ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 1/2017

Воронеж 2017

Главный редактор
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель
докт. техн. наук, проф., чл.-кор. РАН
В.И. БОРИСОВ

Зам. председателя
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

докт. физ.-мат. наук, проф.
Э.К. АЛГАЗИНОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик НАН РА
А.С. БАГДАСАРЯН (г. Москва)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
А.С. БУГАЕВ (г. Москва)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, с.н.с.
И.И. МАЛЫШЕВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф.
Ю.Б. НЕЧАЕВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.Н. ПОВЕТКО (г. Воронеж)
докт. техн. наук, доцент
А.Ю. САВИНКОВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
А.С. СИГОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.С. СУХОРУКОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.М. ТИХОМИРОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.Н. ТОЛСТЫХ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.А. ЦИМБАЛ (г. Серпухов)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издаётся с 1966 года.

Выходит 4 раза в год.

В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов АО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки методов совмещения телекоммуникационных, измерительных и управляющих систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 05.12.00 «Радиотехника и связь» и смежным специальностям группы 05.13.00 «Информатика, вычислительная техника и управление».

Журнал входит в Перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ
для опубликования основных результатов диссертаций
на соискание учёной степени доктора и кандидата наук.

Учредитель и издатель:

АО «Концерн «Созвездие»

Издание зарегистрировано
в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-36740 от 1 июля 2009 г.

Подписной индекс
в Каталоге российской прессы
№ 72972

Сайт в Интернете:
www.sozvezdie.su

Набор и верстка компьютерные
Формат 60×88 ⅛. Уч.-изд. л. – 10,3
Тираж 200 экз. Заказ № 110
Подписано в печать 1.02.2017

© АО «Концерн «Созвездие», 2017

С О Д Е Р Ж А Н И Е

№ 1, 2017

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАДИОСВЯЗИ

Управление процессом наблюдения в каналах радиосвязи при неполной априорной информации о противодействии
А.Б. Беседин, В.М. Жуков, А.Х. Абед, И.А. Максимова, Ю.В. Сидоров…….. 5

Управление процессом наблюдения в каналах радиосвязи при полной априорной информации о противодействии
А.Б. Беседин, В.М. Жуков, А.Х. Абед, И.А. Максимова, Ю.В. Сидоров ……..…….... 10

Оптимизация длины передаваемых сообщений
Г.Ф. Провоторов, А.С. Щеголеватых…….……..…..……..… 14

Зависимость дальности связи от скорости передачи данных в условиях прямой видимости
Д.Ю. Чаркин, С.Ю. Алехин, Е.В. Григорьев, А.Е. Лимарев, В.Е. Прохоров…… 23

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

Помехоустойчивость системы слежения за фазой навигационного *BOC* сигнала с обработкой на поднесущих частотах
В.В. Неровный…….……..……..… 33

Конструирование оптимального ППРЧ-ансамбля на основе *M*-последовательностей
Д.Ю. Чаркин, С.Ю. Алехин, Е.В. Григорьев, А.Е. Лимарев, В.Е. Прохоров…… 41

РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА РАДИОСВЯЗИ

Методика расчета переходных процессов в системе фазовой автоподстройки синтезатора частот с коммутируемым фильтром нижних частот
В.И. Борисов, С.К. Романов, Н.М. Тихомиров, А.В. Леньшин, В.Н. Тихомиров…… 50

Микрополосковый режекторный фильтр для подавления узкополосных помех
А.В. Велигоша, А.К. Киселев, В.В. Соловьев, В.В. Кургузов……..…… 61

Особенности проектирования и калибровки аналого-цифровых микросхем
В.С. Кононов, А.В. Шунулин…… 65

РАЗНОЕ

Формализованное описание радиоэлектронных объектов в виде отношений реляционной базы данных
П.Н. Беседин, Э.Б. Ханов, В.Ю. Храмов…….…….. 72

Определение показателя обоснованности решения на управление авиацией, принимаемого в условиях неопределенности
В.А. Васильев, М.А. Данилин, А.И. Мосин, М.А. Стафеев…….……..…… 79

Выбор и обоснование научно-методического аппарата для исследования операции управления авиацией в условиях воздействия преднамеренных помех
В.А. Васильев, А.И. Немчинов, Д.А. Чистилин, И.А. Громак…….…..……. 83

Анализ потенциальной точности оценки частоты основного тона речевого сигнала оптимальным методом
А.Н. Голубинский, Р.А. Асташов…….…….. 87

Эффективность метода *BPSK-like* при обнаружении навигационного *BOC* сигнала при воздействии сигналоподобной помехи неизвестной мощности
В.В. Неровный, Ю.С. Левицкая, В.С. Радько……...…….. 94

Выбор направления развития дочернего предприятия в современных условиях
Е.В. Штефан, Ю.Б. Нечаев……... 101

УДК 621.396

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ НАБЛЮДЕНИЯ В КАНАЛАХ РАДИОСВЯЗИ ПРИ НЕПОЛНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ О ПРОТИВОДЕЙСТВИИ

© Авторы, 2017

А.Б. Беседин, начальник ОКБ, ОАО «Тамбовский завод «Октябрь»
В.М. Жуков, к.т.н., доцент, Тамбовский гос. тех. университет, e-mail: valzhuk@rambler.ru
А.Х. Абед, аспирант, Тамбовский гос. тех. университет, e-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru
И.А. Максимова, бакалавр, Тамбовский гос. тех. университет, e-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru
Ю.В. Сидоров, д.т.н., руководитель программ, АО «Концерн «Созвездие»

Показано, что использование одноканального управляемого измерителя при ненаблюдаемых моментах изменения свойств входных процессов возможно только в беспомеховой обстановке, когда каждый из входных процессов несет полезную информацию и подлежит фильтрации. Однако при действии маскирующих помех, когда возможны перерывы в поступлении информации, данный измеритель существенно искажает истинное значение входного процесса за счет неинформативной оценки его во время перерыва.

Ключевые слова: *измеритель, канал наблюдения, марковский процесс, фазовые переменные, функция правдоподобия.*

THE MANAGEMENT OF OBSERVATION IN RADIO COMMUNICATION CHANNELS GIVEN THE INCOMPLETE A PRIORI INFORMATION ON COUNTERMEAUSURES

A.B. Besedin, Head of Experimental Bureau of OJSC «Tambov Plant «Octyabr»
V.M. Zhukov, Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Tambov State Technical University, e-mail: valzhuk@rambler.ru
A.H. Abed, Postgraduate, Tambov State Technical University, e-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru
I.A. Maximova, Bachelor, Tambov State Technical University, e-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru
Yu.V. Sidorov, Dr. Sci. (Eng.), program manager, JSC «Concern «Sozvezdie»

It is shown that during unobservable moments of change of the input process properties it is possible for a single-channel managed measuring tool to be used only in a clear environment, when each of the input processes carries useful information and is subject to filtering. However, under the influence of masking jamming, when interruptions in the information flow are possible to occur, this meter considerably corrupts the true value of the input process due to inconclusive assessment of it during the interruption.

Keywords: *meter, observation channel, Markov process, phase variables, likelihood function.*

В радиостанциях для осуществления контроля за различного рода параметрами регулировок, настроек, в том числе и в автоматическом режиме, применяются измерители регистрирующего и следящего типов.

Одноканальный следящий измеритель имеет структурную схему, изображенную на рис. 1, когда канал наблюдения находится внутри контура управления.

На рис. 1 обозначены: Y_k , $\hat{Y}_k$ – измеряемая компонента и ее оценка соответственно; ε_k – ошибка слежения; $C(\varepsilon)$ – дискриминационная характеристика измерителя; N_k – возмущающее воздействие – белый гауссовский шум с интенсивностью Q_N ; U_k – отрицательная обратная связь; $k = \overline{1, K}$ – текущий момент времени.

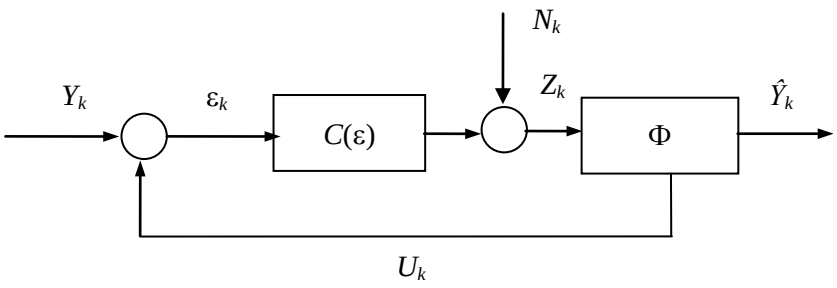

Рис. 1. Структурная схема одноканального измерителя

При действии организованных помех возможны следующие ситуации. Первая: свойства входного процесса Y_k изменяются скачкообразно (начало и окончание действия маскирующих помех) или постепенно (начало действия имитирующих помех, нарастание количества ошибок) при этом характеристики канала наблюдения остаются неизменными. Вторая: при скачкообразном или постепенном изменении свойств входного процесса осуществляется скачкообразное изменение параметров канала наблюдения (скачкообразное изменение параметров дискриминационной характеристики). Во второй ситуации предполагается наличие в составе измерителя специального блока управления, изменяющего параметры канала наблюдения.

В обеих ситуациях при действии организованных помех входной процесс Y_k является марковским со случайными изменениями структуры, принимающими S возможных состояний. Уравнения процесса в каждом состоянии:

$$Y_k^{(s)} = A_{k-1}^{(s)} Y_{k-1}^{(s)} + F_k^{(s)} \xi_k^{(s)},$$
$$Y_{k=1} = Y_1,\ s = \overline{1,S},\ k = \overline{1,K}, \qquad (1)$$

где $Y^{(s)}$ – одномерная последовательность измеряемой компоненты в каждом s-м состоянии; $\xi^{(s)}$ – гауссовский белый шум с интенсивностью $g^{(s)}$; $A^{(s)}$, $F^{(s)}$ – известные коэффициенты. Этот процесс измеряется с помощью канала наблюдения, и уравнение измерений в общем виде будет

$$Z_k = C_k^{(s)}(Y,U) + N_k^{(s)},\ s = \overline{1,S},\ k = \overline{1,K}, \quad (2)$$

где $C^{(s)}(Y, U)$ – в общем случае нелинейная функция преобразования компоненты, зависящая от управления U в каждом s-м состоянии; $N^{(s)}$ – белый гауссовский шум с интенсивностью $q_N^{(s)}$ в s-м состоянии.

Таким образом, одноканальный измеритель в текущий момент времени k может находиться в одном из $s = \overline{1,S}$ состояний. Изменения структуры являются марковским процессом с s-конечными состояниями и интенсивностями переходов $\nu^{(r,l)}$, где $r,l = \overline{1,S}$. Свойства канала наблюдения могут изменяться в зависимости от управления U. При синтезе необходимо найти структуру оптимального фильтра, дающего оптимальную по выбранному критерию оценку $\hat{Y}$ при одновременном выборе управления U, обеспечивающем наилучшие условия фильтрации для случаев ненаблюдаемых и наблюдаемых моментов изменения свойств входных процессов.

Если в одноканальном измерителе не предусмотрено определение моментов изменения свойств входных процессов, то управление U_k в канале наблюдения является функцией только фазовых координат оптимального фильтра и выбирается таким образом, что не нарушаются условия марковости совместного процесса $\{Y_k, Z_k\}^T$ (1), (2). В одноканальном измерителе в моменты изменения свойств конечные значения предыдущей реализации входного процесса являются начальными значениями для последующей реализации, то есть переходы от одной реализации к другой являются сосредоточенными. Апостериорные плотности вероятности фильтруемого процесса для каждого из состояний при этих условиях вычисляются по формулам

$$\hat{p}_k^{(s)}(Y) = \hat{p}_{k-1}^{(s)}(Y) -$$
$$-\Delta t \left\{ div \hat{\pi}_{k-1}^{(s)}(Y) + \sum_{r=1}^{S} \left(\hat{\varphi}^{(sr)} - \hat{\psi}^{(rs)} \right) \right\} -$$
$$-0{,}5 \Delta t\, \hat{p}_{k-1}^{(s)}(Y) \times$$
$$\times \left[f_{k-1}^{(s)}(Y,Z,U) - \sum_{r=1}^{S} \int_Y f_{k-1}^{(s)}(Y,Z,U) \hat{p}_{k-1}^{r}(Y) dY \right],$$
$$r,s = \overline{1,S},\ \Delta t = t_k - t_{k-1},\ k = \overline{1,K}, \qquad (3)$$

$$\hat{\pi}_k^{(s)}(Y) = A_k^{(s)}(Y) \hat{p}_k^{(s)}(Y) -$$
$$-0.5 \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left[B_k^{(s)}(Y) \hat{p}_k^{(s)}(Y) \right], \qquad (4)$$

где $A_k^{(s)}(Y), B_k^{(s)}(Y)$ – коэффициенты сноса и диффузии фильтруемого процесса в s-м состоянии; $\hat{\varphi}^{(sr)}, \hat{\psi}^{(rs)}$ – функции поглощения и восстановления реализаций; $f_k^{(s)}(Y,Z,U)$ – функция правдоподобия, зависящая от управления в соответствии с уравнением наблюдения (2) и определяемая по формуле

$$f_k^{(s)}(Y,Z,U) = \sum_{l,q=1}^{n} \frac{\bar{Q}_{lq}^{(s)}}{\left| Q^{(s)} \right|} \left[Z_k - C_{lk}^{(s)}(Y,U) \right] \times$$
$$\times \left[Z_k - C_{qk}^{(s)}(Y,U) \right], \qquad (5)$$

где $\bar{Q}_{lq}$ – алгебраическое дополнение элемента Q_{lq} в определителе $|Q|$ матрицы Q белых шумов N измерителя.

К формулам (1) добавляется S уравнений для апостериорных вероятностей состояний:

$$\hat{P}_k^{(s)} = \hat{P}_{k-1}^{(s)} - \hat{P}_{k-1}^{(s)} \sum_{r=1}^{S} P_{k-1}^{(sr)} + \sum_{r=1}^{S} \hat{P}_{k-1}^{(r)} P_{k-1}^{(rs)} - 0{,}5 \hat{P}_{k-1}^{(s)} \Delta t \times$$

$$\times \left[\int_Y f_{k-1}^{(s)}(Y,Z,U)\, \hat{p}_{k-1}^{(s)}(Y) dY - \sum_{r=1}^{S} P_{k-1}^{(r)} \int_Y f_{k-1}^{(r)}(Y,Z,U)\, \hat{p}_{k-1}^{(r)}(Y) dY \right],$$

$$r,s = \overline{1,S}, \quad \Delta t = t_k - t_{k-1}, \quad k = \overline{1,K}. \tag{6}$$

Апостериорная плотность вероятности для процесса в целом будет равна

$$\hat{p}_k(Y) = \sum_{s=1}^{S} \hat{P}_k^{(s)} \hat{p}_k^{(s)}(Y), \tag{7}$$

на основании чего определяется оптимальная оценка $\hat{Y}_k$. Это означает, что фильтр в схеме на рис. 1 является многоканальным.

Качество оценки $\hat{Y}_k$ при ненаблюдаемых моментах изменения свойств входного процесса в одноканальном измерителе с многоканальным фильтром вычисляется с помощью потерь $\Psi_k(Y,\hat{Y})$, а критерием качества являются средние потери:

$$I_k(\hat{Y}) = M\left[\Psi_k\left(Y,\hat{Y}\right)\right] =$$

$$= \sum_{s=1}^{S} \int_Y \Psi_k\left(Y,\hat{Y}\right) \hat{p}_k^{(s)}(Y) dY. \tag{8}$$

При подстановке (3) в (8) текущее значение оптимального управления должно выбираться из условия

$$\min_{U \in U} \sum_{s=1}^{S} \left[\int_Y \Psi_k\left(Y,\hat{Y}^{(s)}\right) f_k^{(s)}(Y,Z,U)\, \hat{p}_k^{(s)}(Y) dY - \int_Y \Psi_k\left(Y,\hat{Y}^{(s)}\right) \hat{p}_k^{(s)}(Y) dY \int_Y f_k^{(s)}(Y,Z,U)\, \hat{p}_k^{(s)}(Y) dY \right]. \tag{9}$$

Минимизируемая функция зависит от всех апостериорных плотностей вероятности $\hat{p}_k^{(s)}(Y,Z,U)$. Структурная схема измерителя с одним каналом наблюдения, многоканальным фильтром и блоком управления (БУ) каналом наблюдения, соответствующая (2) – (7), (9), изображена на рис. 2, где обозначено: И – измеритель (6); КН – канал наблюдения (2); РУ – решающее устройство (11).

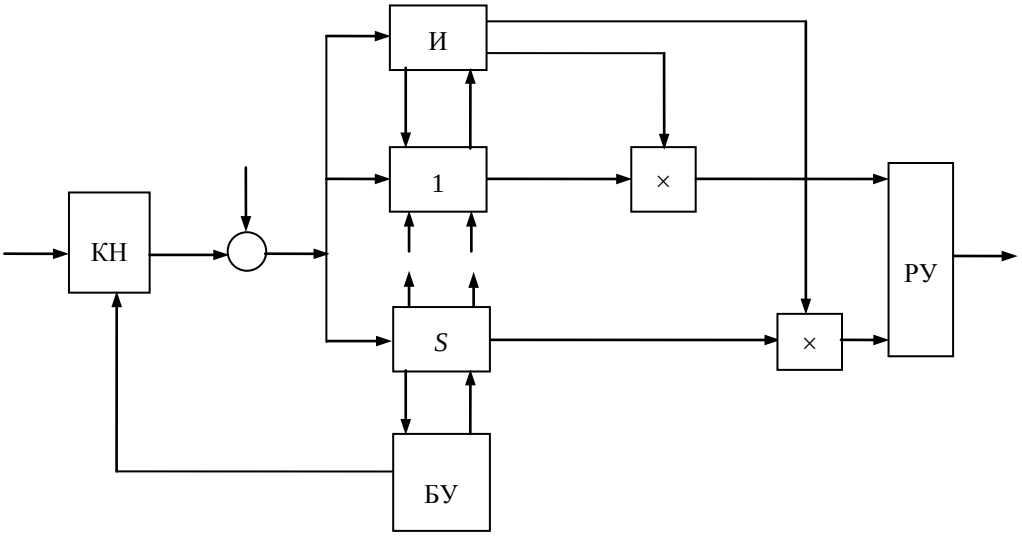

Рис. 2. Структурная схема одноканального измерителя с многоканальным фильтром

Известно, что при квадратичной функции потерь

$$\Psi_k\left(Y,\hat{Y}\right)=\sum_{s=1}^{S}\left[Y_k^{(s)}-\hat{Y}_k^{(s)}\right]^2, \qquad (10)$$

где в качестве оптимальной оценки $\hat{Y}^{(s)}$ выступает апостериорное математическое ожидание

$$\hat{Y}_k^{(s)}=\int_Y Y\hat{p}_k^{(s)}(Y)dY. \qquad (11)$$

Используя в (9) выражения (10), (5) и гауссовскую аппроксимацию апостериорной плотности вероятности (3), можно получить условие

$$\sum_{s=1}^{S}\sum_{l,q=1}^{n}\frac{\overline{Q}_{lq}^{(s)}}{\left|Q^{(s)}\right|}\sum_{i,j,k=1}^{m}\left[\frac{\partial}{\partial U}c_{lj}^{(s)}(U)c_{qk}^{(s)}(U)+\right.$$

$$\left.+c_{lj}^{(s)}(U)\frac{\partial}{\partial U}c_{qk}^{(s)}\right]\left[R_{ij}^{(s)}R_{ki}^{(s)}+R_{jk}^{(s)}R_{ik}^{(s)}\right]=0, \qquad (12)$$

из которого может быть найдено оптимальное управление. В (12) $c_{**}^{(s)}(U)$ – коэффициенты статистической линеаризации функции преобразования координат по центрированным фазовым переменным

$$C_k^{(s)}(Y,U)=C_q^{(s)}(U)+\sum_{j=1}^{m}c_{qj}^{(s)}(U)\left[Y_j-\hat{Y}_j^{(s)}\right], \qquad (13)$$

где $C_q^{(s)}(U)$ – статистическая характеристика нелинейной функции. Все эти коэффициенты вычисляются по известным правилам [1] с использованием гауссовской аппроксимации апостериорной плотности вероятности.

Входной процесс может иметь два состояния:

$$Y_k^{(1)}=A_{k-1}^{(1)}Y_{k-1}^{(1)}+F_k^{(1)}\xi_k^{(1)},$$

$$Y_k^{(2)}=A_{k-1}^{(2)}Y_{k-1}^{(2)}+F_k^{(2)}\xi_k^{(2)}, \qquad (14)$$

где $A_{k-1}^{(1)},A_{k-1}^{(2)},F_k^{(1)},F_k^{(2)}$ – постояннные; $\xi_k^{(1)}=\xi_k^{(2)}$ – гауссовские белые шумы со своей спектральной интенсивностью. При изменении параметров конечные условия одного уравнения являются начальными условиями для другого. Моменты изменения параметров образуют марковский процесс с двумя состояниями и интенсивностью переходов ν. Линеаризованное уравнение канала наблюдения, когда характеристики линейно зависят от разности между фильтруемым процессом и сигналом обратной связи, имеет вид

$$Z_k=c_0^{(s)}(U)+c_1^{(s)}(U)\left[Y_k-\hat{Y}_k^{(s)}\right]. \qquad (15)$$

Уравнения измерителя имеют вид

$$\hat{P}_k^{(1)}=\hat{P}_{k-1}^{(1)}-\Delta t\left\{\nu+\frac{1-\hat{P}_{k-1}^{(1)}}{\hat{P}_{k-1}^{(1)}}\left[Z_{k-1}-c_0^{(1)}(U)\right]^2+\left[c_1^{(1)}(U)\right]^2R_{k-1}^{(1)}\right\}\hat{P}_{k-1}^{(1)}+$$

$$+\Delta t\left\{\nu+\frac{\hat{P}_{k-1}^{(1)}}{1-\hat{P}_{k-1}^{(1)}}\left[Z_{k-1}-c_0^{(2)}(U)\right]^2+\left[c_1^{(2)}(U)\right]^2R_{k-1}^{(2)}\right\}\left(1-\hat{P}_{k-1}^{(1)}\right),\ \ \hat{P}_k^{(2)}=1-\hat{P}_k^{(1)}. \qquad (16)$$

Уравнения для оценок фильтруемого процесса имеют вид

$$\hat{Y}_k^{(s)}=A_k^{(s)}\hat{Y}_{k-1}^{(s)}-\frac{c_1^{(s)}(U)R_k^{(s)}}{q}\times$$

$$\times\left[Z_{k-1}-c_0^{(s)}(U)+\Delta t\nu\frac{\hat{P}_k^{(r)}}{\hat{P}_k^{(s)}}\left[\hat{Y}_{k-1}^{(s)}-\hat{Y}_{k-1}^{(r)}\right]\right],$$

$$(s=1,2;\ r=2,1),\ \ \hat{Y}_k=\hat{P}_k^{(1)}\hat{Y}_k^{(1)}+\hat{P}_k^{(2)}\hat{Y}_k^{(2)}. \qquad (17)$$

Дисперсии ошибок фильтрации в каждом из состояний находятся из уравнений

$$R_k^{(s)}=2A^{(s)}R_{k-1}^{(s)}+F^{(s)2}g-\left[c_1^{(s)}(U)\right]^2q^{-1}R_{k-1}^{(s)2}+$$

$$+\Delta t\nu\frac{\hat{P}^{(r)}}{\hat{P}^{(s)}}\left[R_{k-1}^{(r)}-R_{k-1}^{(s)}+\left(\hat{Y}_{k-1}^{(2)}-\hat{Y}_{k-1}^{(1)}\right)^2\right],$$

$$R_k=\hat{P}_k^{(1)}R_k^{(1)}+\hat{P}_k^{(2)}R_k^{(2)}. \qquad (18)$$

Оптимальное управление по цепи отрицательной обратной связи при квадратичной функции потерь находится из выражения

$$\max_{U\in U_\partial}\sum_{s=1}^{2}\left[R_k^{(s)}\right]^2\left[c_1^{(s)}(U)\right]^2. \qquad (19)$$

Совместный анализ данного выражения, а также уравнения для результирующей оценки $\hat{Y}_k$ показывает, что использование одноканального управляемого измерителя при ненаблюдаемых моментах изменения свойств входных процессов [2] возможно только в беспомеховой обстановке, когда каждый из входных процессов несет полезную информацию и подлежит фильтрации. При действии маскирующих помех, когда возможны перерывы в поступлении информации, данный измеритель существенно искажает истинное значение входного процесса за счет неинформативной оценки его во время перерыва. При действии имитирующих помех из-за отсутствия каких-либо вспомогательных селектирующих устройств данный измеритель, как правило, выдает оптимальную оценку помехового сигнала.

Литература

1. *Малышев В.В., Пакшин П.В.* Прикладная теория стохастической устойчивости и оптимального стационарного управления (обзор ч. 1, 2) // Техническая кибернетика. 1990. №1. С. 42–66. №2. С.97–120.

2. *Павлов В.И.* Управление измерительной системой в условиях неопределенности // Вооружение. Политика. Конверсия. 2012. №2 (104). С. 27–29.

Статья поступила в редакцию 31 марта 2016 года

УДК 621.396

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ НАБЛЮДЕНИЯ В КАНАЛАХ РАДИОСВЯЗИ ПРИ ПОЛНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ О ПРОТИВОДЕЙСТВИИ

© Авторы, 2017

А.Б. Беседин, начальник ОКБ ОАО «Тамбовский завод «Октябрь»
В.М. Жуков, к.т.н., доцент, Тамбовский гос. тех. университет, e-mail: valzhuk@rambler.ru
А.Х. Абед, аспирант, Тамбовский гос. тех. университет, e-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru
И.А. Максимова, бакалавр, Тамбовский гос. тех. университет, e-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru
Ю.В. Сидоров, д.т.н., руководитель программ, АО «Концерн «Созвездие»

Показано, что при использовании в измерителях помех индикаторов сопутствующих признаков более чем вдвое сокращается время обнаружения организованных помех.

***Ключевые слова**: апостериорная плотность вероятности, организованная помеха, процесс наблюдения, сопутствующий признак.*

THE MANAGEMENT OF OBSERVATION IN RADIO COMMUNICATION CHANNELS GIVEN THE COMPLETE A PRIORI INFORMATION ON COUNTERMEASURES

A.B. Besedin, Head of Experimental Design Bureau, OJSC «Tambov Plant «Octyabr»
V.M. Zhukov, Ph.D. (Eng.), Associate professor, Tambov State Technical University, e-mail: valzhuk@rambler.ru
A.H. Abed, Postgraduate, Tambov State Technical University, e-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru
I.A. Maximova, Bachelor, Tambov State Technical University, e-mail: crems@crems.jesby.tstu.ru
Yu.V. Sidorov, Dr. Sci. (Eng.), program manager, JSC «Concern «Sozvezdie»

It is shown that using concomitant character indicators in interference measuring equipment twice as much improves the jamming-detection time.

***Keywords**: a posteriori probability density function, jamming, observation process, epiphenomenon.*

Одноканальный измеритель с управлением каналом наблюдения в том виде, в котором он описан в [1], не может применяться в системах связи, предназначенных для функционирования при действии организованных помех. Вводится предположение о том, что в составе измерителя имеется дополнительный канал, по которому поступает информация о моментах перехода входного процесса из одного состояния в другое. Все предположения остаются прежними. На интервалах реализации *s*-го состояния, начало и конец которого считаются известными, апостериорная плотность вероятности фильтруемого процесса будет удовлетворять уравнениям Р. Стратоновича [2]:

$$\hat{p}_k^{(s)}(Y) = \hat{p}_{k-1}^{(s)}(Y) - \Delta t\left\{ div\hat{\pi}_{k-1}^{(s)}(Y) - 0.5\,\hat{p}_{k-1}^{(s)}(Y)\left[f_{k-1}^{(s)}(Y,Z,U) - \int\limits_Y f_{k-1}^{(s)}(Y,Z,U)\,\hat{p}_{k-1}^{(s)}(Y)dY \right]\right\},$$

$$\Delta t = t_k - t_{k-1},\ s = \overline{1,\ S},\ k = \overline{1,K}, \qquad (1)$$

в которых обозначения соответствуют обозначениям, приведенным в [1].

Применяем аналогичную методику, но с учетом более простого выражения для апостериорной плотности вероятности. Тогда условие выбора оптимального управления при квадратичной функции потерь будет выглядеть как

$$\max_{U\in U_\partial} \sum_{l,q=1}^{n} \frac{\bar{Q}_{lq}^{(s)}}{\left|Q^{(s)}\right|} \sum_{i,j,k=1}^{m} c_{lj}^{(s)}(U)c_{qk}^{(s)}(U) \times \left[R_{ji}^{(s)}R_{ki}^{(s)} + R_{jk}^{(s)}R_{ik}^{(s)} \right]. \qquad (2)$$

 ISSN 1995-7009

Условие (2) необходимо разрешать при каждой смене состояния процесса.

Таким образом, каждому наблюдаемому состоянию будет соответствовать свой алгоритм выбора оптимального управления $U_k^{(s)}$, то есть структура блока управления будет скачкообразно изменяющейся. Блоки оценки и точности также будут изменять свойства в моменты переходов в соответствии с изменениями уравнения (1).

На рис. 1 показана структурная схема одноканального измерителя с дополнительным каналом управления (ДКУ), входящим в состав индикатора, и ключами (Кл). Все обозначения рис. 1 аналогичны соответствующим обозначениям рис. 2 в [1].

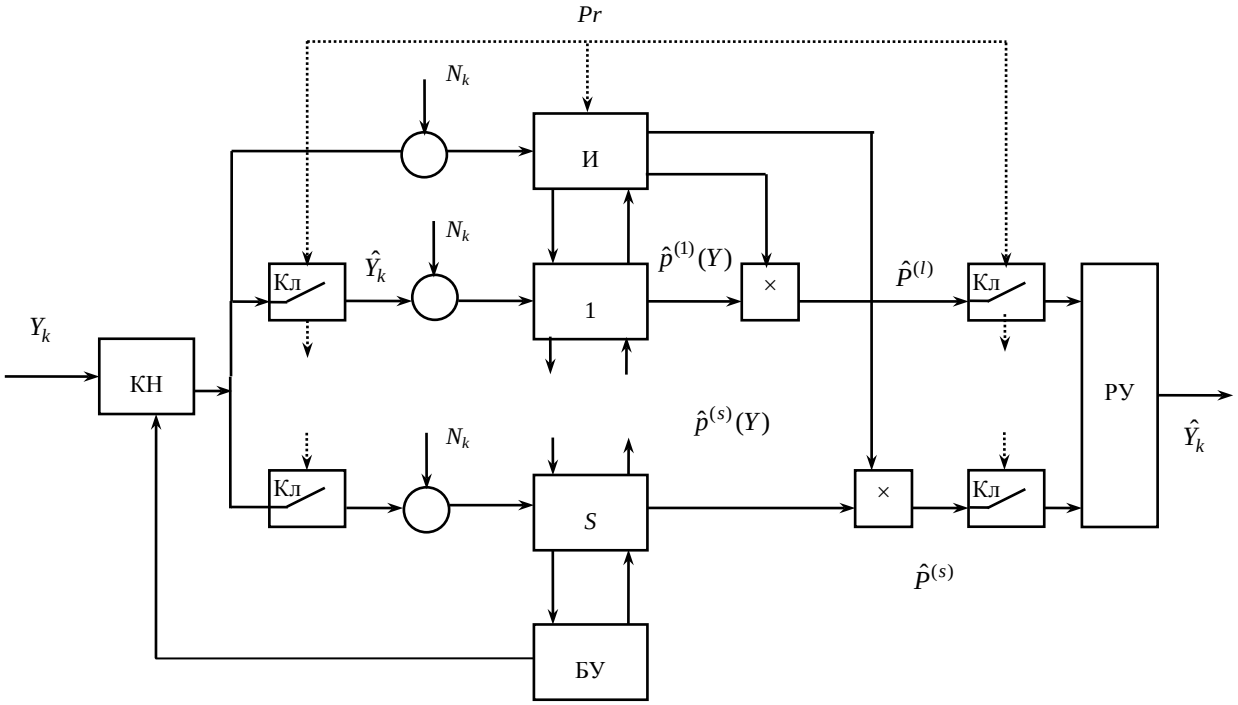

Рис. 1. Структурная схема одноканального измерителя
с многоканальным фильтром и индикатором сопутствующего признака

Дополнительный канал управления в текущий момент времени замыкает ключи только в одной ветви многоканального фильтра. При выполнении данного условия результирующая оценка фильтруемого процесса будет определяться выражением

$$\hat{Y}_k = \hat{P}^{(s)}\hat{Y}^{(s)}, \tag{3}$$

что фактически означает «настройку» измерителя в каждый текущий момент времени на реализацию входного процесса с определенными свойствами.

Входной процесс на неперекрывающихся интервалах времени может иметь различные вероятностные свойства. Моменты изменения свойств известны, причем конечные значения одной реализации процесса являются начальными для другой. Стохастическое уравнение фильтруемого процесса

$$Y_k^{(s)} = A_{k-1}^{(s)}Y_{k-1}^{(s)} + F_k^{(s)}\xi_k \tag{4}$$

имеет те же параметры, что и в [1].

При замкнутом ключе уравнение канала наблюдения будет иметь вид

$$Z_k = c(Y_k - U_k) + N_k, \tag{5}$$

или в линеаризованном виде, например для первого состояния,

$$Z_k = c_0\left[U_k^{(1)}, \hat{Y}_k^{(1)}, R_k^{(1)}\right] + N_k + \\ + c_1\left[U_k^{(1)}, Y_k^{(1)}, R_k^{(1)}\right]\left[Y_k - \hat{Y}_k^{(1)}\right]. \tag{6}$$

При разомкнутом ключе $Z_k = N_k$.

Уравнение для оценки фильтруемого процесса при замкнутом ключе (первое состояние) имеет вид

$$\hat{Y}_k^{(1)} = A_k^{(1)}\hat{Y}_{k-1}^{(1)} - \frac{c_1\left(U^{(1)}\right)R_k^{(1)}}{q}\left[Z_{k-1} - c_0\left(U^{(1)}\right)\right], \tag{7}$$

а при разомкнутом (любое *r*-е состояние, $r = \overline{1,S}$)

$$\hat{Y}_k^{(r)} = A_k^{(r)} \hat{Y}_{k-1}^{(r)} \quad (8)$$

с начальными условиями, соответствующими конечным для предыдущего состояния.

Уравнение для дисперсий ошибок фильтрации при замкнутом ключе имеет вид

$$R_k^{(1)} = 2A_k^{(1)} + F^{(1)2} g - \left[c_1^{(1)} \left(U^{(1)} \right) \right]^2 q^{-1} R_k^{(1)2}, \quad (9)$$

а при разомкнутом ключе

$$R_k^{(r)} = 2A_k^{(r)} + F^{(r)2} g. \quad (10)$$

При использовании равенства $c_1 = g_{01}(k)/[g_{01}(k) + g_{10}(k)]$ оптимальное управление каналом наблюдения, в котором ключ замкнут, может быть найдено из условия $\max\limits_{U \in U_\partial} \left[c_1 \left(U^{(1)} \right) \right]^2$.

При нечетно-симметричной дискриминационной характеристике оптимальное управление будет $U_k^{(1)} = \hat{Y}_k^{(1)}$, при этом $C_0 \left(U^{(1)} \right) = 0$, а $C_1 \left(U^{(1)} \right)$ принимает максимальное значение $c_{1m} R^{(1)}$. При разомкнутом ключе управление каналом наблюдения может быть любым, так как оно не влияет на результирующую оценку (3).

Одноканальный управляемый измеритель (рис. 1) при наблюдаемых моментах изменения свойств входных процессов в беспомеховой обстановке формирует результирующую оценку по каждому конкретному наблюдаемому процессу с соответствующим алгоритмом выбора оптимального управления, что, естественно, повышает точность оценивания по сравнению с измерителем [1]. Кроме того, данный измеритель при действии маскирующих помех, вызывающих перерывы в поступлении информации, не искажает результирующую оценку, а в случае размыкания ключей во всех цепях фильтра результирующая оценка формируется по значениям фильтруемого процесса той цепи, ключи которой были замкнуты последними. При действии имитирующих помех данный измеритель аналогично предшествующему измерителю будет формировать оптимальную оценку помехового сигнала.

Сокращение времени обнаружения помех поясняется следующим образом.

Модели функционирования радиостанции и измерителя имеют вид

$$Y_k = A_{k-1} Y_{k-1} + B_{k-1} U_{k-1} + W_{k-1} + g_{k-1}, \quad (11)$$

$$Z_k = C_k \left(\mu_k, \gamma_k \right) Y_k + V_k + Z_{\Pi k}, \quad k = \overline{1,K}, \quad (12)$$

где Y – вектор фазовых компонент радиостанции и передаваемого сообщения; A, C, B – коэффициенты; U – управление; g, Z_Π – смещения в векторе фазовых компонент и измерениях соответственно, вызываемые помехами; μ, γ – параметры управления измерителем; W, V – шумы; k – текущий момент дискретного времени. Выражение

$$\Lambda(Z_k) = p_k(Z|H_1)/p_k(Z|H_0) \geq A \quad (13)$$

представляет собой отношение правдоподобия гипотез H_0 и H_1 об отсутствии и наличии смещений соответственно, где A – порог, p – плотность вероятности:

$$\int\limits_{\bar{Z}_1} p(Z|H_1) dZ \geq A \int\limits_{\bar{Z}_1} p(Z|H_0) dZ, \quad (14)$$

$$A = g_{01}(k)/[g_{01}(k) + g_{10}(k)]. \quad (15)$$

Соотношение потерь от принятых решений при действии помех

$$g_{00}(k) << g_{01}(k) < g_{10}(k);$$

$$g_{11}(K) << g_{10}(K) < g_{01}(K), \quad (16)$$

где $g_{00}(k)$ – потери, связанные с правильным необнаружением помехи; $g_{01}(k)$ – потери, вызванные ложной тревогой; $g_{11}(k)$ – потери, связанные с правильным обнаружением помехи; $g_{10}(k)$ – потери, возникающие из-за пропуска помехи; $g_{nn}(K)$ – потери, аналогичные по содержанию $g_{nn}(k)$, но связанные с принятием решения на последнем шаге текущей серии наблюдений и переходом к следующей [2].

При регистрации помехи индикатором сопутствующего признака

$$Z_k = L(Y_k, Pr), \quad (17)$$

$$r_k = \Psi_s(Y_k, Pr), \quad (18)$$

$$\Psi_s = \Psi(s, k|s, Y, Pr, k-1), \quad (19)$$

где Pr – наличие признака помехи, r – выходной сигнал индикатора, Ψ – оператор перехода индикатора из одного состояния в другое, s – состояние регистрации помехи.

Первый вариант обнаружения помехи:

$$A = g_{10}(K)/[g_{10}(K) + g_{01}(K)], \quad (20)$$

второй вариант:

$$\text{при } g_{01}(k) = g_{10}(k),\ g_{10}(K) = g_{01}(K),\ A = 0.5, \quad (21)$$

$$P_k = P_{k-1} \Lambda_k \Psi_{s,k} / [P_{k-1} \Lambda_k \Psi_{s,k} + (1 - P_{k-1})]. \quad (22)$$

Решение о наличии помехи принимается при $P_k > 0.5$.

Выигрыш по времени при обнаружении помехи (более чем вдвое) иллюстрируется на рис. 2.

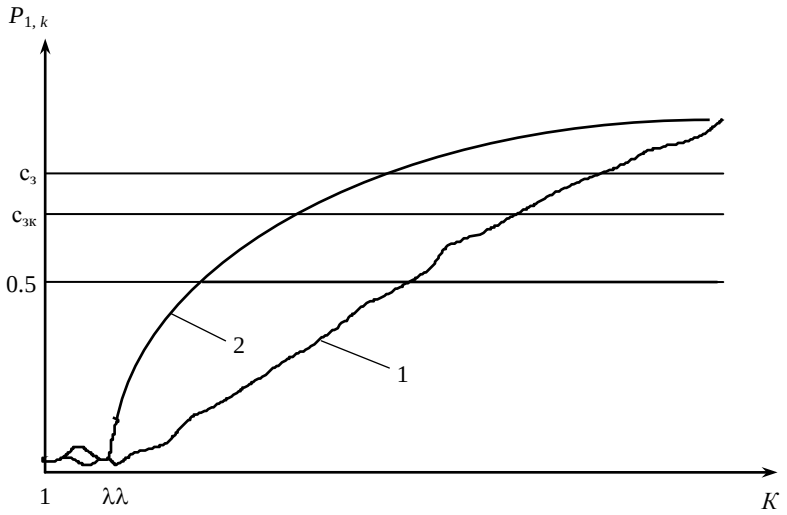

Рис. 2. Изменение апостериорной вероятности помехи:
1 – по существующему методу; 2 – при использовании индикатора

Как следует из вышеприведенных расчетов, применение индикаторов сопутствующих признаков способствует существенному сокращению времени обнаружения организованных помех.

Литература

1. *Беседин А.Б., Жуков В.М., Абед А.Х., Максимова И.А., Сидоров Ю.В.* Управление процессом наблюдения в каналах радиосвязи при неполной априорной информации о противодействии // Теория и техника радиосвязи. 2017. № 1. С. 5–9.

2. *Стратонович Р.Л.* Избранные вопросы теории флюктуации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1961. 558 с.

3. *Павлов В.И., Аксенов В.В., Аксенова Т.В.* Алгоритм оценивания сигнально-помеховой обстановки в радиотехнических системах передачи данных // Радиотехника. 2013. № 9. С. 102–107.

Статья поступила в редакцию 31 марта 2016 года

УДК 621.391

ОПТИМИЗАЦИЯ ДЛИНЫ ПЕРЕДАВАЕМЫХ СООБЩЕНИЙ

© Авторы, 2017

Г.Ф. Провоторов, начальник отдела
А.С. Щеголеватых, к.т.н., ведущий инженер, e-mail: pshchegolevatykh@gmail.ru
АО «Концерн «Созвездие»

Рассматривается влияние формы передаваемого сигнала и статистических параметров канала связи на вероятностно-временные характеристики (ВВХ) доведения сообщений в сети связи. Обосновывается выбор оптимальных параметров канала связи и источника сообщения.

***Ключевые слова**: канал связи, источник сообщения, средняя вероятность ошибки на бит, плотность распределения помех, широкополосные сигналы.*

OPTIMIZATION OF THE TRANSMITTED MESSAGE LENGTH

G.F. Provotorov, Head of Department
A.S. Schegolevatykh, Ph.D. (Eng.), lead engineer, e-mail: pshchegolevatykh@gmail.ru
JSC «Concern «Sozvezdie»

The impact of the transmitted waveform and statistical communication channel parameters on probability-time characteristics of message dissemination in a communication network is studied. The choice of optimal communication channel parameters and a message source is justified.

***Keywords**: communication channel, message source, average probability of error per bit, interference density, wideband signals.*

Поведение системы связи с известной степенью точности можно рассчитать даже при случайном характере сигналов и шумов, если известны их средние свойства. Статистические свойства сигналов и шумов обычно предполагаются заданными [1]. Они представляются в виде разброса параметров относительно некоторого среднего значения. В данной статье на основе обобщенного распределения Накагами [2] определяются статистические параметры системы связи. Определим оптимальный размер сообщения с учетом статистических характеристик канала связи и распределения помех.

Принятое сообщение обычно представляет собой набор из букв и цифр. Длина сообщения может изменяться для разных сообщений и может быть описана соответствующей функцией распределения вероятностей. Вследствие того, что сообщение произвольной длины может быть разбито на блоки фиксированного размера, последний такой блок должен содержать информацию о конце последовательности или заполняться фиктивной информацией. С одной стороны, для обеспечения точности подтверждения правильности принятого сообщения желательно выбирать размер блока побольше. Но, с другой стороны, чем больше длина блока, тем выше вероятность ошибки и затраты на осуществление передачи информации в канале связи. Поэтому следует выбирать размер блока оптимальным, исходя из условия вероятности доведения информации. Решение этой задачи предполагает определение среднего размера сообщения, распределение его длины, нахождение характеристик распределения ошибок в канале, количество дополнительных (служебных) битов сообщения и подтверждение приема. Что представляет собой оптимальный размер блока сообщения для выбранной стратегии, который минимизирует потери времени на подтверждение приема, повторную передачу и наличие служебных битов?

Рассмотрим две основные стратегии передачи сообщений: 1) с остановками и ожиданием, 2) непрерывная передача. Предложенная модель рассматривает два типа канальных ошибок: 1) случайные канальные ошибки, т.е. ошибки, генерируемые в статистически независимой форме, а интенсивность ошибок может быть аппроксимирована линейной функцией длины блока; 2) лавинообразное нарастание канальных ошибок, т.е. ошибок, возникающих в статистически зависимой форме, как если бы шум производился случайными или переходными процес-

 ISSN 1995-7009

сами, когда характеристики ошибок могли быть получены только из опытных измерений. Для нахождения усредненного размера сообщения более удобна модель лавинообразного нарастания ошибок, чем случайные канальные ошибки.

Рассмотрим математическую модель. Длина сообщения l представляет собой случайную переменную и может описываться распределением вероятностей $P_L(l)$ со средней длиной $\bar{l}$ бит на сообщение. Когда сообщение разбивается на блоки фиксированной длины B бит на блок, математическое ожидание числа блоков на сообщение будет

$$\bar{N}(B)=\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot P_L\left\{(n-1)B<l\le nB\right\},\ l=1,2,... \quad (1)$$

где B – заданный размер информационной части сообщения; n – номер блока сообщения; $P(\bullet)$ – вероятность нахождения блока сообщения в указанном интервале.

Блок фиксированной длины также содержит адрес b_1 в начале сообщения и проверочные разряды b_2, находящиеся в конце сообщения, как показано на рис. 1.

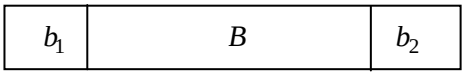

Рис. 1. Структура блока фиксированной длины: B – заданный размер информационной части сообщения; b_1 – адрес; b_2 – проверочные разряды

Избыточные разряды определяются как $b=b_1+b_2$. Таким образом, для сообщения размером B бит полной длиной блока будет $B+b$ бит. Обозначим через $E(B+b)$ вероятность того, что блок размером $B+b$ бит передается по каналу с ошибкой не менее одного бита на сообщение. Мы знаем, что $E(B+b)$ зависит как от характеристик ошибок канала, так и от общего размера блока $B+b$. Понятно, что большее значение $B+b$ и/или уровня шума в канале передачи приводит к большим значениям $E(B+b)$. Рассмотрим две стратегии выявления ошибок и повторной передачи.

Сначала рассмотрим стратегию передачи с остановками и ожиданием для случая, когда последний блок сообщения заполнен фиктивной информацией. При обнаружении ошибок и повторной передаче необходимо определенное количество времени A на задержку, вызванную подтверждением приема для каждого переданного блока. В случае полудуплексной передачи задержка на подтверждение должна включать также время приема–передачи модема, используемого в канале передачи. Таким образом, превышение времени подтверждения для переданного блока равно сумме первого времени подтверждения, ожидаемому времени повторной передачи и повторному времени подтверждения. Считая, что вероятность ошибки для каждого блока в течение передачи не зависит от передачи или повтора сообщения, ожидаемое время превышения подтверждения для блока сообщения размера B (или для полного размера $B+b$) на канал со скоростью передачи R (бит/с) будем определять как

$$\bar{A}(B+b)=A+\sum_{i=1}^{\infty}\left[E\left(B+b\right)\right]^i\cdot\left(A+\frac{B+b}{R}\right). \quad (2)$$

Ожидаемое избыточное время, обусловленное подтверждением и повторной трансляцией передаваемого сообщения фиксированными блоками $\bar{W}_1(B)$, равно ожидаемому числу блоков (размера $B+b$) на сообщение, умноженному на превышение подтверждения каждого блока. Таким образом,

$$\bar{W}_1(B)=\bar{N}(B)\cdot\bar{A}(B+b)=\bar{N}(B)\times$$
$$\times\left\{A+\sum_{i=1}^{\infty}\left[E(B+b)\right]^i\cdot\left(A+\frac{B+b}{R}\right)\right\}. \quad (3)$$

Так как $0\le E(B+b)\le 1,\ B>0\cup b>0$, то

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left[E(B+b)\right]^i=\frac{E(B+b)}{1-E(B+b)}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получим

$$\bar{W}_1(B)=\bar{N}(B)\left\{A+\frac{E(B+b)}{1-E(B+b)}\cdot\left(A+\frac{B+b}{R}\right)\right\}. \quad (5)$$

Ожидаемое превышение времени за счет дополнительных разрядов блока и последнего незаполненного блока при передаче сообщения блоками фиксированной длины $W_2(B)$ равно разнице между временем передачи блокированного сообщения и неблокированного сообщения. Таким образом,

$$\bar{W}_2(B)=\bar{N}(B)\cdot\frac{B+b}{R}-\frac{\bar{l}+b'}{R}, \quad (6)$$

где b' – дополнительные разряды для неблокированного сообщения.

Общее ожидаемое избыточное время, необходимое для передачи сообщения в блоках $\bar{W}(B)$, равно сумме выражений (5) и (6). Отсюда

$$\bar{W}(B) = \bar{N}(B) \times$$
$$\times \left\{ A + \frac{E(B+b)}{1-E(B+b)} \cdot \left(A + \frac{B+b}{R} \right) + \frac{B+b}{R} \right\} -$$
$$- \frac{\bar{l} + b'}{R}. \qquad (7)$$

Найдем оптимальный размер блока B^0, который минимизирует выражение (7). Для этого необходимо определить зависимость вероятности доставки сообщения (ВДС) в канале связи от длины сообщения l. Считаем, что распределение ВДС подчиняется закону Накагами [2] с некоторым параметром m, который необходимо оценить.

ВДС при приеме широкополосного сигнала в канале связи при отсутствии параллельных источников сигнала определяется распределением Накагами с m = 0,5 (нормальное распределение). ВДС в зависимости от длины сообщения и отношения сигнал/шум (СШО) в канале связи представлена на рис. 2.

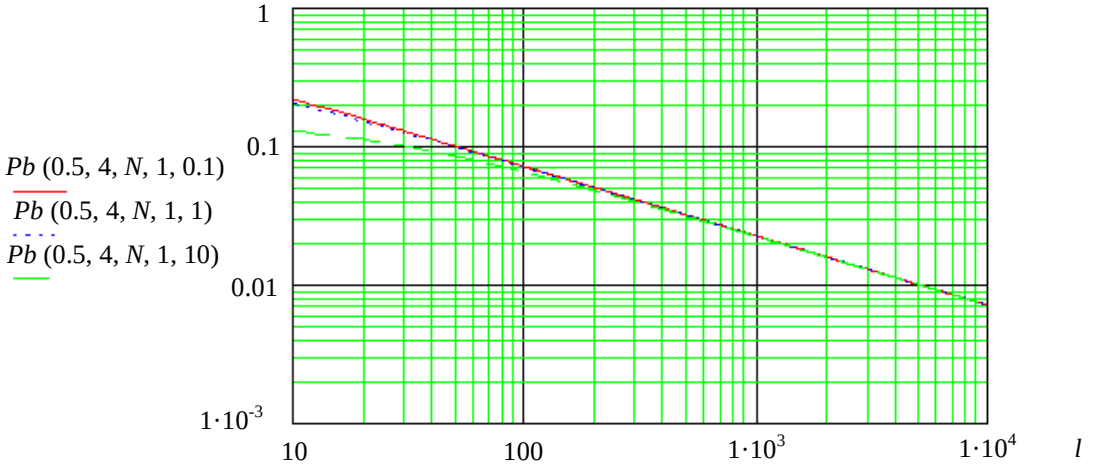

Рис. 2. Зависимость вероятности средней ВДС при приеме широкополосного сигнала при использовании распределения Накагами с m = 0,5 от длины сообщеня l и СШО

Однако огибающая замираний α (амплитудных значений) узкополосного сигнала подчиняется рэлеевскому закону [3]. Для этого случая используется распределение Накагами с $m = 1$ (рис. 3).

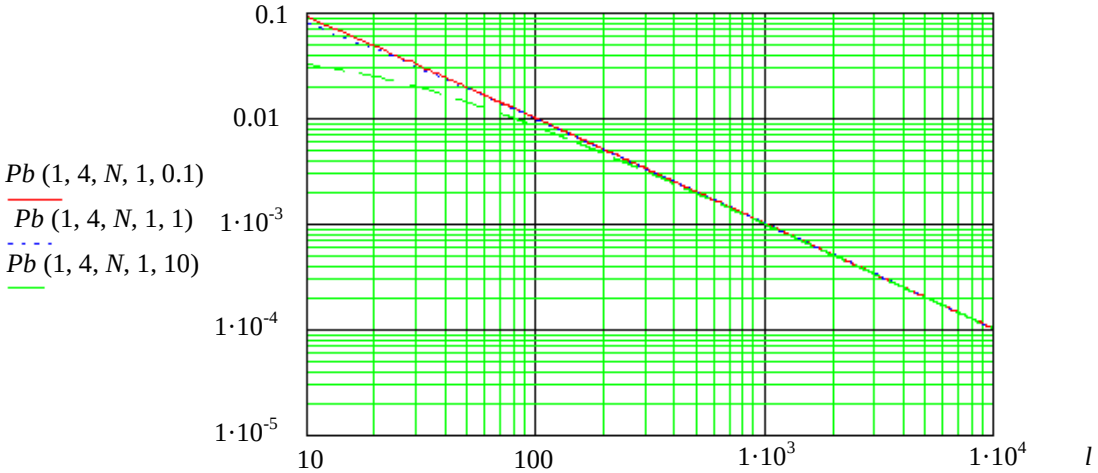

Рис. 3. Вероятность средней ВДС при приеме узкополосного сигнала

Как видно из рис. 2 и 3, зависимость средней ВДС от длины сообщения l приближенно описывается формулами

$$p(l) = l^{-1} \text{ или } l = p(l)^{-1}. \quad (8)$$

Принимаем, что длина сообщения имеет геометрическое распределение, т.е. $P_L(l) = pq^{l-1}$, $l = 1,2,...$, со средней длиной сообщения $\bar{l} = p^{-1}$, где $p+q=1$. Среднее число блоков на сообщение в этом случае может быть определено из формулы (1) и равно

$$\bar{N}(B) = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sum_{l=(n-1)B+1}^{nB} pq^{l-1} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot (1-q^B)(q^B)^{n-1} = (1-q^B)^{-1}. \quad (9)$$

Подставляя выражение (9) в формулу (7), получим

$$\bar{W}(B) = (1-q^B)^{-1} \times$$

$$\times \left[A + \frac{E(B+b)}{1-E(B+b)} \cdot \left(A + \frac{B+b}{R} \right) + \frac{B+b}{R} \right] -$$

$$- \frac{1}{pR} - \frac{b'}{R}. \quad (10)$$

Для минимизации $\bar{W}(B)$ предположим, что B является непрерывной величиной, а

$$\frac{\partial \bar{W}(B)}{\partial B} = 0, \text{ или}$$

$$(q^{-B} - 1) \cdot \left[\frac{1}{AR} + \left(1 + \frac{B+b}{AR} \right) \cdot \frac{E'(B+b)}{1-E(B+b)} \right] +$$

$$+ \left(1 + \frac{B+b}{AR} \right) \cdot \ln q = 0, \quad (11)$$

где $E'(B+b)$ – первая производная $E(B+b)$ по B.

Разобьем выражение (11) на две части и обозначим

$$X(B) = (q^{-B} - 1) \cdot \left[\frac{1}{AR} + \left(1 + \frac{B+b}{AR} \right) \cdot \frac{E'(B+b)}{1-E(B+b)} \right],$$

$$Y(B) = \left(1 + \frac{B+b}{AR} \right) \cdot \ln q.$$

Отсюда

$$X(B) - Y(B) = 0. \quad (12)$$

Сначала оценим выражения $X(B)$ и $Y(B)$ при B=0:

$$X(B)\big|_{B=0} = 0, \; Y(B)\big|_{B=0} = \left(1 + \frac{b}{AR} \right) \big| \ln q \big|,$$

$$0 \le q \le 1. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что $Y(0) \ge X(0)$. Далее, если наклон $X(B)$ больше, чем наклон $Y(B)$ для всех $B \ge 0$, $X(B)$ пересчитаем через $Y(B)$ при некотором значении $B, 0 < B < \infty$. Это означает, что $\bar{W}(B)$ является единственным минимумом для B. Следовательно, оптимальная длина блока B^0 может быть найдена численными методами и является глобальным оптимумом.

Далее, дифференцируя $X(B)$ и $Y(B)$ по B, получим

$$\frac{dX(B)}{dB} = (q^{-B} - 1) \left\{ \frac{E'(B+b)}{AR\left[1-E(B+b)\right]} + \left(1 + \frac{B+b}{AB} \right) \frac{\left[1-E(B+b)\right]E''(B+b) + \left[E'(B+b)\right]^2}{\left[1-E(B+b)\right]^2} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{AR} \cdot \left[1 + (AR + B + b) \cdot \frac{E'(B+b)}{1-E(B+b)} \right] \cdot q^{-B} \big| \ln q \big|, \quad (14)$$

$$\frac{dY(B)}{dB} = \frac{1}{AR} \cdot \big| \ln q \big|, \quad (15)$$

где $E''(B+b)$ – вторая производная $E(B+b)$ по B.

Так как вероятность ошибки возрастает с увеличением длины блока B, то $E'(B+b) \ge 0$.

Так как $0 \le E(B+b) \le 1$ и $B > 0 \cup b > 0$, то второй член в выражении (14) будет больше, чем $dY(B)/dB$. Далее, если $E''(B+b) \ge -\left[E'(B+b)\right]^2$,

первый член в выражении (14) положителен. Таким образом, $dX(B)/dB \geq dY(B)/dB, \forall B \geq 0$. Следовательно, соотношение $E''(B+b) \geq -\left[E'(B+b)\right]^2$ является достаточным условием обеспечения выпуклости $\bar{W}(B)$. Физически это означает, что если $E''(B+b) \geq 0$ или $E''(B+b) > -\left[E'(B+b)\right]$, то $E(B+b)$ является выпуклой функцией. Сравнивая выражения (13) и (14), можно заключить, что, даже если $E''(B+b) < -\left[E'(B+b)\right]^2$, для некоторых B можно обеспечить $dX(B)/dB \geq dY(B)/dB$. Следовательно, условие $E''(B+b) \geq -\left[E'(B+b)\right]^2$ не является необходимым условием для выпуклости $\bar{W}(B)$.

Далее рассмотрим стратегию передачи с остановками и ожиданием, использующую символ конца сообщения в последнем незаполненном блоке передачи.

Для увеличения эффективности канала связи более выгодно использовать символ конца передачи для обозначения конца последнего незаполненного блока, чем последний блок с фиктивной информацией. Следовательно, последний блок выбирает размер переменной от одного символа до максимального размера блока. Это снижает ожидаемое дополнительное время при передаче последнего блока в сообщении. В последнем случае функция $\bar{W}_2(B)$ из выражения (6) принимает вид

$$\bar{W}_2(B) = \bar{N}(B) \cdot \frac{b}{R} - \frac{b'}{R}. \qquad (16)$$

Общее дополнительное время передачи сообщения, использующего стратегию символа конца передачи, сводится к сумме (5) и (15). Таким образом, выражение (7) примет вид

$$\bar{W}(B) = \bar{N}(B) \times$$
$$\times \left\{ A + \frac{E(B+b)}{1-E(B+b)} \cdot \left(A + \frac{B+b}{R} \right) + \frac{b}{R} \right\} - \frac{b'}{R}. \qquad (17)$$

Подставим выражение (10) в (17), продифференцировав (16) по B и приравняв нулю, тогда выражение (11) примет вид

$$\left(q^{-B} - 1\right) \left[\frac{E(B+b)}{AR} + \left(1 + \frac{B+b}{AR} \right) \cdot \frac{E'(B+b)}{1-E(B+b)} \right] +$$
$$+ \left[1 + \frac{b}{AR} + \frac{B \cdot E(B+b)}{AR} \right] \ln q = 0. \qquad (18)$$

Условие $E''(B+b) \geq -\left[E'(B+b)\right]^2$ является достаточным, чтобы $\bar{W}(B)$ была выпуклой [6]. Оптимальный размер блока B^0, который минимизирует ожидаемое дополнительное время, можно найти из выражения (18) численными методами.

Разберем стратегию непрерывной передачи. Сначала рассмотрим случай, когда сообщения передаются непрерывно без ожидания подтверждения, а каждый неподтвержденный блок сообщения повторяется. В случае использования обратного канала связи для подтверждения сообщения, время подтверждения $A = 0$, дополнительные разряды получают фиксированную стоимость независимо от размера блока. Если обратный канал не используется, дополнительным временем на подтверждение будет время, требуемое для передачи сигналов подтверждения. Так как сигнал подтверждения значительно короче, чем длина блока сообщения, т.е.

$$A << \frac{B+b}{R},$$

мы можем принять $A = 0$. В случае использования символа конца сообщения в конце последнего используемого незаполненного блока формулы (17) и (18) примут вид

$$\bar{W}(B) = \bar{N}(B) \times$$
$$\times \left\{ \frac{E(B+b)}{1-E(B+b)} \cdot \frac{B+b}{R} + \frac{b}{R} \right\} - \frac{b'}{R} \qquad (19)$$

и

$$\left(q^{-B} - 1\right) \left[E(B+b) + (B+b) \cdot \frac{E'(B+b)}{1-E(B+b)} \right] +$$
$$+ \left[b + B \cdot E(B+b) \right] \ln q = 0. \qquad (20)$$

Свойство $E''(B+b) \geq -\left[E'(B+b)\right]^2$ является достаточным условием выпуклости $\bar{W}(B)$ [6]. Оптимальный размер блока B^0, который минимизирует ожидаемое дополнительное время, можно найти из выражения (20) численными методами.

Рассмотрим дополнительное время на подтверждение для системы, передающей блоки сообщения непрерывно без ожидания подтверждения и осуществляющей повторную передачу неподтвержденных блоков сообщения вместе с сопутствующими блоками. При такой стратегии полная длительность времени подтверждения увеличивается, когда выявляется ошибочный блок.

Время подтверждения A_1 является суммой времени, требующегося на обнаружение ошибочного блока сообщения t_1, и времени, необходимого для отправки сигнала подтверждения передатчику t_2. Так как все блоки сообщения передаются в течение времени, необходимого для повторной посылки, когда выявляется ошибочный блок сообщения, ожидаемое увеличение времени подтверждения, определяемое формулой (2), будет

$$\bar{A}(B+b)=\sum_{i=1}^{\infty}\left(A_1+\frac{B+b}{R}\right)E(B+b)^i, \quad (21)$$

где $A_1=t_1+t_2$.

Рассмотрим случай использования символа конца сообщения для окончания последнего незаполненного блока. Подставляя (21) в (16), получим

$$\bar{W}(B)=\bar{N}(B)\times$$
$$\times\left\{\frac{E(B+b)}{1-E(B+b)}\cdot\left(A_1+\frac{B+b}{R}\right)+\frac{b}{R}\right\}-\frac{b'}{R}. \quad (22)$$

Дифференцируя (20) по B и приравнивая нулю, получим

$$\left(q^{-B}-1\right)\left[\left(1+\frac{B+b}{A_1R}\right)\cdot\frac{E'(B+b)}{1-E(B+b)}+\frac{E(B+b)}{A_1R}\right]+$$
$$+\left[E(B+b)\cdot\left(1+\frac{B}{A_1R}\right)+\frac{b}{A_1R}\right]\ln q=0. \quad (23)$$

Аналогичным образом доказывается, что выражение $E''(B+b)\ge-\left[E'(B+b)\right]^2$ является достаточным условием выпуклости $\bar{W}(B)$ [6]. Оптимальный размер блока B^0, который минимизирует ожидаемое дополнительное время, можно найти из выражения (17) численными методами.

Оценим оптимальный размер блока сообщения для двух типов каналов: со случайными ошибками и с лавиной ошибок.

Для канала со случайными ошибками вероятность того, что блок сообщения из $B+b$ бит передастся через канал с не менее одной ошибкой, будет

$$E(B+b)=1-(1-K)^{B+b}=$$
$$=1-\left[1-(B+b)K+\frac{(B+b)(B+b-1)K^2}{2!}-...\right], (24)$$

где K – средняя скорость появления ошибок в канале. Для большинства используемых систем $(B+b)\cdot K<<1$. Следовательно, выражение (24) можно аппроксимировать выражением

$$E(B+b)\cong(B+b)K, \quad (25)$$

которое пропорционно общей длине блока. Выражение (25) показывает, что $E(B+b)$ приблизительно равно математическому ожиданию числа ошибок на бит в блоке в течение передачи. При этом первая производная $E'(B+b)=K$, а вторая производная равна нулю.

Для определения оптимального размера блока сообщения для стратегии с остановками и ожиданием подставим $E(B+b)=(B+b)K$ и $E'(B+b)=K$ в выражения (11) и (18), соответственно. В результате получим

$$\left(q^{-B}-1\right)\left[\left(1+\frac{B+b}{AR}\right)\cdot\frac{K}{1-K(B+b)}+\frac{1}{AR}\right]+$$
$$+\left[1+\frac{B+b}{AR}\right]\ln q=0, \quad (26)$$

$$\left(q^{-B}-1\right)\left[\left(1+\frac{B+b}{AR}\right)\cdot\frac{K}{1-K(B+b)}+\frac{K(B+b)}{AR}\right]+$$
$$+\left[1+\frac{K(B+b)B}{AR}+\frac{b}{AR}\right]\ln q=0. \quad (27)$$

Так как $E''(B+b)=0$, $W(B)$ является выпуклой функцией B. Имея значения AR, K и $\bar{l}=(1-q)^{-1}$ и используя метод Ньютона–Рафсона [4] можно решить уравнения (26) и (27) для нахождения среднего размера блока B^0. Итерация заканчивается, когда улучшение оценки $W(B)$для нового значения B будет менее 10^{-4} при разнице нового значения B и предыдущего не более 1 бита.

Оптимальный размер блока сообщения для стратегии с непрерывной передачей находится подстановкой аналогичных значений в выражения (20) и (23) соответственно. В результате получим

$$\left(q^{-B}-1\right)\left[K(B+b)+\frac{K(B+b)}{1-K(B+b)}\right]+$$
$$+\left[b+BK(B+b)\right]\ln q=0, \quad (28)$$

$$\left(q^{-B}-1\right)\left[\left(1+\frac{B+b}{A_1R}\right)\cdot\frac{K}{1-K(B+b)}+\frac{K(B+b)}{A_1R}\right]+$$
$$+\left[K(B+b)\cdot\left(1+\frac{B}{A_1R}\right)+\frac{b}{A_1R}\right]\ln q=0. \quad (29)$$

Аналогичным образом может быть найден оптимальный размер блока B^0 численными методами. Заметим, что формула (28) сводится к формуле (29) при $A_1 = 0$. Значение B^0 при $A_1 = 0$ соответствует случаю только повторной передачи неограниченного блока.

Определим оптимальную длину сообщения в зависимости от параметров канала связи, его статистических характеристик и способов передачи информации. Описывается несколько способов и методов передачи сообщений в каналах связи [5]. Основными являются передача сообщений «волной» и с «переспросом».

Сначала рассмотрим зависимость вероятности доставки сообщения для блока сообщения длиной 160 бит от вероятности битовой ошибки (ВБО). В этом случае получим, что если блок передаваемой информационной последовательности составляет 160 бит, то для обеспечения вероятности доставки сообщения не менее 0.9 необходимо обеспечить ВБО не более 0,00066.

Оптимальную длину блока сообщения B можно определить из рис. 4–7, где рассматривается случай, когда производная $DW(B,\bullet) = W(B,\bullet)' \le 0$. На рис. 4 показано, что при малых СШО оптимальная длина блока сообщения составляет около 104 бит. С увеличением СШО оптимальная длина блока сообщения уменьшается.

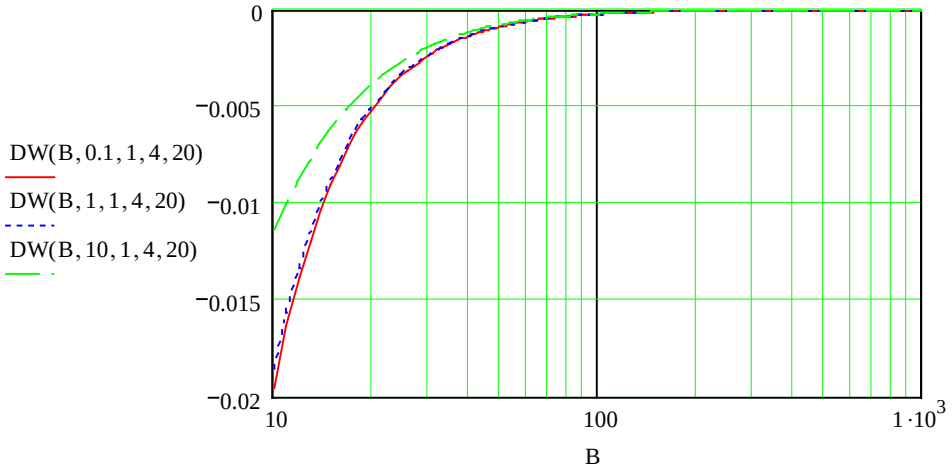

Рис. 4. Зависимость производной $W(B,\bullet)'$ от B для различных значений СШО

На рис. 5 показано, что при малых скоростях передачи оптимальная длина блока сообщения составляет около 104 бит. С увеличением скорости передачи оптимальная длина блока сообщения должна уменьшаться. Для скорости передачи 64 бода оптимальная длина блока сообщения составляет около 20 бит.

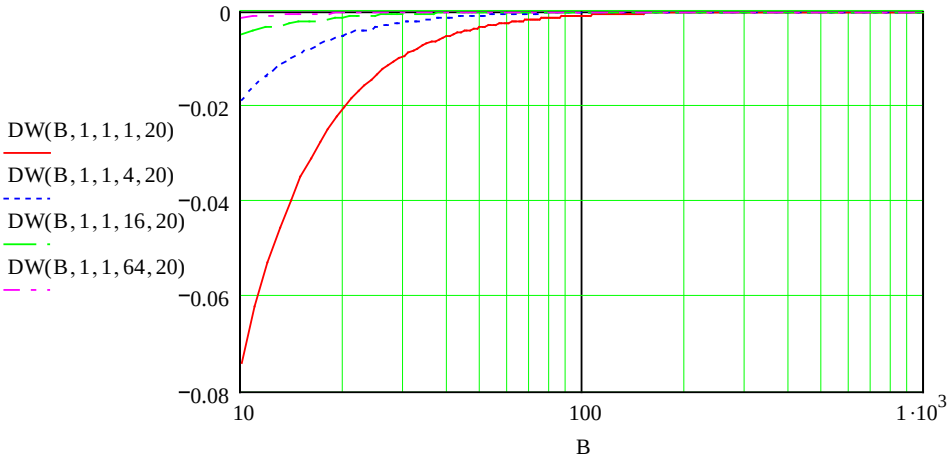

Рис. 5. Зависимость производной $W(B,\bullet)'$ от B для различных скоростей передачи

На рис. 6 показано, что при малых длительностях сигнала подтверждения приема сообщения оптимальная длина блока сообщения составляет около 104 бит. С увеличением длительности сигнала подтверждения приема сообщения оптимальная длина блока сообщения уменьшается. Для скорости передачи 4 бода и длительности сигнала подтверждения приема 1 с длина блока сообщения должна быть более 10 бит.

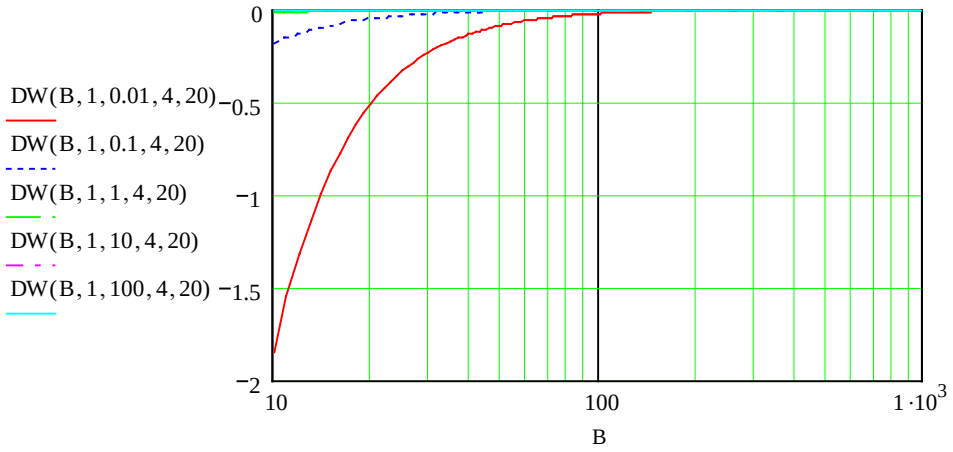

Рис. 6. Зависимость производной $W(B,\bullet)'$ от B для различных значений сигнала подтверждения

На рис. 7 показано, что если количество дополнительных символов блока сообщения более 20, то оптимальная длина блока сообщения составляет около 110 бит. С уменьшением количества дополнительных символов оптимальная длина блока сообщения уменьшается.

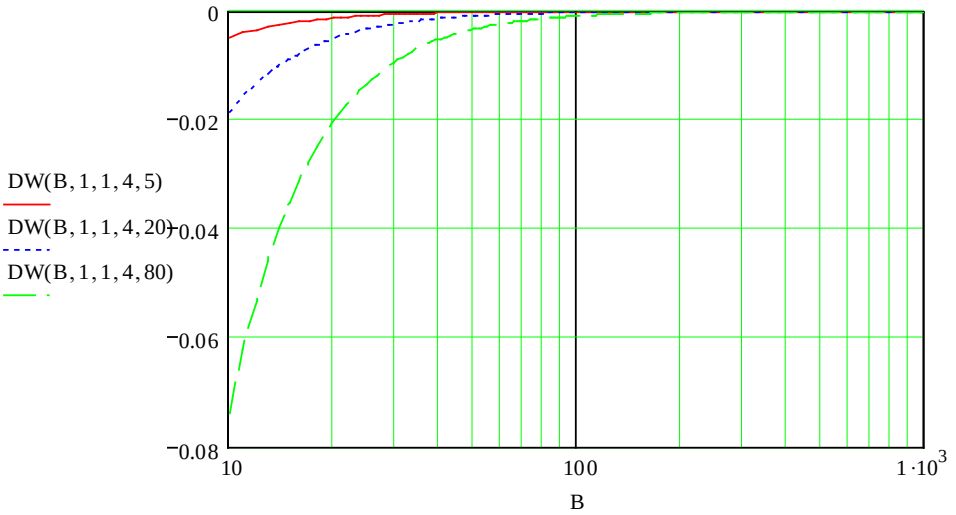

Рис. 7. Зависимость производной $W(B,\bullet)'$ от B
для различного числа дополнительных символов блока сообщения

Канал с лавинным характером появления ошибок не моделируется равномерным распределением ошибок для сообщений. Шум, возникающий при интерференции или в переходном процессе при переключении, может вызывать лавину ошибок.

Для стратегии с остановками и ожиданием при увеличении A и R, которые взаимно независимы, больший размер блока уменьшает количество блоков на сообщение и, таким образом, повышает эффективность использования канала. Следовательно, B^0 увеличивается с возрастанием AR. Для непрерывной стратегии передачи сообщений ожидаемое время подтверждения достаточно мало, и, когда вероят-

ность канальных ошибок достаточно мала, использование меньших размеров блоков повышает эффективность использования канала связи. В этом случае B^0 уменьшается с возрастанием AR. Можно заметить, что для заданных значений AR и $\bar{l}$ оптимальный размер блока для меньших значений скорости появления ошибок в канале больше, чем для больших скоростей ошибок в канале.

Для системы, использующей символ конца последовательности для выделения последнего незаполненного блока сообщения, избыточное пространство последнего незаполненного блока сокращается; следовательно, оптимальный размер блока всегда больше, чем когда не используют символы конца сообщения. Далее, для малых значений AR ($AR<10$) и низких интенсивностей появления ошибок ($K<10^{-4}$) задержка подтверждения настолько мала, что размер блока сообщения оказывает незначительный эффект на $\bar{W}(B)$; следовательно, оптимальный размер блока сообщения для стратегии с остановками и ожиданием приближенно равен значению для стратегии с непрерывной передачей. С другой стороны, для больших значений AR ($AR>10^3$) математическое ожидание задержки подтверждения для стратегии с непрерывной передачей значительно меньше, чем для стратегии с остановками и ожиданием. В результате, используя более короткие блоки сообщения, получаем большую надежность и меньшее дополнительное канальное время. Следовательно, оптимальный размер блока сообщения для стратегии с непрерывной передачей меньше, чем для стратегии с остановками и ожиданием.

Следовательно, оптимальная длина блока сообщения B при малых СШО составляет около 104 бит и более. С увеличением СШО оптимальная длина блока сообщения уменьшается.

Как следует из расчетов, при передаче сообщений без повтора достигнуть вероятности передачи сообщения $P_{\text{ДОВ}}$=0,9 можно, если ВБО будет $P_b = 10^{-4}$. В случае однократного повтора вероятность $P_{\text{ДОВ}}$=0,9 можно достигнуть при P_b = 0,0316. В случае трехкратного повтора вероятность $P_{\text{ДОВ}}$=0,9 можно достигнуть уже при P_b = 0,2.

Полученные результаты показывают, что в относительно неблагоприятных условиях передачи сообщений по каналу связи следует выбирать длину передаваемого сообщения около 110 бит. При увеличении скорости передаваемых сообщений и возрастании СШО следует уменьшать длину блока сообщения. ВДС также зависит от стратегии и способа доставки сообщений. При передаче сообщений с переспросом можно существенно повысить ВДС.

Литература

1. *Давенпорт В.Б., Рут В.Л.* Введение в теорию случайных сигналов и шумов. М.: ИИЛ, 1960. 468 с.

2. *Финк Л.М.* Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970. 728 с.

3. *Купер Дж., Макгилем К.* Вероятностные методы анализа сигналов и систем: пер. с англ. М.: Мир, 1989. 376 с.

4. *Влах И., Сингхал К.* Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. М.: Радио и связь, 1988. 560 с.

5. *Мартынов Ю.М.* Обработка информации в системах передачи данных. М.: Связь, 1969. 200 с.

6. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. М.: Наука, 1969. 608 с.

Статья поступила в редакцию 10 октября 2016 года

УДК 621.391

ЗАВИСИМОСТЬ СКОРОСТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ОТ ДАЛЬНОСТИ СВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ

© Авторы, 2017

Д.Ю. Чаркин, директор НТЦ, e-mail: office@sozvezdie.su
С.Ю. Алехин, начальник НТУ
Е.В. Григорьев, начальник сектора
А.Е. Лимарев, ведущий конструктор
В.Е. Прохоров, начальник отдела
АО «Концерн «Созвездие»

Получены в замкнутом виде уравнения для оценки скорости передачи информации в зависимости от дальности связи при фиксированном ее качестве. Детально проанализировано влияние спектральной эффективности распространенных видов цифровой модуляции на скорость передачи для различных моделей затухания радиоволн в условиях прямой видимости.

Ключевые слова: *теорема Шеннона, вероятность ошибки на бит, спектральная эффективность, затухание в свободном пространстве, двулучевая модель распространения.*

LINE-OF-SIGHT DATA RATE-COMMUNICATION RANGE DEPENDENCY

D.Yu. Charkin, director of scientific and technical centre, e-mail: office@sozvezdie.su
S.Yu. Alehin, Head of Science and Technology
E.V. Grigoriev, head of sector
A.E. Limarev, lead designer
V.E. Prokhorov, head of department
JSC «Concern «Sozvezdie»

The closed-loop equations for estimating data rate relative to communication range of the fixed quality are obtained. The detailed analysis of the impact of the spectral efficiency of common digital modulation types on the line-of-sight data rate for different radio-wave attenuation models is performed.

Keywords: *Shannon's theorem, probability of error per bit, spectral efficiency, free-space attenuation, two-ray propagation model.*

1. Основные понятия и постановка задачи

Обычно под дальностью связи понимается расстояние, на котором обеспечивается обмен информацией между передатчиком и приемником с заданным качеством. Из теории передачи аналоговых сигналов известно, что одним из критериев качества приема является отношение сигнал–шум по мощности, определяемое как отношение средней мощности сигнала P_s к средней мощности шума P_n. В цифровых системах качество связи задается вероятностью ошибки на бит, которая однозначно определяется другой версией отношения сигнал–шум, обозначаемой как E_b/N_0, где E_b – энергия бита, N_0 – односторонняя спектральная плотность мощности шума [1–3]. Мощность шума можно выразить как произведение спектральной плотности мощности N_0 на ширину полосы приемника W, т.е. $P_n = WN_0$. Энергия бита равна произведению мощности сигнала P_s на время передачи информационного бита T_b. Учитывая, что скорость передачи данных $R_b = 1/T_b$, выражение для отношения сигнал–шум цифровых систем можно записать в виде

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_s}{P_n} \cdot \frac{W}{R_b}, \qquad (1)$$

откуда получаем необходимое значение отношения сигнал–шум по мощности, используемое в дальнейшем для определения дальности связи:

$$\frac{P_s}{P_n} = \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b}{W}, \qquad (2)$$

где величина $S_f = R_b/W$ [бит/сек/Гц] определяет отнесенную к полосе скорость передачи и харак-

теризует спектральную эффективность вида модуляции. Предельное значение для скорости передачи C определяется формулой Шеннона [3]

$$C = W \log_2\left(1+\frac{P_s}{P_n}\right) = W \log_2\left(1+\frac{E_b}{N_0}\cdot S_f\right). \quad (3)$$

Как следует из формулы Шеннона, пропускная способность канала, а следовательно, и скорость передачи зависят от ширины полосы, величины E_b / N_0 и спектральной эффективности вида модуляции. Меняя указанные параметры, можно управлять скоростью передачи. Однако следует обратить внимание на то, что данные параметры нельзя менять независимо, т.к. они связаны дополнительным ограничением, гарантирующим качество связи (вероятностью ошибки на бит). Кроме этого, значение полосы W [Гц] выбирается согласно теореме Найквиста, которая утверждает, что если короткие импульсы с частотой следования $f_s = 1/T_s$ (T_s – длительность символа) символов в секунду поступают в канал, имеющий идеальную прямоугольную частотную характеристику с частотой среза $f_N = f_s/2$, то отклики на эти импульсы можно наблюдать без межсимвольных искажений. Следовательно, ширина полосы для идеального прямоугольного фильтра равна

$$W = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{\log_2 M \cdot T_b} = \frac{R_b}{\log_2 M}.$$

При использовании кодирования и фильтров с частотной характеристикой вида «приподнятый косинус» она задается выражением [4]

$$W = (1+\alpha)\frac{R_b}{\log_2 M}\cdot\frac{1}{R_c}, \quad (4)$$

где R_b [бит/сек] – скорость передачи данных, R_c – скорость кода ($R_c=1$ при отсутствии кода), α – коэффициент скругления фильтра (как правило, α = 0.35). Из формулы (4) следует, что скорость передачи данных может изменяться как непрерывно с изменением полосы при фиксированном числе позиций M, так и скачкообразно при изменении M в фиксированной полосе W.

Из формулы (3) можно получить предельные ограничения на отнесенную к полосе скорость передачи информации. С этой целью обозначим отнесенную к полосе предельную скорость передачи через $S_f^* = C / W$. Тогда из (3) получим необходимое значение E_b / N_0 для передачи с предельной скоростью:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{S_f^*}-1}{S_f^*}. \quad (5)$$

Решая (4), можно получить зависимость S_f^* от E_b / N_0, которая изображена на рис. 1.

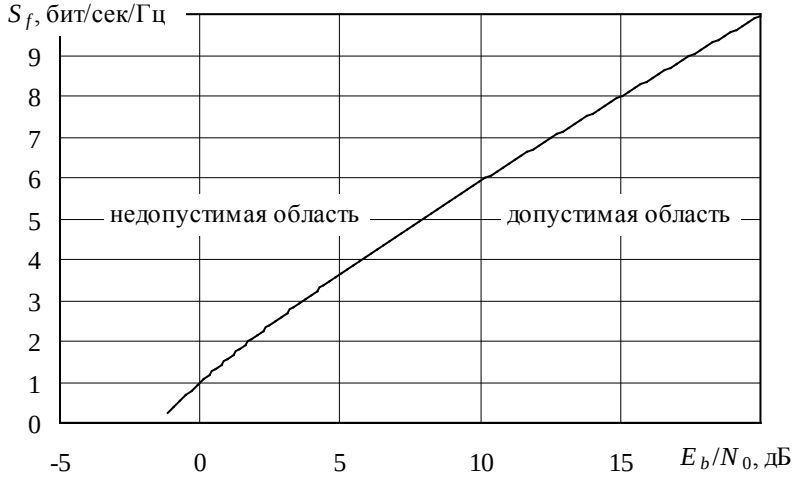

Рис. 1. Зависимость приведенной к полосе предельной скорости передачи от E_b / N_0

Кривая на рис. 1 разбивает область на две части: допустимую и недопустимую. В допустимой области чем больше E_b / N_0, тем больше информации можно передавать в полосе. Чем меньше E_b / N_0, тем большая полоса требуется для передачи одинакового количества информации в единицу времени. При приближении величины $E_b / N_0 \rightarrow \ln 2$ (–1,6 дБ) вели-

чина $S_f^* \to 0$. Это так называемый предел Шеннона: если отношение сигнал–шум $E_b / N_0 \le -1{,}6$ дБ, то не существует методов кодирования сигнала, которые позволили бы обеспечить малую вероятность возникновения ошибок в канале связи. Поэтому на практике отношение сигнал–шум E_b / N_0 всегда должно превосходить предел Шеннона.

Мощность теплового шума на входе приемника определяется по формуле $P_n = N_0 W = N_F kTW$, где $N_0 = N_F kT$ – спектральная плотность мощности шума, N_F – коэффициент шума приемника, $k = 10^{-23}$ [Дж/К] – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура входной цепи [К], W – ширина полосы [Гц], или в децибелах

$$P_n\,[\text{дБВт}] = N_F - 228.6 + 10\lg T + 10\lg W\,[\text{дБВт}]. \quad (6)$$

Аналогично для спектральной плотности мощности

$$N_0 = N_F - 228.6 + 10\lg T\,[\text{дБВт/Гц}]. \quad (7)$$

Постановка задачи. Имеется задающий качество связи уровень вероятности ошибки на бит P_{emax}, который не может быть превышен. Например, при передаче речи приемлемой может оказаться вероятность ошибки $P_e < 10^{-3}$, а для систем межкомпьютерного обмена допустимой может оказаться вероятность ошибки не менее $10^{-6}\ldots10^{-9}$. В общем случае вероятность ошибки на бит зависит не только от E_b / N_0, но и от видов модуляции и числа позиций (уровней модуляции), т.е. для выбранного вида модуляции и числа позиций определены соотношения, связывающие вероятность ошибки на бит и E_b / N_0:

$$P_e = f(E_b / N_0). \quad (8)$$

С учетом монотонного убывания функции f из (8) находим

$$(E_b / N_0)_{\min} = f^{-1}(P_{e\max}). \quad (9)$$

Минимальная мощность сигнала, необходимая для достижения на расстоянии d от передатчика порогового уровня отношения сигнал–шум, находится из (2):

$$P_{r\min} = (E_b / N_0)_{\min} N_0 R_b, \quad (10)$$

и совместно с уравнением затухания сигнала при распространении позволяет получить зависимость дальности связи от скорости передачи информации и наоборот.

Целью настоящей работы является получение замкнутой системы уравнений для расчета скорости передачи информации в зависимости от дальности связи в условиях воздействии теплового шума.

2. Оценка вероятности ошибки на бит для распространенных видов цифровой модуляции (манипуляции) сигналов

Прежде чем определить зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал – шум для распространенных видов модуляции, приведем основные понятия и обозначения. Пусть имеется M-позиционная система, в которой сигнальный алфавит состоит из M альтернативных символов, для представления которого в бинарной системе требуется k бит:

$$2^k = M. \quad (11)$$

После логарифмирования (11) получим $k = \log_2 M$. Число k называется *мерой модуляционной эффективности* и измеряется в битах на символ [бит/символ]. Каждый символ передается сигналом с шириной полосы W. Ширина полосы W выбирается в соответствии с формулой (5). Так как биты поступают со скоростью R_b [бит/сек], то длительность T_s передачи одного символа равна

$$T_s = \frac{k}{R_b} = \frac{\log_2 M}{R_b}. \quad (12)$$

Рассмотрим частные случаи модуляции. Сравнительный анализ спектральной и энергетической эффективности различных видов модуляции проведен в [4, 5].

Амплитудная модуляция (АМ). Цифровой М-АМ сигнал имеет вид [3]

$$S_m(t) = A_m g(t)\cos\omega_0 t, \quad m = 1, 2, \ldots, M, \ 0 \le t \le T, \quad (13)$$

где $A_m = (2m - 1 - M)d$ – одна из M возможных амплитуд, соответствующих $M = 2^k$ возможным k-битовым блокам; ω_0 – частота несущей; $g(t)$ – сигнальный импульс; $2d$ – расстояние между соседними амплитудами сигнала. Для передачи АМ сигналов применяется однополосная передача с шириной полосы [3]

$$W = \frac{1}{T_s} = \frac{R_b}{\log_2 M}, \quad (14)$$

откуда получаем спектральную эффективность АМ

$$S_{f\text{AM}} = \frac{R_b}{W} = \log_2 M. \qquad (15)$$

Вероятность ошибки на бит для M-AM сигналов равна [3]

$$P_{bAM} = \frac{2(M-1)}{M\log_2(M)} Q\left(\sqrt{\frac{6\log_2 M}{M^2-1}\cdot\frac{E_b}{N_0}}\right), \quad (16)$$

где $Q(x)$ – дополнительная к интегралу вероятностей функция:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^\infty e^{-t^2/2}\,dt. \qquad (17)$$

Решая уравнение (16) относительно отношения сигнал–шум, получим

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{AM} = \frac{M^2-1}{6\log_2 M}\left[Q^{-1}\left(\frac{P_{bAM} M\log_2(M)}{2(M-1)}\right)\right]^2, \quad (18)$$

где $Q^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная к $Q(x)$.

Квадратурная амплитудная модуляция (КАМ). При КАМ (M-QAM – Quadrature Amplitude Modulation) передача осуществляется на двух несущих, находящихся в квадратуре $\cos\omega_0 t$ и $\sin\omega_0 t$. Соответствующий сигнал можно записать как

$$S_m(t) = A_{mc}\cos\omega_0 t + A_{ms}\sin\omega_0 t, \qquad (19)$$

где A_{mc} и A_{ms} – информационные амплитуды сигнала для квадратурных несущих. После тригонометрических преобразований выражение (19) можно записать в альтернативной форме

$$S_m(t) = V_m g(t)\cos(\omega_0 t + \theta_m), \qquad (20)$$

где $V_m = \sqrt{A_{mc}^2 + A_{ms}^2}$, $\theta_m = \text{arctg}\left(\frac{A_{ms}}{A_{mc}}\right)$.

Вероятность ошибки на бит для прямоугольных сигнальных созвездий M-позиционной QAM и четных k с большой точностью может быть аппроксимирована выражением [6, 7]

$$P_{b\ \text{QAM}} = \frac{4(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} Q\left(\sqrt{\frac{3\log_2\sqrt{M}}{M-1}\cdot\frac{E_b}{N_0}}\right). \quad (21)$$

Аналогично предыдущему случаю из (21) получим явную зависимость отношения сигнал – шум от вероятности ошибки на бит

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{QAM} = \frac{M-1}{3\log_2\sqrt{M}}\times \left[Q^{-1}\left(\frac{P_{bQAM}\sqrt{M}\log_2(\sqrt{M})}{4(\sqrt{M}-1)}\right)\right]^2. \qquad (22)$$

При QAM сигнал передается на двух ортогональных несущих, причем на каждой передается AM-сигнал. В результате этого скорость передачи удваивается, но удваивается и ширина полосы, то есть AM и QAM имеют одинаковую спектральную эффективность.

Сигналы с фазовой модуляцией (ФМ) можно представить в виде

$$S_m(t) = g(t)\cos\frac{2\pi(m-1)}{M}\cos\omega_0 t - g(t)\sin\frac{2\pi(m-1)}{M}\sin\omega_0 t, \quad m=\overline{1,M},\ 0<t<T, \qquad (23)$$

где функция $g(t)$ определяет огибающую канала, $\theta_m = 2\pi(m-1)/M$ определяет M возможных фаз сигнала. Фазовую модуляцию называют также *модуляцией с фазовым сдвигом* (МФС или M-PSK – Phase-Shift Keying).

Вероятность ошибочного приема бита при M-позиционной фазовой модуляции задается следующим выражением [4]:

$$P_{b\text{PSK}} = \frac{2}{\log_2(M)} Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}\log_2 M}\ \sin\frac{\pi}{M}\right), \qquad (24)$$

откуда находим

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{PSK} = \frac{1}{2\log_2 M}\times \left[Q^{-1}\left(\frac{P_{bPSK}\log_2(M)}{2}\right)\cdot\frac{1}{\sin\frac{\pi}{M}}\right]^2. \qquad (25)$$

3. Модели затухания сигнала при распространении

3.1. Модель затухания сигналов в свободном пространстве

Затухание в свободном пространстве определяется геометрической расходимостью волны, поэтому мощность принимаемого сигнала обратно пропорциональна квадрату расстояния

между передатчиком и приемником и определяется соотношением [8, 9]

$$P_r = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2, \qquad (26)$$

где G_t и G_r – коэффициенты усиления передающей и приемной антенны, P_t *и* P_r – мощности передатчика и приемника соответственно, $\lambda = c/f$ – длина волны, c – скорость света, d – расстояние между передающей и приемной антеннами, d *и* λ вычислены в одинаковых величинах. Подставляя в левую часть формулы (26) выражение (10), получим

$$P_r = P_{r\min} = (E_b / N_0)_{\min} N_0 R_b = \\ = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2, \qquad (27)$$

откуда после преобразований получим в явном виде зависимость скорости передачи от расстояния между передатчиком и приемником d

$$R_b = \frac{P_t G_t G_r}{(E_b / N_0)_{\min} N_0} \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2, \qquad (28)$$

или в децибелах

$$R_{b,db} = P_{t,db} + G_{t,db} + G_{r,db} + 20\lg\lambda - \\ (E_b / N_0)_{\min,db} - N_{0,db} - 20\lg 4\pi - 20\lg d, \quad (29)$$

и зависимость расстояния от скорости передачи информации R_b

$$d = \frac{\lambda}{4\pi}\sqrt{\frac{P_t G_t G_r}{(E_b / N_0)_{\min} N_0 R_b}}. \qquad (30)$$

3.2. Двулучевая модель затухания сигналов в зоне прямой видимости

Рассмотрим модель двулучевого распространения гармонического сигнала. Она применяется тогда, когда передающая и приемная антенны подняты над землей и разнесены на расстояние, превышающее десятки длин волн. Соответствующая схема передачи сигнала изображена на рис. 2 [10, 11]. Как видно из рисунка, в условиях прямой видимости в точку приема попадают два сигнала двумя различными путями: прямой сигнал проходит расстояние R_0, а сигнал, отраженный от земной поверхности, которая предполагается идеально плоской, – расстояние $(R_1 + R_2)$, где высоты передающей и приемной антенн обозначены через h_t и h_r.

В силу своей простоты достаточно широкое применение получила модель для идеальной отражающей поверхности, которую и рассмотрим вначале.

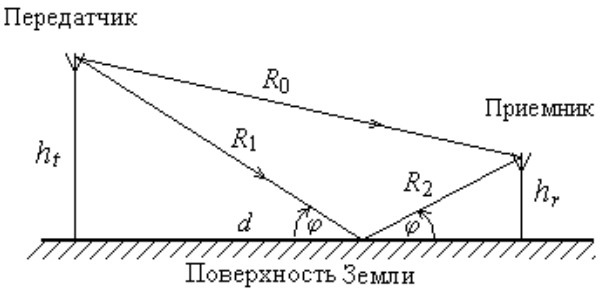

Рис. 2. Двулучевая модель распространения сигнала

Идеальная отражающая поверхность. Для идеальной отражающей поверхности коэффициент отражения Френеля предполагается равным –1. В реальных условиях такую аппроксимацию можно использовать когда угол скольжения φ достаточно мал [10, 11]. Будем также предполагать, что амплитуды прямого и отраженного сигналов равны, хотя в действительности амплитуда отраженного сигнала всегда немного меньше (во-первых, из-за того, что расстояние (R_1+R_2) больше расстояния R_0, и, во-вторых, из-за поглощения части энергии падающей волны в земле). Как будет показано ниже, это предположение выполняется тем точнее, чем меньше угол φ. Таким образом, с учетом сделанных предположений сумма прямого и отраженного сигналов в точке приема может быть представлена в виде

$$s(t) = s_0(t)\left[1 - \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\right)\right], \qquad (31)$$

где $\Delta = [(R_1 + R_2) - R_0]$ – разность хода лучей, j – мнимая единица. Мощность принятого сигнала можно записать в виде [10]

$$P_r = P_0\left|1 - \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\right)\right|^2 = \\ = 4P_0\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\Delta\right), \qquad (32)$$

где $P_0 = |s_0(t)|^2$ – мощность прямого сигнала на входе приемника,

$$\Delta = (R_1 + R_2) - R_0 \approx \\ \approx \frac{(h_t + h_r)^2 - (h_t - h_r)^2}{2d} = \frac{2h_t h_r}{d}. \qquad (33)$$

После подстановки (31) в (32) с учетом (33) получим выражение для результирующей мощности сигнала в точке приема

$$P_r = 4P_0 \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d}\right). \quad (34)$$

Мощность сигнала прямого луча находится в соответствии с законом затухания в свободном пространстве:

$$P_0 = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2. \quad (35)$$

С учетом изложенного получаем выражение для мощности принятого сигнала в рамках двулучевой модели для плоской земли и идеальной отражающей поверхности

$$P_r = 4P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d}\right). \quad (36)$$

Функцию

$$g(d) = 2\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d}\right) \quad (37)$$

принято называть функцией ослабления земли или интерференционным множителем ослабления [10,11]. В поведении функции $g(d)$ можно выделить две области: область интерференции прямого и отраженного сигналов, где мощность принятого сигнала имеет колебательный характер, и область регулярного затухания сигнала, где мощность сигнала непрерывно уменьшается с расстоянием. Граница между этими областями принимается на расстоянии, где наблюдается первый максимум функции $g(d)$, если двигаться в направлении уменьшения дистанции d. Это условие выполняется, когда аргумент $\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d} = \frac{\pi}{2}$. Отсюда находим, что граница между указанными областями определяется как

$$d_{\text{гр}} = \frac{4}{\lambda}\frac{h_t h_r}{}. \quad (38)$$

Когда расстояние до приемника значительно больше расстояния $d_{\text{гр}}$, аргумент синуса становится намного меньше единицы. Учитывая, что для малых значений аргумента синус можно аппроксимировать линейной функцией, из (36) получим соотношение, связывающее мощности передатчика P_t и приемника P_r [9–11] (формула Б.А. Введенского):

$$P_r = P_t G_t G_r \left(\frac{h_t h_r}{d^2}\right)^2. \quad (39)$$

Следует подчеркнуть, что формула (39) справедлива в пределах $d_{\text{гр}} \le d \le d_0$, где d_0 – расстояние прямой видимости, $d_0 = 3{,}57(\sqrt{h_t} + \sqrt{h_r})$ [км], где h_t и h_r измеряются в метрах. Как и в случае затухания в свободном пространстве, после подстановки в левую часть формулы (39) выражения (10) получим в явном виде зависимость скорости передачи от расстояния между передатчиком и приемником d

$$R_b = \frac{P_t G_t G_r}{(E_b / N_0)_{\min} N_0}\left(\frac{h_t h_r}{d^2}\right)^2, \quad (40)$$

или в децибелах

$$R_{b,db} = P_{t,db} + G_{t,db} + G_{r,db} + 20\lg h_t h_r - \\ -(E_b / N_0)_{\min,db} - N_{0,db} - 40\lg d, \quad (40a)$$

и зависимость дальности связи от скорости передачи информации

$$d = \frac{\sqrt[4]{P_t G_t G}_r \sqrt{h_t h_r}}{\sqrt[4]{(E_b / N_0)_{\min} N_0 R_b}}. \quad (41)$$

Реальная отражающая поверхность. Для реальной плоской подстилающей поверхности множитель ослабления $g(d)$ рассчитывается по формуле [9–11]

$$g(d) = \sqrt{1 + R^2 + 2R\cos\left(\frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d} + \theta\right)}, \quad (42)$$

где R – модуль коэффициента отражения, θ – фаза коэффициента отражения [град.], λ – длина волны [м]. Заметим, что при идеальном отражении $R = -1$, фаза $\theta = 0$, а функция ослабления (42) совпадает с (37). После подстановки функции влияния земли (42) в (36) получим мощность сигнала на входе приемника

$$P_r = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \times \\ \times\left\{1 + R^2 + 2R\cos\left(\frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d} + \theta\right)\right\}, \quad (43)$$

откуда с учетом формулы (10) получим выражение для скорости передачи

$$R_b = \frac{P_t G_t G_r}{(E_b / N_0)_{\min} N_0}\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \times \\ \times\left\{1 + R^2 + 2R\cos\left(\frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d} + \theta\right)\right\}, \quad (44)$$

или в децибелах

$$R_{b,db} = R^0_{b,db} + \\ +10\log\left\{1+R^2+2R\cos\left(\frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d}+\theta\right)\right\}, \quad (45)$$

где $R^0_{b,db}$ – скорость передачи [дБ бит/сек] в свободном пространстве, вычисляемая согласно (29). Для расчета интерференционного множителя ослабления необходимо определить модуль коэффициента отражения R и его фазу θ. Для этого необходимы данные об электрических характеристиках земли – диэлектрической проницаемости ε и проводимости подстилающей поверхности σ, а точнее, о соотношении между ε и величиной $\eta = 60\lambda\sigma$. Величина ε/η представляет собой отношение тока смещения к току проводимости. Для $60\lambda\sigma << \varepsilon$ почва – диэлектрик, для $60\lambda\sigma \approx \varepsilon$ почва – полупроводник, для $60\lambda\sigma >> \varepsilon$ почва – проводник. Например, для сухой земли ($\sigma = 10^{-2}$ См/м, $\varepsilon = 10$) при $\lambda \le 4$ м почва – диэлектрик, при $4\text{ м} < \lambda \le 400$ м почва – полупроводник и при $400\text{ м} < \lambda$ почва – проводник. Кроме электрических параметров поверхности, коэффициент отражения зависит также от вида поляризации. Для *горизонтальной поляризации* коэффициент отражения имеет вид [9, ф-ла (2.43)]

$$R_{\text{г}} = \frac{\varepsilon_1 \sin(\phi) - \sqrt{\varepsilon_1 - \cos^2(\phi)}}{\varepsilon_1 \sin(\phi) + \sqrt{\varepsilon_1 - \cos^2(\phi)}}, \quad (46)$$

где $\varepsilon_1 = \varepsilon - j\eta$ – относительная комплексная диэлектрическая проницаемость.

Когда почва – диэлектрик и величина ε/η значительно превосходит единицу, то (46) можно аппроксимировать действительной величиной [9, ф-ла (2.44)]

$$R_{\text{г}} = \frac{\varepsilon \sin(\phi) - \sqrt{\varepsilon - \cos^2(\phi)}}{\varepsilon \sin(\phi) + \sqrt{\varepsilon - \cos^2(\phi)}}, \quad (47)$$

угол скольжения ϕ для плоской земли находится из условия $tg(\phi) = (h_t + h_r)/d$, фаза коэффициента отражения $\theta = \pi$. Как следует из (47), при $\phi \to 0$ и любом конечном ε коэффициент отражения $R_B \to -1$.

4. Результаты численных расчетов

В качестве иллюстрации рассмотрим пример зависимости скорости передачи от расстояния между передатчиком и приемником d при следующих параметрах: качество связи задается вероятностью ошибки на бит $P_e = 10^{-5}$, рассматриваются M-PSK и M-QAM модуляции, мощность передатчика P = 25 Вт, высоты передающих и приемных антенн соответственно равны h_t = 9 м, h_r = 31 м, центральная частота f = 300 МГц, температура приемника T = 300°K, коэффициенты усиления антенн $G_t = G_r = 1$ (0 дБ), коэффициент шума приемника N_f = 6 дБ. При указанных данных расстояние прямой видимости составляет 30.6 км, граница раздела между областью затухания и интерференции для двулучевой модели $d_{\text{гр}}$ = 0.75 км.

4.1. Влияние модуляции

На рис. 3а для M-PSK модуляции приведены зависимости потенциальной скорости передачи R_b в дБбит/сек от расстояния между передатчиком и приемником d в области затухания. Кривая 1 соответствует модели распространения сигнала в свободном пространстве для M = 4, кривая 2 – двулучевой модели распространения для M = 4, кривая 3 – модели распространения сигнала в свободном пространстве для M = 16, кривая 4 – двулучевой модели распространения для M = 16.

На рис. 3б приведены аналогичные зависимости для M-QAM модуляции. Для M = 4 для обоих видов модуляции необходимое отношение $(E_b / N_0)_{\min,db} = 9.6$ дБ. Для 16-PSK модуляции необходимое отношение $(E_b / N_0)_{\min,db} = 17.44$ дБ и 13.44 дБ для 16-QAM. При проведении расчетов предполагалось, что ширина полосы входного фильтра приемника выбирается в соответствии с условием (4).

При увеличении числа позиций M происходит увеличение спектральной эффективности и согласно формуле (4) возможно уменьшение допустимой полосы. Например, при переходе с M = 4 на M = 16 можно уменьшить допустимую полосу в два раза. При этом, чтобы сохранить прежнее качество приема (вероятность ошибки $P_e = 10^{-5}$), требуется увеличить $(E_b / N_0)_{\min,db}$ с 9.6 до 13.44 дБ для M-QAM и до17.44 дБ для M-PSK. Таким образом, уменьшение допустимой полосы в два раза можно компенсировать увеличением числа позиций в 4 раза с одновременным увеличением энергии бита на 3.84 дБ для M-QAM и на 7.84 дБ для M-PSK. Такое увеличение энергетики негативно сказывается на дальности связи.

Например, как следует из рис. 3а, при скорости передачи 90 дБ(10^9) бит/сек дальность связи при QPSK модуляции составила 18.4 км, а при 16-PSK – 11.7 км, но при этом использовалась полоса в два раза уже.

4.2. Влияние ограничения на полосу пропускания канала

В приведенном выше примере не накладывались ограничения на максимальную ширину полосы канала W_{max}, которая, как правило, связана с частотой несущей f соотношением

$$\frac{W_{\max}}{f} \le \frac{1}{10}. \qquad (48)$$

Ограничение (48) автоматически совместно с (4) устанавливает максимальную границу на скорость передачи

$$R_{b\max} = \frac{W_{\max} \log_2 M \cdot R_c}{1+\alpha}.$$

На рис. 3 в, г приведены зависимости, аналогичные рис. 3 а, б, но с учетом ограничения на входную полосу (45).

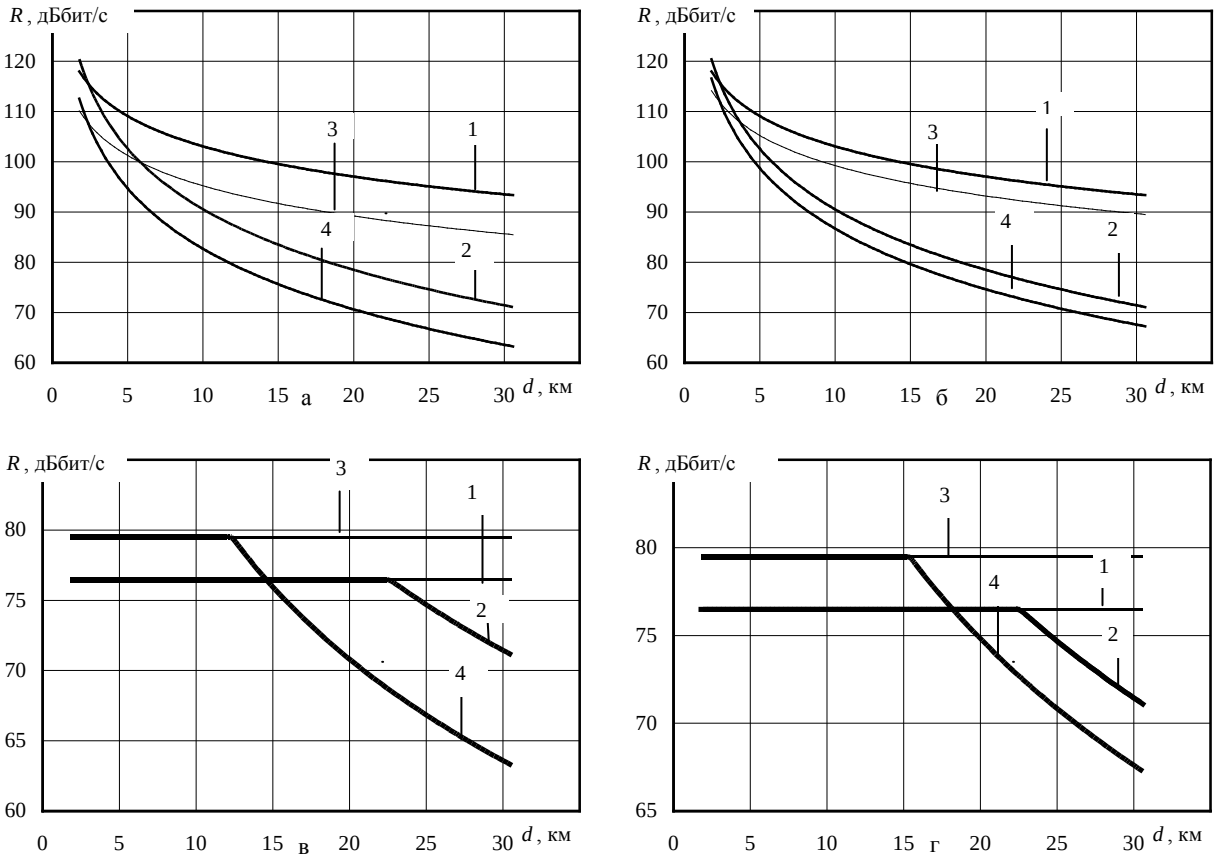

Рис. 3. Зависимость скорости передачи в дБбит/сек от расстояния в км:
а, в – M-PSK модуляция, б, г – M-QAM

В таблице приведены значения для минимального отношения сигнал–шум, обеспечивающего $P_e = 10^{-5}$ для M-PSK и M-QAM.

Таблица

M	2	4	16	64	256
$(E_b / N_0)_{\min}$, дБ, M-PSK	9.6	9.6	17.44	27.5	38.5
$(E_b / N_0)_{\min}$, дБ, M-QAM		9.6	13,44	17.8	22.5

Виды QAM с нечетным значением $k = \log_2 M$ (8-QAM, 32-QAM, 128-QAM и др.) не включены в таблицу , так как они используются реже, потому что не позволяют осуществить кодирование Грея (энергетический проигрыш при этом составляет 0.5–0.7 дБ) [4].

Как следует из таблицы, в условиях ограниченной полосы для $M \le 4$ наиболее эффективной является QPSK модуляция, а для $M > 4$ – M-QAM.

4.3. Влияние качества связи

Как уже отмечалось, качество связи определяется вероятностью битовой ошибки. Зафиксируем число позиций (например, $M = 16$) и выберем $P_e = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$. На рис. 4 а для 16-PSK приведено два семейства кривых. Нижние кривые в семействе соответствуют $P_e = 10^{-5}$, далее они поднимаются с возрастанием вероятности ошибки. Верхняя кривая соответствует $P_e = 10^{-2}$. Аналогичные кривые для 16-QAM приведены на рис. 4 б.

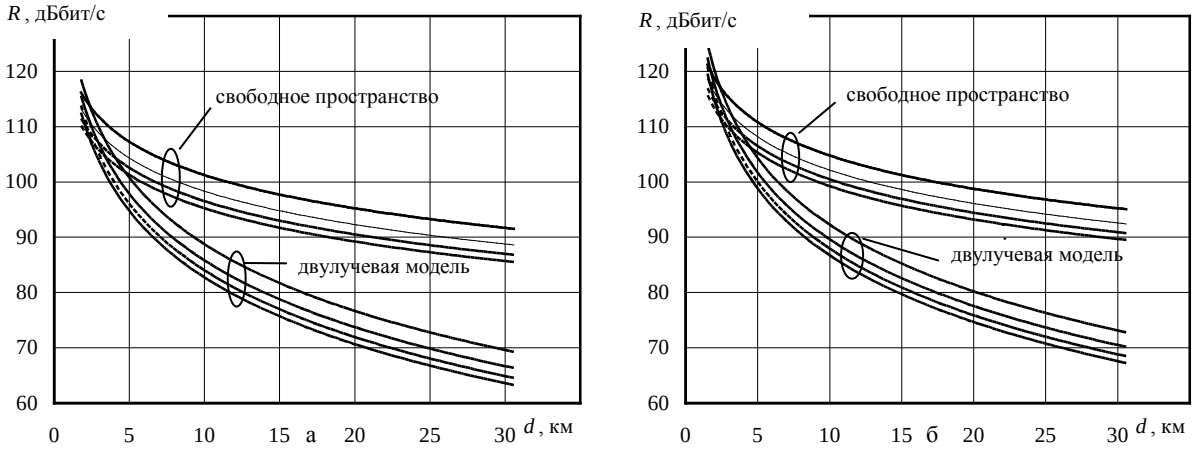

Рис. 4. Зависимость скорости передачи в дБбит/сек от расстояния в км для различных значений вероятности ошибки: а – M-PSK модуляция, б – M-QAM

Из вида кривых (рис. 4) следует, что с увеличением качества связи с вероятности ошибки $P_e = 10^{-2}$ до $P_e = 10^{-5}$ скорость передачи падает примерно на 5 дБ (в 3.3 раза).

4.4. Влияние центральной частоты на скорость передачи для реальной отражающей поверхности

Для двулучевой модели с реальной отражающей поверхностью в рассматриваемых примерах положим $f = 300$, 1300 и 3300 МГц с параметрами для сухой земли $\sigma = 10^{-2}$ См/м, $\varepsilon = 10$. Так как $\lambda < 4$ м, то согласно вышесказанному почва является диэлектриком с коэффициентом отражения (47). На рис. 5 приведены кривые зависимости скорости передачи от расстояния между передатчиком и приемником для $P_e = 10^{-5}$ при различных центральных частотах ($f = 300$, 1300 и 3300 МГц). Рис. 5а соответствует 16-PSK модуляции, а рис. 5 б – 16-QAM

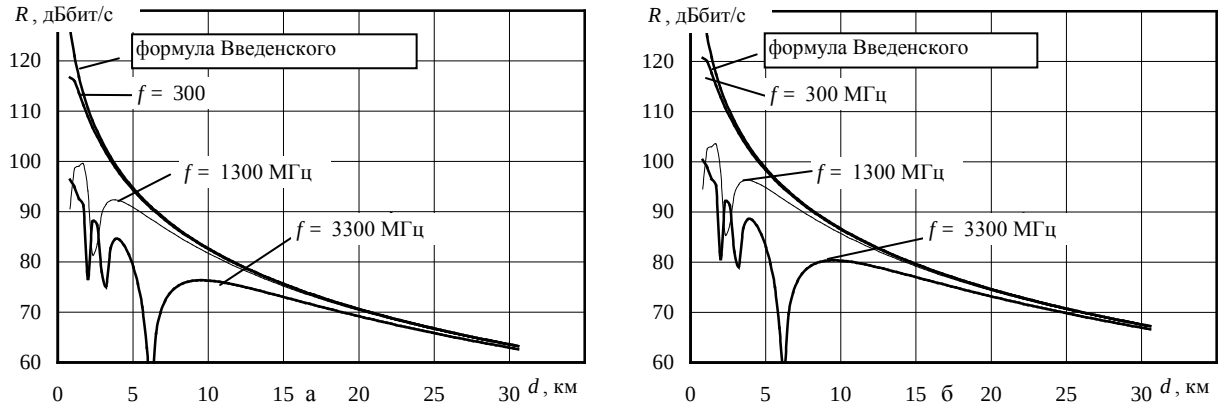

Рис. 5. Зависимости скорости передачи в дБбит/сек от расстояния в км для различных значений центральной частоты f: а – 16-PSK модуляция, б – 16-QAM

Как видно из рисунков, с ростом центральной частоты скорость передачи падает, причем динамика падения наиболее существенна в интерференционной зоне сигналов. В зоне регулярного затухания все кривые стремятся снизу к огибающей, которая получена с использованием формулы Введенского. Поэтому даже в области затухания применение формулы Введенского устанавливает верхнюю границу для скорости передачи.

Выводы

Скорость передачи зависит от ширины полосы сигнала, требований к качеству приема, спектральной и энергетической эффективности видов модуляции, энергетических характеристик (мощности передатчика, коэффициентов усиления передающей и приемной антенн), условий распространения радиоволн и частоты несущей, а также спектральной мощности теплового шума (шумы квантования [12] и преднамеренные помехи не учитывались). В работе получена система уравнений, которая позволяет провести анализ скорости передачи в зависимости от расстояния между передатчиком и приемником при варьировании перечисленных выше параметров.

Литература

1. *Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Мухин Н.П., Шестопалов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. М.: РадиоСофт, 2000. 384 с.

2. *Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Шестопалов В.И.* Помехоустойчивость систем радиосвязи с расширением спектра прямой модуляцией псевдослучайной последовательности. М.: РадиоСофт, 2011. 550 с.

3. Прокис Дж. Цифровая связь: пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.

4. Методы модуляции сигнала в цифровых системах связи / Московский гос. ун-т им. Ломоносова, фак. радиофизики [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://ru.scribd.com/doc/. Дата обращения: 10.09.2008.

5. *Шелковина О.Е., Лебедев А.Г.* Сравнительный анализ методов цифровой модуляции в стандартах цифрового радиовещания // Системи обробки інформації. 2014. Випуск 8 (124). С. 55 – 58.

6. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: пер. с англ. 2-е изд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 1104 с.

7. *Cho K., Yoon D.* On the General BER Expression of One- and Two-Dimensional Amplitude Modulations // IEEE Trans. on Communications. 2002. Vol. COM-50, No. 7. Pp. 1074–1080.

8. Рекомендация MCP-R P.525-2∗ Расчет ослабления в свободном пространстве. 1994.

9. *Черный Ф.Б.* Распространение радиоволн. 2-е изд., доп. М.: Сов. радио, 1972. 464 с.

10. *Долуханов М.П.* Распространение радиоволн. М.: Связь, 1972. 336 с.

11. *Пермяков В.А. В.А., Солодухов В.В., Бодров В.В., Исаков М.В.* Распространение радиоволн: учеб. пособие / Под ред. В.А. Пермякова, В.В. Солодухова. М.: Издательство МЭИ, 2006. 184 с.

12. *Булгаков О.М., Лазарев И.В.* Влияние шумов преобразования на величину отношения сигнал/шум в устройствах цифровой обработки информации при произвольном законе распределения квантуемого сигнала // Вестник Воронежского института МВД России. 2010. Вып. 4. С. 85–92.

Статья поступила в редакцию 26 октября 2016 года

УДК 621.396.98

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ СЛЕЖЕНИЯ ЗА ФАЗОЙ НАВИГАЦИОННОГО *BOC* СИГНАЛА С ОБРАБОТКОЙ НА ПОДНЕСУЩИХ ЧАСТОТАХ

© Авторы, 2017

В.В. Неровный, к.т.н., доцент, ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), e-mail: val.nerownyj@yandex.ru

Разработаны дискриминаторы системы слежения за фазой навигационного BOC сигнала с обработкой на поднесущих частотах. Приведены результаты расчёта помехоустойчивости систем слежения за фазой с разработанными дискриминаторами в условиях гауссовской шумовой помехи.

Ключевые слова: *система слежения за фазой, фазовый дискриминатор, навигационный BOC сигнал.*

THE NOISE IMMUNITY OF A NAVIGATIONAL *BOC* SIGNAL PHASE TRACKING SYSTEM WITH PROCESSING ON SUBCARRIERS

V.V. Nerovniy, Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Zhukovsky and Gagarin Air Force Academy (Voronezh), e-mail: val.nerownyj@yandex.ru

The discriminators for a navigational BOC signal phase tracking system with processing on subcarriers are developed. The noise immunity evaluation results for such a system using the developed discriminators and in a Gaussian noise environment are given.

Keywords*: phase tracking system, phase discriminator, navigational BOC signal.*

В настоящее время в глобальной навигационной спутниковой системе (ГНСС) ГЛОНАСС планируется использование нового типа навигационных сигналов – сигналов с модуляцией на поднесущих частотах (в англоязычной технической литературе обозначаются как *BOC* сигналы) [1]. Навигационные *BOC* сигналы имеют определенные преимущества перед существующими навигационными сигналами с бинарной фазовой манипуляцией (*BPSK* сигналами): бóльшая точность измерения расстояния «аппаратура потребителя – навигационный спутник», лучшая помехоустойчивость, меньшее влияние многолучевости на приём сигнала.

Необходимо отметить, что вопросы помехоустойчивости системы слежения за фазой (ССФ) *BOC* сигналов с различными дискриминаторами исследованы недостаточно полно. Таким образом, анализ помехоустойчивости ССФ *BOC* сигналов с различными дискриминаторами является актуальной задачей.

Цель работы: разработка фазовых дискриминаторов с обработкой на поднесущих частотах и проведение сравнительного анализа помехоустойчивости систем слежения за фазой *BOC* сигналов с предлагаемыми дискриминаторами.

Для оценки помехоустойчивости ССФ в условиях помех воспользуемся методом, который приведен в работе [2]. Сущность данного подхода заключается в определении статистических характеристик фазового дискриминатора с использованием метода математического моделирования. В качестве показателя эффективности функционирования ССФ в условиях помех используется вероятность срыва слежения за заданное время (время длительности навигационного сигнала) [2]. Под срывом слежения в данном случае понимается выход мгновенного значения ошибки слежения за фазой за пределы апертуры дискриминационной характеристики дискриминатора ССФ. Вероятность срыва слежения вычисляется как отношение числа опытов, в которых произошел выход мгновенного значения ошибки слежения за апертуру дискриминационной характеристики, к общему числу опытов. После того как выбран показатель эффективности функционирования ССФ в условиях помех, необходимо задать математические модели навигационного сигнала и помехи, а также алгоритм слежения за фазой.

В общем виде навигационный сигнал, действующий на вход системы ССФ АП ГНСС, можно представить как [2, 3]

$$y(t) = S(t) + n(t), \qquad (1)$$

где $S(t)$ – навигационный *BOC* сигнал; $n(t)$ – белый гауссовский шум (БГШ), ограниченный

полосой частот навигационного приёмника со спектральной плотностью $N_0/2$.

Навигационный *BOC* сигнал можно представить в виде [3]

$$S(t) = AG_{\text{ДК}}(t-\tau)M(t-\tau)\cos(\omega_0 t+\varphi), \quad (2)$$

где $G_{\text{ДК}}(t)$ – дальномерный код навигационного сигнала; A – амплитуда навигационного сигнала; $\omega_0 = 2\pi f_0$ – несущая частота; φ – начальная фаза навигационного сигнала; $M(t-\tau)$ – дополнительная меандровая модулирующая последовательность; τ – задержка.

Меандровая модулирующая последовательность $M(t)$ может быть представлена как

$$M(t) = sign[\sin\omega_M t], \quad (3)$$

где $\omega_M = 2\pi f_M$; $f_M(t) = 1/2\tau_M$ – тактовая частота меандровой последовательности; τ_M – длительность символа меандровой последовательности.

Необходимо отметить, что фаза меандровой модулирующей последовательности синхронизирована с символами дальномерного кода. Аналитически навигационный сигнал с меандровой модуляцией можно представить в виде $BOC(f_M, f_{\text{ДК}})$, где $f_{\text{ДК}}$ – частота следования символов дальномерного кода. Обычно частоты $f_M, f_{\text{ДК}}$ выбираются кратными некоторой базовой частоте $f_{\text{С}}$ (например, в *GPS* и ГЛОНАСС $f_{\text{С}}$=1,023 МГц), т.е. $f_M = m\cdot f_{\text{С}}$ и $f_{\text{ДК}} = n\cdot f_{\text{С}}$. Тогда для записи сигнала используется сокращённая форма $BOC(m,n)$ [3].

Оптимальный алгоритм слежения за фазой сигнала с обработкой на поднесущих частотах рассмотрен в [4]. Поднесущими частотами для *BOC* сигнала являются частоты, отстоящие от несущей частоты на $\pm f_M$. При переносе сигналов на промежуточную частоту $f_{\text{П}}$ поднесущие частоты также будут отстоять на $\pm f_M$ от промежуточной частоты [4].

Дискриминатор с обработкой на двух поднесущих частотах (ДПЧ)

При синтезе фазового дискриминатора информационным параметром является начальная фаза φ, остальные параметры предполагаются неинформационными. Кроме того, предполагается, что время задержки сигнала известно. Из теории нелинейной фильтрации следует, что одним из основных этапов синтеза дискриминаторов следящих систем является определение функции правдоподобия [3]. При обработке сигнала (2) на двух поднесущих частотах на фоне БГШ функция правдоподобия имеет вид

$$p(\mathbf{Y}\,|\,\varphi) = c\cdot\exp\{-\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times$$

$$\times\cos(\omega_{\text{Н}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}) - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times$$

$$\times\cos(\omega_{\text{В}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi})\}, \quad (4)$$

где c – нормировочная константа; $\mathbf{Y} = \left| y_{k-1,0} \quad y_{k-1,1} \quad \ldots \quad y_{k-1,N-1} \right|$ – вектор отсчётов входного наблюдения (1) на интервале времени $[t_{k-1};\ t_k]$; $\omega_{\text{В}} = \omega_{\text{П}} + \omega_M$ – значение «верхней» поднесущей частоты; $\omega_{\text{Н}} = \omega_{\text{П}} - \omega_M$ – значение «нижней» поднесущей частоты; $\omega_{\text{П}}$ – значение промежуточной частоты.

Преобразуем выражение (4) к виду

$$p(\mathbf{Y}\,|\,\varphi) = c\cdot\exp\{-\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times$$

$$\times\cos(\omega_{\text{Н}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi})\}\exp\{-\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})\times$$

$$\times G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_{\text{В}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi})\}. \quad (5)$$

Для вывода математического соотношения для оптимального дискриминатора необходимо прологарифмировать функцию правдоподобия (5) [5]:

$$\ln p(\mathbf{Y}\,|\,\varphi) = \ln c - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times$$

$$\times\cos(\omega_{\text{Н}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}) - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times$$

$$\times\cos(\omega_{\text{В}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}). \quad (6)$$

Для нахождения аналитического соотношения, описывающего напряжение на выходе оптимального дискриминатора, возьмём от выражения (6) производную по фазе [5]:

$$U_{\text{Д},\varphi} = \frac{\partial \ln p(\mathbf{Y}\,|\,\varphi)}{\partial\varphi}\,|\,\varphi = \tilde{\varphi}. \quad (7)$$

В результате вычисления производной получим выражение для напряжения на выходе оптимального фазового дискриминатора:

$$U_{\text{Д},\varphi} = -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{Н}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}) - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{В}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}). \quad (8)$$

Преобразуем выражение для напряжения на выходе оптимального фазового дискриминатора к виду

$$U_{\text{Д},\varphi} = -(Q_{\text{Н}} + Q_{\text{В}}), \quad (9)$$

где $Q_{\text{Н}}$ – квадратурная составляющая «нижней» поднесущей частоты; $Q_{\text{В}}$ – квадратурная составляющая «верхней» поднесущей частоты.

Квадратурные составляющие на «нижней» и «верхней» поднесущих частотах формируются в корреляторах АП ГНСС в соответствии с выражениями

$$Q_{\text{Н}} = \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{Н}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}), \quad (10)$$

$$Q_{\text{В}} = \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{В}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}). \quad (11)$$

Для наиболее полного математического описания фазового дискриминатора воспользуемся методикой определения статистических характеристик оптимальных дискриминаторов следящих систем, приведенной в работе [6]. В соответствии с данной методикой для математического описания дискриминатора необходимо определить дискриминационную характеристику и ее крутизну.

Для определения дискриминационной характеристики дискриминатора с обработкой на поднесущих частотах (9) квадратурные составляющие $Q_{\text{В}}$ и $Q_{\text{Н}}$ можно представить в виде [7]

$$Q_{\text{В}} \approx \frac{q}{2}\sin(\omega_M T + \varepsilon) + n_1, \quad (12)$$

$$Q_{\text{Н}} = \frac{q}{2}\sin(-\omega_M T + \varepsilon) + n_2. \quad (13)$$

Здесь $\varepsilon = \tilde{\varphi} - \varphi$ – ошибка оценки фазы; φ – значение фазы принимаемого сигнала; $\tilde{\varphi}$ – экстраполированное значение фазы; n_1, n_2 – независимые гауссовские случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией q.

Дискриминационная характеристика фазового дискриминатора определяется как [1, 3]

$$U(\varepsilon_\varphi) = M[u_{\text{Д},\varphi}]. \quad (14)$$

Тогда дискриминационную характеристику фазового дискриминатора с обработкой на поднесущих частотах (9) можно представить в виде

$$U(\varepsilon_\varphi) = M[Q_{\text{В}} + Q_{\text{Н}}] = M[\frac{q}{2}\sin(\omega_M T + \varepsilon) + n_1 +$$

$$+ \frac{q}{2}\sin(-\omega_M T + \varepsilon) + n_2] = q\sin(\varepsilon)\cos(\omega_M T). \quad (15)$$

Крутизна дискриминационной характеристики определяется по формуле [1, 3]

$$S_\varphi = \partial U(\varepsilon_\varphi)/\partial \varepsilon_\varphi \,|\, \varepsilon_\varphi = 0. \quad (16)$$

Тогда крутизну дискриминационной характеристики фазового дискриминатора можно представить в виде

$$S_\varphi = q\cos(\omega_M T). \quad (17)$$

Необходимо отметить, что соотношение (15), описывающее дискриминационную характеристику фазового дискриминатора с обработкой на поднесущих частотах, можно получить другим способом.

В математической модели навигационного *BOC* сигнала (2) меандровую модулирующую последовательность $M(t)$ можно рассматривать как колебание, которое можно разложить в ряд гармоник:

$$M(t) = sign[\sin 2\pi f_M(t)] = \sum_{i=1}^{+\infty} C_i \sin(2\pi i f_M t), \quad (18)$$

где $C_i = \sin c(\frac{\pi}{2} i)$.

Основная часть мощности меандровой последовательности (порядка 95%) приходится на первую гармонику, тогда формула (18) может быть представлена в виде

$$M(t) \approx \sin \omega_M t. \quad (19)$$

Выражение для навигационного *BOC* сигнала (2) с учётом (19) можно записать как

$$S(t) \approx AG_{\text{ДК}}(t-\tau)\sin(\omega_M t)\cos(\omega_\Pi t+\varphi). \quad (20)$$

С использованием тригонометрических преобразований получим

$$S(t) \approx A_1 G_{\text{ДК}}(t-\tau)\times(\sin((\omega_\Pi+\omega_M)t+\varphi)- -\sin((\omega_\Pi-\omega_M)t+\varphi)). \quad (21)$$

Приведём выражение (21) к следующему виду

$$S(t) \approx A_1 G_{\text{ДК}}(t-\tau)(\cos(\pi/2-(\omega_\Pi+\omega_M)t-\varphi)- -\cos(\pi/2-(\omega_\Pi-\omega_M)t-\varphi)). \quad (22)$$

Введём новую переменную $\varphi_1 = \pi/2-\varphi$ и подставим её в выражение (22):

$$S(t) \approx A_1 G_{\text{ДК}}(t-\tau)(\cos((\omega_\Pi+\omega_M)t-\varphi_1)- -\cos((\omega_\Pi-\omega_M)t-\varphi_1)). \quad (23)$$

Анализ выражения (23) показывает, что навигационный *BOC* сигнал можно представить как сумму двух *BPSK* сигналов, смещённых в спектральной области на частоту меандра ω_M [4].

Соответственно, входной сигнал (2), с учётом формы представления *BOC* сигнала как суммы двух *BPSK* сигналов, смещённых в спектральной области на частоту меандра ω_M, можно представить в виде

$$S(t) \approx A_1 G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos((\omega_\Pi+\omega_M)t-\varphi_1)- -A_1 G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos((\omega_\Pi-\omega_M)t-\varphi_1)+n(t). \quad (24)$$

Функция правдоподобия с учётом модели навигационного (24) при его обработке на двух поднесущих частотах на фоне БГШ имеет вид

$$p(\mathbf{Y}\mid\varphi) = c_2\cdot\exp\{-\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{B}}(t_{k-1,i})\times \times G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_{\text{B}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1)- -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{B}}(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_{\text{H}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1)- -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{H}}(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_{\text{B}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1)- -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{H}}(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times \times\cos(\omega_{\text{H}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1)\}. \quad (25)$$

Величины $y_{\text{B}}(t_{k-1,i})$ и $y_{\text{H}}(t_{k-1,i})$ представляют собой два *BPSK* сигнала, которые определяются как

$$y_{\text{B}}(t_{k-1,i}) \approx A_1 G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times \times\cos(\omega_{\text{B}}t_{k-1,i}-\varphi_1)+n_{\text{B}}(t_{k-1,i}), \quad (26)$$

$$y_{\text{H}}(t_{k-1,i}) \approx A_1 G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times \times\cos(\omega_{\text{H}}t_{k-1,i}-\varphi_1)+n_{\text{H}}(t_{k-1,i}), \quad (27)$$

где $n_{\text{B}}(t_{k-1,i})$, $n_{\text{H}}(t_{k-1,i})$ – дискретные белые гауссовские шумы (БГШ), попадающие в «верхнюю» или, соответственно, «нижнюю» часть спектра *BOC* сигнала.

Прологарифмируем функцию правдоподобия (25):

$$\ln p(\mathbf{Y}\mid\phi) = \ln c_2 - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{B}}(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times \times\cos(\omega_{\text{B}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1) - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{B}}(t_{k-1,i})\times \times G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_{\text{H}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1)- -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{H}}(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_{\text{B}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1)- -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{H}}(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times \times\cos(\omega_{\text{H}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1). \quad (28)$$

Необходимо отметить, что при вычислении второго и третьего слагаемых в выражении (28) в результате получаются комбинационные составляющие с удвоенными частотами $2\omega_M$ и $2\omega_\Pi$, которыми при дальнейших расчетах можно пренебречь. В результате получим

$$\ln p(\mathbf{Y}\mid\varphi) \approx \ln c_2 - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{B}}(t_{k-1,i})G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times \times\cos(\omega_{\text{B}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1) - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{H}}(t_{k-1,i})\times \times G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_{\text{H}}t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}_1). \quad (29)$$

Вычислим от выражения (29) производную по фазе. После необходимых преобразований получим выражение для напряжения на выходе фазового дискриминатора

$$U_{\text{Д},\varphi} = -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{В}}(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{В}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_1) - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{Н}}(t_{k-1,i}) \times$$

$$\times G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \sin(\omega_{\text{Н}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_1). \qquad (30)$$

Необходимо отметить, что выражение (30) эквивалентно выражению (8), при этом слагаемые в выражении (30) представляют собой квадратурные составляющие «нижней» и «верхней» поднесущих частот:

$$Q_{\text{Н2}} = \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{Н}}(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{Н}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}), \qquad (31)$$

$$Q_{\text{В2}} = \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y_{\text{В}}(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{В}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}). \qquad (32)$$

Преобразуем выражение для напряжения на выходе фазового дискриминатора к виду

$$U_{\text{Д},\varphi} = -(Q_{\text{Н2}} + Q_{\text{В2}}). \qquad (33)$$

Таким образом, выражение (33) практически совпадает с выражением (9). Для описания дискриминационной характеристики и её крутизны могут использоваться аналитические выражения (15) и (17).

Дискриминатор с обработкой на одной поднесущей частоте (ОПЧ)

Представление *BOC* сигнала в виде (23) позволяет использовать квазиоптимальные алгоритмы слежения за фазой с использованием обработки на одной поднесущей частоте – «верхней» $\omega_{\text{В}}$ или «нижней» $\omega_{\text{Н}}$.

Предположим, что обработка сигнала осуществляется на «верхней» поднесущей частоте $\omega_{\text{В}}$. Функция правдоподобия для модели сигнала (23) при обработке на «верхней» поднесущей частоте на фоне БГШ имеет вид

$$p(\mathbf{Y} \mid \varphi) = c_1 \cdot \exp\{-\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \cos(\omega_{\text{В}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_1)\}. \qquad (34)$$

Прологарифмируем функцию правдоподобия (34):

$$\ln p(\mathbf{Y} \mid \varphi) = \ln c_1 - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \cos(\omega_{\text{В}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_1). \qquad (35)$$

Вычислим от выражения (35) производную по фазе и после необходимых преобразований получим выражение для напряжения на выходе фазового дискриминатора:

$$U_{\text{Д},\varphi} = -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{В}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_1). \qquad (36)$$

Преобразуем выражение для напряжения на выходе фазового дискриминатора к виду

$$U_{\text{Д},\varphi} = -Q_{\text{В1}}. \qquad (37)$$

Квадратурная составляющая на «верхней» поднесущей частоте формируется в соответствии с выражением

$$Q_{\text{В1}} = \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k-1,i} - \tau_k) \times$$

$$\times \sin(\omega_{\text{В}} t_{k-1,i} + \tilde{\varphi}_1). \qquad (38)$$

В выражении (11) для формирования квадратурной составляющей $Q_{\text{В}}$ используется гармонический сигнал с начальной фазой $\tilde{\varphi}$. В отличие от квадратурной составляющей $Q_{\text{В}}$ при формировании $Q_{\text{В1}}$ в качестве опорного используется гармонический сигнал с начальной фазой $\tilde{\varphi}_1$, значение которой отличается от $\tilde{\varphi}$ на $\pi/2$.

Представим квадратурную составляющую $Q_{\text{В1}}$ в виде

$$Q_{\text{В1}} \approx \frac{q}{2}\sin(\varepsilon_1) + n_3, \qquad (39)$$

где $\varepsilon_1 = \tilde{\varphi}_1 - \varphi_1$ – ошибка оценки фазы; φ_1 – значение фазы принимаемого сигнала, $\tilde{\varphi}_1$ – экстраполированное значение фазы; n_3 – гауссовская случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией q.

Дискриминационная характеристика фазового дискриминатора с обработкой на одной поднесущей частоте определяется в соответствии с аналитическим соотношением

$$U(\varepsilon_\varphi) = M[Q_{\text{В1}}] =$$

$$= M\left[\frac{q}{2}\sin(\varepsilon_1) + n_3\right] = q\sin(\varepsilon_1). \qquad (40)$$

Тогда крутизну дискриминационной характеристики фазового дискриминатора можно представить в виде

$$S_\varphi = q. \qquad (41)$$

Необходимо отметить, что аналогичные аналитические выражения можно получить для случая, когда обработка сигнала осуществляется на «нижней» поднесущей частоте $\omega_Н$.

Дискриминатор с обработкой на единой промежуточной частоте (ЕПЧ)

Необходимо отметить, что для слежения за фазой *BOC* сигнала можно использовать обработку на единой промежуточной частоте. При обработке сигнала на единой промежуточной частоте в условиях БГШ функция правдоподобия имеет вид

$$p(\mathbf{Y}\,|\,\varphi) = c_3 \cdot \exp\left\{-\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})M(t_{k-1,i}-\tau_k)\times\right.$$

$$\left.\times G_{ДК}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_П t_{k-1,i}+\tilde{\varphi})\right\}. \qquad (42)$$

Прологарифмируем функцию правдоподобия (42):

$$\ln p(\mathbf{Y}\,|\,\varphi) = \ln c_3 - \frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})M(t_{k-1,i}-\tau_k)\times$$

$$\times G_{ДК}(t_{k-1,i}-\tau_k)\cos(\omega_П t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}). \qquad (43)$$

Вычислим от выражения (43) производную по фазе, после необходимых преобразований получим выражение для напряжения на выходе фазового дискриминатора:

$$U_{Д,\varphi} = -\frac{A}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})M(t_{k-1,i}-\tau_k)G_{ДК}(t_{k-1,i}-\tau_k)\times$$

$$\times\sin(\omega_П t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}). \qquad (44)$$

Соотношение для напряжения на выходе фазового дискриминатора можно представить в виде

$$u_{Д\varphi} = -Q. \qquad (45)$$

Квадратурная составляющая для *BOC* сигнала при обработке на единой промежуточной частоте формируется в коррелляторе АП ГНСС в соответствии с выражением

$$Q = \sum_{i=1}^{N} y(t_{k-1,i})M(t_{k-1,i}-\tilde{\tau}_k)G_{ДК}(t_{k-1,i}-\tilde{\tau}_k)\times$$

$$\times\sin(\omega_П t_{k-1,i}+\tilde{\varphi}). \qquad (46)$$

Дискриминационная характеристика фазового дискриминатора (45) определяется как

$$U(\varepsilon_\varphi) = M[Q] = M\left[\frac{q}{2}\sin(\varepsilon)+n_4\right] = q\sin(\varepsilon). \qquad (47)$$

Тогда крутизну дискриминационной характеристики фазового дискриминатора можно представить в виде

$$S_\varphi = q. \qquad (48)$$

Необходимо отметить, что аналитические выражения для дискриминационной характеристики и её крутизны (47) и (48) совпадают с аналогичными выражениями для обработки сигнала на одной поднесущей частоте.

Оценка помехоустойчивости ССФ с фазовыми дискриминаторами

Для оценки помехоустойчивости ССФ необходимо определить флуктуационную характеристику фазового дискриминатора [6]:

$$D_\varphi = M[(u_{Д\varphi,k} - M[u_{Д\varphi,k}])^2]\,|\,\varepsilon_\varphi = 0. \qquad (49)$$

Для определения дисперсии, пересчитанной к входу дискриминатора, воспользуемся методикой линеаризации, приведенной в [6]:

$$D = D_\varphi \big/ S_\varphi^2, \qquad (50)$$

где D – дисперсия, пересчитанная к входу дискриминатора; S_φ – крутизна дискриминационной характеристики.

Дисперсия ошибки фильтрации σ_φ^2 определяется как [6]

$$\sigma_\varphi^2 = 2\cdot D\cdot T\cdot \Delta f_{ССФ}, \qquad (51)$$

где $\Delta f_{ССФ}$ – шумовая полоса пропускания ССФ.

В качестве показателя эффективности функционирования ССФ в условиях помех используется вероятность срыва слежения за заданное время (время длительности навигационного сигнала) [2]. Под срывом слежения в дан-

ном случае понимается выход мгновенного значения ошибки слежения за фазой σ_φ за пределы апертуры дискриминационной характеристики дискриминатора ССФ.

В качестве показателя помехоустойчивости системы ССФ выбрана вероятность срыва слежения за интервал накопления T, в общем случае равный длительности навигационного сигнала. Под срывом слежения в данном случае понимается событие, при котором мгновенное значение ошибки фильтрации σ_φ выходит за апертуру дискриминационной характеристики.

Наиболее простым методом вычисления вероятности срыва слежения является использование метода статистических испытаний (метод Монте–Карло).

Тогда вероятность срыва слежения можно определить как [7]

$$P_c = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\delta_k(\sigma_{\varphi k}), \qquad (52)$$

где P_C – вероятность срыва слежения; N – общее количество опытов; $\sigma_{\varphi k}$ – значение статистики, пересчитанной к входу фазового дискриминатора в k-м испытании; δ_k – индикаторная переменная, причём $\delta_k(\sigma_{\varphi k})=1$, если $\sigma_{\varphi k} \geq A_{ДХ}$, и $\delta_k(\sigma_{\varphi k})=0$, если $\sigma_{\varphi k} < A_{ДХ}$; $A_{ДХ}$ – раскрыв апертуры дискриминационной характеристики.

При проведении оценки помехоустойчивости ССФ с различными дискриминаторами в качестве навигационного сигнала рассмотрен сигнал *BOC*(1,1), характеристики которого приведены в [1].

На рис. 1 приведены зависимости вероятности P_C от отношения *j/s* для ССФ с $\Delta f_{ССФ}=50$ Гц. На рис. 2 приведены зависимости вероятности P_C от отношения *j/s* для ССФ с $\Delta f_{ССФ}=2$ Гц.

Анализ графиков, приведенных на рис. 1, показывает, что ССФ с $\Delta f_{ССФ}=50$ Гц, использующие дискриминаторы с обработкой на ДПЧ и ЕПЧ, имеют практически одинаковые вероятности срыва слежения. Помехоустойчивость ССФ с дискриминатором, использующим обработку на ОПЧ, на 4…6 дБ хуже, чем ССФ, использующей дискриминаторы с обработкой на ДПЧ и ЕПЧ.

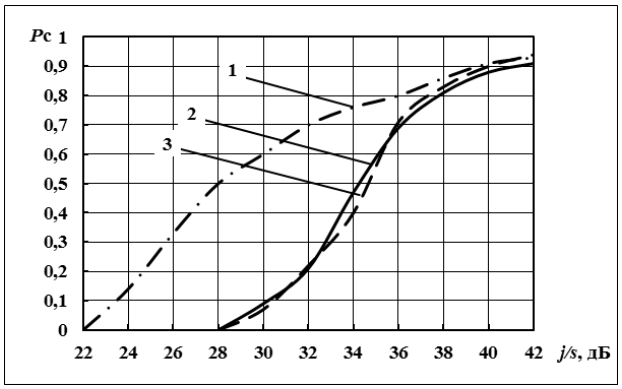

Рис. 1. Зависимости вероятности P_C от отношения *j/s* для *s* для ССФ с $\Delta f_{ССФ}=50$ Гц:
1 – дискриминатор с ОПЧ;
2 – дискриминатор с ЕПЧ;
3 – дискриминатор с ДПЧ

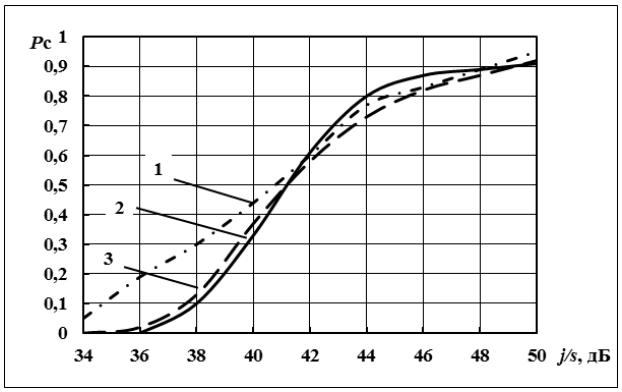

Рис. 2. Зависимости вероятности P_C от отношения *j/s* для ССФ для ССФ с $\Delta f_{ССФ}=2$ Гц:
1 – дискриминатором с ОПЧ;
2 – дискриминатором с ЕПЧ;
3 – дискриминатором с ДПЧ

Анализ графиков, приведенных на рис. 2, показывает, что ССФ с $\Delta f_{ССФ}=2$ Гц, использующие дискриминаторы с обработкой на ДПЧ, ЕПЧ и ОПЧ, при больших отношениях помеха/сигнал имеют равные вероятности срыва слежения. При малых отношениях помеха/сигнал помехоустойчивость ССФ, использующей дискриминатор с обработкой на ОПЧ, на 2…3 дБ хуже, чем ССФ, использующей дискриминаторы с обработкой на ДПЧ и ЕПЧ.

Наименьшая помехоустойчивость ССФ, использующей дискриминатор с ОПЧ, объясняется тем, что при обработке используется только одна часть спектра *BOC* сигнала, а спектральная плотность мощности другой части спектра не используется, что приводит к ухудшению отно-

шения сигнал/помеха на 3 дБ. Кроме того, дополнительные потери мощности, которые составляют порядка 2 дБ, обусловлены отбрасыванием старших гармоник в разложении меандрового колебания (18) при аппроксимации *BOC* сигнала как суммы двух *BPSK* сигналов.

По результатам анализа графиков, приведенных на рис. 1 и 2, можно сделать вывод о том, что уменьшение шумовой полосы пропускания с 50 Гц до 2 Гц, которое достигается за счёт комплексирования ССФ с инерциальной навигационной системой, повышает помехоустойчивость ССФ с дискриминаторами ЕПЧ и ДПЧ на 6…7 дБ, а ССФ с дискриминатором ОПЧ – на 10…12 дБ.

Результаты оценки помехоустойчивости ССФ с различными дискриминаторами могут использоваться при разработке перспективной помехозащищённой аппаратуры потребителей ГНСС, использующей *BOC* сигналы.

Литература

1. *Перов А.И.* Основы построения спутниковых радионавигационных систем. М.: Радиотехника, 2012. 240 с.

2. *Неровный В.В., Коровин А.В., Новиков А.А.* Математическая модель оценки помехоустойчивости системы ФАПЧ аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем, использующей *BPSK* сигналы // Теория и техника радиосвязи. 2013. № 2. С. 51–55.

3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

4. *Липа И.В.* Разработка и исследование алгоритмов поиска перспективных навигационных радиосигналов СРНС ГЛОНАСС с модуляцией на поднесущих частотах: дис. ... канд. тех. наук / Национальн. исслед. универ-т. МЭИ. М.: МЭИ, 2016. 169 с.

5. *Перов А.И.* Методы и алгоритмы оптимального приёма сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем. М.: Радиотехника, 2012. 240 с.

6. *Перов А.И., Болденков Е.Н., Григоренко Д.А.* Упрощенная аналитическая методика оценки потенциальной помехоустойчивости оптимальных следящих систем приёмников спутниковой навигации // Радиотехника. 2003. № 7. С.78–87.

7. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2001. 315 с.

Статья поступила в редакцию 23 сентября 2016 года

УДК 621.391

КОНСТРУИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ППРЧ АНСАМБЛЯ НА ОСНОВЕ *M*-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

© Авторы, 2017

Д.Ю. Чаркин, директор НТЦ, e-mail: office@sozvezdie.su
С.Ю. Алехин, начальник НТУ
Е.В. Григорьев, начальник сектора
А.Е. Лимарев, ведущий конструктор
В.Е. Прохоров, начальник отдела
АО «Концерн «Созвездие»

Рассматривается алгоритм конструирования оптимального (в смысле Лемпеля–Гринбергера) ансамбля ППРЧ последовательностей. Проводится анализ периодических авто- и кросс-корреляционных функций Хэмминга последовательностей из оптимального ансамбля. Дается оценка возможного количества ансамблей с заданными свойствами.

Ключевые слова: *М-последовательность, кросс- и автокорреляция Хэмминга, оптимальный ППРЧ ансамбль, множественный доступ.*

CONSTRUCTION OF THE OPTIMAL FH SET USING M-SEQUENCES

D.Yu. Charkin, director of scientific and technical centre, e-mail: office@sozvezdie.su
S.Yu. Alehin, Head of Science and Technology
E.V. Grigoriev, head of sector
A.E. Limarev, lead designer
V.E. Prokhorov, head of department
JSC «Concern «Sozvezdie»

The article deals with an algorithm for optimal (with respect to Lempel-Greenberger bound) FH set construction. The analysis of periodic auto- and cross-correlation Hamming functions of sequences in an optimal set is performed. A possible number of FH sets with given properties is evaluated.

Keywords: *M-sequence, Hamming auto- and cross-correlation, optimal FH set, multiple access.*

В системах связи, использующих сигналы с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ), при множественном доступе каждому отдельному пользователю выделяется определенная последовательность изменения во времени рабочей частоты [1]. В этом случае в каждом временном слоте возможны наложения частот различных пользователей сети, что приводит к созданию внутрисистемных помех конкретному абоненту. Для ослабления влияния других пользователей сети на работу абонента возникает необходимость в конструировании последовательности или ансамбля последовательностей скачкообразного изменения рабочей частоты, оптимального в определенном смысле. В качестве критериев оптимальности выбираются авто- и кросс-корреляция Хэмминга [2,4]. В сетях с множественным доступом требуются последовательности скачков частоты с хорошими авто- и кросс-корреляционными свойствами.

Предположим, что задано конечное множество допустимых частот $F = \{ f_0, f_1, ..., f_{m-1} \}$, которое в дальнейшем будем называть алфавитом. Пусть $X(L, F)$ – множество всех последовательностей из элементов F длины L. Каждый элемент из $X(L, F)$ представляет собой последовательность скачков частоты во времени длины L. Последовательности скачков частоты генерируются на основе псевдослучайных последовательностей максимального периода (длины), называемых кратко M-последовательностями [3].

Ансамбль ППРЧ последовательностей характеризуются шестью параметрами: объемом алфавита m (числом выделенных для связи частот), длиной генерируемой M-последовательности L, числом N – количеством подмножеств $S \subset X(L, F)$, максимумами авто- и кросс-корреляционной функции Хэмминга (H_a и H_c со-

ответственно) и длиной регистра сдвига с линейной обратной связью *n*.

Интуитивно ясно, что при множественном доступе пользователей сети в системах связи с ППРЧ задача состоит в генерировании такого ансамбля (подмножества) $S \subset X(L,F)$ последовательностей скачков частоты, которые удовлетворяли бы следующим требованиям [2]:

1. Максимум боковых лепестков автокорреляционной функции Хэмминга H_a должен быть малым насколько это возможно.

2. Максимум кросс-корреляционной функции Хэмминга H_c должен быть малым насколько это возможно.

3. Мощность множества *S*, $N = |S|$ для заданных *m*, H_a, H_c и *L* должна быть большой насколько это возможно.

В научных публикациях наметились различные теоретические подходы к решению указанной задачи [2–15], однако в своем большинстве они носят теоретический характер, направленный на построение границ для корреляции Хэмминга, а алгоритмы конструирования последовательностей скачков частоты отодвигаются на второй план. Поэтому *целью настоящей статьи* является построение алгоритма конструирования на базе одной *M*-последовательности оптимального ансамбля ППРЧ последовательностей и оценка возможного числа различных ансамблей, которые можно получить на базе *M*-последовательностей.

1. Основные понятия и определения

Зададим две последовательности скачков частоты (ППРЧ последовательности)

$$X = \{x_0, x_1, ..., x_{L-1}\},\ Y = \{y_0, y_1, ..., y_{L-1}\},$$

$$X, Y \in S \subset X(L,F),$$

и положительное целое *j*. Определим периодическую корреляцию Хэмминга (число совпадений элементов последовательностей) между ними следующим образом [2,4]:

$$H_{X,Y}(j) = \sum_{i=0}^{L-1} h(x_i, y_{i+j}), \qquad (1)$$

где $0 < j < L$,

$$h(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad x = y, \\ 0, & \text{если} \quad x \neq y. \end{cases} \qquad (2)$$

Если $X = Y$, тогда $H_{X,Y}(j)$ – автокорреляция Хэмминга, в противном случае при $X \neq Y$ $H_{X,Y}(j)$ – кросс-корреляция Хэмминга.

Для каждой ППРЧ последовательности $X \in S$ обозначим через

$$H_a(X) = \max H_{X,X}(j),\ X \in S,\ 1 \le j \le L-1. \quad (3)$$

Последовательность X^* называется оптимальной, если $H_a(X^*) \le H_a(X)$ для всех $X \in S \subset X(L,F)$.

Если $H_a(X) = \lambda_a$ для неотрицательного целого λ_a, то *X* будем называть (L, m, λ_a) ППРЧ последовательностью.

Для каждых двух различных ППРЧ последовательностей $X, Y \in S$ определим

$$H_c(X,Y) = \max H_{X,Y}(j), \quad 1 \le j \le L-1, \qquad (4)$$

и

$$M(X,Y) = \max\{H_a(X), H_a(Y), H_c(X,Y)\}. \quad (5)$$

Если $M(X^*, Y^*) \le M(X,Y)$ для всех различных пар (X,Y), то (X^*, Y^*) образуют оптимальную пару ППРЧ последовательностей (в силу критерия Лемпеля–Гринбергера (5)).

Для $S \subset X(L,F)$, состоящего из *N* последовательностей ППРЧ, обозначим максимумы автокорреляции и кросс-корреляции Хэмминга по всем последовательностям из *S* следующим образом:

$$H_a(S) = \max\{H_a(X) : X \in S\},$$

$$H_c(S) = \max\{H_c(X,Y) : X, Y \in S\},$$

$$M(S) = \max\{H_a(S),\ H_c(S)\}.$$

Если $M(S) = \lambda$ для неотрицательного целого λ, то *S* будем называть $(L, m, \lambda; N)$ ППРЧ ансамблем.

Подмножество $S \subset X(L,F)$ называется оптимальным ансамблем, если каждая пара отдельных элементов из *S* является оптимальной парой.

Аналогично периодической корреляции для двух последовательностей скачков частоты

$$X = \{x_0, x_1, ..., x_{L-1}\},\ Y = \{y_0, y_1, ..., y_{L-1}\},$$

$$X, Y \in X(L,F),$$

и положительного целого *j* определим апериодическую корреляцию Хэмминга следующим образом [4]:

$$\overline{H}_{X,Y}(j) = \sum_{i=0}^{L-j-1} h(x_i, y_{i+j}),\ j = 1,2,...,L-1, \quad (6)$$

$$\overline{H}_a(X) = \max \overline{H}_{X,X}(j), \quad 1 \le j \le L-1, \quad (7)$$

$$\overline{H}_c(X,Y) = \max \overline{H}_{X,Y}(j), \quad 1 \le j \le L-1, \quad (8)$$

$$\overline{H}_a(S) = \max\left\{\overline{H}_a(X) : X \in S\right\},$$

$$\overline{H}_c(S) = \max\left\{\overline{H}_c(X,Y) : X,Y \in S\right\}.$$

2. Критерии оптимальности

В общем случае ансамбли оптимальных последовательностей конструируютя алгоритмами с использованием нижних границ для авто- и кросс-корреляции Хэмминга. В литературе применяются две границы: Лемпеля–Гринбергера (Lempel–Greenberger) [2] и Пенжа–Фана (Peng–Fan)[4]. Отличие состоит в том, что при построении границы Лемпеля–Гринбергера выбирается критерий (5), который минимизирует наибольшую из трех величин – число совпадений X и Y со своими сдвинутыми во времени копиями и кросс-корреляции между ними. При построении границы Пенжа–Фана производится раздельная оптимизация указанных величин.

2.1. Подход Лемпеля–Гринбергера

При построении оптимального ансамбля на основе границы Лемпеля–Гринбергера используются следующие ограничения:

1) рассматривается корреляция Хэмминга только для периодических последовательностей;

2) рассматривается случай, когда количество выделенных частот $m = p^k$;

3) максимумы автокорреляционной функции и кросс-корреляционной функции не разделены.

Остановимся подробнее на основополагающей работе [2]. Суть работы состоит в конструировании из одной M-последовательности длины $L = p^n - 1$ ансамбля из $N = p^k$ оптимальных последовательностей ППРЧ из алфавита F (количество рабочих частот $m = p^k$) для любого простого числа p и положительных целых k, n таких, что $1 \le k \le n$.

Как показано в [2], для каждой ППРЧ последовательности X длины L из частотного алфавита F объема m имеет место неравенство

$$H_a(X) \ge \frac{(q-e)(q+e-m)}{m(q-1)} = \frac{(p^n - p^k)(p^n - 2)}{p^k(p^n - 2)} = p^{n-k} - 1, \quad (9)$$

где e – наименьший неотрицательный остаток от L по модулю m ($e = p^k - 1$, $m = p^k$). Для любой пары $X, Y \in X(L,F)$ имеет место неравенство

$$M(X,Y) \ge \left\lceil p^{n-k} - \frac{2p^n + p^{n-k} - 4}{3p^n - 5} \right\rceil = p^{n-k}, \quad (10)$$

где $\lceil\ \rceil$ означает наименьшее целое, превосходящее значение внутри скобок.

На основе неравенств (9)–(10) и свойств обобщенных M-последовательностей в [2] предложен алгоритм конструирования оптимального ансамбля ППРЧ последовательностей длины $L = p^n - 1$ из алфавита F для любого простого числа p и положительных целых k, n таких, что $1 \le k \le n$.

2.2. Подход Пенжа–Фана

Авторы статьи [4] Peng D., Fan P. получили нижние границы для корреляции Хэмминга при раздельной оптимизации авто- и кросс-корреляции. Кроме этого, ими получены аналогичные границы для апериодических последовательностей. Ниже приведем основной результат из работы [4].

Теорема 1 [4]. Пусть S – ансамбль из N последовательностей ППРЧ периода q из заданного частотного множества F мощности m и $I = \lfloor LN/m \rfloor$, тогда имеют место неравенства, связывающие максимумы периодической авто- и кросс-корреляции Хэмминга:

$$(L-1)mH_a(S) + (N-1)LmH_c(S) \ge (LN-m)L. \quad (11)$$

Для сравнения с границей Лемпеля–Гринбергера для величины $M(S) = \max\{H_a, H_c\}$ в [4] получено неравенство

$$M(S) \ge \frac{2ILN - (I+1)mI}{(LN-1)N}, \quad (12)$$

которое при $L = p^n - 1$, $m = p^k$, с учетом того, что $I = \lfloor LN/m \rfloor = p^{n-k}N - 1$, принимает вид [4]

$$M(S) = \frac{Np^{2n-k} - 2Np^{n-k} - p^n + 2}{Np^n - N - 1}. \quad (13)$$

Теорема 2 [4]. Пусть S – ансамбль из N последовательностей ППРЧ периода q из заданного частотного множества F мощности m и $J = \lfloor 2LN/(m+N) \rfloor$, тогда имеют место неравенства, связывающие апериодическую авто- и кросс-корреляцию Хэмминга:

$$2(L-1)(m+N)\overline{H}_a(S) + (N-1)(2L-1)(m+N)\overline{H}_c(S) \geq (3LN - mL - N - m)L.$$

Пусть S означает множество из N последовательностей ППРЧ длины L из элементов множества F мощности m. Если H_a и H_c или $\overline{H}_a$ и $\overline{H}_c$ являются минимальными целыми решениями неравенств (11) или неравенства для апериодической корреляции, то соответствующее множество последовательностей ППРЧ называется оптимальным периодическим (апериодическим) ансамблем скачков ППРЧ. Более полный анализ соотношений между границами Лемпеля–Гринбергера и Пенжа–Фана приведен в [5].

3. Алгоритм конструирования оптимального ППРЧ ансамбля

Ниже кратко изложим алгоритм конструирования оптимального ансамбля ППРЧ, основываясь на результатах работы [2].

Для заданного простого числа p и целого положительного k введем два множества целых неотрицательных чисел

$$P = \{0,1,..., p-1\} \text{ и } P_k = \{0,1,..., p^k - 1\}. \quad (14)$$

Элементами множества P являются значения исходной M-последовательности, а элементами P_k являются номера выделенных частот из заданного алфавита F.

3.1. Формирование исходной M-последовательности и σ_K-преобразования

В общем случае исходная M-последовательность $\{X = x(0), x(1), x(2), ...\}$ генерируется с помощью рекуррентного соотношения

$$a_0 x(j+n) = a_1 x(j+n-1) + a_2 x(j+n-2) + ...$$
$$... + a_n x(j) \bmod(p),\ a_i \in GF(p),$$

где множество $GF(p) = \{0,1,..., p-1\}$ с операциями умножения и сложения по модулю простого числа p. Физически M-последовательность формируется на выходе регистра сдвига с линейной обратной связью, где a_i – веса обратной связи.

Для дальнейшего анализа введем преобразование, которое устанавливает взаимно однозначное соответствие между отрезком (кортежем) из k элементов произвольной последовательности, $Z = \{z(0), z(1), ..., z(L-1)\}$ и числом из алфавита частот

$$\sigma: Z(j,k) = \{z(j), z(j+1), ..., z(j+k-1)\} \to \sum_{i=0}^{k-1} z(j+k)\, p^i \in P^k. \quad (15)$$

Обозначим исходную M-последовательность длины L из элементов множества P через $X = \{x(j)\}$. Из последовательности X формируется другая последовательность $Y = \{y(j)\}$ длины L из элементов множества P_k следующим образом:

$$y(j) = \sum_{i=0}^{k-1} x(j+i)\, p^i, \quad 0 \leq j \leq L-1. \quad (16)$$

Или (16) можно записать более компактно в виде

$$Y = \sigma_K X. \quad (17)$$

Преобразование (17) в дальнейшем будем называть σ_K-преобразованием от X. Оптимальность данной последовательности следует из [2, теорема 1]

Теорема 1 [2]. Пусть X – M-последовательность длины $q = p^n - 1$ над $GF(p)$. Тогда для любого $k < n$ последовательность Y, полученная как σ_K-преобразование от X, является оптимальной ППРЧ последовательностью длины L из P_k, для которой

$$H_a(Y) = p^{n-k} - 1. \quad (18)$$

3.2. Конструирование оптимального ансамбля

Как и при построении одинарной оптимальной ППРЧ последовательности, введем исходную M-последовательност периода $L = p^n - 1$ над

полем $GF(p)$ $X=\{x(j)\}$. Для каждого j, $0\le j<L$, введем в рассмотрение отрезок последовательности (кортеж из k чисел) $X(j,k)=$ $=\{x(j),x(j+1),...,x(j+k)\}$. К каждому числу $v\in P_k$ применим преобразование, обратное к σ ($\sigma^{-1}v\in P^k$). В соответствии с формулой (15) результатом такого преобразования будет кортеж из k-чисел. Затем полученный кортеж сложим поэлементно по модулю p с $X(j,k)$

$$X_v(j,k)=(X(j,k)+\sigma^{-1}v)\bmod(p). \qquad (19)$$

Для каждого $v\in P_k$ определим последовательность $Y_v=\{y_v(j)\}$ длины p^n-1 следующим образом:

$$y_v(j)=\sigma X_v(j,k), \qquad (20)$$

или более компактно $Y_v=\sigma_K(v)X$.

Теорема 2 [2]. Пусть $X=\{x(j)\}$ – M-последовательность длины $L=p^n-1$ над полем $GF(p)$. Тогда для каждого k такого, что $1\le k\le n$, множество из p^k последовательностей вида $Y_v=\sigma_K(v)X$ образует оптимальный ансамбль ППРЧ последовательностей. Кроме того, каждый элемент ансамбля является оптимальной последовательностью.

Для каждой оптимальной пары X, Y

$$M(X,Y)=\left\lceil p^{n-k}-\frac{2p^n+p^{n-k}-4}{3p^n-5}\right\rceil=p^{n-k}. \qquad (21)$$

Пример 1. Ниже приведем пример, рассмотренный в [2].Число частот $m=9$, длина периода M-последовательности $L=26$. В этом случае удобно выбрать $p=3$, а $k=2$, т.к. $9=3^2$. Соответственно, длина регистра сдвига с обратной линейной связью $n=3$, т.к. период $L=3^n-1=26$ по условию примера. Множества $P=\{0,1,2\}$, $P_2=\{0,1,...,8\}$. Алгоритм построения ансамбля оптимальных последовательностей ППРЧ состоит в следующем:

1. Генерируется искомая M-последовательность, например, по следующей рекуррентной формуле:

$$x(j+3)=(2x(j)+x(j+2))\bmod(3) \qquad (22)$$

с начальными состояниями регистров 0 0 1. В результате сгенерированная последовательность имеет следующий вид: $X=\{x(j)\}=$ 0 0 1 1 1 0 2 1 1 2 1 0 1 0 0 2 2 2 0 1 2 2 1 2 0 2.

2. Для каждого j строится кортеж из двух элементов исходной последовательности $X(j,2)=\{x(j),x(j+1)\}$.

3. По формуле (15) строится σ_2-преобразование.

4. Строится обратное $\sigma^{-1}v\in P^k$ преобразование, т.е. любому числу (номеру пользователя) $v\in P_k$ от 0 до 8 из решения уравнения $z_1+pz_2=v$ ставится в соответствие пара чисел z_1,z_2. Для данного примера такое соответствии имеет вид

$$v=0\to(0,0);\ v=1\to(1,0);\ v=2\to(2,0);$$

$$v=3\to(0,1);\ v=4\to(1,1);$$

$$v=5\to(2,1);\ v=6\to(0,2);$$

$$v=7\to(1,2);\ v=8\to(2,2).$$

5. Для каждого $v\in P_k=\{0,1,...,8\}$ строится последовательность из элементов вида $X_v(j,2)=(X(j,2)+\sigma^{-1}v)\bmod(p)$. Например,

$$X_0(j,2)=\{(x(j)+0)\bmod(3),(x(j+1)+0)\bmod(3)\},$$

$$X_1(j,2)=\{(x(j)+1)\bmod(3),(x(j+1)+0)\bmod(3)\},$$

$$X_2(j,2)=\{(x(j)+2)\bmod(3),(x(j+1)+0)\bmod(3)\},$$

$$X_8(j,2)=\{(x(j)+2)\bmod(3),(x(j+1)+2)\bmod(3)\}.$$

6. Применяется σ_2-преобразование к последовательности $\{X_v(j,2)\}$, результатом которого и будет оптимальная последовательность ППРЧ. Проделав вычисления для всех значений v, получим ансамбль оптимальных последовательностей ППРЧ:

$Y_0=$ 0 3 4 4 1 6 5 4 7 5 1 3 1 0 6 8 8 2 3 7 8 5 7 2 6 2,

$Y_1=$ 1 4 5 5 2 7 3 5 8 3 2 4 2 1 7 6 6 0 4 8 6 3 8 0 7 0,

$Y_2=$ 2 5 3 3 0 8 4 3 6 4 0 5 0 2 8 7 7 1 5 6 7 4 6 1 8 1,

$Y_3=$ 3 6 7 7 4 0 8 7 1 8 4 6 4 3 0 2 2 5 6 1 2 8 1 5 0 5,

$Y_4=$ 4 7 8 8 5 1 6 8 2 6 5 7 5 4 1 0 0 3 7 2 0 6 2 3 1 3,

$Y_5=$ 5 8 6 6 3 2 7 6 0 7 3 8 3 5 2 1 1 4 8 0 1 7 0 4 2 4,

$Y_6=$ 6 0 1 1 7 3 2 1 4 2 7 0 7 6 3 5 5 8 0 4 5 2 4 8 3 8,

$Y_7=$ 7 1 2 2 8 4 0 2 5 0 8 1 8 7 4 3 3 6 1 5 3 0 5 6 4 6,

$Y_8=$ 8 2 0 0 6 5 1 0 3 1 6 2 6 8 5 4 4 7 2 3 4 1 3 7 5 7.

Таким образом, применяя результаты работы [2], из каждой *M*-последовательности длины $p^n - 1$, где n – число отводов в регистре сдвига в генераторе *M*-последовательности, можно сгенерировать оптимальный ансамбль из p^k последовательностей числом, равным количеству выделенных частот. Следовательно, число пользователей сети в оптимальном режиме при указанном методе построения ансамбля последовательностей ППРЧ не может превосходить количества выделенных частот.

Следует обратить внимание на то, что данные последовательности не являются некоррелированными в строгом смысле, т.е. авто- и кросскорреляции не равны нулю. Согласно формуле (18) для данного примера $H(Y_v) = 2$ для $0 \le v \le 8$, и $M(Y_r, Y_s) = 3$ для $r \ne s$ (формула (21)).

На рис. 1 изображены периодические кросс- и автокорреляционные функции Хэмминга, вычисленные по формулам (1)–(3) для полученных последовательностей. Заметим, что для всех комбинаций последовательностей авто- и кросскорреляционные функции одинаковы.

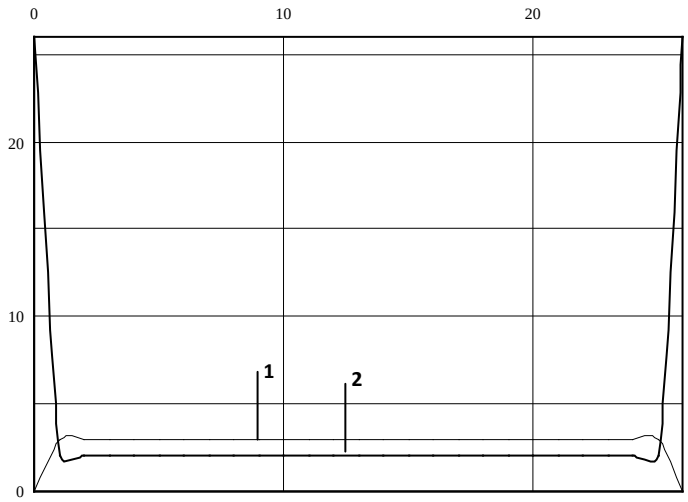

Рис. 1. Кросс-корреляции Хэмминга (кривая 1), автокорреляция (кривая 2) для периодических оптимальных последовательностей (пример 1)

В данном примере получен ансамбль, оптимальный в смысле критерия Лемпеля–Гринбергера. Посмотрим, будет ли полученный ансамбль оптимальным и в смысле границы Пенжа–Фана. С этой целью параметры из рассмотренного примера $L = 26$, $m = N = 9$ подставим в выражения для границы Пенжа–Фана (11), после чего получим определяющие неравенства для периодической корреляции Хэмминга:

$$25H_a(S) + 208H_c(S) \ge 650.$$

Отсюда видно, что минимальные целые значения, удовлетворяющие данному неравенству, равны $H_a(S) = 2$, $H_c(S) = 3$ и совпадают с полученными ранее. Следовательно, сконструированный ансамбль является оптимальным как в смысле Лемпеля–Гринбергера, так и в смысле Пенжа–Фана.

Пример 2. Число частот $m = 8$, длина периода *M*-последовательности $L = 31$. В этом случае удобно выбрать $p = 2$, а $k = 3$, т.к. $8 = 2^3$. Соответственно, длина регистра сдвига с обратной линейной связью $n = 5$, т.к. период $L = 3^n - 1 = 31$ по условию примера. Множества $P = \{0,1\}$, $P_3 = \{0,1,...,7\}$. Для $n = 5$ существует 6 вариантов *M*-последовательностей. Выберем одну из них с коэффициентами порождающего многочлена $a_0a_1a_2a_3a_4a_5 = 111101$ [3]. Искомая последовательность генерируется по рекуррентной формуле

$$x(j+5) = (x(j) + x(j+2) + x(j+3) + x(j+4)) \bmod(2)$$

с начальными состояниями регистров 0 0 0 0 1. В результате сгенерированная последовательность имеет следующий вид: $X = \{x(j)\}$ = 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 1.

Формируются кортежи из трех элементов $X(j,3) = \{x(j), x(j+1), x(j+2)\}$. Далее для каж-

дого v строится новая последовательность $\{X_v(j,3)\}$, полученная поэлементным сложением по модулю p каждого кортежа с $\sigma^{-1}v$. Обратное $\sigma^{-1}v \in P^k$ преобразование для $v \in P_k$ (тройка чисел z_1, z_2, z_3) находится из решения уравнения $z_1 + pz_2 + p^2 z_3 = v$. Для данного примера такое соответствии имеет вид

$$v = 0 \to (0,0,0), v = 1 \to (1,0,0),$$

$$v = 2 \to (0,1,0), v = 3 \to (1,1,0), v = 4 \to (0,0,1),$$

$$v = 5 \to (1,0,1), v = 6 \to (0,1,1), v = 7 \to (1,1,1);$$

$$X_0(j,3) = \{(x(j)+0)\bmod(2), (x(j+1)+0)\times$$
$$\times \bmod(2), (x(j+2)+0)\bmod(2)\},$$

$$X_1(j,3) = \{(x(j)+1)\bmod(2), (x(j+1)+0)\times$$
$$\times \bmod(2), (x(j+2)+0)\bmod(2)\}, \ldots,$$

$$X_7(j,3) = \{(x(j)+1)\bmod(2), (x(j+1)+1)\times$$
$$\times \bmod(2), (x(j+2)+1)\bmod(2)\}.$$

Применяя σ_3-преобразование к последовательности $\{X_v(j,3)\}$, получим оптимальный ансамбль ППРЧ последовательностей следующего вида:

Y_0= 0 0 4 6 3 1 4 2 1 4 6 7 7 7 3 5 6 7 3 1 0 4 2 5 2 5 6 3 5 2 1,

Y_1=4 4 0 2 7 5 0 6 5 0 2 3 3 3 7 1 2 3 7 5 4 0 6 1 6 1 2 7 1 6 5,

Y_2=2 2 6 4 1 3 6 0 3 6 4 5 5 5 1 7 4 5 1 3 2 6 0 7 0 7 4 1 7 0 3,

Y_3=6 6 2 0 5 7 2 4 7 2 0 1 1 1 5 3 0 1 5 7 6 2 4 3 4 3 0 5 3 4 7,

Y_4=1 1 5 7 2 0 5 3 0 5 7 6 6 6 2 4 7 6 2 0 1 5 3 4 3 4 7 2 4 3 0,

Y_5=5 5 1 3 6 4 1 7 4 1 3 2 2 2 6 0 3 2 6 4 5 1 7 0 7 0 3 6 0 7 4,

Y_6=3 3 7 5 0 2 7 1 2 7 5 4 4 4 0 6 5 4 0 2 3 7 1 6 1 6 5 0 6 1 2,

Y_7=7 7 3 1 4 6 3 5 6 3 1 0 0 0 4 2 1 0 4 6 7 3 5 2 5 2 1 4 2 5 6.

На рис. 2 приведены периодические авто- и кросс-корреляционные функции Хэмминга для полученных последовательностей.

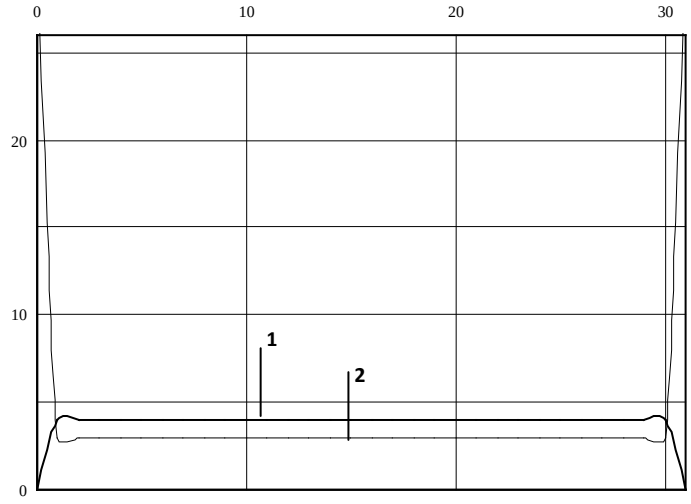

Рис. 2. Кросс-корреляции Хэмминга (кривая 1), автокорреляция (кривая 2) для периодических оптимальных последовательностей

Данные кривые полностью согласуются с теорией. Согласно формуле (18) для данного примера $H(Y_v) = 3$ для $0 \le v \le 7$ и $M(Y_r, Y_s) = 4$ для $r \ne s$ (формула (21)). Если подставить

параметры из рассмотренного примера $L = 31$, $m = N = 8$ в выражения для границы Пенжа–Фана (11), то получим неравенство для периодической корреляции Хэмминга

$$30H_a(S) + 217H_c(S) \geq 930,$$

откуда видно, что минимальные целые значения, удовлетворяющие неравенству, равны $H_a(S) = 3$, $H_c(S) = 4$. Следовательно, сконструированный ансамбль является оптимальным по обоим критериям.

4. Вероятность столкновения частот

Как следует из вида кросс-корреляционной функции (рис. 1), оптимальные последовательности не коррелированы только при отсутствии временного сдвига между ними, что в действительности из-за разницы в расстоянии между абонентами сети практически не случается. При наличии временного сдвига число совпадений частот двух смежных последовательностей на периоде M-последовательности согласно (21) равно p^{n-k}, а длина периода равна p^n. Поэтому, исходя из случайного характера временных сдвигов различных последовательностей ППРЧ друг относительно друга, вероятность столкновения на данном временном слоте частоты абонента с частотой любого другого пользователя равна отношению числа совпадений частот двух последовательностей на периоде p^{n-k} к длине периода $L = p^n - 1$:

$$P_{hit} = \frac{p^{n-k}}{p^n - 1} = \frac{1}{p^k(1 - 1/p^n)} \approx \frac{1}{m}, \qquad (23)$$

где, как уже отмечалось, m – число выделенных частот. Таким образом, вероятность столкновения частот двух пользователей больше, чем $1/m$, и асимптотически приближается к указанной величине с увеличением длины периода выбранной M-последовательности.

Предположим, что в сети одновременно работает $N < m$ пользователей. Тогда вероятность того, что частота абонента в данный момент столкнется с j частотами других пользователей, определяется по формуле Бернулли:

$$P(j) = C_N^j P_{hit}^j (1 - P_{hit})^{N-j}. \qquad (24)$$

Из (24) следует, что вероятность отсутствия столкновений равна

$$P(0) = (1 - P_{hit})^N. \qquad (25)$$

5. Количество различных типов оптимальных ППРЧ ансамблей

В процессе работы оптимальные ППРЧ ансамбли должны обновляться. Это обновление определяется количеством различных M-последовательностей, на базе которых формируются оптимальные ансамбли. Общее число M-последовательностей $\lambda_P(n)$, которое можно получить из полиномов по mod p степени n, определяется из формулы [3]

$$\lambda_P(n) = \frac{\phi(p^n - 1)}{n}, \qquad (26)$$

где $\phi(m)$ – функция Эйлера, определенная для каждого натурального m и равная количеству натуральных чисел, не превосходящих m и взаимно простых с m. Если $m = p_1^{\alpha_1} \ldots p_k^{\alpha_k}$, где p_i – различные простые числа, то

$$\phi(m) = m\left(1 - \frac{1}{p_1}\right)\ldots\left(1 - \frac{1}{p_k}\right). \qquad (27)$$

Таблица

Количество типов M-последовательностей для $p = 2$

n	4	6	10	11	12	17	18	19
$\lambda_2(n)$	2	6	60	176	144	7710	7776	27594

Из таблицы видно, что ансамбль различных M-последовательностей хотя и ограниченный, но достаточно большой. С ростом числа отводов в регистре сдвига n число типов M-последовательностей возрастает, в среднем фактически удваиваясь при увеличении n на единицу.

Приведенная выше конструкция оптимальных ППРЧ ансамблей, как и другие [6–12], базируется на M-последовательностях, которые обладают хорошими авто- и кросс-корреляционными свойствами. Кроме этого, они очень просто генерируются на регистрах сдвига с линейной обратной связью. При этом длина периода M-последовательности $L = p^n - 1$ растет по экспоненциальному закону с ростом n – числа отводов в регистре сдвига. Следовательно, можно

генерировать последовательности большой длины на относительно коротких регистрах сдвига. Любая М-последовательность является также выходом некоторого подходящего регистра сдвига с линейной обратной связью. Длина минимального подходящего регистра называется *линейной сложностью данной последовательности*. Чем меньше линейная сложность, тем проще ее реализация. Однако малая линейная сложность приводит к ухудшению криптографической стойкости последовательности. Например, алгоритм Берлекэмпа–Месси позволяет за $O(n^2)$ операций построить порождающий последовательность регистр сдвига и определить коэффициенты обратной связи. П.В. Кумар [13] первым рассмотрел метод построения ППРЧ последовательностей с большой линейной сложностью. Используя обобщенные бент-функции (в отечественной терминологии сильно нелинейные булевы функции [14]), П.В. Кумар сконструировал два класса ППРЧ ансамблей с высокой линейной сложностью. Позднее К. Ванг [15] также получил ППРЧ ансамбль с большой линейной сложностью.

Выводы

К достоинствам конструирования оптимального ППРЧ ансамбля на основе *M*-последовательности следует отнести простоту реализации, технологичность в программировании, приемлемое соотношение параметров оптимального ансамбля , возможность создания на длинных регистрах с линейной обратной связью большого количества ансамблей. Однако даже в оптимальном варианте исключить столковение частот невозможно и невозможно создать оптимальный ансамбль с числом последовательностей, превосходящим число выделенных частот. Вероятность столкновения частот в данном временном слоте двух последовательностей (отношение числа совпадений частот к длине периода последовательности L) $H_{\max}/L$ превосходит $1/m$ и асимптотически к ней приближается с увеличением длины периода *M*-последовательности.

Литература

1. *Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Мухин Н.П., Шестопалов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. М.: Радио и связь, 2000. 384 с.

2. *Lempel A., Greenberger H.* Families of Sequences with Optimal Hamming Correlation Properties // IEEE Transactions on Information Theory. 1974. Vol. IT-20, No. 1, Pp. 90–99.

3. *Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Шестопалов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра прямой модуляцией псевдослучайной последовательностью. М.: Радио Софт, 2011. 548 с.

4. *Peng D., Fan P.* Lower Bounds on the Hamming Auto- and Cross Correlations of Frequency-Hopping Sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2004. Vol. 50, No. 9. Pp. 2150–2154.

5. *Yang Y., Tang X., Peng D.* New Bound on Frequency Hopping Sequence Sets and Its Optimal Constructions // IEEE Transactions on Information theory. 2011. Vol. 57, No. 11. Pp. 7605–7813.

6. *Chung Jin-Ho, Guang G., Yang K.* New Families of Optimal Frequency-Hopping Sequences of Composite Lengths // IEEE Transactions on Information Theory. 2014. Vol. 60, No. 6. Pp. 3688–3697.

7. *Zhou Z., Tang X., Peng D., Parampalli U.* New Constructions for Optimal Sets of Frequency-Hopping Sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2011. Vol. 57, No. 6. Pp. 3831–3840.

8. *Komo J.J., Liu S.C.* Maximal Length Sequences for Frequency Hopping // IEEE J. Select. Areas Commun. 1990. Vol. 8, No. 5. Pp. 819–822.

9. *Ge G., Miao Y., Yao Z.* Optimal Frequency Hopping Sequences: Auto- and Cross-Correlation Properties // IEEE Transactions on Information Theory. 2009. Vol. 55, No. 2. Pp. 867–879.

10. *Ding C., Moisio M.J., Yuan J.* Algebraic Constructions of Optimal Frequency-Hopping Sequences // IEEE Trans. Inf. Theory. 2007. Vol. 53, No.7. Pp. 2606–2610.

11. *Ding C., Yin J.* Sets of Optimal Frequency-Hopping Sequences // IEEE Trans. Inf. Theory. 2008. Vol. 54, No. 8. Pp. 3741–3745.

12. *Udaya P., Siddiqi M.U.* Optimal Large Linear Span Frequency Hopping Patterns Derived from Polynomial Residue Class Rings // IEEE Trans. Inf. Theory. 1998. Vol. 44, No. 4. Pp. 1492–1503.

13. *Kumar P.V.* Frequency-Hopping Code Sequence Designs Having Large Linear Span // IEEE Trans. Inf. Theory. 1988. Vol. 34, No. 1. Pp. 146–151.

14. *Токарева Н.Н.* Нелинейные булевы функции: бент-функции и их обобщения. Издательство LAR LAMBERT Academic Publishing (Saarbrucken, Germany), 2011. 180 с.

15. *Wang Q.* Optimal Sets of Frequency Hopping Sequences with Large Linear Spans // IEEE Trans. Inf. Theory. 2010. Vol. 56, No. 4. Pp. 1729–1736.

Статья поступила в редакцию 26 октября 2016 года

УДК 621.396.662

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ СИНТЕЗАТОРА ЧАСТОТ С КОММУТИРУЕМЫМ ФИЛЬТРОМ НИЖНИХ ЧАСТОТ

© Авторы, 2017

В.И. Борисов, д.т.н., профессор, член-кор. РАН, научный руководитель, АО «Концерн «Созвездие»
С.К. Романов, к.т.н., в.н.с., АО «Концерн «Созвездие», e-mail: skromanov@rambler.ru
Н.М. Тихомиров, д.т.н., начальник НТУ, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
А.В. Леньшин, д.т.н., профессор, ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), e-mail: andrey-lenshin@yandex.ru
В.Н. Тихомиров, старший конструктор, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su

С использованием решателей дифференциальных уравнений системы MATLAB предложена методика определения длительностей переходных процессов в астатической системе ФАПЧ с частотно-фазовым детектором и коммутируемым фильтром нижних частот.

Ключевые слова: *синтезатор частот, система импульсно-фазовой автоподстройки частоты, переходной процесс, режим биений, управляемый генератор, частотно-фазовый детектор, дробный делитель частоты, дельта-сигма модулятор, метод пространства состояний, показатель колебательности.*

COMPUTATION OF TRANSIENTS IN A PHASE-LOCKED LOOP OF FREQUENCY SYNTHESIZERS WITH A SWITCHED LOWPASS FILTER

V.I. Borisov, Dr.Sci. (Eng.), professor, Corresponding Member of RAS, scientific advisor, JSC «Concern «Sozvezdie»
S.K. Romanov, Ph.D. (Eng.), leading research engineer, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: skromanov@rambler.ru
N.M. Tikhomirov, head of Science and Technology, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
A.V. Lenshin, Dr.Sci. (Eng.), professor, Zhukovsky and Gagarin Air Force Academy (Voronezh), e-mail: andrey-lenshin@yandex.ru
V.N. Tikhomirov, senior designer, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su

The method of determining the duration of transients in an astatic PLL with a frequency-phase detector and a switched lowpass filter using MATLAB *differential equations solvers is proposed.*

Keywords: *frequency synthesizer, pulse-phase lock loop, transient process, beating mode, controlled generator, frequency-phase detector, fractional frequency demultiplier, delta-sigma modulator, state-space method, oscillatory character.*

В синтезаторах частот (СЧ), использующих ФАПЧ (СЧ-ФАПЧ) с «большими» диапазонами перестройки по частоте, в начале переходного процесса (ПП) возникает режим биений. Для него характерно то, что разность фаз сигналов больше 2π на выходе частотно-фазового детектора (ЧФД) с зарядовой накачкой (ЗН) – ЧФД-ЗН, используемого в ФАПЧ. Применение дробных делителей с переменным коэффициентом деления (ДДПКД) в системе ФАПЧ приводит к увеличению продолжительности ПП в режиме биений, и доля времени из-за биений в общем времени протекания ПП зачастую становится недопустимо высокой. Для уменьшения этого явления, а также уменьшения общего времени протекания ПП в СЧ-ФАПЧ производителями интегральных микросхем (ИМС) предлагается ряд режимов ускорения, связанных с коммутацией некоторых элементов, как входящих в состав этих ИМС, так и находящихся вне их: например, при ускоренном режиме настройки – увеличение выходного тока накачки ЧФД-ЗН, поступающего на вход фильтра нижних частот (ФНЧ), возможное уменьшение коэффициентов деления делителей частоты как опорного сигнала, так и сигнала в цепи обратной связи ФАПЧ, а также уменьшение постоянных времени в ФНЧ (режим FastLock в ИМС СЧ-ФАПЧ ADF4193/96, LMX2485/86/87, MAX2880, STW81200). В [1] с помощью компьютерных программ, разработанных в системе MATLAB, подробно исследуются ПП в системе ФАПЧ с указанными выше режимами ускорения времени установки частоты и фазы.

 ISSN 1995-7009

В настоящей работе предлагаются «точные» данные о длительностях ПП в режиме биений, полученные с использованием решателей дифференциальных уравнений (солверов) пакета MATLAB [2]. Теоретические результаты иллюстрируются на примере СЧ-ФАПЧ с системой пятого порядка, структурная схема которого приведена на рис. 1. В составе схемы традиционные элементы системы ФАПЧ: ОД – делитель частоты опорного сигнала; ЧФД-ЗН – импульсный частотно-фазовый детектор с ЗН; ДДПКД – делитель частоты с дробно-переменным коэффициентом деления; ФНЧ (для системы пятого порядка использованы элементы $C_1, C_2, C_3,\ C_4, R_{11}, R_{11}, R_{12}, R_{21}, R_{22}, R_{31}, R_{32}$), ОУ – операционный усилитель; УГ – управляемый генератор, моделируемый сумматором и усилительно-интегрирующими элементами $S_{\text{УГ}}$ и $2\pi / s$. В схему введены дополнительные элементы: таймер – устройство, задающее интервал времени ускорения t_k, управляющее ОД, ДПКД, $k(t)$, Кл1, Кл2, Кл3 и запускаемое от фронта сигнала $U(t)$. Напряжение $U(t)$ в течение всего переходного процесса представим в виде $U(t) = -U_M 1(t) + U_n 1(t - t_к)$, где U_M определяет диапазон перестройки УГ в СЧ-ФАПЧ $\Delta f_{\text{УГ}} = f_{\text{УГ_В}} - f_{\text{УГ_Н}} = S_{\text{УГ}} \cdot U_M$ ($f_{\text{УГ_В}}$ – верхняя частота настройки УГ, $f_{\text{УГ_Н}}$ – нижняя частота настройки УГ, знак минус перед U_M выбран произвольно), U_n – величина помехи коммутации, появляющейся в момент времени t_k замыкания ключей Кл1, Кл2, Кл3 (ключи, замкнутые на время t_k и подключающие R_{11} к R_{12}, R_{21} к R_{22} и R_{31} к R_{32}), $k(t)$ – усилитель тока накачки с выхода ЧФД-ЗН.

На рис. 1 также приняты следующие обозначения: $\Phi_{\text{О}}(t), \Phi_N(t), \Phi_{\text{У}}(t)$ – фазы выходных сигналов ОД, ДДПКД и УГ соответственно, $f_{\text{УГ}}(t)$ – частота УГ, N – целое значение дробного коэффициента деления ДДПКД, $F(\Delta\Phi) = F(\Phi_{\text{О}}(t) - \Phi_N(t))$ – нелинейная функция, характеризующая функционирование ЧФД-ЗН и показанная на рис. 2, на котором i_M – максимальное значение тока накачки ЗН, $i(t)$ – ток ЗН для ФНЧ, как правило, увеличенный в режиме ускорения.

Показанная на рис. 2 функция $F(\Delta\Phi)$ является неоднозначной функцией, то есть если $\Delta\Phi(t)$ – постоянно нарастающая величина ($\dot{\Delta\Phi}(t) > 0$, жирная линия), то $F(\Delta\Phi) > 0$. Если $\dot{\Delta\Phi}(t)$ меняет знак, то и $F(\Delta\Phi)$ может изменить знак и перейти из положительной области в отрицательную (тонкие линии). ЧФД-ЗН с такой характеристикой обладает частотно-различительным свойством.

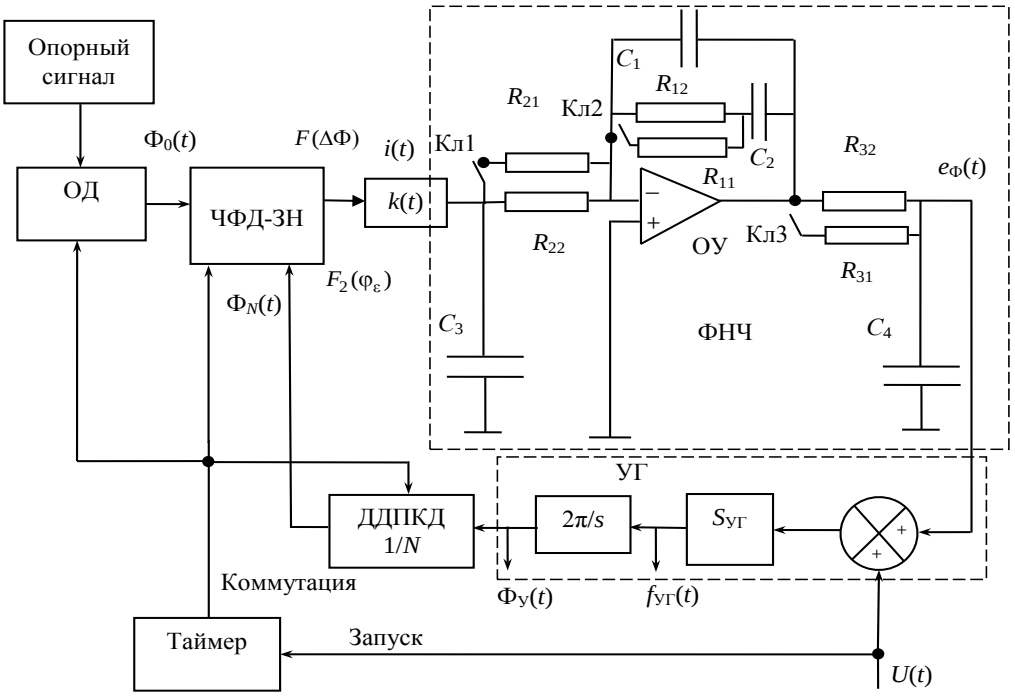

Рис. 1. Схема СЧ-ФАПЧ с коммутируемым ФНЧ и током накачки в ЧФД-ЗН

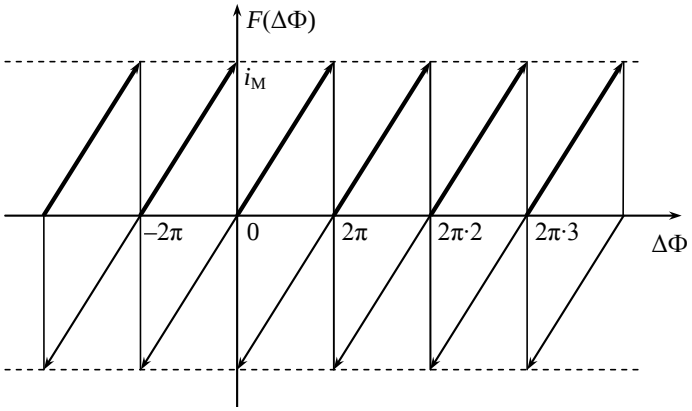

Рис. 2. Фазовая характеристика ЧФД с зарядовой накачкой

На рис. 3 приведены графики переходных процессов в системе ФАПЧ пятого порядка по схеме, приведенной на рис. 1, с параметрами: $S_{УГ} = 15$ МГц/В, $\Delta f_{УГ} = 114,48$ МГц, $i_M = 0,3125$ мА.

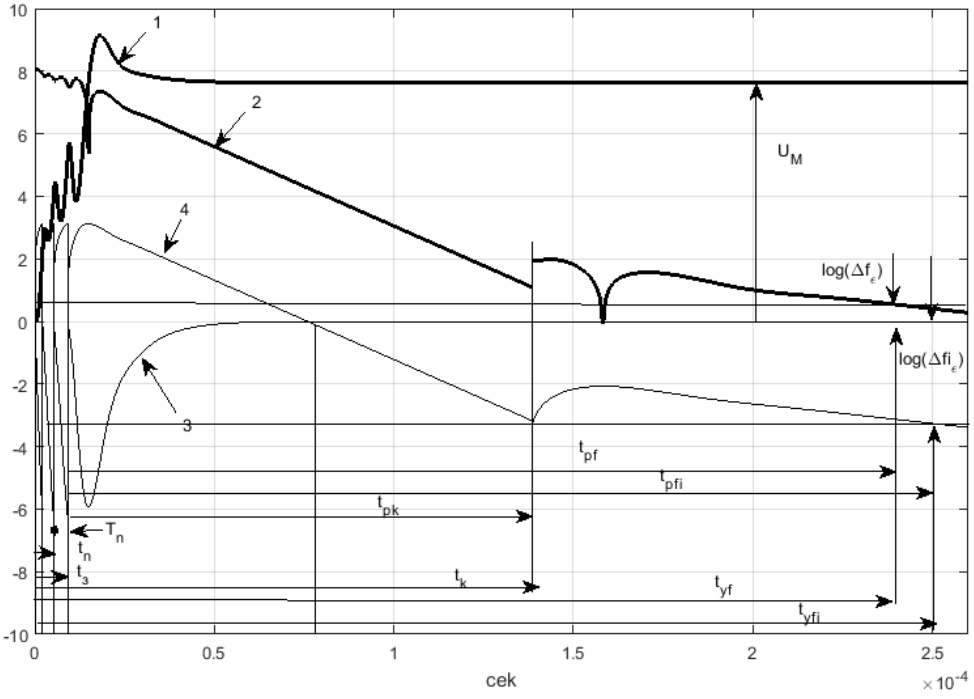

Рис. 3. Переходные процессы в СЧ-ФАПЧ с коммутируемыми ФНЧ и током накачки

На интервале времени от 0 до t_k: базовая частота системы ФАПЧ $\omega_{Б1} = \sqrt{\dfrac{i_M S_{УГ} k}{(C_1 + C_2)N}} = 4 \cdot 45000$ рад/с, период опорного сигнала $t_0 = 1 \cdot 10^{-7}$ с, $N = 221$, $k = 16$, $R_{11} = R_{21} = R_{31}$, $R_{12} = R_{22} = R_{32}$, $R_{11} = R_{12} / 3$, ключи Кл1, Кл2, Кл3 замкнуты.

На интервале времени от t_k до t_p автоподстройки t_{pf} – по частоте и t_{pfi} – по фазе с точностью Δf_ε и Δfi_ε соответственно: $\omega_{Б2} = \sqrt{\dfrac{i_M S_{УГ}}{(C_1 + C_2)N}} = 4000$ рад/с, $t_0 = 1 \cdot 10^{-7}$ с, $N = 221$, $k = 1$, а ключи Кл1, Кл2, Кл3 разомкнуты. Для обоих интервалов параметры си-

стемы ФАПЧ синтезированы на заданный показатель колебательности $M_1 = M_2 = 1{,}3$ [3].

«Замороженные» передаточные функции непрерывной разомкнутой ФАПЧ по схеме на рис. 1 с идеальным ОУ можно представить в виде

$$G_1(s) = \frac{\Phi_N(s)}{\Phi_0(s)} = \frac{-S_{\text{УГ}} i_M k_1 (T_{11}s+1)}{s^2 N (C_1+C_2)(T_{21}s+1)(T_{31}s+1)(T_{41}s+1)}$$

для $t < t_k$

и

$$G_2(s) = \frac{\Phi_N(s)}{\Phi_0(s)} = \frac{-S_{\text{УГ}} i_M k_1 (T_{12}s+1)}{s^2 N (C_1+C_2)(T_{22}s+1)(T_{32}s+1)(T_{42}s+1)}$$

для $t > t_k$,

где

$$T_{11} = R_{12} \| R_{11} C_2,\ T_{21} = R_{12} \| R_{11} C_1 C_2 / (C_1 + C_2),$$

$$T_{31} = R_{21} \| R_{22} C_3,\ T_{41} = R_{31} \| R_{32} C_4,$$

$$R_{12} \| R_{11} = \frac{R_{12} R_{11}}{R_{12} + R_{11}},\ R_{21} \| R_{22} = \frac{R_{21} R_{22}}{R_{21} + R_{22}},$$

$$R_{31} \| R_{32} = \frac{R_{31} R_{32}}{R_{31} + R_{32}},$$

$$T_{12} = R_{12} C_2,\ T_{22} = R_{12} C_1 C_2 / (C_1 + C_2),$$

$$T_{32} = R_{22} C_3,\ T_{42} = R_{32} C_4.$$

Для этой ФАПЧ выражения для параметрического синтеза, обеспечивающего заданный показатель колебательности M_1 для первого интервала и M_2 для второго интервала, имеют следующий вид:

$$T_{11} = \sqrt{\frac{M_1}{(M_1 - 1)}} \Big/ \omega_{\text{Б1}},$$

$$\sum_{i=2}^{4} T_{i1} = \sqrt{M_1 (M_1 - 1)} \Big/ [(M_1 + 1)\omega_{\text{Б1}}],$$

$$T_{12} = \sqrt{\frac{M_2}{(M_2 - 1)}} \Big/ \omega_{\text{Б2}},$$

$$\sum_{i=2}^{4} T_{i2} = \sqrt{M_2 (M_2 - 1)} \Big/ [(M_2 + 1)\omega_{\text{Б2}}].$$

Приведем соотношения для элементов ФНЧ четвертого порядка при условии $T_{22} \approx T_{32} \approx T_{42} = \sum_{i=2}^{4} T_{i2} / 3$:

$$C_1 + C_2 = \frac{i_M S_{\text{УГ}}}{\omega_{\text{Б2}}^2 N},\ C_1 = (C_1 + C_2)\frac{T_{12}}{T_{22}},$$

$$C_2 = (C_1 + C_2) - C_1,\ R_{12} = T_{12} / C_2$$

и примем $R_{22} = R_{32} = R_{12}$. Тогда $C_3 = T_{32} / R_{32}$, $C_4 = T_{42} / R_{42}$, $R_{i1} = \frac{R_{i2}}{(T_{i2} / T_{i1} - 1)}$, $i = 1...3$.

В момент времени t_k в составе $U(t)$ создан дополнительный скачок напряжения $U_{\text{П}}(t) = U_{\text{П}} 1(t - t_k)$, определяющий помеху коммутации размахом $\Delta f_{\text{П}} = 100$ Гц (факторы, определяющие уровень помехи коммутации, обсуждаются в [2]).

На рис. 3 показаны кривые: 1 – $e_{\Phi}(t)$ – напряжение на конденсаторе C_4 (на выходе ФНЧ); 2 – $\log|[e_{\Phi}(t) + U(t)]S_{\text{УГ}}|$ – отклонение частоты УГ от номинала в логарифмическом масштабе; 3 – $U_{\text{ЧФД}}(t) = 2\pi \cdot F(\Delta\Phi(t)) / i_M$ – сигнал, пропорциональный $F(\Delta\Phi(t))$; 4 – $\log|\Phi_{\text{У}}(t)|$ – отклонение фазы УГ от нуля в логарифмическом масштабе.

Из рис. 3 видно, что весь интервал времени переходного процесса можно разделить на два подынтервала: первый – от 0 до t_3 – захват (нелинейный режим биений в системе ФАПЧ) и второй – от t_3 до t_p – режим автоподстройки, в котором система ФАПЧ является линейной системой пятого порядка. На втором подынтервале при $t = t_k$ осуществляется коммутация элементов системы ФАПЧ и тока накачки ЧФД-ЗН. Поэтому на данном подынтервале времени ФАПЧ можно считать кусочно-линейной системой.

Рассмотрим более подробно первый подынтервал от 0 до t_3, который можно разделить на l участков времени (на рис. 3 изображено три таких участка: T_n, $T_n = t_n - t_{n-1}$, $T_1 = t_1$, $n = 1...3$). Соответственно, $t_3 = \sum_{n=1}^{l} T_n$. На каждом участке $T_n - \tau$, $\tau \to 0$, в соответствии с рис. 1–3 ФАПЧ является линейной системой, в моменты

времени $t_{n+} = \sum_{i=1}^{n} T_i + \tau$, $n = 1...l$, $\tau \to 0$, $F(\Delta\Phi(t)) = 0$. Исходя из последнего соотношения и рис. 1–3, если положить $\Phi_0(t) = 0$, можно записать фазу сигнала УГ $\Phi_{\text{У}}(t)$ на границах участков t_n в виде

$$\left.\begin{aligned} \left|\Phi_{\text{У}}(t_{n-})\right| &= 2\pi N, \\ \Phi_{\text{У}}(t_{n+}) &= 0, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $t_{n-} = \sum_{i=1}^{n} T_i - \tau$, $\tau \to 0$.

Итак, систему ФАПЧ как линейную динамическую систему внутри участков T_n и при $t > t_3$ можно описать с помощью линейных дифференциальных уравнений с учетом скачков её координаты $\Phi_{\text{У}}(t)$ в моменты времени t_n на $2\pi N$ (1).

Поведение $\Phi_{\text{У}}(t)$ и других координат (состояний) ФАПЧ внутри участков T_n, а также сами значения T_n найдем путем использования метода пространств состояний.

В качестве состояний примем напряжения на конденсаторах и токи в индуктивностях ФНЧ (для ФНЧ на рис. 1 напряжения $U_{C1}(t)$, $U_{C2}(t), U_{C3}(t), U_{C4}(t)$ на конденсаторах C_1, C_2, C_3, C_4 соответственно), а также фазу сигнала УГ $\Phi_{\text{У}}(t)$, в качестве выходного сигнала используем отклонение частоты УГ от номинала $f_{\text{УГ}}(t) = S_{\text{УГ}}[e_{\Phi}(t) + U(t)]$ и фазу УГ $\Phi_{\text{У}}(t)$. Тогда в соответствии с рис. 1 линейное векторное дифференциальное уравнение, описывающее систему ФАПЧ на участках времени T_n, а также при $t > t_3$, имеет вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t), \\ \mathbf{Y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{X}(t) + \mathbf{D}\mathbf{U}(t), \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где $\mathbf{X}(t)$ – вектор состояния системы ФАПЧ; $\mathbf{A}$ – матрица системы ФАПЧ; $\mathbf{B}$ – вектор управления; $\mathbf{U} = U(t)$, $U(t) = -U_M 1(t) + U_n 1(t - t_k)$; $\mathbf{Y}(t)$ – вектор выхода (для рис. 1 $\mathbf{Y}(t) = [\Phi_{\text{У}}(t); f_{\text{УГ}}(t)]$); $\mathbf{C}$ – матрица выхода; $\mathbf{D}$ – матрица компенсации. Для системы ФАПЧ пятого порядка (рис. 1) $\mathbf{X}(t) = \left[U_{C1}(t); U_{C2}(t); U_{C3}(t); U_{C4}(t); \Phi_{\text{У}}(t)\right]$, матрица $\mathbf{A}$ имеет два значения для $t < t_k$ и для $t > t_k$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1/R_1(t)C_1 & 1/R_1(t)C_1 & -1/R_2(t)C_1 & 0 & 0 \\ 1/T_1(t) & -1/T_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/T_3(t) & 0 & i_M k(t)/(2\pi N C_3) \\ 1/T_4(t) & 0 & 0 & -1/T_4(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 \end{bmatrix},$$

где $R_1(t) = R_{12}$ для $t > t_k$ и $R_1(t) = R_{12} \| R_{11}$ для $t < t_k$, $T_1(t) = T_{11}$ для $t > t_k$ и $T_1(t) = T_{12}$ для $t < t_k$, $T_3(t) = T_{32}$ для $t > t_k$ и $T_3(t) = T_{31}$ для $t < t_k$, $T_4(t) = T_{42}$ для $t > t_k$ и $T_4(t) = T_{41}$ для $t < t_k$, $N(t) = N_1$, $k > 1$ для $t < t_k$ и $N(t) = N_2$, $k = 1$ для $t < t_k$.

Матрицы $\mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ найдем как $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2\pi S_{\text{УГ}} \end{bmatrix}$,

$\mathbf{C}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & S_{\text{УГ}} & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ S_{\text{УГ}} \end{bmatrix}$.

На участках времени T_n начальный вектор состояния $\mathbf{X}(t_{n-1})$ равен $\mathbf{X}(t_{n-1}) = \left[U_{C1}(t_{n-1}); U_{C2}(t_{n-1}); U_{C3}(t_{n-1}); U_{C4}(t_{n-1}); 0\right]$, вектор состояния $\mathbf{X}(t_{n-})$ равен $\mathbf{X}(t_{n-}) = \left[U_{C1}(t_{n-}); U_{C2}(t_{n-}); U_{C3}(t_{n-}); U_{C4}(t_{n-}); -2\pi N_1\right]$, начальный вектор состояния $\mathbf{X}(t_l)$ для линейного режима ФАПЧ для $t > t_3$ $(t_l = t_3)$ равен $\mathbf{X}(t_l) = \left[U_{C1}(t_l); U_{C2}(t_l); U_{C3}(t_l); U_{C4}(t_l); 0\right]$.

Далее для решения поставленных задач будем использовать систему MATLAB.

Отметим, что матрицы $\mathbf{X}, \mathbf{B}, \mathbf{Y}, \mathbf{D}$ записаны в соответствии с правилами оформления матриц в системе MATLAB. В пакете прикладных программ Control System Toolbox системы

MATLAB представление модели системы регулирования, которой является ФАПЧ по схеме на рис. 1, в виде четверки матриц $\mathbf{A,B,C,D}$ называется представлением в SS-форме пространств состояний [4].

Пакет MATLAB включает в себя несколько функций (солверов), реализующих различные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений вида (2). Особенностью использования солверов пакета MATLAB при решении дифференциального уравнения (2) для нахождения моментов времени t_n является необходимость задания дополнительного параметра *options = odeset('Events',@fun)* [2], где *fun* – имя функции, в которой задаются условия окончания интегрирования (2) ($\left|\Phi_{\text{У}}(t_{n-})\right| = 2\pi N$). Итогом интегрирования (2) на участке времени $t \le t_3$ является нахождение вектора $\mathbf{X}(t_3) = \left[U_{C1}(t_3); U_{C2}(t_3); U_{C3}(t_3); U_{C4}(t_3); 0\right]$, используемого в дальнейшем на участке времени $t > t_3$ в качестве начального вектора состояния, и значения t_3, используемого для нахождения общего времени ПП.

Далее подробно рассмотрим линейный режим работы системы ФАПЧ синтезатора при $t > t_3$ с коммутацией её параметров при $t = t_k$.

При решении линейного векторного дифференциального уравнения (2) удобно использовать модальную каноническую модель динамической системы, в которой переходная матрица имеет диагональную форму. Для формирования такой канонической SS-модели используем функцию eig [4] в системе MATLAB:

$$\mathbf{[P, A_Д]} = \text{eig}(\mathbf{A}),$$

где $\mathbf{A_Д}$ – диагональная матрица, содержащая на главной диагонали собственные числа матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{P}$ – матрица правых собственных векторов $\mathbf{A}$.

Используем матрицу $\mathbf{P}$ для преобразования вектора состояний $\mathbf{X}$ к вектору $\mathbf{X_C}$. Новый вектор состояния $\mathbf{X_C}$ связан с исходным вектором соотношением $\mathbf{X_C = P^{-1}X}$, и система уравнений (2) преобразуется к виду

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{C}} &= \mathbf{A}_{\text{Д}}\mathbf{X_C} + \mathbf{B}_{\text{Д}}\mathbf{U}, \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}_{\text{Д}}\mathbf{X_C} + \mathbf{DU}, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где $\mathbf{P^{-1}}$ – обратная матрица к $\mathbf{P}$, $\mathbf{A}_{Д} = \mathbf{P^{-1}AP}$, $\mathbf{B}_{\text{Д}} = \mathbf{P^{-1}B}$, $\mathbf{C}_{\text{Д}} = \mathbf{CP}$.

Так как на интервале движения $t_3 \le t \ge t_k$ и $t > t_k$ мы имеем две матрицы $\mathbf{A}$, соответственно, имеем две матрицы преобразований $\mathbf{P_1}$ и $\mathbf{P_2}$ и пары матриц $\mathbf{B}_{\text{Д1}}$, $\mathbf{B}_{\text{Д2}}$ и $\mathbf{C}_{\text{Д1}}$, $\mathbf{C}_{\text{Д2}}$.

Известно, что решение (3) для $U(t) = const = U$ можно записать как

$$\mathbf{X_C(t) = \Phi(t)X_C(0) + A_Д^{-1}[\Phi(t) - E]B_Д}\text{U}, \qquad (4)$$

где для системы ФАПЧ третьего порядка $\mathbf{\Phi(t)} = diag[\exp(\alpha_1 t), \exp(\alpha_2 t), \exp(\alpha_3 t)]$ – переходная диагональная матрица, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – собственные значения матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{X_C(0)}$ – начальное значение вектора состояния на интервале времени $t = t_3$, $\mathbf{A_Д^{-1}}$ – обратная матрица $\mathbf{A_Д}$, $\mathbf{A_Д^{-1}} = diag[1/\alpha_1, 1/\alpha_2, 1/\alpha_3]$, $\mathbf{E}$ – единичная матрица, $U = -U_M$ на интервале времени $t_3 \le t \ge t_k$ и $U = -U_M + U_{\Pi}$ на интервале времени $t > t_k$.

В результате решения (2) найдено значение вектора состояний ФАПЧ $\mathbf{X_1}(t_3)$ для $t = t_3$ как $\mathbf{X}(t_3) = \left[U_{C2}(t_3); U_{C1}(t_3); 0\right]$.

Поведение состояний ФАПЧ для $t_k > t > t_3$ описывается уравнением (4), в котором $\mathbf{X_C}(0) = \mathbf{X_{C1}}(t_3) = \mathbf{P_1^{-1}X_1}(t_3)$ и $\mathbf{\Phi(t) = \Phi_1}(t - t_3)$. Вектор выхода для этого случая запишем в виде

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}_{\text{Д1}}\left\{\mathbf{\Phi}_1(t-t_3)\mathbf{X}_{\text{C1}}(t_3) + \mathbf{A}_{\text{Д1}}^{-1}[\mathbf{\Phi}_1(t-t_3) - \mathbf{E}]\mathbf{B}_{\text{Д1}}U_M\right\} + \mathbf{D}_1(-U_M) =$$

$$= \mathbf{C}_{\text{Д1}}[\mathbf{\Phi}_1(t-t_3)\mathbf{X}_{\text{C1}}(t_3) + \mathbf{A}_{\text{Д1}}^{-1}\mathbf{\Phi}_1(t-t_3)\mathbf{B}_{\text{Д1}}(-U_M)] - \mathbf{C}_{\text{Д1}}\mathbf{A}_{\text{Д1}}^{-1}\mathbf{B}_{\text{Д1}}(-U_M) + \mathbf{D}_1(-U_M). \qquad (5)$$

Так как система ФАПЧ является устойчивой в «малом», то есть $\underset{t\to\infty}{\mathbf{Y}} = 0$, то из (5) следует $-\mathbf{C}_{\text{Д1}}\mathbf{A}_{\text{Д1}}^{-1}\mathbf{B}_{\text{Д1}}(-U_M) + \mathbf{D}_1(-U_M) = 0$. Тогда вектор выхода (5) представим как $\mathbf{Y} = \mathbf{C}_{\text{Д1}}\mathbf{\Phi}_1(t-t_3)\times$

$\times[\mathbf{X}_{C1}(t_3)+\mathbf{A}_{Д1}^{-1}\mathbf{B}_{Д1}(-U_M)]$. Второй член в квадратных скобках этого выражения запишем в виде $\mathbf{A}_{Д1}^{-1}\mathbf{B}_{Д1}(-U_M)=\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{P}_1\mathbf{A}_{Д1}^{-1}\mathbf{B}_{Д1}U_M = =\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{U_{СТ}}(-U_M)$, где $\mathbf{U_{СТ}}=\mathbf{P}_1\mathbf{A}_{Д1}^{-1}\mathbf{B}_{Д1}= =[1;1;0;1;0]$ – вектор, определяющий стационарное значение состояний ФАПЧ $\mathbf{X_{СТ1}}= =\lim\limits_{t\to\infty}[U_{C1}(t);\ U_{C2}(t);\ U_{C3}(t);\ U_{C4}(t);\ \Phi_У(t)]= =\mathbf{U_{СТ}}U_M$. С учетом этих соотношений (5) упрощается:

$$\mathbf{Y}=\mathbf{C}_{Д1}\mathbf{\Phi}_1(t-t_З)\mathbf{P}_1^{-1}\Delta\mathbf{X}_1(t_З), \qquad (6)$$

где $\Delta\mathbf{X}_1(t_З)=\mathbf{X}_1(t_З)+\mathbf{U_{СТ}}(-U_M)$ можно считать отклонением вектора состояния ФАПЧ от стационарного значения.

Из рис. 3 (кривые 2 и 4) следует, что при «больших» отклонениях времени ($t>>t_З$, $t>>t_K$) от моментов возмущений в линейной ФАПЧ переходные процессы для отклонений по частоте и фазе можно описывать уравнениями экспоненциальных асимптот (огибающих ПП):

$$\left.\begin{aligned}\Delta f(t)&\approx b_f\exp(\alpha(t-t_\eta)),\\ \Phi_У(t)&\approx b_{fi}\exp(\alpha(t-t_\eta)),\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

где t_η равно $t_З$ или t_K, b_f и α – некоторые параметры, подлежащие определению, $b_{fi}= =2\pi b_f/(\alpha)$.

Если в системе ФАПЧ не используется коммутация параметров (то есть $k(0)=1$, $\omega_Б=\omega_{Б1}=\omega_{Б2}$), то, используя (7), время переходного процесса по частоте t_{p1f} и фазе t_{p1fi} можно определить из выражений

$$t_{p1f}=t_З+\ln\left(\frac{\Delta f_З}{b_{1f}}\right)\cdot\frac{1}{\alpha_1},$$

$$t_{p1fi}=t_З+\ln\left(\frac{\Delta fi_\varepsilon}{b_{1fi}}\right)\cdot\frac{1}{\alpha_1}. \qquad (8)$$

Из (6) с учетом (7) получим в случае действительного максимального собственного значения α_{1M} из $\alpha_{11},\alpha_{21},\alpha_{31}$ при $t=t_З...t_k$

$$\Delta f_{УГ}(t)\approx b_{1f}e^{\alpha_M(t-t_З)}=c_{1Mf}\Delta X_{C1M}(t_З)e^{\alpha_M(t-t_З)},$$

$$\Phi_У(t)\approx b_{1fi}e^{\alpha_M(t-t_З)}=c_{M1fi}\Delta X_{C1M}(t_З)e^{\alpha_M(t-t_З)}, \qquad (9)$$

где $c_{1Mf},c_{1Mfi},\Delta X_{C1M}(t_З)$ – элементы матрицы $\mathbf{C}_{Д1}$ и вектора $\Delta\mathbf{X}_{C1}(t_З)=\mathbf{P}_1^{-1}\Delta\mathbf{X}_1(t_З)$, соответствующие α_{1M}.

Из (7) получим

$$b_{1f}=c_{1Mf}\Delta X_{C1M}(t_З),\quad b_{1fi}=c_{1Mfi}\Delta X_{C1M}(t_З).$$

Для комплексных собственных значений $\alpha_{1M}=\mathrm{Re}(\alpha_{1M})+i\cdot\mathrm{Im}(\alpha_{1M})$, имеющих максимальную действительную часть $\mathrm{Re}(\alpha_{1M})$, можно найти асимптоты в виде

$$\left.\begin{aligned}\Delta f_{УГ}(t)&\approx|b_{1f}|e^{\mathrm{Re}(\alpha_{1M})(t-t_З)},\\ \Phi_У(t)&\approx|b_{1fi}|e^{\mathrm{Re}(\alpha_{1M})(t-t_З)},\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

где $|b_{1f}|=2\left|c_{1Mf}\Delta X_{C1M}(t_З)\right|$,

$|b_{1fi}|=2\left|c_{1Mfi}\Delta X_{C1M}(t_З)\right|$.

Таким образом, определены асимптотические коэффициенты $b_{1f},b_{1fi},\alpha_{1M}$ для расчетов переходных процессов по отклонению частоты и фазы УГ от номинала для $t=t_З...t_k$.

На интервале движения $t>t_k$ выражение (4) запишется как

$$\mathbf{X_{C2}}(t)=\mathbf{\Phi_2}(t-t_k)\mathbf{P_2^{-1}P_1X_{C1}}(t_k)+ +\mathbf{A_{Д2}^{-1}[\Phi_2}(t-t_k)-\mathbf{E]B}_{Д2}(U_П-U_M), \qquad (11)$$

где $\mathbf{X_{C1}}(t_k)=\mathbf{\Phi}_1(t_k-t_З)\mathbf{P_1^{-1}X}(t_З)$, $\mathbf{\Phi_2}(t-t_k)= =diag[\exp(\alpha_{21}(t-t_k)),\ \exp(\alpha_{22}(t-t_k)),\ \exp(\alpha_{23}(t-t_k)),\exp(\alpha_{24}(t-t_k)),\exp(\alpha_{25}(t-t_k))]$ – переходная диагональная матрица, соответствующая $\mathbf{A}_2$, а отклонение частоты и фазы УГ от номинала – в виде

$$\left.\begin{aligned}\Delta f_{УГ2}(t)&=\mathbf{C}_{Д2f}\mathbf{X_{C2}}(t)+D_f(U_П-U_M),\\ \Phi_{У2}(t)&=\mathbf{C}_{Д2fi}\mathbf{X_{C2}}(t),\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

где $\mathbf{C}_{Д2f},\mathbf{C}_{Д2fi}$ – первая и вторая строки матрицы $\mathbf{C}_{Д2}$ соответственно, $D_f=S_{УГ}$.

Используя соотношение $\mathbf{P}_2\mathbf{A}_{Д2}^{-1}\mathbf{B}_{Д2}=\mathbf{U_{СТ}}$, где $\mathbf{U_{СТ}}=[1;1;0;1;0]$ – вектор, определяющий

стационарное значение состояний ФАПЧ $\mathbf{X_{CT}} = \lim\limits_{t\to\infty}\left[U_{C1}(t);U_{C2}(t);U_{C3}(t);U_{C4}(t);\Phi_{\text{У}}(t)\right] =$ $= -\mathbf{U_{CT}}(U_{\Pi} - U_M)$, и $-\mathbf{C}_{\text{Д2}f}\mathbf{A}_{\text{Д2}}^{-1}\mathbf{B}_{\text{Д2}}(U_{\Pi} - U_M) + D_f(U_{\Pi} - U_M) = 0$, выражение (14) можно представить в виде

$$\Delta f_{\text{УГ2}}(t) = \mathbf{C}_{\text{Д2}f}\mathbf{\Phi}_2(t-t_k)\mathbf{P}_2^{-1}[\mathbf{X}(t_k) + \mathbf{U_{CT}}(U_{\Pi} - U_M)] = \mathbf{C}_{\text{Д2}f}\mathbf{\Phi}_2(t-t_k)\mathbf{P}_2^{-1}\Delta\mathbf{X}_2(t_k),$$

$$\Phi_{\text{У2}}(t) = \mathbf{C}_{\text{Д2}fi}\mathbf{\Phi}_2(t-t_k)\mathbf{P}_2^{-1}[\mathbf{X}(t_k) + \mathbf{U_{CT}}(U_{\Pi} - U_M)] = \mathbf{C}_{\text{Д2}fi}\mathbf{\Phi}_2(t-t_k)\mathbf{P}_2^{-1}\Delta\mathbf{X}_2(t_k), \quad (12\text{а})$$

где $\mathbf{X}(t_k) = \mathbf{P}_1\mathbf{\Phi}_1(t_k - t_3)\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{X}(t_3)$, $\Delta\mathbf{X}_2(t_k) = \mathbf{X}(t_k) + \mathbf{U_{CT}}(U_{\Pi} - U_M)$ – отклонение вектора состояния ФАПЧ от стационарного значения с учетом уровня помехи коммутации U_{Π}.

Полагая в (12а) $t = t_{pf}$, $\Delta f_{\text{УГ2}} = \Delta f_{\varepsilon}$ и $t = t_{pfi}$, $\Phi_{\text{У2}} = \Delta fi_{\varepsilon}$ и используя (7), получим для α_{2M} – действительного максимального собственного значения $\mathbf{A}_{\text{Д2}}$:

$$\Delta f_{\varepsilon} = C_{\text{Д2}Mf}\Delta X_{C2M}(t_k)\exp[\alpha_{2M}(t_{pf} - t_k)],$$
$$\Delta fi_{\varepsilon} = C_{\text{Д2}Mfi}\Delta X_{C2M}(t_k)\exp[\alpha_{2M}(t_{pfi} - t_k)], \quad (13\text{а})$$

где $C_{\text{Д2}Mf}, C_{\text{Д2}Mfi}, X_{C2M}$ – элементы соответствующей строки $\mathbf{C}_{\text{Д2}}$ и элементы векторов $\Delta\mathbf{X_{C2}}(t_k) = \mathbf{P}_2^{-1}\Delta\mathbf{X}_2(t_k) = \mathbf{P}_2^{-1}[\mathbf{P}_1\mathbf{\Phi}_1(t_k - t_3)\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{X}(t_3) + \mathbf{U_{CT}}(U_{\Pi} - U_M)]$, соответствующие α_{2M}. Для комплексного собственного значения $\mathbf{A}_{\text{Д2}}$, имеющего максимальную действительную часть $\text{Re}(\alpha_{2M})$, запишем

$$\left.\begin{aligned}\Delta f_{\varepsilon} &= 2\left|C_{\text{Д2}Mf}\Delta X_{C2M}(t_k)\right|\exp[\text{Re}(\alpha_{2M})(t_{pf} - t_k)],\\ \Delta fi_{\varepsilon} &= 2\left|C_{\text{Д2}Mfi}\Delta X_{C2M}(t_k)\right|\exp[\text{Re}(\alpha_{2M})(t_{pfi} - t_k)].\end{aligned}\right\} \quad (13\text{б})$$

Из (13) найдем время переходного процесса t_{pf} и t_{pfi} для действительного α_{2M}:

$$\left.\begin{aligned}t_{pf} &= t_k + \ln\frac{\Delta f_{\varepsilon}}{C_{\text{Д2}Mf}\Delta X_{C2M}(t_k)}\frac{1}{\alpha_{2M}},\\ t_{pfi} &= t_k + \ln\frac{\Delta fi_{\varepsilon}}{C_{\text{Д2}Mfi}\Delta X_{C2M}(t_k)}\frac{1}{\alpha_{2M}}.\end{aligned}\right\} \quad (14\text{а})$$

Для комплексного α_{2M}:

$$\left.\begin{aligned}t_{pf} &= t_k + \ln\frac{\Delta f_{\varepsilon}}{2\left|C_{\text{Д2}Mf}\Delta X_{C2M}(t_k)\right|}\frac{1}{\text{Re}(\alpha_{2M})},\\ t_{pfi} &= t_k + \ln\frac{\Delta fi_{\varepsilon}}{2\left|C_{\text{Д2}Mfi}\Delta X_{C2M}(t_k)\right|}\frac{1}{\text{Re}(\alpha_{2M})}.\end{aligned}\right\} \quad (14\text{б})$$

Отметим, что (13), (14) справедливы при условиях $\Delta f_{\varepsilon} < C_{\text{Д2}Mf}\Delta X_{C2M}(t_k)$ или $\Delta f_{\varepsilon} < 2\left|C_{\text{Д2}Mf}\Delta X_{C2M}(t_k)\right|$ и $\Delta fi_{\varepsilon} < C_{\text{Д2}Mfi}\Delta X_{C2M}(t_k)$ или $\Delta fi_{\varepsilon} < 2\left|C_{\text{Д2}Mfi}\Delta X_{C2M}(t_k)\right|$.

Введем обозначение $t_{pk} = t_k - t_3$ – длительность интервала времени работы системы ФАПЧ в линейном режиме до момента коммутации.

Анализ (14) показывает, что при заданных параметрах системы ФАПЧ и уровне помехи U_{Π} существует оптимальное значение t_{pk0}, минимизирующее t_p. Для действительных α_{1M} и α_{2M} функцию t_{pk0} можно определить из (14) в виде

$$t_{pko} = \ln\frac{\alpha_{2M}U_{\Pi}}{(\alpha_{1M} - \alpha_{2M})\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{P}_1(\alpha_{2M}, \alpha_{1M})\mathbf{X}_{C1}(\alpha_{1M}) / \mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{U_{CT}}(\alpha_{2M})}\cdot\frac{1}{\alpha_{1M}},$$

для комплексных α_{2M}, α_{1M}

$$t_{pko} = \ln\frac{\text{Re}(\alpha_{2M})U_{\Pi}}{\text{Re}(\alpha_{1M} - \alpha_{2M})\left[\left|\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{P}_1(\alpha_{2M}, \alpha_{1M})\right| + \left|\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{P}_1(\alpha_{2M}, \alpha_{1M} + 1)\right|\right]\left|\mathbf{X}_{C1}(\alpha_{1M}) / \mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{U_{CT}}(\alpha_{2M})\right|}\frac{1}{\text{Re}(\alpha_{1M})},$$

где α_{1M} – максимальное действительное собственное значение матрицы $\mathbf{A}_1$, $\text{Re}(\alpha_{1M})$ – действительная часть комплексного собственного значения α_{1M} матрицы $\mathbf{A}_1$, имеющего макси-

мальную действительную часть; $\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{U}_{\mathbf{CT}}(\alpha_{2M})$ – элемент вектора $\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{U}_{\mathbf{CT}}$, соответствующий номеру α_{2M}, $\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{P}_1(\alpha_{2M},\alpha_{1M})$ – элемент матрицы $\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{P}_1$, соответствующий номерам α_{2M},α_{1M}; $\mathbf{X}_{C1}(\alpha_{1M})$ – элемент вектора $\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{X}(t_3)$, соответствующий номеру α_{1M}.

Также t_{pk0} можно найти, используя, например, функцию *fminbnd* системы MATLAB 7 для минимизации функций:

$$t_{pk} + \ln\frac{\Delta f_\varepsilon}{C_{Д2Mf}\Delta X_{CM}(t_k)}\cdot\frac{1}{\alpha_{2M}}$$

или $t_{pk} + \ln\dfrac{\Delta f_\varepsilon}{2\left|C_{Д2Mf}\Delta X_{CM}(t_k)\right|}\cdot\dfrac{1}{\mathrm{Re}(\alpha_{2M})}$.

С учетом вычисленных t_{pk0} и [5] время переходного процесса t_p для действительных α_{1M} и α_{2M} определится как

$$\left.\begin{aligned} t_{pf} &= t_3 + t_{pk0} + \ln\frac{\Delta f_\varepsilon(\alpha_{2M}-\alpha_{1M})}{\alpha_{1M}C_{Д2Mf}\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{U}_{\mathbf{CT}}(\alpha_{2M})U_П}\cdot\frac{1}{\alpha_{2M}},\\ t_{pfi} &= t_3 + t_{pk0} + \ln\frac{\Delta fi_\varepsilon(\alpha_{1M}-\alpha_{2M})}{\alpha_{1M}C_{Д2Mfi}\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{U}_{\mathbf{CT}}(\alpha_{2M})U_П}\cdot\frac{1}{\alpha_{2M}},\end{aligned}\right\} \quad (14в)$$

для комплексных α_{1M} и α_{2M}

$$\left.\begin{aligned} t_{pf} &= t_3 + t_{pk0} + \ln\frac{\Delta f_\varepsilon\,\mathrm{Re}(\alpha_{1M}-\alpha_{2M})}{\mathrm{Re}(\alpha_{1M})2\left|C_{Д2Mf}\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{U}_{\mathbf{CT}}(\alpha_{2M})\right|U_П}\cdot\frac{1}{\mathrm{Re}(\alpha_{2M})},\\ t_{pfi} &= t_3 + t_{pk0} + \ln\frac{\Delta fi_\varepsilon\,\mathrm{Re}(\alpha_{1M}-\alpha_{2M})}{\mathrm{Re}(\alpha_{1M})2\left|C_{Д2Mfi}\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{U}_{\mathbf{CT}}(\alpha_{2M})\right|U_П}\cdot\frac{1}{\mathrm{Re}(\alpha_{2M})}.\end{aligned}\right\} \quad (14г)$$

Используя полученные соотношения, найдём длительность ПП перестройки СЧ-ФАПЧ по частоте и фазе с рассмотренным способом ускорения протекания ПП. Будем определять нормированное время перестройки СЧ-ФАПЧ по частоте и фазе как

$$t_{pf}n = t_{pf}\omega_{Б2} \text{ и } t_{pfi}n = t_{pfi}\omega_{Б2}. \quad (15)$$

Из (15) следует, что если сравнивать длительность переходных процессов в двух схемах ФАПЧ, синтезированных в линейном режиме по одинаковой методике, но отличающихся значениями $\Delta f_{УГ},\omega_{Б2},U_П,\Delta f_\xi$ в k раз, то значения $t_{pf}n$, $t_{pfi}n$ в этих схемах будут одинаковы. Это положение иллюстрируется на рис. 4.

На рис. 4 представлены кривые для двух схем ФАПЧ: 1 – $e_Ф(t)$ – напряжения на конденсаторе C_4, 2 – $\log|[e_Ф(t)+U(t)]S_{УГ}|$ – отклонения частоты сигнала УГ от номинала в логарифмическом масштабе, 3 – $\log|\Phi_У(t)|$ – отклонения фазы сигнала УГ от нуля в логарифмическом масштабе. Все расчеты ПП проводились для случаев $S_{УГ}=15$ МГц/В, $i_M=0{,}3125$ мА, $N=221$, период опорного сигнала $t_0 = 1\cdot10^{-7}$ с, $\omega_{Б1}/\omega_{Б2}=4$, а $\Delta f_{УГ},\omega_{Б2},U_П,\Delta f_\xi$ менялись в два раза. На кривых 2 и 3 показаны маркеры (черные квадратики), из которых видно, что время ПП по отклонению частоты с точностью 1 Гц и 2 Гц и время ПП по отклонению фазы с точностью 1градус в двух схемах ФАПЧ отличаются ровно в два раза. Параметры обеих систем ФАПЧ синтезированы частотным методом на заданный показатель колебательности $M_1=M_2=1{,}3$.

На рис. 5 показаны результаты расчета по формулам (15) времени ПП по частоте $t_{pf}n$ и фазе $t_{pfi}n$. На этом рисунке по оси x отложен нормированный скачок частоты сигнала УГ как $\Delta f_{УГ}/N\omega_{Б2}$.

На рис. 4 приведены четыре группы кривых длительностей ПП в системе ФАПЧ с параметрами, синтезированными для обеспечения каждого из четырех заданных значений показателя колебательности $M=1{,}1;1{,}3;1{,}5;1{,}7$. На рис. 5 зависимо-

сти времени ПП по частоте $t_{pf}n$ показаны непрерывными линиями, зависимости времени ПП по фазе $t_{pfi}n$ показаны штриховыми линиями. Все расчеты времени ПП $t_{pf}n$, $t_{pfi}n$ проводились для случая $S_{УГ} = 15$ МГц/В, $i_M = 0{,}3125$ мА, $N = 221$, период опорного сигнала $t_0 = 1 \cdot 10^{-7}$ с, $\Delta f_{УГ} = 114{,}48$ МГц, $\Delta f_{П} = 10000$ Гц, $\Delta f_{\varepsilon} = 1$ Гц, $\Delta fi_{\varepsilon} = 1$ градус, $\omega_{Б1} / \omega_{Б2} = 4$. При расчетах параметр $\Delta f_{УГ} / N\omega_{Б2}$ изменялся за счет вариации $\omega_{Б2}$. Из рис. 5 следует, что наибольшим быстродействием обладает система ФАПЧ, синтезированная на показатель колебательности $M = 1{,}5$.

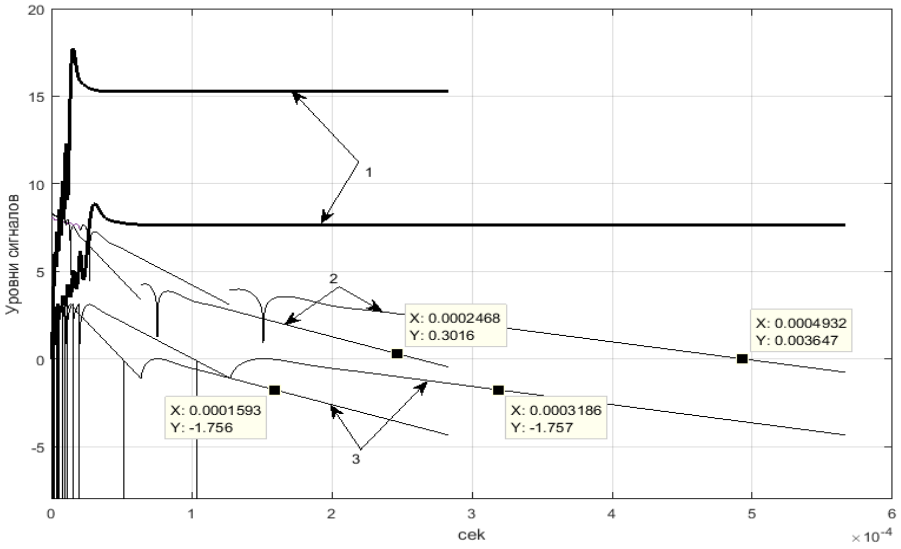

Рис. 4. Переходные процессы в двух вариантах схемы ФАПЧ

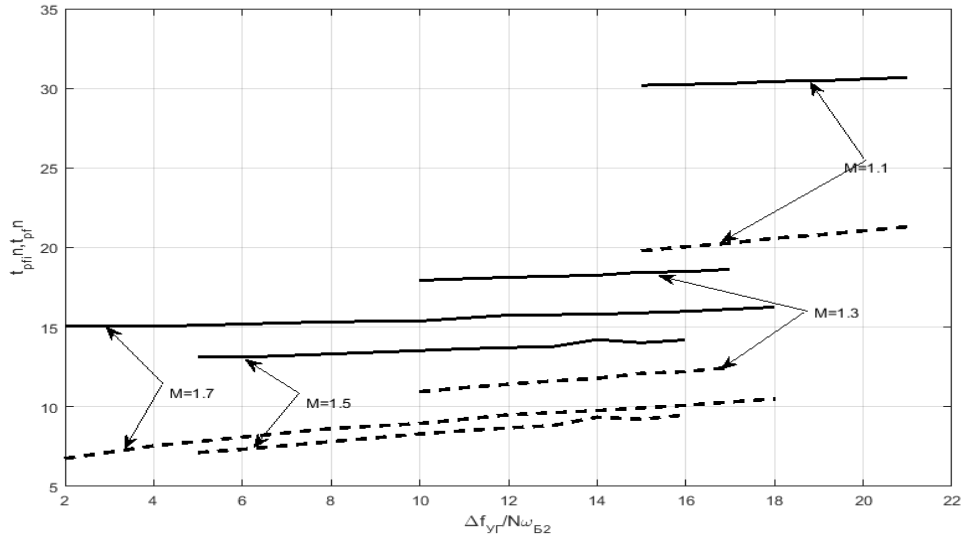

Рис. 5. Зависимость времени ПП по частоте $t_{pf}n$ и фазе $t_{pfi}n$ от $\Delta f_{УГ} / N\omega_{Б2}$

Предлагаемая методика расчетов ПП с использованием солверов системы MATLAB разработана для астатических систем ФАПЧ с третьего по шестой порядок включительно, которые представлены в [6].

В заключение отметим, что точная методика определения длительности переходного процесса в системах ФАПЧ в режиме биений и предложенная приближенная – в линейном режиме с коммутацией токов накачки и ФНЧ с целью повышения быстродействия и при наличии помех коммутации проверены на модели, разработанной в подсистеме Simulink Power System системы MATLAB. Эта модель соответствует рис. 1.

Сравнение результатов расчетов длительностей переходных процессов по этой модели и по разработанной приближенной методике показало возможность использования полученных формул для систем на СЧ-ФАПЧ более высоких порядков с достаточной для инженерной практики точностью ~ 5–10%.

Литература

1. *Романов С.К., Тихомиров Н.М., Рахманин Д.Н.* Методика определения быстродействия синтезаторов частот с коммутацией токов накачки и постоянных времени ФНЧ // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2010. №3(80). С. 79–93.

2. *Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М.* MATLAB 7: программирование, численные методы. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 752 с.: ил.

3. *Левин В.А., Малиновский В.Н., Романов С.К.* Синтезаторы частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки частоты. М.: Радио и связь, 1989. 232 с.

4. *Медведев В.С., Потемкин В.Г.* Control System Toolbox. М.: Диалог МИФИ,1999. 287 с.

5. *Романов С.К., Рахманин Д.Н.* Коммутация полосы пропускания в синтезаторах частот со счётчиковыми делителями в цепи обратной связи // Теория и техника радиосвязи: науч.-техн. сб. / ВНИИС. Воронеж, 2002. Вып. 2. С. 118–128.

6. *Романов С.К., Тихомиров Н.М., Рахманин Д.Н.* Пространства состояний линейной системы фазовой автоподстройки частоты // Теория и техника радиосвязи: научн.-техн. журнал / ОАО «Концерн «Созвездие». Воронеж, 2010. № 3. С. 108–121.

Статья поступила в редакцию 20 октября 2016 года

УДК 681.3

МИКРОПОЛОСКОВЫЙ РЕЖЕКТОРНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ УЗКОПОЛОСНЫХ ПОМЕХ

© Авторы, 2017

А.В. Велигоша, к.т.н., доцент, Военная академия РВСН имени Петра Великого (филиал в г. Серпухов Московской области), e-mail: aveligosha@mail.ru
А.К. Киселёв, к.т.н., доцент, ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет» (г. Ставрополь), e-mail: kiselev_a_k@mail.ru.
В.В. Соловьев, к.пед.н., доцент, начальник кафедры, Военная академия РВСН имени Петра Великого (филиал в г. Серпухов Московской области), e-mail: vavis@rambler.ru
В.В. Кургузов, преподаватель, Военная академия РВСН имени Петра Великого (филиал в г. Серпухов Московской области)

Проведено моделирование режекторного микрополоскового фильтра для диапазона частот 1000–1500 МГц, предназначенного для подавления мощных узкополосных помех, действующих на входе СШП приемника. Предложена структура режекторного фильтра с оптимальными габаритными параметрами.

***Ключевые слова**: канал подавления, амплитудно-частотная характеристика, модуль защиты, микрополосковая линия, режекторный фильтр, диэлектрическая проницаемость.*

NARROW-BAND INTERFERENCE MICROSTRIP BAND-REJECTION FILTER

A.V. Veligosha, Ph.D. (Eng.), associate professor, Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great (Branch in Serpukhov Moscow Region), e-mail: aveligosha@mail.ru
A.K. Kiselyov, Ph.D. (Eng.), associate professor, The North Caucasian Federal University (Stavropol), e-mail: kiselev_a_k@mail.ru
V.V. Soloviev, Ph.D. (Ped.), associate professor, head of department, Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great (Branch in Serpukhov Moscow Region), e-mail: vavics@rambler.ru
V.V. Kurguzov, teacher, Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great (Branch in Serpukhov Moscow Region)

The modeling of a microstip band-rejection filter for high-power narrow-band interference suppression at the input of UWB receiver has been carried out for the 1000–1500 MHz frequency band. The structure of the band-rejection filter with optimal overall dimensions is proposed.

***Keywords**: suppression channel, frequency response function, protection module, microstrip line, band-rejection filter, permittivity.*

Режекторные СВЧ фильтры наряду с полосно-пропускающими широко востребованы в таких областях, как системы радиосвязи, радиолокации и радионавигации. Эти конструкции необходимы в современных радиотехнических системах с большим числом каналов связи, где предъявляются высокие требования к подавлению паразитных сигналов вне рабочего диапазона. Среди известных конструкций режекторных фильтров особое место занимают микрополосковые, которые при прочих равных технических характеристиках имеют меньшие габариты и более технологичны в изготовлении. Одним из способов миниатюризации является использование в конструкциях микрополосковых фильтров многомодовых резонаторов, а режекторные фильтры, содержащие многомодовые резонаторы, в настоящее время практически не изучены. Таким образом, разработка и проектирование миниатюрных режекторных фильтров на основе многомодовых резонаторов является важной и актуальной задачей [1].

В [2] проведено моделирование микрополоскового режекторного фильтра, который обеспечивает требуемый уровень подавления узкополосной помехи в соответствии с исходными данными. Исследования были проведены для материала подложки микрополосковой линии с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 9{,}8$. При этом один канал подавления для полосы частот 50 МГц имеет геометрические параметры 2х2 см.

При практическом применении предложенного фильтра необходимо обеспечить управление режимом его работы. Для оценки возможности реализации данной процедуры было проведено исследование звена фильтра в неизбирательном частотном режиме. Исследование проводилось путем создания разрыва в цепи подключения верхнего направленного ответвителя (НО) к резонансным отрезкам (рис. 1). Разрыв переводит звено в неизбирательный частотный режим. При этом звено не вносит возмущений в МПЛ передачи (S3,1=0 Дб, S1,1 < –20 Дб, S2,1→∞) (рис. 2). Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод, что управление режимом работы режекторного фильтра (РФ) возможно при включении в указанные участки схемы коммутирующих p-i-n диодов.

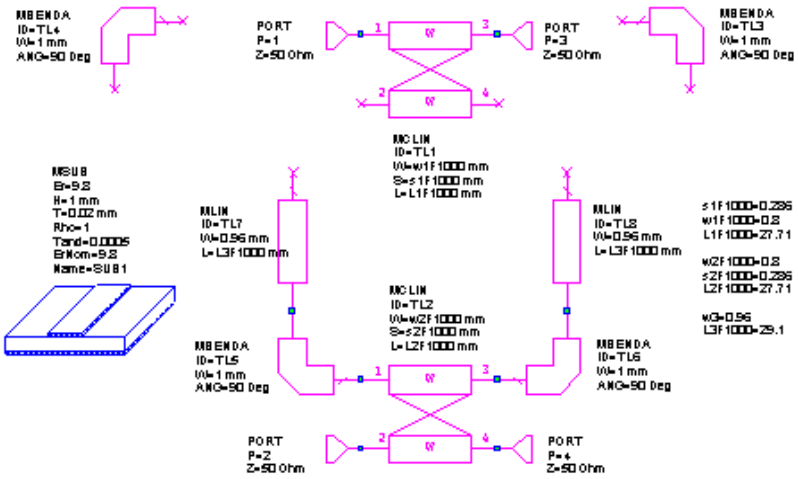

Рис. 1. Разрыв в цепи подключения верхнего НО к резонансным отрезкам

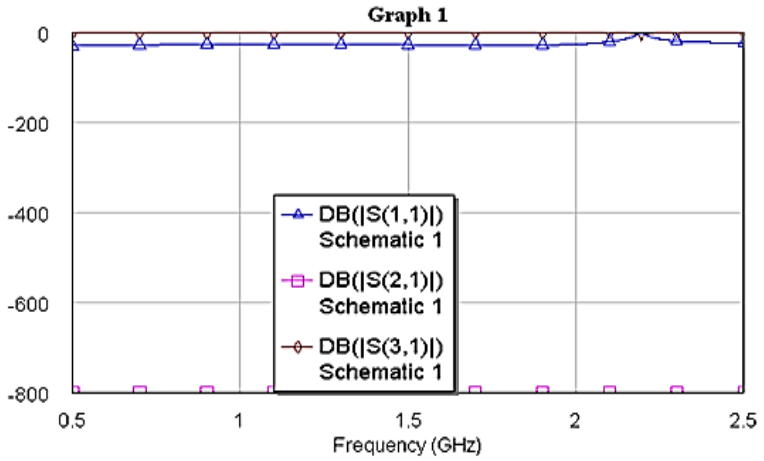

Рис. 2. Неизбирательный частотный режим работы фильтра

При моделировании микрополоскового режекторного фильтра [2] было получено, что при небольших его расстройках, не более 30% от выбранной полосы пропускания (50 МГц), имеется возможность изменения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) фильтра. При этом крутизна амплитудно-частотной характеристики увеличивается, но ослабление помехи несколько уменьшается.

При дальнейшем увеличении расстройки получено, что в области пропускания АЧХ остается без изменений. В средней части области задерживания АЧХ стала двугорбой, заметно уменьшение уровня ослабления, что является неприемлемым для предъявляемых требований к проектируемому режекторному фильтру.

Для оценки взаимного влияния звеньев фильтра через микрополосковую линию установим вентиль между звеньями, как показано на рис. 3. При этом получена АЧХ фильтра, представленная на рис. 4.

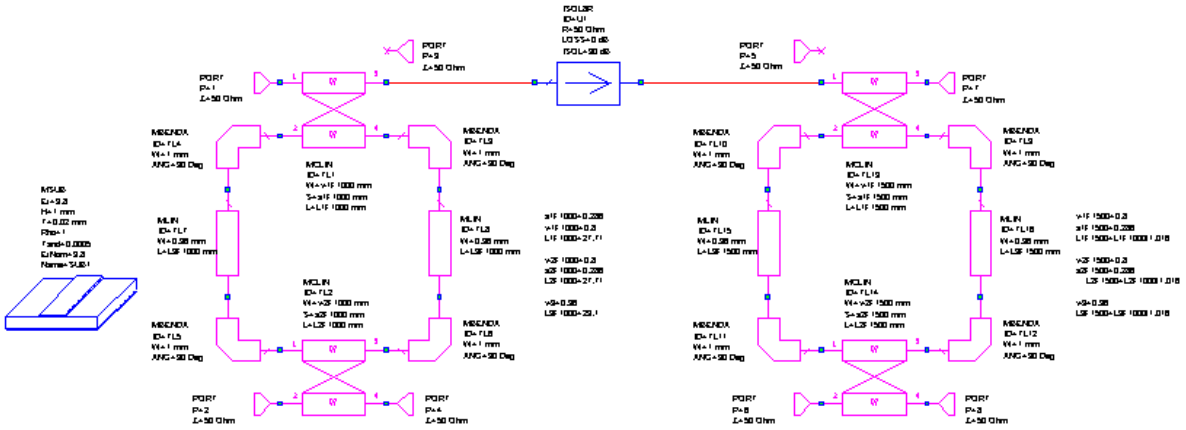

Рис. 3. Разделение звеньев фильтра вентилем

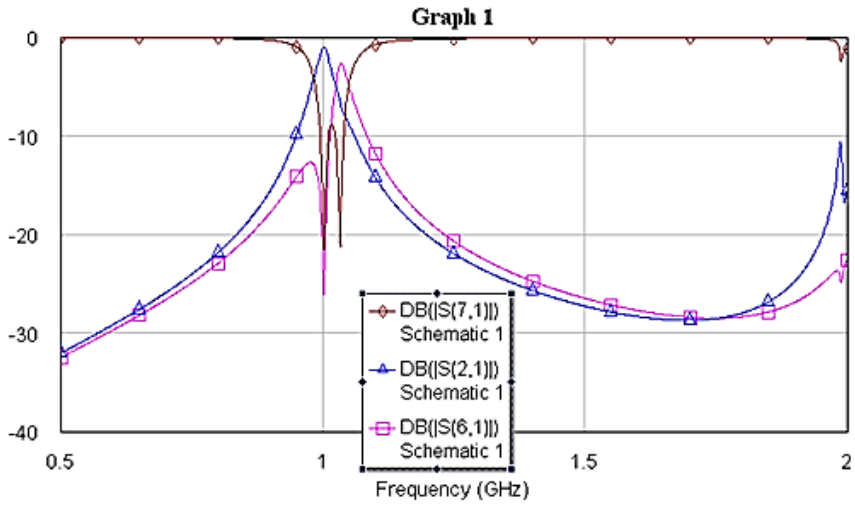

Рис. 4. Характеристика фильтра при разделении звеньев вентилем (f_{min} = 1000 МГц и f_{max} = 1032 МГц)

Сравнение АЧХ, представленной на рис. 4 и рис. 5 [2], показывает, что включение вентиля между звеньями не изменяет вид АЧХ фильтра. Это позволяет сделать вывод о том, что в процессе работы звенья фильтра не оказывают мешающего действия друг на друга.

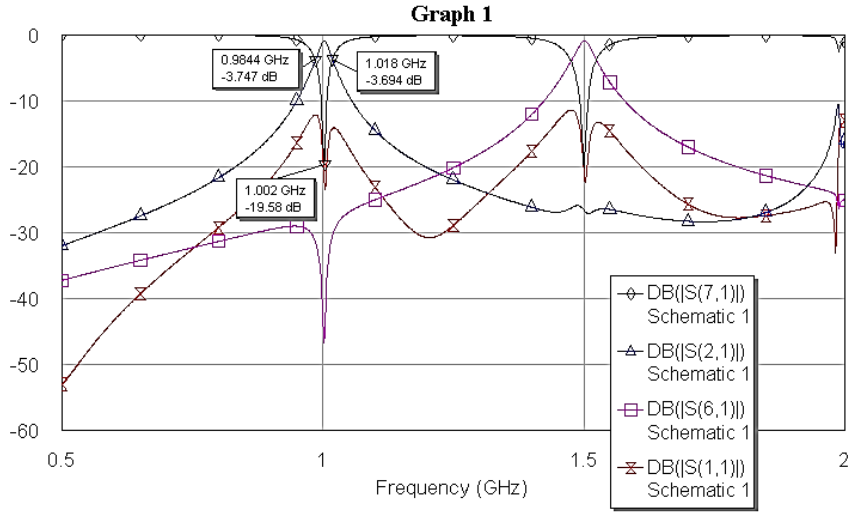

Рис. 5. Характеристики фильтра при настройке на частоты 1000 и 1500 МГц

Для оснований микрополосковых плат выбор материалов производится по следующему перечню характеристик [3]:

− способность сохранять форму и линейные размеры в различных климатических условиях и в процессе эксплуатации;

− чистота обработки поверхностей;

− допуск на размеры по толщине;

− состав (однородность);

− теплопроводность;

− электропроводность;

− диэлектрическая проницаемость;

− тангенс угла диэлектрических потерь.

Выбор величины относительной диэлектрической проницаемости производится из условия возможности реализовывать устройства СВЧ с необходимой степенью интеграции и миниатюризации. При этом необходимо произвести оценку максимально возможного и допустимого отклонения величины относительной диэлектрической проницаемости, в пределах изменения которой выходные параметры фильтра изменяются в допустимых пределах.

Выбранные материалы рассматривают по величине диэлектрических потерь и производят отбор с соответствующим тангенсом угла диэлектрических потерь. Стабильность этого параметра создает предпосылки повторяемости выходных электрических характеристик проектируемых устройств.

Далее производят выбор материалов с необходимой толщиной. Она определяется величиной диэлектрической проницаемости, шириной проводников, передаваемой мощностью и рабочим диапазоном частот. На выбор материалов необходимо обратить особое внимание, так как правильное решение определяет выбор величины относительной диэлектрической проницаемости, которая обеспечивает требования, предъявляемые к необходимой степени интеграции и миниатюризации проектируемого фильтра.

Как было показано выше, выбор материала с требуемой диэлектрической проницаемостью обеспечивает выполнение модуля защиты с заданными массо-габаритными параметрами. Описанные выше исследования были проведены для материала подложки микрополосковой линии Al_2O_3 с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 9{,}8$. При этом получены габаритные параметры модуля защиты, являющиеся не оптимальными для применения в проектируемом приемнике СВЧ диапазона.

Для решения выявленной проблемы рекомендуется провести выбор материала с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 80–100$. Это позволит на порядок уменьшить габаритные параметры модуля защиты. Проведенные оценки показали, что размеры одного канала подавления составляют 7,8х7,8 мм, что позволяет значительно снизить габаритные размеры фильтра. Выводы подтверждаются результатами, приведенными в [1].

Литература

1. *Галеев Р.Г.* Микрополосковые полосно-пропускающие фильтры на встречно-штыревых структурах. Материалы Всероссийской НТК «Системы связи и радионавигации», г. Красноярск 2–3 октября 2014. С. 116–118.

2. *Велигоша А.В., Киселев А.К., Корольков А.Э., Балова А.Н.* Подавление мощных узкополосных помех применением режекторного фильтра поглощающего типа // Теория и техника радиосвязи. 2016. № 1. С. 58–67.

3. *Ненашева Е.А., Трубицына О.Н., Катренко Н.Ф., Усов О.Н.* Керамические материалы для СВЧ электроники // Физика твердого тела. 1999. Т. 41. Вып. 5. С. 882–884.

Статья поступила в редакцию 21 ноября 2016 года

УДК 681.324.687

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И КАЛИБРОВКИ АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ МИКРОСХЕМ

© Авторы, 2017

В.С. Кононов, к.т.н., АО «Специализированное конструкторско-технологическое бюро электронных систем», e-mail: casandra1983@mail.ru
А.В. Шунулин, к.т.н., директор НТЦ, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: shun-san@rambler.ru

Рассмотрены подходы к разработке моделей элементов с учетом технологических отклонений. Обоснована методология проектирования аналого-цифровых микросхем с использованием отечественных технологий, исходя из правила «одной сигмы» при создании моделей элементов и применения технических решений для обеспечения калибровки микросхем за пределами стандартного отклонения (10–20%). Проведен анализ влияния техники калибровки микросхем на ресурс работоспособности. Предложены технические решения для организации доступа к калибруемым блокам и регистрации их состояния.

***Ключевые слова**: модели, технология, калибровка, перемычки, контроль.*

THE FEATURES OF ANALOG-DIGITAL CHIPS DESIGN AND CALIBRATION

V.S. Kononov, Ph.D. (Eng.), JSC «SKTB ES», e-mail: casandra1983@mail.ru
A.V. Shunulin, Ph.D. (Eng.), director of Scientific and Technical Centre, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: shun-san@rambler.ru

The approaches to engineering-tolerance design of element models are considered. The methodology of analog-digital chip design using domestic technologies based on the «one sigma» rule for element modeling, and of technologies used to achieve chip calibration beyond the standard deviation (10-20%) is justified. The analysis of the chip calibration technique impact on operability resources is performed. The technologies for the calibrated units accessing and registration of their states are proposed.

***Keywords**: models, technology, calibration, jumpers, control.*

При разработке аналого-цифровых микросхем принято использовать технику проектирования, основанную на выборе конкретной технологии с соответствующими этой технологии правилами проектирования и 3-мя типами моделей элементов (транзисторов, резисторов, конденсаторов и т.д.) – slow, type и fast, которые учитывают реальные технологические отклонения. «Медленная» (slow) и «быстрая» (fast) модели отличаются от «типовой» (type) модели значениями характеристического параметра элемента (например, тока стока МОП-транзистора), которые обычно задаются в соответствии с правилом «трех сигм» (рис. 1).

Согласно этому правилу, 99,7% из всех возможных значений характеристического параметра с нормальным распределением (распределение Гаусса) будут находиться не далее чем 3σ в ту или иную сторону от среднего (типового) значения.

Величина σ для наиболее продвинутых зарубежных КМОП-технологий составляет, по данным различных источников, 2–4%, а для отечественных технологий – не менее 10–20%. В результате, если следовать правилу «трех сигм» при создании моделей slow и fast, то необходимо учитывать отклонения до 6–12% и 30–60% соответственно для зарубежных и отечественных технологий.

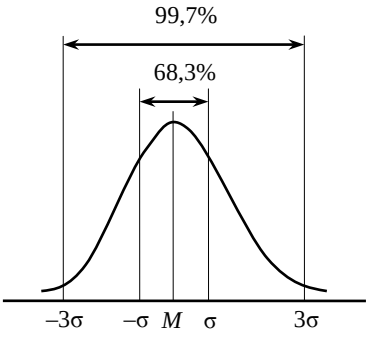

Рис. 1. Количество значений характеристического параметра *M* в пределах технологических отклонений до 3σ: σ – стандартное отклонение

Очевидно, во втором случае даже опытному разработчику будет затруднительно проектировать современные микросхемы с высокими элек-

трическими характеристиками (быстродействие, потребляемая мощность и т.д.). Можно, конечно, ограничиться применением правила «одной сигмы», но тогда изначально модели будут ориентированы на количество годных кристаллов не более 68,3% (см. рис. 1), что нежелательно по производственным соображениям.

Целью настоящей статьи является разработка методологии проектирования аналого-цифровых микросхем с учетом возможностей отечественных технологий.

1. Методология проектирования аналого-цифровых микросхем

Для отечественных технологий, по мнению авторов, более правильным является подход, основанный на использовании правила «одной сигмы» совместно с техническими решениями, позволяющими подстраивать характеристики микросхем не только в условиях производства, но и, что особенно важно, в процессе эксплуатации. В результате характеристики микросхем с технологическими отклонениями в пределах одной сигмы будут достигаться обычным образом, а при отклонениях в интервале ± (σ; 3σ) характеристики будут подстраиваться до приемлемых значений с помощью средств калибровки.

Рассмотренный подход хорошо согласуется с техникой проектирования аналого-цифровых микросхем, особенно АЦП и ЦАП, характеристики которых наиболее чувствительны к технологическим отклонениям и эксплуатационным факторам. Последнее обстоятельство вынуждает использовать средства калибровки даже зарубежных разработчиков, которые специализируются на создании АЦП и ЦАП для длительной эксплуатации в жестких условиях [1–3]. В данном случае из-за влияния эксплуатационных факторов и эффектов старения деградация характеристических параметров может превысить технологические отклонения. Поэтому калибровка становится настоятельной потребностью.

2. Ранняя техника калибровки АЦП и ЦАП

Заметным этапом в создании и использовании средств калибровки явилось изобретение двух типов плавких перемычек, которые различаются принципом программирования.

Перемычки первого типа программируются путем пережигания материала перемычки, в качестве которого обычно используется поликремний [4] (рис. 2).

Сопротивление таких перемычек в исходном состоянии составляет около 15–20 Ом, а после пережигания – несколько гигаом.

Технология изготовления поликремниевых перемычек хорошо интегрируется в КМОП-технологию с поликремниевыми затворами.

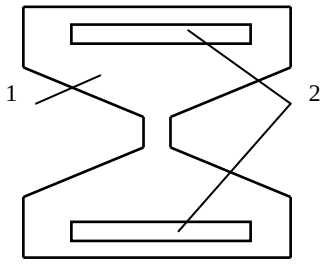

Рис. 2. Внешний вид поликремниевой перемычки:
1 – поликремний; 2 – контакты

Основной расцвет КМОП-технологии с поликремниевыми перемычками пришелся на начало 70-х годов прошлого столетия. В то время такие перемычки широко использовались при производстве микросхем оперативной памяти большой емкости. С их помощью осуществлялось подключение резервных накопителей вместо отказавших основных накопителей по причине высокой дефектности полупроводниковой структуры, которая в те годы была основной «головной болью» производителей микросхем во всем мире. С тех пор технология производства микросхем памяти существенно улучшилась и потребность в поликремниевых перемычках практически отпала. В настоящее время поликремниевые перемычки используются достаточно редко. В основном их используют при производстве однократно программируемых ПЛИС и ПЗУ. Причем даже в этом случае поликремниевые перемычки стараются заменить перемычками другого типа, иногда называемыми прожигаемыми перемычками, которые программируются путем пробоя специальных диодов или МОП-структур [5] (рис. 3). Однако в целом интерес к плавким перемычкам постепенно снижается.

Происходит это на фоне сообщений о том, что микросхемы с плавкими перемычками обоих типов имеют ограниченный ресурс работоспособности по сравнению с аналогичными микросхемами, в которых такие перемычки не программировались или вообще отсутствовали. В качестве основных причин, объясняющих снижение ресурса работоспособности микросхем с плавкими перемычками, отмечают деградацию проводимости перемычек и локальный стресс

окисла в процессе программирования перемычек, который приводит к появлению микротрещин и развитию эффектов массопереноса и электромиграции, в результате чего возрастают токи утечки и в конечном итоге наступает отказ микросхемы.

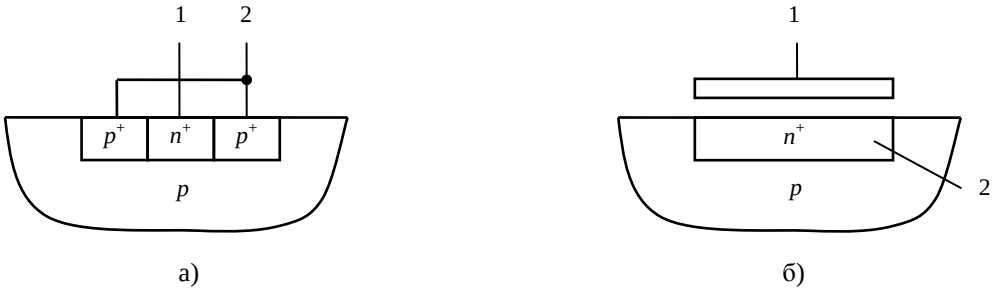

Рис. 3. Структуры прожигаемых перемычек на основе диода (а) и МОП-структуры (б): 1, 2 – выводы для программирования

Определенное повышение ресурса работоспособности было достигнуто при использовании техники калибровки на основе МОП-транзисторов с плавающими затворами [6] (рис. 4). В таких транзисторах с помощью управляемой инжекции горячих электронов на ловушке в плавающих затворах удается изменять пороговые напряжения в пределах нескольких вольт по абсолютной величине. В результате состояния транзисторов могут изменяться от полностью открытого до полностью закрытого и сохраняться в таком виде при отключении питания.

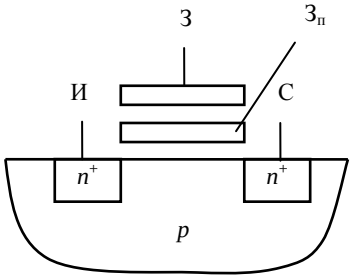

Рис. 4. Структура МОП-транзистора с плавающим затвором: И, З, С – выводы истока, основного затвора и стока; $З_п$ – плавающий затвор

В настоящее время МОП-транзисторы с плавающими затворами широко используются при производстве электрически перепрограммируемых ПЛИС и ПЗУ, а также других микросхем на их основе. В основном это коммерческие микросхемы.

Попытки использовать МОП-транзисторы с плавающими затворами в микросхемах для специальных приложений не увенчались заметным успехом. Выяснилось, что зарядовое состояние плавающих затворов сильно зависит от воздействия ионизирующих излучений и одиночных заряженных частиц космического происхождения [7]. В результате накристальные средства управления инжекцией горячих электронов становятся малоэффективными и в ряде случаев просто блокируются.

3. Современная техника калибровки АЦП и ЦАП

В настоящее время все большее распространение получает техника калибровки на основе аппаратных средств, состоящих из триггерных схем и накристального автомата [8]. Такой подход позволяет выполнять автоматическую калибровку АЦП и ЦАП при включении питания и по командам, поступающим извне. Забегая вперед, отметим, что установление калибровочного состояния триггерных схем при включении питания или в процессе калибровки при включенном питании происходит достаточно быстро. Как правило, продолжительность калибровки не превышает нескольких микросекунд. В ряде случаев процесс калибровки АЦП и ЦАП может происходить в фоновом режиме без прерывания рабочего процесса.

Современная техника калибровки хорошо согласуется с рассмотренной выше методологией проектирования аналого-цифровых микросхем. При этом технические решения и способы их реализации могут существенно различаться. Несколько подобных решений, предложенных авторами, рассматриваются ниже.

Триггерные схемы

В современных АЦП и ЦАП большинство внутренних блоков имеет дифференциальную архитектуру, что позволяет обеспечивать высокую помехоустойчивость и наилучшее соотно-

шение сигнал–шум. Характеристики таких блоков менее чувствительны к технологическим отклонениям по сравнению с униполярными блоками. Однако есть дифференциальные блоки, характеристики которых, наоборот, обладают повышенной чувствительностью к технологическим отклонениям и поэтому требуют к себе более внимательного отношения при проектировании. К ним относится, например, RS-триггер, который часто используется при построении АЦП и ЦАП (рис. 5).

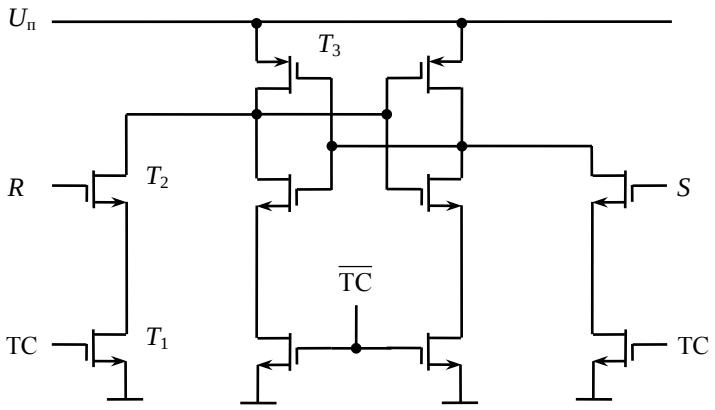

Рис. 5. Принципиальная электрическая схема RS-триггера:
$U_п$ – напряжение питания; TC, $\overline{TC}$ – прямой и инверсный тактовые сигналы

Как видно из рис. 5, для обеспечения устойчивого переключения RS-триггера необходимо выбирать правильное соотношение размеров T_1–T_3, при котором напряжение на стоке открытого транзистора T_3 должно опускаться практически до нуля или хотя бы до 0,2 В при пороговом напряжении $U_{пор} \geq 0{,}6$ В. Нетрудно показать, что при наихудших технологических отклонениях, когда T_3 будет соответствовать fast-модели, а T_1, T_2 – slow-модели, размеры T_1, T_2 при использовании отечественной технологии должны быть практически в 1,5 раза больше по сравнению с размерами этих транзисторов для зарубежной технологии. Если исходить из необходимости учета влияния эффектов старения и эксплуатационных факторов, то потребуется дополнительное увеличение размеров T_1, T_2.

Изложенное выше не претендует на оригинальность методологии проектирования, а лишь является иллюстрацией уязвимости технических решений на основе соотношения размеров транзисторов, что мало соответствует базовым принципам КМОП-схемотехники.

В этом смысле более привлекательным является классический униполярный триггер, показанный на рис. 6. Для его переключения достаточно подать входное напряжение со стандартным КМОП-уровнем.

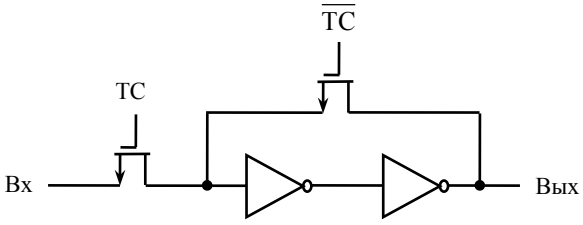

Рис. 6. Классический униполярный триггер

Униполярный триггер, как отмечалось выше, нежелательно использовать в конвейерных устройствах АЦП и ЦАП. Однако он идеально подходит для хранения единичного кода калибровки. В этом случае количество униполярных триггеров будет определяться количеством калибруемых блоков и перечнем калибруемых характеристик в каждом таком блоке.

Организация доступа к калибруемым блокам

Для организации доступа к калибруемым блокам можно использовать технические решения, подобные тем, которые применяются при проектировании оперативной памяти (рис. 7).

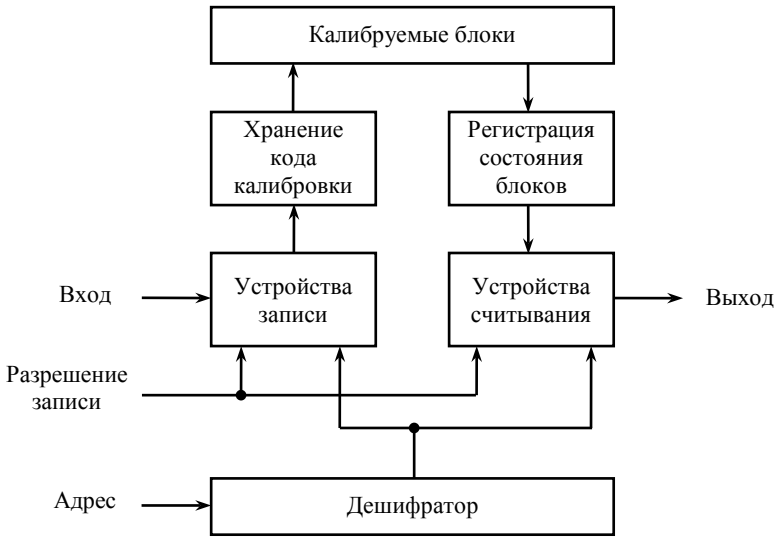

Рис. 7. Блок-схема доступа к калибруемым блокам

В приведенной на рис. 7 блок-схеме большинство блоков, за исключением собственно калибруемых блоков и устройств регистрации их состояния, имеет регулярную структуру и вполне определенное назначение, которое является очевидным. Единственное, что заслуживает отдельного рассмотрения, – это примеры реализации устройств регистрации состояния некоторых блоков, которые представляют основной интерес при калибровке.

Контроль смещения входных компараторов

В безконденсаторных АЦП, которым отдается предпочтение в специальных приложениях, могут использоваться до 20–24 входных компараторов. При калибровке смещения таких компараторов необходимо осуществлять текущий контроль смещения. Для этого выходы каждого компаратора подаются через проходные транзисторы на входы «проводного» ИЛИ, а затворы проходных транзисторов соединяются с выходами дешифратора (рис. 8).

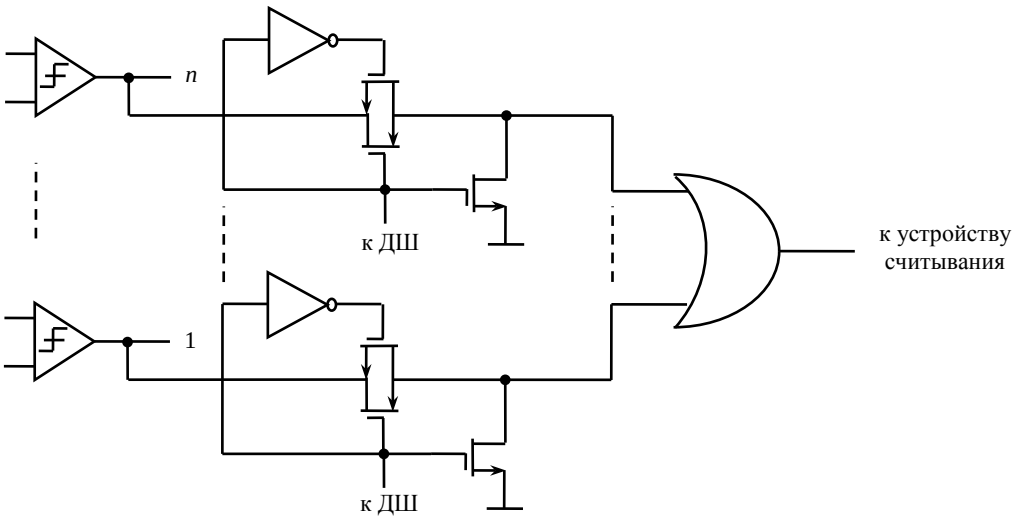

Рис. 8. Схема контроля смещения входных компараторов: n = 20–24

Как видно из рис. 8, выборка нужного компаратора осуществляется токовым дешифратором. В результате выход «проводного» ИЛИ будет повторять изменения напряжения на выходе выбранного компаратора в процессе калибровки.

Контроль напряжений на выходе источника стабилизированного напряжения

При калибровке источника стабилизированного напряжения (ИСН) обычно предполагается, что напряжение на выходе источника опорного напряжения (ИОН), входящего в состав ИСН, сохраняется стабильным. В тех редких случаях, когда происходит отказ ИОН, например под воздействием одиночных частиц космического происхождения, осуществляется его замещение аналогичным резервным источником. При этом техника контроля текущего состояния ИОН имеет свои особенности, рассмотрение которых выходит за рамки настоящей статьи.

С учетом сделанных допущений контроль напряжения на выходе ИСН в процессе его калибровки производится по схеме, представленной на рис. 9. Сопротивления резисторов R_1, R_2 выбираются таким образом, чтобы в нормальном состоянии падение напряжения на R_1 равнялось выходному напряжению ИОН.

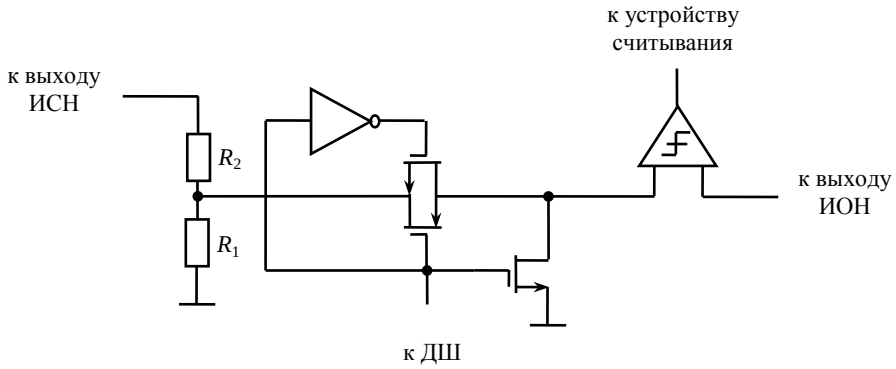

Рис. 9. Схема контроля напряжения на выходе ИСН

Выводы

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

1. Использование моделей элементов, разработанных в соответствии с правилом «трех сигм» для отечественных КМОП-технологий с разбросом 10–20%, затрудняет проектирование современных микросхем из-за сложности согласования размеров транзисторов для обеспечения устойчивой работы базовых блоков.

2. Применение предложенной методологии проектирования аналого-цифровых микросхем на основе отечественных технологий и правила «одной сигмы» совместно с техническими решениями для обеспечения калибровки характеристик микросхем за пределами стандартного отклонения (10–20%) позволяет проектировать современные аналого-цифровые микросхемы с высоким процентом выхода годных.

3. Ранняя техника калибровки на основе плавких перемычек и МОП-структур с обычными и плавающими затворами приводит к ограничению ресурса работоспособности микросхем, что не всегда приемлемо для специальных приложений.

4. Современная техника калибровки, основанная на использовании накристального автомата и униполярных триггеров для хранения кода калибровки, не влияет на ресурс работоспособности микросхем и позволяет проводить калибровку (в том числе автоматическую) практически неограниченное число раз.

5. Предложенные технические решения для организации доступа к калибруемым блокам и регистрации их состояния достаточно эффективны и не требуют больших аппаратных затрат на реализацию.

Литература

1. *Van Roermund A., Casier H., Steyaert M.* Analog circuit design [Text]. Springer Netherlands, 2010. 342 p.

2. *Van der Ploeg H., Nauta B.* Calibration techniques in nyquist A/D converters [Text]. Springer Netherlands, 2006. 190 p.

3. *Savla A.* Digital calibration algorithms for nyquist-rate analog to digital converters [Text]. The Ohio State University, 2004. 267 p.

4. *Hastings A.* The Art of Analog Layout [Text]. Prentice Hall, 2001. 539 p.

5. *El-Ayat K.* A CMOS Electrically Configurable Gate Array [Text] // IEEE Journal of Solid State Circuits. 1989. Vol. SC-24, No. 3. Pp. 752–762.

6. *Baker R.J.* CMOS: Circuit Design, Layout and Simulation [Text]. IEEE Press, 2005. 1039 p.

7. *Анашин В.С., Бодин В.В., Герасимов В.Ф.* [и др.] Ионизирующие излучения космического пространства и их воздействие на бортовую аппаратуру космических аппаратов [Текст] / Под науч. ред. докт. техн. наук, проф. Г.Г. Райкунова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. 256 с.

8. *Okada H.* [et al.] Offset Calibrating Comparator Array for 1.2-V, 6-bit, 4-GSample/s Flash ADCs using 0.13-μm generic CMOS technology [Text] // ESSCIRC 2003 Proceedings. 2003. Pp. 711–714.

Статья поступила в редакцию 24 ноября 2016 года

УДК 004.622

ФОРМАЛИЗОВАННОЕ ОПИСАНИЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ ОБЪЕКТОВ В ВИДЕ ОТНОШЕНИЙ РЕЛЯЦИОННОЙ БАЗЫ ДАННЫХ

© Авторы, 2017

П.Н. Беседин, к.т.н., докторант, ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), e-mail: bpn733ktn@gmail.com
Э.Б. Ханов, к.т.н., первый заместитель директора – главный конструктор специальных систем, ООО «Специальный технологический центр», e-mail: hansonpiter@yandex.ru
В.Ю. Храмов, д.т.н., доцент, гл.н.с., ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), e-mail: vu11111961@yandex.ru

Предложено использовать реляционную модель данных для формализованного описания радиоэлектронных объектов на логическом уровне. Обоснован выбор данной модели, и на основе сравнения отношений и нечетких ситуаций показана возможность сведения последних в реляционные таблицы. При этом показаны два вида отношений, позволяющих описывать как сами нечеткие ситуации о радиоэлектронных объектах, так и значения функций принадлежности, характеризующие их, что позволяет использовать реляционные системы управления базами данных для автоматизированной обработки нечетких ситуаций.

***Ключевые слова**: база данных, нечеткая ситуация, нечеткая переменная, лингвистическая переменная, радиоэлектронный объект, система поддержки принятия решений.*

FORMAL DESCRIPTION OF ELECTRONICS OBJECTS IN THE FORM OF RELATIONAL DATABASE RELATIONSHIPS

P.N. Besedin, Ph.D. (Eng.), Ph.D. candidate, Zhukovsky and Gagarin Air Force Academy (Voronezh), e-mail: bpn733ktn@gmail.com,
E.B. Khanov, Ph.D. (Eng.), first deputy director general – chief designer of special systems, «Special Technological Center» Ltd., e-mail: hansonpiter@yandex.ru
V.Yu. Khramov, Dr. Sci. (Eng.), associate professor, chief research engineer, Zhukovsky and Gagarin Air Force Academy (Voronezh), e-mail: vu11111961@yandex.ru

A relational data model is suggested to be used for logical formalization of electronics objects. The choice of the model is justified, and the possibility of tabulation of indistinct situations using relational tables based on their comparison with relationships is shown. The article also deals with two types of relationships that can describe such indistinct situations about electronics objects as well as the values of situation-specific membership functions, which allows us to use relational database management systems (RDMS) for automated processing of indistinct situations.

***Keywords**: database, indistinct situation, fuzzy variable, linguistic variable, electronics object, decision-making support system.*

При создании любой информационной системы, к классу которых относится и система поддержки принятия решений (СППР), необходима разработка ее информационной модели [1–3], предназначенной для описания используемых системой данных и взаимосвязей между ними. При этом разработка данной модели в соответствии с [1, 2] должна осуществляться на трех уровнях: концептуальном, логическом и физическом. В соответствии с [3] под моделью данных будем понимать тройку $< Str, Op, Ogr >$, где *Str* – структура модели данных, *Op* – множество операций, выполняемых над данными, *Ogr* – ограничения целостности данных. Прежде чем рассматривать модель нечетких ситуаций и ее преобразование к реляционной модели данных (РМД) введем понятие РМД. Отметим, что необходимость сведения (преобразования) модели нечетких ситуаций к реляционной модели данных обусловлена требованиями практической (программной) реализации СППР, т.е. необходимостью хранения нечетких ситуаций в реляционной базе данных (БД) и их обработке с использованием реляционной системы управления базами данных.

Далее в настоящей статье приводится теоретическое обобщение понятия реляционной модели данных, которое отличается от введенного Д. Коддом [4] определения дополнительным введением статических и динамических ограничений (предикатов), накладываемых на схему БД, и расширением множества операций

 ISSN 1995-7009

реляционной алгебры. Под *n*-арным (*n*-местным) отношением понимается конструкция $r =< X_1, X_2, \ldots, X_n, R >$, где X_n – множества, на которых задается отношение как некоторый закон (совокупность правил), выделяющий подмножество $R \subseteq X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ – график данного отношения. График R в общем случае может рассматриваться как элемент булеана $R \in \beta\,(X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n)$. При n=1 отношение называется унарным (одноместным) и представляет собой просто подмножество некоторого множества, при n=2 – бинарным, при n=3 – тернарным, при n=4 – кватернарным и т.д. Если все множества, на которых задается отношение r равны $X_1 = X_2 = \ldots = X_n = X$, то оно называется n-арным отношением на множестве X и обозначается $R \subseteq X^n$. Если это отношение является отображением (частичным отображением) оно называется n–1-арной операцией (соответственно частичной операцией) или алгебраической операцией (частичной алгебраической операцией), и $f : X^{n-1} \to X$. Наиболее распространенным видом последних являются бинарные (внутренние бинарные) алгебраические операции, заданные отображением (частичным отображением) $f : X \times X \to X$. Для любого множества X его нулевая степень X^0 является одноэлементным множеством. Любая нульарная операция $w\colon X^0 \to X$ однозначно определяется выбором специального элемента из X – результата операции.

Введем в рассмотрение множество символов $\Omega = \{w\}$ вместе с отображением: $\gamma : \Omega \to N_0$ в множество N_0 неотрицательных целых чисел. Пара (Ω, γ) называется сигнатурой. Часто само множество Ω называют сигнатурой, считая каждый символ w снабженным индексом $\gamma(w) = n \in N_0$. Если множество Ω конечно, то сигнатуру можно представить как множество символов, помеченных индексами из N_0: $\Omega = \{w_1(n_1), w_2(n_2), \ldots, w_k(n_k)\}$. Например, если $\Omega = \{+(2), '(1)\}$, то это означает, что в сигнатуре имеется два символа «+» и « ' ». Указана арность символов: для символа «+» она равна 2, а для символа « ' » – 1.

Пусть A – произвольное множество. Обозначим через $Op(A)$ множество всевозможных операций на A. Сопоставив каждой n-арной операции число n, получим отображение $\gamma_A : Op(A) \to N_0$, которое определяет арность операции. Множество A называется универсальной алгеброй сигнатуры Ω или Ω-алгеброй, если задано такое отображение $\delta : \Omega \to Op(A)$, что коммутативна диаграмма N_0, представленная на рис. 1.

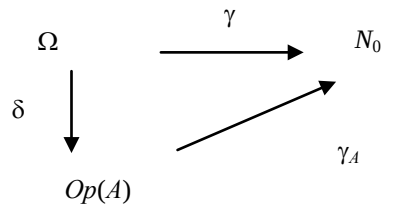

Рис. 1. Коммутативная диаграмма

Для примера с сигнатурой $\Omega = \{+(2), '(1)\}$ отображение $\delta\colon \Omega \to Op(A)$ ставит в соответствие символу «+» бинарную операцию $w_1 : A \times A \to A$, а символу « ' » – унарную операцию $w_2 : A \to A$. Само множество A называется несущим множеством Ω-алгебры.

Рассмотрим отображение $Dom : N \to V$, где N – множество имен атрибутов и V – универсум значений, которое сопоставляет каждому имени атрибута A его образ $Dom(A) \in V$. Пара $(A, DomA)$ называется атрибутом с именем A и областью значений $DomA$. Область значений атрибута называют также доменом атрибута. Иногда отображение $Dom : N \to V$ рассматривают как произведение отображений

$$N \xrightarrow{Dom} V = N \xrightarrow{dom} N_d \xrightarrow{ind} V,$$

где $dom : N \to N_d$ – отображение, ставящее в соответствие именам атрибутов имена доменов из множества N_d; $ind : N_d \to V$ – отображение, ставящее в соответствие именам доменов значения.

Пусть R – подмножество N и $R = \{A_1, \ldots, A_n\}$. Отношением r со схемой $R \subseteq N$ (обозначение $r(R)$) называется подмножество декартова произведения $\overset{n}{\underset{i=1}{X}} DomA_i$. Иногда, чтобы не учитывать упорядочивание имен атрибутов при определении отношения, вводят понятие

частичных отображений $f_i : N \to V$, которые называют функциональными данными, если область определения $def(f_i)$ конечна и $f_i(A) \in Dom(A)$ для любого $A \in def(f_i)$. Под отношением понимают конечное множество отображений f_i.

Рассмотрим основные операции, выполняемые над отношениями. Пусть, как и ранее, $r(R)$ есть отношение со схемой $R = \{A_1, \ldots, A_n\}$. Обозначим через $t(A_1, \ldots, A_n) \in r$ кортеж отношения r. Запись $t(A_i) = d_i$ будет означать, что кортеж t на атрибуте A_i принимает значение $d_i \in V$. Аналогично, запись $t(A_1, \ldots, A_n) = < d_1, d_2, \ldots, d_n >$ будет означать, что кортеж t на атрибутах A_i принимает значения d_i Введем унарные операции добавления (*ADD*), удаления (*DEL*) и изменения (*CH*) над отношением r в виде

$$ADD(r;\ t(A_1, \ldots, A_n) = < d_1, d_2, \ldots, d_n >);$$

$$DEL(r;\ t(A_1, \ldots, A_n) = < d_1, d_2, \ldots, d_n >);$$

$$CH(r;\ t(A_1, \ldots, A_n) = < d_1, d_2, \ldots, d_n >;\ t\ (A_1, \ldots, A_n) = < e_1, e_2, \ldots, e_n >),\ e_i \in V.$$

Операция *ADD* добавляет кортеж $t(A_1, \ldots, A_n) = < d_1, d_2, \ldots, d_n >$ в отношение r, операция *DEL* удаляет кортеж $t(A_1, \ldots, A_n) = < d_1, d_2, \ldots, d_n >$ из отношения r, а операция *CH* изменяет значения $< d_1, d_2, \ldots, d_n >$ в кортеже $t(A_1, \ldots, A_n)$ на значения $< e_1, e_2, \ldots, e_n >$ (e_i может быть равно d_i, что означает, что данное значение не изменяется). Два отношения с одной и той же схемой могут быть рассмотрены как множества одного и того же универсума – множество всех возможных кортежей с этой схемой. К таким двум отношениям могут быть применены бинарные операции объединения ($\cup$), пересечения ($\cap$) и разности (\). Если r и s – отношения со схемой R, то $r \cap s$, $r \cup s$ и $r \setminus s$ также являются отношениями со схемой R. Отношение $r \cap s$ – это отношение $q(R)$, содержащее все кортежи, которые принадлежат одновременно r и s. Отношение $r \cup s$ – это отношение $q(R)$, содержащее все те кортежи, которые принадлежат или r, или s. Отношение $r \setminus s$ – это отношение, содержащее те кортежи, которые принадлежат r, но не принадлежат s. Заметим, что пересечение может быть определено как разность множеств $r \cap s = r \setminus (r \setminus s)$.

Пусть $dom(R)$ – множество всех кортежей над атрибутами схемы R и их доменами. Дополнение отношения $r(R)$ можно определить как разность $r = dom(R) \setminus r$. Однако если какой-либо атрибут A в R имеет бесконечный домен, то r также будет бесконечным и не будет отношением в нашем понимании. Модифицированная версия дополнения, называемая активным дополнением, всегда дает отношение. Если $r\ (A_1, A_2, \ldots, A_n)$ – отношение и $D_i = dom(A_i)$, $1 \le i \le n$, то активным доменом A_i относительно r называется множество $adom(A_i, r) = \{d \in D_i \mid \exists t \in rct(A_i) = d\}$. Пусть $adom(R, r)$ – множество всех кортежей над атрибутами из R и их активными доменами относительно r. Активным дополнением $\tilde{r}$ является $\tilde{r} = adom(R, r) \setminus r$. Заметим, что $\tilde{r}$ – всегда отношение.

Выбор – это унарная операция над отношением. Результатом ее применения к отношению r является другое отношение, которое представляет собой подмножество кортежей r с определенными значениями в выделенном атрибуте. Пусть r – отношение со схемой R, $A \in R$ и $a \in Dom(A)$. Тогда в результате применения оператора выбора (обозначение $\sigma_{A\Theta a}(r)$) получим отношение $r'(R) = \{t \in r \,|\, t(A)\ \theta a\}$. Здесь через θ обозначен знак сравнения: $\theta \in \Theta$, $\Theta = \{=, \ne, >, \ge, \le, <\}$.

Операция проекции также является унарной операцией на отношениях, но в отличие от выбора осуществляется выборка подмножества столбцов, а не подмножества строк. Пусть r – отношение со схемой R и $X \subseteq R$. Проекция r на X, записанная как $\pi_x(R)$, есть отношение $r'(X)$, полученное вычеркиванием столбцов, соответствующих атрибутам в $R \setminus X$, и исключением из оставшихся столбцов повторяющихся строк $r'(X) = \{t(X) / t \in r\}$.

Соединение – это бинарная операция для комбинирования двух отношений. Пусть даны два отношения $r(R)$ и $s(S)$. Соединением отношений $r(R)$ и $s(S)$, записываемым как $r \triangleright\triangleleft s$, является отношение $q(T)$ $(T = R \cup S)$, содержащее все кортежи *t* над *T*, такие, что существуют кортежи $t_r \in r$ и $t_s \in s$ с $t_r = t(R)$ и $t_s = t(S)$, $(R \cap S)$ является подмножеством обеих схем *R* и *S*, поэтому $t_r(R \cap S) = t_s(R \cap S)$. Таким образом, каждый кортеж в *q* является комбинацией кортежа из *r* и кортежа из *s* с равными $(R \cap S)$ значениями.

Пусть $r(R)$ и $s(S)$ – отношения, а $S \subseteq R$. Положим, $R' = R \setminus S$. Тогда *r*, разделенное на *s*, – это отношение $r'(R') = \{t \mid$ для каждого кортежа $t_s \in s$ существует кортеж $t_r \in r$ такой, что $t_r(R') = t$ и $t_r(S) = t_s\}$. Отношение r' является частным от деления *r* на *s*, что обозначается $r \div s$. Другой способ сформулировать определение следующий: $r \div s$ – это максимальное подмножество r' множества $\pi_{R'}(r)$, такое, что $r' \triangleright\triangleleft s$ содержится в *r*. Соединение в этом случае является декартовым произведением. Пусть $r(R)$ – отношение со схемой *R*, $A \in R$, $B \notin R \setminus A$. Положим $R' = (R \setminus A) \cup B$. Тогда *r* с *A*, переименованным в *B*, обозначаемое как $\delta_{A \leftarrow B}(r)$, есть отношение $r'(R') = \{t' \mid \exists t \in r$ с $t'(R \setminus A) = t(R \setminus A)$ и $t'(B) = t(A)\}$. Требуется, чтобы *A* и *B* имели один и тот же домен. Пусть *N* – множество имен атрибутов, *V* – универсум значений атрибутов. Задано отображение $Dom: N \to V$. Пусть далее $R = \{R_1, \ldots, R_p\}$ – множество различных схем отношений, где $R_i \subseteq N$, а $D = \{D_1, \ldots, D_p\}$ – множество всех таких наборов отношений, что D_i – набор отношений со схемой R_i.

Введение рассмотренных выше операций превращает множество *D* в универсальную алгебру с сигнатурой

$$\Omega = \{ADD(1), DEL(1), CH(1), \cup(2), \cap(2), \setminus(2), \tilde{}(2), \pi(1), \sigma(1), \triangleright\triangleleft(2), \div(2), \delta(1)\}.$$

Данная Ω-алгебра называется реляционной алгеброй. В дальнейшем будем обозначать ее через *Rel*.

Рассмотрим реляционную алгебру *Rel*, которая теперь будет играть роль модели данных. Для именования элементов этой модели введем дополнительное множество имен конечных отношений *M*, которое не пересекается с множеством имен атрибутов *N*: $M \cap N = \varnothing$. Зафиксируем конечное множество имен отношений $NR = \{NR_1, NR_2, \ldots, NR_n\} \subset M$ и определим пространство состояний БД как множество $Map(NR, \mathrm{Re}l)$ всевозможных отображений $\gamma: NR \to \mathrm{Re}l$, которые сопоставляют каждому имени NR_i конечное семейство конечных отношений различной арности. Для конкретной реляционной БД не всякое состояние γ: $NR \to \mathrm{Re}l$ имеет смысл, т.е. является допустимым. Поэтому в пространстве состояний выделяют подмножество допустимых состояний. Предикат $P_{st}: Map(NR, \mathrm{Re}l) \to \{0,1\}$ выделяет множество $St(NR, \mathrm{Re}l)$ допустимых состояний БД. Этот предикат назовем статистическим ограничением целостности БД, поскольку он задает условия на отдельные состояния. Естественное ограничение на состояние γ, которое может выражать предикат P_{st}, – это условие биективности отображения γ, которое означает, что разным именам отношений NR_i и NR_j сопоставляются разные элементы модели *Rel* и наоборот.

Моделируемая предметная область изменяется во времени, и поэтому ее образ – база данных – также претерпевает изменения. Можно считать, что БД в ходе своей эволюции описывает некоторую траекторию $\gamma_0, \gamma_1, \ldots, \gamma_t, \ldots$, где γ_t – допустимое состояние в момент времени *t*. Введем множество $Tr(NR, \mathrm{Re}l)$ всех последовательностей $\gamma_0, \gamma_1, \ldots, \gamma_t, \ldots$, в которых $\gamma_t \in St(NR, \mathrm{Re}l)$, и зададим предикат $P_{dyn}: Tr(NR, \mathrm{Re}l) \to \{0,1\}$. Этот предикат выделяет множество допустимых траекторий реляционной БД. Будем называть его динамическим ограничением целостности БД. Под реляционной БД будем понимать пятерку вида $(\mathrm{Re}l, M, NR, P_{st}, P_{dyn})$, где *Rel* – реляционная алгебра; *M* – множество имен отношений; $NR \subset M$ – конечное множество имен отношений; $P_{st}: Map \times \times (NR, \mathrm{Re}l) \to \{0,1\}$ – предикат, выделяющий допустимые состояния

БД; $P_{dyn}: Tr \times \times (NR, Rel) \to \{0,1\}$ – предикат, выделяющий допустимые траектории БД.

Тройка (NR, P_{st}, P_{dyn}) называется схемой БД. Пара (NR, P_{st}) называется статической схемой БД. Поскольку теория динамических ограничений целостности на сегодняшний день практически не разработана, именно пару (NR, P_{st}) будем называть схемой реляционной БД, которая включает множество схем отношений R, представленных в виде

$$R_1(A_{11}, ..., A_{1k1}),$$
$$R_2(A_{21}, ..., A_{2k2}),$$
$$\ldots$$
$$R_n(A_{n1}, ..., A_{nkn})$$

и статических ограничений целостности, наложенных на каждую схему R_i.

Введем понятие модели нечетких ситуаций. Как уже отмечалось ранее, данная модель должна включать структуру, операции и ограничения целостности. Структура модели задается совокупностью нечетких ситуаций $Str = \left\{\left\langle \mu_s(y_i)/y_i \right\rangle\right\}$, $y_i \in D_i$, где $\mu_s(y_i) = \left\{\left\langle \mu_{\mu_s(y_i)}\left(T_j^i\right)/T_j^i \right\rangle\right\}$, $j \in L$, $i \in J$, в качестве операций используются операции нечеткого включения и нечеткого равенства $Op = \{\nu(\tilde{s}_i, \tilde{s}_j), \mu(\tilde{S}_i, \tilde{S}_j)\}$, ограничения целостности включают в себя ограничения, накладываемые на функции принадлежности.

Пусть $T = \{T_i\}\left(i = \overline{1, m}\right)$ – терм-множество лингвистической переменной $\langle \beta, T, X \rangle$. $\langle T_i, X, \tilde{C}_i \rangle$ – нечеткая переменная, соответствующая терму $T_i \in T$, где $\tilde{C}_i = \left\{\left\langle \mu_{C_i}(x)/x \right\rangle\right\}$ и C_i – носитель нечеткого множества $\tilde{C}_i$. Будем считать, что $X \subseteq R_1$, где R_1 – действительная ось. Обозначим *infX* через x_1, а *supX* – через x_2. Упорядочим множество T в соответствии с выражением

$$\left(\forall T_i \in T\right)\left(\forall T_j \in T\right)\left(i > j \Leftrightarrow \left(\exists x \in C_i\right)\left(\forall y \in C_j\right)\left(x > y\right)\right),$$

означающим, что терм, который имеет носитель, расположенный левее, получает меньший номер.

Тогда терм-множество любой лингвистической переменной должно удовлетворять следующим условиям:

$$\mu_{C1C1}(x_1) = 1, \ \mu_{CmC1}(x_1) = 1; \quad (1)$$

$$\left(\forall T_i \in T \setminus \{T_m\}\right)\left(0 < \sup_{x \in X} \mu_{C_i \cap C_{i+1}}(x) < 1\right); \quad (2)$$

$$\left(\forall T_i \in T\right)\left(\exists x \in X\right)\left(\mu_{C_i}(x) = 1\right); \quad (3)$$

$$\left(\forall \beta\right)\left(\exists x_1 \in R_1\right)\left(\exists x_2 \in R_1\right)\left(\left(\forall x \in X\right)\left(x_1 < x < x_2\right)\right). \quad (4)$$

Условие (1) запрещает функциям принадлежности крайних термов (термы T_1 и T_5 на рис. 2) иметь вид колообразных кривых, что обусловлено расположением этих термов в упорядоченном множестве T. Условие (2) запрещает существование в множестве T пар термов типа T_1 и T_2, T_2 и T_3 (см. рис. 2), поскольку в первом случае отсутствует естественная разграниченность понятий, аппроксимируемых термами, а во втором – участку [a, b] области определения не соответствует никакое понятие. Поскольку каждое понятие имеет хотя бы один типичный объект, обозначаемый этим понятием, вводится условие (3), запрещающее наличие в множестве T термов типа T_4 (см. рис. 2). Условие (4) ограничивает область определения X конечным множеством точек.

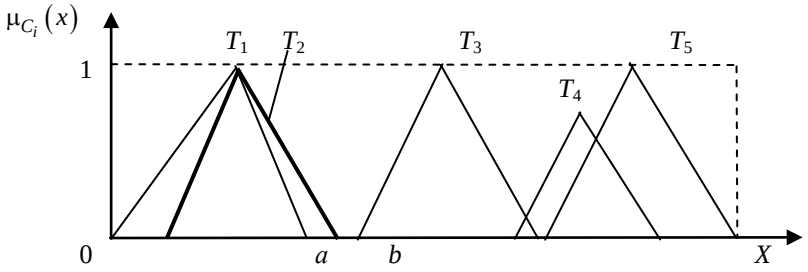

Рис. 2. Случаи некорректного определения термов

Таким образом, множество ограничений целостности представлено ограничениями 1–4.

Каждая нечеткая ситуация может быть представлена в виде совокупности таблиц реляционной БД, схема которых включает наименование признака, наименование терма, значение терма. Выполнение операций нечеткого включения и нечеткого равенства операций может быть реализовано с использованием операций реляционной алгебры: проекция, выборка, соединение $(\pi(1),\ \sigma(1),\ \triangleright\triangleleft(2))$. Ограничения целостности могут быть реализованы путем наложения статистических ограничений (функциональных зависимостей) на значения термов признаков нечеткой ситуации. Покажем возможность представления нечетких ситуаций, описывающих радиоэлектронные объекты (РЭОб), в виде реляционных отношений. Для этого сравним понятия отношения [5] и нечеткой ситуации [3]. Введем множество $N = \{A_1, \ldots, A_n\}$, называемое множеством имен атрибутов, и множество $V = \{B_1, \ldots, B_m\}$, называемое универсумом значений, а его элементы – значениями атрибутов. Рассмотрим далее однозначно определенное отображение $Dom: N \to \beta(V)$ [1)], которое сопоставляет каждому имени атрибута $A_{ii} \in N (i = \overline{1, n})$ его образ $Dom: A_i \to \beta(V)$, называемый доменом атрибута с именем A_i. Отображение *Dom* называется присваиванием области значении. Пара $(A_i, DomA_i)$ называется атрибутом с именем A_i и областью значений $DomA_i$. Схемой отношения *R* называется конечное множество имен атрибутов $\{A_1, \ldots, A_n\}$. Отношением *r* со схемой *R* называется подмножество декартова произведения доменов $DomA_i (i = \overline{i, n})\ \ r \subseteq x\ DomA_i,\ i = \overline{1, n}$.

Теперь рассмотрим понятие нечеткой ситуации, используемой при описании РЭОб. Объект *Y* описывается набором признаков $\{y_i\}_i = \overline{1, k}$, где каждый признак y_i описывается соответствующей лингвистической переменной $< y_i, T_i, D_i >$, где y_i – наименование признака, T_i – терм-множество признака, D_i – базовое множество признака.

Для описания термов используются нечеткие переменные $< T_i^j, D_i, \tilde{C}_j^i >$:

$$\tilde{C}_j^i = \left\{ \left\langle \mu_{c_j}^i (d) / d \right\rangle \right\},\ d \in D_i, \text{ где } \tilde{\mu}_{c_j}^i : D_i \to [0, 1].$$

Введем множество имен атрибутов $ILP = \{A, B, C, D\}$, где *A* – наименование признака (лингвистической переменной) y_i; *B* – наименование нечеткой переменной α_j^i из терм-множества $T_i (\alpha_j^i \in T_i)$, $i = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, m}$; *C* – значение нечеткой переменной α_j^i из базового множества D_i; *D* – степень принадлежности α_j^i базовому множеству D_i: $\mu_c(\alpha_j^i)$.

Зададим множество $ZLP = \{Y, T, D, M\}$, являющееся универсумом значений для *ILP*, где $Y = \{y_i\}\ i = \overline{1, k}$ – множество наименований признаков; $T = \{T_i\}\ i = \overline{1, k}$ – множество термов признаков; $D = \{D_i\}\ i = \overline{1, k}$ – множество базовых шкал; $M = [0, 1]$ – множество значений степеней принадлежности.

Задав отображение $Dom1: ILP \to ZLP$, получим отношение $r1 \subseteq Dom1\ A\ x\ Dom1\ B\ x \times \times Dom1\ C\ x\ Dom1\ D$ со схемой $R_1 = \{A, B, C, D\}$.

Приведем пример представления лингвистических переменных в виде отношения *r*1. Пусть оценивается удаление РЭОб с помощью понятий «малое», «среднее», «большое». Удаление изменяется от 1 до 30 км. Формализация такого описания может быть проведена при помощи лингвистической переменной <«Удаление», *T*, [1, 30]>, где *T* = {«малое», «среднее», «большое»}. Значения лингвистической переменной «Удаление» из терм-множества *T* описываются нечеткими переменными с соответствующими наименованиями и ограничениями на возможные значения. Например, значение «малое» задается нечеткой переменной <«малое», [1, 10], $\tilde{C}$>, где нечеткое множество может быть следующим: $\tilde{C} = \{< 1/1 >, < 0.3/5 >, < 0/10 >\}$. Отношение *r*1 для данной лингвистической переменной применительно к нечеткой переменной «малое» представлено в табл. 1.

[1)] $\beta(V)$ – булеан *V*, т.е. множество всех подмножеств *V*.

Таблица 1. Представление лингвистических переменных в виде отношения

A	B	C	D
Удаление	малое	1	1
Удаление	среднее	5	0.3
Удаление	большое	10	0

Таким образом, признаки объекта в виде лингвистических переменных могут быть представлены в виде отношения $r1$ со схемой R_1.

Нечеткой ситуацией $\tilde{S}$ называется нечеткое множество второго уровня $\tilde{S} = \left\{ \left\langle \mu_s\left(y_i\right) / y_i \right\rangle \right\}$, где $\mu_s\left(y_i\right) = \left\{ \mu_{\mu_s(y_i)}(T_j^{\,i}) / T_j^{\,i} \right\}$. Нечеткие ситуации используются для описания РЭОб. Рассмотрим множество имен атрибутов $INS = \{Imob,\ NPR,\ NNR,\ ZN\}$, где $Imob$ – наименование радиоэлектронного объекта; NPR – наименование признаков, описывающих объект; NNP – наименование нечетких переменных из терм-множеств признаков; ZN – значение степени принадлежности и универсум значений для INS: $ZNS = \{Ob,\ Y,\ T,\ M\}$, где $Ob = \{Ob_i\}\ i = \overline{1,\ m}$ – множество объектов предметной области; $Y = \{y_i\}\ i = \overline{1,\ k}$ – множество признаков, которыми описывается объект; $T = \{T_i\}\ i = \overline{1,\ k}$ – множество термов признаков; $M = [0,\ 1]$ – множество значений степеней принадлежности.

Задав отображение $Dom2 : INS \to ZNS$, получим отношение $r2 \subseteq Dom2\ Imobx \times \times Dom2\ NPRx\ Dom2\ NNPx\ Dom2\ ZN$ со схемой $R_2 = \{Imob,\ NPR,\ NNP,\ ZN\}$.

Таким образом, нечеткие ситуации, описывающие РЭОб, могут быть представлены в виде отношения $r2$ со схемой R_2.

Приведем пример представления нечетких ситуаций в виде отношения $r2$. Пусть описание РЭОб характеризуется множеством признаков $Pr = \{p1,\ p2\}$, где $p1$ – «Удаление», $p2$ – «количество РЭС КВ». Лингвистические переменные, описывающие данные признаки имеют следующий вид: <«Удаление», T1, D1>, <«количество РЭС КВ», T2, D2>. Здесь T1 = {«малое», «среднее», «большое»}, D1 = {1..30}, T2 = {«малое», «среднее», «большое»}, D2 = {1..12}.

Тогда РЭОб «УС» может быть описан в виде нечеткой ситуации $\tilde{S}$.

$$\tilde{S} = \left\{ < \mu\left(p1\right) / \ p1 >,\ < \mu\left(p2\right) / \ p2 > \right\},$$

где $\mu(p1)$ = {<0.1/«малое»>, <0.2/«среднее»>, <0.7/«большое»>};

$\mu(p2)$ = {<0 /«малое»>, <0.2/«среднее»>, <0.8/«большое»>}.

Отношение $r2$ для данной нечеткой ситуации представлено в табл. 2.

Таблица 2. Представление нечетких ситуаций в виде отношения

Imob	*NPR*	*NNP*	*ZN*
УС	Удаление	Малое	0.1
УС	Удаление	Среднее	0.2
УС	Удаление	Большое	0.7
УС	Количество РЭС КВ	Малое	0
УС	Количество РЭС КВ	Среднее	0.2
УС	Количество РЭС КВ	Большое	0.8

Отношение $r1$ используется для хранения функций принадлежности, а отношение $r2$ для хранения нечетких ситуаций, описывающих эталонные РЭОб.

Таким образом, модель нечетких ситуаций может быть сведена к реляционной модели данных, что позволяет использовать реляционную СУБД при практической (программной) реализации системы поддержки принятия решений.

Литература

1. *Конноли Т., Бегг К.* Базы данных. Проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика. 3-е изд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 1440 с.: ил.

2. *Крёнке Д.* Теория и практика построения баз данных. 8-е изд. СПб.: Питер, 2003. 800 с.

3. *Мейер Д.* Теория реляционных баз данных. М.: Мир, 1987. 608 с.

4. *Ульман Дж.* Основы систем баз данных. М.: Финансы и статистика, 1983. 334 с.

5. Математическая энциклопедия, т. 2. М.: Сов. энциклопедия, 1979. 204 с.

Статья поступила в редакцию 27 октября 2016 года

УДК 519.816

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ОБОСНОВАННОСТИ РЕШЕНИЯ НА УПРАВЛЕНИЕ АВИАЦИЕЙ, ПРИНИМАЕМОГО В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

© Авторы, 2017

В.А. Васильев, к.т.н., доцент, e-mail: vashome60@mail.ru
М.А. Данилин, преподаватель, e-mail: maxxxl78@mail.ru
А.И. Мосин, преподаватель
М.А. Стафеев, канд. военных наук, старший преподаватель
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Рассматривается подход к оценке обоснованности принимаемых решений на пунктах управления авиацией в условиях неопределенности. Предложен показатель обоснованности решения на основе прагматического метода оценки количества информации, необходимого для достижения цели управления.

***Ключевые слова**: управление авиацией, обоснованность решения, эффективность информации, неопределенность.*

DETERMINATION OF THE VALIDITY INDEX OF AIR CONTROL DECISIONS TAKEN UNDER THE CONDITIONS OF UNCERTAINTY

V.A. Vasiliev, Ph.D. (Eng.), associate professor, e-mail: vashome60@mail.ru
M.A. Danilin, lecturer, e-mail: maxxxl78@mail.ru
A.I. Mosin, lecturer
M.A. Stafeev, Ph.D. (Mil.), senior lecturer
Zhukovsky and Gagarin Air Force Academy (Voronezh)

The approach to the estimation of the validity of decisions taken at the air support control units under the conditions of uncertainty is studied. A decision validity index based on a pragmatic method for estimating the amount of information required to achieve the control objective is proposed.

***Keywords**: air control, validity of decisions, effectiveness of information, uncertainty.*

В современных условиях ведения боевых действий качество управления авиацией является одним из основных факторов, определяющих успех ее применения. Основой управления, как известно, является процесс выработки и принятия решения, основная нагрузка в котором до последнего времени ложилась на интеллект лица, принимающего решение. Активно развивающиеся средства автоматизации и перспективы их внедрения в процесс управления авиацией обуславливают необходимость применения новых научно-методических подходов к выработке и принятию решений, обеспечивающих требуемую эффективность действий авиации.

Как известно, методы разработки управленческих решений включают в себя способы и приемы выполнения операций по анализу и обработке оперативно-тактической информации, выработке вариантов решения, оценке их эффективности, принятию и реализации решения. Для достижения поставленных целей решение должно удовлетворять ряду следующих основных требований [1–3]: обоснованность, оперативность, адаптивность и внутренняя неконфликтность. Отсюда вытекает актуальная задача выбора и определения показателя (показателей) качества принимаемого решения, который бы отражал влияние на процесс принятия решения таких факторов, как индивидуальные особенности лица, принимающего решения; среда принятия решения (риск, неопределенность); информационные (полнота и достоверность информации) и временные ограничения; фактор сложности и др. При этом важно, чтобы показатель соответствовал цели управления, которую предполагается достичь после реализации этого решения в определенных условиях.

В статье предложен методологический подход, позволяющий оценивать обоснованность решения на управление самолетами/вертолетами при наведении на наземные цели с учетом воздействия на систему связи преднамеренных помех.

Известно, что процесс управления направлен на устранение неупорядоченности сложной си-

стемы. При этом сам процесс управления связан с переработкой и использованием информации.

В теории информации мера неопределенности сопоставляется с термодинамическим понятием энтропии, а количество информации равно уменьшению этой неопределенности [4]:

$$I = H_* - H = a \ln \frac{B_*}{B},$$

где I – количество «управляющей» информации; H – энтропия; a – постоянная; B – неупорядоченность системы; B_* – неупорядоченность системы, соответствующая энтропии H_*.

Неупорядоченность системы приводит к неполному использованию ее эффективности. Согласно [4] эффективность системы может определяться выражением

$$Э = Э_{макс}(1 - B_0 e^{-\frac{I}{I_0}}), \qquad (1)$$

где $Э_{макс}$ – эффективность идеально функционирующей системы; B_0 – неупорядоченность системы при ее исходном состоянии.

Эффективность системы, описываемая выражением (1), является широким понятием, применимым и в области принятия решений. Если через P обозначить достижение цели при использовании информации, а через P_0 – вероятность достижения цели до получения информации, то с учетом утверждения о том, что обоснованность решений возрастает с увеличением количества информации, выражение (1) приобретает вид

$$K_{об} = K_{об.макс}\left(1 - B_0 e^{-(P-P_0)aI}\right);\ a = f\left(K_{ИО}\right), \qquad (2)$$

где $K_{об.макс}$ – обоснованность решения при полной и достоверной информации; B_0 – начальная энтропия – неопределенность в задаче принятия решения; I – информация, характеризующая сигнально-помеховую обстановку; $K_{ИО}$ – показатель, характеризующий качество информационного обеспечения процесса выработки решения.

Из (2) видно, что зависимость обоснованности решения от количества используемой информации выражается экспонентой и с увеличением информации обоснованность стремится к своему максимальному значению $K_{об.макс}$ (рис. 1), обеспечивающему предельно возможное достижение цели. При этом предполагается, что требования по обоснованности к другим элементам решения выполнены.

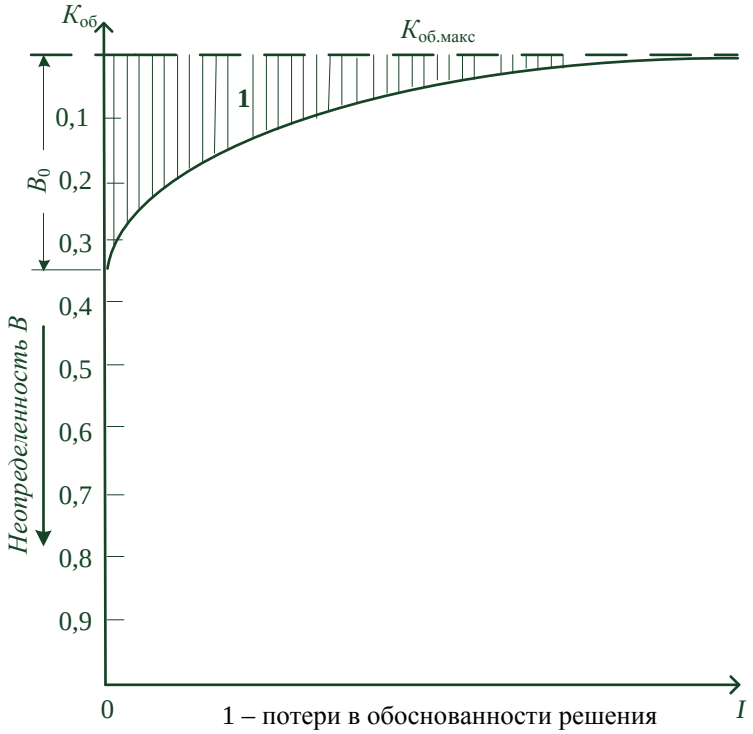

Рис. 1. Зависимость обоснованности решения от количества информации

Представив, таким образом, избранную меру обоснованности решения, рассмотрим содержание этого понятия применительно к рассматриваемой задаче.

Во-первых, величина $1/I_0$ в (1) характеризует скорость возрастания эффективности системы в зависимости от количества используемой информации и может быть определена как ценность информации. В основе определения ценности лежит предложенный А.А. Харкевичем [5] способ исчисления ценности через приращение вероятности достижения той цели, для которой данная информация используется. Тогда величина $(P - P_0)$ в (2) характеризует скорость повышения обоснованности решения в зависимости от количества информации о сигнально-помеховой обстановке в зоне ответственности пункта управления авиацией (ПУА) и определяет ценность данной информации. Очевидно, что наибольшей ценностью информация будет обладать при полной неосведомленности должностных лиц (ДЛ) ПУА о возможностях противника по подавлению своих линий радиосвязи.

Во-вторых, обоснованность решения, как известно, в значительной степени зависит от достоверности используемой информации, степени познания закономерности процессов управления, качества математических моделей, используемых для принятия решений.

Для учета указанных факторов при оценке обоснованности решения используется обобщающий коэффициент α, выраженный через максимально допустимое отклонение параметра элемента решения от оптимального значения и среднеквадратическое отклонение ошибки в определении параметра.

В-третьих, величина B_0 в отсутствие информации ($I = 0$) определяет степень обоснованности $K_{об}$ принимаемого решения на боевое управление авиацией без учета информации о преднамеренных помехах. В этом случае ДЛ принимает решение исходя из своих предпочтений, основанных на опыте, интуиции, знаниях и др.

При оценке априорной неопределенности B_0 следует понимать, что она имеет не статический характер, а характер психологической уверенности ДЛ. Тогда целесообразно использовать модальные категории, соответствующие типу решаемой проблемы (2) и переведенные в числовые значения по данным экспертизы. Один из возможных вариантов такого соответствия приведен в таблице.

Из выражения (2) также следует, что прирост обоснованности принимаемого решения $dK_{об}$ за счет использования информации о сигнально-помеховой обстановке в зоне ответственности ПУА дает прирост в достижении цели управления dP.

Таблица

Значения B_0 в зависимости от типа решаемой проблемы

Тип решаемой проблемы	Числовой эквивалент
Стандартная	0,01–0,2
Хорошо определенная	0,2–0,6
Слабо определенная	0,6–0,9
Неопределенная	0,9–0,99

Для удобства оценки влияния вводимой дополнительной информации на достижение цели управления введем понятие эффективности информации, которую определим как

$$A = \frac{dK_{об}}{dP}.$$

Тогда из (2), учитывая, что $B = B_0 \times \exp\{-(P - P_0)\alpha I\}$ и то, что при A_0 $dK_{об} = 0$, находим

$$A = A_0 \frac{B_0}{B}, \qquad (3)$$

где A_0 – эффективность дополнительной информации при исходной неопределенности в принятии решения.

Из (3) очевидно, что эффективность информации обратно пропорциональна неопределенности B. На рис. 2 приведены графики зависимости A от качества информационного обеспечения, типа решаемой проблемы при заданной вероятности достижения цели управления $P = 0{,}95$ и $P_0 = 0{,}5$.

Анализ рис. 2, а также выражений (2) и (3) позволяет сделать ряд выводов:

1. По мере увеличения количества информации и ее обработке приобретаемая дополнительная обоснованность решения уменьшается, что объясняет снижение роста эффективности информации, используемой при выработке решения. Поэтому «детализация» исходной информации о возможностях противника по по-

давлению своих линий радиосвязи не должна превосходить известного, достаточного для расчетов уровня.

2. По этой же причине не следует чрезмерно усложнять модели и алгоритмы обработки исходной информации. Приближенные, но более простые модели и алгоритмы обеспечат выработку рационального решения.

3. Принятие решения на боевое управление авиацией в условиях неопределенности отличается многократным превышением (8–10 раз) эффективности дополнительной информации относительно условий стандартной проблемной ситуации.

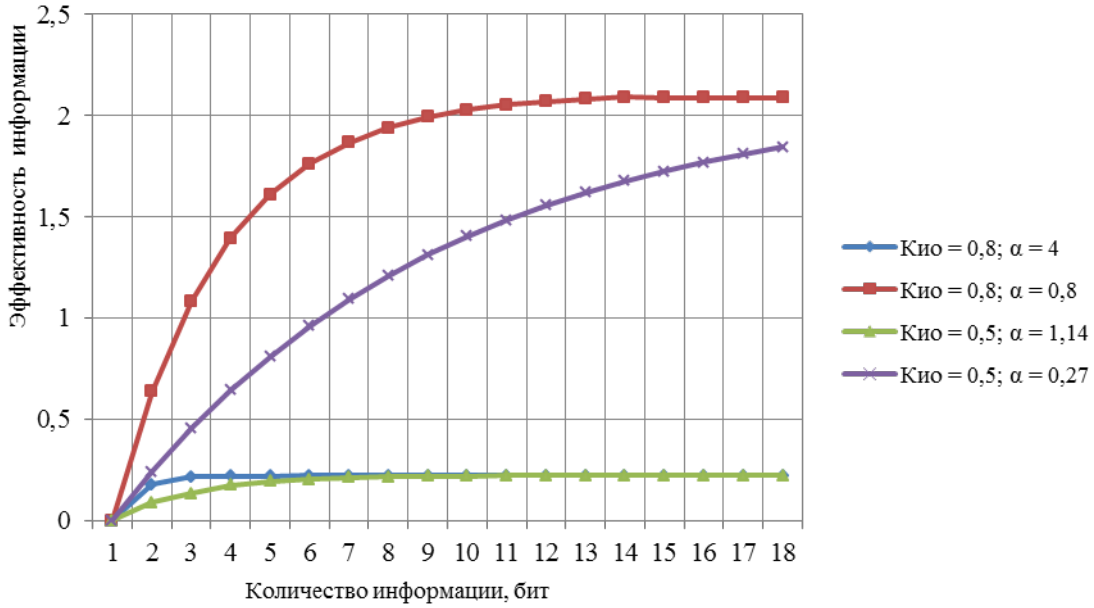

Рис. 2. Зависимость эффективности информации от качества информационного обеспечения и типа проблемной ситуации

Предложенный подход может использоваться для оценки эффективности математического обеспечения процесса принятия решения на управление оперативно-тактической авиацией в интересах тактических воинских формирований.

Литература

1. *Рябчук В.Д.* Теория управления боем (науковедческий и методологические аспекты). Минск: ВА РБ, 2001. 105 с.

2. *Голованов Ю.К., Третьяк В.И.* Эффективность управленческих решений. Киев: УННИ-ТЭИ Госплана УССР, 1976. 34 с.

3. *Глущенко В.В., Глущенко И.И.* Разработка управленческого решения. Прогнозирование – планирование. Теория проектирования экспериментов. М.: ТОО НПЦ «Крылья», 1997. 400 с.

4. *Трапезников В.А.* Автоматическое управление и экономика. // Автоматика и телемеханика. 1963. № 1. С. 34–42.

5. *Харкевич А.А.* О ценности информации // Проблемы кибернетики. Вып. 4. 1960. С. 53–57.

Статья поступила в редакцию 29 сентября 2016 года

УДК 681.142

ВЫБОР И ОБОСНОВАНИЕ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ АВИАЦИЕЙ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ

© Авторы, 2017

В.А. Васильев, к.т.н., доцент, e-mail: vashome60@mail.ru
А.И. Немчинов, канд. военных наук, преподаватель, e-mail: andrey-monino@inbox.ru
Д.А. Чистилин, к.т.н., начальник научно-исследовательского отдела
И.А. Громак, преподаватель, e-mail: gromack.ivan9678@yandex.ru
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Современные формы и способы ведения боевых действий требуют математического обоснования процессов управления авиацией в интересах тактических воинских формирований. Рассматриваются возможные подходы к исследованию операции управления авиацией при наведении на наземные цели в условиях воздействия преднамеренных помех.

***Ключевые слова**: автоматизированная система управления, показатель и критерий эффективности управления, модель оценки эффективности управления, преднамеренные помехи.*

SELECTION AND JUSTIFICATION OF THE SCIENTIFIC AND METHODOLOGICAL APPARATUS TO STUDY THE AIR CONTROL OPERATIONS UNDER JAMMING CONDITIONS

V.A. Vasilyev, Ph.D. (Eng.), associate professor. e-mail: vashome60@mail.ru
A.I. Nemchinov, Ph.D. (Mil.), lecturer, e-mail: andrey-monino@inbox.ru
D.A. Chistilin, Ph.D. (Eng.), head of R&D department
I.A. Gromak, lecturer, e-mail: gromack.ivan9678@yandex.ru
Zhukovsky and Gagarin Air Force Academy (Voronezh)

To serve the interests of tactical military units, modern forms and methods of warfare require a mathematical justification. The article studies possible approaches to the study of air control targeting operations under jamming conditions.

***Keywords**: automated control system, control effectiveness index and criterion, control effectiveness evaluation model, jamming.*

Анализ оперативно-тактических условий функционирования системы управления оперативно-тактической авиацией показывает, что в условиях повышения степени динамичности боевых действий максимальная эффективность управления может быть реализована только в системе, обеспеченной автоматизированными средствами решения информационно-расчетных задач для математического обоснования боевого управления самолетами/вертолетами в интересах тактического звена сухопутных войск. Решение указанных задач возлагается на специальное программное обеспечение (СПО) программно-технических комплексов (ПТК) должностных лиц (ДЛ) пунктов управления авиацией (ПУА) и обеспечивает оценку оперативно-тактической обстановки, используемой для информационной поддержки принятия решения на боевое управление воздушными судами (ВС), а также планирование и непосредственно боевое управление ВС в воздухе. В СПО реализуются функции отображения оперативно-тактической информации в зоне ответственности ДЛ ПУА, результатов решения информационных и расчетных задач, пилотажно-навигационной информации на фоне электронных (векторных, растровых и матричных) карт, что позволяет осуществлять визуальный поиск необходимых элементов (x_1, x_2, … x_n), совокупность которых образует решение x в складывающейся оперативно-тактической обстановке. Кроме элементов решения, которыми ДЛ в каких-то пределах может распоряжаться, имеются еще заданные фиксированные условия α, а также ограничения, налагаемые на решение. В совокупности они формируют множество возможных решений X, при этом $x \in X$.

Задача ДЛ состоит в том, чтобы на множестве возможных решений X выделить те решения x (одно или область решений), которые с той или другой точки зрения эффективнее других. Чтобы сравнивать между собой по эффективности разные решения, необходимо использовать показатель эффективности W, отражающий целевую направленность операции управления.

В то же время анализ условий функционирования ПУА указывает на необходимость в процессе принятия решения учета такого фактора, как сигнально-помеховая обстановка в зоне ответственности ПУА. Данный фактор может оказывать значительное влияние на проведение операции управления, вплоть до срыва управления. Следовательно, в задаче принятия решения помимо указанных двух групп факторов необходимо учитывать и неизвестный (неопределенный) на момент принятия решения фактор ξ – сигнально-помеховую обстановку. Тогда показатель эффективности W будет уже зависеть от совокупности факторов:

$$W = W(\alpha, x, \xi). \qquad (1)$$

Так как величина W зависит от неизвестного фактора, то задача выбора решения усложняется, поскольку выполняется в условиях неопределенности. В этом случае для поиска обоснованного (оптимального) решения можно использовать методологические принципы и рабочие приемы науки «исследование операций» [1, 2]. Какими из них воспользоваться – зависит от вида неопределенности.

В методологии математического, количественного обоснования решений различают неопределенности двух типов: стохастические и нестохастические [1, 3]. В первом случае неизвестный фактор (несколько факторов) представляет собой случайную величину (или случайную функцию), статистические характеристики которой известны или в принципе могут быть получены к определенному времени. Такие задачи называют стохастическими задачами, а присущую им неопределенность – стохастической неопределенностью. В этом случае в качестве показателя эффективности берут среднее значение (математическое ожидание) этой случайной величины $\bar{W} = M[W]$ и выбирают такое решение x, при котором этот усредненный по условиям показатель обращается в максимум:

$$\bar{W} = M\left[W\left(\alpha, x, \xi\right)\right] \Rightarrow \max. \qquad (2)$$

Стоит отметить, что в случае стохастической неопределенности можно построить аналитические модели операций (хотя бы приближенные), устанавливающие зависимость между условиями операции, элементами решения и результатом (исходом) операции, который характеризуется одним или несколькими показателями эффективности.

Нестохастическая неопределенность полностью зависит от информированности лица, принимающего решение, поскольку неизвестный фактор не может быть изучен и описан статистическими методами. Применительно к рассматриваемой задаче это может быть в двух случаях:

а) распределение вероятностей для параметра ξ в принципе существует, но к моменту принятия решения не может быть получено;

б) распределение вероятностей для параметра ξ вообще не существует.

В ходе дальнейших рассуждений покажем, что условия формирования и характер проявления рассматриваемого неизвестного фактора приводят к задаче именно с нестохастической неопределенностью.

Известно, что получение вероятностных характеристик неопределенного фактора возможно только в случае, когда к нему можно применить термин «случайное явление». С учетом данного предположения, задаваясь какими-то характеристиками случайного фактора ξ, можно оптимизировать решение x при не удовлетворяющих ему ограничениях либо в среднем значении (2). Данный подход, безусловно, повышает обоснованность принимаемого решения, однако применим лишь в простейших проблемных ситуациях.

Другим вариантом решения задачи оптимизации является использование адаптивных алгоритмов управления [4]. Совершенствующийся в процессе применения алгоритм управления предполагает накопление опыта, на основе которого становится возможным целенаправленное изменение управляемых параметров x решения. Преимущество адаптивных алгоритмов в том, что они не требуют предварительного сбора статистики и перестраиваются в ответ на изменение обстановки.

В то же время ввиду скоротечности процесса боевого управления авиацией, постоянного совершенствования средств и методов радиоэлектронной борьбы практическая применимость адаптивных алгоритмов ограничена. Кроме того, решение в данном случае – это процесс выбора управления с учетом текущего состояния

и прогноза развития ситуации в будущем, что не позволит ДЛ принимать решение на этапе подготовки к боевым действиям.

Помимо вышесказанного можно сделать и более пессимистичное предположение – об отсутствии статистических характеристик у величины ξ. Даже если рассмотреть большое количество опытов применения средств РЭБ в современном общевойсковом бою и в каждом из них зарегистрировать величину ξ, сложно будет утверждать о наличии какой-то статистической устойчивости рассматриваемого явления в связи с многофакторным характером событий, определяющих местоположение постановщиков помех, их состав и характер применения. Иными словами, к неопределенным «объективным» условиям операции управления добавляются еще и «субъективные» – сознательные действия противника.

Очевидно, что в нестохастической задаче о выборе решения выводы из оценки условий операции управления не могут быть ни точными, ни однозначными. Тем не менее количественный анализ и в этом случае позволяет повысить обоснованность принимаемого решения. Задачи такого рода решаются в рамках специального раздела математики «теория игр и статистических решений» [5, 6]. Указанные методы позволяют глубже разобраться в ситуации, рассмотреть каждое решение с различных точек зрения, оценить его преимущества и недостатки и принять решение если не единственно правильное, то хотя бы количественно обоснованное. Теория игр представляет собой математическую теорию конфликтных ситуаций, а ее цель – выработка рекомендаций по разумному поведению участников конфликта. Чтобы сделать возможным математический анализ конфликта, строится его математическая модель. Такую модель называют игрой. Развитие игры во времени можно представлять как ряд последовательных «ходов» участников. Последнее предполагает выбор решения в ходе игры, в то же время не исключается предварительный выбор оптимальной стратегии (набора правил, плана действий) для различных ситуаций. Другими словами, теория игр направлена на решение задач выбора с «поведенческой» неопределенностью.

Конфликтная ситуация между системой управления авиацией и противником, пытающимся нарушить ее нормальное функционирование, по содержанию является строго антагонистической и может быть сведена, например, к парной игре с «нулевой суммой». Однако использование научно-методического аппарата теории игр в качестве основы для выбора решения на боевое управление авиацией ограничено по той же самой причине, что и для адаптивных алгоритмов – скоротечности процесса управления. В данном процессе, с учетом современного состояния средств РЭБ, невозможны многократно повторяемые ситуации, в которых каждая сторона может легко варьировать свое поведение от случая к случаю. Решение должно быть принято одно-единственное, поэтому, исходя из сложности и важности задачи выбора, нестохастический риск должен быть минимален.

В задачах теории статистических решений, близкой по идеям и методам к теории игр, неизвестные условия операции зависят не от сознательно действующего противника, а от объективной действительности, которую принято называть «природой» [6, 7]. Выбор решения при нестохастической неопределенности будет полностью зависеть от предпочтений лица, принимающего решение, ориентированного на определенный риск (выигрыш) принятия решения.

Один из наиболее пессимистических подходов к разрешению неопределенности – принятие предположения о самом неблагоприятном значении неопределенного параметра. Такой подход гарантирует получение минимального возможного результата операции независимо от реального значения неопределенности, а при значениях неопределенного параметра, менее жестких, при осуществлении операции может быть получен и больший эффект. Это обусловило возможность принятия решения на проведение операции с ориентацией не на самые худшие условия. Такое решение нацелено на получение более высокого результата, но если реальные условия окажутся хуже предполагаемых, то и результат операции будет существенно отличаться от ожидаемого – в этом и состоит сущность риска принятия решения в условиях нестохастической неопределенности.

Как видно, выбор решения в данном случае всегда условен, субъективен и, как показал анализ, возможен лишь при малом множестве альтернативных стратегий. Подобную характеристику можно применить еще к одному методу, используемому в задачах с нестохастической неопределенностью – методу экспертных оценок.

Рассмотренные подходы к обоснованию решения в условиях нестохастической неопределенности в некоторых случаях позволяют свести исследование операции к стохастической

задаче с построением аналитических моделей. Однако, учитывая вышесказанное, к рассматриваемой задаче аналитические методы неприменимы, поэтому целесообразно использовать универсальный метод статистического моделирования случайных процессов (метод Монте–Карло) [1, 8]. Согласно данному методу производится «розыгрыш» случайного явления с помощью специальной процедуры, включающей в себя случайность и дающей случайный результат. Множество реализаций используется как некий искусственно полученный статистический материал, который может быть обработан обычными методами математической статистики. По существу задача сводится к поиску решения в условиях стохастической неопределенности на основе построения аналитической модели, устанавливающей зависимость между условиями операции α, элементами решения x, случайным фактором ξ (с известным распределением) и результатом (исходом) операции, который характеризуется выбранным показателем эффективности.

Таким образом, научной задачей является разработка модели оценки эффективности функционирования системы управления авиацией, позволяющей принимать обоснованное решение на боевое управление авиацией в условиях воздействия преднамеренных помех. Для ее решения, основываясь на функциональной модели системы управления авиацией и типовых алгоритмах целеуказания и наведения ВС на наземные цели, необходимо решить ряд частных задач:

– определить показатель и критерий эффективности операции управления авиацией в условиях воздействия преднамеренных помех;

– разработать математическую модель оценки эффективности операции управления авиацией, учитывающую воздействие преднамеренных помех;

– методом Монте–Карло провести статистическое моделирование операции управления.

Представленный алгоритм использовался при разработке расчетной задачи по определению области пространства, в рамках которого обеспечивается требуемое качество управления самолетами/вертолетами с учетом характеристик цели, рельефа местности и заданных (прогнозируемых) условий сигнально-помеховой обстановки [9]. Полученные в задаче результаты могут быть использованы в качестве элемента решения на боевое управление авиацией, а именно выбора позиции авиационного наводчика на местности в ходе боевых действий.

Литература

1. *Вентцель Е.С.* Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972. 572 с.

2. *Саати Т.Л.* Математические методы исследования операций. М.: Воениздат, 1963. 396 с.

3. *Орлов А.А*. Менеджмент. М.: Знание, 1999. 298 с.

4. *Юдин Д.Б.* Математические методы управления в условиях неполной информации. М.: Сов. радио, 1974. 400 с.

5. *Льюс Р.Д., Райфа Х.* Игры и решения. М.: Иностранная литература, 1961. 642 с.

6. *Блекуэлл Д., Гиршин М.А.* Теория игр и статистических решений. М.: Иностранная литература, 1958. 374 с.

7. *Чернов Г., Мозес Л.* Элементарная теория статистических решений. М.: Сов. радио, 1962. 406 с.

8. *Соболь И.М.* Метод Монте–Карло. М.: Физматгиз, 1986. 64 с.

9. *Бут Д.В., Васильев В.А., Громак И.А., Стафеев М.А.* Программа ввода, хранения, отображения и выдачи информации о зонах устойчивой наземной и воздушной радиосвязи. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016612174 от 19.02.2016.

Статья поступила в редакцию 29 сентября 2016 года

УДК 519.7:534.78

АНАЛИЗ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ ОЦЕНКИ ЧАСТОТЫ ОСНОВНОГО ТОНА РЕЧЕВОГО СИГНАЛА ОПТИМАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

© Авторы, 2017

А.Н. Голубинский, д.т.н., доцент, начальник отдела, e-mail: annikgol@mail.ru
Р.А. Асташов, заместитель начальника НТУ, e-mail: rastashov@mail.ru
АО «Концерн «Созвездие»

Получены выражения для расчета относительной ошибки оценки частоты основного тона речевого сигнала при оптимальной временной обработке на основе математической модели с полигармоническим несущим колебанием. Предложена методика вычисления отношения сигнал–шум речевого сигнала. Проведен анализ потенциальной точности оценки частоты основного тона речевого сигнала.

Ключевые слова: *основной тон, речевой сигнал, максимизация, логарифм функционала отношения правдоподобия, неизвестное априорное распределение, амплитуда и начальная фаза гармоники, несущее колебание, дисперсия оценки.*

ANALYSIS OF THE POTENTIAL ACCURACY OF THE VOICE PITCH FREQUENCY ESTIMATION BY THE OPTIMAL METHOD

A.N. Golubinskiy, Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of Department, e-mail: annikgol@mail.ru
R.A. Astashov, Deputy Head of Science and Technology, e-mail: rastashov@mail.ru
JSC «Concern «Sozvezdie»

Relative estimation error formulas for the estimation of a voice pitch frequency at the optimal time processing based on a polyharmonic carrying oscillation mathematical model are obtained. The method for calculating the voice SNR is proposed. The analysis of the potential accuracy of voice pitch frequency estimation is performed.

Keywords*: pitch, voice signal, maximization, logarithm of likelihood ratio functional, unknown a priori distribution, amplitude and initial phase of a harmonic, carrying oscillation, estimation dispersion.*

При передаче речевых сигналов по каналу связи, их обработке и анализе необходима оценка параметров речевого сигнала [1]. Следует отметить, что для успешного решения конкретной технической задачи, важным является представление речевого сигнала адекватной математической моделью. При этом рационально представить речевой сигнал в виде двух составляющих: вокализованной и невокализованной частей [2]. В связи с этим, актуальной научно-практической задачей является выделение первичных признаков речевого сигнала в условиях реальной речевой обстановки. Одним из основных параметров речевых сигналов, применительно к задачам анализа и синтеза речи, является частота основного тона (ЧОТ), характеризующая вокализованные сегменты речи [1, 2]. В основном тоне заключается информация об интонационной структуре произнесения, а также индивидуальности голоса диктора и его эмоциональном состоянии, возрастных и патологических изменениях голосового аппарата.

Рассмотрим оптимальную оценку ЧОТ речевого сигнала и её потенциальную точность, в зависимости от отношения мощностей вокализованной и шумовой составляющих речевого сигнала, т.е. отношения сигнал–шум (ОСШ).

Целью работы является получение и анализ точностных характеристик оценки частоты основного тона речевого сигнала при оптимальной временной обработке на основе математической модели с полигармонической несущей.

В общем виде стохастическая математическая модель речевого сигнала может быть представлена следующим образом [3, 4]:

$$\xi(t) = u(t) + p(t) + n(t), \qquad (1)$$

где $u(t)$, $p(t)$ и $n(t)$ – математические модели, описывающие периодические, импульсные и шумовые сегменты речи соответственно.

Для описания шумовых компонент речевого сигнала, как правило, используется математическая модель в виде случайного процесса, пред-

ставляющая собой белый шум $n(t)$ [5] (например, $n(t)$ является реализацией белого шума, ограниченного по полосе частот $f\in[0; f_в]$ верхней частотой $f_в$, со спектральной плотностью мощности $N_0/2$, характеризующей невокализованные сегменты речевого сигнала), или модель авторегрессии [6], скользящего среднего.

Математическая модель вокализованного сегмента речи $u(t)$, основываясь на физической модели, является решением соответствующего дифференциального уравнения и описывает прохождение периодического колебания от источника в виде голосовых связок (т.е. полигармонического сигнала) через систему параллельных резонаторов с затуханием при наличии частотной модуляции в сигнале возбуждения [4]. В качестве $u(t)$ может быть использована компонента колебания с амплитудно-частотной модуляцией (АЧМ) $u_{\text{ачм}}(t)$, которая в общем случае представлена реализацией случайного процесса, описывающей вокализованные сегменты речи:

$$u_{\text{ачм}}(t)=\sum_{k=0}^{K} M_k \cos(\,\Omega_k t+\Phi_k)\times\sum_{l=1}^{L} U_l \cos\left(l\omega_0 t + l\cdot\sum_{p=1}^{P} m_p \sin(\Omega_p^{f_0} t+\Phi_p^{f_0})+\varphi_l\right),\ t\in\left[0;\tau_и\right], \qquad (2)$$

где M_k, Ω_k и Φ_k – соответственно глубина амплитудной модуляции, круговая частота и начальная фаза k-й гармоники модулирующего по амплитуде колебания; m_p, $\Omega_p^{f_0}$ и $\Phi_p^{f_0}$ – соответственно индекс частотной модуляции, круговая частота и начальная фаза p-й гармоники модулирующего по частоте колебания; U_l и φ_l – амплитуда и начальная фаза l-й гармоники несущего колебания соответственно; $\omega_0=2\pi f_0$ – значение частоты основного тона при отсутствии естественных вариаций; $(K+1)$, P и L – количество модулирующих по амплитуде, модулирующих по частоте и несущих гармоник соответственно; $\tau_и$ – длительность импульса. Параметры, входящие в модель (2): M_k, Ω_k, Φ_k, m_p, $\Omega_p^{f_0}$, $\Phi_p^{f_0}$, U_l, ω_0, φ_l в общем случае являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения вероятностей.

Импульсный голосовой источник, как часть обобщенной математической модели речевого сигнала (1), может быть описан полигауссовской моделью (математическая модель в виде суммы гауссовских функций, зависящих от времени) [4]:

$$p(t)=\sum_{q=1}^{Q} P_q\cdot e^{\frac{-(t-m_q)^2}{2\sigma_q^2}}, \qquad (3)$$

где Q – количество составляющих; P_q, m_q и σ_q – соответственно значения амплитуд, центральных составляющих и параметров, характеризующих ширину q-й гауссовской компоненты.

Отметим, что основной тон является параметром, существенным образом характеризующим тональные–периодические (квазипериодические) составляющие речевого сигнала.

Для оценки частоты основного тона воспользуемся методом максимального правдоподобия, используя следующую математическую модель речевого сигнала [3]:

$$\xi(t)=u(t,\,f_0)+n(t), \qquad (4)$$

где $u(t, f_0)$ – детерминированный сигнал, представленный полигармонической моделью

$$u(t,\,f_0)=\sum_{l=1}^{L} U_l\cos(\,2\pi\, l\, f_0\, t+\varphi_l),\ t\in\left[0;\tau_и\right]. \qquad (5)$$

Шумовая компонента $n(t)$ в выражении (4) моделируется гауссовским случайным процессом с нулевым средним значением и функцией корреляции вида

$$R(t_1,t_2)=\frac{N_0}{2}\delta(t_1-t_2), \qquad (6)$$

где N_0 – односторонняя спектральная плотность мощности (на линейные частоты); $\delta(\cdot)$ – δ-функция Дирака.

Перепишем модель сигнала (5) следующим образом:

$$u(t,\,f_0)=\sum_{l=1}^{L}\left\{x_l\cos(2\pi\, l\, f_0 t)+y_l\sin(2\pi\, l\, f_0 t)\right\}, \qquad (7)$$

где $x_l=U_l\cos(\theta_l)$; $y_l=U_l\sin(\theta_l)$; $\theta_l=-\varphi_l$.

Осуществляя максимизацию логарифма функционала отношения правдоподобия (ЛФОП) $M(f)$ по неизвестным несущественным параметрам xl и yl, можно показать, что

ЛФОП трансформируется, принимая для разрешаемых источников следующий вид [7]:

$$M(f)=\frac{N_0}{2T}\left[\sum_{l=1}^{L}X_l^2(f)+\sum_{l=1}^{L}Y_l^2(f)\right], \quad (8)$$

где соответствующие синфазные и квадратурные компоненты

$$X_l(f)=\frac{2}{N_0}\int_0^T\xi(t,f_0)\cos(2\pi l f t)\,\mathrm{d}t;$$

$$Y_l(f)=\frac{2}{N_0}\int_0^T\xi(t,f_0)\sin(2\pi l f t)\,\mathrm{d}t. \quad (9)$$

При этом оценка максимального правдоподобия (ОМП) параметра f (соответствующая ЧОТ) определяется как

$$\hat{f}_0=\arg\sup M(f). \quad (10)$$

Как видно из (8), оптимальная обработка сигнала сложного источника (полигармонического сигнала) с целью оценки его параметров сводится к формированию билинейной формы из квадратурных компонент корреляционного интеграла. При этом к разрешаемым источникам относятся источники, для которых выполняется соотношение [7]

$$\Psi_{ij}(f_0,f_0)<<1;\quad i\neq j;\quad i,j=\overline{1,L}, \quad (11)$$

где модуль нормированной взаимной функции неопределенности каждой пары источников сигнала (гармоник, образующих полигармонический сигнал) рассчитывается:

$$\Psi_{ij}(f_1,f_2)=\left\{S_{c\,ij}^2(f_1,f_2)+S_{s\,ij}^2(f_1,f_2)\right\}^{1/2},$$
$$i,j=\overline{1,L}. \quad (12)$$

Величины $S_{c\,ij}(f_1,f_2)$ и $S_{s\,ij}(f_1,f_2)$, характеризующие синфазные и квадратурные компоненты, входящие в (12), являются элементами многомерной нормированной сигнальной функции $\mathbf{S}(f_1,f_2)$ для сложного (полигармонического) источника [7], которая представлена в матричном виде. Для оценки ЧОТ на основе принятой реализации (4) для сигнала вида (5) квадратуры сигнальной функции $S_{c\,ij}(f_1,f_2)$ и $S_{s\,ij}(f_1,f_2)$ на основе их определений [7] могут быть вычислены как

$$S_{c\,ij}(f_1,f_2)\approx\frac{\cos[2\pi(j f_2-i f_1)T]-1}{2\pi(j f_2-i f_1)T};$$

$$S_{c\,ij}(f_1,f_2)\approx\frac{\sin[2\pi(j f_2-i f_1)T]}{2\pi(j f_2-i f_1)T}. \quad (13)$$

В результате подстановки (13) в (12) получим выражение для нормированной взаимной функции неопределенности:

$$\Psi_{ij}(f_1,f_2)=\frac{\sin[\pi(j f_2-i f_1)T]}{\pi(j f_2-i f_1)T}=\mathrm{sinc}[\pi(j f_2-i f_1)T], \quad (14)$$

которая в точке истинного значения имеет вид

$$\Psi_{ij}(f_0,f_0)=\frac{\sin[\pi(j-i)f_0T]}{\pi(j-i)f_0T}=\mathrm{sinc}[\pi(j-i)f_0T]. \quad (15)$$

Учтём, что функция $|\mathrm{sinc}[\pi x]|<0{,}1$ при $x\geq 2{,}69$; при этом, согласно (11), нас интересует случай $i\neq j$, т.е. $|j-i|_{i\neq j}\geq 1$. Таким образом, можно считать, что $|\mathrm{sinc}[\pi(j-i)f_0T]|<<1$, если обеспечено выполнение условия $f_0T=T/T_0\geq 2{,}69$, т.е. если время наблюдение T превышает период основного тона речевого сигнала T_0 примерно в 2,7 раза. Заметим, что данное условие всегда необходимо обеспечивать на практике, чтобы «гармоники разрешались». Так как период основного тона речевого сигнала T_0, как правило, лежит в диапазоне от $T_{0\min}=1/f_{0\max}=1/330\approx 3{,}3$ мс до $T_{0\max}=1/f_{0\min}=1/70\approx 14{,}3$ мс, то, выбирая интервал наблюдения $T\geq 2{,}69\cdot 14{,}3\approx 38{,}5$ мс, обеспечивается выполнение условия $f_0T=T/T_0\geq 2{,}69$. Следовательно, гармоники будут разрешимы, т.е. для сигнала вида (5) выполнение условия разрешаемых источников (11) на практике обеспечено.

В качестве примера приведем зависимость выходного эффекта приёмника максимального

правдоподобия, в виде максимизированного ЛФОП $M(f)$ – формула (8), от частоты опорного сигнала f. На рис. 1 представлен график нормированного на наибольшее значение ЛФОП $M_N(f)$, полученный для речевого материала в виде звука /а/ при трёхгармоническом опорном сигнале (L=3) для частоты дискретизации f_d=8 кГц (число отсчетов N=3200; шаг частотной сетки Δf=0,1 Гц). На графике ЛФОП, представленном на рис. 1, видно наличие глобального максимума, аргумент которого, соответствующий оценке ЧОТ, принимал значение $\hat{f}_0$=144,9 Гц.

Приведем характеристики оценки частоты основного тона методом максимального правдоподобия при неизвестных амплитудах и начальных фазах несущих гармоник.

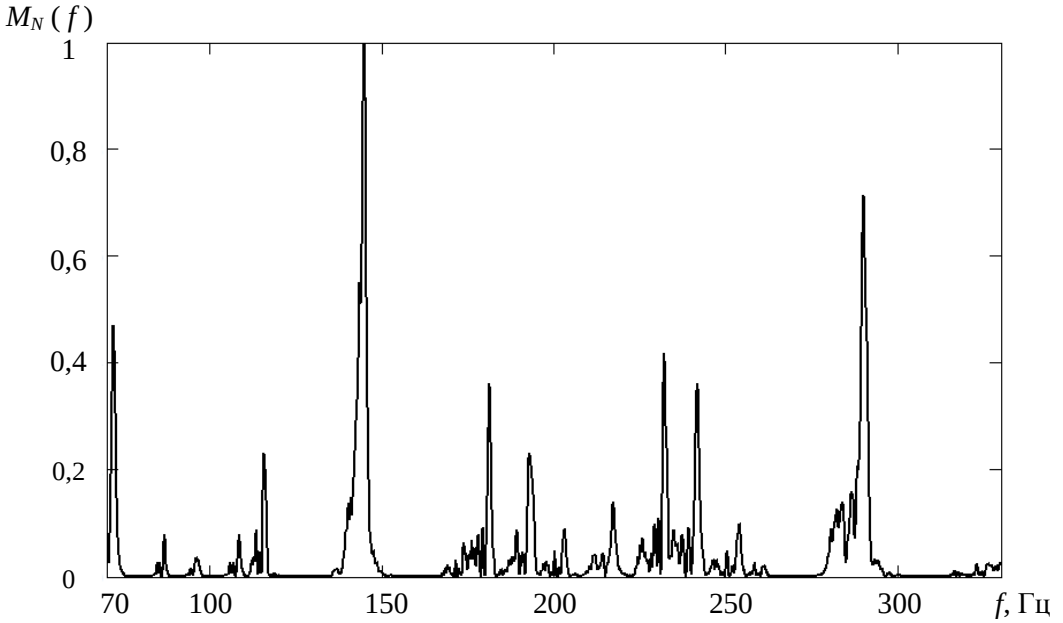

Рис. 1. Нормированный логарифм функционала отношения правдоподобия при неизвестных значениях амплитуд и начальных фаз гармоник при трёхгармоническом опорном сигнале

Выражение для условной дисперсии при неизвестном априорном распределении амплитуд и начальных фаз гармоник при условии их разрешения в случае высокой апостериорной точности имеет вид [7]

$$D(\hat{f}_0 \mid f_0) = \frac{1}{z^2}\left[\sum_{i=1}^{L}\alpha_{ii}\left.\frac{\partial^2 \Psi_{ii}(f_1, f_2)}{\partial f_1 \partial f_2}\right|_{f_1=f_2=f_0}\right]^{-1}, \quad (16)$$

где z^2 – ОСШ, а коэффициенты α_{ii} определяются на основе истинных значений амплитуд U_{0l} гармоник:

$$\alpha_{ii} = U_{0\,i}^2 \Big/ \sum_{i=1}^{L} U_{0\,i}^2 . \quad (17)$$

Сравнивая выражение для дисперсии (16) с определением дисперсии на основе сигнальной функции [8], можно записать для априори неизвестных U_l и φ_l соотношение, связывающее нормированную сигнальную функцию и модуль нормированной взаимной функции неопределенности каждой пары гармоник полигармонического сигнала (при условии разрешения гармоник):

$$S(f_1, f_2) = \sum_{i=1}^{L}\alpha_{ii}\Psi_{ii}(f_1, f_2) . \quad (18)$$

С учётом (14) и (17), нормированная сигнальная функция принимает вид [3]

$$S(f_1, f_2) = \left(\sum_{l=1}^{L} U_{0l}^2\right)^{-1} \sum_{l=1}^{L} U_l^2 \mathrm{sinc}[\pi l(f_1 - f_2)T] . \quad (19)$$

Таким образом, условная дисперсия может быть рассчитана по формуле (16) с учётом (14).

Вычисляя вторую смешанную производную

$\Psi_{ii}(f_1, f_2)$ (16) в точке истинного значения, получим выражение для условной дисперсии оценки ЧОТ при неизвестном априорном распределении амплитуд и начальных фаз гармоник принимаемого сигнала:

$$D(\hat{f}_0 \mid f_0) = \frac{3}{\pi^2 z^2 T^2} \sum_{l=1}^{L} U_{0l}^2 \left[\sum_{l=1}^{L} U_{0l}^2 \, l^2 \right]^{-1}. \quad (20)$$

Для случая $U_{0l} = \text{const}$ выражение для дисперсии (20) принимает вид

$$D(\hat{f}_0 \mid f_0) = \frac{18}{\pi^2 (2L^2 + 3L + 1) z^2 T^2}, \quad (21)$$

при этом среднеквадратическое (СКО):

$$\sigma(\hat{f}_0 \mid f_0) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi z T \sqrt{2L^2 + 3L + 1}}. \quad (22)$$

Для анализа точности оценки ЧОТ на основе выражений (20)–(22) важным моментом является определение значения ОСШ:

$$z^2 = \frac{P_u}{P_n} = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_n^2}. \quad (23)$$

В выражении (23) $\sigma_n^2 = N_0 f_в = 2W_n f_в$, здесь W_n – спектральная плотность мощности шумовой составляющей; $f_в$ – верхняя частота в анализируемом частотном интервале. Для $u(t, f_0)$ значение средней мощности $\sigma_u^2 \approx 2W_u^{\max} / \tau_и$, где $W_u^{\max}$ – наибольшее значение спектральной плотности мощности компоненты $u(t, f_0)$; $\tau_и$ – длительность анализируемого речевого сегмента. В результате ОСШ

$$z^2 = \frac{1}{f_в \tau_и} \cdot \frac{W_u^{\max}}{W_n}. \quad (24)$$

Положив значение практической верхней частоты, равное частоте наибольшей гармоники полигармонического сигнала $f_в = L f_0$, и определив наибольшее и наименьшее значения спектральной плотности мощности наблюдаемой реализации $\xi(t)$ соответственно $W_\xi^{\max} = W_u^{\max} + W_n\big|_{W_u^{\max} >> W_n} \approx W_u^{\max}$; $W_\xi^{\min} = W_n$, получим

$$z^2 = \frac{1}{B} \cdot \frac{W_\xi^{\max}}{W_\xi^{\min}}, \quad (25)$$

где $B = f_в \tau_и = L f_0 \tau_и$ – параметр, аналогичный эффективной базе сигнала. Введем ослабление шумовой компоненты относительно сигнальной (дБ): $\beta = 10 \cdot \lg \frac{W_\xi^{\min}}{W_\xi^{\max}}$, тогда

$$z^2 = \frac{1}{B} \cdot 10^{-\frac{\beta}{10}}. \quad (26)$$

Заметим, что для гласных и сонорных согласных звуков значение β порядка –40дБ.

На практике для удобства анализа точности оценки ЧОТ целесообразно использовать относительную ошибку, например заданную как

$$\delta_{f_0}^{(3\sigma)} = \frac{3 \cdot \sigma(\hat{f}_0 \mid f_0)}{f_0} \cdot 100\%, \quad (27)$$

с учетом выражения (22), получим

$$\delta_{f_0}^{(3\sigma)} = \frac{9\sqrt{2}}{\pi z f_0 T \sqrt{2L^2 + 3L + 1}} \cdot 100\%. \quad (28)$$

Используя формулу (26), преобразуем выражение (28) к виду

$$\delta_{f_0}^{(3\sigma)} = \frac{9\sqrt{2}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{L^2}{2L^2 + 3L + 1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{B}} \cdot 10^{\frac{\beta}{20}} \cdot 100\%. \quad (29)$$

На рис. 2 представлены графики зависимости относительной ошибки от количества гармоник L для разных значений ЧОТ при $\beta = -40$ дБ, $\tau_и = 0{,}3$ с; сплошной линии соответствует значение $f_0 = 150$ Гц, штриховой линии $f_0 = 200$ Гц, пунктирной линии $f_0 = 250$ Гц.

Зависимости относительной ошибки от количества гармоник L для разных значений β приведены на рис. 3, графики получены при ЧОТ $f_0 = 150$ Гц, $\tau_и = 0{,}3$ с; сплошной линии соответствует значение $\beta = -40$ дБ, штриховой линии $\beta = -35$ дБ, пунктирной линии $\beta = -30$ дБ.

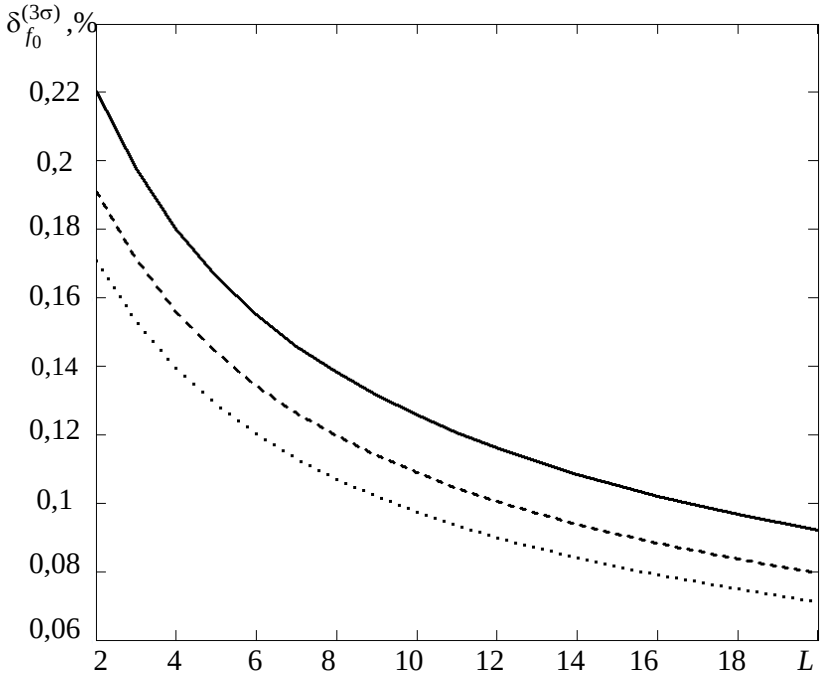

Рис. 2. Зависимость относительной ошибки от количества гармоник L для разных значений ЧОТ при $\beta = -40$ дБ

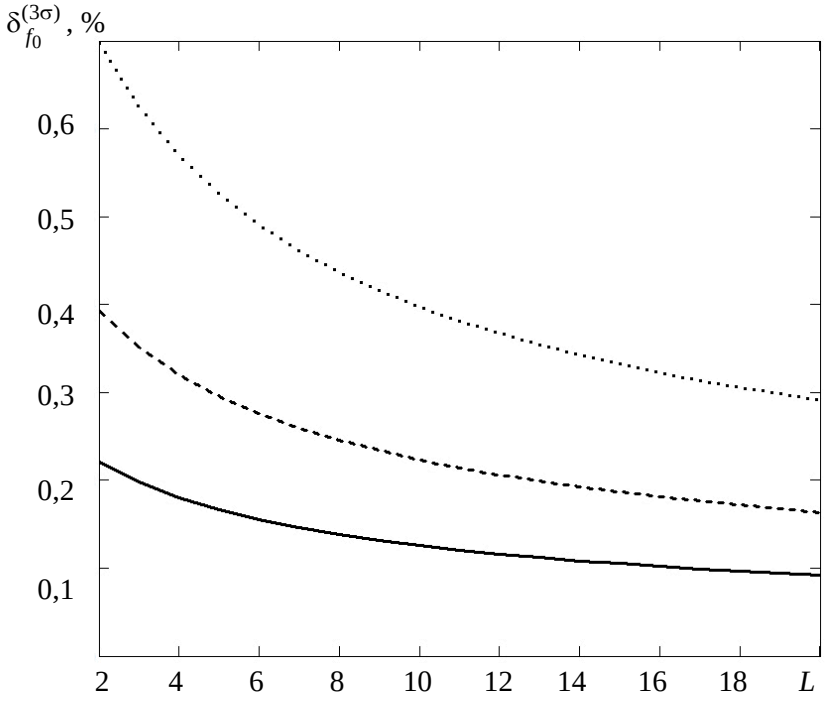

Рис. 3. Зависимость относительной ошибки от количества гармоник L для разных значений β при $f_0 = 150$ Гц

Из зависимостей на рис. 2, 3 следует, что при увеличении количества гармоник полигармонического несущего колебания при фиксированных других параметрах точность оценки ЧОТ возрастает. Заметим, что при увеличении ОСШ (увеличении ослабления шумовой компоненты относительно сигнальной) значение относительной ошибки уменьшается (рис. 3), также наблюдается большая точность оценки ЧОТ при увеличении значения ЧОТ (рис. 2).

Выводы

Следует отметить, что полученные выражения относительной ошибки и результаты анализа точностных характеристик оценки ЧОТ речевого сигнала при оптимальной временной обработке позволяют определить эффективность используемого метода в смысле потенциальной точности оценки частоты основного тона. Преимуществом метода максимального правдоподобия является высокая потенциальная точность оценки ЧОТ, особенно для речевых сегментов сильной вокализации (которым соответствуют большие значения ОСШ), к недостатку же следует отнести относительно большое время получения оценки ЧОТ.

Литература

1. *Levinson S.E.* Mathematical models for speech technology. John Wiley & Sons, 2005. 284 p.

2. *Chu W.C.* Speech coding algorithms: Foundation and evolution of standardized coders. John Wiley & Sons, 2003. 582 p.

3. *Голубинский А.Н., Булгаков О.М.* Математические модели речевых сигналов для верификации и идентификации личности по голосу: монография. Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010. 364 с.

4. *Гущина А.А., Голубинский А.Н.* Обобщённая математическая модель речевого сигнала для задач анализа и синтеза речи // Системы управления и информационные технологии. 2014. № 1.1. С. 131–135.

5. *Ролдугин С.В., Голубинский А.Н., Вольская Т.А.* Модели речевых сигналов для идентификации личности по голосу // Радиотехника. 2002. № 11. С. 79–81.

6. *Голубинский А.Н.* Стохастические модели речевого сигнала и их частные случаи в виде квазидетерминированных и детерминированных моделей // Телекоммуникации. 2009. № 9. С. 15–20.

7. *Лукин А.Н.* Радиофизические методы измерения параметров сложных источников излучения: дис. докт. физ.-мат. наук: 01.04.03. Воронеж, 1998. 415 с.

8. *Куликов Е.И., Трифонов А.П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.

Статья поступила в редакцию 27 октября 2016 года

УДК 621.396.98

ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДА *BPSK-LIKE* ПРИ ОБНАРУЖЕНИИ НАВИГАЦИОННОГО *BOC* СИГНАЛА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СИГНАЛОПОДОБНОЙ ПОМЕХИ НЕИЗВЕСТНОЙ МОЩНОСТИ

© Авторы, 2017

В.В. Неровный, к.т.н., доцент, e-mail: val.nerownyj@yandex.ru
Ю.С. Левицкая, преподаватель
В.С. Радько, курсант
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Рассмотрен алгоритм поиска-обнаружения BPSK-like навигационных сигналов с меандровой модуляцией в условиях сигналоподобной помехи неизвестной мощности. Приведены зависимости вероятности обнаружения BOC сигналов за три цикла поиска от отношения сигнал/помеха.

Ключевые слова: *навигационные BOC сигналы, алгоритм обнаружения BPSK-like.*

THE *BPSK-LIKE* METHOD EFFECTIVENESS FOR THE NAVIGATIONAL *BOC* SIGNAL DETECTION UNDER THE SIGNAL-LIKE JAMMING OF UNKNOWN POWER

V.V. Nerovniy, Ph.D. (Eng.), Associate Professor, e-mail: val.nerownyj@yandex.ru
Yu.S. Levitskaya, lecturer
V.S. Radko, cadet
Zhukovsky and Gagarin Air Force Academy (Voronezh)

A search and detection algorithm of meander-modulated BPSK-like navigational signals under the impact of signal-like jamming of unknown power is studied. The dependences of the BOC signal detection probability on signal-to-noise ratio in 3 search cycles are discussed.

Keywords*: navigational BOC signals, BPSK-like detection algorithm.*

Навигационные сигналы с дополнительной меандровой модуляцией (далее по тексту – *BOC* сигналы) имеют преимущества перед существующими *BPSK* сигналами, такие как большая точность измерения расстояния «потребитель–навигационный спутник», лучшая помехоустойчивость, меньшее влияние многолучевости на приём сигнала. В то же время навигационные *BOC* сигналы имеют существенный недостаток – автокорреляционную функцию с достаточно большими уровнями боковых лепестков, что существенно усложняет поиск и обнаружение таких сигналов [1]. Для поиска и обнаружения *BOC* сигналов используются методы обработки, несколько отличные от методов поиска и обнаружения *BPSK* сигналов, например алгоритм обнаружения *BPSK-like*, приведенный в работах [2, 3]. Анализ алгоритма поиска и обнаружения *BOC* сигналов показывает, что в качестве критерия обнаружения используется критерий Неймана–Пирсона [2, 3]. Характеристика алгоритма обнаружения *BPSK-like*, реализующая критерий Неймана–Пирсона, получена для случая известной априорно мощности помехи [3]. Однако на практике задача обнаружения сигнала в условиях помехи, мощность которой априорно известна, встречается весьма редко. Таким образом, доработка алгоритма обнаружения навигационных *BOC* сигналов в условиях априорной неопределённости статистических характеристик помехи, в частности её мощности, является актуальной задачей.

Цель работы – доработка *BPSK-like* алгоритма поиска и обнаружения навигационного *BOC* сигнала при воздействии сигналоподобной помехи.

Таким образом, для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

– задать математическое описание *BOC* сигнала и помехи;

– формализовать задачу поиска и обнаружения *BOC* сигналов в условиях сигналоподобной помехи;

– задать математическое описание *BPSK-like* алгоритма поиска и обнаружения *BOC* сигнала;

 ISSN 1995-7009

– доработать *BPSK-like* алгоритм поиска и обнаружения *BOC* сигналов при воздействии сигналоподобной помехи;

– провести расчёты и получить характеристики обнаружения доработанного алгоритма поиска и обнаружения *BOC* сигнала.

Рассмотрим решение приведенных выше задач.

Математическое описание BOC сигнала и помехи

В общем виде навигационный *BOC* сигнал можно представить как [2]

$$S(t) = A_0 M(t-\tau) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (1)$$

где $G_{\text{ДК}}(t-\tau)$ – функция дальномерного кода, модулирующая несущую сигнала и принимающая значения ±1; $M(t-\tau)$ – дополнительная меандровая модулирующая последовательность; A_0 – амплитуда сигнала; τ – задержка сигнала; ω_0 – частота сигнала; φ – случайная начальная фаза сигнала, равномерно распределённая на интервале от 0 до 2π;

Меандровая модулирующая последовательность $M(t)$ может быть представлена как

$$M(t) = \text{sign}\left[\sin 2\pi f_{\text{M}}(t)\right], \quad (2)$$

где $f_{\text{M}}(t) = 1/2\tau_{\text{M}}$ – тактовая частота меандровой последовательности; τ_{M} – длительность элементарного импульса меандровой последовательности. Необходимо отметить, что фаза дополнительной меандровой модулирующей последовательности синхронизирована с символами дальномерного кода.

Аналитически навигационный сигнал с меандровой модуляцией можно представить в виде $BOC(f_{\text{M}}, f_{\text{ДК}})$, где $f_{\text{ДК}}$ – частота следования символов дальномерного кода. Обычно частоты $f_{\text{M}}, f_{\text{ДК}}$ выбираются кратными некоторой базовой частоте f_{C} (например, в *GPS* и ГЛОНАСС f_{C} = 1,023 МГц), т.е. $f_{\text{M}} = m \cdot f_{\text{C}}$ и $f_{\text{ДК}} = n \cdot f_{\text{C}}$. Тогда для записи сигнала используется сокращённая форма $BOC(m,n)$ [4].

В реальных условиях обнаружения *BOC* сигнала в качестве сигналоподобной помехи может быть рассмотрена помеха типа *BPSK*(*n*). Сигналоподобная помеха может быть представлена в виде

$$S_{\text{П}}(t) = A_0 G_{\text{П}}(t-\tau_1)\cos((\omega_0+\omega_1)t + \varphi_{\text{П}}), \quad (3)$$

где $G_{\text{П}}(t-\tau_1)$ – функция псевдослучайной последовательности, модулирующая несущую сигналоподобной помехи и принимающая значения ±1; A_0 – амплитуда сигналоподобной помехи; τ_1 – задержка сигналоподобной помехи; $(\omega_0+\omega_1)$ – частота сигналоподобной помехи; $\varphi_{\text{П}}$ – случайная начальная фаза сигналоподобной помехи.

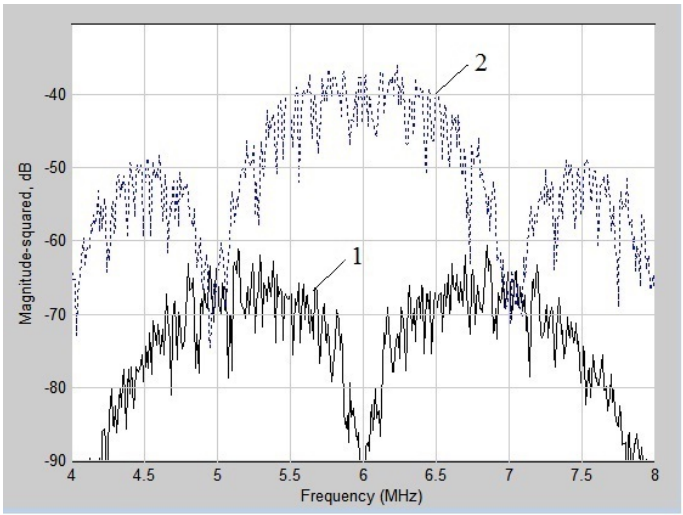

Рис. 1. Спектральные плотности мощности сигнала (1) и сигналоподобной помехи (2)

Постановка задачи поиска и обнаружения сигнала в условиях помех

Сигнал в условиях сигналоподобной помехи на входе устройства поиска и обнаружения можно представать в виде [2]

$$y(t) = \theta S(t,\tau) + S_{\Pi}(t) + n(t), \qquad (4)$$

где $S_{\Pi}(t)$ – сигналоподобная помеха; $n(t)$ – гауссовский шум, ограниченный полосой частот ВЧ-приёмника. Параметр θ определяет наличие навигационного сигнала в принимаемой реализации (4).

Ставится задача определения наличия навигационного сигнала (значение параметра θ), а также оценки информационного параметра сигнала – задержки τ. При дальнейшем рассмотрении алгоритмов, которые различаются только методами поиска сигнала по задержке, методы поиска по частоте не рассматриваются, т.е. предполагается, что частота сигнала известна.

Математическое описание алгоритма поиска и обнаружения BOC сигналов

Существенной особенностью поиска и обнаружения *BOC* сигналов является наличие многомодальной автокорреляционной функции (АКФ), что связано с наличием дополнительной меандровой модуляции [2]. Автокорреляционная функция сигнала *BOC*(1,1) приведена на рис. 2.

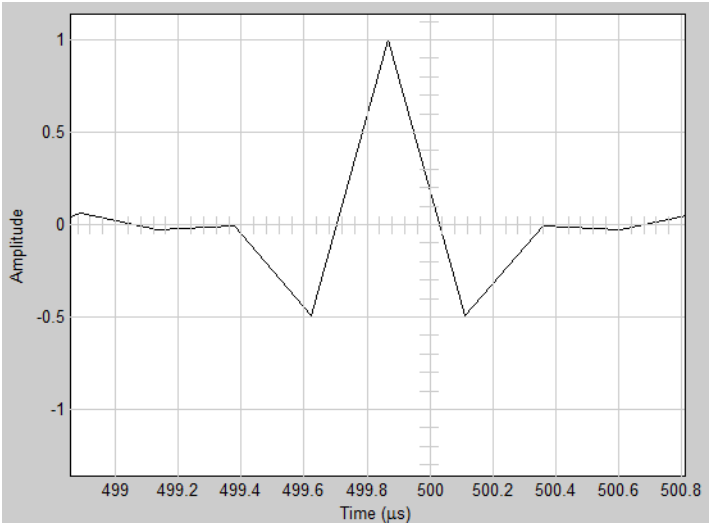

Рис. 2. Автокорреляционная функция сигнала *BOC*(1,1)

Наличие боковых пиков автокорреляционной функции *BOC* сигналов приводит к ошибочному определению главного пика АКФ, т.е. к ухудшению характеристик обнаружения. Для устранения влияния многомодальности АКФ *BOC* сигналов используются различные подходы, например алгоритм *BPSK-like*.

В алгоритме *BPSK-like* спектральная плотность мощности навигационного *BOC* сигнала представляется в виде суммы двух *BPSK* сигналов, смещённых в спектральной области на частоту меандра (см. рис. 2) [3]. Такое представление *BOC* сигнала позволяет осуществлять раздельную обработку «верхней» и «нижней» части спектра как отдельных *BPSK* сигналов с последующим их суммированием в соответствии с выражениями [3]

$$I_B = \int_0^T y(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos(\omega_{\text{В}} t)dt, \qquad (5)$$

$$Q_B = \int_0^T y(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\sin(\omega_{\text{В}} t)dt, \qquad (6)$$

$$I_{\text{Н}} = \int_0^T y(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos(\omega_{\text{Н}} t)dt, \qquad (7)$$

$$Q_{\text{Н}} = \int_0^T y(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\sin(\omega_{\text{Н}} t)dt. \qquad (8)$$

При этом значения поднесущих частот опорных сигналов $\omega_{\text{В}}$, $\omega_{\text{Н}}$ определяются как

$$\omega_{\text{В}} = \omega_0 + \omega_{\text{М}}, \qquad (9)$$

$$\omega_{\text{Н}} = \omega_0 - \omega_{\text{М}}, \qquad (10)$$

где $\omega_{\text{М}} = 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{М}}$.

Напряжение на выходе канала поиска навигационного сигнала определяется как

$$X = \sqrt{Q_{\text{В}}^2 + Q_{\text{Н}}^2 + I_{\text{В}}^2 + I_{\text{Н}}^2}\,. \qquad (11)$$

Обнаружение *BOC* сигнала осуществляется в условиях неизвестной мощности сигналоподобной помехи. При обнаружении сигналов чаще всего используется критерий Неймана–Пирсона, который реализуется в соответствующих устройствах–обнаружителях. В соответствии с критерием Неймана–Пирсона порог обнаружения задаётся согласно выражению, приведенному в [5]:

$$\tilde{h} = \sqrt{-\ln F}, \qquad (12)$$

где $\tilde{h}$ – нормированный порог обнаружения; F – заданный уровень вероятности ложной тревоги.

Нормированный порог обнаружения определяется в соответствии с выражением [5]

$$\tilde{h} = \frac{h}{\sqrt{\frac{N_0 T}{2}}}, \qquad (13)$$

где h – порог обнаружения; N_0 – спектральная плотность мощности помехи типа «белый гауссовский шум», попадающая в полосу частот обнаруживаемого сигнала; T – длительность обнаруживаемого сигнала.

Тогда напряжение помехи можно определить как

$$U_{\text{П}} = \sqrt{\frac{N_0 T}{2}}. \qquad (14)$$

С учетом (14) окончательное выражение для порога обнаружения принимает следующий вид:

$$h = U_{\text{П}} \sqrt{-\ln F}. \qquad (15)$$

Анализ выражения (15) показывает, что порог обнаружения в соответствии с критерием Неймана–Пирсона зависит от напряжения помехи на выходе обнаружителя и заданного уровня вероятности ложной тревоги.

Синтез канала оценки мощности помехи

Необходимо отметить, что решение задачи обнаружения *BPSK* сигналов на фоне гауссовских помех с неизвестной мощностью приведено в [6, 7]. В результате решения этой задачи синтезированы схемы оптимальных и квазиоптимальных обнаружителей *BPSK* сигналов, в которые добавлены каналы оценки мощности помехи.

Представим синфазную и квадратурную составляющие на выходах корреляторов для «верхней» поднесущей *BOC* сигнала как сумму сигнальной и помеховой компонент:

$$I_{\text{В}} = \int_0^T (S(t) + n(t)) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos(\omega_{\text{В}} t)dt = U_{I,\text{С}} + U_{I,\text{П}}, \qquad (16)$$

$$= Q_{\text{В}} = \int_0^T (S(t) + n(t)) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\sin(\omega_{\text{В}} t)dt = U_{Q,\text{С}} + U_{Q,\text{П}}. \qquad (17)$$

Величины $U_{I,\text{С}}$, $U_{I,\text{П}}$, $U_{Q,\text{С}}$, $U_{Q,\text{П}}$ определяются в соответствии с выражениями

$$U_{I,\text{С}} = \int_0^T S(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos(\omega_{\text{В}} t)dt, \qquad (18)$$

$$U_{Q,\text{С}} = \int_0^T S(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\sin(\omega_{\text{В}} t)dt, \qquad (19)$$

$$U_{I,\text{П}} = \int_0^T n(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos(\omega_{\text{В}} t)dt, \qquad (20)$$

$$U_{Q,\text{П}} = \int_0^T n(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\sin(\omega_{\text{В}} t)dt. \qquad (21)$$

Аналогичные соотношения можно получить для синфазной и квадратурной составляющих на выходах корреляторов для «нижней» поднесущей *BOC* сигнала. Необходимо отметить, что напряжения $U_{I,\text{С}}$, $U_{I,\text{П}}$, $U_{Q,\text{С}}$, $U_{Q,\text{П}}$ на выходе корреляторов распределены по гауссовскому закону с математическими ожиданиями и равными дисперсиями [5]:

$$m_I = M[I_{\text{В}}] = \int_0^T S(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos(\omega_{\text{В}} t)dt = E\cos\varphi, \qquad (22)$$

$$m_Q = M[Q_{\text{В}}] = \int_0^T S(t) G_{\text{ДК}}(t-\tau)\sin(\omega_{\text{В}} t)dt = -E\sin\varphi, \qquad (23)$$

где E – энергия сигнала;

$$\sigma^2 = M\left[(I_{\text{В}} - M[I_{\text{В}}])^2\right] = M\left[(Q_{\text{В}} - M[Q_{\text{В}}])^2\right] =$$

$$= M\left[\left(\int_0^T n(t)G_{\text{ДК}}(t-\tau)\cos(\omega_{\text{В}}t)dt\right)^2\right] = \frac{N_0 T}{4}, \quad (24)$$

где N_0 – спектральная плотность мощности помехи; T – длительность сигнала.

Аналогичные соотношения можно получить для математического ожидания и дисперсии синфазной и квадратурной составляющих на выходах корреляторов для «нижней» поднесущей *BOC* сигнала.

Анализ выражений (22) и (23) показывает, что значение математического ожидания при любых значениях начальной фазы обнаруживаемого сигнала не является нулевым. Таким образом, наличие сигнальной компоненты будет приводить к ошибкам вычисления мощности помехи. Для уменьшения ошибки вычисления мощности помехи необходимо осуществлять минимизацию сигнальных компонент в выражениях (16) и (17).

Одним из возможных способов уменьшения влияния сигнальной компоненты на точность вычисления мощности помехи является умножение в корреляторах входной реализации $y(t)$ на квазиортогональные сигналы [6, 7]. Значение сигнальной компоненты в результате перемножения на опорный квазиортогональный сигнал составляет [6]

$$U_{I,\text{С}} = \int_0^T S(t)S(t)_{\text{КОРТ}}dt \approx 1/\sqrt{B}, \quad (25)$$

где $S(t)_{\text{КОРТ}}$ – опорный квазиортогональный сигнал; B – база сигнала.

Анализ выражения (25) показывает, что в результате перемножения входной реализации $y(t)$ и опорного квазиортогонального сигнала в корреляторе происходит уменьшение уровня сигнальной компоненты в $\sqrt{B}$ раз. Квазиортогональность опорного сигнала $S(t)_{\text{КОРТ}}$ достигается выбором соответствующей псевдослучайной последовательности (ПСП). Степень квазиортогональности оценивается уровнем боковых лепестков функции взаимной корреляции опорной ПСП и ПСП дальномерного кода обнаруживаемого навигационного сигнала. В качестве квазиортогональных ПСП наиболее широко используются М-последовательности ввиду простоты генерации и хороших взаимокорреляционных свойств [6].

Тогда, используя представление *BOC* сигнала как сумму двух *BPSK* сигналов, смещённых в спектральной области на частоту меандра, сигналы на выходах корреляторов канала оценки мощности помехи можно представить в виде

$$I_{\text{ПВ}} = \int_0^T y(t)G_{\text{КОРТ}}(t)\cos(\omega_{\text{В}}t)dt, \quad (26)$$

$$Q_{\text{ПВ}} = \int_0^T y(t)G_{\text{КОРТ}}(t)\sin(\omega_{\text{В}}t)dt, \quad (27)$$

$$I_{\text{ПН}} = \int_0^T y(t)G_{\text{КОРТ}}(t)\cos(\omega_{\text{Н}}t)dt, \quad (28)$$

$$Q_{\text{ПН}} = \int_0^T y(t)G_{\text{КОРТ}}(t)\sin(\omega_{\text{Н}}t)dt, \quad (29)$$

где $G_{\text{КОРТ}}(t)$ – ортогональная псевдослучайная последовательность.

Напряжение на выходе канала оценки мощности помехи можно записать как

$$U_{\text{П}} = \sqrt{Q_{\text{ПВ}}^2 + Q_{\text{ПН}}^2 + I_{\text{ПВ}}^2 + I_{\text{ПН}}^2}. \quad (30)$$

Вычисленные значения напряжения помехи используются для определения порога обнаружения в соответствии с выражением (15).

В качестве показателя эффективности поиска сигнала выберем вероятность окончания поиска правильным обнаружением за три цикла P [8]:

$$P = \sum_{j=1}^{3} P_{\text{ЦПР}}(1-P_{\text{Ц}})^{j-1}, \quad (31)$$

где $P_{\text{ЦПР}}$ – вероятность окончания поиска на одном цикле правильным обнаружением; $P_{\text{Ц}}$ – вероятность окончания поиска на одном цикле.

Вероятность окончания поиска на одном цикле правильным обнаружением равна

$$P_{\text{ЦПР}} = D(1-F)^{L-1}, \quad (32)$$

где L – число ячеек неопределённости по задержке.

Вероятность окончания поиска на одном цикле равна

$$P_{\text{Ц}} = 1-(1-D)(1-F)^{L-1}, \quad (33)$$

где D – вероятность правильного обнаружения навигационного сигнала.

Под одним циклом поиска будем понимать один просмотр всех ячеек неопределённости по задержке и частоте. Для определения вероятности правильного обнаружения навигационного сигнала используем метод статистических испытаний, тогда [9]

$$D = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\delta_k(X), \qquad (34)$$

где N – общее количество опытов; X – значение статистики на входе порогового устройства в k-м испытании; δ_k – индикаторная переменная, причём $\delta_k(X)=1$, если $X \ge h$, и $\delta_k(X)=0$, если $X < h$.

Потребное число испытаний определяется заданной точностью моделирования [9]. Например, при точности моделирования $\varepsilon = 0,05$ и доверительной вероятности 0,9 потребное число испытаний составляет 190.

Для определения вероятности P окончания поиска правильным обнаружением за три цикла с использованием ЭВМ разработана модель обнаружителя навигационного *BOC* сигнала.

Для определения вероятности P было проведено моделирование. При расчётах рассмотрен навигационный *BOC*(1,1) сигнал, предполагаемый к использованию в глобальной навигационной спутниковой системе ГЛОНАСС после 2020 года. Параметры сигнала *BOC*(1,1) приведены в [10].

В качестве сигналоподобной помехи рассмотрена помеха типа *BPSK*(1).

Получены зависимости P от нормированной отстройки несущей частоты помехи при различных значениях s/j, приведенные на рис. 3.

Анализ графиков, приведенных на рис. 3, показывает:

– при нулевой отстройке сигналоподобная помеха типа *BPSK*(1) практически не ухудшает помехоустойчивость поиска и обнаружения сигнала *BOC*(1,1);

– существует значение отстройки несущей частоты помехи типа *BPSK*(1), равное $\delta f = 0,6$, при котором вероятность обнаружения сигнала *BOC*(1,1) минимальна, что соответствует случаю, когда спектр помехи полностью «накрывает» один из лепестков спектра сигнала.

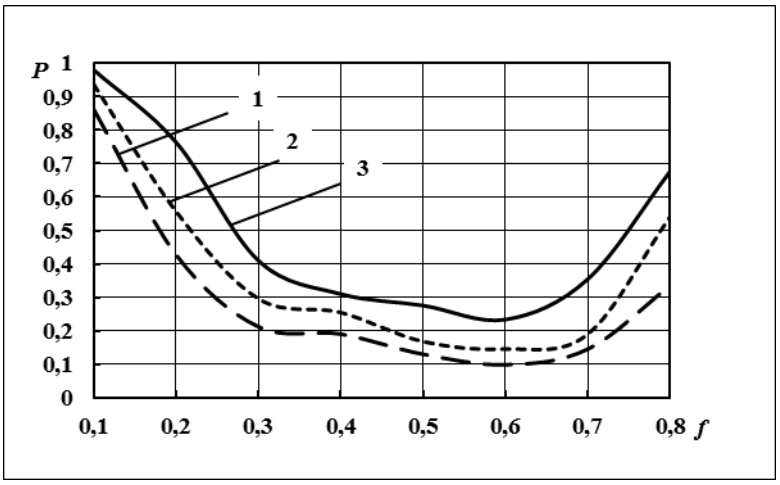

Рис. 3. Зависимости вероятности обнаружения сигнала *BOC*(1,1) от нормированной отстройки несущей частоты помехи: 1 – при $s/j = -34$ дБ; 2 – при $s/j = -32$ дБ; 3 – при $s/j = -30$ дБ

С помощью разработанной математической модели получены зависимости вероятности P от отношения сигнал/помеха s/j на входе канала поиска и обнаружения при заданном уровне вероятности ложных тревог $F = 10^{-5}$ для *BOC*(1,1) сигнала ГЛОНАСС, приведенные на рис. 4.

Анализ графика, приведенного на рис. 4, показывает, что помехоустойчивость поиска и обнаружения сигнала *BOC*(1,1) при воздействии сигналоподобной помехи типа *BPSK* (при отстройке $\delta f = 0,6$) ухудшается на 3–4 дБ в отличие от случая, когда воздействует гауссовская помеха.

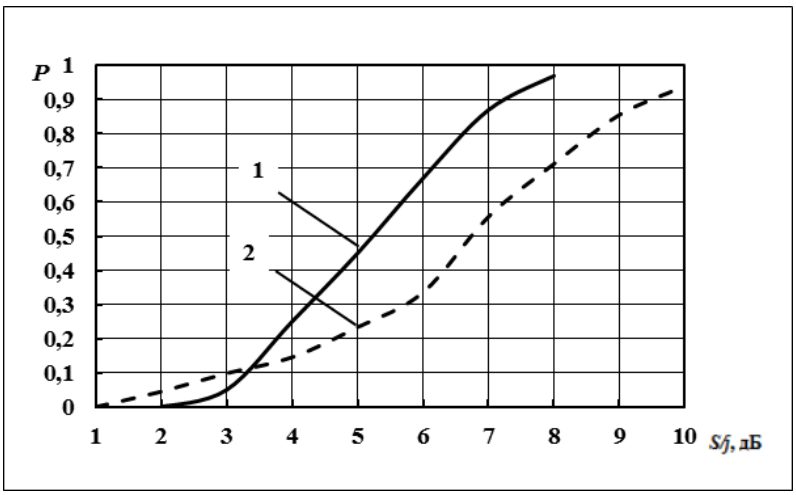

Рис. 4. Вероятность обнаружения сигнала *BOC*(1,1) при воздействии:
1 – гауссовской шумовой помехи; 2 – сигналоподобной помехи

Таким образом, результаты могут быть использованы отечественными производителями навигационной аппаратуры потребителей для разработки мер помехозащиты при поиске и обнаружении сигналов с меандровой модуляцией в условиях помех типа *BPSK*.

Литература

1. *Болденков Е.Н., Липа И.В., Шатилов А.Ю.* Модифицированный метод некогеретного накопления при поиске сигналов с модуляцией *BOC* (*n, m*) // Радиотехника. 2011. № 7. С. 100–104.

2. *Болденков Е.Н.* Сравнительный анализ алгоритмов обнаружения радионавигационных сигналов с модуляцией вида *BOC* (*m, n*) // Радиотехника. 2008. № 7. С. 33–37.

3. *Болденков Е.Н., Липа И.В., Днепров Д.В*. Экспериментальное исследование характеристик поиска навигационных радиосигналов с модуляцией *BOC* // Радиотехника. 2015. № 12. С. 123–127.

4. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

5. *Перов А.И.* Методы и алгоритмы оптимального приёма сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем. М.: Радиотехника, 2012. 240 с.

6. Помехозащищённость систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / Под ред. В.И. Борисова. М.: Радио и связь, 2003. 640 с.

7. Методы анализа и синтеза в прикладных задачах навигации, связи и управления / Под ред. А.В. Коренного. М.: Радиотехника, 2015. 240 с.

8. Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах / Под ред. Ю.М. Казаринова. М.: Сов. радио, 1975. 296 с.

9. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2001. 315 с.

10. *Перов А.И*. Основы построения спутниковых радионавигационных систем. М.: Радиотехника, 2012. 240 с.

Статья поступила в редакцию 19 октября 2016 года

УДК 338.45

ВЫБОР НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ ДОЧЕРНЕГО ПРЕДПРИЯТИЯ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

© Авторы, 2017

Е.В. Штефан, к.э.н., начальник финансового отдела, АО «ВНИИ «Вега», e-mail: box@vega.techno-r.ru
Ю.Б. Нечаев, д.ф.-м.н., профессор, Воронежский государственный университет,
e-mail: nechaev_ub@mail.ru

В статье анализируются проблемы, с которыми связан выбор направления развития дочернего предприятия по гражданской тематике инновационного направления. Отмечается, что подобные предприятия, выполняющие работу по спецтехнике, для осуществления конверсии не получают поддержки на государственном уровне. Предполагается осуществить целый ряд мер для поддержки со стороны государства предприятиям, которые разрабатывают и изготавливают инновационную продукцию гражданского назначения.

***Ключевые слова**: концерн, дочернее предприятие, конверсия, диверсификация.*

CHOOSING THE LINE OF AFFILIATE DEVELOPMENT IN THE CURRENT ENVIRONMENT

E.V. Shtefan, Ph.D. (Econ.), Finance Director, JSC «VRDI «Vega», e-mail: box@vega.techno-r.ru
Yu.B. Nechayev, Dr. Sci. (Phys. and Math.), Professor, Voronezh State University, e-mail: nechaev_ub@mail.ru

The article deals with the problems of choice of the line of development for a civil innovation affiliate. It is shown that such affiliates using specialized machinery for conversion receive poor state support. It is proposed to assume a number of measures to provide the government support to the enterprises that develop and produce innovative civilian products.

***Keywords**: concern, affiliate, conversion, diversification.*

Современные условия российской действительности чрезвычайно сложны для анализа с точки зрения выбора направления развития дочернего предприятия. С одной стороны, ставка в работе предприятия только на оборонные заказы связана с большими рисками, учитывая, что ресурсы, выделяемые в бюджете РФ на оборонные заказы, скорее всего, будут постоянно снижаться. С другой стороны, осуществление конверсии (диверсификации) в сторону гражданской продукции связано с еще большими рисками, поскольку импортная гражданская продукция намного дешевле отечественной. В этих условиях, проанализировав динамику развития одного из дочерних предприятий Концерна «Созвездие», попытаемся определить возможные варианты оптимального подхода к проблеме выбора направлений развития данного конкретного предприятия с точки зрения минимальных рисков для его существования.

Учитывая, что конкурируют на рынке не концерны, а их дочерние предприятия, все вопросы, связанные с их инновационным развитием им приходится решать самим, безусловно, с учетом мнения корпоративного центра, учитывая связанность сфер деятельности предприятий [1].

Итоги работы предприятия за последние три года показывают, что объемы выполненных работ на 100% относятся к спецтехнике в интересах силовых структур. Однако предприятием делаются попытки проведения работ по гражданской тематике за счет незначительных внутренних резервов в виде чистой прибыли. Руководством предприятия делается все возможное для того, чтобы условия внутри предприятия способствовали инновационному развитию: разработаны стратегии и программы инновационного и инвестиционного развития, осуществлено эффективное техперевооружение, принято на работу большое количество молодых специалистов, откорректирована структура предприятия под разработанную стратегию, приобретены программные продукты под развитие новых прогрессивных технологий.

Проделанная на предприятии работа позволила создать инновационную инфраструктуру, способствующую поиску новых направлений развития предприятия. Инновационная инфраструктура предприятия представлена на рисунке.

Инновационная инфраструктура предприятия по реализации идеи
с доведением ее в виде продукта до потребителя

Под новые направления работ создаются структурные подразделения в виде отделов, секторов, групп, приглашаются консультанты из вузов, материнской компании.

Новые подразделения комплектуются молодежью с творческим уклоном. На энтузиазме проводится много новых поисковых работ, связанных с исследованием незанятых рыночных ниш.

Однако средств для проведения подобных работ недостаточно. К сожалению, предприятие для осуществления конверсии не получает никакой поддержки от государства ни в форме инвестиций, ни в форме законодательных актов.

В связи с этим имеется насущная необходимость решить вопросы инновационного развития на законодательном уровне. Это вопросы, позволяющие предприятию не платить налоги с прибыли, используемой для инновационного развития, не отчислять от прибыли средства для вышестоящих инстанций, получать льготные кредиты, определять рыночные ниши потребной гражданской продукции, облагать высокими таможенными платежами импортную продукцию на определенный период. Тогда, используя поддержку со стороны государства, предприятие смогло бы выпускать продукцию двойного назначения: для внутреннего использования и на экспорт.

Однако, как показывает опыт в основном западных фирм, но отчасти и российских, осуществление конверсии связано с очень большими трудностями как технического, так и идеологического характера. Не исключено, что подразделения предприятия, которые будут осуществлять конверсионную деятельность, необходимо будет отделять от подразделений, работающих на оборонную продукцию, поскольку спецтехника разрабатывается и изготавливается по принципу «любой ценой», чтобы добиться качества и надежности, а гражданская продукция, из-за наличия жесткой конкуренции, должна изготавливаться по минимальной цене, т.к. ее потребитель – широкий круг населения.

Ставка руководства предприятия должна делаться как на совершенствование и дальнейшее развитие направлений оборонной тематики, так и на развитие инновационной продукции двойного назначения.

При этом следует иметь в виду, что возможно придется осуществлять как связанную, так и не связанную диверсификацию, то есть осуществлять работы, не связанные с прежней

технологией. Такой подход уменьшает риски, не оказывающие столь большого влияния на предприятие агрессивной внешней среды непредсказуемого характера и учитывающие сложное экономическое состояние страны.

Таким образом, анализируемое предприятие создало инновационную инфраструктуру экономического, научного, организационного, интеллектуального и производственного характера, подкрепленную удачно подобранным персоналом, которая в состоянии решать самые сложные задачи по разработке и изготовлению инновационной продукции как гражданского, так и оборонного назначения. Для реализации созданного потенциала предприятию необходима поддержка на государственном и региональном уровне.

Литература

1.*Штефан В.И., Штефан Е.В., Лутченко В.Г., Лутченко Т.В*. Формирование стратегии развития предприятия, входящего в интегрированную структуру. Монография. Воронеж, 2016. 128 с.

Статья поступила в редакцию 18 января 2017 года

Адрес редакции:

394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, 14
АО «Концерн «Созвездие»,
редакция журнала «Теория и техника радиосвязи»
Тел.: (473) 259-37-05
Факс: (473) 235-50-88
E-mail: tnn@sozvezdie.su