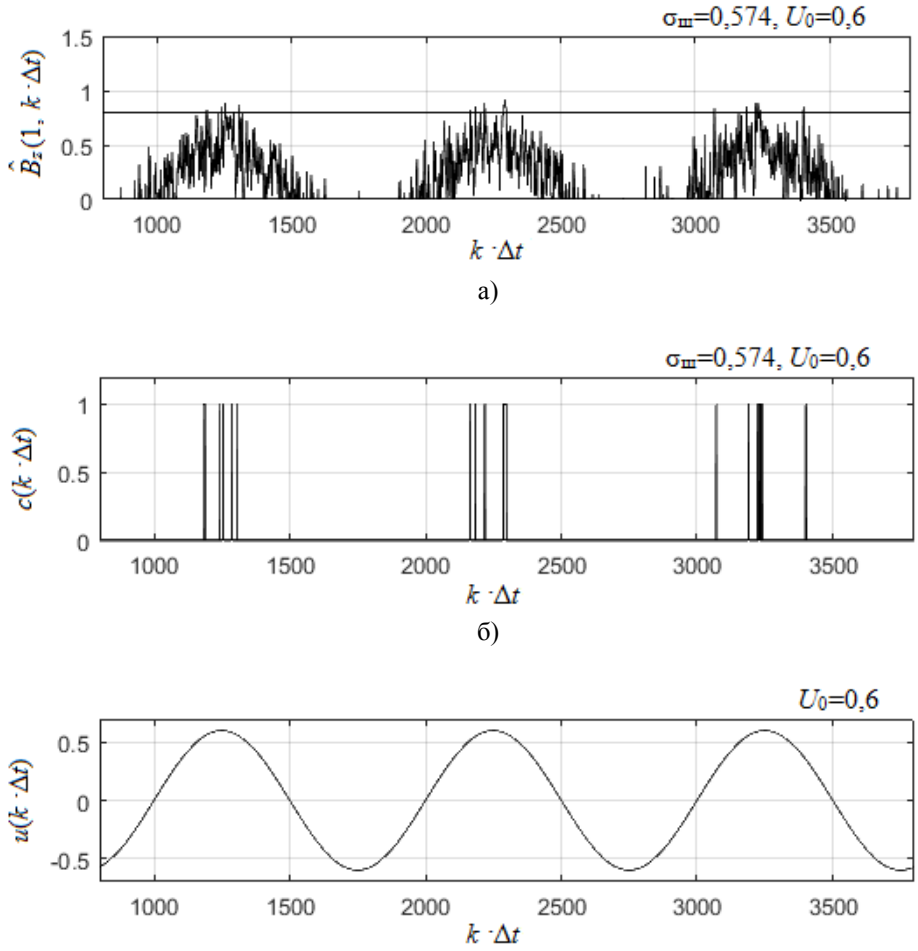
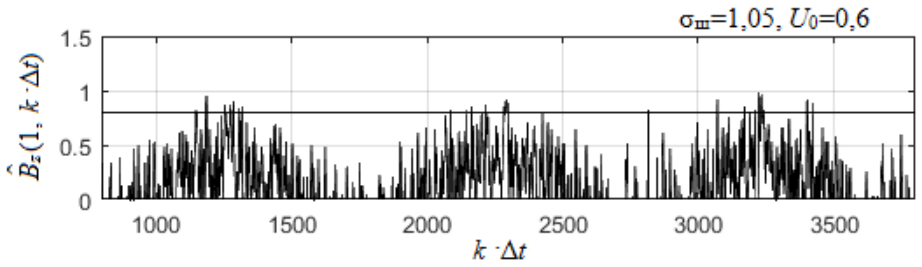


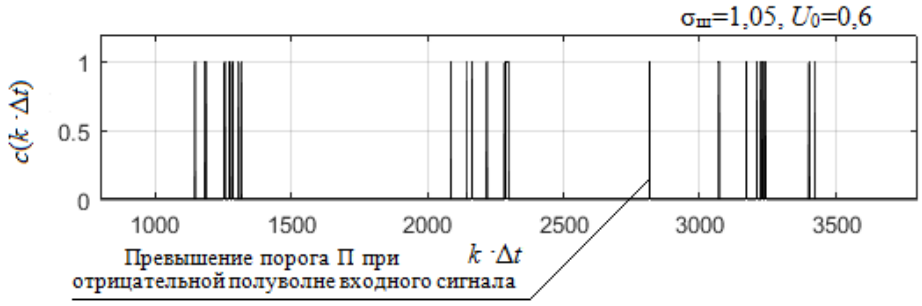
Рис. 3. Разные формы сигналов

Проанализировав содержание рис. 3а – в, можно сделать вывод о том, что пересечения порога П происходят регулярно, т.е. при поступлении на вход ЦФ положительной полуволны полезного сигнала. Если амплитуда сигнала остается неизменной, т.е. $U_0 = 0{,}6$, а интенсивность шума возрастает, то пересечения остаются регулярными пока $\sigma_ш$ не достигнет некоторого критического значения.

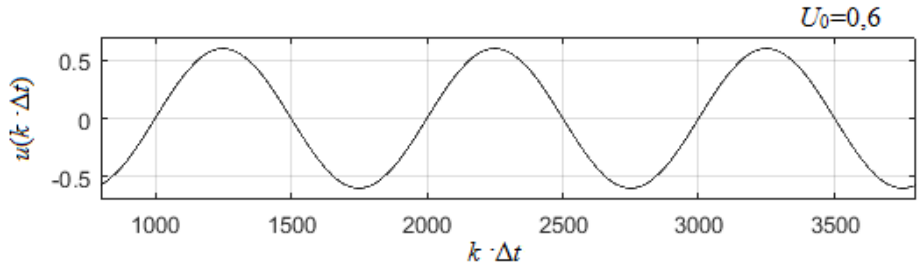
При увеличении $\sigma_ш$ до критического значения можно видеть, что пересечения порога П наступают как во время воздействия положительной полуволны регулярного сигнала, так и во время воздействия его отрицательной полуволны. Например, на рис. 4а, 4б показано, что при $\sigma_ш = 1{,}05$ имеется пересечение порога П = 0,8 во время воздействия на входе ЦФ мгновенных значений отрицательной полуволны полезного сигнала. При таких условиях регулярность пересечения порога выходным сигналом ЦФ начинает нарушаться. При этом пересечения порога П во время воздействия отрицательной полуволны полезного сигнала происходят редко.



а)



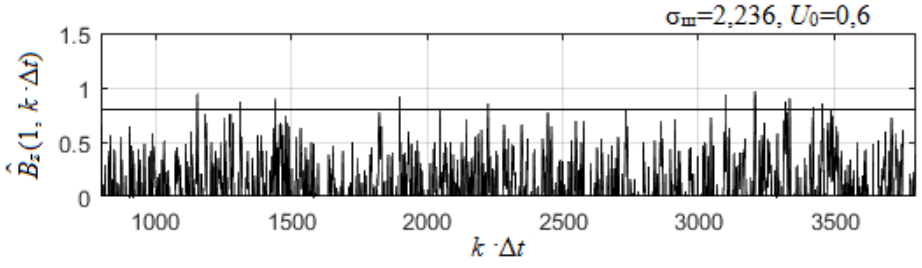
б)



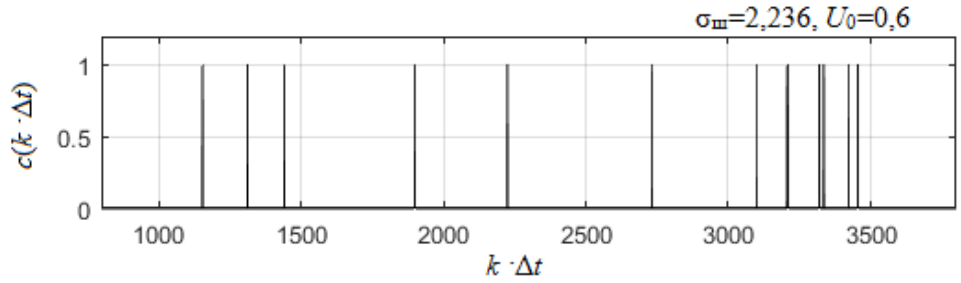
в)

Рис. 4. Разные формы сигналов

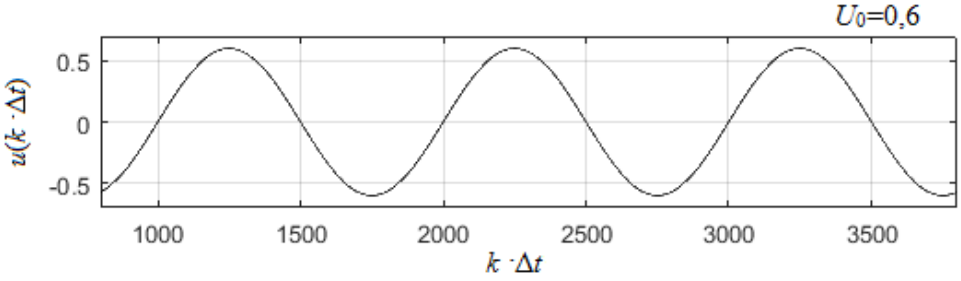
При дальнейшем увеличении $\sigma_ш$ пересечения порога становятся беспорядочными и уже не соответствуют приходу на вход положительной полуволны регулярного сигнала. Примеры пересечений порога П = 0,8 при U_0 = 0,6 и $\sigma_ш$ = 2,236 показаны на рис. 5 а, б. Таким образом, при больших значениях $\sigma_ш$ происходит потеря явления стохастического резонанса, т.к. под воздействием шума большой интенсивности ЦФ с алгоритмом (5) начинает слишком часто переходить из одного состояния в другое.



а)



б)



в)

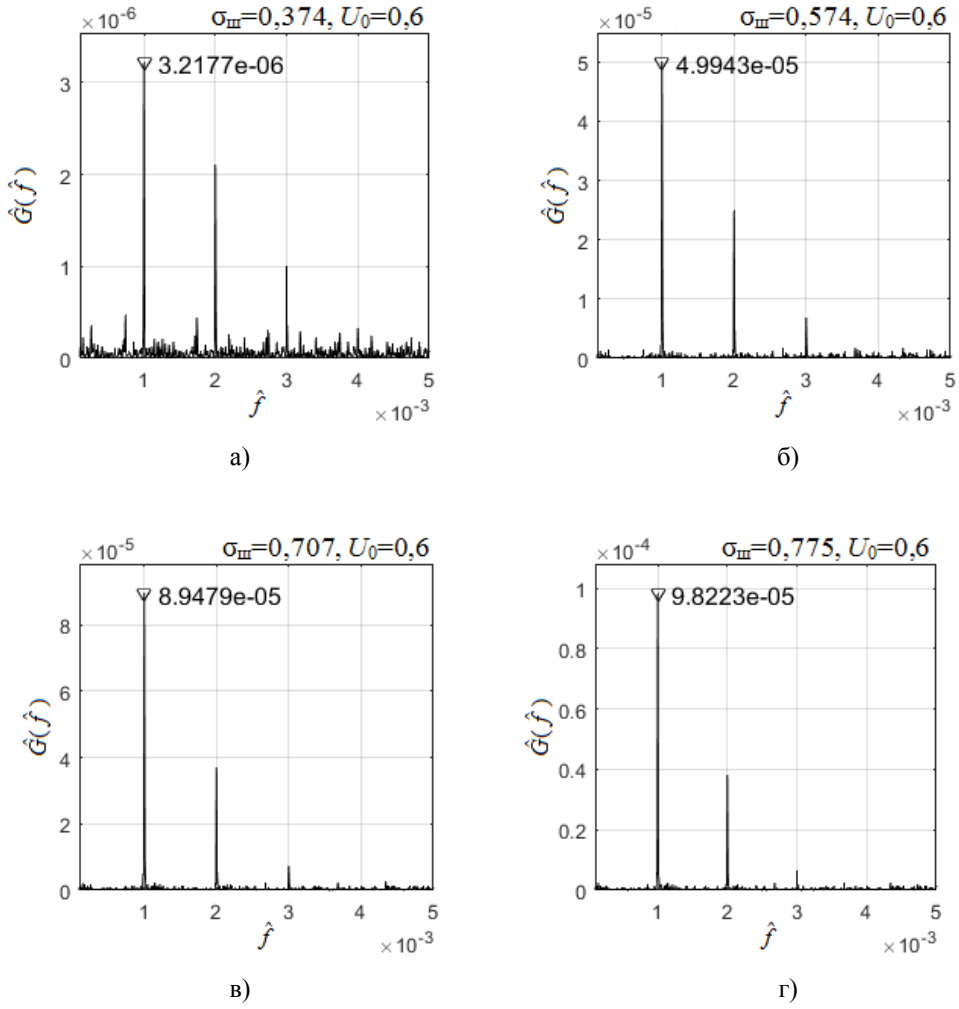
Рис. 5. Разные формы сигналов

Расчеты показывают, что в ЦФ возникает эффект стохастического резонанса за счет истока энергии шума, содержащегося в аддитивной смеси (1а). В противном случае событий появления слабого периодического сигнала на горизонтальном плато на рис. 2 не могло быть. При стохастическом резонансе дополнительная энергия в большом количестве истекает через поле от шума.

В соответствии с работой [4] эффект стохастического резонанса также ярко проявляется при анализе спектра выходного сигнала нелинейной системы. Как утверждается в работе [4], эффект стохастического резонанса можно контролировать по уровню гармоники на частоте регулярного сигнала в спектре выходного сигнала системы. Сигнал $c(k\Delta t)$ представляет собой последовательность прямоугольных импульсов, которая является случайной, т.к. во входном воздействии (1а) имеется шум. В соответствии с рис. 3–5 в данной последовательности может присутствовать периодичность, т.к. пересечения порога (при определенных соотношениях сигнал/шум на входе системы) происходят с приходом положительной полуволны регулярного сигнала. Таким образом, спектральный анализ сигнала $c(k\Delta t)$ должен показать присутствие или даже преобладание компоненты, соответствующей частоте регулярного сигнала. Гармоника на частоте регулярного сигнала должна присутствовать в спектре сигнала $c(k\Delta t)$ даже при малом соотношении сигнал/шум на входе системы. Или, по крайней мере, должна сохраняться возможность отделения данной гармоники от остальных спектральных составляющих.

Спектр последовательности импульсов является дискретным, поэтому можно отслеживать уровень гармоники на частоте регулярного сигнала после выполнения дискретного преобразования Фурье сигнала $c(k\Delta t)$, либо в результате нахождения спектральной плотности мощности сигнала $c(k\Delta t)$. Уровень гармоники на частоте регулярного сигнала будем сопоставлять с уровнями остальных спектральных составляющих.

На следующем этапе экспериментальных исследований в пакете Matlab были построены графики оценок спектральной плотности мощности сигнала $c(k\Delta t)$ с использованием периодограмм [6, 7]. При этом на вход ЦФ с алгоритмом (5) подавалась смесь (1а) с параметрами $U_0 = 0{,}6$, $f_0/f_д = 0{,}001$, значение $\sigma_ш$ изменялось. На графиках использована нормированная частота сигнала $\hat{f} = f_0/f_д$, которая для выполнения условий теоремы Уиттекера–Котельникова–Шеннона всегда находится в диапазоне [0, 0,5]. На рис. 6 – 7 показаны графики оценок спектральной плотности мощности сигнала $c(k\Delta t)$ для значений $\sigma_ш$, изменяющихся в диапазоне от 0,374 до 2,236.



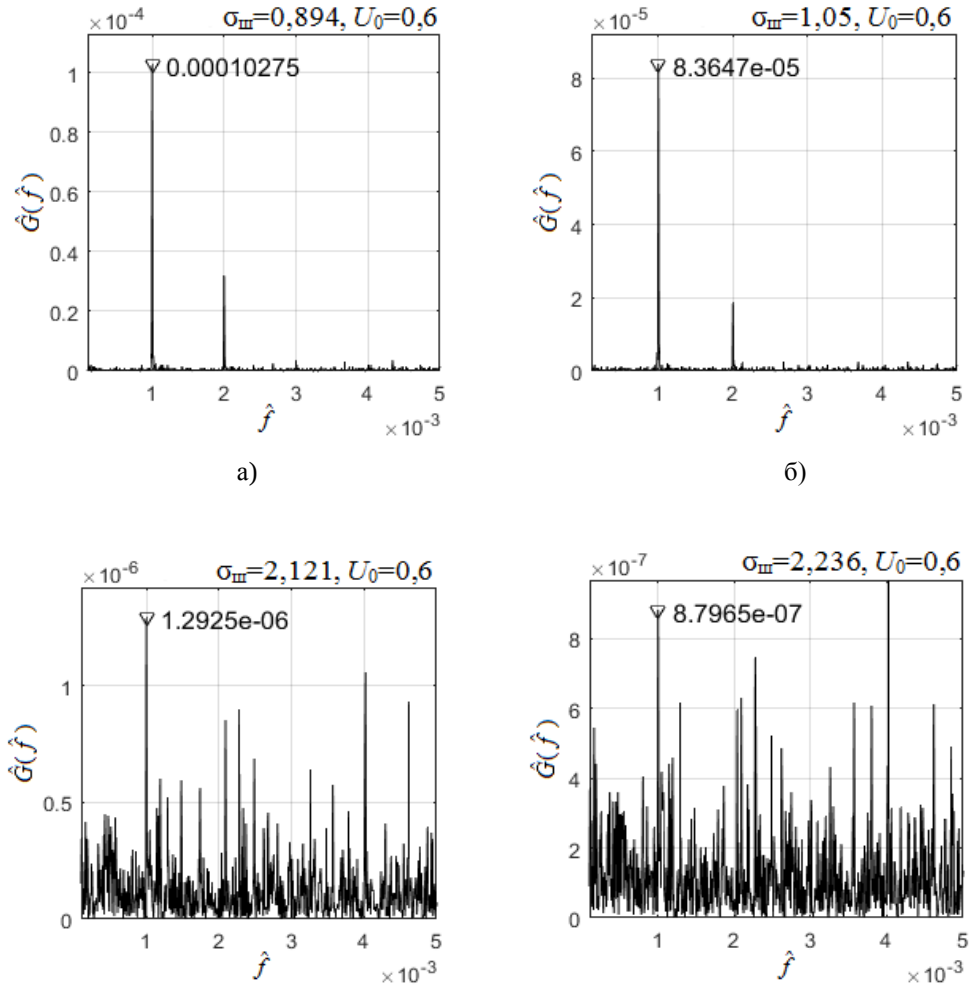
а) б)

в) г)

Рис. 6. Оценки спектральной плотности мощности

Сигнал $c(k\Delta t)$ представляет собой последовательность прямоугольных импульсов, поэтому наиболее интенсивная спектральная составляющая (не считая составляющей с нулевой частотой) имеет частоту входного регулярного сигнала $\hat{f}$ = 0,001. Данная спектральная составляющая на рисунках отмечена знаком треугольника. Кроме того, на рисунках показано численное значение ее уровня P_{1per}. Как можно видеть из рис. 6 – 7, значение P_{1per} меняется в зависимости от $\sigma_ш$. Например, при увеличении $\sigma_ш$ от 0,374 до 0,8944 значение P_{1per} возрастает (рис. 6 а – г, 7 а). При дальнейшем увеличении $\sigma_ш$ значение P_{1per} уменьшается (рис. 7б – г).

Так как в смеси (1а) присутствует шум, спектральная плотность мощности сигнала $c(k\Delta t)$ также будет содержать шумовые составляющие. Уровень шумовых составляющих $P_ш$ для заданного значения $\sigma_ш$ будем определять как максимальное значение спектральной плотности мощности в диапазоне частот $\hat{f} \in [0, 0,5]$ при исключении ее составляющих на частотах: $f_0/f_д = 0$; $f_0/f_д = 0,001$; $f_0/f_д = 0,002$; $f_0/f_д = 0,003$; $f_0/f_д = 0,004$. То есть гармоники на указанных частотах соответствуют спектру прямоугольных импульсов с частотой регулярного сигнала, а все остальные составляющие являются шумовыми. В терминах работы [4] величина $P_ш$ называется «шумовым основанием» [4].



а) б)

в) г)

Рис. 7. Оценки спектральной плотности мощности

Из содержания рис. 6 – 7 можно видеть, что соотношение $P_{1рег}/P_ш$ зависит от $\sigma_ш$. Для определенных значений $\sigma_ш$, например для $\sigma_ш = 0{,}8944$, $\sigma_ш = 1{,}05$ (рис. 7а – б), $P_{1рег}$ значительно превышает $P_ш$. При $\sigma_ш = 2{,}121$ и более $P_{1рег}$ становится сопоставимым с $P_ш$ (рис. 7 в – г). При $\sigma_ш = 2{,}236$ выполняется условие $P_{1рег} < P_ш$ и отделение спектральной составляющей на частоте регулярного сигнала от остальных составляющих спектра будет невозможно.

На рис. 8 приведен график зависимости соотношения $P_{1рег}/P_ш$ от интенсивности (энергии) шума на входе ЦФ с алгоритмом функционирования (5). На данном графике показаны кривые при разных значениях амплитуды входного сигнала.

Результаты исследования ЦФ записаны в таблице, в которой использованы следующие обозначения: $h_{вх}^2 = (\sigma_с^2)_{вх}/(\sigma_ш^2)_{вх}$ – отношение по мощности сигнал/шум на входе ЦФ; $(\sigma_с^2)_{вх} = U_0^2/2$ – энергия центрированного сигнала (2); $(\sigma_ш^2)_{вх} = \sigma_ш^2$. В работе [4] соотношние $P_{1рег}/P_ш$ рассматривается как соотношение сигнал/шум на выходе системы. Поэтому в таблице также используется обозначение $h_{вых}^2 = P_{1рег}/P_ш$ – отношение по мощности сигнал/шум на выходе ЦФ.

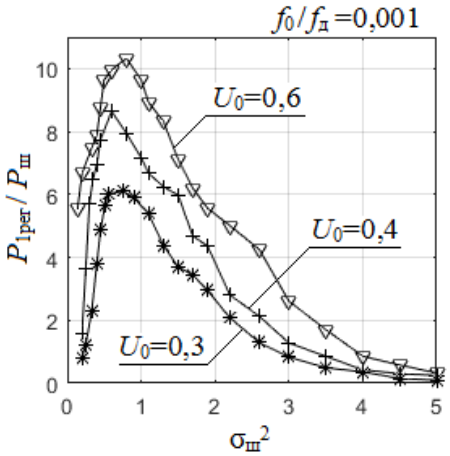


Рис. 8. Зависимости соотношения $P_{1рег}/P_ш$ от энергии шума на входе

Таблица

Результаты исследования ЦФ

	$σ_ш$	$(σ_ш^2)_{вх} = σ_ш^2$	$h_{вх}^2$	$h_{вых}^2 = P_{1рег}/P_ш$	$h_{вых}^2/h_{вх}^2$
U_0 = 0,6, $(σ_c^2)_{вх}$ = 0,180	0,447	0,20	0,900	6,669	7,4100
	0,574	0,33	0,545	7,477	13,7193
	0,894	0,80	0,225	10,328	45,9022
	1,050	1,10	0,164	8,921	54,3963
	2,236	5,00	0,036	0,329	9,1389
U_0 = 0,4, $(σ_c^2)_{вх}$ = 0,080	0,447	0,20	0,400	1,599	3,9975
	0,592	0,35	0,229	6,499	28,3000
	0,894	0,80	0,100	7,943	79,4300
	1,050	1,10	0,073	6,674	91,4247
	2,236	5,00	0,016	0,248	15,5000
U_0 = 0,3, $(σ_c^2)_{вх}$ = 0,045	0,447	0,20	0,225	0,804	3,5733
	0,574	0,33	0,136	2,277	16,7426
	0,866	0,75	0,060	6,102	101,7000
	1,050	1,10	0,041	5,386	131,3659
	2,236	5,00	0,009	0,097	10,7778

В таблице также представлен столбец с соотношением $h_{вых}^2/h_{вх}^2$, который наглядно демонстрирует, что ЦФ с алгоритмом функционирования (5) обеспечивает улучшение отношения сигнал/шум на выходе системы по сравнению с отношением сигнал/шум на её входе. В частности, для разных амплитуд U_0 регулярного сигнала можно видеть, что соотношение $h_{вых}^2/h_{вх}^2$ может изменяться в диапазоне от 3,5733 до 131,3659.

Выводы

1. Для значений амплитуды входного сигнала $U_0 \geq 1$ форма выходного сигнала цифрового фильтра будет изменена по сравнению с формой входного сигнала. Например, при воздействии гармонического сигнала выходной сигнал устройства будет иметь форму, близкую к импульсной.

2. В цифровом фильтре с алгоритмом (5) появляется эффект стохастического резонанса. При контроле эффекта наблюдается преодоление выходным сигналом системы заданного порога П при воздействии на него смеси полезного сигнала и шума. При этом порог не может быть преодолен при воздействии полезного сигнала или шума по отдельности.

3. Для цифрового фильтра с алгоритмом (5) существуют определенные значения отношения сигнал/шум на входе системы, при которых наблюдается возникновение эффекта стохастического резонанса.

4. Стохастический резонанс наступает при слабом сигнале, т.е. при малом отношении сигнал/шум на входе системы.

5. В результате моделирования получено улучшение отношения сигнал/шум на выходе системы более чем в 130 раз по сравнению с отношением сигнал/шум на её входе.

Список источников

1. *Вешкурцев Ю.М., Вешкурцев Н.Д., Титов Д.А.* Фильтрация в пространстве вероятностей аддитивной смеси нецентрированного квазидетерминированного сигнала и шума // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2018. № 3. С. 18–23.

2. *Вешкурцев Ю.М.* Прикладной анализ характеристической функции случайных процессов. М.: Радио и связь, 2003. 204 с.

3. *Titov D.A., Tabakova A.S., Yunkin I.V.* Amplitude-Frequency Characteristic of the Device for Measuring Estimates of the Characteristic Function of Signal // 2021 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics), Omsk, Russian Federation, November 09–11.2021. URL: https://doi.org/10.1109/Dynamics52735.2021.9653698 (date accessed: 19.03.2023).

4. *Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л.* Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка // Успехи физических наук. 1999. Т. 169, № 1. С. 7–38.

5. *Климонтович Ю.Л.* Что такое стохастическая фильтрация и стохастический резонанс? // Успехи физических наук. 1999. Т. 169, № 1. С. 39–47.

6. Matlab. Functions. Periodogram power spectral density estimate. The MathWorks. URL: https://ch.mathworks.com/help/signal/ref/periodogram.html?s_tid=doc_ta (date accessed: 19.03.2023).

7. *Шахтарин Б.И., Бурляев Д.В.* Сравнение методов оценки энергетического спектра // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2010. № 158. С. 37–43.

Информация об авторах

Вешкурцев Ю.М., д.т.н., профессор, зав. кафедрой
Титов Д.А., к.т.н., доцент
Табакова А.С., аспирантка

Information about the authors

Yu.M. Veshkurtsev, D.Sc. in Engineering Sciences, Professor, Head of Chair
D.A. Titov, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor
A.S. Tabakova, postgraduate

Статья поступила в редакцию 13.04.2023
Одобрена после рецензирования 24.03.2023
Принята к публикации 28.04.2023

The article was submitted 13.04.2023
Approved after reviewing 24.03.2023
Accepted for publication 28.04.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 38–46. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 38–46. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.391

Оценка помехоустойчивости обнаружителя шумоподобного сигнала при наличии эффекта Доплера в принимаемом сигнале

Андрей Иванович Мордовин
Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
a.i.mordovin@sozvezdie.su

Аннотация. *Проведен анализ работы схемы обнаружения при наличии эффекта Доплера в принимаемом ШПС сигнале. Проведена оценка помехоустойчивости при параллельном анализе спектра для устранения эффекта Доплера.*

Ключевые слова: *шумоподобный сигнал, обнаружитель, распределение Релея, распределение Райса, эффект Доплера, мажоритарный алгоритм.*

Evaluation of a noise-like signal detector noise immunity in the presence of Doppler effect in received signal

Andrey I. Mordovin
Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
a.i.mordovin@sozvezdie.su

Abstract. *The analysis of the detection circuit operation in the presence of Doppler effect in the received noise-like signal is carried out. The evaluation of noise immunity in parallel analysis of the spectrum to eliminate Doppler effect is conducted.*

Keywords: *noise-like signal, detector, Rayleigh distribution, Rice distribution, Doppler effect, majority algorithm.*

В радиолиниях широкое распространение получили шумоподобные сигналы (ШПС) прямого расширения спектра с фазовой манипуляцией на основе псевдослучайных последовательностей (ПСП). Работа радиолинии с ШПС сигналами требует обеспечения взаимной синхронизации передающей и приемной аппаратуры [1]. Для этого в системах специального назначения используется передаваемый синхросигнал в суммарном ШПС сигнале, который согласован с моментом передачи информационного сигнала, несущего передаваемую информацию.

В подвижных спутниковых системах (ГЛОНАСС), использующих ШПС сигнал, большое влияние на синхронизацию оказывает эффект Доплера. Например, для спутника, движущегося со скоростью 8 км/с и излучающего сигнал на частоте 1,5 ГГц, доплеровский сдвиг частоты может составлять ± ~40 кГц. Таким образом, происходит отклонение несущей частоты от номинального значения. Следовательно, при установлении синхронизации в подвижных системах необходимо применять методы компенсации эффекта Доплера.

Одним из методов является параллельный анализ спектра в заданном интервале изменения частоты, при этом схема обнаружителя представляет собой систему из N узкополосных фильтров с прилегающими частотными характеристиками. Возможный вариант одноканального обнаружителя ШПС с параллельным анализатором спектра представлен на рис. 1.

Анализ проводится для ШПС сигнала со следующими параметрами: T – период длительности ПСП; τ – длительность элементарного импульса ПСП; $\frac{T}{\tau} = B$ – число элементарных импульсов в периоде ПСП, которые характеризуются как база сигнала ШПС.

© Мордовин А.И., 2023

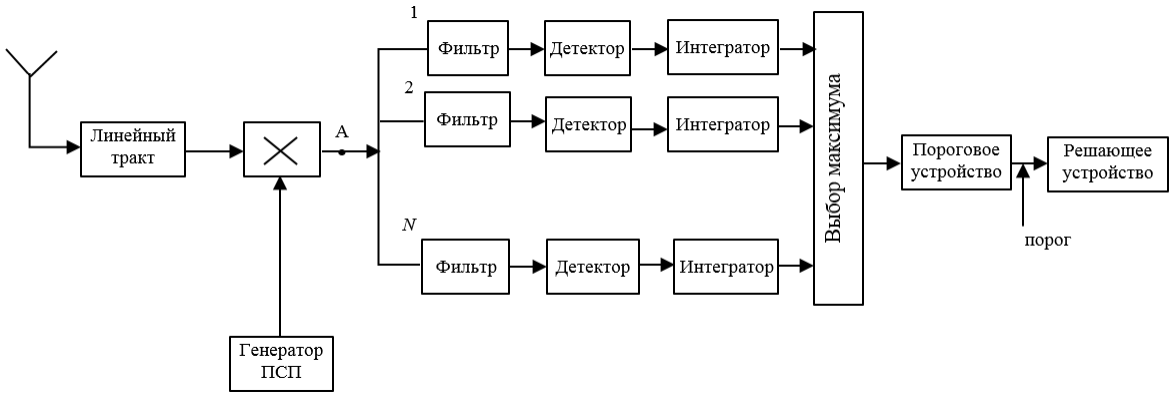


Рис. 1. Функциональная схема одноканального обнаружителя ШПС с параллельным анализатором спектра

Представленное устройство в режиме обнаружения работает следующим образом. Принятый сигнал поступает на вход корреляционного канала. В корреляционном канале принятый сигнал умножается на опорную копию ПСП. Результат перемножения входного сигнала на опорную копию ПСП поступает в точку А и далее – на N параллельных фильтров с полосой $\Delta f = 2/T$, а затем через детекторы – на интеграторы с временем интегрирования T. С выхода интеграторов сигнал поступает на схему выбора максимального сигнала, где из N приходящих сигналов выбирается максимальный, который и поступает на пороговое устройство. При наличии сигнала на выходе порогового устройства решающая схема останавливает перестройку опорной копии генератора ПСП и проводит дополнительные проверки в течение контрольного времени, длительность которого определяется выбранным алгоритмом. В настоящей работе рассмотрен мажоритарный алгоритм контрольной проверки, в котором используется факт превышения порога в g из m интервалов длительностью T, при этом полная длительность этапа контрольной проверки равна mT. По результатам анализа этапа контрольной проверки принимается окончательное решение об обнаружении сигнала.

Учитывая, что все фильтры имеют одинаковую полосу, можно считать, что сигналы на выходе каждого фильтра статистически независимы. Следовательно, имеем N независимых случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_n$ с плотностями распределения $W_1(X_1), W_2(X_2), \dots, W_n(X_n)$. Функция распределения величины $Z = max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ имеет вид [2]

$$F_z(x) = \prod_{i=1}^{N} F_i(x),$$

где $F_i(x) = \int_0^x W_i(y_i)dy_i$.

Плотность распределения величины $Z = max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ получается дифференцированием функции распределения $F_z(x)$ и имеет вид [2]

$$W_z(x) = \sum_{j=1}^{N} \frac{W_j(x)}{F_j(x)} \prod_{i=1}^{N} F_i(x). \quad (1)$$

Для N фильтров без сигнала плотность распределения на выходе схемы выбора максимума в соответствии с выражением (1) примет вид

$$W_z^1(x) = NW_1(x)F_1^{N-1}(x), \quad (2)$$

где $W_1(x)$ – плотность распределения шума на выходе интегратора.

Для случая, когда в $(N-1)$ фильтров сигнал отсутствует, а в одном канале есть сигнал, плотность распределения на выходе схемы выбора максимума в соответствии с выражением (1) примет вид

$$W_z^2(x) = (N-1)W_1(x)F_1^{N-2}(x)F_2(x) + \\ + W_2(x)F_1^{N-1}(x), \quad (3)$$

где $W_2(x)$ – плотность распределения смеси сигнала и шума на выходе интегратора.

Вероятность ложной тревоги на выходе порогового устройства с учетом величины плотности распределения выбора максимума из N фильтров в соответствии с выражением (2) можно представить в виде

$$P_{\text{лт}} = \int_{\eta}^{\infty} W_z^1(x)dx = \\ = \int_{\eta}^{\infty} NW_1(x)F_1^{N-1}(x)dx, \quad (4)$$

где η – порог, который обеспечивает требуемую вероятность ложной тревоги.

Вероятность пропуска сигнала на выходе порогового устройства с учетом величины плотности

распределения выбора максимума из N фильтров с учетом выражения (3) можно представить в виде

$$P_{\text{прм}} = \int_0^{\eta} W_z^2(x)dx = \\ = \int_0^{\eta}(N-1)W_1(x)F_1^{N-2}(x)F_2(x) + \\ + \int_0^{\eta} W_2(x)F_1^{N-1}(x). \quad (5)$$

За весь полный цикл проверки всех точек неопределенности ШПС сигнала вероятность ложной тревоги можно представить через вероятность ложной тревоги $(P_{\text{ЛТ}})$ в каждой точке неопределенности ШПС сигнала в виде

$$P_{\text{лтц}} = 1 - (1 - P_{\text{лт}})^B. \quad (6)$$

С учетом разложения по формуле Ньютона

$$(1-b)^B = \sum_{i=0}^{B}(-1)^B C_B^i b^i \approx 1 - Bb \quad (7)$$

вероятность ложной тревоги за полный цикл с учетом выражения (7) можно представить в виде

$$P_{\text{лтц}} = 1 - (1 - P_{\text{лт}})^B \approx BP_{\text{лт}}. \quad (8)$$

Для мажоритарного алгоритма вероятность ложного $\left(P_{\text{лт}}^{g\to m}\right)$ и правильного обнаружения $\left(P_{\text{об}}^{g\to m}\right)$ на этапе контрольной проверки длительностью mT определяется формулой Бернулли и имеет вид [2]

$$P_{\text{лт}}^{g\to m} = \sum_{i=g}^{m} C_m^i P_{\text{лт}}^i (1 - P_{\text{лт}})^{m-i} \ ; \quad (9)$$

$$P_{\text{об}}^{g\to m} = \sum_{i=g}^{m} C_m^i P_{\text{об}}^i (1 - P_{\text{об}})^{m-i} = \\ = \sum_{i=g}^{m} C_m^i P_{\text{прм}}^{m-i} (1 - P_{\text{прм}})^i, \quad (10)$$

где C_m^i – число сочетаний из m по i; $P_{\text{прм}}$ – вероятность пропуска сигнала.

Вероятность ложной тревоги $\left(P_{\text{лтцк}}^{g\to m}\right)$ за полный цикл всех B точек неопределенности ШПС сигнала, с учетом рассматриваемого алгоритма контрольной проверки, можно представить в виде

$$P_{\text{лтцк}}^{g\to m} = P_{\text{лтц}} P_{\text{лт}}^{g\to m} = \\ = BP_{\text{лт}} \sum_{i=g}^{m} C_m^i P_{\text{лт}}^i (1 - P_{\text{лт}})^{m-i}. \quad (11)$$

Вероятность пропуска сигнала $\left(P_{\text{прмк}}^{g\to m}\right)$, с учетом рассматриваемого алгоритма контрольной проверки, при совпадении приходящего сигнала и опорной копии можно представить в виде

$$P_{\text{прмк}}^{g\to m} = 1 - P_{\text{об}} P_{\text{об}}^{g\to m} = \\ = 1 - \left[1 - P_{\text{прм}}\right] \sum_{i=g}^{m} C_m^i P_{\text{прм}}^{m-i} \left(1 - P_{\text{прм}}\right)^i. \quad (12)$$

При отсутствии на входе полезного сигнала полный цикл времени проверки всех точек неопределенности ШПС можно представить в виде

$$T_{\text{ц}} = BT + \Delta, \quad (13)$$

где Δ – время контрольных проверок.

Так как время контрольных проверок можно представить в виде $\Delta = BP_{\text{лт}}mT$, полный цикл времени проверок всех точек неопределенности имеет вид

$$T_{\text{ц}} = BT + BP_{\text{лт}}mT. \quad (14)$$

Вероятность ложной тревоги для приемного устройства задается в виде ложной тревоги за час работы ($P_{\text{лтч}}$) в режиме обнаружения сигнала. Вероятность ложной тревоги за час работы можно представить в виде

$$P_{\text{лтч}} = 1 - \left(1 - P_{\text{лтцк}}^{g\to m}\right)^M \approx MP_{\text{лтцк}}^{g\to m}, \quad (15)$$

где $M = \frac{3600}{T_{\text{ц}}}$.

Учитывая малое значение $BP_{\text{лт}}mT$, время полного цикла можно представить в виде

$$T_{\text{ц}} \approx BT. \quad (16)$$

Тогда с учетом (15) и (16)

$$P_{\text{лтцк}}^{g\to m} = \frac{P_{\text{лтч}}BT}{3600}. \quad (17)$$

При наличии только шума на входе приемника плотность распределения на выходе интегратора каждого фильтра определяется законом Релея [3]:

$$W_1(x) = \frac{x}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (18)$$

где σ^2 – дисперсия шума.

Отсюда

$$F_1^{N-1}(x) = \left[\int_0^x \frac{y}{\sigma^2}\exp(-\frac{y^2}{2\sigma^2})dy\right]^{N-1} = \\ = \sum_{v=0}^{N-1}(-1)^v C_{N-1}^v \, exp\left(-\frac{vx^2}{2\sigma^2}\right). \quad (19)$$

С учетом выбора максимума из N фильтров вероятность ложной тревоги на выходе порогового устройства можно представить в виде

$$P_{\text{лт}} = \int_{\eta}^{\infty} W_z^1(x)dx = \int_{\eta}^{\infty} NW_1(x)F_1^{N-1}(x)dx = \int_{\eta}^{\infty} N\frac{x}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)\sum_{v=0}^{N-1}(-1)^v C_{N-1}^v \, exp\left(-\frac{vx^2}{2\sigma^2}\right) dx = \\ = \sum_{v=0}^{N-1}(-1)^v C_{N-1}^v \, N \int_{\eta}^{\infty} \frac{x}{\sigma^2} exp\left(-\frac{(v+1)x^2}{2\sigma^2}\right) dx. \quad (20)$$

Проведем замену $y = \frac{x}{\sigma}$, $\sigma dy = dx, \eta_н = \frac{\eta}{\sigma}$ – нормированный порог. Тогда

$$P_{лт} = \int_{\eta_x}^{\infty} Nyexp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\sum_{v=0}^{N-1}(-1)^v C_{N-1}^v \exp\left(-\frac{vy^2}{2}\right)dy = \\ = \sum_{v=0}^{N-1}(-1)^v C_{N-1}^v N \int_{\eta_x}^{\infty} yexp\left(-\frac{(v+1)y^2}{2}\right)dy = \\ = \sum_{v=0}^{N-1}(-1)^v C_{N-1}^v \frac{N}{v+1} exp\left(-\frac{(v+1)\eta_x{}^2}{2}\right) \approx Nexp\left(-\frac{\eta_x{}^2}{2}\right). \quad (21)$$

Из выражения (21) получим

$$\eta_н = \sqrt{2(lnN) - 2\ln(P_{лт})}. \quad (22)$$

При контрольной проверке по алгоритму превышения порога в 2-х из 3-х интервалов T на длительности этапа контрольной проверки $3T$ вероятность ложной тревоги $P_{лтцк}^{2\to3}$ за полный цикл всех B точек неопределенности ШПС сигнала с учетом (11) можно представить в виде

$$P_{лтцк}^{2\to3} = BP_{лт}\sum_{i=2}^{3} C_3^i P_{лт}^i (1-P_{лт})^{3-i} \approx 3BP_{лт}{}^3. \quad (23)$$

Из (23) получаем

$$P_{лт} = \left(\frac{P_{лтцк}^{2\to3}}{3B}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (24)$$

С учетом (17) величину можно представить в виде

$$P_{лт} = \left(\frac{P_{лтч}T}{3\times3600}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (25)$$

Тогда с учетом (22) и (25) величина нормированного порога будет иметь вид

$$\eta_н{}^{2\to3} = \sqrt{2(lnN) - 2\ln(P_{лт})} = \\ = \sqrt{2(lnN) - \frac{2}{3}\left(ln\frac{P_{лтч}\times T}{3\times3600}\right)}. \quad (26)$$

При контрольной проверке по алгоритму наличия превышения порога в 3-х из 3-х интервалов T на длительности этапа контрольной проверки $3T$ вероятность ложной тревоги $P_{лтцк}^{3\to3}$ за полный цикл всех B точек неопределенности ШПС с учетом (11) можно представить в виде

$$P_{лтцк}^{3\to3} = BP_{лт}\sum_{i=3}^{3} C_3^i P_{лт}^i (1-P_{лт})^{3-i} \approx BP_{лт}{}^4. \quad (27)$$

Из (27) получаем

$$P_{лт} = \left(\frac{P_{лтцк}^{3\to3}}{B}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (28)$$

С учетом (17) величину можно представить в виде

$$P_{лт} = \left(\frac{P_{лтч}T}{3600}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (29)$$

Тогда с учетом (22) и (29) величина нормированного порога будет иметь вид

$$\eta_н{}^{3\to3} = \sqrt{2(lnN) - 2\ln(P_{лт})} = \\ = \sqrt{2(lnN) - \frac{1}{2}\left(ln\frac{P_{лтч}\times T}{3600}\right)}. \quad (30)$$

При контрольной проверке по алгоритму наличия превышения порога в 3-х из 5-ти интервалов T на длительности этапа контрольной проверки $5T$ вероятность ложной тревоги $P_{лтцк}^{3\to5}$ за полный цикл всех В точек неопределенности ШПС с учетом (6) можно представить в виде

$$P_{лтцк}^{3\to5} = BP_{лт}\sum_{i=3}^{5} C_5^i P_{лт}^i (1-P_{лт})^{5-i} \approx 10BP_{лт}{}^4. \quad (31)$$

Из (31) получаем

$$P_{лт} = \left(\frac{P_{лтцк}^{3\to5}}{10B}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (32)$$

С учетом (17) величину можно представить в виде

$$P_{лт} = \left(\frac{P_{лтч}T}{10\times3600}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (33)$$

Тогда с учетом (22) и (33) величина нормированного порога будет иметь вид

$$\eta_н{}^{3\to5} = \sqrt{2(lnN) - 2\ln(P_{лт})} = \\ = \sqrt{2(lnN) - \frac{1}{2}\left(ln\frac{P_{лтч}\times T}{10\times3600}\right)}. \quad (34)$$

При контрольной проверке по алгоритму наличия превышения порога в 5-ти из 5-ти интервалов T на длительности этапа контрольной проверки $5T$ вероятность ложной тревоги $P_{лтцк}^{5\to5}$ за полный цикл всех B точек неопределенности ШПС с учетом (11) можно представить в виде

$$P_{лтцк}^{5\to5} = BP_{лт}\sum_{i=3}^{5} C_5^i P_{лт}^i (1-P_{лт})^{5-i} \approx BP_{лт}{}^6. \quad (35)$$

Из (35) получаем

$$P_{лт} = \left(\frac{P_{лтцк}^{5\to5}}{B}\right)^{\frac{1}{6}}. \quad (36)$$

С учетом (17) величину можно представить в виде

$$P_{\text{лт}} = \left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3600}\right)^{\frac{1}{6}}. \quad (37)$$

Тогда с учетом (22) и (37) величина нормированного порога будет иметь вид

$$\eta_{\text{н}}{}^{5\to5} = \sqrt{2(lnN) - 2\ln(P_{\text{лт}})} = \sqrt{2(lnN) + \frac{1}{3}(ln\frac{P_{\text{лтч}}\times T}{3600})}. \quad (38)$$

При наличии сигнала и шума на входе приемника плотность распределения определяется законом Райса [3]:

$$W_1(x) = \frac{x}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)I_0\left(\frac{xA}{\sigma^2}\right), \quad (39)$$

где σ^2 – дисперсия шума, A – амплитуда сигнала, $I_0\left(\frac{xA}{\sigma^2}\right)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

С учетом выбора максимума из N каналов вероятность пропуска сигнала на выходе порогового устройства можно представить в виде

$$P_{\text{прм}} = \int_0^{\eta_{\text{н}}} W_z^2(x)dx = \int_0^{\eta_{\text{н}}}(N-1)W_1(x)F_1^{N-2}(x)F_2(x) + \int_0^{\eta_{\text{н}}} W_2(x)F_1^{N-1}(x) =$$
$$= \int_0^{\eta_{\text{н}}}(N-1)x\sum_{v=0}^{N-2}(-1)^v C_{N-2}^v\, exp\left(-\frac{(v+1)x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx +$$
$$+\int_0^{\eta}\sum_{v=0}^{N-1}(-1)^v C_{N-1}^v \exp\left(-\frac{vx^2}{2}\right)xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx, \quad (40)$$

где $h^2 = \frac{A^2}{2\sigma^2}$.

Для упрощения выражения используем только первые члены сумм при $v = 0$, в результате чего получим

$$P_{\text{прм}} = (N-1)\int_0^{\eta_{\text{н}}} xexp(-\frac{x^2}{2})\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx +$$
$$+\int_0^{\eta_{\text{н}}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx. \quad (41)$$

При контрольной проверке по алгоритму наличия превышения в 2-х из 3-х интервалов T на длительности этапа контрольной проверки $3T$ вероятность пропуска $P_{\text{прмк}}^{2\to3}$ с учетом (12) можно представить в виде

$$P_{\text{прмк}}^{2\to3} = 1 - \left[1 - P_{\text{прм}}\right]\sum_{i=2}^{3} C_3^i P_{\text{прм}}^{3-i}\left(1 - P_{\text{прм}}\right)^i \approx P_{\text{прм}}^{2\to3} + 3\left(P_{\text{прм}}^{2\to3}\right)^2. \quad (42)$$

Тогда с учетом (26) и (41) получаем

$$P_{\text{прм}}^{2\to3} = (N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{2}{3}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx +$$
$$+\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{2}{3}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx +$$
$$+3\left((N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{2}{3}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx\right)^2 +$$
$$+6\left((N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{2}{3}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx\right)\times$$
$$\times\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{2}{3}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx +$$

$$+3\left(\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{2}{3}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx\right)^2. \quad (43)$$

При контрольной проверке по алгоритму наличия превышения в 3-х из 3-х интервалов T на длительности этапа контрольной проверки $3T$ с учетом (12) вероятность пропуска $P_{\text{прмк}}^{3\to3}$ можно представить в виде

$$P_{\text{прмк}}^{3\to3} = 1-\left[1-P_{\text{прм}}\right]\sum_{i=3}^{3} C_3^i P_{\text{прм}}^{3-i}\left(1-P_{\text{прм}}\right)^i \approx 4P_{\text{прм}}^{3\to3}. \quad (44)$$

Тогда с учетом (30) и (41) получаем

$$P_{\text{прм}}^{3\to3} = 4(N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3600})}} xexp(-\frac{x^2}{2})\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx +$$
$$+4\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln(\frac{P_{\text{лтч}}T}{3600})}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx. \quad (45)$$

При контрольной проверке по алгоритму наличия превышения в 3-х из 5-ти интервалов T на длительности этапа контрольной проверки $5T$ с учетом (12) вероятность пропуска $P_{\text{прмк}}^{3\to5}$ можно представить в виде

$$P_{\text{прм}}^{3\to5} = 1-\left[1-P_{\text{прм}}\right]\sum_{i=3}^{5} C_5^i P_{\text{прм}}^{5-i}\left(1-P_{\text{прм}}\right)^i \approx P_{\text{прм}}^{3\to5} + 10\left(P_{\text{прм}}^{3\to5}\right)^3. \quad (46)$$

Тогда с учетом (34) и (41) получаем

$$P_{\text{прмк}}^{3\to5} = (N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln(\frac{P_{\text{лтч}}T}{10\times3600})}} xexp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx +$$
$$+\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln(\frac{P_{\text{лтч}}T}{10\times3600})}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx+$$
$$+10\left[(N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{10\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx\right]^3 +$$
$$+30\left((N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{10\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx\right)^2\times$$
$$\times\left(\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln(\frac{P_{\text{лтч}}T}{10\times3600})}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx\right)+$$
$$+30\left((N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}T}{10\times3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx\right)\times$$
$$\times\left(\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln(\frac{P_{\text{лтч}}T}{10\times3600})}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx\right)^2+$$
$$+10\left(\int_0^{\sqrt{2(lnN)-\frac{1}{2}ln(\frac{P_{\text{лтч}}T}{10\times3600})}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx\right)^3. \quad (47)$$

При контрольной проверке по алгоритму наличия превышения в 5-ти из 5-ти интервалов T на длительности этапа контрольной проверки $5T$ с учетом (7) вероятность пропуска $P_{\text{прмк}}^{5\to5}$ можно представить в виде

$$P_{\text{прмк}}^{5\to5} = 1 - \left[1 - P_{\text{пр}}\right]\sum_{i=5}^{5} C_5^i P_{\text{пр}}^{5-i}\left(1 - P_{\text{пр}}\right)^i \approx 6P_{\text{прм}}^{5\to5}. \quad (48)$$

Тогда с учетом (38) и (41) получаем

$$P_{\text{прм}}^{5\to5} = 6(N-1)\int_0^{\sqrt{2(lnN)+\frac{1}{3}\ln\left(\frac{P_{\text{лтч}}\times T}{3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\int_0^x yexp\left(-\frac{y^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}yh\right)dydx +$$
$$+6\int_0^{x\sqrt{2(lnN)+\frac{1}{3}\left(\frac{P_{\text{лтч}}\times T}{3600}\right)}} xexp\left(-\frac{x^2+2h^2}{2}\right)I_0\left(\sqrt{2}xh\right)dx. \quad (49)$$

Будем считать, что скорость передачи равна $1/T$. Для наглядности полученного результата проведены расчеты, которые представлены в табл. 1–3 и на рис. 2–5 при различных значениях параметров.

Таблица 1

Зависимость вероятности пропуска сигнала с учетом алгоритма контрольных проверок 2-3; 3-3; 3-5; 5-5 при N = 1, T = 0,001 с (при скорости передачи 1000 бит/с)

	$P_{\text{ЛТЧ}} = 10^{-2}$ T = 0,001 N = 1			
$P_{\text{прк}}$= 10^{-1}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 10,98	h^2 = 10,91	h^2 = 10,08	h^2 = 10,13
$P_{\text{прк}}$= 10^{-2}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 12,47	h^2 = 12,27	h^2 = 11,81	h^2 = 11,56
$P_{\text{прк}}$= 10^{-3}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 13,52	h^2 = 13,24	h^2 = 12,96	h^2 = 12,56

Таблица 2

Зависимость вероятности пропуска сигнала с учетом алгоритма контрольных проверок 2-3; 3-3; 3-5; 5-5 при N = 20, T = 0,001 с (при скорости передачи 1000 бит/с)

	$P_{\text{ЛТЧ}} = 10^{-2}$ T = 0,001 N = 20			
$P_{\text{прк}}$= 10^{-1}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 13,0	h^2 = 12,0	h^2 = 12,52	h^2 = 12,04
$P_{\text{прк}}$= 10^{-2}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 14,15	h^2 = 13,21	h^2 = 13,78	h^2 = 13,2
$P_{\text{прк}}$= 10^{-3}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 14,9	h^2 = 14,17	h^2 = 14,54	h^2 = 14,08

Таблица 3

Зависимость вероятности пропуска сигнала с учетом алгоритма контрольных проверок 2-3; 3-3; 3-5; 5-5 при N = 40, T = 0,001 с (при скорости передачи 1000 бит/с)

	$P_{\text{ЛТЧ}} = 10^{-2}$ T = 0,001 N = 40			
$P_{\text{прк}}$= 10^{-1}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 13,11	h^2 = 12,32	h^2 = 12,75	h^2 = 12,5
$P_{\text{прк}}$= 10^{-2}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 14,2	h^2 = 13,48	h^2 = 14,01	h^2 = 13,52
$P_{\text{прк}}$= 10^{-3}	2-3	3-3	3-5	5-5
	h^2 = 15,17	h^2 = 14,22	h^2 = 14,86	h^2 = 14,25

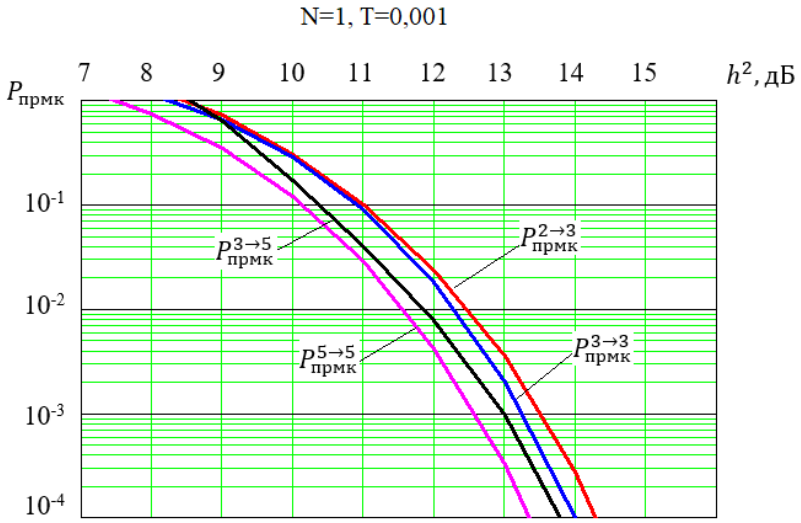


Рис. 2. Графики зависимости вероятности пропуска сигнала с учетом алгоритма контрольных проверок 2-3; 3-3; 3-5; 5-5 при $N = 1$ и $T = 0{,}001$ с

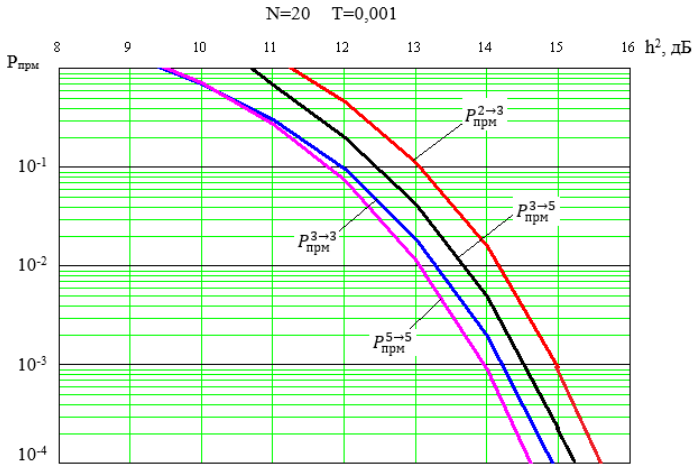


Рис. 3. Графики зависимости вероятности пропуска сигнала с учетом алгоритма контрольных проверок 2-3; 3-3; 3-5; 5-5 при $N = 20$ и $T = 0{,}001$ с

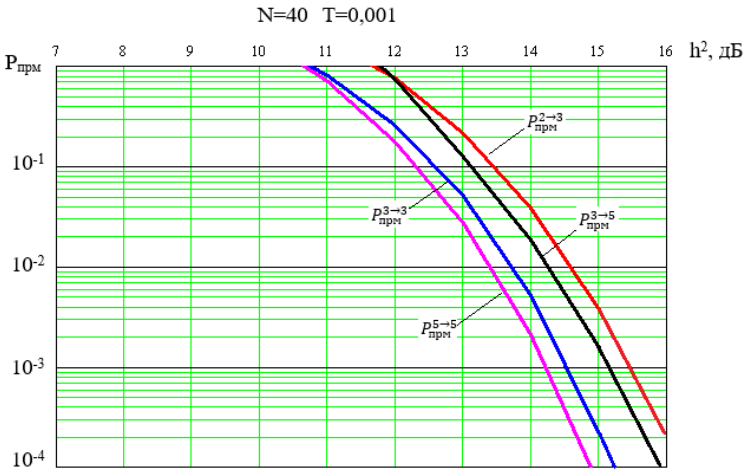


Рис. 4. Графики зависимости вероятности пропуска сигнала с учетом алгоритма контрольных проверок 2-3; 3-3; 3-5; 5-5 при $N = 40$ и $T = 0{,}001$ с

Вывод

Результаты, полученные для $N = 1$, показывают зависимость вероятности пропуска сигнала схемой обнаружения при отсутствии в принимаемом сигнале эффекта Доплера. При наличии эффекта Доплера в принимаемом сигнале и использовании при обнаружении ШПС сигнала параллельного анализатора спектра имеет место ухудшение помехоустойчивости при контрольной проверке 5-5 для $P_{\text{прмк}} = 10^{-3}$ 1,5 дБ для $N = 20$ и 1,8 дБ для $N = 40$ по сравнению с вариантом отсутствия эффекта Доплера.

Список источников

1. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Сов. радио, 1985. 384 с.

2. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.Ф.* Теория вероятностей. М.: Наука, 1973.

3. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио,1966. 680 с.

4. *Тузов Г.И.* Статистическая теория приема сложных сигналов. М.: Сов. радио, 1977. 400 с.

5. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1986.

Информация об авторе

А.И. Мордовин, начальник сектора

Information about the author

A.I. Mordovin, head of the sector

Статья поступила в редакцию 11.05.2023
Одобрена после рецензирования 15.05.2023
Принята к публикации 18.05.2023

The article was submitted 11.05.2023
Approved after reviewing 15.05.2023
Accepted for publication 18.05.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 47–53. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 47–53. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.396

Применение компьютерных методов моделирования эффективной площади рассеяния

А.В. Володько[1], **А.Р. Гаврилов**[2], **М.О. Енговатов**[3], **Е.А. Ищенко**[4], **Н.Б. Смольянов**[5], **С.М. Фёдоров**[6]
[1-6]Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия
[5]Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
[1]zavlabvgtu@mail.ru, [2]a-gawrilov992016@yandex.ru, [3]engovatov01@mail.ru, [4]kursk1998@yandex.ru,
[5]smolyanov1998@mail.ru, [6]fedorov_sm@mail.ru

Аннотация. *Рассматриваются методы электродинамического моделирования диаграмм обратного рассеяния простых тел (картины ЭПР). Для анализа задачи приводится математическое описание метода Вейланда в электродинамике, метода моментов, асимптотического метода. Для оценки эффективности и точности методов производилось сравнение результатов моделирования с аналитическим расчетом для простых тел – проводящей пластины и цилиндра. Полученные результаты показывают высокую точность и эффективность компьютерных методов моделирования, при этом использование специальных алгоритмов расчета крупных объектов позволяет значительно повысить скорость и эффективность моделирования. Для рассматриваемых задач приводится время моделирования задачи, число сеток при выполнении расчетов.*

Ключевые слова: *эффективная площадь рассеяния (ЭПР), метод Вейланда, интегральный метод в электродинамике, асимптотический метод в электродинамике.*

Application of computer methods of modeling the radar cross section

A.V. Volodko, A.R. Gavrilov, M.O. Engovatov, E.A. Ishchenko, N.B. Smolyanov, S.M. Fedorov
[1-6]Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia
[5]Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
[1]zavlabvgtu@mail.ru, [2]a-gawrilov992016@yandex.ru, [3]engovatov01@mail.ru, [4]kursk1998@yandex.ru,
[5]smolyanov1998@mail.ru, [6]fedorov_sm@mail.ru

Abstract. *The methods of electrodynamic modeling of the backscattering diagram of simple bodies (RCS patterns) are considered. Mathematical description of Weiland method in electrodynamics, method of moments and asymptotic method is given to analyze the problem. Modeling results were compared to analytical calculation for simple bodies – conductive plate and a cylinder – to evaluate the efficiency and accuracy of the methods. Obtained results show high efficiency and accuracy of computer simulation methods, yet the use of special algorithms for calculating large objects can significantly increase the speed and efficiency of modelling. For considered problems, the simulation time and the number of grids when performing calculations are given.*

Keywords: *Radar Cross Section (RCS), Weiland method, integral methods in electrodynamics, asymptotic methods in electrodynamics.*

Исследование характеристик эффективной площади рассеяния (ЭПР) является важной и актуальной задачей в современных радиолокационных системах. Для одних задач требуется понижать уровень ЭПР – стелс-технология, для других обеспечение высоких уровней – гражданская авиация. Но стоит отметить возникающую проблему, которая заключается в определении характеристик ЭПР сложных тел. Аналитически возможно оценить только характеристики для простых тел – металлический шар, проводящая пла-

© Володько А.В., Гаврилов А.Р., Енговатов М.О., Ищенко Е.А., Смольянов Н.Б., Фёдоров С.М., 2023

стина, диск и другие; при этом для определения характеристик сложных тел необходимо использовать натурные эксперименты или современные системы электродинамического моделирования. Особенностью большинства систем является реализация нескольких способов вычислений в частотных и временных областях, при этом ряд способов изначально специально разрабатывались для вычислений на больших объектах. В настоящей работе будут рассматриваться методы расчета характеристик ЭПР с использованием CST Studio 2023 и сравнение результатов моделирования с аналитическим расчетом. Рассмотрим методы моделирования характеристик ЭПР, которые реализованы в CST Studio.

Методы моделирования эффективной площади рассеяния в CST Studio

Описание методов моделирования начнем с базового определения эффективной площади рассеяния в аналитическом виде:

$$\sigma = \frac{P_r}{P_t A^2} 4\pi r^4 \lambda^2, \qquad (1)$$

где λ – длина волны, м; A – апертура антенны (ее эффективная площадь), м^2; r – расстояние от антенны до цели, м; P_r – мощность, которую примет антенна, Вт; P_t – мощность, которую излучит антенна, Вт.

Таким образом, чтобы получить значения ЭПР, требуется определить характеристики электромагнитных волн, которые будут отражены от объектов. Для расчета характеристик электромагнитных волн при моделировании ЭПР в CST Studio реализовано три основных метода: T-вычислитель (метод Вейланда), который обеспечивает стабильную работу до 100 длин волн; I-вычислитель (интегральный вычислитель на основе метода моментов), который обеспечивает расчеты от 10 до 1000 длин волн; A-вычислитель (асимптотический вычислитель), который обеспечивает расчеты от 50 до 10000 длин волн.

Рассмотрение методов моделирования характеристик электромагнитных волн начнем с метода, который был предложен T. Вейландом [1]. Этот метод реализован в T-вычислителе и основан на уравнениях Максвелла в интегральной форме:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}; \quad \oint_l \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \right) d\vec{s}, \qquad (2)$$

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{s} = \iiint_V \rho dV; \quad \oiint_S \vec{B} d\vec{s} = 0. \qquad (3)$$

Так как расчет интегралов напрямую затруднен, происходит разделение расчетной области на ячейки с двумя сетками: первичной и вторичной (ортогональна первичной). Так как проводящие материалы вызывают отражения волн, то для учета всех характеристик выполняется уплотнение сеток, что позволяет обеспечить оптимизацию при проведении расчётов. На основе полученных сеток производится дискретизация уравнений Максвелла для граней ячеек:

$$\oint_{\partial A} \vec{E}(\vec{r},t) d\vec{s} = -\iint_A \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r},t) d\vec{A} \quad \forall A \in R^3. \qquad (4)$$

Пример ячейки дискретизации приводится на рис. 1.

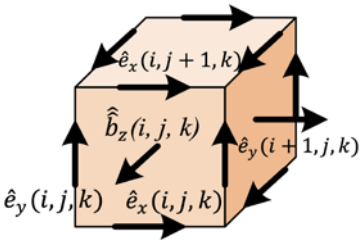


Рис. 1. Ячейка дискретизации с указаниями электрических напряжений $\hat{e}$ и магнитных потоков $\hat{\hat{b}}$

На основе такой ячейки уравнение (4) может быть заменено обыкновенным дифференциальным уравнением вида

$$\hat{e}_x(i,j,k) + \hat{e}_y(i+1,j,k) - \hat{e}_x(i,j+1,k) - \hat{e}_y(i,j,k) = -\frac{d}{dt} \hat{\hat{b}}_z(i,j,k). \qquad (5)$$

Если выполнить такую замену для каждой ячейки, то результаты расчета могут быть заключены в матрицу:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dots & \dots & & \dots & \\ 1 & \dots & 1 & \dots & -1 & \dots & -1 \\ \dots & \dots & & \dots & \end{pmatrix}}_{C} \underbrace{\begin{pmatrix} \hat{e}_{n1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{e}_{n2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{e}_{n3} \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{e}_{n4} \end{pmatrix}}_{\hat{e}} = -\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{\hat{b}}_n \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}}_{\hat{\hat{b}}}. \qquad (6)$$

Применив полученные выражения к правилу Ампера для вторичной сетки, можно получить дискретный оператор циркуляции $\widetilde{C}$. Аналогично получаем дискретные уравнения дивергенции в виде операторов $\widetilde{S}$ и S. В результате этого будут получены дискретные уравнения Максвелла в виде

$$Ce = -\frac{\partial}{\partial t} b;\ \widetilde{C}h = \frac{\partial}{\partial t} d + j\,, \tag{7}$$

$$\widetilde{S}d = q;\ Sb = 0. \tag{8}$$

Полученный метод обладает высокой точностью расчетов, однако из-за больших объемов сеток вычисления будут занимать большое время. При этом для точного расчета моностатической ЭПР необходимо пошаговое моделирование с измерением волны с шагом в 1 градус или менее.

Другим методом определения характеристик электромагнитных волн при расчете ЭПР является метод интегральных уравнений (МоМ – метод моментов) [2]. При выполнении такого расчета происходит дискретизация поверхности объектов, что значительно повышает скорость расчетов, однако для электрически крупных объектов такой метод не является полностью эффективным, поэтому дополнительно применяется многоуровневый мультипольный метод (MLFMM). При моделировании выполняется два этапа: композиция (независимый расчет каждого блока в сетке), декомпозиция (расчет взаимного влияния). Таким образом, формируется иерархическая структура, которая позволяет оптимизировать процесс расчета электромагнитных волн. Графическое представление сеточного разбиения приводится на рис. 2.

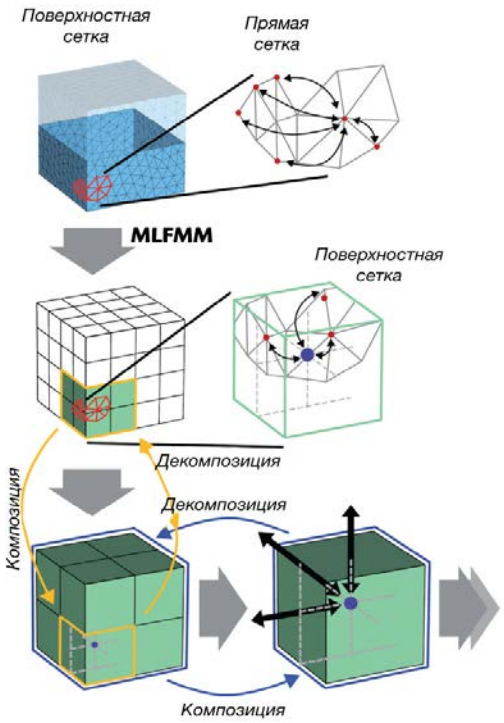


Рис. 2. Формирование сетки в методе моментов

Таким образом, данный метод является эффективным для расчета электромагнитного поля на основе интегральных уравнений с неизвестными наводимыми токами *J(r)*. Полученные уравнения решаются на основе матричной дискретизации МоМ. Для решения выполняются итерации до достижения требуемой точности. При решении рассматривается уравнение электрического поля (EFIE), которое имеет вид

$$E^{inc} = f_E\left(J^E, J^M\right), \tag{9}$$

где E^{inc} – падающее электрическое поле; J^E и J^M – плотности электрического и магнитного токов.

Далее на основе полученных сеточных разбиений формируется интервальное уравнение магнитного поля (MFIE), которое имеет вид

$$H^{inc} = f_M\left(J^E, J^M\right), \qquad (10)$$

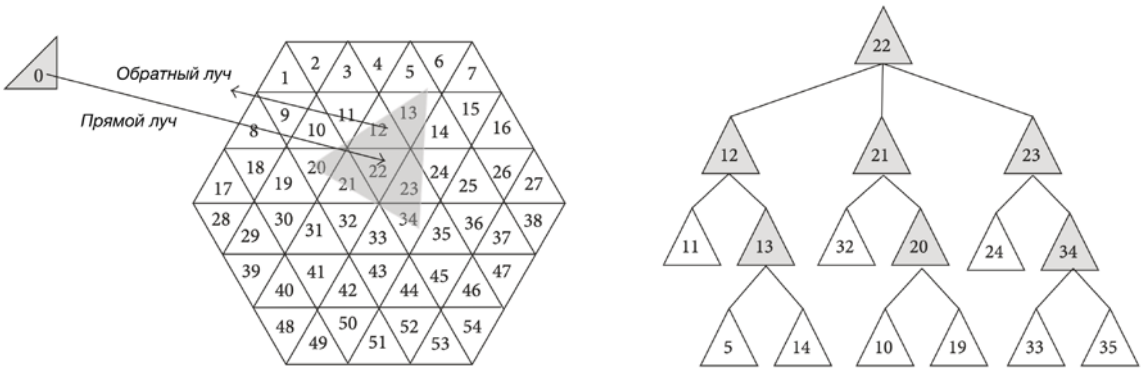
где H^{inc} – падающее магнитное поле; J^E и J^M – плотности электрического и магнитного токов.

Далее на основе приведенных выше выражений формируются уравнения комбинированного поля (CFIE):

$$CFIE = \alpha \cdot EFIE + (1-\alpha)W \cdot MFIE, \qquad (11)$$

где W – собственное сопротивление среды; $\alpha = 0{,}2$ является оптимальным при расчетах. Далее полученные характеристики поля рассчитываются на сеточных компонентах, что позволяет обеспечить расчет полей на больших структурах с высокой эффективностью.

Еще одним востребованным методом расчетов характеристик электромагнитных волн является метод геометрической дифракции и физической оптики (SBR, асимптотические методы в электродинамике) [3]. При выполнении расчетов этим методом объект облучения формируется в виде полудетерминированной поверхности (SDFM), которая построена на основе модели Монте-Карло, а рассеянные волны описываются теорией Брэгга. Для повышения точности расчетов и их скорости используется гибридизация методов на основе геометрической оптики (GO) и физической оптики (PO), а также их взаимодействии с SDFM. Далее производится трассировка лучей (SBR), для которых отслеживаются углы падения и отражения. Использование SDFM позволяет уменьшить число плоскостей расчета, а также сформировать K-d дерево для отслеживания пути луча. На рис. 3 приводится геометрия двунаправленной трассировки лучей и бинарное дерево.



а) б)

Рис. 3. Процедура работы метода SBR: а – геометрия трассировки лучей; б – бинарное дерево

При расчете предполагается, что серая область – зона засвета при падении волны. Далее осуществляется следующая процедура описания:

1) прямой падающий луч используется для проведения анализа на пересечение для обнаружения засвеченной поверхности 22;

2) формируется двоичное дерево, как показано на рис. 3б;

3) далее проводится анализ засвеченных вторичных плоскостей – 12, 21, 23, которые также считаются засвеченными;

4) обратная трассировка лучей до момента, когда область не будет засвечена, – ячейка 10, что завершает анализ.

В процессе каждой трассировки происходит анализ возбужденных поверхностей, что позволяет найти картину рассеяния на основе векторного суммированного луча от отраженных граней.

Для повышения точности учитываются краевые токи (EEC), которые имеют вид

$$E^d = \frac{ik_0}{4\pi}\frac{e^{-jk_0 r}}{r}\int_l \left[\hat{s}\times\left(\hat{s}\times\hat{t}\right)I_e + \left(\hat{s}\times\hat{t}\right)I_m\right]e^{ik_0\hat{s}r'}dt', \qquad (12)$$

где

$$I_e = \frac{i2E_{inc}\hat{t}D_e^{EEC}}{k\sin^2\beta_i} + \frac{i2\eta H_{inc}\hat{t}D_{em}^{EEC}}{k\sin\beta_i};$$

$$I_m = \frac{i2\eta H_{inc}\hat{t}}{k\sin\beta_i\sin\beta_s}D_m^{EEC},$$

где E_{inc} и H_{inc} – падающие волны; $\hat{t}$ – единичный вектор вдоль ребер; D – коэффициенты дифракции эквивалентных краевых точек. На основе этого метода возможно решать крупные электродинамические задачи с высокой эффективностью и скоростью.

Рассмотрим применение описанных методов и их точность по сравнению с аналитическим расчетом.

Проверка точности расчетов с использованием программных и аналитических методов

Для оценки эффективности и точности предложенных методов в сравнении с теоретическими выражениями производилось моделирование простейших объектов – металлической пластины и цилиндра. Моделирование производилось на частоте 10 ГГц (длина волны 30 мм). В соответствии с выражениями из [4, 5] аналитически определить ЭПР объекта возможно только в случае, когда размеры объекта много больше длины волны. В нашем случае в CST Studio 2023 были сформированы модели пластины и цилиндра из идеального проводника (PEC), которые приводятся на рис. 4.

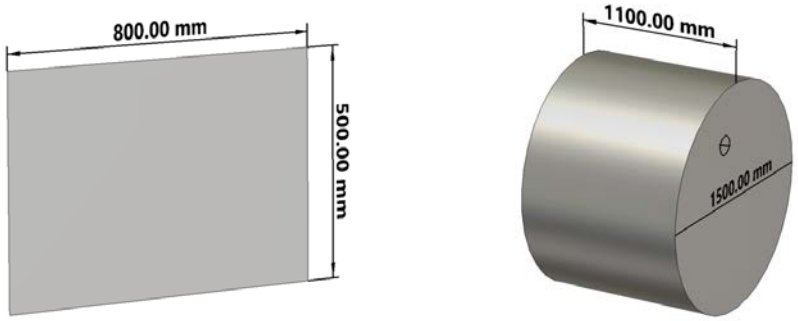
Как видно, в данном случае размеры пластины составляют 27λ × 17λ, а для цилиндра радиус составляет 25λ, а длина 37λ. На основе этих размеров мы можем определить характеристики ЭПР для пластины в соответствии с выражением

$$\sigma_{plate}(\alpha)=\left(\frac{4\pi}{\lambda^2}\right)\cdot a^2\cdot b^2\cdot\cos(\alpha)^2\times \times\left(\frac{\sin\left(\frac{2\pi b\cdot\sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{2\pi b\cdot\sin(\alpha)}{\lambda}}\right)^2, \quad (13)$$

где α – угол сканирования; a, b – размеры пластины; λ – длина волны.

Для цилиндра же выражение ЭПР имеет вид

$$\sigma_{cylinder}(\alpha)= =\sigma_m\left(\sqrt{\sin(\alpha)}\frac{\sin(kh\cdot\cos(\alpha))}{kh\cdot\cos(\alpha)}\exp(-ikr\cdot\sin(\alpha))+\sqrt{\frac{\sigma_0}{\sigma_m}}\cos(\alpha)\frac{J_1(2kr\cdot\sin(\alpha))}{kr\cdot\sin(\alpha)}\exp(-ikr\cdot\cos(\alpha))\right)^2, \quad (14)$$



а) б)

Рис. 4. Исследуемые модели простейших объектов: а – проводящая пластина; б – цилиндр

где k – волновое число; h – высота цилиндра (длина); r – радиус цилиндра; i – мнимая единица; J_1 – функция Бесселя первого рода первого порядка; $\sigma_m=\frac{2\pi rh^2}{\lambda}$; $\sigma_0=\frac{2\pi^3r^4}{\lambda^2}$.

На основе полученных выражений были получены графические зависимости ЭПР, причем помимо аналитического расчета результаты были получены с использованием метода Вейланда (T-solver), метода моментов (I-solver), асимптотического метода (A-solver). Для каждого метода производилось моделирование с измерением времени расчетов. Полученные картины ЭПР приводятся на рис. 5, а время моделирования и размеры сеток (число расчетов) – в таблице.

Таблица

Эффективность методов моделирования характеристик ЭПР

Тип вычислителя (метод расчетов)	Число ячеек расчета	Время моделирования (чч:мм:сс)
Металлическая пластина		
T Solver (метод Вейланда)	2 583 476 мэшей	14:10:05
I Solver (метод моментов)	43 068 поверхностей	00:21:07
A Solver (асимптотический метод)	776 поверхностей	00:02:09
Металлический цилиндр		
T Solver (метод Вейланда)	15 080 208 мэшей	45:10:33
I Solver (метод моментов)	992 120 поверхностей	25:05:10
A Solver (асимптотический метод)	16 842 поверхности	00:03:50

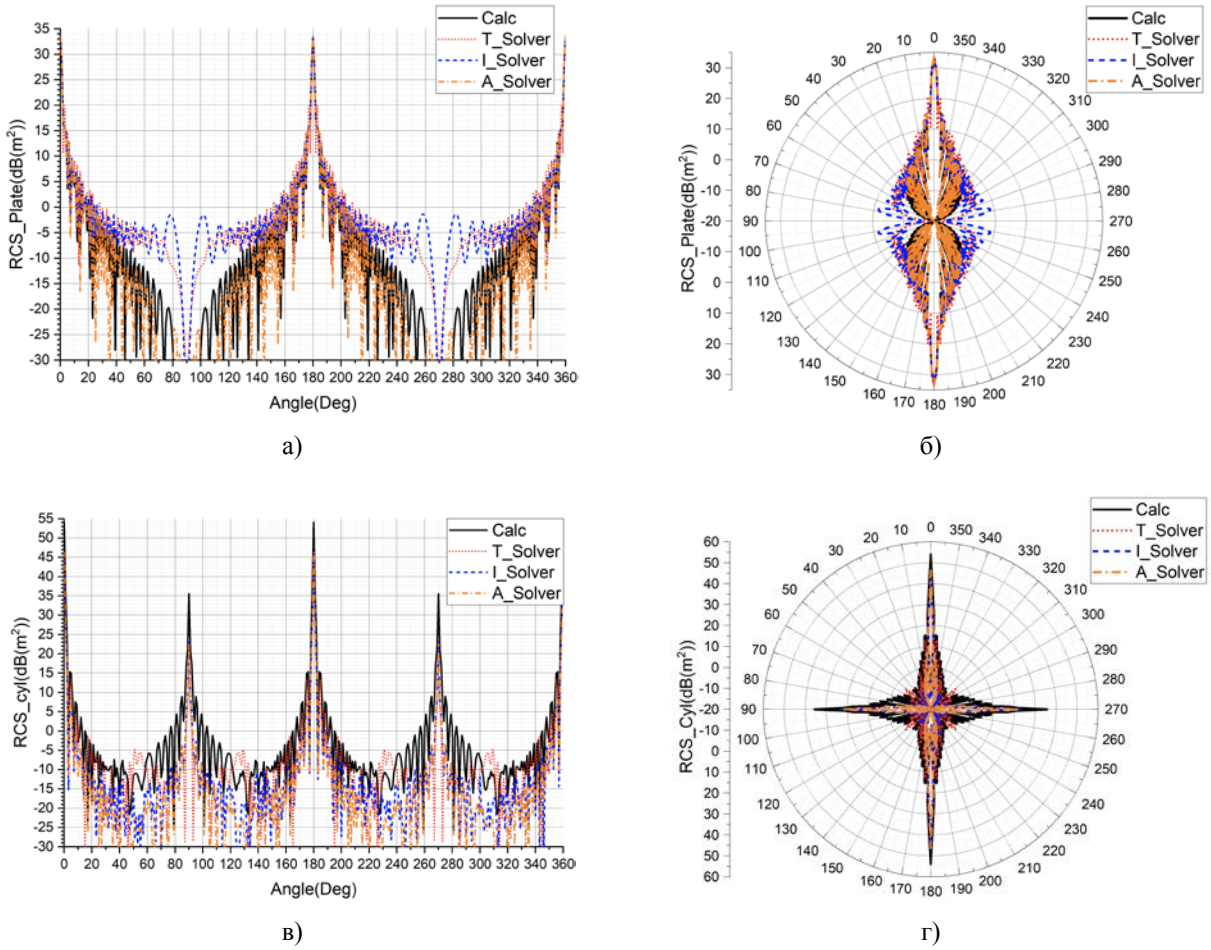


Рис. 5. Картины ЭПР простых тел (дБм^2): а, б – характеристики ЭПР металлической пластины; в, г – характеристики ЭПР металлического цилиндра

Как видно, использование предложенных методов позволяет сохранить высокую точность расчётов. При этом недостатком метода Вейланда является то, что при измерении моностатической ЭПР необходимо измерить значения отраженной волны в направлении прихода волны, что приводит к необходимости 361 измерения при измерении с шагом в 1 градус; для остальных методов такой процесс автоматизирован. Особенностью результатов моделирования с использованием метода Вейланда является построение полных картин E/H-полей, диаграмм обратного рассея-

ния; для метода моментов могут быть получены диаграммы обратного рассеяния, для асимптотического метода – направления преломления электромагнитных волн (лучи) и диаграммы обратного рассеяния. Таким образом, можно сделать вывод, что применение современных методов моделирования позволяет значительно повысить эффективность расчетов, а также провести расчет любой структуры, что невозможно с использованием аналитических методов.

Заключение

Проведенное исследование показывает, что применение методов моделирования ЭПР с использованием современных вычислительных систем позволяет достичь высокой точности и эффективности расчетов. Современные CAD-системы позволяют определить характеристики структур любой формы и любой сложности, при этом благодаря результатам и их графическому представлению возможно улучшение характеристик диаграмм обратного рассеяния. Полученные результаты показали, что для расчетов ЭПР крупных объектов наиболее эффективным и оптимальным методом является асимптотический метод, так как он предназначен для расчетов сложных структур, размеры которых значительно больше длины волны.

Список источников

1. *Wailand T.* A discretization method for the solution of Maxwell's equations for six-component fields // Electronics and Communications AEEU. 1977. Vol. 31, No. 3. Pp. 116–120.

2. *Wellesley H.* An Integral Equation Solver For Military Aplications // Military Microwaves. 2009.

3. *Peng P., Lixin G.* A new shooting bouncing ray method for composite scattering from a target above the electrically large scope sea surface // Hindawi, 2017, Vol. 2017. 7 p.

4. *Кобак В.О.* Радиолокационные отражатели. М.: Сов. радио, 1975. 248 с.

5. *Денисов В.П., Дудко Б.П.* Радиотехнические системы: учеб. пособие для студентов радиотехнических специальностей высших учебных заведений. Томск, 2012. 334 с.

Информация об авторах

Александр Владиславович Володько, к.т.н., доцент
Антон Романович Гаврилов, студент
Максим Олегович Енговатов, студент
Евгений Алексеевич Ищенко, аспирант, инженер
Никита Борисович Смольянов, аспирант, конструктор
Сергей Михайлович Фёдоров, к.т.н., доцент

Information about the authors

Alexander V. Volodko, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor
Anton R. Gavrilov, Student
Maxim O. Engovatov, Student
Evgeny A. Ishchenko, Postgraduate
Nikita B. Smolyanov, Postgraduate, Designer
Sergey M. Fedorov, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor

Статья поступила в редакцию 09.01.2023
Одобрена после рецензирования 16.01.2023
Принята к публикации 23.01.2023

The article was submitted 09.01.2023
Approved after reviewing 16.01.2023
Accepted for publication 23.01.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 54–59. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 54–59. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 517.9

Диаграмма направленности Максвелла–Фейера–Чебышева в математической теории линейных антенн

Дмитрий Владимирович Костин[1], **Алексей Владимирович Костин**[2], **Владимир Алексеевич Костин**[3]
[1,2]Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
[3]Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия
[1]d.v.kostin@sozvezdie.su, [2]al.v.kostin@sozvezdie.su, [3]vlkostin@mail.ru

Аннотация. *Решается задача синтеза антенны с использованием вариационного подхода. Исследуются диаграммы направленности, описываемые тригонометрическими полиномами, которые являются решением вариационной задачи, возникшей при построении оптимальных конструкций устройств, связанных с эффективным использованием направленного импульса.*

Ключевые слова: *антенна, диаграмма направленности, распределение поля, задача синтеза, многочлены Чебышева, импульс Максвелла–Фейера.*

Maxwell–Feyer–Chebyshev radiation pattern in mathematical theory of linear antennas

Dmitry V. Kostin, **Alexey V. Kostin**, **Vladimir A. Kostin**
[1,2]Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
[3]Voronezh State University, Voronezh, Russia
[1]d.v.kostin@sozvezdie.su, [2]al.v.kostin@sozvezdie.su, [3]vlkostin@mail.ru

Abstract. *The problem of antenna synthesis using a variational approach is solved. Radiation patterns described by trigonometric polynomials are investigated, which are the solution of a variational problem that arose when constructing optimal design of devices associated with the effective use of a directional pulse.*

Keywords: *antenna, radiation pattern, field distribution, synthesis problem, Chebyshev polynomials, Maxwell–Feyer pulse.*

В математической теории антенн, разрабатываемой в [2–5, 10], исходным объектом исследования является интегральное уравнение

$$\rho(\theta) = \int_{-\sigma}^{\sigma} e^{-ik\xi\cos\theta} \cdot e^{i\psi(\xi)}\varphi(\xi)d\xi, \quad 0 < \theta < \pi. \qquad (1)$$

Уравнение (1) означает, что антенна расположена на сегменте $[-\sigma,\sigma]$, называемом апертурой антенны; $\varphi(\xi)$ – апертурное распределение тока, $\psi(\xi)$ – фазовое распределение.

Функция $\rho(\theta)$ называется диаграммой направленности (ДН) антенны. Эта функция определяет распределение энергии радиоизлучения в зависимости от угла θ.

Задачу о расчёте антенны с заданной ДН называют синтезом антенн. В этом случае уравнение (1) является интегральным уравнением 1-го рода и относится к классу некорректных задач в том смысле, что не для всякой функции $\rho(\theta)$ это уравнение имеет решение.

В связи с этим и в соответствии с [2, 3] при решении задачи синтеза антенн следует рассматривать следующие вопросы:

а) определить условия, которым должна удовлетворять ДН;

б) найти распределение поля вдоль антенны, т.е. функцию $e^{i\psi(\xi)}\varphi(\xi)$, при которой антенна имеет заданную ДН;

в) если ДН не удовлетворяет необходимым требованиям, то указать такое распределение поля

© Костин Д.В., Костин А.В., Костин В.А., 2023

вдоль антенны, при котором соответствующая ДН близка в некотором смысле к заданной ДН.

Для упрощения исследований уравнение (1) обычно приводится к стандартизированному нормальному виду с помощью соответствующих замен. Так, если в уравнении (1) сделать замены ([10], с. 14)

$$\xi = x,\ \theta = \arccos\left(-\frac{z}{k}\right), \qquad (2)$$

то его нормальный вид имеет форму

$$\rho\left[\arccos\left(-\frac{z}{k}\right)\right] = \int_{-\sigma}^{\sigma} e^{ixz}\, e^{i\psi(x)}\varphi(x)dx \qquad (3)$$

или

$$R(z) = \int_{-\sigma}^{\sigma} e^{ixz} f(x)dx. \qquad (4)$$

В этом уравнении переменная z является функцией угла θ и длины антенны, а диаграмма направленности $R(z)$ – функцией одной переменной. Она может быть как действительной, так и комплексной от действительного аргумента z и её можно записать в виде

$$R(z) = |R(z)|e^{i\theta(z)}. \qquad (5)$$

Функция $|R(z)|$ называется амплитудой диаграммы направленности, а $\theta(z)$ – фазой диаграммы направленности [2, 3].

Заметим, что интеграл (4) сохраняет смысл и для комплексных z. Он сходится во всей комплексной плоскости $\mathbb{C}$ и является аналитическим продолжением $R(z)$ с интервала $[-\sigma, \sigma]$ на всю комплексную плоскость. Таким образом, в силу единственности аналитического продолжения получаем, что $R(z)$ задана на всём $\mathbb{C}$.

Из (5) следует необходимость соотношения

$$\int_{-\sigma}^{\sigma} f\,(x)dx = R(0) < \infty. \qquad (6)$$

Таким образом, $f(x)$ должна принадлежать к классу интегрируемых функций на $[-\sigma, \sigma]$.

1. О необходимых свойствах диаграммы направленности

Существуют различные методы решения уравнения (5), например [2, 5], с указанием условий, которым должна удовлетворять функция $R(z)$, для корректной разрешимости задачи. И здесь одним из главных в теории синтеза антенн является вопрос об аппроксимации заданной ДН целыми функциями экспоненциального типа, то есть аналитическими во всей комплексной плоскости $\mathbb{C}$ функциями $g(z)$, за исключением бесконечно удалённой точки, удовлетворяющими оценке

$$|g(z)| \le Ae^{B|z|}, \qquad (7)$$

где A и B от z не зависят. Константа B называется порядком роста, или типом функции $g(z)$. Класс таких функций обозначается W_σ.

Если заданная ДН из W_σ, то задача синтеза имеет точное решение. В противном случае ставится вопрос о приближённом её представлении, то есть об аппроксимации ДН функциями W_σ.

Из существующих методов такой аппроксимации наиболее часто применяемыми являются представления ДН алгебраическими или тригонометрическими рядами. Идейно близкими к этим методам являются методы разложения по базисным и другим функциям, например функциям Бесселя или атомарным функциям.

Другой подход к решению задачи синтеза предлагается П.К. Суетиным. В соответствии с ним для диаграммы направленности $R(z)$ указываются направления излучений, с учётом которых $R(z)$ строится как интерполяционный многочлен $R_n(z)$. Затем умножением на стабилизирующий множитель

$$A_N(z) = \left(\frac{N+1}{z}\sin\frac{z}{N+1}\right)^N \qquad (8)$$

вводится функция $R_{n,N}(z) = R_n(z)A_N(z)$ из класса W_σ, для которой точно находится функция распределения поля $f_N(x)$ при соответствующем $N = 1,2,\ldots$.

Подход, принципиально отличный от указанных подходов к задачам синтеза, применяется в оптимизационных методах, когда предлагается оптимизировать с помощью некоторых критериев те или иные характеристики антенны: уровень боковых лепестков, ширину диаграммы, коэффициент направленного действия и т.д.

Именно решению задачи синтеза антенны с использованием вариационного подхода посвящена настоящая работа. Здесь исследуются диаграммы направленности, описываемые тригонометрическими полиномами, которые являются решением вариационной задачи, возникшей при построении оптимальных конструкций вариационных устройств, связанных с эффективным использованием направленного импульса.

Эта задача заключается в поиске тригонометрического полинома

$$P_n(z,\lambda)=\sum_{k=0}^{n}\lambda_k\cos kz, \quad (9)$$

$z\in[0,\pi]$, $\lambda=(\lambda_0,\lambda_1,\dots,\lambda_n)$, $\lambda_i(-\infty,\infty)$, оптимизирующего функционал

$$K_n(\lambda)=\frac{\max\limits_z P_n(z)}{\left|\min\limits_z P_n(z)\right|}\to\sup_{\lambda} \quad (10)$$

при условиях

$$\int_0^{\pi}P_n(z,\lambda)dz=0,\ \sum_{i=0}^{n}\lambda_i=c>0. \quad (11)$$

В [9] впервые был решён вопрос об однозначном определении структуры многочлена, оптимизирующего функционал (10), и установлено, что многочлен (9) является оптимальным тогда и только тогда, когда он с точностью до постоянного множителя имеет вид суммы Фейера

$$P_n(z)=\sum_{m=1}^{n}(n+1-m)\cos mz. \quad (12)$$

При этом имеет место равенство

$$\max_{\lambda}K_n(\lambda)=n. \quad (13)$$

В приложении к антеннам функционал (10) оптимизирует отношение высот основного и боковых лепестков диаграммы направленности антенны.

Импульс Максвелла–Фейера

Отметим некоторые важные свойства полинома (12), который в [9] называется импульсом Максвелла–Фейера. При этом, учитывая, что он решает задачу с точностью до постоянного множителя, будем рассматривать функцию

$$\rho_n(z)=2\sum_{m=1}^{n}(n+1-m)\cos mz. \quad (14)$$

1. Функция $\rho_n(z)$ является аналитической, и по аналитичности её можно продолжить с интервала $[0,\pi]$ на всю комплексную плоскость $\mathbb{C}$ с оценкой роста

$$|\rho_n(z)|\le 2\sum_{m=1}^{n}(n+1-m)\,e^{n|z|}= =n(n+1)e^{n|z|}. \quad (15)$$

2.

$$\max_{z\in[0,\pi]}|\rho_n(z)|\le n(n+1)=\rho_n(0). \quad (16)$$

3. Формула Фейера ([6], с. 69)

$$\sum_{\nu=-(n+1)}^{n+1}\left(1-\frac{|\nu|}{n}\right)e^{i\nu t}=\frac{\sin^2\frac{(n+1)z}{2}}{n\sin^2\frac{z}{2}} \quad (17)$$

даёт представление

$$\rho_n(z)=2\sum_{m=1}^{n}(n+1-m)\cos mz= =\left(\frac{\sin\frac{(n+1)z}{2}}{n\sin\frac{z}{2}}\right)^2-(n+1). \quad (18)$$

Из (18) следует, что минимумы функции $\rho_n(z)$ достигаются в точках

$$z_k=\frac{2k\pi}{n+1},\ \ k=1,2,\dots,\left[\frac{n+1}{2}\right]. \quad (19)$$

При этом справедливы равенства

$$\rho_n(z_k)=-(n+1). \quad (20)$$

То есть все минимумы функции $\rho_n(z)$ одинаковы и равны $-(n+1)$.

Замечание. *Замена в (18) даёт равенство*

$$\rho(arccost)= =2\sum_{m=1}^{n}(n+1-m)\,T_m(t)=P_n(t), \quad (21)$$

где $T_m(t)$ – ортогональные многочлены Чебышёва 1-го рода, $t\in[-1,1]$.

Таким образом, $P_n(t)$ является алгебраическим многочленом, у которого все минимумы расположены на одной прямой. Он оптимизирует функционал

$$\mathbb{P}_n(\lambda)=\frac{\max\limits_t P_n(t)}{\left|\min\limits_t P_n(t)\right|}\to\sup_{\lambda}, \quad (22)$$

$t\in[-1,1]$, $\lambda=(\lambda_0,\lambda_1,\dots,\lambda_n)$, $\lambda_i\in(-\infty,\infty)$

при условиях

$$\int_{-1}^{1}P_n(t,\lambda)dt=0,\ \sum_{i=0}^{n}\lambda_i=C>0. \quad (23)$$

Этот замечательный факт позволяет называть многочлен (21) многочленом Максвелла–Фейера–Чебышева и обозначать его через $\mathbb{T}_n(t)$.

В связи с этим отметим, что полиномы Чебышёва 1-го рода также решают задачу оптимизации распределения поля для системы точечных излучателей, решению которой посвящены ра-

боты многих авторов (К.А. Дольф, Л.В. Покровский и др., см. [2]), в которых, в частности, было выяснено, что при заданной ширине диаграммы направленности оптимальное поле по раскрыву антенны обеспечивает минимальный уровень боковых лепестков, и наоборот – при заданном уровне боковых лепестков обеспечивается минимальная ширина диаграммы направленности.

Выясняется, что ответ на эти вопросы даёт диаграмма направленности (см. [2], с. 129) вида

$$R_n(z) = T_n\left(\cos\frac{\pi dz}{l}\right) = T_n(x), \qquad (24)$$

где $T_n(x)$ – многочлен Чебышёва 1-го рода, l – длина излучателя, d – расстояние между точечными излучателями.

4. Отметим также легко вычисляемые равенства

$$\rho_n(\pi) = -\left[\frac{n+1}{2}\right], \qquad (25)$$

где $\left[\frac{n+1}{2}\right]$ – целая часть числа $\frac{n+1}{2}$.

3. Диаграмма направленности Максвелла–Фейера–Чебышёва со стабилизирующим множителем П.К. Суетина

Как известно, наиболее общими методами аппроксимации диаграммы направленности алгебраическими или тригонометрическими полиномами является их регуляризация Фурье-образами атомарных функций [4]. Впервые задача амплитудно-фазового синтеза для линейной антенны с диаграммой направленности, представляемой ядром Фейера, рассматривалась в [11].

Для построения теоретически реализуемой диаграммы направленности с применением импульса Максвелла–Фейера воспользуемся стабилизирующим множителем $A_{N,a}(z)$, введённым П.К. Суетиным (см. [10], с. 34):

$$A_{N,a}(z) = \left(\frac{\sin az}{z}\right)^N, \quad a > 0,\ z \in [-\pi, \pi], \qquad (26)$$

где N – натуральное число.

Функция $A_{N,a}(z)$ обладает следующими свойствами:

1) аналитична во всей комплексной плоскости $\mathbb{C}$;

2) действительна при всех $z \in (-\infty, \infty)$;

3) $A_{N,a}(z) > 0$ при $z \in [-\pi, \pi]$;

4) при $|z| \to \infty$ справедливо неравенство

$$\left|A_{N,a}(z)\right| = \left|\frac{\operatorname{sh} az}{z}\right|^N \le c \cdot e^{aN|z|}; \qquad (27)$$

имеет порядок роста aN.

Далее рассмотрим произведение

$$R_{n,a,N}(z) = \rho_n(z) A_{N,a}(z). \qquad (28)$$

Для этой функции очевидно неравенство

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left|R_{n,a,N}(z)\right|^2 dz < \infty. \qquad (29)$$

Она является целой функцией типа $aN + n$, так как справедлива оценка

$$\left|R_{n,a,N}(z)\right| \le 2\sum_{m=1}^{n} 6\, n(n+1-m)\left|\cos mz\right| \cdot \left|A_{n,a}(z)\right| \le c \cdot n(n+1) \cdot e^{n|z|+aN|z|}. \qquad (30)$$

Таким образом, по теореме Пели–Винера ([7], с. 179), она допускает представление

$$R_{n,a,N}(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\sigma}^{\sigma} e^{ixz}\,\varphi(x)dx, \qquad (31)$$

при $\sigma = (n + aN)$. Следовательно, функция $R_{n,a,N}(z)$ удовлетворяет всем условиям ДН, и задача синтеза является корректной, а функцию $\varphi(x)$ можно рассматривать как распределение поля вдоль излучателя. И, таким образом, в силу утверждения [10], с. 35 справедливо равенство

$$e^{i\psi(x)} \cdot R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ixz} R_{n,a,N}(z)dz = \varphi(x). \qquad (32)$$

Учитывая чётность функции $R_{n,a,N}(z)$, (32) можно выразить через симметричное косинус-преобразование Фурье:

$$\varphi(x) = 2\int_{-\infty}^{\infty}\cos xz R_{n,a,N}(z)dz = 2F_c\left(R_{n,a,N}(z)\right)(x). \qquad (33)$$

4. Вычисление функции распределения тока

Для дальнейших вычислений воспользуемся следующими фактами и обозначениями:

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f\,(x-t)g(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} f\,(t)g(x-t)dt \qquad (34)$$

означает свёртку функций $f(t)$ и $g(t)$, определённых и интегрируемых на $(-\infty,\infty)$.

Используя функцию Хевисайда

$$\eta(x)=\begin{cases}1 & \text{при} \quad x>0,\\ 0 & \text{при} \quad x\le 0,\end{cases} \tag{35}$$

будем пользоваться соотношением

$$\eta(a-|x|)=\begin{cases}1 & \text{при} \quad |x|\le a,\\ 0 & \text{при} \quad |x|>a,\end{cases} \tag{36}$$

а $\eta(a-|x|)$ назовём a-прямоугольным импульсом.

Для a-прямоугольного импульса справедливо равенство ([8], с. 195). Применяя косинус-преобразование Фурье, имеем

$$F_c\left(\frac{\sin az}{z}\right)(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \cos xz\left(\frac{\sin az}{z}\right)dz=$$

$$=\begin{cases}\frac{\pi}{2} & \text{при} \quad |x|<a,\\ \frac{\pi}{4} & \text{при} \quad |x|=a,\\ 0 & \text{при} \quad |x|>a.\end{cases} \tag{37}$$

Далее в соответствии с [1] введём символ операторной косинус-функции $C(t)$, $t\in(-\infty,\infty)$,

$$C(t)\varphi(x)=\big(\varphi(x+t)+\varphi(x-t)\big)/2 \tag{38}$$

и проведём следующие вычисления для нахождения функции $\varphi(x)$:

$$2F_c\left(\cos mz\frac{\sin az}{z}\right)^N(x)=2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty \cos xz\cdot\cos mz\left(\frac{\sin az}{z}\right)^N dz=$$

$$=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\int_0^\infty \cos\big((x+m)z\big)\left(\frac{\sin az}{z}\right)^N dz+\int_0^\infty \cos\big((x-m)z\big)\left(\frac{\sin az}{z}\right)^N dz\right]=$$

$$=F_C\left(\frac{\sin az}{z}\right)^N(x+m)+F_C\left(\frac{\sin az}{z}\right)^N(x-m)=2C(m)(\eta_a^N)^N(x). \tag{39}$$

Из (14), (38), (39) следует представление решения уравнения (30) в виде

$$\varphi(x)=2\sum_{m=1}^{n}(n+1-m)\,C(m)(\eta_a^*)^N(x). \tag{40}$$

И так как $\varphi(x)$ действительнозначная функция, то из равенства (30) $e^{i\psi(x)}R(x)=\varphi(x)$ следует тождество $\psi(x)=k\pi$, $k=0,\pm1,\dots$

То есть в случае диаграммы направленности Максвела–Фейера–Чебышёва задача амплитудно-фазового синтеза однозначно разрешима и имеет решение, которое, следуя [8], стр. 195, также можно записать в виде (40).

5. Случай излучателя произвольной длины

Полученные результаты позволяют рассмотреть импульс Максвелла–Фейера на произвольном интервале $z\in[-b,b]$, который имеет вид

$$\rho_{n,b}(z)=2\sum_{m=1}^{n}(n+1-m)\cos(m\pi z/b) \tag{41}$$

и получается из (14) несложными преобразованиями.

Интервал $[-b,b]$ будем называть носителем ДН, а $2b$ – его мерой. В этом случае оценка (15) переходит в неравенство

$$\left|\rho_{n,b}(z)\right|\le n(n+1)e^{n\pi/b\cdot|z|} \tag{42}$$

и

$$\max_{z\in[-b,b]}\left|\rho_{n,b}(z)\right|\le n(n+1)=\rho_{n,b}(0). \tag{43}$$

Все минимумы функции $\rho_{n,b}(z)$ достигаются в точках

$$\rho_{n,b}(z_k)=-(n+1), \tag{44}$$

$$\rho_{n,b}(b)=-(n+1)/2, \tag{45}$$

$$\varphi(x)=2\sum_{m=1}^{n}(n+1-m)\,C(m)(\eta_a^*)^N(x). \tag{46}$$

Тогда, если в качестве стабилизирующего множителя используем функцию

$$A_{b,N}(z)=\left(\frac{\sin(z/b)}{z}\right)^N, \tag{47}$$

то, рассматривая уравнение

$$\rho_{n,b}(z)A_{b,N}(z)=\int_{-\sigma}^{\sigma}e^{ixz\varphi(x)}\,dx; \tag{48}$$

$$\left|A_{b,N}(z)\right|\le C\cdot e^{\frac{N}{b}|z|},$$

$$\left|\rho_{n,b}(z)A_{N,b}(z)\right|\le C\cdot e^{\left(\frac{n\pi}{b}+\frac{N}{b}\right)|z|}, \tag{49}$$

заключаем, что оно корректно разрешимо и его решение представимо в виде (46) при $a = 1/b$, и, воспользовавшись соотношением

$$b = 2\pi\sigma/\lambda, \qquad (50)$$

где λ – длина волны тока излучателя, получаем оценку на амплитуду ДН:

$$\left|R_{n,b}(z)\right| \le C. \qquad (51)$$

Заключение

Рассматриваемые в работе диаграммы направленности Максвелла–Фейера–Чебышёва являются следствием уникального результата, полученного путем решения вариационной задачи при исследовании процессов, возникающих в случае построения оптимальных конструкций. Он обладает не только всеми необходимыми свойствами, но и важными интересными качествами. Например, как показывают графики их диаграмм направленности, аналогичные графикам монографии [12], они применимы в теории и технике сантиметровых волн, с учётом оптимального соотношения, связывающего полезную и затратную энергию, при реализации сигнала, что в некоторых классических диаграммах направленности не рассматривается.

Список источников

1. *Голдстейн Дж.* Полугруппы линейных операторов и их приложения / Пер. с англ. В.В. Любошенко, под редакцией Ю.Л. Далецкого. Киев: Выща школа, 1989. 347 с.
2. *Зелкин Е.Г.* Построение излучающей системы по заданной диаграмме направленности. Москва–Ленинград: Госэнергоиздат, 1963. 272 с.
3. *Зелкин Е.Г., Соколов В.Г.* Методы синтеза антенн. М.: Советское радио, 1980. 296 с.
4. *Зелкин Е.Г., Кравченко В.Ф.* Синтез антенн на основе атомарных функций. Кн. 2. М.: Радиотехника, 2003. 72 с.
5. *Кравченко В.Ф.* Лекции по теории атомарных функций и некоторые их приложения. М.: Радиотехника, 2003. 510 с.
6. *Левитан Б.М.* Почти периодические функции. М.: Тех.-теор. лит., 1953. 396 с.
7. *Ахиезер Н.И.* Лекции по теории аппроксимации. 2-е. изд. М.: Наука, 1965. 407 с.
8. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. М.: Наука, 1974. 542 с.
9. *Костин В.А., Костин Д.В., Сапронов Ю.И.* Многочлены Максвелла–Фейера и оптимизация полигармонических импульсов // ДАН. 2012. Т. 445, № 3. С. 271–273.
10. *Суетин П.К.* Начала математической теории антенн. М.: Инсвязь, 2008. 228 с.
11. *Костин В.А., Костин Д.В., Костин А.В.* Диаграмма направленности Фейера для линейной антенны и решение задачи амплитудно-фазового синтеза // Челябинский физико-математический журнал. 2020. Т. 5, № 2. С. 211–217.
12. Антенны сантиметровых волн / Пер. с англ. под редакцией Я.Н. Фельда. М.: Советское радио, 1950. 320 с.

Информация об авторах

Костин Д.В., д.ф.-м.н, ведущий конструктор
Костин А.В., к.ф.-м.н, ведущий научный сотрудник
Костин В.А., д.ф.-м.н., профессор

Information about the authors

Kostin D.V., D.Sc. in Physics and Mathematics, Leading Designer
Kostin A.V., Ph.D. in Physics and Mathematics, Leading Research Scientist
Kostin V.A., D.Sc. in Physics and Mathematics, Professor

Статья поступила в редакцию 23.03.2023
Одобрена после рецензирования 03.04.2023
Принята к публикации 10.04.2023

The article was submitted 23.03.2023
Approved after reviewing 03.04.2023
Accepted for publication 10.04.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 60–67. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 60–67. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.396

Синфазная антенная решетка на основе нерегулярной линзы из однородного диэлектрика для мобильного терминала спутниковой связи

Ю.Г. Пастернак[1], В.А. Пендюрин[2], Д.К. Проскурин[3], Р.Е. Рогозин[4]
[1,3,4]Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия
[2]НПП «Автоматизированные системы связи», Воронеж, Россия
[1]pasternakyg@mail.ru, [2]pva777777@yandex.ru, [3]rector@cchgeu.ru, [4]ruslan-96-01-09@mail.ru

Аннотация. *В условиях импортозамещения существует актуальная проблема, связанная с необходимостью разработки и создания недорогих антенных систем для мобильных терминалов спутниковой связи. В статье разработана и исследована синфазная антенная решетка, работающая в Ku-диапазоне, с возможностью механического управления линейной поляризацией, состоящая из 4-х линзовых излучателей диаметром 200 мм и периодом расположения 170 мм, т.е. из пересекающихся между собой линзовых излучателей. В качестве излучателей используются однородные линзовые антенны с облучаемой сферической и теневой эллиптической сторонами. Такие технические решения позволили существенно улучшить направленные свойства антенной системы, несмотря на использование линз из однородного диэлектрика. Использование однородного диэлектрика для создания линзовой антенны позволяет существенно снизить стоимость антенной системы, однако делает саму конструкцию достаточно тяжелой.*

Ключевые слова: *антенные решетки, электрически большие элементы, нерегулярная линза, планарные печатные линзовые антенны, многослойные печатные платы.*

In-phase antenna array based on irregular lens made of a homogeneous dielectric for mobile satellite communication terminal

Yu.G. Pasternak[1], V.A. Pendyurin[2], D.K. Proskurin[3], R.E. Rogozin[4]
[1,3,4]Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia
[2]RPE «Automated Communication Systems» (RPE «ACS»), Voronezh, Russia
[1]pasternakyg@mail.ru, [2]pva777777@yandex.ru, [3]rector@cchgeu.ru, [4]ruslan-96-01-09@mail.ru

Abstract. *In the context of import substitution, there is an urgent need of developing and creating low-cost antenna systems for mobile satellite communication terminals. In this work, an in-phase antenna array operating in the Ku-band is developed and studied, with the possibility of linear polarization mechanical control, consisting of 4 lens radiators with a diameter of 200 mm and an arrangement period of 170 mm, i.e. intersecting lens emitters. Homogeneous lens antennas with irradiated spherical and shadow elliptical sides are used as emitters. Such technical solutions helped to significantly improve the directional properties of the antenna system, despite the use of lenses made of a homogeneous dielectric. The use of a homogeneous dielectric to create a lens antenna can significantly reduce the cost of antenna system, but makes the construction itself quite heavy.*

Keywords: *antenna arrays, irregular lens, uniform lens antennas.*

В мобильных терминалах спутниковой связи используются различные типы антенных систем: фазированные антенные решетки (с механическим, электронным или частотным сканированием), антенны параболического типа, линзовые антенны. В [1] приведен обзор антенн для мобильных терминалов спутниковой связи, а в [2–5] приведены примеры построения мобильных терминалов с использованием антенн различного типа.

Из-за приема очень слабых сигналов антенные системы, используемые в мобильных терминалах спутниковой связи, должны обладать: высокими значениями коэффициента направленного действия (КНД), низкими значениями уровня боковых лепестков (УБЛ), малыми потерями, небольшой стоимостью. В некоторых слу-

© Пастернак Ю.Г., Пендюрин В.А., Проскурин Д.К., Рогозин Р.Е., 2023

чаях для удобства размещения на борту транспортных средств накладываются еще и массогабаритные ограничения.

В тех случаях, когда массогабаритные ограничения не являются первостепенными, возможно использовать линзовые антенны, выполненные из однородного диэлектрика. Основное преимущество использования однородных линзовых антенн – небольшая стоимость производства и доступность материалов. Самый простой вариант – использование сферических или полусферических линзовых антенн, позволяющих реализовывать антенные системы на двух ортогональных поляризациях с приемлемыми направленными свойствами.

Существенное повышение КНД (на 3 дБ и более) в линзовых антеннах достигается за счет:

– увеличения площади поверхности излучения (апертуры), при этом существенно возрастают габариты, масса и стоимость линзы;

– за счет использования антенных решеток (АР), состоящих из линзовых антенн.

Примеры АР с излучателями в виде сферических линзовых антенн описаны в [6, 7]. Основная проблема построения АР из электрически больших линзовых антенн связана с существенным повышением УБЛ в плоскости АР, который может значительно превышать величину –13,2 дБ (УБЛ синфазного равноамплитудного раскрыва). Это объясняется следующим образом. Из теории антенн известно, что в АР при большом шаге расположения (d) излучателей в область видимости попадают дифракционные максимумы, поэтому существенно увеличивается УБЛ. Для подавления дифракционных максимумов в АР с электрически большим d существует несколько способов, в частности использование высоконаправленных излучателей, неэквидистантных АР. Линзовые антенны являются высоконаправленными антеннами, поэтому они частично подавляют дифракционные максимумы. Однако нет никаких гарантий, что УБЛ станет ниже величины –13.2 дБ (УБЛ синфазного равноамплитудного раскрыва). В случае неэквидистантных АР значительно возрастут габариты антенной системы, при этом не факт, что УБЛ станет ниже величины –13.2 дБ [8].

Один из наиболее целесообразных путей решения данной проблемы – использование нерегулярной линзы, описанной в патенте [9]. Нерегулярная линза – это АР, состоящая из пересекающихся между собой линзовых излучателей, расположенных на одной оси, перпендикулярной оси симметрии каждой линзы (рис. 1).

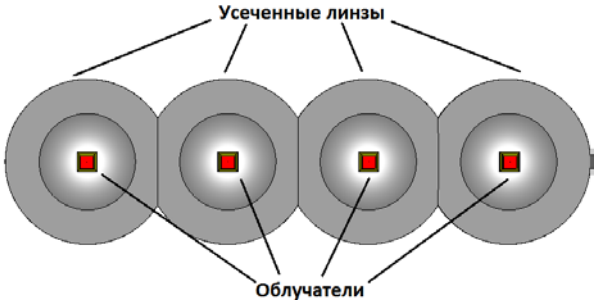


Рис. 1. АР на основе нерегулярной линзы

Электромагнитное поле каждой из линз в АР формируется не только за счет собственного излучателя, но и за счет соседних. Такое техническое решение позволяет выровнять амплитудное распределение поля в раскрыве антенны, т.е. приблизить к синфазному и равноамплитудному. Поэтому УБЛ в антенных системах на основе нерегулярной линзы сопоставим с величиной –13.2 дБ. Нерегулярная линза может быть выполнена на основе различных типов линзовых антенн: сферические, апланатические и т.д. Для повышения КНД нерегулярной линзы целесообразно выбирать излучатели, обладающие высокими значениями КИП.

Цель работы – разработка и исследование антенной системы мобильного терминала спутниковой связи с механическим управлением линейной поляризации на основе нерегулярной линзы, состоящей из усеченных однородных линзовых антенн, каждая из которых обладает высокими значениями КИП.

Разработка антенной системы

Геометрические параметры разрабатываемой антенной системы:

– число излучателей АР – 4 шт.;

– диаметр линзовых излучателей – 200 мм;

– период расположения – 170 мм;

– общая длина – 710 мм.

В качестве облучателей для линзовых антенн используется круглый рупор, возбуждаемый антенной Вивальди (щелевой антенной с экспоненциально расширяющейся щелью). Для запитки щелевой антенны используется коаксиально-волноводный переход. Механическое управление поляризацией достигается за счет использования коаксиально-волноводного перехода с отверстием в широкой стенке прямоугольного волновода типа WR-75. В качестве

диаграммообразующего тракта (ДОТ) используется 6-дБ волноводный делитель мощности. На рис. 2 показано сечение излучателя.

В качестве излучателей АР используются линзовые антенны из однородного полистирола (ε_r = 2,55, tg(δ) = 0,0007). Каждая часть линзы вырезается на токарном станке: теневая сторона – эллипсоид вращения (меньший радиус эллипсоида 100 мм, больший радиус эллипсоида 128 мм), облучаемая сторона – сфера радиусом 72 мм. На рис. 3 показан внешний вид одиночной линзы с облучателем.

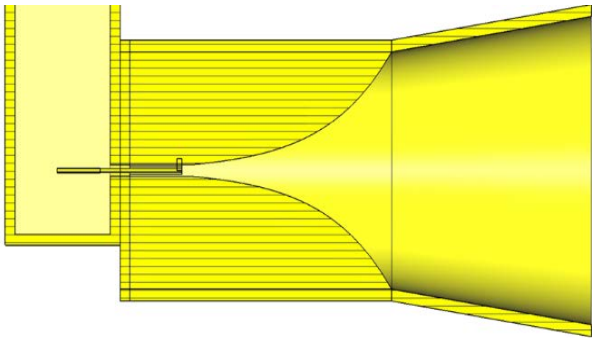
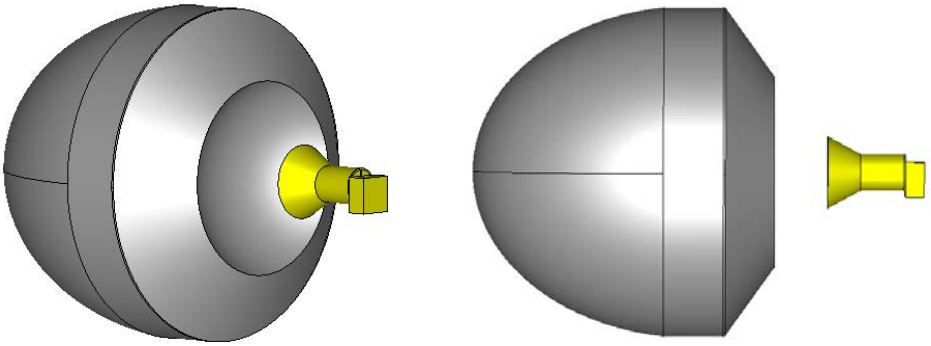
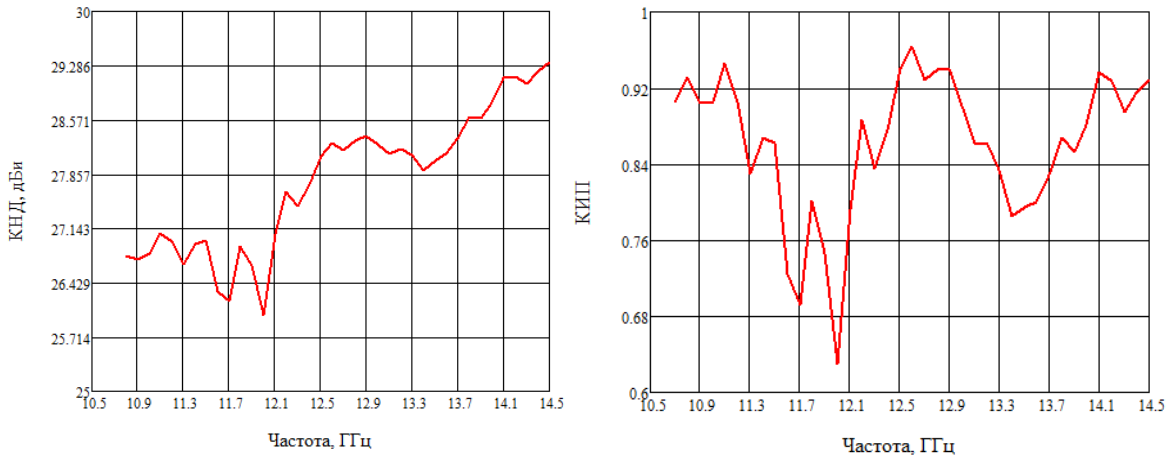


Рис. 2. Сечение одиночного излучателя



а) общий вид б) вид сбоку

Рис. 3. Внешний вид линзы с облучателем



а) КНД б) КИП

Рис. 4. Зависимость от частоты КНД и КИП

Из полученных результатов следует:

– КНД изменяется в пределах от 26 до 29.3 дБи;

– КИП ниже 0.76 в диапазоне 11.56–12 ГГц (минимальное значение составляет 0.63); в остальном рабочем диапазоне КИП превышает 0.76, имея максимальное значение 0.964.

Таким образом, линза такой конструкции характеризуется возможностью получения практически постоянного амплитудного распределения по всей ее апертуре, что позволяет получить КНД, близкий к предельно достижимому, при заданных размерах линзы.

На рис. 5 показан внешний вид разработанной антенной системы на основе нерегулярной линзы (нерегулярная линза полупрозрачна). Расчетная масса нерегулярной линзы (без учета ДОТ) 13.7 кг.

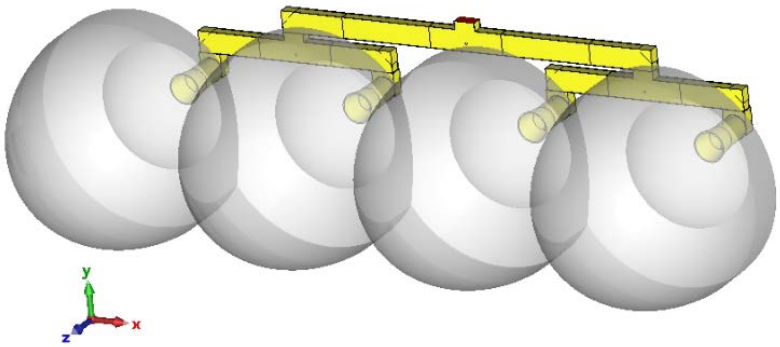


Рис. 5. Антенная система на основе однородной нерегулярной линзы

Результаты численного моделирования

Для численного трехмерного электромагнитного моделирования используется метод Вейланда [10]. На рис. 6 приведена зависимость коэффициента усиления (КУ) антенной системы от частоты. На рис. 7 показаны ДН в азимутальной плоскости (плоскость АР). Зависимость КСВН от частоты показана на рис. 8.

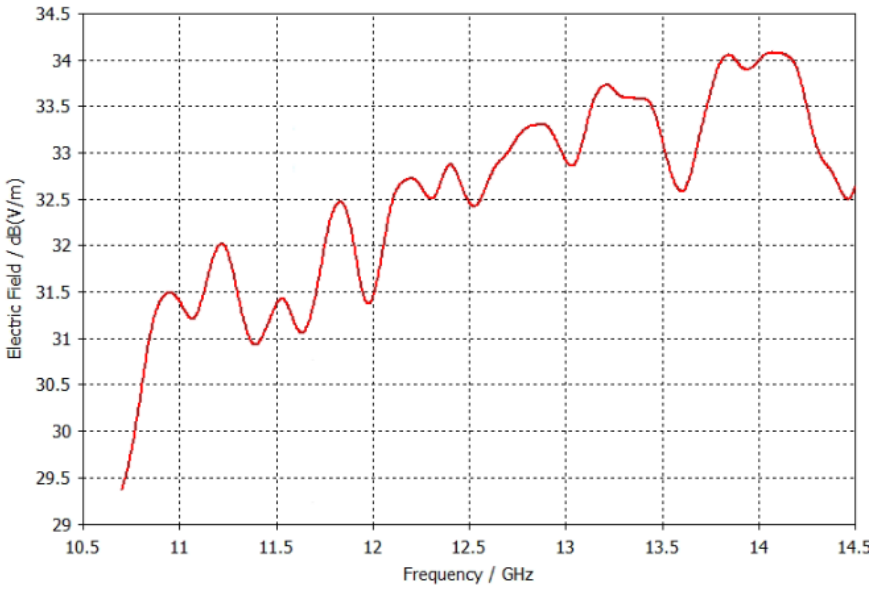
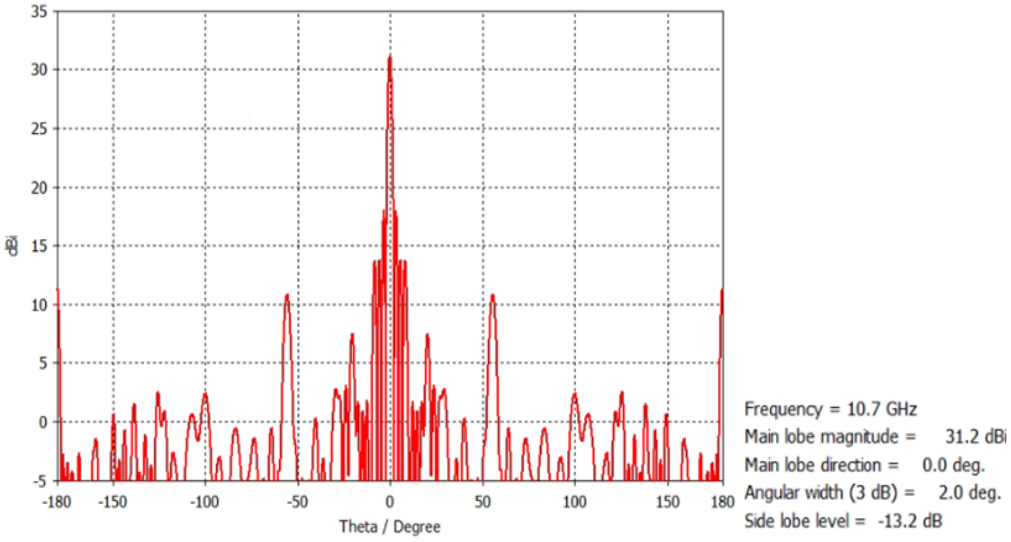
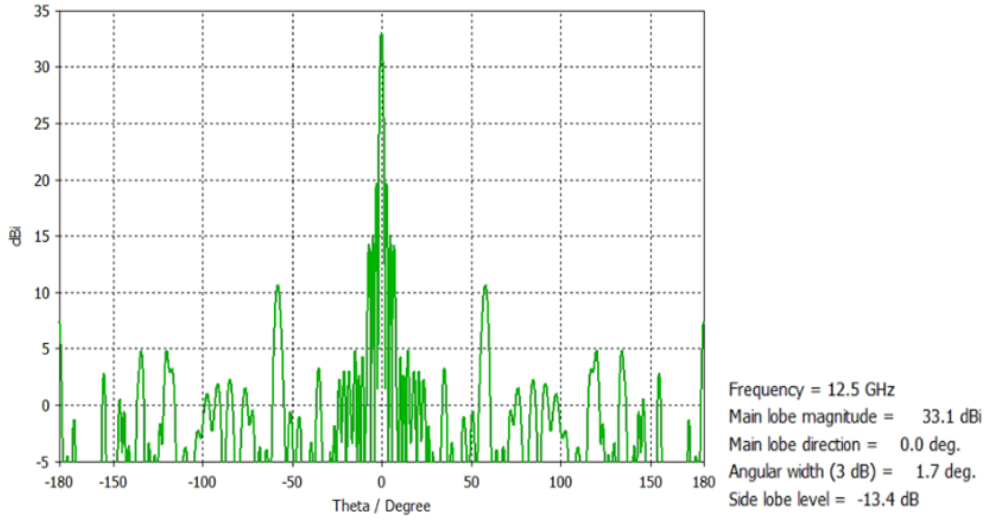


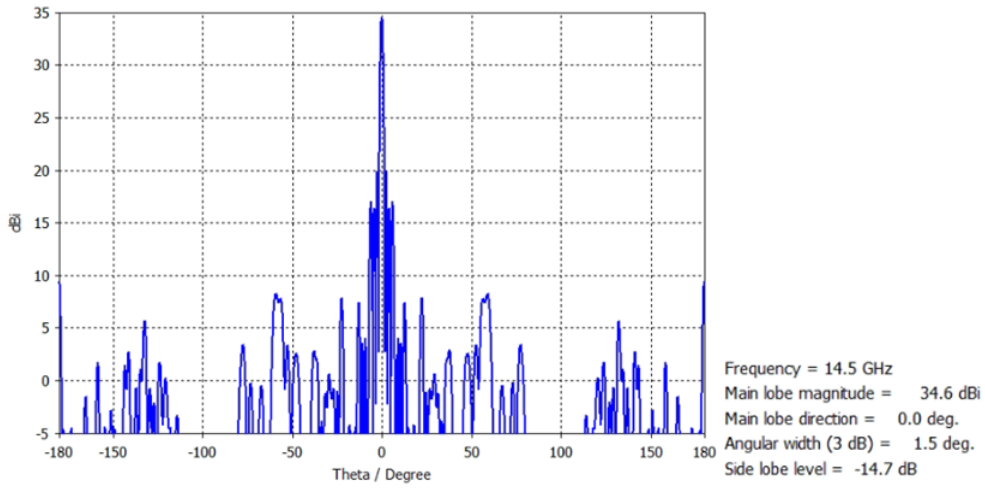
Рис. 6. Зависимость КУ от частоты



а) 10.7 ГГц



б) 12.5 ГГц



в) 14.5 ГГц

Рис. 7. ДН в азимутальной плоскости

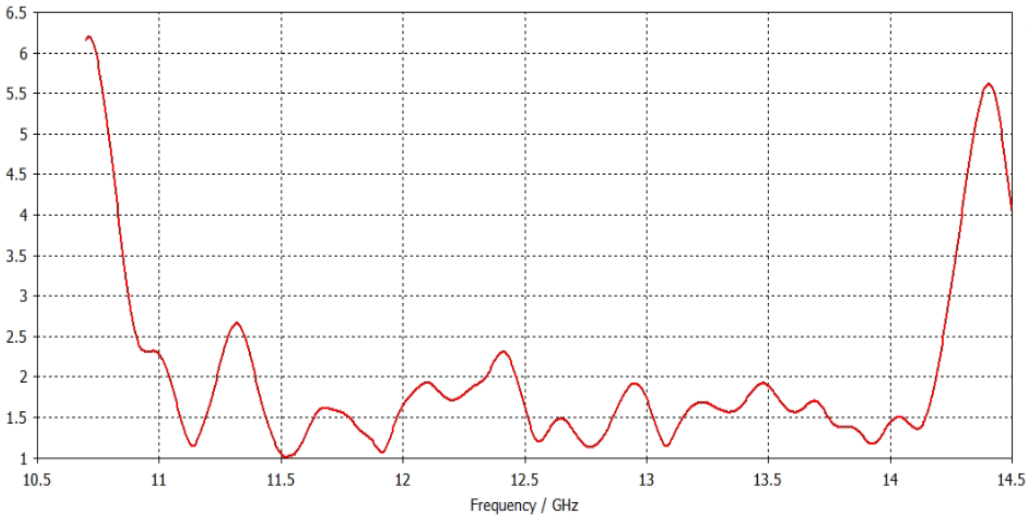


Рис. 8. Зависимость КСВН от частоты

На рис. 9 показаны потери в антенной системе.

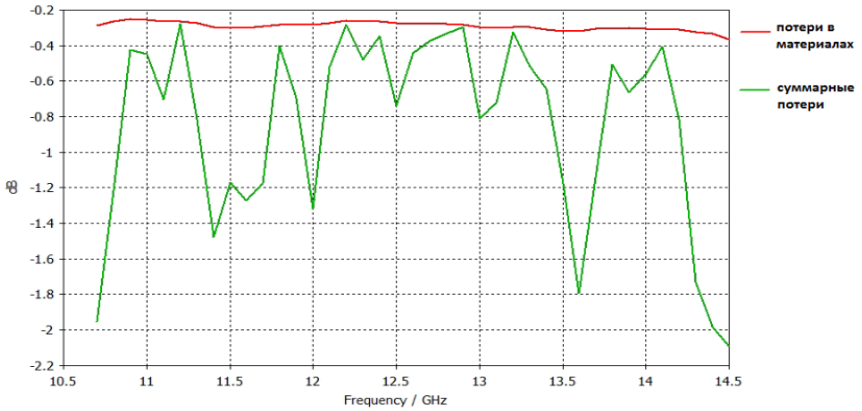


Рис. 9. Потери в антенной системе

Из анализа полученных результатов следует:

– КУ возрастает с ростом частоты, максимальное значение КУ – 34.1 дБи, при этом в частотной зависимости КУ наблюдаются локальные минимумы и максимумы;

– КИП имеет максимальное значение 0.82;

– максимум УБЛ в азимутальной плоскости –12.5 дБ, типовое значение УБЛ в азимутальной плоскости близко в величине –13.2 дБ, минимальное значение УБЛ составляет –14.7 дБ;

– рабочая полоса антенной системы 10.7–14.2 ГГц;

– КСВН меньше 3 в диапазоне 10.7–14.2 ГГц, при этом в частотной зависимости КСВН наблюдаются локальные минимумы и максимумы;

– потери в материалах менее 0.5 дБ;

– потери с учетом согласования – менее 2 дБ.

ДН в объеме на частоте 12.5 ГГц показана на рис. 10.

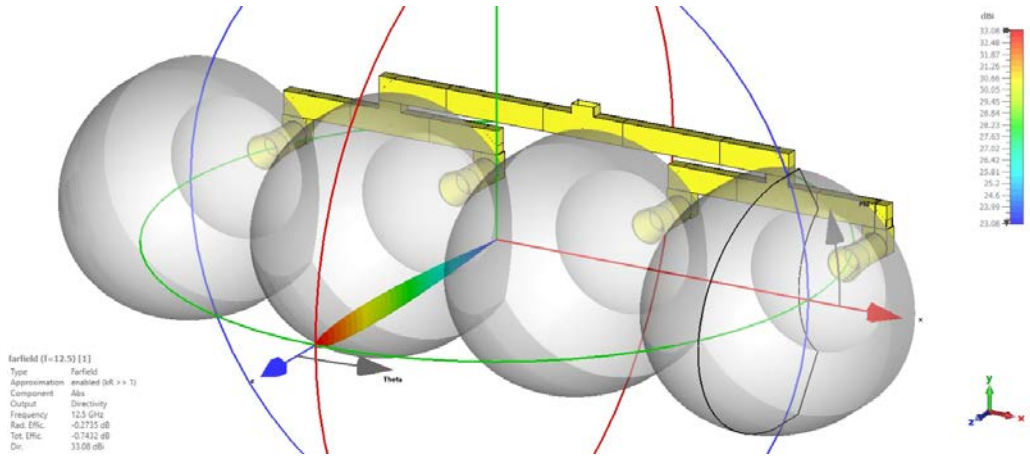


Рис. 10. ДН в объеме на частоте 12.5 ГГц

Таким образом, полученные результаты численного моделирования подтверждают целесообразность использования в качестве излучателей нерегулярной линзы линзовых антенн, обладающих высокими значениями КИП. Это позволяет приблизить распределение поля в раскрыве антенны к синфазному равноамплитудному распределению, поэтому КИП близок к предельно достижимому при заданных размерах линзы.

Заключение

В статье представлена разработка антенной системы, работающей в Ku-диапазоне, с механическим управлением линейной поляризацией на основе нерегулярной линзы из однородного диэлектрика. Использование излучателей АР на основе однородных линзовых антенн с облучаемой сферической и теневой эллиптической сторонами позволило получить КНД, близкий к предельно достижимому, при заданных размерах линзы. УБЛ в плоскости АР близок к УБЛ синфазного равноамплитудного раскрыва. Потери в материалах составили менее 1 дБ, суммарные потери с учетом согласования – менее 2 дБ. Из-за нежелательных отражений от поверхности линзы ухудшается согласование антенной системы.

Использование однородного диэлектрика позволило значительно снизить стоимость производства нерегулярной линзы, однако существенно увеличило ее массу. Поэтому разработанную антенную систему целесообразно использовать в системах спутниковой связи, которые не имеют существенных ограничений по массе.

Список источников

1. *Zhou H., Jong M., Lo G.* Evolution of satellite communication antennas on mobile ground terminals // International Journal of Antennas and Propagation. 2015. Vol. 2015. 14 p.

2. *Han G.D.* [et al.] A novel hybrid phased array antenna for satellite communication on-the-move in Ku-band // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2015. Vol. 63, No. 4. Pp. 1375–1383.

3. *Овчинникова Е.В.* [и др.] Антенные решётки спутниковых мобильных телекоммуникационных систем // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2021. Т. 182, № 3. С. 39–54.

4. Low profile hemispherical lens antenna array on a ground plane: patent 5781163 United States / L.J. Ricardi, F.W. Cipolla; date of patent 14.07.1998.

5. *Пастернак Ю.Г.* [и др.] Разработка фазированной антенной решетки с запиткой от печатной линзы Ротмана для мобильного терминала спутниковой связи // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 2. С. 88–102.

6. Lens arrays configurations for improved signal performance: patent 20210167514 United States / S. Matitsine, L. Matytsine, A. DeMarco; date of patent 03.05.2021.

7. Spherical lens array based multi-beam antennae: patent 10326208 United States / S. Matitsine, L. Matytsine, A. DeMarco; date of patent 18.06.2019.

8. *Марков Г.Т., Сазонов Д.М.* Антенны. М.: Энергия, 1975. 528 с.

9. Нерегулярная линза и многолучевая антенная система с двумя ортогональными поляризациями на ее основе: пат. 2765570 Рос. Федерация / Ю.Г. Пастернак, В.А. Пендюрин, Р.Е. Рогозин; заявл. 09.02.2021, опубл. 01.02.2022.

10. *Weiland T.A.* Discretization method for the solution of Maxwell`s equations for six-component fields Electronics and Communication. 1977. Vol. 31(3). Pp. 116–120.

11. *Clemens M., Weiland T.* Discrete electromagnetism with the finite integration technique // Progress In Electromagnetics Research, PIER 32. 2001. Pp. 65–87.

12. *Горбачев А.П., Ермаков Е.А.* Проектирование печатных фазированных антенных решеток в САПР «CST Microwave Studio»: учебное пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. 88 с.

Информация об авторах

Юрий Геннадьевич Пастернак, д.т.н., профессор
Владимир Андреевич Пендюрин, к.т.н., генеральный директор НПП «АСС»
Дмитрий Константинович Проскурин, к.ф.-м.н., доцент, ректор ВГТУ
Руслан Евгеньевич Рогозин, соискатель

Information about the authors

Yuri G. Pasternak, D.Sc. in Engineering Science, Professor
Vladimir A. Pendyurin, Ph.D. in Engineering Science, Director General of RPE «ACS»
Dmiyty K. Proskurin, Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Rector of VSTU
Ruslan E. Rogozin, applicant

Статья поступила в редакцию 28.04.2023
Одобрена после рецензирования 10.05.2023
Принята к публикации 15.05.2023

The article was submitted 28.04.2023
Approved after reviewing 10.05.2023
Accepted for publication 15.05.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 68–75. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 68–75. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.396

Синфазная печатная антенная решетка с механическим управлением линейной поляризацией для мобильного терминала спутниковой связи

Ю.Г. Пастернак[1], В.А. Пендюрин[2], Д.К. Проскурин[3], Р.Е. Рогозин[4]
[1,3,4]Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия
[2]НПП «Автоматизированные системы связи», Воронеж, Россия
[1]pasternakyg@mail.ru, [2]pva777777@yandex.ru, [3]rector@cchgeu.ru, [4]ruslan-96-01-09@mail.ru

Аннотация. *Разработана и исследована синфазная антенная решетка для мобильного терминала спутниковой связи Ku-диапазона, состоящая из электрически больших излучателей в виде 4-х печатных линз диаметром 200 мм каждая, внешними и внутренними элементами которой являются патч-антенны с двумя ортогональными линейными поляризациями, с механическим управлением линейной поляризацией. Для уменьшения уровня боковых лепестков в качестве излучателей антенной решетки используются объединенные усеченные линзовые антенны на основе планарной печатной (многослойная печатная плата) линзы. Благодаря использованию многослойной печатной платы удалось существенно снизить массу антенной системы, а плоская конструкция антенны удобна для размещения на борту подвижных транспортных средств. Исследованы направленные и частотные свойства, а также потери антенной системы. Из-за узкополосных патч-излучателей печатных линз антенная система работает в узком диапазоне частот.*

Ключевые слова: *антенные решетки, электрически большие элементы, нерегулярная линза, планарные печатные линзовые антенны, многослойные печатные платы.*

Cophasal printed antenna array with mechanical control of linear polarization for a mobile satellite communication terminal

Yu.G. Pasternak[1], V.A. Pendyurin[2], D.K. Proskurin[3], R.E. Rogozin[4]
[1,3,4]Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia
[2]RPE «Automated Communication Systems» (RPE «ACS»), Voronezh, Russia
[1]pasternakyg@mail.ru, [2]pva777777@yandex.ru, [3]rector@cchgeu.ru, [4]ruslan-96-01-09@mail.ru

Abstract. *An in-phase antenna array for a mobile satellite communication terminal of the Ku-band, consisting of electrically large emitters in the form of 4 printed lenses with a diameter of 200 mm each, the external and internal elements of which are patch antennas with two orthogonal linear polarizations, has been developed and studied. , with mechanically controlled linear polarization. To reduce the level of side lobes, combined truncated lens antennas based on a planar printed (multilayer printed circuit board) lens are used as radiators of the antenna array. Thanks to the use of a multilayer printed circuit board, it was possible to significantly reduce the mass of the antenna system, and the flat design of the antenna is convenient for placement on board mobile vehicles. The directional and frequency properties, as well as the losses of the antenna system, are investigated. Due to the narrow band patch emitters of the printed lenses, the antenna system operates in a narrow frequency range.*

Keywords: *antenna arrays, electrically large elements, irregular lens, planar printed lens antennas, multilayer printed circuit boards.*

В электрически больших апертурных антеннах, к которым относятся и линзовые, повышение коэффициента направленного действия (КНД) достигается за счет увеличения площади излучающей поверхности (апертуры) и за счет использования антенных решеток (АР), состоящих из электрически больших излучателей.

Увеличение излучающей апертуры способствует увеличению сложности изготовления антенны, массы, стоимости. Также большие габариты препятствуют использованию антенных систем, например, в мобильных терминалах спут-

© Пастернак Ю.Г., Пендюрин В.А., Проскурин Д.К., Рогозин Р.Е., 2023

никовой связи, размещаемых на борту транспортных средств. Поэтому такой способ увеличения КНД не всегда применим на практике.

Примеры построения антенных решеток из электрически больших линзовых антенн содержатся в [1, 2]. Однако такие антенные системы характеризуются достаточно высокими значениями уровня боковых лепестков (УБЛ), который может существенно превышать величину –13,2 дБ (УБЛ синфазного и равноамплитудного раскрыва). Увеличение УБЛ способствует ухудшению качества приема очень слабых сигналов из-за повышения шумовой температуры антенной системы. Это накладывает определенные ограничения на применение таких антенн в системах связи с очень слабыми сигналами.

В общем случае диаграмма направленности (ДН) АР ($f(\theta)$), состоящей из идентичных, одинаково ориентированных излучателей, вычисляется по теореме умножения ДН [3]:

$$f(\theta) = F_1(\theta) F_{\text{реш}}(\theta), \qquad (1)$$

где $F_1(\theta)$ – ДН одиночного излучателя; $F_{\text{реш}}(\theta)$ – множитель АР, зависящий только от геометрии расположения излучателей.

Из соотношения (1) следует, что $f(\theta)$ зависит как от направленных свойств излучателя, так и от их геометрии расположения. При этом форма $f(\theta)$ определяется множителем $F_{\text{реш}}(\theta)$. При одинаково ориентированных в пространстве излучателях, имеющих одинаковый фазовый сдвиг тока (α) и расположенных на одной прямой с одинаковым шагом (d), нормированная амплитуда множителя направленности АР $f_N(\theta)$ определяется согласно [3]:

$$f_N(\psi) = \left| \frac{\sin(\psi)}{N \sin(\psi / N)} \right|, \qquad (2)$$

$$\psi = N(kd \cos\theta - \alpha)/2. \qquad (3)$$

Из анализа соотношений (2) и (3) следует, что нормированная амплитуда множителя направленности АР – периодическая функция с периодом $N\pi$. При $\psi / N = M\pi, \quad M = \pm 1, \pm 2 \ldots$ функция имеет максимумы единичного уровня, поэтому помимо основного лепестка ДН $\psi = 0$ имеются побочные главные лепестки (дифракционные максимумы). Реальной ДН соответствует только та область, в которой $0° \le \theta \le 180°$ (область видимости). Это эквивалентно [3]:

$$\psi \in \left[-\frac{N}{2}(kd - \alpha), \frac{N}{2}(kd + \alpha) \right]. \qquad (4)$$

Для исключения дифракционных максимумов в реальной ДН интервал изменения ψ ограничивают [3]:

$$\psi \in [-(N-1), (N-1)]. \qquad (5)$$

В данном интервале отсутствуют дифракционные максимумы, а УБЛ не превышает величину первого бокового лепестка. Оба соотношения (4) и (5) эквиваленты одному неравенству, позволяющему выбрать d [3]:

$$d \le \frac{N-1}{N} \frac{\lambda}{1 + |\alpha / kd|}, \qquad (6)$$

где λ – длина волны свободного пространства.

Из соотношения (6) следует, что в синфазных АР ($\alpha = 0$) для исключения дифракционных максимумов из области видимости d должен быть менее λ. В АР, состоящих из электрически больших линзовых антенн (диаметром более 3λ), выполнение такого условия физически невозможно.

Из соотношения (1) следует, что для подавления дифракционных максимумов целесообразно использовать излучатели с высокими направленными свойствами. В линзовых антеннах улучшение направленных свойств может быть достигнуто, например, за счет увеличения числа слоев линзы (если, например, использовать сферические линзы Люнеберга). Однако при таком способе уменьшения УБЛ существенно возрастет стоимость антенной системы, и нет никаких гарантий, что УБЛ приблизится или станет ниже величины –13,2 дБ.

Использование неэквидистантных АР – малоэффективный способ. В этом случае существенно возрастут габариты антенной системы и не факт, что УБЛ приблизится или станет ниже величины –13,2 дБ.

В патенте [4] разработана конструкция линзовой антенны (нерегулярная линза), позволяющая снизить УБЛ до величины –13.2 дБ. Нерегулярная линза – линзовая антенна, состоящая усеченных линзовых элементов, размещенных на одной оси, перпендикулярной оси симметрии каждой линзы (рис. 1).

Благодаря такому техническому решению АР формируется из пересекающихся между собой линзовых излучателей, при этом каждый из облучателей облучает не только линзу, напротив кото-

рой он расположен, но и соседние линзы. Поэтому электромагнитное поле каждой из усеченных линз формируется не только собственным полем облучателя, но и за счет соседних, что позволяет приблизить амплитудное распределение в раскрыве антенны к равномерному, и снизить УБЛ практически до величины –13.2 дБ. В патенте [4] указано, что нерегулярная линза может быть выполнена на основе различных типов линзовых антенн: сферические, апланатические и т.д.

В некоторых радиосистемах (например, в портативных мобильных терминалах спутниковой связи) использование нерегулярной линзы на основе усеченных сферических антенн может быть затруднительно по следующим причинам: большие продольные габариты; неудобность размещения из-за сферической конструкции на борту транспортных средств; большая масса (в некоторых случаях).

Многослойные печатные платы позволяют создавать плоские печатные линзы, в которых преобразование сферического фронта волны облучателя в плоский достигается за счет использования кабелей (или полосковых линий) разных электрических длин, соединяющих излучатели теневой и облучаемой сторон. Зачастую для упрощения конструкции используют в качестве элементов АР микрополосковые патчи. Для соединения линий задержек и патчей теневой и облучаемой сторон используют металлические штырьки (рис. 2) или щелевую связь [5–7].

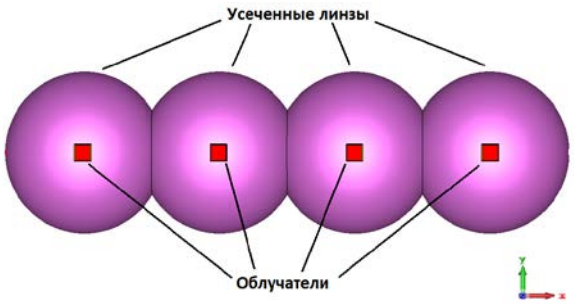


Рис. 1. Схематичное изображение антенной системы на основе нерегулярной линзы

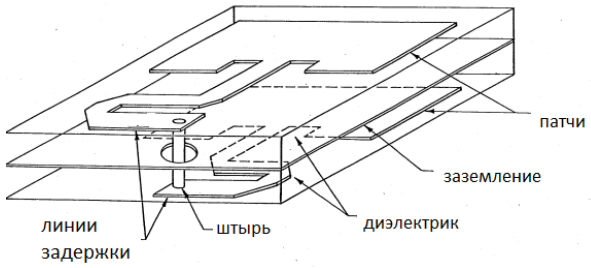


Рис. 2. Патч-элементы АР планарной печатной линзы с соединительным штырем

Использование планарных печатных линз позволяет существенно снизить массу и продольные габариты, реализовать линейную (горизонтальную и/или вертикальную) или круговую поляризацию. При этом облучатели линзы имеют линейную поляризацию, плоский профиль антенны делает ее удобной для размещения на борту транспортного средства или для использования в портативных системах связи.

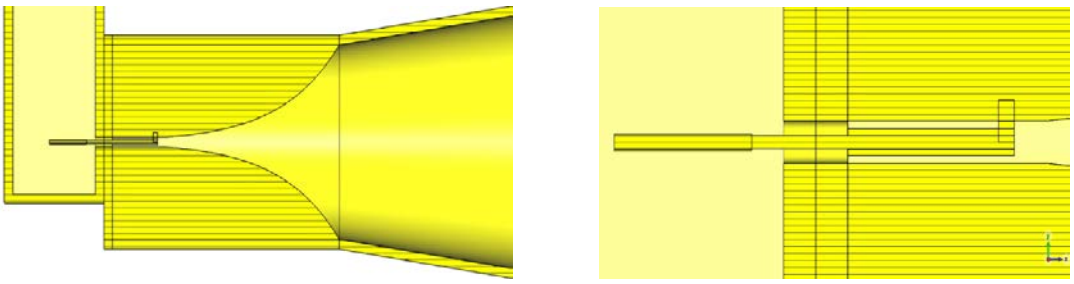
Цель работы – исследование электродинамических характеристик антенной системы для мобильного терминала спутниковой связи с механическим управлением линейной поляризацией на основе нерегулярной линзы, состоящей из усеченных планарных многослойных печатных линзовых антенн.

Нерегулярная линза из усеченных печатных линз

Исследуемая нерегулярная линза состоит из 4-х усеченных линз диаметром 200 мм и периодом расположения 170 мм. Общая длина антенной системы – 710 мм.

Каждая из усеченных линз облучается круглым рупором, возбуждаемым щелевой антенной с экспоненциально расширяющейся щелью (антенна Вивальди). Тыльная сторона антенны Вивальди упирается в закороченную стенку круглого волновода, в центре которой проделано круглое отверстие. Для возбуждения щелевой антенны используется металлический штырь коаксиально-волноводного перехода, закороченный на одну из сторон щели.

Реализация возможности изменения поляризации достигается за счет использования коаксиально-волноводного перехода (волновод типа WR-75 (19x9.5 мм)) с отверстием в широкой стенке волновода. На рис. 3 показано сечение одиночного излучателя. Поляризатор, сечение которого показано на рис. 3, подключается к выходам 6 дБ волноводного делителя мощности. Период расположения излучателей – 170 мм. На рис. 4 показана зависимость КСВН диаграммообразующего волноводного тракта (ДОТ) от частоты.



а) сечение излучателя б) фрагмент сечения

Рис. 3. Сечение одиночного излучателя

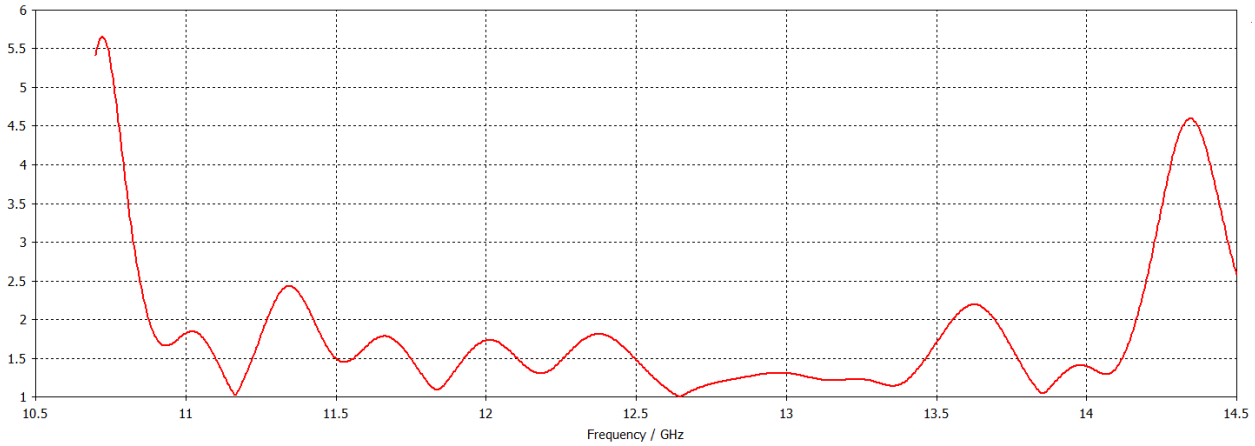


Рис. 4. Зависимость КСВН ДОТ от частоты

Печатные плоские линзы, используемые для создания нерегулярной линзы, аналогичны линзе из [8], но без полоскового квадратурного (90°) делителя мощности, необходимого для реализации круговой поляризации. Каждая из линз состоит из следующих слоев, разделенных между собой слоями металла (заземления):

1) круглые патчи теневой стороны линзы с ортогональной запиткой;

2) 50-омные полосковые линии задержки в форме полукруга или дуги окружности;

3) круглые патчи облучаемой стороны линзы с ортогональной запиткой.

Для электрического соединения элементов в многослойной печатной плате используются металлические штырьки. В качестве диэлектрика используется высокочастотный диэлектрик марки Rogers 3003 (ε_r = 3 и $tg(\delta)$ = 0,001). Суммарная толщина линзы составляет примерно 1 мм. Длины полосковых 50-омных линий задержек рассчитаны согласно [9, 10]. Фокусное расстояние равно диаметру. На рис. 5 показан фрагмент печатной линзы с удаленными слоями диэлектрика и заземления. Внешний вид исследуемой антенной системы показан на рис. 6.

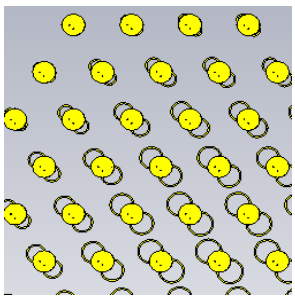


Рис. 5. Фрагмент печатной линзы с удаленными слоями диэлектрика и заземления

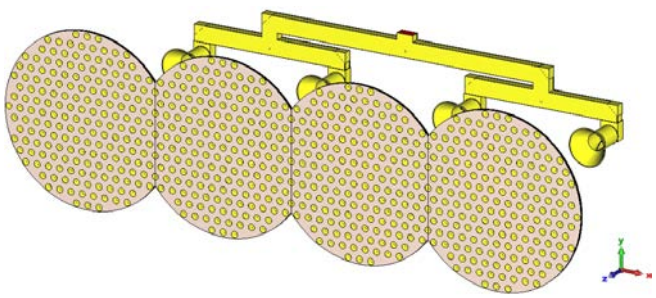


Рис. 6. Исследуемая антенная система

Результаты численного моделирования

Для численного трехмерного электромагнитного моделирования используется метод Вейланда [11–13]. На рис. 7 приведена зависимость коэффициента усиления (КУ) антенной системы от частоты. На рис. 8 показаны ДН в азимутальной плоскости (плоскость АР). Зависимость КСВН от частоты показана на рис. 9. Потери в антенной системе показаны на рис. 10.

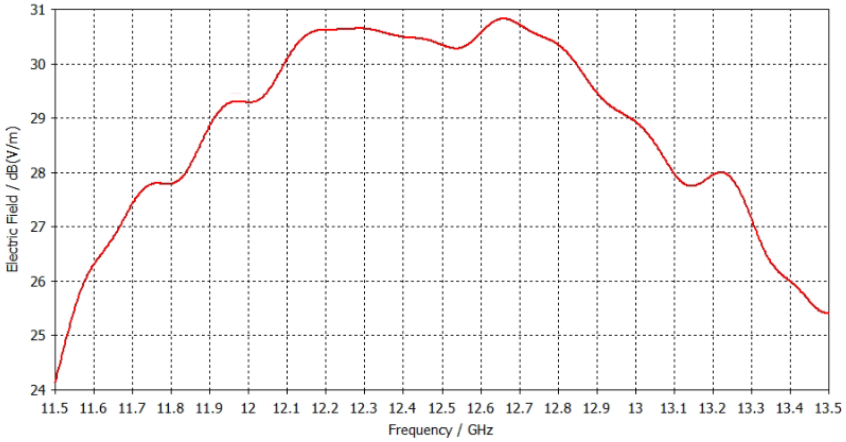
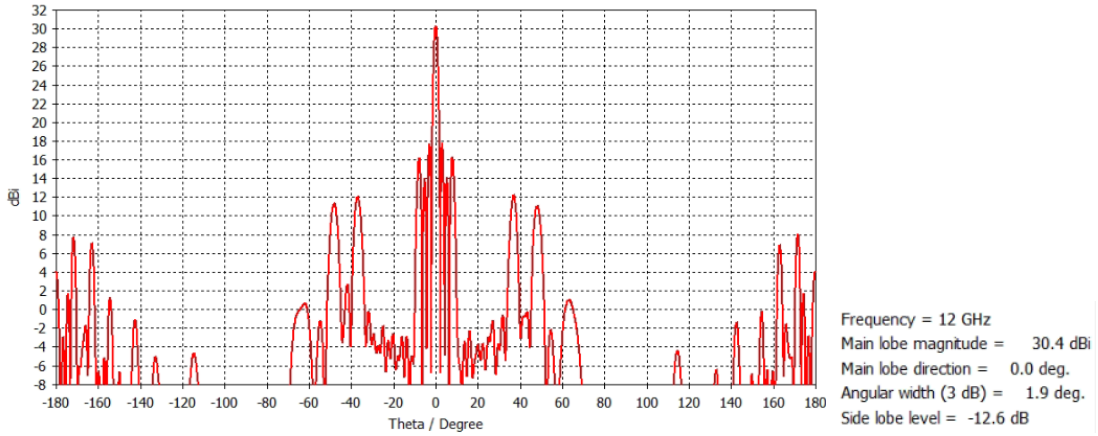
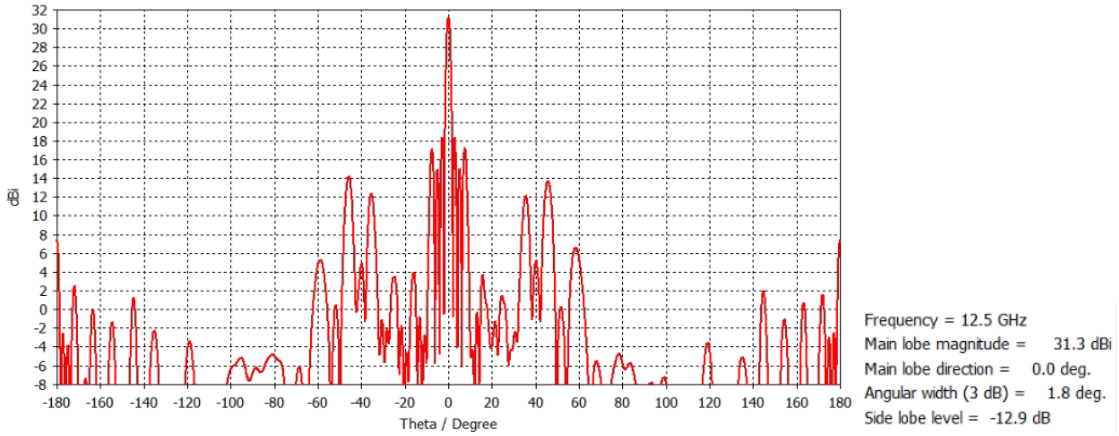


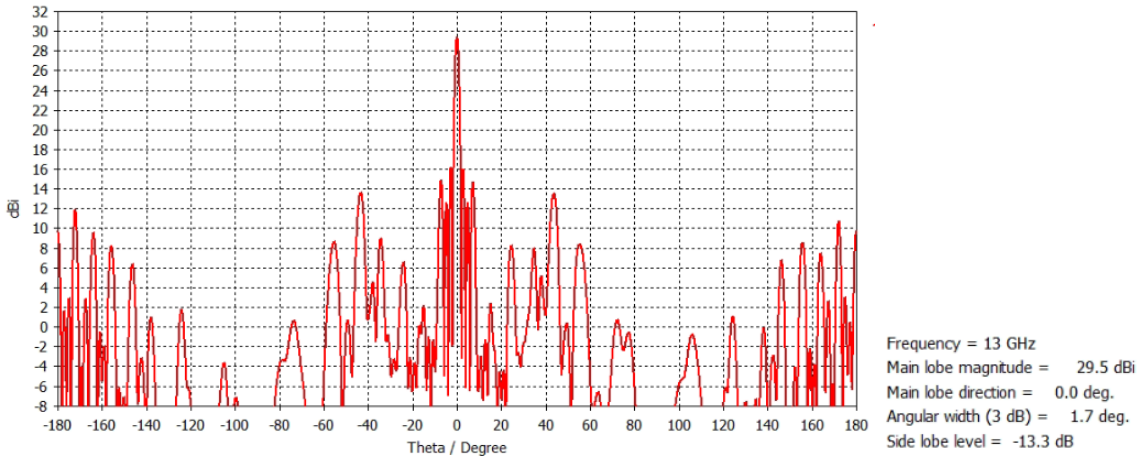
Рис. 7. Зависимость КУ от частоты



а) 12 ГГц



б) 12.5 ГГц



в) 13 ГГц

Рис. 8. ДН в азимутальной плоскости

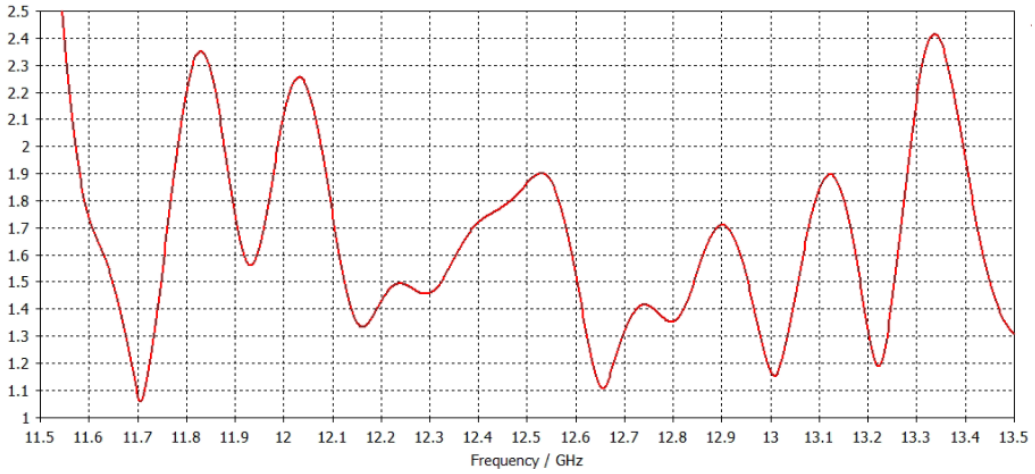


Рис. 9. Зависимость КСВН от частоты

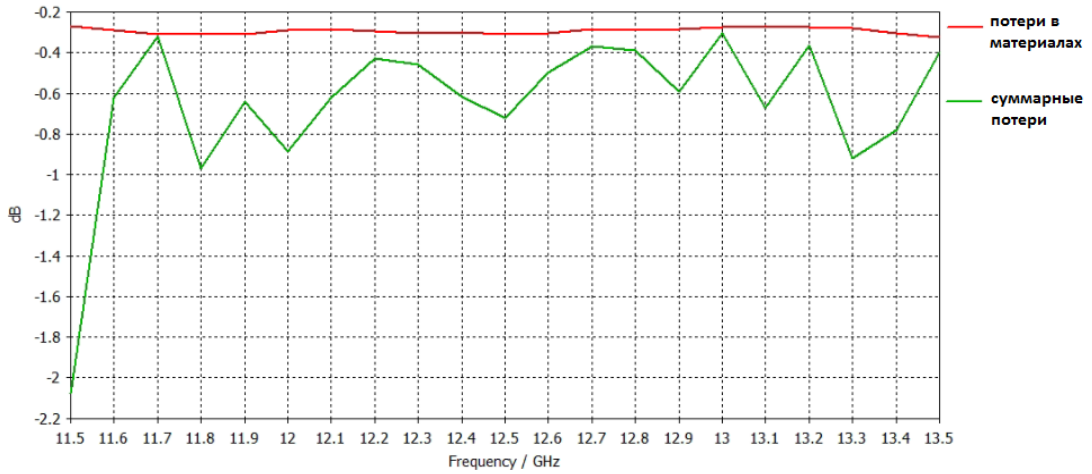


Рис. 10. Потери в антенной системе

Анализ полученных результатов показал:

– максимальное значение КУ – 30.7 дБи;

– из-за узкополосных печатных патчей КУ больше 29 дБи только в диапазоне 11,9–13 ГГц, вне этого диапазона КУ резко убывает с частотой;

– рабочая полоса антенной системы: 12–13 ГГц;

– коэффициент использования поверхности (КИП) имеет максимальное значение равное 0,54.

– максимум УБЛ в азимутальной плоскости –12,6 дБ, что на 0.5 больше, чем у синфазного равноамплитудного раскрыва;

– КСВН в рабочей полосе – не более 2.3;

– суммарные потери (с учетом согласования) – менее 1 дБ.

ДН в объеме на частоте 12.2 ГГц показана на рис. 11.

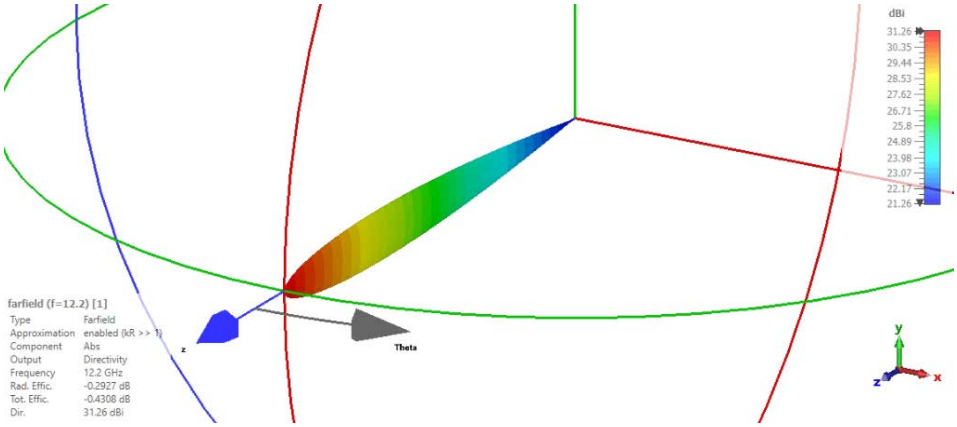


Рис. 11. ДН в объеме на частоте 12.2 ГГц

Заключение

В статье представлены разработка и исследование нерегулярной линзы на основе усеченных планарных печатных линзовых антенн. Антенная система функционирует в диапазоне частот 12–13 ГГц на двух ортогональных поляризациях. Несмотря на электрически большие излучатели в АР, максимум УБЛ в азимутальной плоскости на 0.5 дБ превосходит величину УБЛ синфазного равноамплитудного раскрыва. Суммарные потери (с учетом согласования) менее 1 дБ. Благодаря тонкому плоскому профилю линзы разработанная антенная система обладает небольшой массой и удобна для размещения на борту транспортных средств или для использования в мобильных терминалах спутниковой связи.

Список источников

1. Lens arrays configurations for improved signal performance: patent 20210167514 United States / S. Matitsine, L. Matytsine, A. DeMarco; date of patent 03.05.2021.

2. Spherical lens array based multi-beam antennae: patent 10326208 United States / S. Matitsine, L. Matytsine, A. DeMarco; date of patent 18.06.2019.

3. *Марков Г.Т., Сазонов Д.М.* Антенны. М.: Энергия, 1975. 528 с.

4. Нерегулярная линза и многолучевая антенная система с двумя ортогональными поляризациями на ее основе: пат. 2765570 РФ / Ю.Г. Пастернак, В.А. Пендюрин, Р.Е. Рогозин; заявл. 09.02.2021, опубл. 01.02.2022.

5. *McGrath D.* Planar three-dimensional constrained lenses // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1986. Vol. 34(1). Pp. 46–50.

6. Planar three-dimensional constrained lens for wide-angle scanning: patent 4721966 United States / D.T. McGrath; date of patent: 26.01.1988.

7. Slot coupled microstrip constrained lens: patent 4899164 United States: / D.T. McGrath; date of patent: 06.02.1990.

8. *Пастернак Ю.Г.* [и др.] Двухкоординатная многолучевая антенная система на основе печатной линзы // Сборник тезисов XVIII Международной научно-технической конференции «Физика и технические приложения волновых процессов» (ФиТПВП-2020), г. Самара. С. 100–101.

9. *Фуско В.* СВЧ цепи: Анализ и автоматизированное проектирование: пер. с англ. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.

10. *Rappaport C.M., Zaghloul A.I.* Multifocal bootlace lens design concepts: a review // 2005 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 2005.

11. *Weiland T.A.* Discretization method for the solution of Maxwell`s equations for six-component fields // Electronics and Communication. 1977. Vol. 31(3). Pp. 116–120.

12. *Clemens M., Weiland T.* Discrete electromagnetism with the finite integration technique // Progress In Electromagnetics Research (PIER). 2001. 32. Pp. 65–87.

13. *Горбачев А.П., Ермаков Е.А.* Проектирование печатных фазированных антенных решеток в САПР «CST Microwave Studio»: учебное пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. 88 с.

Информация об авторах

Юрий Геннадьевич Пастернак, д.т.н., профессор
Владимир Андреевич Пендюрин, к.т.н., генеральный директор НПП «АСС»
Дмитрий Константинович Проскурин, к.ф.-м.н., доцент, ректор ВГТУ
Руслан Евгеньевич Рогозин, соискатель

Information about the authors

Yuri G. Pasternak, D.Sc. in Engineering Science, Professor
Vladimir A. Pendyurin, Ph.D. in Engineering Science, Director General of RPE «ACS»
Dmitry K. Proskurin, Ph.D. in Physics and Mathematics, associate professor, Rector of VSTU
Ruslan E. Rogozin, applicant

Статья поступила в редакцию 23.03.2023
Одобрена после рецензирования 03.04.2023
Принята к публикации 10.04.2023

The article was submitted 23.03.2023
Approved after reviewing 03.04.2023
Accepted for publication 10.04.2023

Разное

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 76–81. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 76–81. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 004.032.26; 621.396

Метод оценки числа нейронов в слоях искусственной нейронной сети в виде многослойного персептрона

Андрей Николаевич Голубинский
Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
a.n.golubinskiy@sozvezdie.su

Аннотация. *С целью расчета количества нейронов в слоях искусственной нейронной сети предложен метод оценки числа нейронов для многослойного персептрона.*

Ключевые слова: *нейрон, искусственная нейронная сеть, многослойный персептрон.*

Miscellaneous

Method for estimating the number of neurons in layers of an artificial neural network in the form of a multilayer perceptron

Andrey N. Golubinsky
Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
a.n.golubinskiy@sozvezdie.su

Abstract. *In order to calculate the number of neurons in layers of an artificial neural network, a method for estimating the number of neurons for a multilayer perceptron is proposed.*

Keywords: *neuron, artificial neural network, multilayer perceptron.*

Современный этап научно-технического развития характеризуется переходом от автоматизации к интеллектуализации управления, при котором окончательное решение принимается интеллектуальной системой на основании разнородных слабо формализованных данных значительного объема. В исключительных случаях (в сферах с крайне высоким риском) возможно принятие решения человеком (должностным лицом, принимающим решения) на основании вариантов решений, подготовленных системой с элементами искусственного интеллекта (интеллектуальной системой поддержки принятия решений – ИСППР) и базирующихся на результатах анализа разнородных слабо формализованных данных большого объема. ИСППР – система, которая ассистирует лицам, принимающим решение, в принятии этих решений, используя инструментарии интеллектуального анализа данных, моделирования и визуализации, обладает дружественным интерфейсом, устойчива по качеству, интерактивна и гибка по настройкам [1]. При этом ИСППР свойственны следующие характеристики:

– принятие решения в условиях значительной неопределенности;

– самообучаемость;

– адаптация к незапрограммированным ситуациям.

© Голубинский А.Н., 2023

На сегодняшний день все более широкое распространение получают ИСППР, предоставляющие операторам понятную, с точки зрения человека, информацию о внешней обстановке и набор решений, релевантных сложившейся ситуации. По определению [2], искусственный интеллект – это комплекс технологических решений, позволяющий имитировать когнитивные функции человека (включая самообучение и поиск решений без заранее заданного алгоритма) и получать при выполнении конкретных задач результаты, сопоставимые как минимум с результатами интеллектуальной деятельности человека. В свою очередь, комплекс технологических решений включает в себя информационно-коммуникационную инфраструктуру, программное обеспечение (в том числе в котором используются методы машинного обучения), процессы и сервисы по обработке данных и поиску решений.

Таким образом, наблюдается стремительное развитие и практическое применение технологий искусственного интеллекта в различных сферах. При этом используются различные методы и модели искусственного интеллекта, которые можно условно разделить на два вида [3]: моделирование деятельности естественного интеллекта и машинное обучение (машинный анализ данных). Первый вид – моделирование деятельности естественного интеллекта – основывается на обучении по правилам (например, логическим), сформированным естественным интеллектом. Второй вид – машинное обучение – реализует обучение по прецедентам (примерам из выборки). Таким образом, из определения данных видов следует, что методы первого вида обеспечивают прослеживание логики алгоритма (при относительно простой реализации) и явную интерпретацию результатов, но они не универсальны (например, при масштабировании); также имеет место сложность или невозможность трансформации правил при адаптации. Методы второго вида, в свою очередь, обладают большей универсальностью и точностью решения для ряда задач, но для нелинейных моделей логика получения результата относительно сложно интерпретируется (например, проблематичность или невозможность интерпретации результатов работы слоев глубоких искусственных нейронных сетей); также, как правило, реализация сложнее, а потребность в вычислительных ресурсах выше. В этой связи перспективным направлением является создание принципов гибридного интеллекта, комбинирующего признаки естественного и искусственного интеллекта. Очевидно, что гибридный интеллект должен включать в себя все преимущества рассмотренных выше методов искусственного интеллекта.

В последние десятилетия значительное развитие получили нейросетевые подходы в задачах классификации объектов, отличающиеся высокой точностью классификации, по сравнению с классическими подходами. Они являются практическим преломлением технологий искусственного интеллекта, которые признаны в Российской Федерации одним из ключевых направлений развития [2]. Также последние годы ознаменованы появлением экзафлопсных суперкомпьютеров, позволяющих производить вычисления с большими объемами данных за приемлемое время. Несмотря на успехи практики машинного обучения, очевидно, что в ближайшее время для качественного скачка в технологиях искусственного интеллекта потребуется нивелирование пробелов в теоретических исследованиях данной области.

Важнейшим направлением прикладных научных исследований является разработка и исследование методов оценки достаточного объема репрезентативной выборки для решаемой задачи, способов предобработки входных данных, конструктивных методов построения архитектуры и оценки гиперпараметров искусственных нейронных сетей (ИНС), эффективных алгоритмов обучения и критериев останова обучения ИНС [3–5].

В связи с этим представляет научно-практический интерес получение оценки количества нейронов в слоях многослойного персептрона (МСП), включая глубокие ИНС (два и более скрытых слоев).

Цель работы – разработка метода оценки числа нейронов в слоях искусственной нейронной сети в виде многослойного персептрона.

Постановка задачи

Рассмотрим многослойную сеть прямого распространения (многослойный персептрон), при этом будем использовать следующее обозначение архитектуры ИНС:

$$(M) - N_1 - \ldots - N_h \ldots - N_H - P, \qquad (1)$$

где M – количество входов ИНС (число входных параметров), характеризующих входной слой; N_h – количество нейронов в h-м скрытом слое ИНС; H – количество скрытых слоев ИНС; P – количество нейронов в выходном слое ИНС (число выходных параметров). Например, для трехслойного персептрона с тремя входами и одним выходом архитектура имеет вид $(3) - N_1 - N_2 - 1$.

Теорема Колмогорова–Арнольда–Хехт-Нильсена [6] доказывает представимость функции многих переменных достаточно общего вида с помощью двухслойной ИНС с прямыми полными связями и заранее известными ограниченными (например, сигмоидальными) функциями активации скрытого слоя. Таким образом, теорема доказывает возможность решения задачи представления функции произвольного вида с помощью нейронной сети [6].

Для оценки числа нейронов в единственном скрытом слое ИНС можно воспользоваться формулой для оценки необходимого числа синаптических весов W с сигмоидальными передаточными функциями [6, 7]:

$$\frac{P\,Q_{tr}}{1+\log_2 Q_{tr}} \le W < P\left(\frac{Q_{tr}}{M}+1\right)(M+P+1)+P\,, \quad (2)$$

где Q_{tr} – объем обучающей выборки. Оценив необходимое число весов, можно рассчитать верхнюю ($N_{1в}^{(2)}$) и нижнюю ($N_{1н}^{(2)}$) границы числа нейронов в скрытых слоях, которое для двухслойной сети с учетом смещений (порогов) для нейронов в слоях имеет вид

$$N_{1н}^{(2)} = \frac{W_н}{M+P+1} \ge \frac{P\,Q_{tr}}{(M+P+1)(1+\log_2 Q_{tr})}\,; \quad (3)$$

$$N_{1в}^{(2)} = \frac{W_в}{M+P+1} < \frac{P\,Q_{tr}}{M} + P + \frac{P}{M+P+1}\,. \quad (4)$$

К сожалению, из вышеуказанной теоремы не следует, что один скрытый слой является оптимальным в смысле времени обучения, простоты реализации и, что более важно, качества обобщения.

Заметим, что классифицирующие возможности трехслойной сети ограничены лишь числом искусственных нейронов и весов, при этом трехслойная ИНС позволяет аппроксимировать область решений любой формы с любой точностью [8]. На практике увеличение количества слоев при реализации соответствующей глубокой ИНС позволяет повысить точность классификации и аппроксимации функций [9, 10].

Таким образом, требуется определить необходимое число нейронов $N_1^{(L)}$, $N_2^{(L)}$, …, $N_L^{(L)}$ в каждом слое L-слойной ИНС ($L = H + 1$) для решения задачи классификации.

Описание метода

Количество весов (синаптических связей) для произвольного числа слоев МСП с учетом смещений определяется выражением

$$W_\Sigma^{(L)} = \sum_{l=0}^{L-1}(N_l^{(L)}+1)N_{l+1}^{(L)}\,, \quad (5)$$

где $N_l^{(L)}$ – количество нейронов в l-м слое L-слойной ИНС; $N_0^{(L)} = M$; $N_L^{(L)} = P$.

Аппроксимируем линейной функцией зависимость числа нейронов в слоях ИНС от соответствующего номера слоя:

$$N_l^{(L)} = \frac{P-x}{L-1}\,l + \frac{x\,L-P}{L-1}\,, \quad (6)$$

где $x = N_1^{(L)}$; на рис. 1 приведен пример соответствующей линейной зависимости при $N_1^{(L)} > P$.

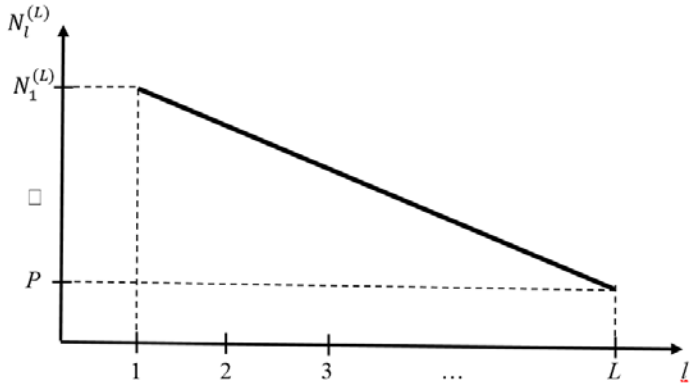


Рис. 1. Зависимость числа нейронов в слоях ИНС от номера слоя

Подставляя формулу (6) в выражение (5) и учитывая, что

$$\sum_{l=1}^{L-1} l = \frac{1}{2}(L-1)L; \quad \sum_{l=1}^{L-1} l^2 = \frac{1}{6}(L-1)L(2L-1), \quad (7)$$

запишем решение квадратного уравнения относительно положительно определенного *x*:

$$N_1^{(L)} = \sqrt{\frac{3(L-1)}{L(L-2)}}\sqrt{W_\Sigma^{(L)} + \frac{MP}{2} - \frac{LP}{4} + \frac{-4L(L^2-3L-1)P^2+3(L-1)(2M+L)^2+12P(2M+L-P)}{16L(L-2)}} - \\ - \frac{3(L-1)}{2L(L-2)}M - \frac{L^2-2L+3}{2L(L-2)}P - \frac{3(L-1)}{4(L-2)}. \quad (8)$$

Если удобно использовать обозначение количества скрытых слоев ($H = L - 1$) МСП, то формула для оценки количества нейронов в слоях принимает вид

$$N_1^{(H)} = \sqrt{\frac{3H}{H^2-1}} \times \sqrt{W_\Sigma^{(H)} + \frac{MP}{2} - \frac{(H+1)P}{4} + \frac{-4(H+1)(H^2-H-3)P^2+3H(2M+H+1)^2+12P(2M+H+1-P)}{16(H^2-1)}} - \\ - \frac{3H}{2(H^2-1)}M - \frac{H^2+2}{2(H^2-1)}P - \frac{3H}{4(H-1)}. \quad (9)$$

На основании выражения (5) число нейронов в соответствующем слое МСП

$$N_l^{(L)} = \frac{P-N_1^{(L)}}{L-1}l + \frac{N_1^{(L)}L-P}{L-1}. \quad (10)$$

В частном случае для трехслойного персептрона ($L = 3$ или $H = 2$) число нейронов в первом скрытом слое

$$N_1^{(3)} = \sqrt{2W_\Sigma^{(3)} + M^2 + 3M + 2MP + \frac{9}{4}} - \\ - M - P - \frac{3}{2}. \quad (11)$$

Положим, что количество весов ИНС является постоянной величиной для произвольного числа слоев МСП:

$$W_\Sigma^{(L)} = const. \quad (12)$$

Тогда, с целью определения количества весовых коэффициентов в (8) и (9), можно воспользоваться формулой (2) для оценки минимального количества весов ИНС:

$$W_{\Sigma\,min}^{(L)} = \frac{P\,Q_{tr}}{1+\log_2 Q_{tr}}, \quad (13)$$

которое определяется объемом обучающей выборки и количеством выходов ИНС.

В результате при использовании (13), например, для трехслойного персептрона – формула (11), запишем выражение для оценки числа нейронов в первом слое:

$$N_1^{(3)} = \left\lceil \sqrt{\frac{2P\,Q_{tr}}{1+\log_2 Q_{tr}} + M^2 + 3M + 2MP + \frac{9}{4}} - M - P - \frac{3}{2} \right\rceil, \quad (14)$$

где $\lceil\ \rceil$ – операция округления в б*о*льшую сторону.

Обсуждение результатов

В качестве примера на рис. 2 представлен график зависимости отношения (по нижней границе) числа нейронов в первом скрытом слое МСП (8) к числу нейронов единственного скрытого слоя двухслойной ИНС (3) от номера слоя при параметрах $M = 7$; $P = 2$; $Q_{tr} = 8 \cdot 10^5$. Как видно из данного графика, число нейронов первого слоя в трехслойной сети сокращается примерно в 20 раз, а в десятислойной – в 50 раз относительно двухслойного персептрона.

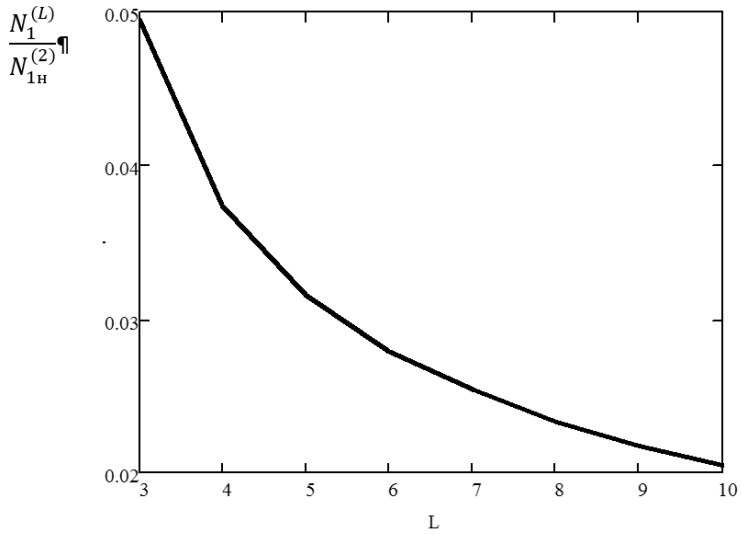


Рис. 2. Зависимость отношения числа нейронов в первом скрытом слое МСП к числу нейронов скрытого слоя двухслойной ИНС от номера слоя

Заметим, что в частном случае для трехслойного персептрона при выполнении условия

$$W_\Sigma^{(3)} \gg \frac{M^2}{2} + \frac{3}{2}M + MP + \frac{9}{8}$$

из формулы (11) следует, что число нейронов в первом скрытом слое

$$N_1^{(3)} \approx \sqrt{2W_\Sigma^{(3)}} - M - P - \frac{3}{2}, \qquad (15)$$

а при

$$\sqrt{2W_\Sigma^{(3)}} \gg M + P + \frac{3}{2}$$

выражение (15) принимает вид

$$N_1^{(3)} \approx \sqrt{2W_\Sigma^{(3)}}. \qquad (16)$$

Следует отметить, что после того как обученная на тренировочных данных нейросеть продемонстрировала хорошие обобщающие способности при разбиении выборки объемом Q векторов (например, 80/20%) на обучающую Q_{tr} и тестовую (верификационную) Q_{test}, возможно обучение ИНС на всех 100% выборки с целью последующей валидации (на неизвестных данных). Для этого требуется увеличить емкость МСП при соответствующем увеличении объема выборки для обучения. Например, при увеличении объема обучающей выборки на 20% (с 80% от общего объема выборки до 100%) необходимо увеличить количество нейронов в первом слое трехслойной сети на 12%:

$$\frac{N_1^{(3)}}{N_{1tr}^{(3)}} \approx \sqrt{\frac{W_\Sigma^{(3)}}{W_{\Sigma tr}^{(3)}}} = \sqrt{\frac{Q(1+\log_2 Q_{tr})}{Q_{tr}(1+\log_2 Q)}} \approx \sqrt{\frac{Q}{Q_{tr}}} = \sqrt{\frac{Q}{0{,}8Q}} \approx 1{,}12\,. \qquad (17)$$

Представленный подход к построению архитектуры ИНС демонстрирует хорошие результаты по достижению заданного значения целевой функции, определяемого критерием останова при обучении ИНС. В случае необходимости возможна вариация архитектуры ИНС при изменении общего количества весовых коэффициентов (увеличение количества нейронов в скрытых слоях при достижении удовлетворительной точности для решаемой задачи).

Заключение

Таким образом, с целью расчета количества нейронов в слоях искусственной нейронной сети предложен метод оценки числа нейронов для многослойного персептрона. Предложенный конструктивный метод построения архитектуры МСП позволяет оценить число нейронов в слоях ИНС для обучения эффективным алгоритмом при заданных условиях и ограничениях (например, используя алгоритмы Adam или Левенберга–Марквардта).

Список источников

1. *Tariq Rafi* Intelligent Decision Support Systems – A Framework. India, 2011.

2. Указ Президента РФ о развитии искусственного интеллекта в РФ № 490 от 10.10.2019. Национальная стратегия развития искусственного интеллекта на период до 2030 года [Эл. ресурс]. Режим доступа: http://static.kremlin.ru/media/events/files/ru/AH4x6HgKWANwVtMOfPDhcbRpvd1HCCsv.pdf.

3. *Голубинский А.Н., Толстых А.А.* О построении нейроклассификаторов для решения задач классификации объектов на цифровых изображениях // Теория и техника радиосвязи. 2022. № 3. С. 82–89.

4. *Голубинский А.Н.* Применение искусственной нейронной сети в виде многослойного персептрона для формирования рейтинга частотных каналов в системе когнитивного радио // Теория и техника радиосвязи. 2020. № 2. С. 64–73.

5. *Голубинский А.Н.* О построении архитектур и оценке параметров искусственных нейронных сетей // Теория и техника радиосвязи. 2020. № 1. С. 72–87.

6. *Круглов В.В., Борисов В.В.* Искусственные нейронные сети. Теория и практика. М.: Горячая линия–Телеком, 2002.

7. *Widrow B., Lehr M.A.* 30 years of adaptive neural networks: perceptron, madaline, and backpropagation // Proceeding of the IEEE. Sept. 1990. Vol. 78, No. 9. Pp. 1415–1442.

8. *Уоссермен Ф.* Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика. М.: Мир, 1992.

9. *Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А.* Глубокое обучение. М.: ДКМ Пресс, 2017.

10. *Николаенко С., Кадурин А., Архангельская Е.* Глубокое обучение. СПб.: Питер, 2018.

Информация об авторе

Голубинский А.Н., д.т.н., руководитель аппарата научного руководителя

Information about the author

Golubinsky A.N., D.Sc. in Engineering Sciences, head of Scientific Director`s Office

Статья поступила в редакцию 22.03.2023
Одобрена после рецензирования 03.04.2023
Принята к публикации 07.04.2023

The article was submitted 22.03.2023
Approved after reviewing 03.04.2023
Accepted for publication 07.04.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 82–88. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 82–88. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.391

Реализация программного модуля распознавания рукописных символов на основе применения искусственных нейронных сетей

Александр Сергеевич Селиванов[1], Дмитрий Игоревич Беликов[2], Александр Александрович Сапрыкин[3]
[1,2,3]Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
[1]a.s.selivanov@sozvezdie.su, [2]d.i.belikov@sozvezdie.su, [3]a.a.saprikin@sozvezdie.su

Аннотация. *Разработан программный модуль распознавания рукописных символов для оперативного преобразования рукописного текста в цифровой вид. В основе работы данного модуля лежит использование заранее обученной искусственной нейронной сети сложной топологии, в архитектуре которой применяются как модели прямого распространения, так и модели свёрточных и рекуррентных нейронных сетей.*

Ключевые слова: *программный модуль, распознавание рукописного ввода, распознавание в реальном времени, искусственная нейронная сеть.*

Implementation of the handwriting recognition software module based on the use of artificial neural networks

Alexander S. Selivanov[1], Dmitry I. Belikov[2], Alexander A. Saprykin[3]
[1,2,3]Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
[1]a.s.selivanov@sozvezdie.su, [2]d.i.belikov@sozvezdie.su, [3]a.a.saprikin@sozvezdie.su

Abstract. *A software module for handwriting recognition is developed for the rapid transformation of handwritten text into digital form. The work of the module is based on the use of a pre-trained artificial neural network of complex topology, the architecture of which uses feedforward models, as well as models of convolutional and recurrent neural networks.*

Keywords: *software module, handwriting recognition, online recognition, artificial neural network.*

В настоящее время на объектах заказчика осуществляется слуховой прием телеграфных сигналов, содержащих информацию ограниченного доступа, которая должна быть оперативно доведена до вышестоящего командования. Это возможно осуществить методом оперативного преобразования принятой информации в электронный вид путем автоматической обработки и распознавания текста рукописных документов.

Распознавание рукописного ввода или распознавание рукописного текста осуществляется при помощи компьютера и представляет собой способность получения, интерпретации разборчивого рукописного ввода из таких источников, как бумажные документы, фотографии, сенсорные экраны и другие устройства. Различают два основных метода распознавания рукописного ввода, которые можно классифицировать, прежде всего, по способу получения информации о тексте. В первом случае изображение написанного текста вводится в компьютер при помощи сканирования. Этот метод называется распознаванием документа в режиме «оффлайн». Во втором случае информация снимается непосредственно в момент написания символа. Как правило, она поступает с датчиков, отражающих движение пера пишущего, например, с помощью поверхности сенсорного экрана. Этот метод называется распознаванием в реальном времени, или в режиме «онлайн». Метод «оффлайн» нецелесообразен для решения задач оперативной передачи и доведения информации по причине низкой точности, так как изначально представлено меньшее количество входных данных, в том числе отсутствует информация о траектории движения при написании символа.

В настоящей статье приведены результаты исследования «онлайн» метода распознавания рукописных символов, в ходе которого был разработан программный модуль (ПМ) на основе

© Селиванов А.С., Беликов Д.И., Сапрыкин А.А., 2023

искусственной нейронной сети (ИНС). Нейросетевой подход в реализации ПМ выбран как практическое применение технологий искусственного интеллекта – направления, которое признано ключевым для развития в Российской Федерации [1]. Следует отметить, что подобные системы (с использованием ИНС) разрабатываются зарубежными компаниями. Отечественные аналоги систем для распознавания рукописных символов русскоязычного написания не найдены (или отсутствуют).

ПМ позволяет производить посимвольную трансляцию рукописного текста в электронный вид при использовании планшета и пера. Особенность заключается в применении ИНС при обработке входных данных, что позволяет настраивать и адаптировать функцию классификации рукописных символов, представленных набором данных, и, как следствие, оптимизировать модель классификатора для работы с рукописными символами русского языка. Это, в свою очередь, позволяет добиться увеличения точности корректного распознавания рукописных символов при сохранении вариативности начертания из-за особенностей почерка различных людей по сравнению с системами, использующими жёсткую математическую модель. На данный момент технология проработана до уровня распознавания посимвольного ввода прописных строчных букв и цифр со степенью точности порядка 98%.

Можно выделить три основных этапа в работе ПМ:

1. Путь пера преобразуется в последовательность координат точек в высоком разрешении с последующей очисткой от шумов и децимацией по критерию оптимальной равноудаленности точек друг от друга в евклидовом пространстве (рис. 1). Результат конвертируется в пространство векторов размерности входного слоя ИНС, что позволяет не учитывать размер символа и его относительное расположение.

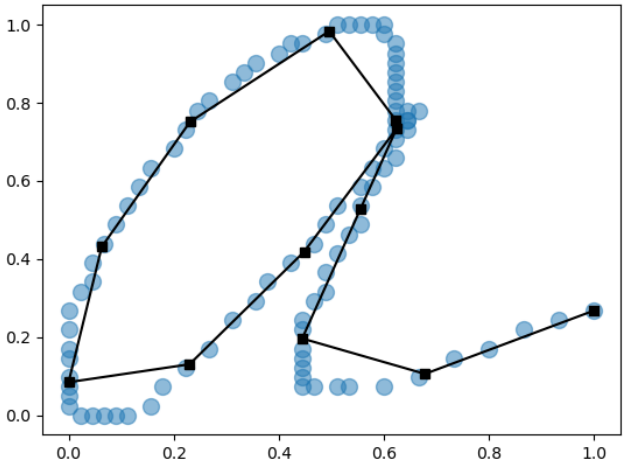


Рис. 1. Изображение тестового символа.
Окружностями обозначены введенные точки, линией – выбранные

2. Пространство векторов делится на отдельные области; в качестве классификатора используется заранее обученная ИНС, состоящая из входного слоя четырех параллельно подключенных модулей, решающего и выходного слоев (рис. 2).

Первый и второй модули свертки (convolution) схожи по архитектуре: два сверточных и два неполносвязных скрытых слоя, но отличаются размерами скрытых слоев и величиной ядер свертки. Неполносвязность достигается случайным редуцированием наименее весомых связей нейронов в скрытых слоях. Третий модуль – это многослойный персептрон (multilayer perceptron, или MLP), который состоит из четырех полносвязных скрытых слоев. Четвертый модуль долгой краткосрочной памяти (long short-term memory, или LSTM) является рекуррентной ИНС с тремя скрытыми слоями, архитектура которой позволяет запоминать значения как на короткие, так и на длинные интервалы времени. Хранимое значение не размывается во времени, так как LSTM-модуль не использует функцию активации внутри рекуррентных компонентов [2].

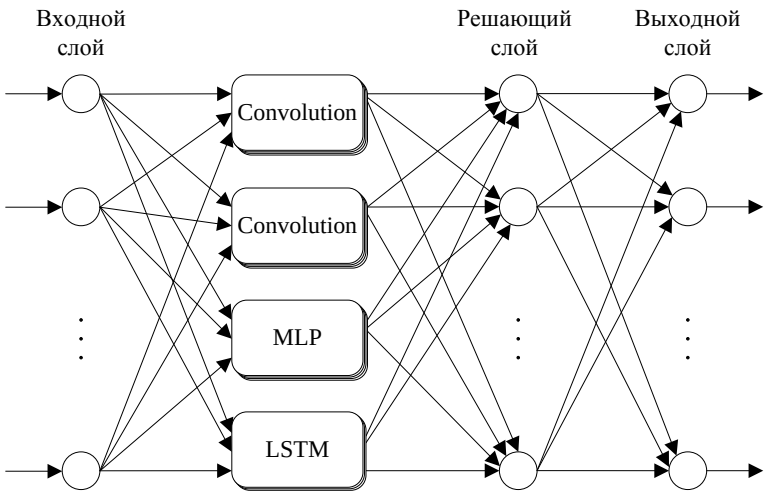


Рис. 2. Структурная схема ИНС

Для возбуждения нейронов в слоях используются следующие функции активации:

– выпрямленная линейная (Rectified Linear Unit, или ReLU) функция возвращает ноль, если принимает отрицательный аргумент, а в случае положительного аргумента возвращает само число, то есть она может быть записана как

$$f(z) = \max(0, z); \tag{1}$$

– сигмоида – является гладкой монотонно возрастающей нелинейной функцией, позволяющей нейронам как усиливать слабые сигналы, так и не насыщаться от сильных сигналов, и может быть представлена в виде

$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}; \tag{2}$$

– обобщенная логистическая функция для многомерного случая (Softmax) – преобразует вектор z размерности K в вектор σ той же размерности, где каждая координата σ_i полученного вектора представлена вещественным числом в интервале [0,1] и сумма координат равна единице, то есть имеет вид

$$\sigma(z)_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^{K} e^{z_k}}. \tag{3}$$

Для инициализации весов в слоях ИНС используются методы Глорота и Хи.

Метод инициализации Глорота (также называемый инициализацией Хавьера) позволяет упростить прохождение сигнала через слой во время как прямого, так и обратного распространения ошибки для сигмоидной функции. При вычислении весов этот метод опирается на вероятностное распределение с дисперсией, равной [3]

$$Var(W) = \frac{2}{n_{in} + n_{out}}, \tag{4}$$

где n_{in} и n_{out} – количество нейронов в предыдущем и последующем слоях соответственно.

Метод инициализации Хи – это вариация метода Хавьера для функции активации ReLU, компенсирующая тот факт, что эта функция возвращает ноль для половины области определения, а именно в случае

$$Var(W) = \frac{2}{n_{in}}. \tag{5}$$

Выбранные способы инициализации весов значительно влияют на способность модели к обучению, так как они предустанавливают параметры модели с учетом функции потерь.

Для оценки функционирования модели используется функция потерь категориальной кросс-энтропии, которая измеряет расхождение между двумя вероятностными распределениями, позволяя модели определить, насколько она «неправильная», и на основе этой «неправильности» улучшить себя. Это мера ошибки. Роль функции потерь в процессе обучения заключается в минимизации этой ошибки/потери. Кросс-энтропия определяется как [4]

$$H(P,Q) = -\sum_{x} P(x) \log Q(x), \tag{6}$$

где P – распределение истинных ответов, а Q – распределение вероятностей прогнозов модели.

По мере распространения сигнала сети, пройдя через внутренние слои, он может сильно исказиться как по матожиданию, так и по дисперсии, что чревато серьезными несоответствиями между градиентами на различных уровнях. Для решения данной проблемы используется функция батч-нормализации. Данный метод решает проблему, позволяя нормализовать входные данные таким образом, чтобы получить нулевое матожидание и единичную дисперсию. Нормализация выполняется перед входом в каждый слой.

3. Результаты работы всех модулей попадают на решающий слой, осуществляющий активацию нейронов выходного слоя, каждому из которых соответствует свой печатный символ. Выбирается символ, которому соответствует наиболее весомый нейрон выходного слоя.

Для обучения ИНС используется алгоритм обратного распространения ошибки и набор данных, состоящий из 15120 элементов 27 уникальных образцов почерка (табл. 1). Обучение начинается с предъявления образа и вычисления соответствующей реакции. Сравнение с желаемой реакцией дает возможность изменять веса связей таким образом, чтобы ИНС на следующем шаге могла выдать более точный результат. Такой подход позволяет добиться точности распознавания символов, не применяемых в построении модели образцов почерка, порядка 90%, при обучении на сравнительно небольшом наборе данных (15 наборов почерка). Данные результаты улучшаются до ~99% путём увеличения выборки данных (27 наборов) для обучения, что позволит распознавать символы, несмотря на уникальные особенности почерка различных людей.

Время обучения модели на персональном компьютере с установленным двухъядерным процессором Intel Core i3 3,3 ГГц (106 гигафлопс) и 4 Гб ОЗУ составило семь дней (64,11 эксафлоп).

Таблица 1

Данные для обучения и тестирования модели

Кол-во образцов для каждого символа	Кол-во уникальных почерков	Общее кол-во образцов
15	15	225
20	8	160
50	3	150
70	1	70
Кол-во уникальных символов	=	=
28	27	605
Итоговое кол-во собранных образцов	Объем данных после фильтрации	
16940	15120	
Обучающая выборка	Валидационная выборка	Тестовая выборка
70% от общего объема данных	30% от общего объема данных	по 10 образцов каждого символа трех уникальных почерков, не участвовавших в обучении и валидации
10584	4536	840

После обучения точность моделей составила 62,26% для сверточного модуля 1; 61,19% для сверточного модуля 2; 83,10% для MLP-модуля и 78,21% для модуля LSTM. Объединение модулей в единую ИНС (создание сети-трансформера) позволило увеличить точность распознавания символов до 99,29% и улучшить обобщающую способность модели благодаря добавлению решающего слоя, диспетчеризирующего выходы всех четырех модулей. Таким образом, символы, плохо поддающиеся идентификации в одних модулях, успешно классифицируются в других, например, символ «я» хорошо идентифицируется сверточными модулями (90% и 100% соответственно) и плохо распознается модулями MLP (0%) и LSTM (37%). При этом для итоговой модели не происходит переобучение модели с потерей способности распознавания ранее неизвест-

ных индивидуальных почерков, не применяемых для обучения и валидации модели. Как видно из табл. 2, обученные по-отдельности модули на том же наборе данных достигают высокой степени точности на валидационном наборе (98,56% для сверточного модуля 1; 98,4% для сверточного модуля 2; 98,76% для MLP-модуля и 98,5% для модуля LSTM), однако имеют относительно худшую способность распознавать тестовые образцы символов. Стоит отметить, что отдельно взятые модули (Convolution, LSTM или MLP) можно использовать для решения задачи распознавания при увеличении их вычислительной сложности (размера) до момента получения метрик, сопоставимых с итоговой моделью, рассматриваемой в данной работе. Однако такой подход приводил к кратному росту времени обучения и итоговой скорости распознавания.

Таблица 2

Сравнение точности отдельно взятых модулей с итоговой моделью

Символы	Итоговая модель		Сверточный модуль 1		Сверточный модуль 2		MLP модуль		LSTM модуль	
	Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%	Кол-во	%
ошибка на валидационной выборке		1		1,44		1,6		1,24		1,5
а	30	100	5	17	18	60	30	100	30	100
б	30	100	27	90	12	40	30	100	30	100
в	30	100	21	70	6	20	30	100	30	100
г	30	100	26	87	12	40	30	100	30	100
д	30	100	26	87	30	100	30	100	29	97
е	30	100	26	87	29	97	30	100	30	100
ж	29	97	2	7	3	10	14	47	30	100
з	30	100	15	50	30	100	11	37	19	63
к	30	100	20	67	6	20	25	83	22	73
л	30	100	26	87	30	100	30	100	30	100
м	30	100	26	87	5	17	30	100	30	100
н	29	97	11	37	29	97	29	97	30	100
о	30	100	30	100	9	30	6	20	14	47
п	30	100	29	97	30	100	30	100	30	100
р	30	100	5	17	3	10	30	100	16	53
с	30	100	29	97	30	100	14	47	30	100
т	29	97	17	57	18	60	30	100	6	20
у	30	100	12	40	12	40	26	87	14	47
ф	30	100	3	10	5	17	29	97	27	90
х	30	100	23	77	29	97	30	100	30	100
ц	30	100	18	60	18	60	9	30	27	90
ч	30	100	24	80	17	57	30	100	30	100
ш	30	100	0	0	27	90	30	100	11	37
щ	30	100	6	20	23	77	30	100	30	100
э	30	100	30	100	30	100	30	100	7	23
ю	30	100	30	100	6	20	25	83	30	100
я	27	90	30	100	30	100	0	0	11	37
точность на тестовой выборке	834	99,29	523	62,26	514	61,19	698	83,10	657	78,21

В ПМ реализована функция отображения статистически наиболее вероятных вариантов ответов, которая оставляет за человеком возможность принять окончательное решение (рис. 3).

Преимуществами разработанного ПМ являются:

– скорость работы – распознавание символа с момента окончания начертания занимает порядка 50 мс;

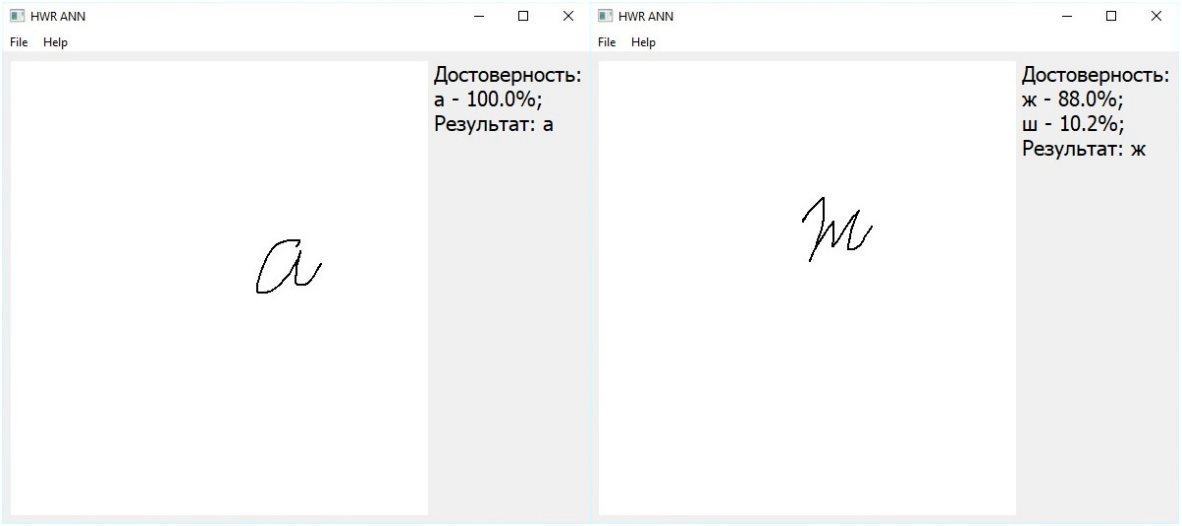
– малый объем используемых ресурсов – ПМ потребляет 0,015 MIPS процессорного времени и 100 Мб ОЗУ;

– использование языка программирования Python и свободно распространяемых библиотек с открытым исходным кодом позволяет компилировать ПМ для работы в разных операционных системах, таких как Windows, Astra Linux, ОС МСВС, Android и др.;

– возможность распознавать рукописные символы русского языка несмотря на особенности почерка конкретного оператора;

– способность работать без подключения к сети Интернет, что добавляет мобильности в использовании ПМ;

– возможность подключения дополнительных модулей, значительно расширяющих возможности ПМ (например, конвертация распознанного символа в необходимый текстовый или графический формат).



а) б)

Рис. 3. Основное окно ПМ с распознанными символами не используемого в обучении почерка: а – буква «а»; б – буква «ж»

Применение разработанного программного обеспечения в составе автоматизированного рабочего места позволит оператору оперативно доводить принятую информацию до командования, что позволит обеспечить высокий уровень обмена информацией централизованного управления.

Разработанный ПМ позволяет с высокой точностью и скоростью распознавать рукописные символы русского языка несмотря на особенности почерка конкретного оператора. В дальнейшем для распознавания рукописного текста возможно создание ИНС, позволяющей сегментировать рукописный текст на отдельные символы, и применение данного модуля в качестве решающей функции для их классификации. Данную систему возможно применить в устройствах типа «графический планшет» и подобных.

Список источников

1. О развитии искусственного интеллекта в Российской Федерации [Указ Президента Российской Федерации № 490 от 10 октября 2019 г.]. Национальная стратегия развития искусственного интеллекта на период до 2030 года [Электронный ресурс]. URL: http://kremlin.ru/acts/bank/44731.

2. *Хайкин С.* Нейронные сети. Полный курс. М.: Вильямс, 2006. 1104 с.

3. *Келлехер Д.Д.* Глубокое обучение. Самый краткий и понятный курс. М.: Эксмо, 2022. 160 с.

4. *Гудфеллоу Я., Бенджео И., Курвилль А.* Глубокое обучение. М.: ДМК Пресс, 2017. 652 с.

Информация об авторах

А.С. Селиванов, начальник отдела
Д.И. Беликов, старший инженер
А.А. Сапрыкин, старший инженер

Information about the authors

A.S. Selivanov, head of the department
D.I. Belikov, senior engineer
A.A. Saprykin, senior engineer

Статья поступила в редакцию 05.04.2023
Одобрена после рецензирования 13.04.2023
Принята к публикации 17.04.2023

The article was submitted 05.04.2023
Approved after reviewing 13.04.2023
Accepted for publication 17.04.2023

Теория и техника радиосвязи. 2023. № 2. С. 89–95. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2023. No. 2. Pp. 89–95. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 681.3

Сложение и умножение чисел в кодах алгебраической системы конечного поля для вычислительных устройств БПЛА

Александр Васильевич Велигоша[1], Максим Владимирович Морозов[2], Роман Игоревич Струков[3]
[1,2]Военная академия РВСН имени Петра Великого, филиал в Серпухове, Московская область, Россия
[3]Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия
[1]aveligosha@mail.ru, [2]maksimys07@bk.ru, [3]strukov-r-i@mail.ru

Аннотация. *Применяемые способы обработки информационных данных в вычислительных устройствах беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) не обеспечивают требований по их производительности и достоверности результатов, что обусловлено отсутствием высокопроизводительных цифровых процессоров обработки сигналов и возможными сбоями программно-аппаратных средств. Для устранения этих недостатков и повышения эффективности вычислительных устройств БПЛА предлагается использовать в них вычислительные алгоритмы, основанные на представлении данных в кодах алгебры конечного поля. Предлагаемый подход позволит повысить производительность вычислительных устройств, достоверность результатов вычислений и отказоустойчивость вычислителей.*

Ключевые слова: *алгебра конечного поля, модульная операция, немодульная операция, вычислительное устройство, алгоритм, умножение, сложение.*

Addition and multiplication of numbers in finite field algebraic system codes for UAV computing devices

Alexander V. Veligosha[1], Maxim V. Morozov[2], Roman I. Strukov[3]
[1,2]Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great (Branch in Serpukhov, Moscow Region, Russia)
[3]Voronezh State University, Voronezh, Russia
[1]aveligosha@mail.ru, [2]maksimys07@bk.ru, [3]strukov-r-i@mail.ru

Abstract. *The methods used for information data processing in computing devices of unmanned aerial vehicles (UAVs) do not provide the requirements for their performance and reliability, which is due to the lack of high-performance digital signal processors and possible failures of software and hardware. To eliminate these shortcomings and improve the efficiency of UAV computing devices, it is proposed to use computational algorithms based on the representation of data in finite field algebra codes. The proposed approach will improve the performance of computing devices, the reliability of computing results and the fault tolerance of calculators.*

Keywords: *finite field algebra, modular operation, non-modular operation, computing device, algorithm, multiplication, addition.*

На современном этапе БПЛА предназначены для решения широкого спектра задач: наблюдения (разведки), нанесения ударов, целеуказания другим средствам поражения, ретрансляции данных при их дистанционном управлении, или путем автономных действий по заранее предписанной программе. Управление системами БПЛА, информационными каналами и каналами управления осуществляется при помощи бортовой системы управления.

Бортовая система управления БПЛА формируется на базе цифровых вычислительных машин (БЦВМ), которые, как правило, управляются либо открытыми операционными системами (ОС), такими как *Linux, Android*, либо специализированными ОС реального времени, такими как *QNX, VME, VxWorks, XOberon* [1]. В последнее время появились проекты по созданию ОС и прикладного программного обеспечения (ПО), специально ориентированного на БПЛА. Получили широкое распространение схемотехнические решения, в которых БЦВМ, а также основ-

© Велигоша А.В., Морозов М.В., Струков Р.И., 2023

ные контроллеры устройств выполнены на единой плате. При этом БЦВМ представляет собой *RISC* микропроцессор, как правило, *ARM* архитектуры, а отдельные контроллеры – микросхемы ПЛИС, которые могут быть запрограммированы с учетом особенностей функционирования конкретных образцов бортового радиоэлектронного оборудования [2].

В качестве аппаратуры управления в малых БПЛА могут применяться цифровые сигнальные процессоры или микроконтроллеры *MicroPC*, программируемые на языках высокого уровня С, С++, Модула-2, Оберон SA или Ада95, а также программные пакеты *SCADA* – диспетчерское управление и сбор данных, предназначенные для разработки или обеспечения работы в реальном времени систем мониторинга или управления [3].

В основных существующих структурах БПЛА набор вычислительных устройств является типовым, включающим в себя [4]: центральный процессор управления CPU; бортовое оптико-электронное средство (ОЭС); графический процессор *GPU* обработки видеоданных, поступающих от бортовой ОЭС; систему связи на основе технологии *Wi-Fi*.

Проведенный анализ работы БЦВМ типовых БПЛА с микропроцессорами фирмы *Intel* показал, что для повышения отказоустойчивости проводится дублирование всех вычислений. С учетом того что дублирование вычислений применяется ограниченно, на практике применяют мажоритарный принцип при принятии решения о правильности результата вычислений. Такая организация функционирования бортовой БЦВМ неэффективна по причине больших временных затрат на получение «правильного» результата.

Кроме того, вычислительные мощности используемых вычислительных устройств не отвечают современным требованиям. В условиях ограничений на используемую элементную базу возникает задача нахождения эффективных путей повышения быстродействия процессоров, основанных не на изменении организации вычислений, а на разработке математических основ выполнения типовых вычислительных операций, обеспечивающих высокий уровень параллелизма [5, 6].

Арифметические операции *умножение* и *сложение* являются базисными для большинства алгоритмов ЦОС, в том числе и используемых в вычислительных устройствах БПЛА [6]. Таким образом, можно сформулировать задачу, решение которой обеспечит снижение времени их выполнения на существующей элементной базе вычислительных устройств БПЛА.

Путем повышения производительности и отказоустойчивости вычислительных устройств (ВУ) является применение алгебраической системы конечного поля (АКП).

Использование алгебры конечного поля для кодирования числовой информации дает возможность эффективно распараллеливать вычислительные алгоритмы, что и обеспечивает их высокую производительность, точность вычислений и надежность вычислительных устройств [7, 8].

Как показано в [8, 9], применение кодов алгебры конечного поля при обработке данных позволяет решить ряд проблем, присущих вычислительным алгоритмам, используемым в БПЛА при их реализации традиционными методами:

– недостаточная производительность;

– недостаточная отказоустойчивость вычислительных элементов;

– высокая аппаратная и временная избыточность при обеспечении информационной надежности вычислительного процесса.

В последние годы интерес к кодированию информации в алгебраической системе конечного поля заметно вырос в связи с активным развитием параллельных архитектур. В настоящее время эта система счисления находит применение во многих ресурсоемких приложениях; например, гомоморфное шифрование, стохастические вычисления, высоконадежные облачные среды, глубокие нейронные сети, цифровая обработка сигналов, обработка изображений [8–10].

Алгебра конечного поля – это непозиционная система счисления, числа в которой представляются остатками от деления на выбранную систему оснований $m_1, m_2,\ldots, m_n$, где числа m_i взаимно просты. Операции сложения, вычитания и умножения над числами в кодах алгебры конечного поля проводятся независимо по каждому основанию без переносов между разрядами (основаниями). Диапазон представимых чисел определяется как $M = m_1 \times m_2 ... \times m_n$. Если задан ряд положительных взаимно простых чисел $m_1 < m_2 < \ldots < m_n$, то целое положительное число A, представленное в виде набора наименьших положительных остатков (вычетов) от деления числа A на выбранные основания $m_1, m_2,\ldots, m_n$, можно записать в виде

$$A = (a_1, a_2, ..., a_n).$$

Если исходные числа A и B, их сумма $A + B$ и их произведение $A \times B$ находятся в диапазоне $[0, P)$, то результаты операций сложения $A+B$ и умножения $A \times B$ могут быть однозначно представлены соответственно остатками g_i по тем же основаниям m_i, т.е. $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$, $B = (b_1, b_2, ..., b_n)$, $A + B = (g_1, g_2, ..., g_n)$, $A \times B = (r_1, r_2, ..., r_n)$ [7].

Модульные операции сложения, умножения над остатками по каждому основанию выполняются отдельно и независимо, следовательно, в связи с малой разрядностью операндов они выполняются в вычислительном устройстве значительно быстрее, чем в позиционной системе счисления, что обусловлено использованием табличных алгоритмов выполнения этих операций [8, 9].

В статье предлагается алгоритм сложения и умножения чисел в кодах алгебраической системы конечного поля. Алгоритм позволяет ввести распараллеливание процессов, уменьшить требования к вычислительным ресурсам, осуществить выбор параметров обработки с использованием необходимого набора модулей системы и повысить производительность обработки данных. Набор модулей для решения конкретной задачи может быть подобран в зависимости от предъявляемых требований; например, реализация типового вычислительного устройства или отказоустойчивого вычислительного устройства [7–9]. Предложенный алгоритм сложения и умножения чисел в кодах алгебраической системы конечного поля базируется на модульных и немодульных операциях. В предлагаемом алгоритме немодульной операцией является операция определения знака числа [9].

Алгоритм сложения и умножения целых чисел в границах диапазона чисел в кодах алгебраической системы конечного поля, представленный на рисунке, включает:

1. Выбор оснований алгебраической системы конечного поля $m_1, m_2, \ldots, m_n$ – целые взаимно простые числа (попарно взаимно простые).

2. Вычисление динамического диапазона в соответствии с выражением

$$M = m_1 \times m_2 \times ... \times m_n . \quad (1)$$

3. Определение диапазона L целых чисел, где p – любое число в позиционной системе счисления $p = 0 \ldots (M - 1)$:

$$L = [p \in 0,1,...,(M-1)] . \quad (2)$$

4. Построение просмотровой таблицы *LUT (Look-up-table)* из $L_1, L_2, \ldots, L_n$-списков, исходя из значения переменной p по модулям $m_1, m_2, \ldots, m_n$:

$$LUT = \left\{ \begin{array}{l} L_1 = [p_1 \bmod(m_1), p_2 \bmod(m_1), ..., p_{M-1} \bmod(m_1)] \\ L_2 = [p_1 \bmod(m_2), p_2 \bmod(m_2), ..., p_{M-1} \bmod(m_2)] \\ ... \\ L_n = [p_1 \bmod(m_n), p_2 \bmod(m_n), ..., p_{M-1} \bmod(m_n)] \end{array} \right\}. \quad (3)$$

Таким образом, таблица *LUT* может быть представлена как множество списков, полученных в результате вычетов по модулям п.1:

$$LUT = L_1[p_i], L_2[p_i], ..., Ln[p_i], \quad (4)$$

где p_i – остаток, $i = 1 \ldots (M - 1)$.

5. Ввод переменных x, y в соответствии с условием

$$-(M-1) \le \{x, y\} \le (M-1) . \quad (5)$$

6. Выполнение умножения в непозиционной системе счисления $P_{\text{АКП}}$ исходя из условия

$$P_{\text{АКП}} = \left\{ \begin{array}{l} |L_1[x] \times L_1[y]| m_1, |L_2[x] \times L_2[y]| m_2, ..., |L_n[x] \times L_n[y]| m_n \ \text{при} \{x, y\} \ge 0 \\ |L_1[-x] \times L_1[y]| m_1, |L_2[-x] \times L_2[y]| m_2, ..., |L_n[-x] \times L_n[y]| m_n \ \text{при} \ x < 0 \ y > 0 \\ |L_1[x] \times L_1[-y]| m_1, |L_2[x] \times L_2[-y]| m_2, ..., |L_n[x] \times L_n[-y]| m_n \ \text{при} \ x > 0 \ y < 0 \\ |L_1[-x] \times L_1[-y]| m_1, |L_2[-x] \times L_2[-y]| m_2, ..., |L_n[-x] \times L_n[-y]| m_n \ \text{при} \ x < 0 \ y < 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

7. Выполнение сложения в непозиционной системе счисления $S_{\text{сок}}$ исходя из условия

$$S_{\text{АКП}} = \begin{Bmatrix} |L_1[x]+L_1[y]|m_1, |L_2[x]+L_2[y]|m_2, ..., |L_n[x]+L_n[y]|m_n \ при\{x,y\} \geq 0 \\ |L_1[y]-L_1[-x]|m_1, |L_2[y]-L_2[-x]|m_2, ..., |L_n[y]-L_n[-x]|m_n \ \text{при} \ x<0 \ y>0 \ y \geq |x| \\ |L_1[-x]-L_1[y]|m_1, |L_2[-x]-L_2[y]|m_2, ..., |L_n[-x]-L_n[y]|m_n \ \text{при} \ x<0 \ y>0 |x| \geq y \\ |L_1[-x]+L_1[y]|m_1, |L_2[-x]+L_2[y]|m_2, ..., |L_n[-x]+L_n[y]|m_n \ \text{при} \ x<0 \ y=0 \\ |L_1[x]+L_1[-y]|m_1, |L_2[x]+L_2[-y]|m_2, ..., |L_n[x]+L_n[-y]|m_n \ \text{при} \ x=0 \ y<0 \\ |L_1[x]-L_1[-y]|m_1, |L_2[x]-L_2[-y]|m_2, ..., |L_n[x]-L_n[-y]|m_n \ \text{при} \ x>0 \ y<0 \ x>|y| \\ |L_1[-y]-L_1[x]|m_1, |L_2[-y]-L_2[x]|m_2, ..., |L_n[-y]-L_n[x]|m_n \ \text{при} \ x>0 \ y>0 \ y \geq |x| \\ |L_1[-y]+L_1[-x]|m_1, |L_2[-y]+L_2[-x]|m_2, ..., |L_n[-y]+L_n[-x]|m_n \ \text{при} \ x<0 \ y<0 | \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

Здесь $P_{\text{АКП}}$, $S_{\text{АКП}}$ – представление условий (6) и (7) в алгебраической системе конечного поля позиционных чисел x, y по выбранным в п.1 основаниям m_1, m_2,…, m_n, полученным в результате сложения и умножения.

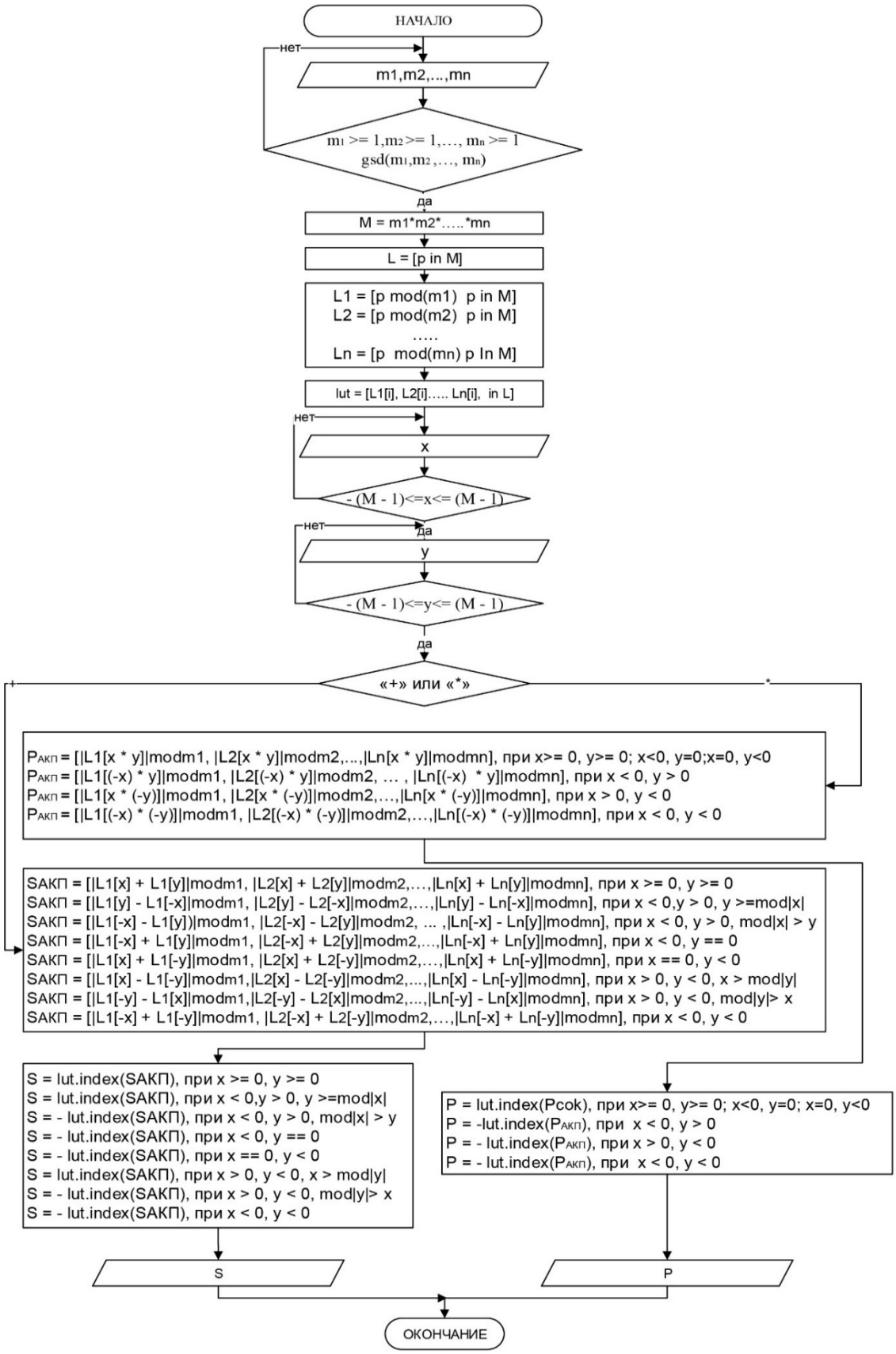
8. Завершающий этап алгоритма, представленного на рисунке, заключается в выборе индекса $index$ в таблице LUT элементов исходя из полученных в п. 6 значений $P_{\text{АКП}}$, $S_{\text{АКП}}$ и выборе знака числа исходя из условий сравнения введенных ранее переменных *x, y*:

$$P = \begin{Bmatrix} LUT.index(P_{\text{АКП}}) \text{ при} \{x,y\} \geq 0 \\ -LUT.index(P_{\text{АКП}}) \text{ при} \ x<0 \ y>0 \\ -LUT.index(P_{\text{АКП}}) \text{при} \ x>0 \ y<0 \\ LUT.index(P_{\text{АКП}}) \text{ при} \ x<0 \ y<0 \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

$$S_{\text{АКП}} = \begin{Bmatrix} LUT.index(S_{\text{АКП}}) \text{ при} \{x,y\} \geq 0 \\ LUT.index(S_{\text{АКП}}) \text{ при} \ x<0 \ y>0 \ y \geq |x| \\ -LUT.index(S_{\text{АКП}}) \text{ при} \ x<0 \ y>0 |x| \geq y \\ -LUT.index(S_{\text{АКП}}) \text{ при} \ x<0 \ y=0 \\ -LUT.index(S_{\text{АКП}}) \text{при} \ x=0 \ y<0 \\ LUT.index(S_{\text{АКП}}) \text{при} \ x>0 \ y<0 \ x>|y| \\ -LUT.index(S_{\text{АКП}}) \text{ при} \ x>0 \ y>0 \ y \geq |x| \\ -LUT.index(S_{\text{АКП}}) \text{ при} \ x<0 \ y<0 | \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

Потенциал использования алгебры конечного поля ограничен в силу сложности выполнения немодульных операций и осуществления реконфигурации вычислительной структуры на базовых схемах табличного метода вычисления, предлагавшихся до сих пор для аппаратной реализации. Указанные недостатки реализации могут быть устранены за счет придания коду АКП адаптивных свойств нейросетей (НС) [12].

Между НС и АКП существует связь: если количество синапсов, используемых между нейронами, согласно с количеством оснований, то НС становится натуральным ее представлением [12]. Большинство нейронных алгоритмов включает в себя прежде всего повторяющиеся и регулярные операции. Их можно эффективно отобразить в параллельных структурах. Таким образом, для построения отказоустойчивых вычислительных систем с высоким быстродействием необходимо применение НС и алгебры конечного поля, обладающих максимальным уровнем параллелизма (в АКП на микро-, в НС – на макроуровне) [13].



Алгоритм сложения и умножения целых чисел в границах диапазона чисел в кодах алгебраической системы конечного поля

Предлагаемый алгоритм выполнения арифметических операций сложения и умножения чисел в кодах АКП отличается от существующих, например описанных в [9, 12], тем, что в нем реализуются и немодульные операции. Такими операциями являются представление значений операндов выполняемых операций в модулярном представлении и результата вычисления в позиционном представлении, а также операция определения знака результата.

В существующих вычислительных устройствах, построенных для работы в кодах АКП, требуется последовательное выполнение над операндами четырех процедур: представление операндов в коде АКП; непосредственно выполнение требуемой арифметической операции; определение знака результата; представление результата вычислений в позиционном виде. Три процедуры относятся к непозиционным. При построении вычислительного устройства, функционирующего на основе АКП и реализованного аппаратно, потребуется кроме табличного умножителя (таблицы сложения) использовать два преобразователя кодов чисел и устройства вычисления характеристик модульного числа для определения его знака.

Следовательно, применение предложенного алгоритма обеспечивает снижение времени выполнения операций умножения и сложения и снижение аппаратных затрат на реализацию непозиционного ВУ.

Предлагаемый подход к повышению производительности ВУ беспилотного летательного аппарата на основе использования алгебры конечного поля позволяет проводить распараллеливание арифметических операций в БЦВМ и тем самым ускоряет процесс обработки информации. При этом за счет естественных корректирующих свойств модулярных кодов можно обеспечить высокие отказоустойчивость ВУ и информационную надежность без дублирования вычислений [11–13].

Можно сделать общий вывод о том, что использование представления данных, обрабатываемых в ВУ БПЛА кодами АКП, можно обеспечить высокую производительность и, как следствие, увеличить скорость обработки информации в ВУ, а также строить отказоустойчивые вычислительные системы и получать заданную достоверность результатов вычислений, где независимость вычислений с остатками для операций сложения и умножения делает предложенный алгоритм в АКП привлекательным инструментом для многих приложений, критичных к скорости вычислений.

Список источников

1. *Макаренко С.И., Иванов М.С.* Сетецентрическая война – принципы, технологии, примеры и перспективы. Монография. СПб.: Наукоемкие технологии, 2018. 898 с.

2. *Беклемишев Д.Н., Переверзев А.Л., Твердунов Д.В.* Однокристальный вычислитель для беспилотного летательного аппарата // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2010. № 6 (86). С. 33–38.

3. *Штаев Д.В.* Анализ технологии управления беспилотными летательными аппаратами // Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета экономики и сервиса. 2019. Т. 11, № 2. С. 113–119.

4. *Wang H., Zhao H., Zhang J., Ma D., Li J., Wei J.* Survey on unmanned aerial vehicle networks: A cyber physical system perspective // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2019. Vol. 22, № 2. С. 1027–1070.

5. *Воеводин В.В., Воеводин В.В.* Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 608 с.

6. *Исмаилов Ш.-М.А., Магомедов Ш.Г.* Алгоритмы и структуры преобразования численных данных из позиционной системы счисления в систему остаточных классов // Науч.-техн. ведомости СПбГТУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2008. С. 159–169.

7. *Червяков Н.И., Ляхов П.А., Калита Д.И.* О выборе диапазона системы остаточных классов для цифровой обработки изображений // Инфокоммуникационные технологии. 2016. Т. 14, № 2. С. 122–129.

8. *Велигоша А.В.* Параллельные модулярные вычисления в цифровой обработке сигналов // 18-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение» (DSPA-2016). С. 36–43.

9. *Калмыков И.А.* Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиноминальной системе класса вычетов / Под ред. Н.И. Червякова. М.: ФИЗМАЛИТ, 2005. 276 с.

10. *Исупов К.С.* Высокопроизводительные вычисления с использованием системы остаточных классов // Программные системы: теория и приложения. 2021. 12:2(49). С. 137–192.

11. *Veligosha A.V., Kaplun D.I., Klionskiy D.M., Bogaevskiy D.V., Gulvanskiy V.V., Kalmykov I.A.* Error Correction of Digital Signal Processing Devices using Non-Positional Modular Codes // Automatic Control and Computer Sciences. 2017. Vol. 51, No. 3. Pp. 167–173.

12. *Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Ряднов С.А.* Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем / Под. ред. Н.И. Червякова. М.: Физматлит, 2003. 288 с.

13. *Червяков Н.И.* [и др.] Модулярная арифметика и ее приложения в инфокоммуникационных технологиях. М.: Физматлит, 2017. 400 с.

Информация об авторах

А.В. Велигоша, к.т.н., доцент
М.В. Морозов, курсовой офицер – преподаватель
Р.И. Струков, аспирант

Information about the authors

A.V. Veligosha, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor
M.V. Morozov, RDO – Lecturer
R.I. Strukov, Postgraduate

Статья поступила в редакцию 27.04.2023
Одобрена после рецензирования 04.05.2023
Принята к публикации 10.05.2023

The article was submitted 27.04.2023
Approved after reviewing 04.05.2023
Accepted for publication 10.05.2023

Правила оформления рукописей, представляемых к публикации в научно-техническом журнале «Теория и техника радиосвязи»

1. Рукопись представляется в 2 экземплярах на листах формата А4 (для авторов из сторонних организаций – в 1 экземпляре) и в виде файла формата doc или docx (на электронный адрес **n.p.fedotova@sozvezdie.su**). Оптимальный объём статьи – 7–8 страниц.

2. К рукописи прилагаются экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати, рецензия, а также на отдельном листе – сведения об авторах, включающие **фамилию, имя, отчество полностью**, ученую степень, ученое звание, область научных интересов, занимаемую должность, полное официальное наименование места работы, контактный телефон и адрес электронной почты.

3. На первой странице рукописи располагаются:

– индекс универсальной десятичной классификации (УДК);

– **на русском и английском языках** – заголовок статьи, имя, отчество и фамилия автора полностью, аннотация, ключевые слова, сведения о финансировании (при наличии).

4. Для оформления рукописи используется текстовый редактор MS Office Word. Шрифт для набора текста – Times New Roman **без стилевого оформления**, размер шрифта – 12, междустрочный интервал – полуторный, абзацный отступ – 0,75 см от левого края, заполнение – по ширине страницы. Задается автоматический перенос слов. Латинские обозначения в тексте должны быть набраны курсивом, русские, греческие обозначения и цифры – прямым шрифтом.

5. Формулы должны быть созданы в редакторе Math Type. **Использование встроенного конструктора формул не допускается!** При наборе формул используются следующие параметры:

Size (Размер)		Написание обозначений
Full (обычный)	11 pt	латинские – *курсив*
Subscript/Superscript (индекс)	8 pt	греческие – прямой шрифт
Sub-Subscript/Superscript (малый индекс)	7 pt	матрицы, векторы – **прямой, жирный**
Symbol (символ)	15,5 pt	сокращения от русских слов в индексах –
Sub-Symbol (малый символ)	13 pt	прямой шрифт, от английских – *курсив*

Формулы, на которые в тексте есть ссылки, должны быть набраны отдельной строкой и пронумерованы в круглых скобках. Расположение формул – по центру, номер располагается по правому краю.

6. Иллюстрации включаются в текст статьи сразу после того абзаца, в котором они впервые упоминаются. Они должны сопровождаться подрисуночными подписями, содержащими номер рисунка (например, Рис. 1) и краткое название. Для подрисуночной подписи используется шрифт Times New Roman, размер – 10. Иллюстрации должны быть чёткими, контрастными, хорошо различимыми при черно-белой печати и иметь разрешение не ниже 150 точек на дюйм. Пояснения, в том числе к условным обозначениям, на рисунке не допускаются – их следует выносить в подрисуночную подпись, заменяя на рисунке цифрами или буквами. Если рисунок создан средствами MS Office Word или Visio, обозначения в нем должны быть набраны шрифтом Times New Roman, размер шрифта – 9.

7. Для таблиц используется шрифт Times New Roman, размер – 10. Таблицы должны быть пронумерованы (например, Таблица 1), иметь тематический заголовок и располагаться сразу после абзаца, в котором они впервые упоминаются.

8. Ссылки на литературные источники нумеруются в квадратных скобках. Затекстовые библиографические ссылки располагаются в порядке цитирования литературных источников и оформляются в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5–2008. **Использование перекрестных ссылок не допускается.**