ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 4/2014

Воронеж 2014

Главный редактор
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель
докт. техн. наук, проф., чл.-кор. РАН
В.И. БОРИСОВ

Зам. председателя
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

докт. физ.-мат. наук, проф.
Э.К. АЛГАЗИНОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
А.С. БАГДАСАРЯН (г. Москва)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
А.С. БУГАЕВ (г. Москва)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.И. КУЗНЕЦОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, с.н.с.
И.И. МАЛЫШЕВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф.
Ю.Б. НЕЧАЕВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.Н. ПОВЕТКО (г. Воронеж)
докт. техн. наук, доцент
А.Ю. САВИНКОВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
А.С. СИГОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.С. СУХОРУКОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.М. ТИХОМИРОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.Н. ТОЛСТЫХ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.А. ЦИМБАЛ (г. Серпухов)
докт. техн. наук, проф.
А.П. ЯРЫГИН (г. Воронеж)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издаётся с 1966 года.

Выходит 6 раз в год.

В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов ОАО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки методов совмещения телекоммуникационных, измерительных и управляющих систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 05.12.00 «Радиотехника и связь» и смежным специальностям группы 05.13.00 «Информатика, вычислительная техника и управление».

Журнал входит в Перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ
для опубликования основных результатов диссертаций
на соискание учёной степени доктора и кандидата наук.

Учредитель и издатель:

ОАО «Концерн «Созвездие»

Издание зарегистрировано
в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-36740 от 1 июля 2009 г.

Подписной индекс
по Каталогу российской прессы
«Почта России» – 72972

Сайт в Интернете:
www.sozvezdie.su

Набор и верстка компьютерные
Формат 60×88 ⅛. Уч.-изд. л. – 12,5
Тираж 200 экз. Заказ № 84
Подписано в печать 6.11.2014 г.

© ОАО «Концерн «Созвездие», 2014

С О Д Е Р Ж А Н И Е

№ 4, 2014

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАДИОСВЯЗИ

Перехват управления инфокоммуникационных систем
Алферов А.Г., Белицкий А.М., Степанец Ю.А., Толстых Н.Н. ……..…….……..… 5

Сравнение времени установления соединения в беспроводной сети при управляемом и конкурентном доступах к разделяемой среде передачи информации
Епифанцев А.А., Елфимова Н.Н., Винокурова Н.Н. ……..…...……. 14

Помехоустойчивость метода беспроводной передачи информации на основе модуляции сменой структуры периодического шумоподобного сигнала
Ефремов Р.А. …..……. 20

Моделирование структурных помех в динамичной электромагнитной обстановке
Коробова А.Д., Хромых Е.А. …...……. 27

Расширение частотного диапазона радиоприёмных устройств при использовании двух частот дискретизации
Маковий В.А. …...…….……. 35

Решение задачи дифракции на объекте сложной геометрической формы
Николаев В.И., Сосунов Б.В., Бородулин Р.Ю., Лукъянов Н.О. …….……. 40

Моделирование маршрутизации в беспроводной ячеистой сети с адаптацией к воздействию нескольких источников помех
Стромов А.В., Нечаев Ю.Б., Баев А.Д. ……..…….……. 46

Выбор сигнально-кодовых конструкций для радиолинии управления критическими объектами
Чупеев С.А., Белицкий А.М. ……..……..…….. 53

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

Расчет диплексера, имеющего полиномиальные характеристики передачи чебышевского типа
Гудков В.В., Филатов С.Н. …….……..…….. 62

Вычислительный алгоритм автоматической настройки антенного согласующего устройства на длинной линии
Ермолаев В.В., Жуков В.М. …….. 77

Упрощение описания траекторий движения последовательного колебательного контура в пространстве состояний
Назаров Н.М. …….. 84

РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ
И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА РАДИОСВЯЗИ

Выбор варианта антенны RFID метки на основе метода анализа иерархий
Козырев Р.В. …….……..…….. 89

Расчет согласующих цепей передатчиков и анализ настройки
Кочетков А.А. …….. 97

Дискретная модель синтезатора частот с коммутируемой полосой пропускания
Романов С.К., Тихомиров Н.М., Марков И.А., Рахманин Д.Н. ……..... 102

РАЗНОЕ

Разложение на простые дроби характеристической функции решающей статистики обнаружителя, имеющей гипер-гамма-распределение
Сличенко М.П. …….……..……... 109

УДК 519.7:621.39

ПЕРЕХВАТ УПРАВЛЕНИЯ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А.Г. Алферов, к.т.н., тел.: (473) 252-23-42
А.М. Белицкий, аспирант, тел.: 8-926-800-35-37
Ю.А. Степанец, ст. программист, тел.: 8-915-549-87-32
Н.Н. Толстых, д.т.н., профессор, нач. службы, e-mail: tnn@sozvezdie.su
ОАО «Концерн «Созвездие»

На основе формализованного представления информационного конфликта в виде двух конкурирующих контуров управления рассматривается возможность перехвата управления инфокоммуникационной системой за счет нейтрализации одного из процессов (контуров). На основе определения ранга управляемости инфокоммуникационной системы предложен метод определения ее состояний, при которых возможен перехват управления.

Ключевые слова: *инфокоммуникационная система, информационный конфликт, управление, ранг управляемости, перехват управления, информационное воздействие.*

INFOCOMMUNICATIONAL SYSTEM CONTROL INTERCEPTION

A.G. Alfyorov, Ph.D. in Engineering Sciences, tel.: (473) 252-23-42
A.M. Belitsky, graduate, tel.: 8-926-800-35-37
Yu.A. Stepanets, senior programmer, tel.: 8-915-549-87-32
N.N. Tolstykh, D.D. in Engineering Sciences, professor, head of department, e-mail: tnn@sozvezdie.su
JSC «Sozvezdie «Concern»

An interception opportunity of infocommunicational system control at the expense of one of the processes (loops) neutralization is considered on the basis of formalized view of informational conflict looking as two competitive control loops. On the basis of infocommunicational system range detection the method of its conditions, at which the takeover of control is probable, is offered.

Keywords: *infocommunicational system, informational conflict, control, range control, takeover of control, informational influence.*

Интенсификация процесса внедрения в различные области социально-технических комплексов инфокоммуникационных систем сделала их объектом внимания со стороны как физических лиц, так и государственных учреждений, обеспечивающих, с одной стороны, их информационную безопасность, а с другой – организацию информационных воздействий на всех уровнях реализации целевых функций этими системами. Существенное возрастание противоречий между альтернирующими процессами развития средств и методов информационного воздействия и защиты информации в этих системах, принятие концепций кибервойны привело к смещению целей информационных воздействий от традиционных нарушений гармонизированных показателей целостности, конфиденциальности и доступности к полному перехвату управления. Это стало особенно важным при решении задач в сферах государственного и военного управления.

При этом необходимо отметить переход от случайных (в большинстве случаев) деструктивных воздействий к организованным на системном уровне комплексам воздействий, среди которых только незначительная доля относится к деструктивным, а большинство направлено на коррекцию процесса управления. Это, в свою очередь, обусловило заметное возрастание уровня априорной неопределенности данных как о параметрах и методах проведения воздействий, так и их целях, что существенно сказалось на априорной оценке эффективности предполагаемых действий обеих конфликтующих сторон и привело к невозможности реализовать оптимальный или квазиоптимальный процесс управления ресурсами. Фактически, любой информационный конфликт можно свести к борьбе за приоритет в управлении ресурсами и, естественно, системой в целом, а формализованное пред-

ставление информационного конфликта – к процедуре снятия неопределенности в ходе реализации целевых функций и управления доступными ресурсами конфликтующих сторон [1, 2].

В этих условиях представляется весьма актуальным решение задачи об оценке возможности перехвата управления и выделении некоторой совокупности условий реализации целевой функции операционной среды инфокоммуникационной системы, при которых это возможно, тем более что формализованное представление двух (или более) контуров управления, реализующих кодовой (или сигнальной) последовательностью некоторое целевое состояние, не позволяет в реальных системах выделить эти состояния и, тем более, разделить потоки, направленные на их реализацию.

В связи с этим основной целью настоящей статьи является обоснование методического подхода к выделению признаков «критических» состояний системы управления инфокоммуникационного комплекса, в которых вероятность перехода под управление одного из реализуемых процессов максимальна. При наличии такого аппарата задача проведения информационного воздействия типа «перехват управления» сводится к реализации таких условий. Это, в свою очередь, приводит к необходимости решать в зависимости от цели (перехват управления или защита от него) прямую или обратную задачу на основе уравнения баланса информационного ресурса [1, 2].

Формализованная постановка задачи

В общем случае, как отмечено выше, информационный конфликт можно представить в виде нескольких процессов, порожденных *k*-м объектом и реализуемых множеством кодовых (или сигнальных) последовательностей $U^k_{j,i} = U^k_j(t_i)$, синтезируемых, хранящихся и циркулирующих в операционной среде произвольной инфокоммуникационной системы. Однако свести их только к двум базовым конкурирующим процессам аналогично подходу, предложенному в [1], для получения в результате выполнения управляющего сигнала требуемого целевого состояния $S^k_j\{U_i, \Sigma U_i\}$ возможно только в ограниченном диапазоне условий.

При этом необходимо отметить, что задача перехвата управления обычно не является конечной целью информационного воздействия, а в соответствии с современной концепцией кибервойн выступает лишь как средство для реализации целевых функций в отношении оконечного оборудования. Однако в локальном диапазоне условий при попарном рассмотрении всей совокупности реализуемых в инфокоммуникационной системе процессов она может рассматриваться и в качестве основной [1]. То есть в широком смысле под целевым состоянием S_j процесса U_j можно понимать точку в пространстве состояний системы $S_j\{U_i, \Sigma U_i\}$, в которой конкретный процесс получает управление над системой, то есть становится управляющим по отношению ко всем другим процессам.

Однако реальное состояние инфокоммуникационной системы S_R, порожденное суммарным потоком кодовых комбинаций (сигналов), зависит от значения обобщенного вектора параметров системы или ее элемента $X_j = \{x_j(t)\}$, управление которым реализуется суммарным потоком кодовых или сигнальных последовательностей U_i, и, строго говоря, собственного изменения состояния системы S_R вследствие реализации ей своей целевой функции (основной или частных). Для цифровой инфокоммуникационной системы с дискретным изменением состояний справедливо

$$S_R(t_i) = F\{X(t_i), U_j(t_i), \Sigma U_{i,j}(t_i)\}. \qquad (1)$$

Очевидно, что при таком подходе основной задачей каждого из процессов с базовой конструкцией исполняемых кодов $\{U_{i,j}\}$ с целевой функцией перехвата управления является генерация (синтез) такой кодовой последовательности управления, которая нейтрализуют действие других процессов и переведет реальное состояние системы S_R в целевое состояние S_i.

При этом необходимо учитывать взаимное влияние процессов и обратную связь между отдельными (или в общем случае всеми) процессами, что требует редукции базовой системы уравнений баланса информационного ресурса [1] в систему, в общем случае, нелинейных рекуррентных уравнений баланса управления:

$$\begin{cases} S_R(t_i) = S_R(t_{i-1}) + S_R(t_{i-1}) \cdot L_R(X^R_{i-1,j}), \\ S^1_1(t_i) = S^1_1(t_{i-1}) + k^1_{i,1} \cdot S^1_1(t_{i-1}) \cdot L_1(X^1_{i,j}), \\ \dots \\ S^k_j(t_i) = S^k_j(t_{i-1}) + k^k_{i,j} \cdot S^k_j(t_{i-1}) \cdot L^k_j(X^k_{i,j}), \end{cases} \qquad (2)$$

где *i, j, k* – временной шаг, номер процесса и номер порождающего его элемента соответственно, $X^k_{i,j} = X^k\{x_j(t_i)\}$ – совокупность параметров взаимодействующих компонентов, $k^k_{i,j}$ – коэф-

фициент неопределенности оценки состояния конкурирующего компонента, L^k_j – оператор преобразования входного потока компонентом (собственно передаточная характеристика).

Переход от уравнения баланса ресурса к уравнению баланса управления позволяет формализовать и задачу перехвата управления как решение системы (2) относительно $x^k_{i,j}$, при котором все $L^k_j \equiv 0$, за исключением выделенных $\{i, j, k\} = \{I, J, K\}$, контролируемого (целевого) процесса, порожденного контролируемым K-м объектом[1]. То есть в результате решения системы систем уравнений (2) должна быть синтезирована кодовая последовательность, которая переведет реальное состояние системы S_R в неуправляемое для всех процессов-конкурентов на некоторое заданное время, то есть в этом случае реализуется $L^k_j(t_N) \equiv 0$ при $t_{V0} < t_N < t_{V1}$.

Такая задача может быть решена несколькими методами, однако, учитывая то, что она неразрывно связана с устойчивостью инфокоммуникационной системы и должна учитывать одно из основных условий перехвата управления – сохраняется работоспособность данного объекта или нет, целесообразно для ее решения использовать методы критерия управляемости системы [3, 4].

Модель перехвата управления

В соответствии с изложенным выше можно полагать, что управляемость состояния S^j_R инфокоммуникационной системы через поток управляющих последовательностей (конструкций) кодов $\{U_{i,j}\}$ будет определяться вероятностью перехода из состояния S_0, реализуемое в момент времени t_0 и характеризующееся вектором параметров $X^k_{0,j}$, в целевое состояние $S_N(X_N, t_N)$ за конечное число шагов N на временном интервале $t_0 \le t_i \le t_N$. Кроме того, исходя из практического опыта, можно считать справедливым, что если любая система управления управляема в момент времени t_0, то каждое состояние $S^k_j(X, t_0)$ в фиксированный момент времени t_0 также является управляемым. Тогда на основе (2) можно синтезировать аналогичную систему уравнений вектора состояний элементов для дискретных состояний, характерных для суммарного управления:

$$\begin{cases} X_R(t_i) = X_R(t_{i-1}) + X_R(t_{i-1}) \cdot u_j(t_{i-1}) \cdot L_R(X^R_{i-1,j}), \\ X^1_1(t_i) = X^1_1(t_{i-1}) + k^1_{i,1} \cdot X^1_1(t_{i-1}) \cdot u^k_j(t_{i-1}) \cdot L_1(X^1_{i,j}), \\ \dots \\ X^k_j(t_i) = X^k_j(t_{i-1}) + k^k_{i,j} \cdot X^k_j(t_{i-1}) \cdot u^k_j(t_{i-1}) \cdot L^k_j(X^k_{i,j}), \end{cases} \quad (3)$$

где $u^k_j(t_{i-1}) = (L_m(t_{i-1}) + L_n(t_{i-1})) \cdot X^k_j(t_{i-2}),\ m \ne n.$

Эта система не имеет единственного решения, поскольку первое уравнение в ней нарушает условие существования единственного решения для N уравнений с N неизвестными. Однако несложно заметить, что при $L_j(t_{i-1}) = Const$ изменение состояния системы за счет собственного движения (отслеживания целевого состояния) отсутствует и не зависит от состояния компонентов вектора $X^k_j(t)$. Поэтому из множества решений (3) требуется выбрать такие, которые удовлетворяют требованию реализации целевой функции только одного процесса, то есть должно быть реализовано $\{L_j(t_{i-1}) = Const\}_{\mathrm{var}(i,j,k)},\ 0 < i < N$. Полученное таким образом решение определяет так называемую точку перехвата. Для поддержания такого режима (реализации целевой функции только одного процесса) или его снятия требуется решение рассмотренной выше задачи для новых условий и процессов. Поскольку в системе уравнений присутствует индекс i то это подразумевает динамическое решение, которое на каждом шаге будет давать решение, обеспечивающее переход системы в заданное целевое состояние в условиях существования дополнительных потоков, требующих своего целевого состояния.

При этом постоянно должно выполняться условие управляемости (например, по Кальману), которое определяет диапазон полной управляемости системы как наличие в этом диапазоне у A-матрицы, образованной как

$$A^k = [A_0, A_1, \dots A_N], \quad (4)$$

ранга N для любого процесса j, где каждое A образовано Ψ-функцией, определяющей ассоциативность кольца (контура управления цепочки $\{U(t_i)\}$) и равной на интервале перехода к точке перехвата

$$\psi(t_N, t_{i+1}) = L(t_{N-1}) \cdot L(t_{N-2}) \dots L(t_{i+1}), i = 0 \dots N-2,$$

$$\psi(t_N, t_N) = Const,$$

и определяемой произведением Ψ-функции на отклонение текущего состояния передаточной функции от целевого (удовлетворение кольца свойству коммутативности):

[1] Необходимо заметить, что вся совокупность значений $\{x\}$ и кодовых последовательностей порождающих конструкций $\{U\}$ образует ассоциативные кольца, нарушение свойств которых приводит к образованию новой структуры таких колец [3] или к разрушению системы управления.

$$A^k_{i,j} = \psi(t_N, t_{i+1}) \cdot \Delta L_j(t_i),$$

$$\Delta L_j(t_i) = \{L^k_j(t_i) - L^k_j(t_N)\}.$$

При этом следует отметить, что в реальных системах полная управляемость не может быть реализована в принципе [5–7]. Хотя бы за счет шума. Частичная управляемость, характеризуемая показателем неуправляемости $q = N - rank\{A\}$, реализуется практически для любых условий и в любой операционной среде. Тогда при отсутствии учета переходных процессов в системе выполняется условие $\{L_j(t_{i-1}) = Const\}_{\mathrm{var}(i,j,k),\ 0 < i < N}$, и управляемость системы будет полностью зависеть от значений матрицы A других объектов (не обязательно конкурирующих) на последовательных шагах реализации $i = 0 \ldots N-2$, то есть от конкретного вида передаточной функции L_R.

В случае наличия хотя бы одного конкурирующего процесса без учета задержек[2] в каждом из рассматриваемых процессов систему уравнений (3) несложно редуцировать к виду

$$\begin{cases} X_R(t_i) = X_R(t_{i-1}) + L_A(t_{i-1}) \cdot u_j(t_{i-1}) \cdot X_R(t_{i-1}), \\ u^k_J(t_i) = D_j(t_i) X_R(t_i), \end{cases} \quad (5)$$

где $D(t)$ – оператор, ставящий в соответствие состоянию процесса вектор его выходных параметров, то есть генерируемую им последовательность $u(t)$, а $L_A(t)$ включает в себя оценку отклонения текущего состояния системы от целевого.

Так как управляемость любого произвольного состояния (X_0, t_0) системы или любого элемента полностью определяется характеристиками самой системы и последовательностями управляющих кодовых последовательностей, то управляемость для произвольного объекта или процесса будет определяться результирующей функцией управления и конечным целевым состоянием системы. То есть выделить в чистом виде конфликтный компонент, определяющий то или иное целевое состояние, можно только по результату управления, оценив состояние (X_0, t_0) через вектор выходных параметров $u_j(t_0)$. В соответствии с этим несложно определить условия, при которых состояние (X_0, t_0) будет являться точкой перехвата:

$$\forall N : t_N \geq t_0,$$

$$\exists u_m(t) \in U_m : (X_0, t_0) \xrightarrow{u_m} (X_N, t_N),$$

$$\forall N : t_N \geq t_0,$$

$$\exists u_n(t) \in U_n : (X_0, t_0) \xrightarrow{u_n} (X_N, t_N), \quad (6)$$

где $m \neq n$.

Физически эти два логических уравнения обозначают максимальную управляемость для m-го процесса и минимальную для n-го с учетом конструкций управляющих последовательностей $\{U^k_{i,j}\}$. Переходя от логических условий к терминам формируемых состояний системы, в частности базового $\{X_R\}$ и дополнительных $\{X^k_{i,j}\}$ процессов, и редуцируя (5) с учетом (3) и (4), несложно получить

$$\forall u_n(t) \in U_n : (X_0, t_0) \xrightarrow{u_n} (X_0, t_N) X_R(t_N) =$$

$$= \psi(t_N, t_0) X_R(t_0) + \sum_{i=0}^{N-1} \psi(t_N, t_{i+1}) X_R(t_i) u_R(t_i),$$

$$X^k_{i,j}(t_N) - \psi(t_N, t_0) X^k_{i,j}(t_0) =$$

$$= \sum_{i=0}^{N-1} \psi(t_N, t_{i+1}) X^k_{i,j}(t_i) u(t_i).$$

При этом

$$X_R(t_N) = \psi(t_N, t_0) X_R(t_0) +$$

$$+ \sum_{i=0}^{N-1} \psi(t_N, t_{i+1}) X_R(t_i) u_R(t_i),$$

$$X^k_{i,j}(t_N) - \psi(t_N, t_0) X^k_{i,j}(t_0) =$$

$$= \sum_{i=0}^{N-1} \psi(t_N, t_{i+1}) X^k_{i,j}(t_i) u(t_i). \quad (7)$$

Представляя левую часть в виде n-мерного вектора $X(t_N, t_0)$:

$$X(t_N, t_0) = \{A \cdot U\},$$

где $A(n \times N_r)$ – матрица, определенная соотношением (1), а $\{U\, N_r \times 1\}$-мерный вектор вида

$$U^k_{i,j} = \begin{bmatrix} u^k_{i,j}(t_0) \\ u^k_{i,j}(t_1) \\ \ldots \\ u^k_{i,j}(t_N) \end{bmatrix} =$$

[2] При наличии задержек, причем различных, задача становится слабо формализуемой и ее решение при используемом подходе не может быть получено даже для ограниченного числа учитываемых процессов.

$$= \begin{bmatrix} L^{k}_{i,j}(t_0) X^{k}_{i,j}(t_{0-1}) \\ L^{k}_{i,j}(t_1) X^{k}_{i,j}(t_0) \\ \dots \\ L^{k}_{i,j}(t_N) X^{k}_{i,j}(t_{N-1}) \end{bmatrix} = L^{k}_{i,j} \dots X^{k}_{i,j}, \qquad (8)$$

и учитывая, что в стационарных условиях реализуется $\{L_j(t_{i-1}) = Const\}_{\mathrm{var}(i,j,k)}$, $0 < i < N$, для нахождения значений компонентов вектора X_R необходимо решить относительно X_R

$$X_R(t_N) - X_R(t_0) = \sum_{i=0}^{N-1} L_R(t_i) L^{k}_{i,j}(t_i) X_R(t_{i-1}) . \quad (9)$$

Исходя из того, что на каждой последующей итерации определения суммарного процесса состояние $X_{j,k}(t_{i-1})$ уже достигнуто на предыдущей (то есть реализуется рекурсия, когда каждое предыдущее состояние является исходным для последующего), для определения конкретных кодовых управляющих последовательностей можно использовать систему уравнений, полученную из (9), что, например, при реализации кальмановского критерия управляемости будет иметь вид

$$X_R(t_N, t_0) = L_R(t_i) L_A(t_i) X^{k}_{i,j}(t_N) . \qquad (10)$$

Поскольку каждое $X^{k}_{i,j}$ однозначно привязано к обрабатываемому коду, то решение (10) в виде последовательности управляющих кодов $\{u_i\}$ будет обеспечивать максимальную управляемость, а следовательно, и устойчивость базового процесса $\{U_R\}$ при произвольном значении требуемого системой целевого состояния процессов $X^{k}_{i,j}$ в пределах временного интервала $0 < t < t_N$. Этот процесс в (6) идентифицируется как последовательность $\{m\}$ управляющих кодов.

Второе уравнение системы (6) определяет обратную задачу – получение последовательности, приводящей процесс, реализуемый последовательностью $\{n\}$, к минимальной управляемости. Реально это означает, что один из процессов $X^{k}_{i,j}$ будет иметь в составе управляющих кодов такую последовательность, которая минимизирует управляемость всех остальных, включая и базовую X_R.

В принципе, рассмотренное выше решение относительно получения максимальной управляемости процесса X_R как базового процесса допускает при априорной определенности базовой последовательности управляющих кодов любого процесса обозначить его как базовый. Тогда полученное выше решение будет оставаться справедливым и для этого случая. Однако не только в теоретическом приближении, но и на практике управляющая последовательность кодов, порождаемых и поддерживаемых сторонними процессами, не может быть определена априорно. Поэтому решение относительно точки перехвата управления исходя из второго уравнения системы (6) будет отличным от приведенного выше исходя из первого уравнения. В этом случае уравнение баланса управления с учетом второго уравнения (6) без учета задержек[3] может быть редуцировано к виду

$$\begin{cases} X^{k}_{i,j}(t) = X^{k}_{i-1,j}(t) + L_{R,i-1}(t) L_{i,j}(t) \cdot X^{k}_{i-2,j}(t), \\ X^{k}_{n,j}(t) = X^{k}_{m,j}(t) = const, t > t_0, \ m \neq n. \end{cases} \qquad (11)$$

Несложно показать, что вектор состояния $X^{k}_{i-2,j}(t)$ является решением однородной линейной системы

$$L_{R,i\text{-}1}(t) \times L_{R,i\text{-}1}(t) \times X^{k}_{i\text{-}2,j}(t) = 0 \qquad (12)$$

и $X^{k}_{i,j}(t_0) = X^{k}_{i-2,j}(t)$ – неуправляемое для процесса $X^{k}_{i-2,j}(t)$ состояние в точке t_0.

При этом необходимо отметить, что на практике требование полной управляемости для одного и полной неуправляемости для другого процесса реализуется только в очень ограниченном временном интервале, при увеличении которого требуется изменение управляющей последовательности в соответствии с изменением вектора состояния системы. На практике переход от этого состояния «неуправляемости» требует повторения рассмотренной выше процедуры, то есть создание условий для перехода от конкурирующего процесса к «рабочему».

Анализ функционирования в точке перехвата

Рассмотренный выше подход к определению точки перехвата управления произвольным процессом подразумевает наличие у этого процесса полной информации о состоянии системы на каждом шаге функционирования, что при реальном функционировании практически не может быть достигнуто. Следовательно, для реализации предложенного выше подхода к формиро-

[3] Задержки в рассматриваемом общем случае не могут быть учтены из-за высокого уровня априорной неопределенности как конкретной целевой функции, так и метода ее реализации в операционной среде. Определение их возможно только для конкретных случаев.

ванию и реализации процесса перехвата управления требуется решение задачи восстановления состояния системы, управление которой перехватывается.

Это возможно осуществить на основе, по меньшей мере, двух подходов. Во-первых, на основе синтеза модели системы, перехват которой осуществляется. Например, это может быть модель процессора, реализующего функции определенной операционной среды, что позволяет по минимуму данных в произвольный момент времени восстановить его состояние с достаточно высокой достоверностью в некотором временном интервале. Во-вторых, при проведении перехвата организуется обратная связь, по которой осуществляется контроль состояния отдельных или всех компонентов системы. Возможен комбинированный вариант, когда синтезированная модель постоянно корректируется на основе данных, получаемых от системы, перехват управления которой проводится.

При этом необходимо отметить, что условия реализации перехвата управления в конкретном случае взаимодействия систем постоянно изменяются, то есть определенное состояние (в виде набора параметров отдельных узлов и элементов) достигается в случайный (в общем случае) момент времени и сохраняется в течение от одного до десятка тактов [8]. Именно в этот момент для реализации перехвата управления должна происходить смена (или подмена) обрабатываемого процессором кода, например аналогично уравнению (4).

Как правило, для оперативного измерения доступен вектор выходных параметров системы, который в контексте терминов рассматриваемой задачи представляет собой, в первую очередь, последовательность запрос-ответных наборов сетевых приложений и сервисов операционной среды. Кроме того, в этот набор могут быть включены аналогичные последовательности, полученные в результате сканирования портов (в случае его проведения).

Кроме того, возможно непосредственное измерение отдельных компонентов вектора состояний системы, например значений выходов несетевых приложений и сервисов, переменных среды и аналогичных критических (или не очень критических) приложений. Последнее реализуется в случае наличия у воздействующего процесса так называемого «бэкдора» – нелегитимной маскированной точки входа в систему с неким уровнем привилегий. Зачастую создание «бэкдора» является важной частью задачи перехвата управления.

Тогда исходя из (3), (5) и (9), функционирование рассматриваемой системы в районе точки перехвата управления может быть представлено следующим образом:

$$\begin{cases} X_R(t_i) = A_j^k(t_{i-1}) X_j^k(t_{i-1}) + L_A(t_{i-1}) \cdot u_j(t_{i-1}) \cdot X_R(t_{i-2}), \\ O_R(t_i) = D_R(t_{i-1}) X_j^k(t_{i-1}), \end{cases} \quad (13)$$

где $O_R(t)$ – выходной вектор параметров состояния системы, $D_R(t)$ – оператор преобразования текущего состояния системы в выходной вектор.

Отличие постановки данной задачи от классических подходов состоит в наличии на входе системы управления процесса-конкурента, который в общем случае не является известным и присутствует в виде стохастической функции, точность оценки конкретных значений которой напрямую зависит от метода снятия неопределенности с конкретного измерения (или определения) его состояния[4]. То есть проводится оценка параметров состояния системы по значениям векторов входных и выходных параметров $U(t)$ и $O(t)$, где всегда $t \geq t_0$. Это предполагает получение оценки состояния системы $\overline{X}(t_0)$ по значениям векторов входных и выходных параметров $U(t)$ и $O(t)$, где $t \geq t_0$.

Для получения таких оценок могут быть использованы асимптотические идентификаторы, которые при известных матрицах системы $A(t)$, $U(t)$ и $D(t)$, получая на вход управление конструкции $u(t)$, синтезируют на выходе вектор $\overline{O}(t)$, отклонение значения которого от вектора $O(t)$ системы является сигналом об ошибке идентификации. При известном значении отклонения синтезированного кода и кода, требуемого для реализации целевой функции, на вход идентификатора подается (например, посредствам обратной связи) коррекция конструкции, что позволяет добиваться практически любой необходимой точности в оценке $\overline{X}(t)$. То есть формально проводится процедура управления коррекцией, и конструкт идентификатора определяется уравнением

$$\overline{X}_R(t_i) = \left[A_j^k(t_{i-1}) - C(t_{i-1}) \cdot D_R(t_{i-1}) \right] \overline{X}(t_{i-1}) + C(t_{i-1}) O_R(t_{i-1}) + L_r(t_{i-1}) \cdot (u - \overline{u}) \quad (14)$$

[4] В общем случае такие процессы присутствуют всегда в любой реальной системе в различной форме с различным уровнем привилегий.

или, после достаточно простой редукции,

$$\bar{X}_R(t_i) = C(t_{i-1})O(t_{i-1}) - C(t_{i-1})D_R(t_{i-1})\bar{X}(t_{i-1}) + \\ + L_R(t_{i-1})(u - \bar{u}), \qquad (15)$$

где $C(t)$ – оператор преобразования, за счет подбора которого можно изменять динамику оценки состояния системы; $\bar{u}$ – оценка воздействия процесса-конкурента.

Получение качественной оценки $\bar{u}$ является отдельной и к тому же достаточно сложной с точки зрения формализации задачей. Так, на каждом последующем шаге функционирования процессы накапливают информацию друг о друге, причем за счет задержек на предыдущем шаге – ошибочную (устаревшую), анализируя соответствие между входом $\bar{X}(t)$ и выходом $\bar{u}(t_{i-1})$ процесса-конкурента, косвенно определенным по отклонению движения системы от расчетного, и корректируя ошибки.

По данным характеристикам можно восстановить состояние конкурента, проведя процесс идентификации посредствам методов адаптивного управления. По сути, это также конкурирующий процесс, который сначала снижает уровень априорной неопределенности данных о параметрах процесса-конкурента до приемлемого для себя уровня указанных ошибок за счет задержки, и затем реализует свою целевую функцию.

Пример практической реализации

В соответствии с приведенной выше постановкой задачи практическая реализация предложенного подхода может быть представлена последовательностью частных задач, к основным из которых следует отнести:

– на фиксированном интервале времени, начиная с t_0 (число тактов), снимается дамп памяти, определяются точки входа реализуемых процессов и соотносятся с их описанием с выделением основных команд;

– полученные данные подставляются в системы уравнений (11) и (13), решение которых в отношении кодовой последовательности $\{U^k_{i,j}\}$ в соответствии с уравнением (6) для каждого i будет представлять траекторию приближения к точке перехвата управления;

– начиная с t_0, на вход исследуемой системы подается найденная последовательность кодов, и по определяемым состояниям системы на основе решения (11), (13) в соответствии с (6) определяется коррекция текущего состояния, и цикл повторяется до выполнения условия (12).

Несложно заметить, что такая последовательность задач может быть реализована только для оценки информационной устойчивости инфокоммуникационной системы, например, в процессе ее разработки, когда имеется возможность прямого доступа ко всем ее элементам. Для решения задач синтеза кодовой последовательности, приводящей к реализации перехвата управления удаленным элементом такой системы, требуется существенно уменьшить число точек контроля (число неизвестных и уравнений в приведенных выше системах уравнений), так как проведение удаленного дампирования весьма проблематично, хотя бы по причине тривиальной невозможности точной временной синхронизации.

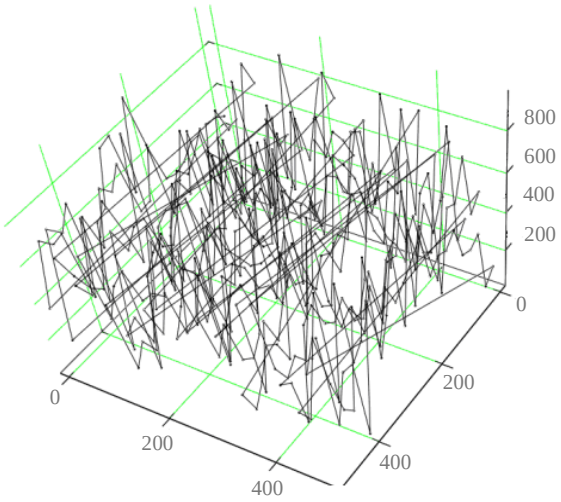


Рис. 1. Трассировка полученного дампа памяти по условно упорядоченной последовательности кодов

В данном примере в качестве базы операционной среды была выбрана Windows XP SP2, установленная на ППЭВМ на базе i5 и имеющая 4 Гб оперативной памяти. Данные представлялись в виде условно упорядоченной последовательности (рис. 1) с размерностью 512×512 байт, порядок передачи кодов на обработку (в центральный процессор) показан линиями. Анализ проводился в отношении 8567 возможных состояний с одновременным выделением устойчивых циклов (рис. 2), определяемых как замкнутые контуры линий состояния.

Такое представление наглядно показывает, на каком смещении (шаге выполняемой последовательности) образуются точки нейтрализации каждого потока и, в общем-то, на какое время. Это позволяет сформировать добавку к входному потоку, которая будет или усиливать условия перехвата, нейтрализуя управление («обнуляя» циклы), или снимать эти условия. То есть в данном приме-

ре реализуется синтез дополнительного контура управления системой, обеспечивающего за счет включения добавок к основному потоку кодов такие кодовые последовательности, которые переводят систему в новое, не предусмотренное регламентом функционирования состояние.

В данном конкретном примере для исследования были выбраны 10 регламентированных (0–9) состояний и нерегламентированные (10 и более, реализуемые в зависимости от требуемого «конкурентом» целевого состояния). При этом следует отметить, что при точной синхронизации, когда любое изменение состояния системы можно отследить без задержки, любое целевое состояние системы достигается за минимальное число шагов (минимальное время). Однако это может быть получено только в лабораторных условиях при нулевой задержке определения состояния системы.

При наличии задержки, особенно случайной, создание условий для перехвата управления системой также становится процессом в некотором роде случайным и с неоднозначным исходом. Это достаточно хорошо иллюстрируется изменением состояния системы при формировании условий для перехвата (рис. 3). Так, несинхронизируемое воздействие корректирующими кодами приводит к изменению состояния (кривая 1, рис. 3), но в области разрешенных комбинаций состояний элементов (регистров, ячеек и других), которое быстро компенсируется операционной средой. При этом вероятность прохождения корректирующего кода достаточно низка и в подавляющем большинстве случаев воспринимается системой как ошибка.

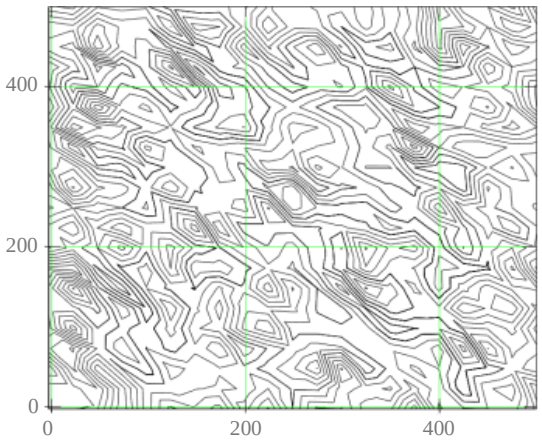


Рис. 2. Устойчивые циклы (i = 1…~100000), образованные замкнутыми линиями – последовательностями обрабатываемых кодов, приводящих к нейтрализации обрабатываемых потоков

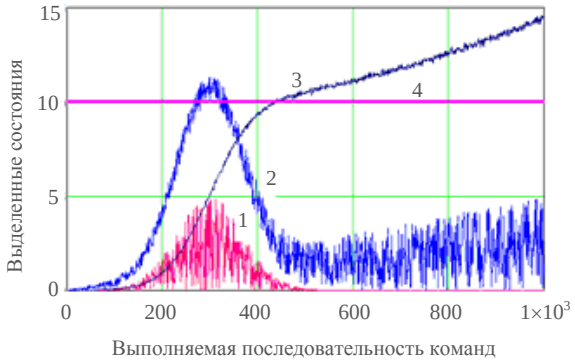


Рис. 3. Изменение состояния системы, где 1 – несинхронизированное воздействие с возвратом изменений в область разрешенных, 2 – с потерей синхронизации на этапе перехвата управления после синтеза условий для перехвата, 3 – перехват управления состоянием системы и вывод его в область заданных «конкурентом», 4 – граница разделения разрешенных и запрещенных (навязываемых) состояний

Граничным условием окончания формирования точки перехвата в рассматриваемом примере является переход в целевые состояния, требуемые «конкурентом». В данном случае это выделенные состояния с идентификатором 10 и более. Однако даже достижение точки перехвата не является гарантией достижения целевого состояния за счет перехвата управления. Так, например, точка перехвата (кривая 2, рис. 3) была достигнута, но временной интервал существования условий перехвата управления оказался мал, и система «вывалилась» из навязанного ей режима и перешла к нормальному функционированию. При этом необходимо отметить, что дисперсия ее состояний увеличилась и, естественно, ее информационная устойчивость в этом временном интервале снизилась.

При полной синхронизации обрабатываемого системой и корректирующего эту обработку потока возможен практически идеальный перехват управления. На первом этапе (кривая 3, рис. 3) – в рассматриваемом примере это первые 300–400 шагов – происходит формирование условий для перехвата управления. На этом участке наблюдается интенсивный рост числа дополнительных, не входящих в регламент системы состояний, хотя и разрешенных. Именно на их основе и формируется точка перехвата. Затем, хоть и медленно, но без дополнительных «колебаний» система переходит в требуемое «конкурентом» целевое состояние.

Конечно, приведенный пример достаточно конкретен, и для другой операционной среды характер зависимостей может измениться, и даже весьма существенно. Однако общая тенденция сохраняется. Кроме того, например, поведение дисперсии состояний[5] хорошо согласуется с приведенными в [2] данными о поведении аналогичных зависимостей у неустойчивых систем.

Необходимо также отметить, что осуществление основной идеи данной работы – определение необходимого состояния и создание условий для перехвата управления системой с автоматическим или автоматизированным управлением – требует достаточно точной синхронизации корректирующего обрабатываемого потока, что с учетом его цикличности и повторяемости кодовых последовательностей позволит реализовать принцип предсказания состояния по известному состоянию в произвольный момент времени. Однако точность предсказания момента времени реализации состояния должна быть не менее ~0,05 тактового интервала с учетом необходимости пересказывать серию моментов времени.

Для выбранной операционной среды и заданных условий уменьшения точности синхронизации (или при полном снятии требований к ней) на основе обратных связей на базе указанной выше системы уравнений был синтезирован известный способ перехвата управления, идентифицируемый как «стэк-эксплоит». Это в определенной степени подтверждает правомерность предложенного подхода к формированию условий перехвата управления системой управления, но одновременно и показывает сложности этого процесса. Так, совершенно очевидно, что формирование условий перехвата управления «конкурентом» при отсутствии синхронизации возможно только на основе «багов», «уязвимостей» программных продуктов или собственно операционных сред (систем). В общем случае формирование условий перехвата невозможно без синхронизации и точного определения задержек сигналов на всех этапах взаимодействия.

Также на основе проведенных предварительных исследований представленного подхода можно утверждать, что реальных систем, в отношении которых невозможно было бы сформировать условия перехвата управления, пока не выявлено, но основное отличие каждого конкретного состоит в требовании точности синхронизации и числе циклов повторения корректирующего кода.

[5] В данном контексте под дисперсией понимается отклонение реального состояния системы от предусмотренного алгоритмом функционирования и его программной реализацией в данной операционной среде.

Заключение

Таким образом, предложен метод синтеза условий для перехвата управления произвольной операционной средой системы управления элемента инфокоммуникационной системы. При этом для перехвата управления требуется сохранение синхронизации обрабатываемого и корректирующего потоков в течение всего времени проведения воздействия. Для этого необходимо располагать отдельной процессорной системой, превосходящей по «информационной мощности» систему, в отношении которой реализуется коррекция условий для реализации состояний, которые допускают перехват управления.

Литература

1. *Алферов А.Г., Толстых Н.Н., Толстых И.О., Челядинов Ю.В.* Формализованное представление эволюционирующего информационного конфликта в телекоммуникационной системе // Радиотехника. – 2012. – № 8. – С. 27–32.

2. *Николаев В.И. Толстых Н.Н.* Оценка коэффициента конфликтности информационного потока в автоматизированных системах // Цифровая обработка сигналов. – 2008. – № 2. – С. 14–19.

3. *Андреев Ю.Н.* Управление конечномерными линейными объектами. – М. : Наука, 1976. – 424 с.

4. *Куо Б.* Теория и проектирование цифровых систем управления : пер с англ. – М. : Машиностроение, 1986. – 448 с.

5. *Толстых Н.Н., Пятунин А.Н., Марейченко И.В., Павлов В.А., Слепов И.Ю.* Критерии и показатели режима взаимодействия автоматизированных телекоммуникационных комплексов связи и управления // Информация и безопасность. Тезисы докладов региональной конференции «Методы и средства защиты информации» ; ВГТУ. – Воронеж, 2004.

6. *Толстых Н.Н., Пятунин А.Н., Марейченко И.В., Павлов В.А., Слепов И.Ю.* Принципы раннего обнаружения признаков конфликтного режима взаимодействия автоматизированных телекоммуникационных комплексов // Теория и техника радиосвязи. 2004. – Вып. 2. – С. 115–130.

7. *Касти Дж.* Большие системы. Связность, сложность и катастрофы : пер. с англ. – М. : Мир, 1984. – 216 с.

8. *Йос Ж., Джозеф Д.* Элементарная теория устойчивости : пер. с англ. – М. : Мир, 1988. – 320 с.

Статья поступила в редакцию 14 июля 2014 г.

УДК 004.057.4

СРАВНЕНИЕ ВРЕМЕНИ УСТАНОВЛЕНИЯ СОЕДИНЕНИЯ В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ ПРИ УПРАВЛЯЕМОМ И КОНКУРЕНТНОМ ДОСТУПАХ К РАЗДЕЛЯЕМОЙ СРЕДЕ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ*

А.А. Епифанцев, нач. сект., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: cxp87@mail.ru
Н.Н. Елфимова, вед. инж., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: elnn@mail.ru
Н.Н. Винокурова, доцент, Воронежский гос. ун-т, e-mail: vnn-61@mail.ru

Приводится описание протокола установления соединения, режимов управляемого и конкурентного доступа. Производится оценка времени установления соединения для беспроводной ячеистой сети в режимах управляемого и конкурентного доступа.

Ключевые слова: *беспроводные сети, протокол установления соединения, управляемый доступ, конкурентный доступ.*

COMPARISON OF THE LINK ESTABLISHMENT TIME IN A WIRELESS NETWORK AT OPERATED AND COMPETITIVE ACCESSES TO THE INFORMATION TRANSFER ENVIRONMENT

A.A. Epifantsev, head of sector, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: cxp87@mail.ru
N.N. Elfimova, leading engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: elnn@mail.ru
N.N. Vinokurova, associate professor, Voronezh State University, e-mail: vnn-61@mail.ru

The description of a link establishment report, modes of operated and competitive access is resulted. The estimation of a link establishment time is made for a wireless mesh network in modes of operated and competitive access.

Keywords: *wireless networks, link establishment, operated access, competitive access.*

Беспроводные ячеистые сети строятся на основе однотипных узлов, каждый из которых позволяет решать задачи физического, канального и сетевого уровней эталонной модели взаимодействия открытых систем (OSI). Ранее [1–5] был проведен анализ протоколов маршрутизации, обеспечивающих функционирование сетевого уровня модели OSI. Результаты сравнения упреждающих (DSDV) и реагирующих (AODV, DSR) протоколов маршрутизации показали, что выбор оптимального протокола является задачей многокритериального выбора и зависит от ряда параметров и требований к рассматриваемой сети.

По результатам, приведенным в работах [1–5], можно судить о целесообразности использования протоколов маршрутизации в рассматриваемой сети в зависимости от требований пользователя. С точки зрения времени передачи пользовательской информации в мобильной ячеистой радиосети оптимальным является выбор протокола DSR. При его использовании время передачи минимально, но объем служебной информации больше, чем у протокола AODV, и на несколько порядков меньше, чем при использовании протокола DSDV. Если делать выбор протокола маршрутизации с точки зрения наименьшей нагрузки на сеть, то наиболее подходящим будет протокол AODV, так как он создает наименьшую нагрузку за счет собственной служебной информации.

В настоящей работе рассматривается одна из ключевых функций канального уровня – реализация множественного доступа к разделяемой среде передачи информации при установлении соединений между узлами сети. Обмен данными в сетях между абонентами начинается с предварительного установления соединения. Результатом процедуры установления соединения является канал, позволяющий обеспечить требуемое качество обслуживания (QoS).

Одним из наиболее эффективных и часто используемых способов установления соединения является «тройное рукопожатие» (см. рис. 1), предложенное Томлинсоном (1975 г.) [6]. Данный способ позволяет гарантировать отсутствие ошибочно установленных соединений в сети при наличии дубликатов и задержавшихся пакетов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 14-07-00713.

 ISSN 1995-7009

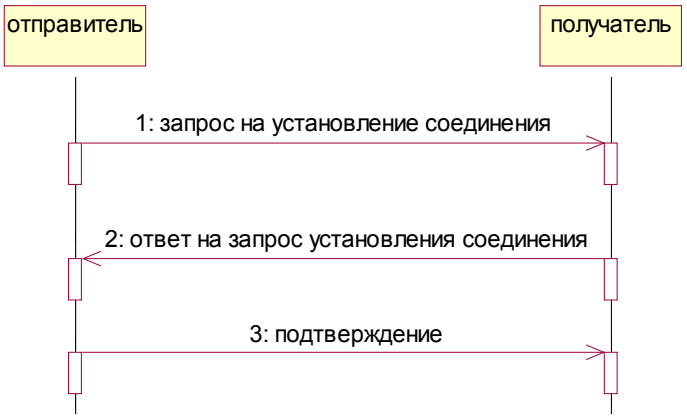


Рис. 1. Диаграмма последовательности (Sequence) процесса установления соединения

Целью настоящей работы является сравнение управляемого (TDMA) и конкурентного (CSMA/CD) доступов к разделяемой среде передачи информации на имитационной модели стационарной узкополосной беспроводной ячеистой сети при различной плотности расположения узлов.

Управляемый доступ (TDMA)

Эффективное использование среды передачи обеспечивается способом управляемого доступа с резервированием. TDMA [7] (Time Division Multiple Access) – множественный доступ с временным разделением. Это один из основных способов разделения общего ресурса канала связи между участниками информационного обмена. Временное разделение абонентов применяется в современных стандартах связи, таких как, например, GSM, TETRA.

Основной принцип TDMA (см. рис. 2) заключается в разделении имеющегося ресурса между абонентами на циклически повторяющиеся временные интервалы. При таком способе разделения ресурса в сети должна обеспечиваться синхронизация по времени, позволяющая разделить временные слоты разных абонентов. Точность временной синхронизации абонентов имеет ключевое значение для работоспособности сети TDMA. Чтобы избежать наложения соседних временных интервалов разных абонентов, часто вводят специальный защитный временной интервал, который компенсирует неточность синхронизации, обусловленную временем распространения сигнала между узлами сети. Введение такого интервала снижает общую пропускную способность канала связи, но является необходимым для поддержания заданных характеристик качества обслуживания.

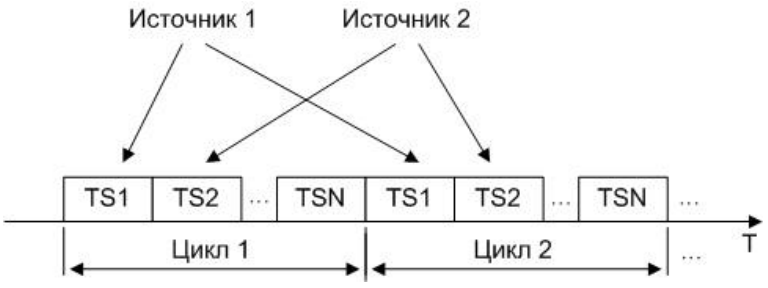


Рис. 2. Структура цикла TDMA

В настоящей работе рассмотрена реализация TDMA, при которой каждому абоненту сети выделяется временной интервал для передачи одного из сообщений: «запрос на установление соединения» / «ответ на запрос установления соединения» / «подтверждение».

Конкурентный доступ (CSMA/CD)

Для уменьшения вероятности коллизий при конкурентном доступе [8] к разделяемой среде на MAC уровне используется механизм CSMA/CD (Carrier Sense Multiple Access/Collision Detect) [9] –

множественный доступ с прослушиванием несущей и обнаружением коллизий. Канал считается свободным при условии, что не обнаружено активности в течение определенного межкадрового интервала. Если в течение этого промежутка канал оставался свободным, устройство ожидает случайное время отсрочки и, если канал еще не занят, передает пакет. CSMA/CD не исключает возникновения коллизий при доступе к разделяемой среде передачи информации, причем частота коллизий связана с количеством и плотностью расположения узлов в сети, а также их активностью. Возможность контроля занятости канала и механизм обнаружения коллизий с прекращением передачи вместо ожидания ее завершения позволяют увеличить производительность канала по сравнению со случайным доступом (Aloha) [10]. Протокол CSMA/CD применяется в таких стандартах, как Ethernet, ALE.

Описание модели рассматриваемой сети

Эффективным методом анализа характеристик протоколов беспроводных сетей является метод имитационного моделирования. Имитационное моделирование – процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на этой модели с целью либо понять поведение системы, либо оценить (в рамках ограничений, накладываемых некоторым критерием или совокупностью критериев) различные стратегии, обеспечивающие функционирование данной системы [11]. Результатом работы имитационной модели являются собранные в ходе наблюдения за протекающими событиями статистические данные о наиболее важных характеристиках сети: временах реакции, коэффициентах использования каналов и узлов, вероятности потерь пакетов и т.п.

Актуальной задачей при построении беспроводных сетей является оценка времени установления соединения при установлении соединений между узлами сети. Для сравнения способов множественного доступа к разделяемой среде передачи информации разработана имитационная модель узкополосной ячеистой сети из 32 узлов (рис. 3).

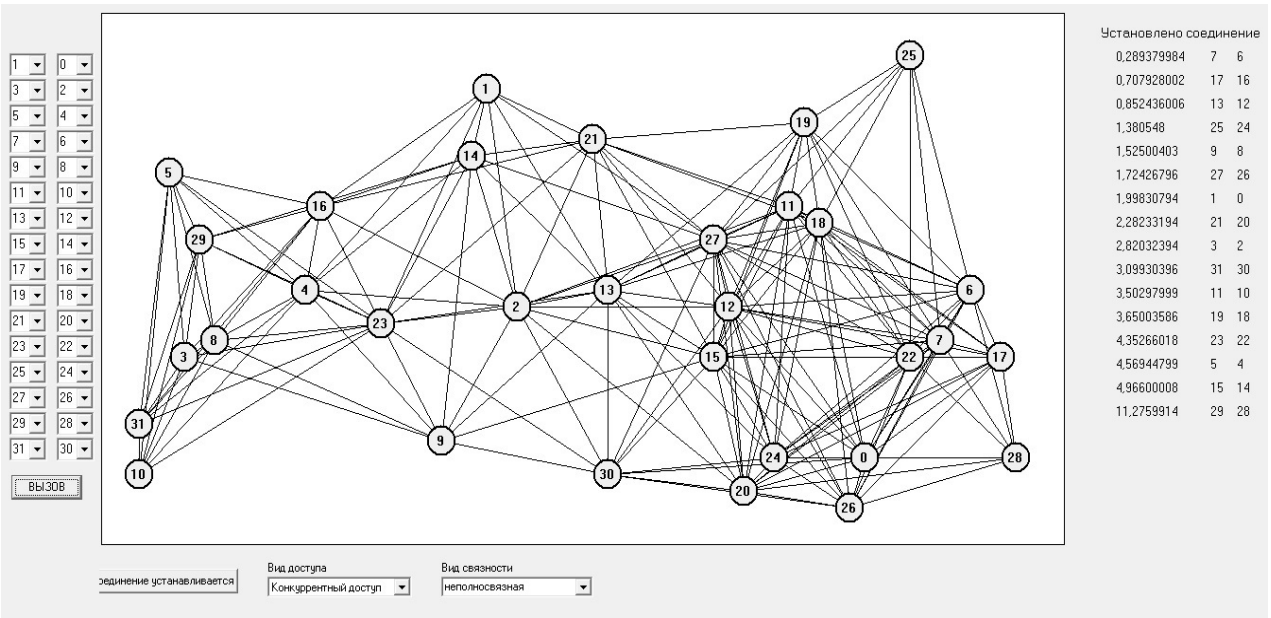


Рис. 3. Основная форма имитационной модели

Сеть располагалась на территории 50×100 км, в качестве антенн использовались антенны с круговой диаграммой направленности в горизонтальной плоскости (omnidirectional), топология сети – стационарная. В сети передавалась информация протокола установления соединения. Канальная скорость задавалась равной 19,2 кбит/с, размер пакетов «запрос на установление соединения» / «ответ на запрос установления соединения» / «подтверждение» – 45 бит. В момент начала моделирования 16 узлов инициировали процесс установления соединения с другими 16 узлами. Рассматривалось два случая, отличающиеся плотностью расположения узлов:

– полносвязная сеть,
– сеть со случайным расположением узлов.

В качестве модели распространения радиоволн использовалась двулучевая модель сигнала с отражением одного из лучей от поверхности (TwoRayGround) [12]. При использовании данной модели мощность сигнала на приеме P_r определяется формулой

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r h_t^2 h_r^2}{d^4},$$

где d – расстояние между приемником и передатчиком, P_t – мощность передатчика, G_t, G_r – коэффициенты усиления, а h_t, h_r – высоты подвеса передающей и приемной антенн соответственно (рис. 4).

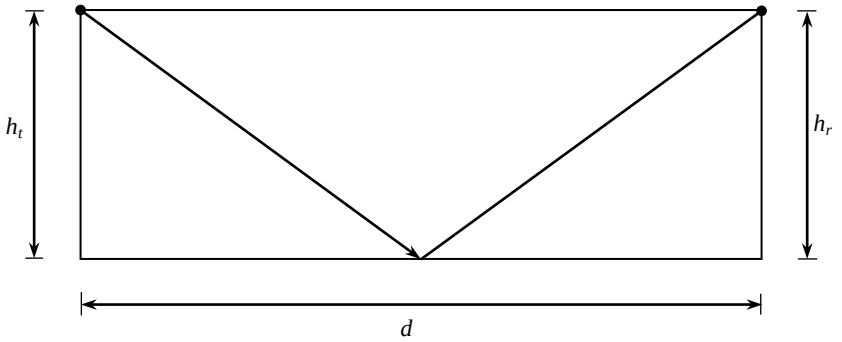


Рис. 4. Двулучевая модель сигнала с отражением одного из лучей от поверхности

Выводы

Исходя из результатов, приведенных в таблице, на рис. 5, можно рекомендовать к использованию в узкополосных беспроводных ячеистых сетях конкурентный доступ к разделяемой среде передачи информации. При работе в полносвязной сети конкурентный доступ позволяет уменьшить среднее время установления соединения в 1,5 раза, при работе в неполносвязной сети – в 6,7 раза.

Таблица

Результаты моделирования

№ эксперимента	Конкурентный доступ		Управляемый доступ	
	Неполносвязная сеть	Полносвязная сеть	Неполносвязная сеть	Полносвязная сеть
1	2,82672 с.	2,774616 с.	30,4711685 с.	3,99359989 с.
2	3,62174797 с.	2,44774389 с.	29,1331524 с.	
3	2,87403989 с.	2,47509599 с.	23,8417912 с.	
4	3,44239998 с.	2,52512002 с.	17,37216 с.	
5	2,74196005 с.	2,57483196 с.	16,214016 с.	
6	2,84658408 с.	2,71190405 с.	29,1932163 с.	
7	2,80909204 с.	2,599792 с.	17,37216 с.	
8	3,12816405 с.	2,60218406 с.	16,3737602 с.	
9	3,29029989 с.	2,52751207 с.	10,9424639 с.	
10	3,28541207 с.	2,5649519 с.	17,2922878 с.	
среднее значение	3,086642002 с.	2,580375194 с.	20,82061763 с.	

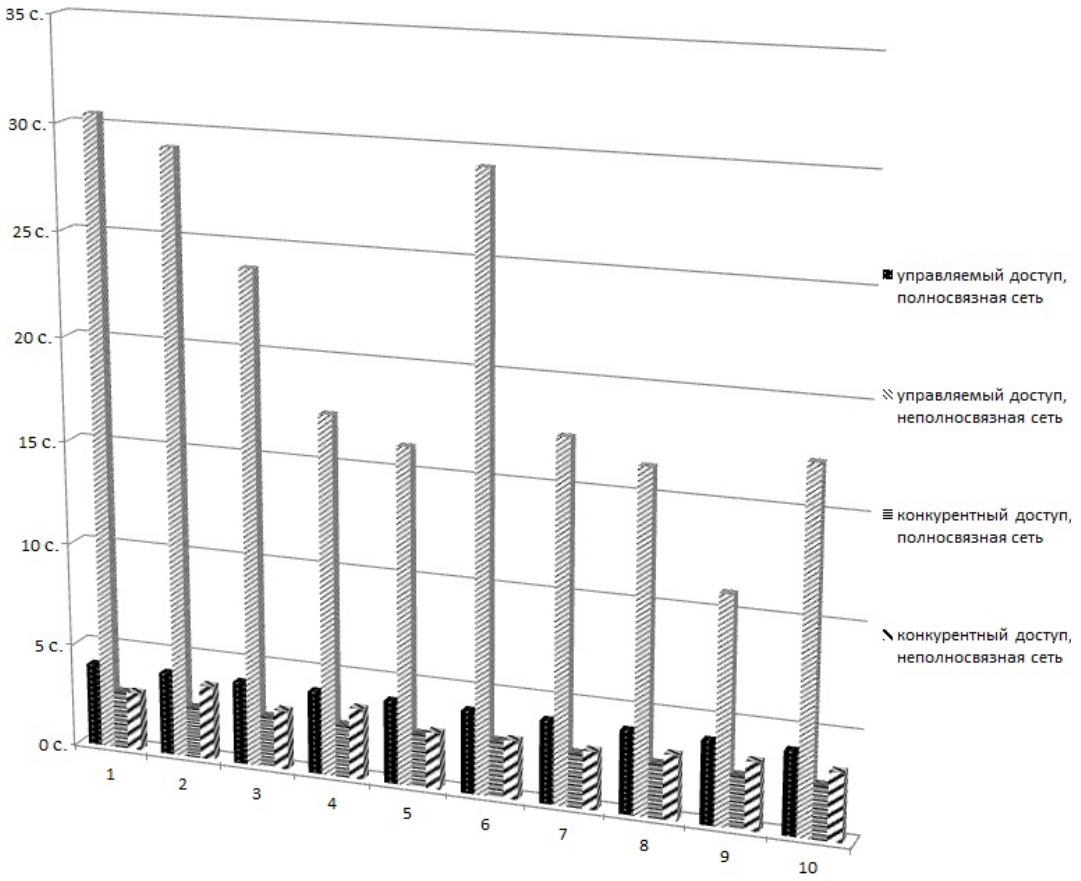


Рис. 5. Результаты моделирования

Результаты, полученные для управляемого доступа, обусловлены необходимостью ожидания каждой станцией закрепленного за ней временного интервала для передачи пакетов протокола установления соединения, причем время ожидания зависит от числа узлов сети и количества ретрансляций до запрашиваемого абонента. Построение узкополосной сети на основе конкурентного доступа позволяет сократить задержки при установлении соединения, однако не позволяет полностью исключить коллизии, что приводит к усложнению протоколов передачи трафика, чувствительного к задержкам. Причиной сокращения времени установления соединения при конкурентном доступе является более рациональное использование частотно-временного ресурса:

– в сети возможно существование одновременно работающих соединений за счет пространственного разделения абонентов;

– у абонентов сети нет необходимости ожидания закрепленных за ними временных интервалов.

Стоит отметить, что существенным фактором, влияющим на эффективность способов множественного доступа, является плотность расположения узлов сети. При управляемом доступе на время установления соединения влияет необходимость построения маршрутов с множественными ретрансляциями, при конкурентном – коллизии вследствие конкуренции большого числа узлов за доступ к разделяемой среде передачи информации.

Погрешность результатов сравнения способов множественного доступа может быть обусловлена особенностями реализации способов множественного доступа, канальной скоростью, числом и плотностью расположения узлов в сети.

Литература

1. *Нечаев Ю.Б., Стромов А.В., Епифанцев А.А.* Моделирование беспроводной мобильной адаптивной сети с использованием протоколов маршрутизации AODV и DSDV // Телекоммуникации: наука и технологии. – 2009. – № 7. – С. 21–25.

2. *Нечаев Ю.Б., Епифанцев А.А.* Анализ проактивной маршрутизации в беспроводной ячеистой сети // Материалы XIV международной научно-методической конференции «Информатика: проблемы, методология, технологии», Воронеж, 2014 г. – Воронеж : изд-во ВГУ, 2014. – Т. 2. – С. 293–296.

3. *Nechaev Yu.B., Kaschenko G.A., Epifancev A.A.* Selecting the routing protocol for networking an adaptive mobile network with mesh topology // 2011 International Conference on Telecommunication Technology and Applications Proc. of CSIT. – 2011. – V. 5 – IACSIT Press, Singapore, 2011. – Pp. 70–74.

4. *Епифанцев А.А., Стромов А.В., Нечаев Ю.Б.* Сравнение энергоэффективности протоколов маршрутизации AODV и DSDV // Материалы 23-й Международной крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо'2013). – Севастополь, 2013. – Т. 1. – С. 482–483.

5. *Нечаев Ю.Б., Епифанцев А.А., Ермолин Д.Ю.* Моделирование и анализ протоколов маршрутизации беспроводных ad hoc сетей // Теория и техника радиосвязи. – 2011. – № 3. – С. 5–10.

6. *Таненбаум Э.* Компьютерные сети. – СПб. : Питер, 2003. – 992 с.

7. *Николаев В.И., Нечаев Ю.Б., Прилепский В.В., Гремяченский С.С.* Системы, сети и устройства радиосвязи / Воронеж. гос. техн. ун-т. – Воронеж, 2004. – 351 с.

8. *Олифер В.Г., Олифер Н.А.* Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы : учебник для вузов. – СПб. : Питер, 2006. – 958 с.

9. *Вишневский В.М.* [и др.] Широкополосные беспроводные сети передачи информации. – М. : Техносфера, 2005. – 592 с.

10. *Шварц М.* Сети связи: протоколы, моделирование и анализ. – М. : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992. – 336 с.

11. *Шеннон Р.Е.* Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М. : Мир, 1978. – 407 с.

12. *Комашинский В.И., Максимов А.В.* Системы подвижной радиосвязи с пакетной передачей информации. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 173 с.

Статья поступила в редакцию 8 октября 2014 г.

УДК 621.391

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДА БЕСПРОВОДНОЙ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ МОДУЛЯЦИИ СМЕНОЙ СТРУКТУРЫ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ШУМОПОДОБНОГО СИГНАЛА

Р.А. Ефремов, ассистент, ФГБОУ ВПО «Тамбовский гос. тех. ун-т», e-mail: roma2004@tamb.ru

Рассматривается помехоустойчивость метода беспроводной передачи данных на основе модуляции сменой структуры периодического шумоподобного сигнала. Проведено сравнение помехоустойчивости описываемого метода с известными.

Ключевые слова: *автокорреляционная функция, вероятность символьной ошибки, демодуляция, модуляция, передача данных, помехоустойчивость, шумоподобные сигналы.*

NOISE STABILITY OF A WIRELESS INFORMATION TRANSFER METHOD ON THE BASIS OF MODULATION BY PERIODIC NOISE-TYPE SIGNAL STRUCTURE CHANGE

R.A. Efremov, assistant, FGBOU VPO «Tambov State Technical University», e-mail: roma2004@tamb.ru

The noise stability of a method of wireless data transmission on the basis of modulation by change of structure of a periodic noise-type signal is described. Comparison of a noise stability of the described way with known is carried out.

Keywords: *autocorrelated function, probability of a symbolical mistake, demodulation, modulation, data transmission, noise stability, noise-type signals.*

Широкополосные сигналы (ШПС) представляют большой интерес для применения в радиотехнических системах передачи дискретных сообщений благодаря ряду преимуществ, которыми они обладают по сравнению с узкополосными сигналами [1]. Широкополосными принято считать сигналы, база которых превышает 50…100. Под базой сигнала B понимается произведение ширины спектра сигнала F на его длительность T: $B = FT$. В настоящее время системы, использующие ШПС, широко распространены и находят применение даже в весьма специфичных приложениях, которые описаны, например, в статьях [2, 3].

В общей теории оптимальной обработки сигналов различают взаимокорреляционные и автокорреляционные методы приема ШПС [4, 5].

Взаимокорреляционные методы обычно более эффективны, но в приемных устройствах в этом случае необходимо хранить копии опорных сигналов и осуществлять их синхронизацию с входным сигналом. Обеспечение синхронизации является достаточно сложной (в ряде случаев невыполнимой) задачей, если отношение сигнал/шум на входе приемника меньше единицы или сигнал в канале связи сильно искажается [6].

Автокорреляционные методы используют в качестве опорных сигналов задержанные копии принимаемых сигналов и не требуют специальных устройств синхронизации.

Существует два принципиально различных способа автокорреляционного приема шумоподобных сигналов: метод фазоразностной модуляции (ФРМ), в котором модулируемым параметром является разность фаз двух посылок сигнала, и метод Ланге-Мюллера, который использует корреляционно-временную модуляцию [7]. Дальнейшим развитием корреляционно-временной модуляции является метод, описанный в патентах [8, 9] и в статье [10].

Нами разработан метод передачи дискретной информации, заключающийся в том, что передаваемый символ двоичного алфавита (a_1 – логическая «единица» или a_0 – логический «нуль») представляется сменой структур двух посылок периодической псевдошумовой последовательности, причем если передается символ a_1, то структура передаваемого ШПС не меняется относительно предыдущей посылки сигнала, а если передается символ a_0, то структура меняется на зеркальную копию (относительно оси времени) ранее переданной посылки сигнала; при этом передаваемый ШПС получен путем m-кратного повторения отрезка, образующего ШПС, период повторе-

 ISSN 1995-7009

ния которого T_0 равен T/m, где T – длительность одной посылки сигнала. Предлагаемый метод модуляции поясняется на рис. 1 (при числе повторов m = 3) [11].

Демодуляцию такого сигнала можно осуществлять автокорреляционным методом, на основе сравнения формы автокорреляционной функции (АКФ) соседних посылок периодических последовательностей ШПС с различной структурой. Для этого на приемной стороне должно быть два канала обработки входного сигнала. В канале логической «единицы» осуществляется нахождение значения АКФ в точке $T + T_0$. В канале логического «нуля» осуществляется то же самое, только предварительно сигнал зеркально отображается относительно временной оси за период T. Решающее устройство (РУ) считает принятым тот символ, который соответствует каналу с максимальным значением АКФ на выходе. Структурная схема демодулятора приведена на рис. 2.

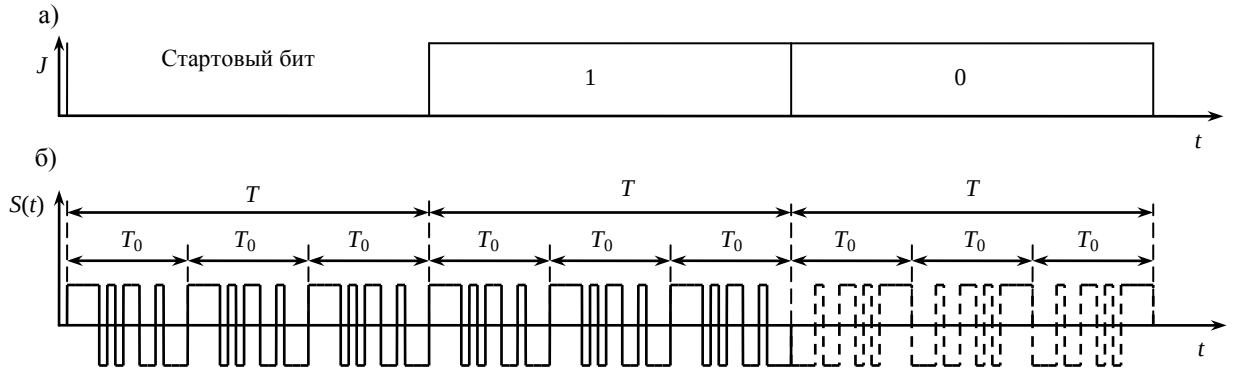


Рис. 1. Иллюстрация предлагаемого способа модуляции: а – сигнал на входе модулятора, б – сигнал на выходе модулятора

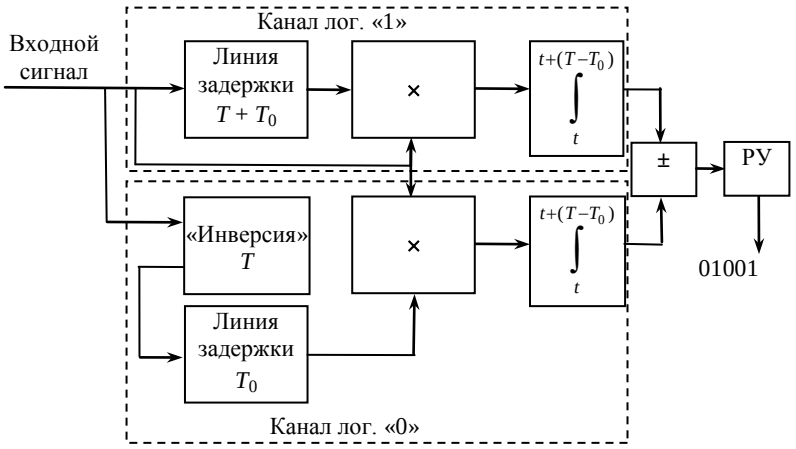


Рис. 2. Блок-схема автокорреляционного демодулятора

Рассмотрим помехоустойчивость такой схемы автокорреляционного приема периодических шумоподобных сигналов.

Сигнал логической «единицы» $B_1(t)$ и логического «нуля» $B_2(t)$ на интервале двух посылок можно представить следующим образом:

$$B_1(t) = \begin{cases} A(t), & 0 \le t \le T \\ A(t-T), & T \le t \le 2T \end{cases};$$

$$B_2(t) = \begin{cases} A(t), & 0 \le t \le T \\ A(T-t), & T \le t \le 2T \end{cases},$$

где $A(t) = a_0(t) + a_0(t-T_0) + a_0(t-2T_0) + ... + a_0(t-(n-1)T_0)$ – составной сигнал, состоящий из повторяющихся отрезков ШПС $a_0(t)$; m – целое число. Причем $A(t-T)$ и $A(T-t)$ являются зеркальными копиями относительно временной оси.

Сигнал на входе приемного устройства имеет вид:

$B_1(t)+W(t)$ – для сигнала логической «единицы»;

$B_2(t)+W(t)$ – для сигнала логического «нуля», где $W(t)$ – аддитивный флюктуационный шум со спектральной плотностью мощности W_0^2, который присутствует в реальном канале передачи сигнала.

В случае, когда была передана логическая «единица», сигнал на выходе вычитателя $C_{\text{выч}}(t)$ будет определяться выражением

$$C_{\text{выч}}(t)=\int_0^{(m-1)T_0}\left[A(t)+W(t)\right]\left[A\left(t-\left(T-T_0\right)\right)+W\left(t-\left(T-T_0\right)\right)\right]dt-\int_0^{(m-1)T_0}\left[A(t)+W(t)\right]\times\left[A\left(\left(T-T_0\right)-t\right)+W\left(\left(T-T_0\right)-t\right)\right]dt.$$

Первый и второй интегралы можно разбить на суммы $(m-1)$ интегралов в других пределах:

$$\left\{\begin{array}{l}\int_0^{T_0}\left[A(t)+W(t)\right]\left[A\left(t-\left(T-T_0\right)\right)+W\left(t-\left(T-T_0\right)\right)\right]dt+\\+\int_{T_0}^{2T_0}\left[A\left(t-T_0\right)+W\left(t-T_0\right)\right]\times\left[A\left(t-\left(T-2T_0\right)\right)+W\left(t-\left(T-2T_0\right)\right)\right]dt+\\+\ldots+\\+\int_{(m-2)T_0}^{(m-1)T_0}\left[A\left(t-(m-2)T_0\right)+W\left(t-(m-2)T_0\right)\right]\times\left[A\left(t-(T-(m-1)T_0\right)+W\left(t-T-(m-1)T_0\right)\right]dt\end{array}\right\}-\left\{\begin{array}{l}\int_0^{T_0}\left[A(t)+W(t)\right]\left[A\left(\left(T-T_0\right)-t\right)+W\left(\left(T-T_0\right)-t\right)\right]dt+\\+\int_{T_0}^{2T_0}\left[A\left(t-T_0\right)+W\left(t-T_0\right)\right]\times\left[A\left(\left(T-2T_0\right)-t\right)+W\left(\left(T-2T_0\right)-t\right)\right]dt+\\+\ldots+\\+\int_{(m-2)T_0}^{(m-1)T_0}\left[A\left(t-(m-2)T_0\right)+W\left(t-(m-2)T_0\right)\right]\times\left[A\left(\left(T-(m-1)T_0\right)-t\right)+W\left((T-(m-1)T_0)-t\right)\right]dt\end{array}\right\}=$$

$$=\left\{\begin{array}{l}\int_0^{T_0}A(t)A\left(t-(T-T_0)\right)dt+\int_0^{T_0}A(t)W\left(t-(T-T_0)\right)dt+\int_0^{T_0}W(t)A\left(t-(T-T_0)\right)dt+\\+\int_0^{T_0}W(t)W\left(t-(T-T_0)\right)dt+\int_{T_0}^{2T_0}A\left(t-T_0\right)A\left(t-(T-2T_0)\right)dt+\int_{T_0}^{2T_0}A\left(t-T_0\right)W\left(t-(T-2T_0)\right)dt+\\+\int_{T_0}^{2T_0}W\left(t-T_0\right)A\left(t-(T-2T_0)\right)dt+\int_{T_0}^{2T_0}W\left(t-T_0\right)W\left(t-(T-2T_0)\right)dt+\ldots+\\+\int_{(m-2)T_0}^{(m-1)T_0}A\left(t-(m-2)T_0\right)A\left(t-(T-(m-1)T_0\right)dt+\int_{(m-2)T_0}^{(m-1)T_0}A\left(t-(m-2)T_0\right)W\left(t-T-(m-1)T_0\right)dt+\\+\int_{(m-2)T}^{(m-1)T_0}W\left(t-(m-2)T_0\right)A\left(t-(T-(m-1)T_0\right)dt+\int_{(m-2)T_0}^{(m-1)T_0}W\left(t-(m-2)T_0\right)W\left(t-T-(m-1)T_0\right)dt\end{array}\right\}-$$

$$-\left\{\begin{array}{l}\int\limits_0^{T_0} A(t)A((T-T_0)-t)dt+\int\limits_0^{T_0} A(t)W((T-T_0)-t)dt+\int\limits_0^{T_0} W(t)A((T-T_0)-t)dt+\int\limits_0^{T_0} W(t)W((T-T_0)-t)dt+\\ +\int\limits_{T_0}^{2T_0} A(t-T_0)A((T-2T_0)-t)dt+\int\limits_{T_0}^{2T_0} A(t-T_0)W((T-2T_0)-t)dt+\int\limits_{T_0}^{2T_0} W(t-T_0)A((T-2T_0)-t)dt+\\ +\int\limits_{T_0}^{2T_0} W(t-T_0)W((T-2T_0)-t)dt+\ldots+\int\limits_{(m-2)T_0}^{(m-1)T_0} A(t-(m-2)T_0)A((T-(m-1)T_0)-t)\,dt+\\ +\int\limits_{(m-2)T_0}^{(m-1)T_0} A(t-(m-2)T_0)W((T-(m-1)T_0)-t)dt+\int\limits_{(m-2)T}^{(m-1)T_0} W(t-(m-2)T_0)A((T-(m-1)T_0)-t)dt+\\ +\int\limits_{(m-2)T_0}^{(m-1)T_0} W(t-(m-2)T_0)W((T-(m-1)T_0)-t)dt\end{array}\right\}.$$

Сигнал на выходе вычитателя будет состоять из суммы случайных величин [3]. Найдем математическое ожидание M_1^1 и дисперсию этой суммы M_2^1:

$$M_1^1 = E_A^{T_0}(m-1) = E_A^T\frac{(m-1)}{m} = A_0^2FT\left(\frac{m-1}{m}\right),$$

$$M_2^1 = \left\{\begin{array}{l}\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{W_0^4}{2}+\\ +\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{W_0^4}{2}+\\ +\ldots+\\ +\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{W_0^4}{2}\end{array}\right\}+$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{A_0^4}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{Z_0^4}{2}+\\ +\frac{A_0^4}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{W_0^4}{2}+\\ +\ldots+\\ +\frac{A_0^4}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{A_0^2W_0^2}{2}+\frac{W_0^4}{2}\end{array}\right\}=$$

$$=\frac{2A_0^2W_0^2(m-1)FT_0}{2}+\frac{W_0^4(m-1)FT_0}{2}+$$

$$+\frac{A_0^4(m-1)FT_0}{2}+\frac{2A_0^2W_0^2(m-1)FT_0}{2}+$$

$$+\frac{W_0^4(m-1)FT_0}{2}=$$

$$=A_0^2W_0^2FT\frac{m-1}{m}+W_0^4FT\frac{m-1}{2m}+$$

$$+2A_0^2W_0^2FT\frac{m-1}{2m}+W_0^4FT\frac{m-1}{2m}+A_0^4FT\frac{m-1}{2m},$$

где A_0^2 – спектральная плотность мощности случайного процесса $a(t)$, отрезком которого является сигнал $a_0(t)$; $E_A^{T_0}$ – энергия сигнала $a_0(t)$; E_A^T – энергия сигнала $A(t)$.

Подобные выражения можно получить для математического ожидания M_1^2 и дисперсии M_2^2 при передаче сигнала, соответствующего символу логического «нуля»:

$$M_1^2 = E_A^{T_0}(m-1) = E_A^T\frac{(m-1)}{m} = A_0^2FT\left(\frac{m-1}{m}\right),$$

$$M_2^2 = S_0Z_0FT\frac{m-1}{m}+Z_0^2FT\frac{m-1}{2m}+$$

$$+2S_0Z_0FT\frac{m-1}{2m}+Z_0^2FT\frac{m-1}{2m}+S_0^2FT\frac{m-1}{2m}.$$

Решающее устройство должно определить, какой символ считать переданным, в зависимости от величины сигнала на выходе вычитателя. В соответствии с критерием идеального наблюдателя положительный сигнал с выхода вычитателя необходимо расценивать как передачу одного символа, а отрицательный – другого. При этом нулевое значение можно отнести к любому символу [1]. Вероятность появления ошибочного символа в этом случае можно вычислить следующим образом [1, 6]:

$$P = Q\left(\frac{\frac{A_0^2 FT\frac{m-1}{m} + A_0^2 FT\frac{m-1}{m}}{2}}{\sqrt{FT\left(A_0^2 W_0^2\frac{m-1}{m} + W_0^4\frac{m-1}{2m} + 2A_0^2 W_0^2\frac{m-1}{2m} + W_0^4\frac{m-1}{2m} + A_0^4\frac{m-1}{2m}\right)}}\right) =$$

$$= Q\left(\frac{\frac{P_S}{P_N}FT}{\sqrt{FT\left(\frac{m-1}{m} + 2\frac{P_S}{P_N}\frac{m-1}{m} + \left(\frac{P_S}{P_N}\right)^2\frac{m-1}{2m}\right)}}\right), \qquad (1)$$

где F – полоса частот сигнала; T – длительность одной посылки сигнала; $Q(x)$ – гауссов интеграл ошибок, т.е. $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^\infty \exp\left\{-\frac{u^2}{2}\right\}du$; P_S – мощность сигнала; P_N – мощность шума; $\frac{P_S}{P_N}$ – отношение сигнал/шум.

При значениях $m \geq 10$ выражение (1) можно упростить:

$$P \approx Q\left(\frac{\frac{P_S}{P_N}FT}{\sqrt{FT\cdot\left(\frac{1}{2}\left(\frac{P_S}{P_N}\right)^2 + 2\frac{P_S}{P_N} + 1\right)}}\right)$$

или

$$P \approx Q\left(\frac{h^2}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\frac{h^2}{FT} + 2h + FT\right)}}\right), \qquad (2)$$

где $h^2 = (A/W)FT = E_A^T/W$ – отношение энергии символа к спектральной плотности мощности помехи.

Сравнение помехоустойчивости разработанного метода с известными методами передачи дискретной информации

Сравнение проведем с точки зрения общепринятого критерия вероятности символьной ошибки P.

В таблице приведены выражения для вероятности ошибочного приема двоичного символа при наличии аддитивной помехи типа «белого» шума, полученные в результате анализа различных автокорреляционных способов передачи двоичной информации.

Таблица

Автокорреляционный способ передачи	Вероятность ошибочного приема двоичного символа
По методу, описанному в патенте № 2435323 [7]	$P_s \approx Q\left[\frac{\sqrt{\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)FT}}{\sqrt{4 + \frac{4}{m}\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)^{-1} + \frac{2}{m}\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)}}\right]$
По методу фазоразностной манипуляции (ФРМ) 1-го порядка	$P_s = Q\left[\frac{\sqrt{\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)FT}}{\sqrt{1 + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)^{-1}}}\right]$
Модуляция согласно разработанному методу/ демодуляция модернизированным автокорреляционным алгоритмом по одной характерной точке АКФ	$P_s \approx Q\left[\frac{\sqrt{\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)FT}}{\sqrt{2 + \left(\frac{P_c}{P_ш}\right)^{-1} + \frac{1}{2}\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)}}\right]$
По методу, описанному в патенте № 2362273 [6]	$P_s \approx Q\left[\frac{\sqrt{\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)FT}}{\sqrt{3 + \left(\frac{P_c}{P_ш}\right)^{-1} + \frac{1}{2}\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)}}\right]$
По методу Ланге-Мюллера	$P_s = Q\left[\frac{\sqrt{\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)FT}}{\sqrt{4 + 8\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)^{-1} + \frac{9}{2}\left(\frac{P_c}{P_ш}\right)}}\right]$

Здесь m – число побочных максимумов АКФ сигнала, использованных для идентификации символа.

На графике (рис. 3) представлены кривые зависимости вероятности битовой ошибки P от отношения сигнал/шум, рассчитанные для случая $FT = 10000$ и $m = 20$.

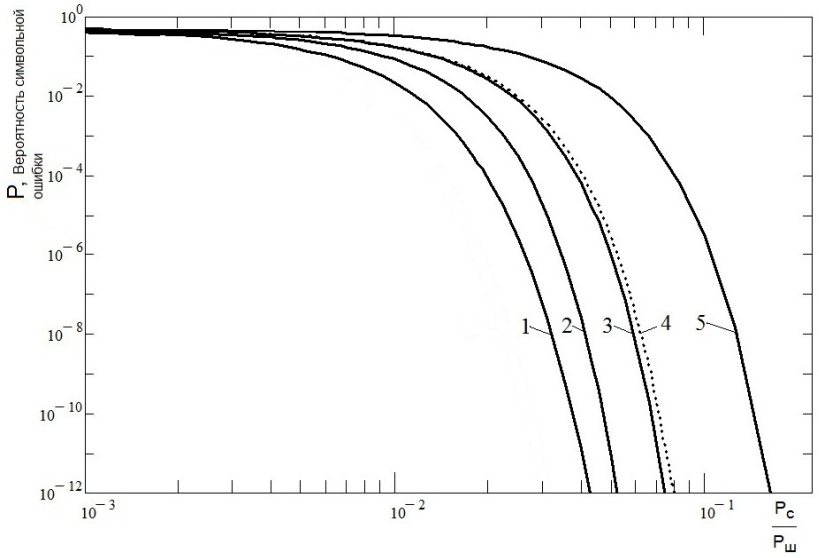


Рис. 3. Вероятность символьной ошибки для различных методов при базе сигнала B = 10000

На этом рисунке кривая под номером 1 – модуляция периодом следования шумоподобного сигнала, демодуляция по 20 характерным точкам АКФ (согласно патенту № 2435323); 2 – модуляция методом ФРМ с автокорреляционным алгоритмом демодуляции; 3 – модуляция согласно разработанному методу, демодуляция автокорреляционным алгоритмом по 1 характерной точке АКФ; 4 – модуляция периодом следования шумоподобного сигнала, демодуляция по 1 характерной точке АКФ (согласно патенту № 2362273); 5 – модуляция методом Ланге-Мюллера.

Сравнение полученных кривых говорит о том, что помехоустойчивость описанного способа передачи данных по отношению к аддитивной флюктуационной помехе несколько ниже, чем у способов, использующих фазоразностную модуляцию, но выше, чем у способов, использующих корреляционно-временную модуляцию с анализом АКФ по одной характерной точке соответствующего максимуму первого бокового лепестка. Также следует отметить, что достоинством предложенного метода передачи является возможность построения многоадресной системы связи, работающей в одной полосе частот, путем присвоения каждому абоненту «индивидуального» периода следования образующего ШПС T_0, без изменения общей длительности посылки сигнала.

Литература

1. *Скляр Бернард.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение : пер. с англ. – 2-е изд. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

2. *Москвитин С.П., Пудовкин А.П.* Метод и система контроля характеристик качества биметалла. Вестник ТГТУ. – Тамбов, 2009. – Т. 15, № 2. – С. 315–320.

3. *Данилов С.Н., Пудовкин А.П., Шатовкин Р.Р.* Алгоритм прогноза координат воздушных объектов для обеспечения функционирования системы направленной связи на основе систем со случайным изменением структуры // Вестник ТГТУ. – Тамбов, 2009. – Т. 15, № 3. – С. 530–539.

4. *Окунев Ю.Б.* Цифровая передача информации фазоманипулированными сигналами. – М. : Радио и связь. – 1991. – 296 с. : ил.

5. *Окунев Ю.Б., Яковлев Л.А.* Широкополосные системы связи с составными сигналами ; под ред. А.М. Заездного. – М. : Связь, 1968. – 168 с.

6. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. – М. : Радио и связь, 1985. – 384 с. : ил.

7. *Ланге Ф.* Корреляционная электроника : пер. с нем. – Л. : Судпромгиз, 1963. – 446 с.

8. Пат. 2362273. Способ передачи информации с помощью шумоподобных сигналов и устройство для его осуществления, 2007 : Григорьев А.С., Дахнович А.А.

9. Пат. 2435323. Способ передачи информации с помощью шумоподобных сигналов, 2011 : Григорьев А.С., Дахнович А.А., Ефремов Р.А.

10. *Григорьев А.С., Дахнович А.А., Ефремов Р.А.* Беспроводная передача данных в информационно-измерительных системах в условиях помех // Труды ТГТУ. Сер. Моделирование систем и процессов. – М. : Радиотехника, 2009. – Т. 2, № 12. – С. 14–19.

11. *Ефремов Р.А.* Помехоустойчивость метода передачи информации с использованием шумоподобного сигнала // Проблемы техногенной безопасности и устойчивого развития : сб. науч. ст. молодых ученых, аспирантов и студентов / ФГБОУ ВПО «ТГТУ». – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. – Вып. V. – 344 с.

Статья поступила в редакцию 24 сентября 2014 г.

УДК 681.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ПОМЕХ В ДИНАМИЧНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ОБСТАНОВКЕ

А.Д. Коробова, доцент кафедры электроники, Воронежский гос. ун-т, тел.: (473) 252-79-25
Е.А. Хромых, с.н.с., ОАО «Концерн «Созвездие», тел.: (473) 252-08-33

В среде MATLAB разработаны функциональные модели генераторов структурных помех для узкополосной и широкополосной линий связи. Предложена методика моделирования воздействия структурной помехи в динамичной электромагнитной обстановке. Определены коэффициенты подавления в зависимости от рассогласований частоты и фазы для заданной вероятности ошибки.

Ключевые слова: *компьютерное моделирование, структурная помеха, динамичная электромагнитная обстановка, коэффициенты подавления.*

MODELLING OF STRUCTURAL HINDRANCES IN DYNAMICAL ELECTROMAGNETIC CONDITIONS

A.D. Korobova, associate professor, Department of Electronics, Voronezh State University, tel.: (473) 252-79-25
E.A. Khromykh, senior research engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», tel.: (473) 252-08-33

In MATLAB environment the functional models of structural hindrances generators are developed for the narrow-band and broadband communication lines. The modelling technique of a structural hindrance influence in the dynamical electromagnetic conditions is offered. The suppression factors depending on frequency mismatches and a phase for a specified error probability are defined.

Keywords: *computer modelling, structural hindrance, dynamical electromagnetic conditions, suppression factors.*

Для исследования динамических задач, связанных с моделированием электромагнитной обстановки (ЭМО) в группировках подвижных радиоэлектронных средств (РЭС), в среде MATHCAD разработана компьютерная методика и реализующая её программа «ЭПО-ОРЧ» [1]. На её основе в [2] получены временные зависимости изменения мощности сигналов передающих РЭС на выходе приёмной антенны с учётом изменения реальной чувствительности приёмного устройства (ПУ). Результаты моделирования справедливы для случая, когда динамичная ЭМО изменялась за счет перемещения передающих РЭС относительно неподвижного приёмного РЭС. Была проведена оценка параметров динамичной ЭМО за конкретный период времени с визуализацией электромагнитной обстановки. При этом учитывались: начальные координаты РЭС в трехмерной области, траектории и скорости движения РЭС, форма и ориентация трехмерных ДН применяемых передающих и приемных антенн, частотные характеристики приемных и передающих устройств, чувствительности приемников, мощности передатчиков, характеристики затухания на радиотрассах.

Дальнейшим развитием предложенного метода явилась интеграция результатов, полученных программой «ЭПО-ОРЧ» в среде MATHCAD, в среду MATLAB [3, 4]. При этом удалось осуществить решение ряда задач в динамичной ЭМО с учётом стандартных цепей формирования и обработки сигналов, применяемых в коммуникационных системах. Так, например, в [5] приведена методика и результаты моделирования, позволяющие оценить время подавления узкополосной линии связи заградительной помехой, представленной в форме ограниченного по полосе «белого шума». В [6] приведены результаты, позволяющие сравнить эффективность подавления узкополосной линии связи двумя типами помех: помехой в форме ограниченного по полосе «белого шума» и помехой, формируемой генератором, управляемым напряжением (ГУН-помехой, или «свипирующей» помехой).

Целью настоящей статьи является разработка методики моделирования воздействия структурной помехи на узкополосный и широкополосный каналы связи в динамичной ЭМО и определение коэффициента подавления в зависимости от расстроек частоты и фазы. Под

структурной помехой будем понимать сигнал, корреляционные свойства которого близки к корреляционным свойствам сигнала подавляемой линии связи, а под коэффициентом подавления – отношение мощности помехи к мощности сигнала при заданной вероятности ошибки $(P\text{п}/P\text{с})_W$.

Моделирование воздействия структурной помехи на узкополосную линию связи

Функциональная схема моделирования воздействия структурной помехи на модифицированную узкополосную линию связи приведена на рис. 1 (пример взят из папки Communications Blockset Matlab-R2007, Simulink 6 для спутникового канала с полосой ~ 40 кГц) [7]. Модифицированная модель включает в себя:

– «передатчик», формирующий (с помощью источника информации, модулятора, фильтра и усилителя) сигнал заданной структуры;

– генератор структурной помехи, оформленный в виде субсистемы 1 и ряда вспомогательных элементов;

– наземный «приёмник» (фильтр, схема АРУ, демодулятор и др.).

В модели отсутствуют высокочастотные цепи (МШУ, смесители, гетеродины), что подразумевает их идеальную работу по переносу спектра из области видеочастот в область радиочастот и обратно. Предполагается также, что потери сигнала на распространение в узкополосной линии связи постоянны.

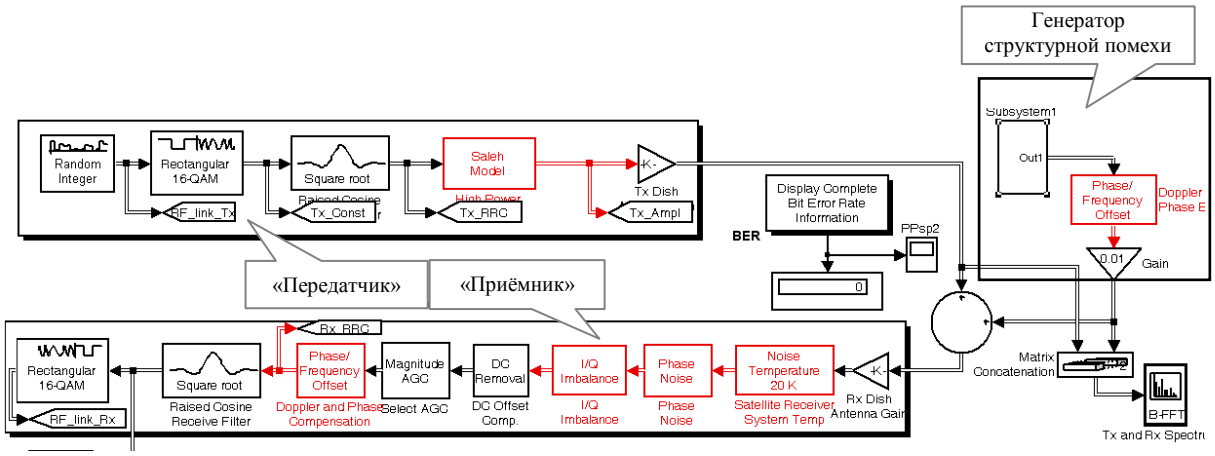


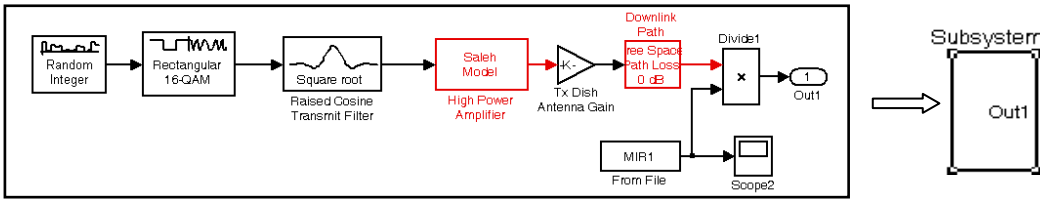
Рис. 1. Функциональная модель воздействия структурной помехи на узкополосную линию связи

Информационный сигнал (RF_link_Tx) проходит все функциональные узлы модели «передатчика» и вместе со структурной помехой через сумматор поступает на вход модели «приёмника». В BER-калькуляторе сравниваются два сигнала: исходный, сформированный в передатчике источником информации, и «сигнал+помеха», прошедший по всем функциональным элементам модели и демодулированный в приёмнике. Число ошибочно принятых битов информации (которое на каждом интервале времени зависит от отношения мощности помехи к мощности сигнала $P\text{п}/P\text{с}$) BER-калькулятор делит на число переданных битов и выдаёт результат в виде процентного соотношения, или вероятности ошибки. Включение виртуального осциллографа в схему индикации позволяет фиксировать текущее значение вероятности ошибки на всём интервале времени моделирования. При низком уровне помех и согласованной работе всех функциональных элементов показания BER близки к 0.

Пример наиболее простого генератора структурной помехи приведён на рис. 2а. Здесь модель тракта формирователя структурной помехи создаётся путём копирования тракта формирования сигнала, приведённого на рис. 1, и оформляется в виде субсистемы (S1) с выходом Out1 (рис. 2б). Учёт временных характеристик помехового канала обеспечивается включением в модель блока внешних данных From File. В данном примере блок с именем MIR1.mat является файлом внешних данных и описывает конкретную ситуацию динамичной ЭМО («наезд» передатчика помех на приёмник, см. [5]).

Очевидно, что формирователь помехи с корреляционными свойствами, близкими к сигналу, должен немного отличаться от формирователя сигнала (например, за счёт задержки во времени или за счёт частотной/фазовой рас-

стройки). В данном случае отличие обеспечивается внесением частотных и фазовых расстроек относительно тракта обработки сигнала, для чего последовательно с генератором структурной помехи включён блок (Phase/Frequency). Кроме этого, для управления мощностью структурной помехи в формирователь включён и усилитель (Gain1) (см. рис. 1).

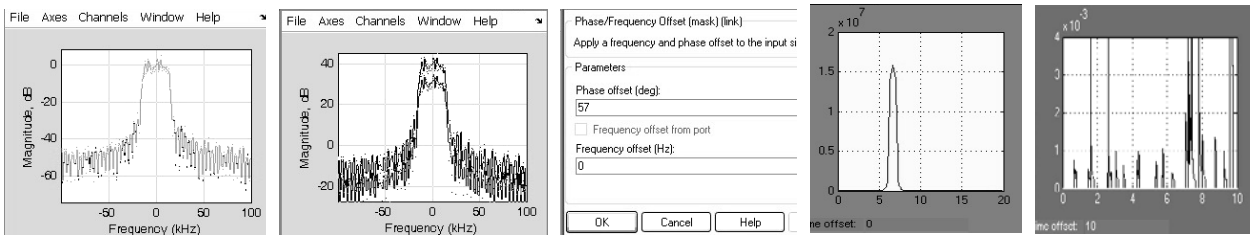


а) б)

Рис. 2. Функциональная схема генератора структурной помехи для узкополосной линии связи, размещённого на подвижном носителе (а); преобразование её в субсистему (б)

С помощью виртуальных инструментов контролируются и фиксируются результаты моделирования (рис. 3). Так, на рис. 3а приведено окно дисплея первого двухканального спектроанализатора. По одному каналу отображается спектр промодулированного информационного сигнала, формируемого в передатчике, а по другому каналу – сумма спектров исходного сигнала и структурной помехи, прошедших часть элементов тракта обработки (до фильтра). На рис. 3б приведено окно дисплея второго двухканального спектроанализатора. Здесь по одному каналу отображается спектр исходного сигнала, а по другому каналу – спектр структурной помехи на входе приёмника. На рис. 3в приведено окно, в котором задаются величины частотной и фазовой расстройки структурной помехи относительно исходного сигнала (введена фазовая задержка 57°). На рис. 3г изображён дисплей виртуального осциллографа (см. рис. 2), отображающего содержимое файла внешних данных с именем MIR1.mat. «Наезд» передатчика на приёмник происходит на 6-й секунде, что хорошо видно на дисплее. Из приведённых рисунков следует, что несмотря на задержку по фазе и Pp/Pc = 10 дБ на входе приёмника, спектры сигнала и структурной помехи на входе демодулятора нельзя различить (см. рис. 3а).

Однако ошибки, возникающие при обработке сигнала и структурной помехи после демодулятора, постоянно регистрируются BER-калькулятором и отображаются на соответствующем виртуальном осциллографе. Дисплей виртуального осциллографа приведён на рис. 3д, где (для заданных расстроек по амплитуде и фазе) ошибки не превышают величины 4×10^{-3} на интервале времени 10 сек.



а) б) в) г) д)

Рис. 3. Виртуальные инструменты: а, б – дисплеи двухканальных спектроанализаторов; в – окно блока Phase/Frequency Offset; г – дисплей виртуального осциллографа, отображающего содержимое файла внешних данных; д – дисплей осциллографа с текущим значением вероятности ошибки

На приведённой функциональной модели (рис. 1) легко проводить различные исследования. Структурная помеха с выхода Subsystem1 через блоки Phase/Frequency Offset и Gain поступает через сумматор на вход приёмника спутникового канала Ground Station Downlink Receiver. Смесь сигнала и помехи проходит по всем блокам и после обработки поступает на вход BER-калькулятора, где сравнивается с исходным информационным сигналом. Установив критерий

(например, при $W = 10^{-3}$ допускается искажение из-за помехи одного бита на 1000 переданных бит информации), можно оценить пороговые соотношения мощности помехи и сигнала соответствующих заданной вероятности ошибки при приёме. Тем самым можно оценить эффективность действия структурной помехи при разных расстройках (фазы и частоты).

Фазовые рассогласования

В данном примере принята ошибка BER-калькулятора на уровне $W \sim 10^{-3}$. Методика проведения измерений на модели заключается в следующих операциях:

– в окно Phase Offset блока Phase/Frequency Offset вводится фазовая задержка (в градусах);

– запускается моделирование, и путём подбора величины усиления Gain добиваются уровня ошибок $\sim 10^{-3}$;

– коэффициент подавления определяется как Pр/Pс = 20log$E$, где E – коэффициент усиления блока (Gain), при котором появляется ошибка заданной величины.

На рис. 4 приведены результаты оценок Pр/Pс для фазовых задержек от 30 до 200°. Из анализа кривой на рис. 4 видно, что минимальный уровень Pр/Pс = –12 дБ соответствует задержке ~ 100°. Другими словами, при такой задержке мощность структурной помехи может быть меньше мощности сигнала на 12 дБ при уровне $W \sim 10^{-3}$.

Частотные рассогласования

Помимо фазовых рассогласований в окно Frequency Offset блока Phase/Frequency Offset можно вводить и частотные рассогласования. На рис. 5 приведён результат, полученный при смещении центральной частоты структурной помехи на 2 Гц относительно центральной частоты сигнала (рис. 5в). При одинаковой мощности (Pр/Pс = 1) происходит «интерференция» цифровых потоков, в результате чего W изменяется в пределах от 0 до 1 (рис. 5г).

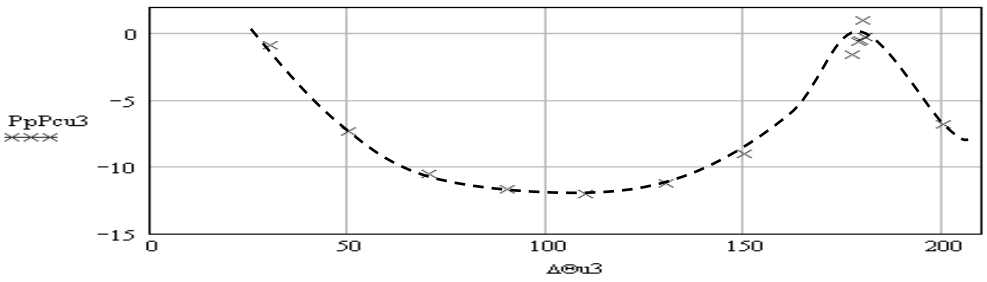
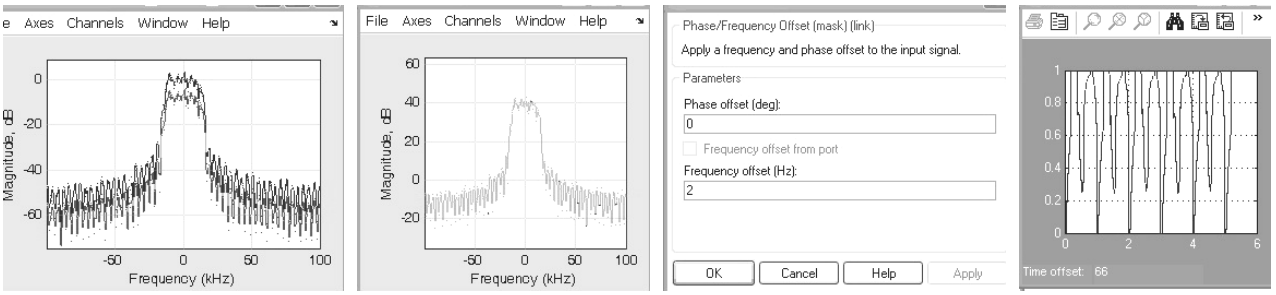


Рис. 4. Зависимость отношения Pр/Pс от фазовых рассогласований



а) б) в) г)

Рис. 5. Введение частотных рассогласований в блок Phase/Freguency Offset:
а, б – дисплеи двухканальных спектроанализаторов, в – окно блока Phase/Freguency Offset,
г – дисплей осциллографа с текущим значением вероятности ошибки

При увеличении частоты рассогласований в блоке Phase/Frequency Offset (до10 Гц) увеличивается и частота «биений». Для $W \sim (1 – 3) \times 10^{-3}$ по методике, изложенной выше, определяются пороговые значения Pр/Pс для расстроек по частоте до 10^5Гц. Результат вычислений приведён на рис. 6.

На рис. 6 видно, что при расстройках по частоте от 2 до 10^3 Гц вероятность ошибки $W \sim (1 – 3) \times 10^{-3}$ сохраняется при уровнях поме-

хи примерно на 13 дБ меньше уровней сигнала, а при расстройке по частоте больше 10 кГц уровень помехи приближается к 0 дБ по отношению к уровню сигнала. Таким образом, с увеличением расстройки по частоте необходимо увеличивать мощность передатчика структурной помехи (для обеспечения заданной вероятности ошибки).

Эффективность структурной помехи при разной расстройке по частоте можно оценить по времени подавления помехой узкополосной линии связи в динамичной ЭМО. На рис. 7 приведены результаты моделирования для расстройки в 1 и 20 кГц. Описание конкретных окон на рис. 7 по позициям совпадает с описанием окон на рис. 3.

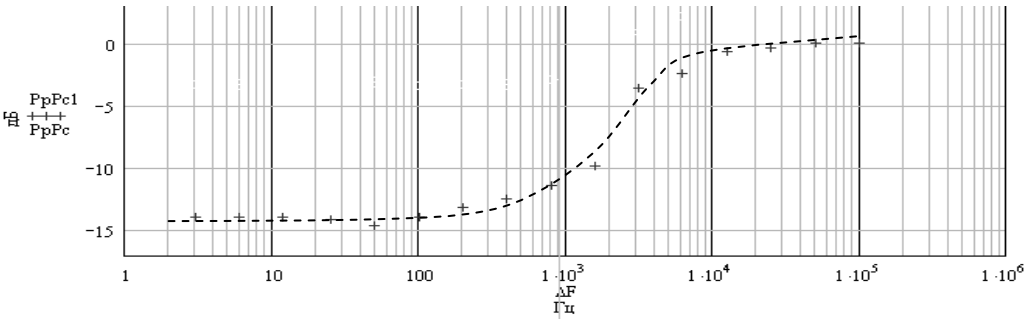
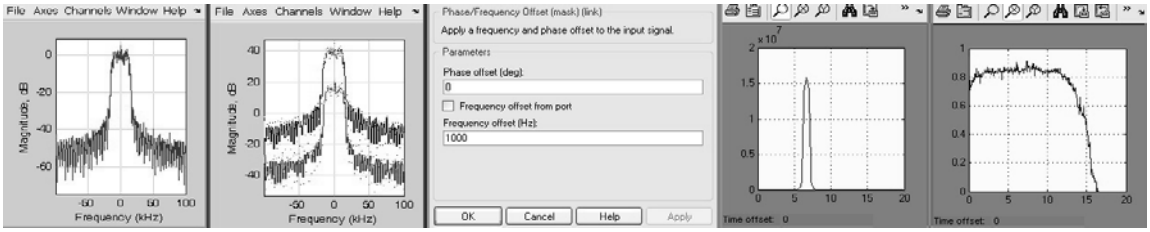


Рис. 6. Зависимость отношения Pp/Pc для частотных рассогласований



а)

б)

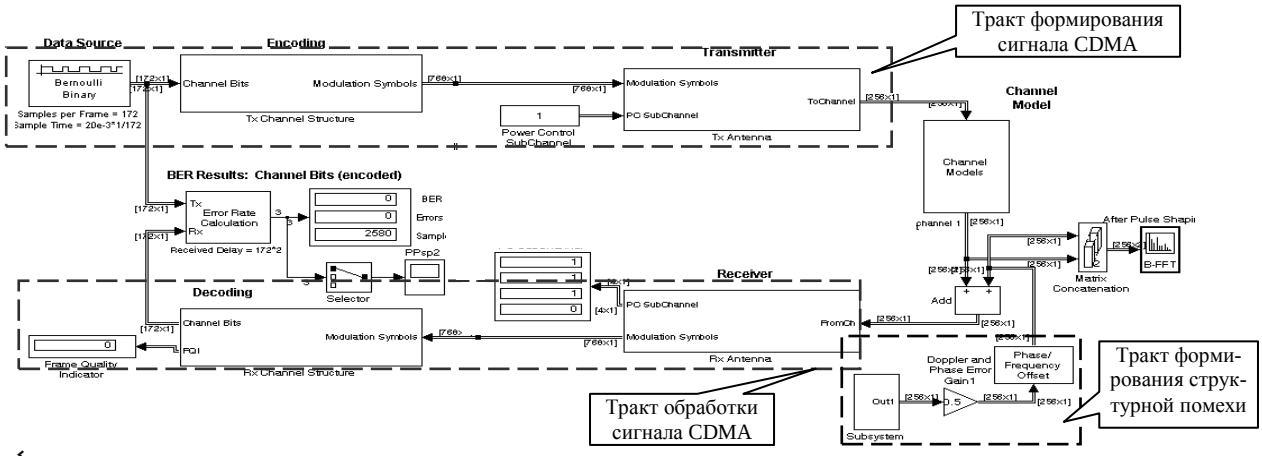
Рис. 7. Результаты моделирования структурной помехи, расположенной на подвижном носителе: а – при расстройке 1000 Гц, б – при расстройке 20000 Гц

Из сравнения кривых, приведённых на дисплеях осциллографов с текущим значением вероятности ошибки видно, что время подавления заметно больше для расстройки 1 кГц по любому уровню W, а для $W = 10^{-3}$ время подавления равно 16,5 сек (для расстройки 1 кГц) и 15 сек (для расстройки 20 кГц).

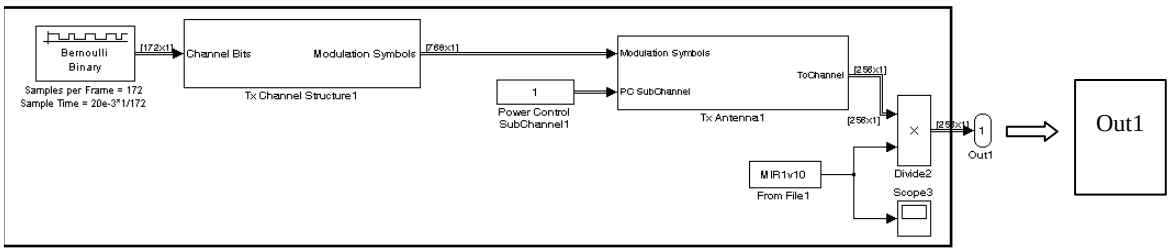
Моделирование воздействия структурной помехи на широкополосную линию связи

Функциональная схема моделирования воздействия структурной помехи на широкополосную линию связи может быть построена так же, как и для узкополосной, рассмотренной выше. В [4] рассмотрен пример воздействия помехи типа «ограниченный по полосе белый шум» на широкополосную линию связи с полосой 1,24 МГц. Функциональная схема линии связи приведена в [7] в качестве упрощённого тракта формирования и обработки сигналов CDMA и здесь может служить основой для моделирования (рис. 8а).

Как видно из рис. 8, функциональная схема генератора структурной помехи также создаётся путём копирования тракта формирования сигнала CDMA и оформляется в виде субсистемы (S1) с выходом Out1. Блок Channel Models вносит затухание в сформированную помеху, имитируя постоянные потери на радиотрассе.



а)

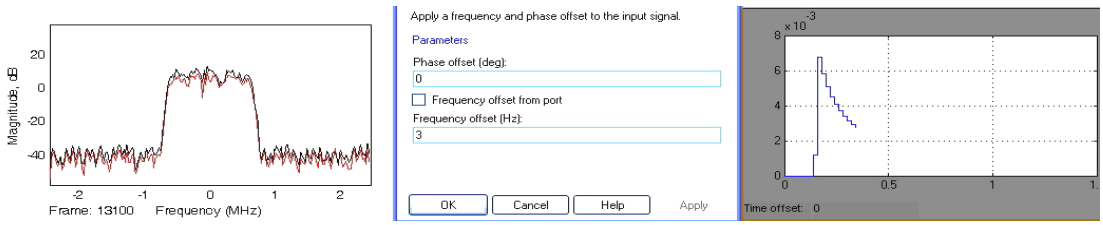


б) в)

Рис. 8. Широкополосная линия связи: а – функциональная модель воздействия структурной помехи на широкополосную линию связи; б – функциональная схема генератора структурной помехи для широкополосной линии связи, размещённого на подвижном носителе; в – преобразование её в субсистему

Также для отличия помехи от сигнала последовательно с генератором структурной помехи включён блок (Phase/Frequency). Кроме этого, для управления мощностью структурной помехи в формирователь включён и усилитель (Gain1) (см. рис. 8а).

С помощью виртуальных инструментов контролируются и фиксируются результаты моделирования (рис. 9). Смесь сигнала и структурной помехи поступает через сумматор на вход приёмника, проходит по всем блокам и после обработки поступает на вход BER-калькулятора, где сравнивается с исходным сигналом. Ошибки, возникающие при обработке сигнала и структурной помехи, регистрируются BER-калькулятором и отображаются на соответствующем виртуальном осциллографе, дисплей которого приведён на рис. 9в. Здесь же приведено окно с параметрами частотной и фазовой расстройкой (рис. 9б) и окно двухканального спектроанализатора (рис. 9а). По одному каналу отображается сигнал, а по другому каналу – структурная помеха. Как видно из приведённых ниже рисунков, форма и ширина спектров сигнала и помехи совпадают (1,25 МГц), а амплитуда, фаза и центральная частота – нет.



а) б) в)

Рис. 9. Виртуальные инструменты контроля результатов моделирования:
а – дисплей виртуального двухканального спектроанализатора, б – окно для задания фазовых и частотных расстроек, в – дисплей виртуального осциллографа для контроля *W*

Фазовые рассогласования

По методике, изложенной выше, в окно (рис. 9б) вводится фазовая задержка, и устанавливается такое усиление (E), при котором ошибки появляются на уровне 10^{-3}. По формуле $P\text{р}/P\text{с} = 20\log E$ определяется пороговое значение $P\text{р}/P\text{с}$. На рис. 10 приведена зависимость $P\text{р}/P\text{с}$ (дБ) от $\Delta\Theta$ в диапазоне от 50 до 200°.

Из анализа кривой на рис. 10 следует, что в диапазоне фазовых задержек от 100 до 150° мощность помехи может быть меньше мощности сигнала на 3 дБ, при этом обеспечивается $W = 10^{-3}$.

Частотные рассогласования

Помимо фазовых рассогласований в структурную помеху можно вводить частотные рассогласования. На рис. 11 приведена зависимость от расстройки центральных частот (ΔF) отношения мощности структурной помехи и сигнала ($P\text{р}/P\text{с}$), при котором ошибка в обработанном сигнале находится на уровне 10^{-3}.

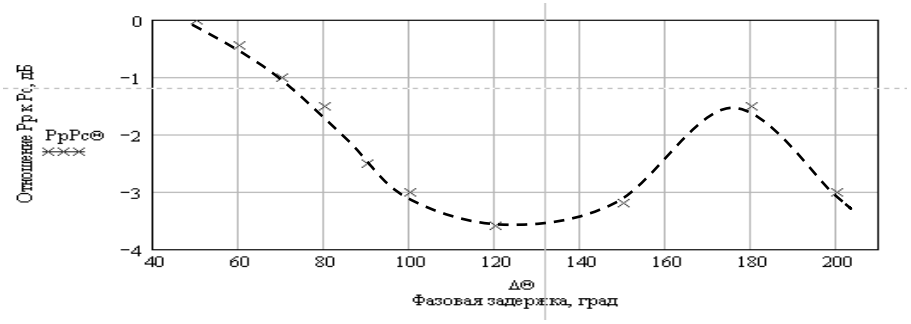


Рис. 10. Зависимость отношения $P\text{р}/P\text{с}$ от фазовых рассогласований (широкополосная линия связи)

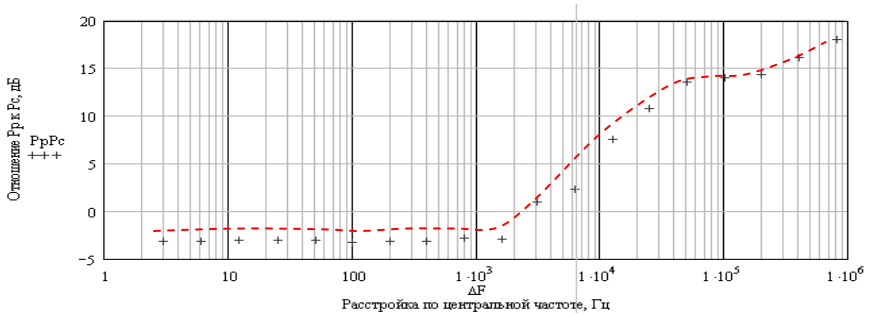


Рис. 11. Зависимость отношения $P\text{р}/P\text{с}$ от частотных рассогласований (широкополосная линия связи)

Анализ кривой, приведённой на рис. 11, показывает, что для ΔF до 2 кГц отношение $P\text{р}/P\text{с}$ слабо зависит от расстройки и находится на уровне (–)3 дБ. В пределах (2–80) кГц отношение $P\text{р}/P\text{с}$ связано с расстройкой как $P\text{р}/P\text{с} = \log(\Delta F)$ и достигает значения 13,6 дБ. При расстройках, превышающих 80 кГц (вплоть до 1 МГц), отношение $P\text{р}/P\text{с}$ достигает максимального значения 20 дБ.

Выводы

Таким образом, разработаны функциональные модели генераторов структурных помех для узкополосной и широкополосной линий связи, учтена их работа в динамичной ЭМО, получены зависимости $P\text{р}/P\text{с}$ от расстроек по частоте и фазе.

Результаты, приведённые в данной статье, свидетельствуют о высокой эффективности разработанной методики моделирования воздействия структурной помехи на разные линии связи и могут быть использованы при разработке передатчиков структурных помех.

Литература

1. *Коробова А.Д., Хромых Е.А., Шульженко С.Н., Руднев Е.А.* Моделирование электромагнитной обстановки в группировках радиоэлектронных средств в трёхмерной области // Теория и техника радиосвязи. – 2008. – Вып. 3. – С. 71–78.

2. *Коробова А.Д., Хромых Е.А.* Учет временных зависимостей характеристик электромагнитной обстановки в группировках подвижных радиоэлектронных средств // Теория и техника радиосвязи. – 2009. – № 2. – С. 73–79.

3. *Коробова А.Д., Хромых Е.А.* Повышение эффективности методики компьютерного моделирования электромагнитной обстановки в группировке радиоэлектронных средств // Теория и техника радиосвязи. – 2012. – № 1. – С. 79–83.

4. *Коробова А.Д., Хромых Е.А.* Применение компьютерного моделирования для оценки ЭМО в группировках РЭС / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2012. – 220 с.

5. *Коробова А.Д., Хромых Е.А.* Моделирование динамичной электромагнитной обстановки для оценки времени подавления узкополосной линии связи заградительной помехой // Теория и техника радиосвязи. – 2014. – № 2. – С. 22–30.

6 *Коробова А.Д., Хромых Е.А.* Сравнение эффективности различных помех в динамичной электромагнитной обстановке // Теория и техника радиосвязи. – 2014. – № 3. – С. 22–30.

7. *Дьяконов В.П.* MATLAB. R2006/2007/2008+Simulink. Основы применения. – М. : СОЛОН-ПРЕСС, 2008. – 800 с.

Статья поступила в редакцию 5 сентября 2014 года

УДК 621.391.23

РАСШИРЕНИЕ ЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА РАДИОПРИЁМНЫХ УСТРОЙСТВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДВУХ ЧАСТОТ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

В.А. Маковий, д.т.н., с.н.с., нач. НТУ, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: Makovij@mail.ru

Рассмотрен алгоритм цифровой коррекции нелинейности аналого-цифрового тракта, основанный на изменении нелинейности при помощи гармонического сигнала. Получены аналитические выражения, позволяющие обеспечить независимость качества коррекции от начальной фазы измерительного сигнала.

Ключевые слова: *измерительный сигнал, безынерционный нелинейный элемент, полиномы Чебышева, аналого-цифровой тракт, аналого-цифровой преобразователь, корректирующий нелинейный элемент, цифровая коррекция.*

THE RECEIVERS FREQUENCY EXTENSION AT THE USE OF TWO-FREQUENCY DIGITIZATION USE

V.A. Makovy, D.D. in Engineering Sciences, senior research engineer, head of Scientific and Technical Board, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: Makovij@mail.ru

The algorithm of the analog-digital path nonlinearity digital correction, based on a change of nonlinearity by using harmonic signal is considered. The analytical expressions, insuring the collection quality independence of the measurement signal initial phase, are received.

Keywords: *measurement signal, delayless nonlinear element, Chebyshev polynomials, analog to digital path, analog to digital converter, correcting nonlinear element, digital correction.*

Один из основных компонентов современных программно-определяемых радиосредств [1] – аналого-цифровой тракт (АЦТ) вследствие различных технологических особенностей производства микросхем и активных элементов обладает нелинейной передаточной функцией. В то же время увеличение загруженности используемых радиочастотных диапазонов делает актуальным улучшение параметров, определяющих электромагнитную совместимость программно-определяемых радиосредств. Особенно остро вопрос улучшения линейности приёмного аналого-цифрового тракта стоит в портативных программно-определяемых радиостанциях, для которых габариты, потребление и стабильность функционирования в широком диапазоне температур являются важными параметрами.

Наличие в тракте прохождения сигнала аналого-цифрового преобразователя (АЦП) не только увеличивает нелинейность, но и позволяет уменьшить помехи нелинейности путём цифровой коррекции передаточной функции тракта [2]. Структурная схема типового АЦТ с точки зрения нелинейности амплитудной характеристики представлена на рис. 1.

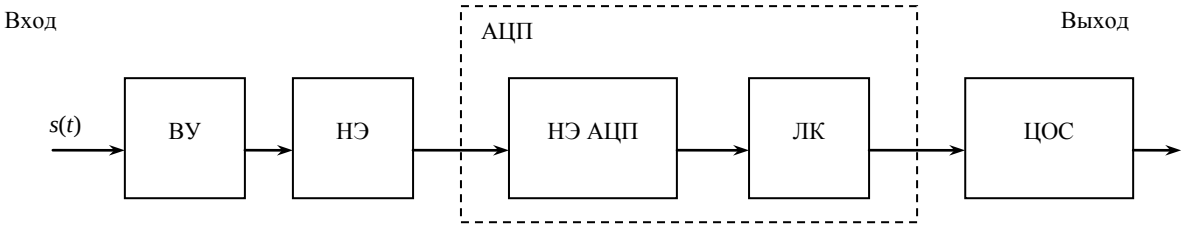


Рис. 1. Структурная схема реального аналого-цифрового тракта, учитывающая нелинейность

Входной сигнал после прохождения входного усилителя ВУ поступает на вход НЭ, который описывает нелинейность амплитудной характеристики аналогового тракта. Основной вклад в нелинейность такого АЦТ вносит буферный усилитель, осуществляющий согласование частотно-избирательных входных цепей с входом АЦП. Такая ситуация характерна для современных АЦТ, осуществляющих преобразование сигнала в цифровую форму на радиочастоте. Далее сигнал посредством АЦП преобразуется в цифровую форму представления и поступает в блок цифровой обработки сигнала (ЦОС), в котором реализуются алгоритмы ра-

диоустройства. Для анализа свойств нелинейности представим АЦП в виде последовательного соединения линейного дискретизатора и нелинейного квантователя по уровню. Нелинейность дискретизатора относительно невелика и учитывается в НЭ АЦП. Нелинейный квантователь представим в виде последовательного соединения равномерного линейного квантователя (ЛК) и непрерывного нелинейного элемента НЭ, создающего нелинейность, эквивалентную нелинейности амплитудной характеристики дискретизатора и квантователя, входящих в АЦП.

Уменьшить величину нелинейности АЦТ и, соответственно, уменьшить уровень помех нелинейности при приёме сигналов возможно путём цифровой коррекции нелинейности квантователя и нелинейности АЦТ в целом. Цифровая коррекция нелинейности заключается во введении в цифровой части тракта прохождения сигнала искусственной нелинейности, при которой совокупная ХП нелинейного АЦТ и корректирующего нелинейного элемента (КНЭ) становится более линейной.

Для измерения нелинейности АЦТ применяется одночастотный гармонический сигнала вида

$$s(t) = A \cdot \cos(\omega_s t + \phi_0) = A \cdot \cos(\psi), \qquad (1)$$

где A – амплитуда измерительного сигнала;

ω_s – частота, попадающая в полосу принимаемых частот;

ψ – полная фаза гармонического колебания.

Функция эквивалентного НЭ АЦП $f(s)$ в АЦТ со структурной схемой на рис. 1 представима в виде степенного полинома [4] вида

$$f(s) = b_0 + \sum_{j=1}^{n} b_j \cdot s^j, \qquad (2)$$

где s – сигнал на входе безынерционного нелинейного элемента;

b – коэффициенты при соответствующих степенях переменной;

n – степень полинома, определяемая как $n = 2^m - 2$;

m – число двоичных разрядов выходного кода БДК при условии монотонности его передаточной характеристики.

Также амплитудная характеристика нелинейного АЦТ может быть представлена в виде конечного ряда полиномов Чебышева:

$$f(s) = \sum_{i=0}^{n} a_i T_i(s), \qquad (3)$$

где $T_n(s) = \cos\left(n \cdot \arccos(s)\right)$, $s \in [-1 \ldots 1]$, $n = 0, 1, 2 \ldots$ – полином Чебышева первого рода,

a_i – коэффициенты ряда Фурье спектра измерительного сигнала на выходе АЦТ.

Корректирующий нелинейный элемент может быть выполнен в последовательной форме, как показано на рис. 2. В современных программно-определяемых радиосредствах линейность АЦТ такова, что уровни помех нелинейности (гармоники тестового сигнала a_n) на выходе тракта значительно (на 80–100 дБ) меньше уровня первой гармоники a_1. Тогда линеаризация может осуществляться с учётом того, что

$$a_1 \cdot a_n \approx a_n >> a_n \cdot a_m \text{ при } m \neq 1, n \neq 1. \qquad (4)$$

Структурная схема такого тракта представлена на рис. 2.

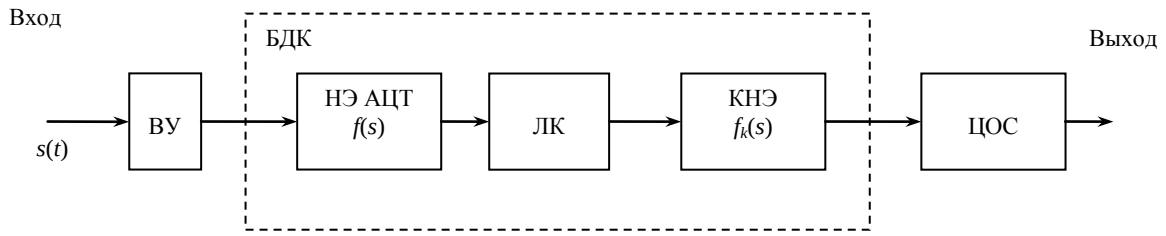


Рис. 2. Последовательное включение КНЭ в аналого-цифровом тракте

Основное уравнение цифровой коррекции нелинейности для последовательного включения КНЭ выглядит следующим образом:

$$f_k(f(s)) = a_1 T_1(s). \qquad (5)$$

Важным преимуществом последовательной схемы коррекции на рис. 2 является возможность синтезировать КНЭ без итерационных процедур вычисления коэффициентов a_i, что существенно ускоряет процесс коррекции и

снижает требования к производительности блока ЦОС. В этом случае характеристика КНЭ должна быть следующей [2]:

$$f_k(s) = -a_0 T_0(s) + a_1 T_1 - \sum_{n=2}^{N-2} a_n T_n(s). \qquad (6)$$

Тогда в результате последовательного соединения эквивалентного НЭ АЦТ и КНЭ получаем

$$f_k(f(s)) \approx a_1^2 T_1(s). \qquad (7)$$

Особенностью рассмотренного метода синтеза КНЭ является высокая чувствительность к отличию начальной фазы измерительного сигнала от 0. На рис. 3 показаны полученные на имитационной модели результаты цифровой коррекции семиразрядного квантователя с исходной интегральной нелинейностью 1 МР. Качество коррекции определялось через относительный уровень помех как разность величин динамического диапазона при точной коррекции и коррекции посредством КНЭ.

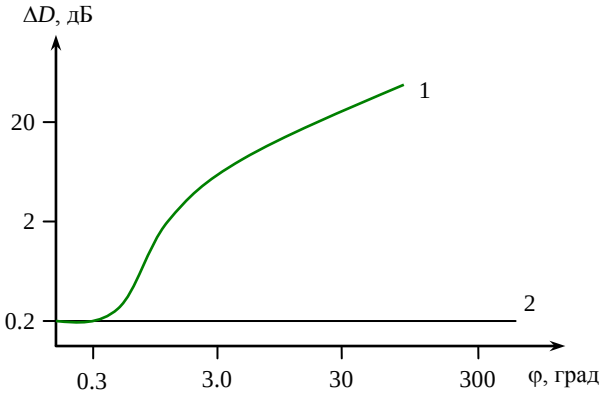


Рис. 3. Уменьшение динамического диапазона скорректированного тракта в зависимости от начальной фазы измерительного сигнала: а – исходный алгоритм, в – с приведением спектра к нулевой фазе

Из графика 1 видно, что эффективность коррекции заметно снижается уже при $\phi_0 = 0.3°$. Требуемая точность начальной фазы увеличивается при увеличении разрядности корректируемого АЦТ.

Возможны различные методы обеспечения нулевой начальной фазы [5]. Например, в устройстве корреляционной обработки широкополосных сигналов с цифровой коррекцией нелинейности, на которое получено авторское свидетельство [6], в качестве формирователя измерительного сигнала используется цифровой генератор синусоидального колебания, синхронизированный по фазе формируемого сигнала с моментом начала выборки сигнала для вычисления спектральных коэффициентов. Восстанавливающий фильтр на выходе цифрового генератора и узкополосный фильтр, уменьшающий уровень гармоник измерительного сигнала, имеют неравномерную зависимость группового времени запаздывания (ГВЗ) от частоты.

С увеличением избирательности аналоговых фильтров увеличивается групповое время запаздывания, ухудшается долговременная и температурная стабильность фазовых характеристик. Аналоговая часть АЦТ также содержит достаточно сложные фильтры для обеспечения избирательности при больших отстройках. В сочетании с изменяемым по частоте в пределах рабочего диапазона АЦТ измерительным сигналом это затрудняет практическое применение цифровой коррекции нелинейности.

Для исключения зависимости качества цифровой коррекции от начальной фазы измерительного колебания был разработан оригинальный алгоритм, позволяющий использовать для измерения нелинейности ХП сигнал с произвольной, неизвестной заранее начальной фазой.

Алгоритм основан на последовательном приведении фаз гармоник измерительного сигнала к нулевой начальной фазе первой гармоники. Приведение спектральных составляющих по фазе осуществляется путём уменьшения полной фазы спектральных составляющих на измеренную начальную фазу тестового сигнала ϕ_0, увеличенную в соответствии с номером гармоники:

$$a_n = \mathrm{Re}\left(A_n \cdot \exp\left(i \cdot \left(n \cdot \omega \cdot t + n \cdot \phi + \phi_n - n\phi_0\right)\right)\right), \qquad (8)$$

где A_n – амплитуда n-й гармоники измерительного сигнала на выходе корректируемого тракта;

ϕ_0 – фаза первой гармоники измерительного сигнала по модулю 2π;

ϕ_n – фаза n-й гармоники при $\phi_0 = 0$. Поскольку сигнал проходит через безынерционный нелинейный элемент, то в зависимости от знака a_n фаза гармоники после приведения может принимать одно из двух значений: $\phi_n = 0$ или $\phi_n = \pi$.

Измерение полной фазы гармонической составляющей по спектру из-за периодичности тригонометрических функций возможно с точностью до 2π. В результате на выходе БПФ

можно для каждой гармоники с номером n определить полную фазу по модулю 2π:

$$\psi_n = \mathrm{mod}_{2\pi}\left(n\phi_0 + \phi_n\right). \quad (9)$$

Согласно (8) вычисление a_n требует нахождения полной начальной фазы каждой n-й гармоники.

Поскольку помехи нелинейности в спектре измерительного сигнал порождаются безынерционным НЭ, приведение к нулевой фазе частотных составляющих спектра возможно и без вычисления полной фазы. Для доказательства этого утверждения рассмотрим соотношение

$$\mathrm{mod}_k(a-b) = \mathrm{mod}_k\left(\mathrm{mod}_k\, a - b\right), \quad (10)$$

где k – неотрицательное число;

a, b – действительные положительные числа. Представим величины a, b в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} a &= n_1 \cdot k + \alpha \\ b &= n_2 \cdot k + \beta \end{aligned}\right\}, \quad n_1, n_2 = 0,1,2\ldots \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), приходим к выражению

$$\mathrm{mod}_k\left(n_1 \cdot k + \alpha - n_2 \cdot k - \beta\right) =$$

$$= \mathrm{mod}_k\left(\mathrm{mod}\, k\left(n_1 \cdot k + \alpha\right) - n_2 \cdot k - \beta\right). \quad (12)$$

Рассмотрим левую часть (12). Так как $\left(n_1 - n_2\right)\cdot k + \left(\alpha + \beta\right)$ является числом, сравнимым по модулю k с числом $\left(\alpha + \beta\right)$ [7], то

$$\mathrm{mod}_k\left(n_1 \cdot k + \alpha - n_2 \cdot k - \beta\right) = \mathrm{mod}_k(\alpha - \beta). \quad (13)$$

В правой части (12) имеем

$$\mathrm{mod}_k\left(n_1 \cdot k + \alpha\right) = \alpha, \quad (14)$$

$$\mathrm{mod}_k\left(\alpha - n_2 \cdot k - \beta\right) = \mathrm{mod}_k\left(\alpha - \beta\right). \quad (15)$$

После преобразования левой и правой части (12) получаем тривиальное тождество $\mathrm{mod}_k\left(\alpha - \beta\right) = \mathrm{mod}_k\left(\alpha - \beta\right)$, следовательно, исходное выражение (10) истинно.

Функция $\exp(ix)$ имеет период 2π, что в данном случае эквивалентно приведению аргумента по модулю 2π:

$$\exp(ix) = \exp\left(i \cdot \left(\mathrm{mod}_{2\pi}(x)\right)\right). \quad (16)$$

Тогда выражение (8), описывающее процесс вычисления спектрального коэффициента измерительного сигнала с нулевой начальной фазой с использованием доказанного равенства (10) может быть записано в виде

$$a_n = \mathrm{Re}\left(A_n \cdot \exp\left(i \cdot \left(n \cdot \omega \cdot t + \psi_n - n \cdot \phi_0\right)\right)\right), \quad (17)$$

где ψ_n – фаза n-й гармоники измерительного сигнала по модулю 2π;

ϕ_0 – фаза первой гармоники измерительного сигнала по модулю 2π;

n – номер гармоники измерительного сигнала.

Предложенный метод приведения спектральных составляющих помех нелинейности к нулевой фазе первой гармоники позволяет использовать при цифровой коррекции сигнал с неизвестной начальной фазой. Частота измерительного сигнала ω_t и частота выборок во входном массиве БПФ ω_d связаны соотношением

$$\omega_t = \frac{\omega_d}{4 \cdot N}, \quad (18)$$

где N – количество уровней квантования в АЦТ. В выходном массиве БПФ комплексное число, соответствующее спектральному коэффициенту первой гармоники измерительного сигнала, содержит информацию о начальной фазе ϕ по модулю 2π

$$\phi = arctg\left(\frac{\mathrm{Re}(c_1)}{\mathrm{Im}(c_1)}\right), \quad (19)$$

где c_1 – комплексный коэффициент Фурье, соответствующий первой гармонике измерительного сигнала. Аналогично находятся начальные фазы всех гармоник, необходимых для синтеза КНЭ (6). На рис. 3 (график 2) показана полученная на имитационной модели зависимость ошибки цифровой коррекции от начальной фазы тестового сигнала при приведении спектра помех нелинейности к нулевой фазе. Из приведённого графика видно, что предложенный алгоритм практически полностью устранил влияние ϕ_0 на качество цифровой коррекции.

Коррекция современных АЦТ в целом требует учёта значительного числа гармоник. Например, для 16-разрядного квантователя необходимо проводить анализ помех нелинейности до 65534-й гармоники измерительного сигнала. Как правило, вычисления организуют на специальных процессорах, ориентированных

на выполнение алгоритмов цифровой обработки. В малогабаритных радиосредствах для уменьшения потребления используется арифметика с фиксированной точкой и соответствующие процессоры, например TMS320C5509A. В ходе вычислений величина $n \cdot \phi_0$ при больших n может выйти за пределы диапазона допустимых значений числа. В стационарной аппаратуре нередко применяют процессоры с аппаратной поддержкой вычислений с плавающей точкой. В случае представления чисел в формате с плавающей точкой из-за ограниченной разрядности мантиссы для больших величин n увеличивается погрешность вычислений и уменьшается точность приведения по фазе с увеличением номера гармоники. Этот недостаток можно преодолеть, модифицировав выражение (10) и перейдя от абсолютной величины $n \cdot \phi_0$ к её остатку от приведения по модулю 2π. Тогда выражение (10) принимает вид

$$\mathrm{mod}_k (a - b) = \mathrm{mod}_k \left(\mathrm{mod}_k \, a - \mathrm{mod}_k \, b \right). \quad (20)$$

Истинность (20) доказывается методом, применённым ранее для доказательства (10). Аналогично (17) для (20) получаем

$$a_n = \\ = \mathrm{Re}\left(A_n \cdot \exp\left(i \cdot \left(n \cdot \omega \cdot t + \psi_n - \mathrm{mod}_{2\pi} \left(n \cdot \phi_0 \right) \right) \right) \right). \quad (21)$$

Величина операндов в (21) не превышает 4π при любом n и ϕ_0. На рис. 3 (график 2) показана зависимость ошибки при наличии операции приведения спектра тестового сигнала к нулевой фазе. Из приведённого графика видно, что применение приведения фаз спектра обеспечивает независимость качества цифровой коррекции от начальной фазы тестового сигнала.

Таким образом, для цифровой коррекции путём последовательного включения с АЦП корректирующего нелинейного элемента синтезирован алгоритм, позволяющий практически полностью исключить влияние отклонений начальной фазы и амплитуды измерительного сигнала на результат цифровой коррекции. Оригинальный алгоритм позволил ослабить требования к стабильности аппаратных средств, используемых при цифровой коррекции, и успешно применить цифровую коррекцию нелинейности в портативных программно-определяемых радиостанциях нового поколения.

Литература

1. *Van der Perre L., Craninckx J., Dejonghe A.* Green Software Defined Radios : Enabling seamless connectivity while saving on hardware and energy. –1-st Ed. – Springer, 2009. – 158 p. ISBN 978-1-4020-8210-8

2. *Маковий В.А* Расширение динамического диапазона реальных АЦП с помощью цифровой коррекции // Радиотехника. – 1990. – № 6. – С. 24–27.

3. А.с. 1541778 СССР, МКИ НО3М 1/10. Аналого-цифровой преобразователь / Маковий В.А. (СССР). – № 4324131 ; заявл. 21.09.1987 ; зарегистрировано в Государственном реестре изобретений СССР 8.10.89; опубл. 07.02.90, Бюл. № 5. – 5 с. : ил.

4. *Маковий В.А.* Спектральный метод анализа и синтеза цифровых нелинейных элементов // Теория и техника радиосвязи. – 2010. – № 4. – С. 55–65.

5. *Нечаев Ю.Б., Дворжакова И.О., Маковий В.А., Малютин А.А.* Способ предыскажения передаваемого сигнала и выравнивания многолучевого MIMO канала при помощи БИХ фильтрации // Доклады 14-й Междунар. конф. «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2012». – Москва, 2012. –Т. 2. – С. 467–470.

6. А.с. 1619414 СССР, МКИ Н04В 1/10, Н04L 7/02. Устройство корреляционной обработки широкополосных сигналов / Маковий В.А. (СССР). – № 4601667 ; заявл. 3.11.1988 ; зарегистрировано в Государственном реестре изобретений СССР 8.10.89; опубл. 07.01.91, Бюл. № 1. – 4 с. : ил.

7. *Виноградов И.М.* Основы теории чисел. – 11-е изд., стер. – СПб. : «Лань», 2006. – 176 с. : ил.

Статья поступила в редакцию 23 сентября 2014 г.

УДК 621.396.67

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ОБЪЕКТЕ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

В.И. Николаев, д.т.н., профессор, Концерн «Созвездие», e-mail: nikolaev@sozvezdie.su
Б.В. Сосунов, д.т.н., профессор, Воен. академия связи им. маршала Сов. Союза М.В. Буденного, e-mail: sbsosunov@mail.com
Р.Ю. Бородулин, к.т.н., Воен. академия связи им. маршала Сов. Союза М.В. Буденного
Н.О. Лукьянов, адъюнкт, Воен. академия связи им. маршала Сов. Союза М.В. Буденного

Представлены методика и результаты решения задачи дифракции излучателя, размещенного на железнодорожном вагоне, методом конечных разностей во временной области. Проведено исследование зависимости характеристик направленности в ближней и дальней зоне излучателя от его положения на вагоне и частоты излучения. Результаты проведенных расчетов позволяют сформулировать рекомендации по разработке и размещению антенн с учетом обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств и повысить эффективность радиосвязи на железнодорожном транспорте.

Ключевые слова: *метод конечных разностей во временной области, дифракция, вертикальный несимметричный вибратор, характеристика направленности, коэффициент неравномерности диаграммы направленности.*

DIFFRACTION TASK SOLUTION ON IRREGULAR GEOMETRIC SHAPE OBJECT

V.I. Nikolayev, D.D. in Engineering Sciences, professor, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: nikolaev@sozvezdie.su
B.V. Sosunov, D.D. in Engineering Sciences, professor, Military Academy of Communication by M.V. Budyonny e-mail: sbsosunov@mail.com
R.Yu. Borodulin, Ph.D. in Engineering Sciences, Military Academy of Communication by M.V. Budyonny
N.O. Lukyanov, postgraduate, Military Academy of Communication by M.V. Budyonny

The methodology and results of a radiator diffraction (installed on a railway car) task solution by finite difference method in time domain are given. The research of directional characteristic dependence (in radiator near- and far-field region) on this radiator's position on the railway car and on frequency is carried out. The results of conducted calculations allow to formulate recommendations on antenna development and deployment taking into account the electromagnetic compatibility radioelectronic device ensuring and to increase radiocommunication efficiency on railway transport.

Keywords: *finite difference method in time domain, diffraction, vertical monopole, directional characteristic, irregularity coefficient of directional diagram.*

С развитием современных средств вычислительной техники появилась возможность производить компьютерное моделирование излучающих систем вместе с объектом, на котором они установлены. Такой подход позволяет корректировать форму разрабатываемого излучателя в зависимости от электродинамических свойств объекта, например производить учет влияния металлического корпуса на характеристику направленности (ХН) антенны, расположенной на нем. Для этого необходимо решить задачу дифракции электромагнитных волн (ЭМВ).

Решение задачи дифракции в дальней зоне излучателя позволяет исследовать влияние объекта на диаграмму направленности (ДН) антенн, а решение задачи дифракции в ближней зоне позволяет проводить исследование взаимного влияния антенн, работающих в одном диапазоне волн. В настоящее время не существует методик, позволяющих проводить расчеты характеристики направленности антенн с учетом влияния объекта произвольной формы, на котором они размещены. Для разработки такой методики воспользуемся одним из численных методов решения задач электро-

 ISSN 1995-7009

динамики – методом конечных разностей во временной области (КРВО) [3]. Метод КРВО основан на дискретизации уравнений Максвелла, записанных в дифференциальной форме. КРВО относится к общему классу сеточных методов решения дифференциальных уравнений [2]. Ранее данный метод для решения задачи дифракции на объектах сложной геометрической формы не применялся.

В роли объекта выберем железнодорожный вагон, использующийся в качестве вагона-лаборатории или специального железнодорожного узла связи (ЖУС). В качестве излучателя выбран вертикальный несимметричный вибратор длиной $l_a = 1$ м.

Расчеты проводятся при различном положении излучателя на крыше железнодорожного вагона. В декартовой системе координат задается трехмерная расчетная область *V*, состоящая из элементарных ячеек КРВО. В узлах ячеек расчетной области с номерами *i*, *j*, *k*, соответствующими осям координат *x*, *y*, *z*, задаются различные параметры моделируемого объекта и пространства ε, μ, σ. В начальный момент времени значения векторов поля $\bar{E}$ и $\bar{H}$ равны нулю. Для завершения переходных процессов необходимо задавать размеры расчетной области вдоль осей координат не менее 10λ. Уравнения Максвелла записываются в конечноразностной форме [3]. Источник генерирует значение напряжения, выраженного через напряженность электрического поля в возбуждающем зазоре на каждом временном шаге. Сначала вычисляются значения магнитных составляющих ЭМВ (H_x, H_y, H_z) на временном отсчете $n = n + 0.5$ во всей расчетной области. Далее методом КРВО вычисляются значения электрических составляющих ЭМВ (E_x, E_y, E_z) во всей расчетной области на временном шаге $n = n + 1$ с использованием обновленных значений H_x, H_y, H_z [5, 6].

Количество ячеек вдоль осей координат задается в зависимости от шага дискретизации $d = \Delta x = \Delta y = \Delta z$, где $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ – длина сторон кубической решетки, по осям координат эквидистантной сетки. Размер пространственной решетки расчетной области *V* определяется согласно выражению [4]

$$N_{\text{реш}} = \frac{\ell_v \cdot h_v \cdot w_v}{d^3} = N_{Vx} N_{Vy} N_{Vz}, \qquad (1)$$

где ℓ_v, w_v, h_v – длина, ширина и высота расчетной области;

N_{Vx}, N_{Vy}, N_{Vz} – количество узлов расчетной области вдоль осей *x*, *y*, *z*.

Точность и устойчивость алгоритмов, реализующих вычисления на основе метода КРВО, определяются выбором величин шага сетки Δx, Δy, Δz, которые должны быть меньше по сравнению с длиной волны, а также величины шага по времени Δt. Шаг дискретизации выбран $d = \lambda/40$. При таком шаге дискретизации погрешность составляет единицы процентов [3]. В трехмерной задаче для обеспечения пошаговой устойчивости алгоритма во времени шаг временной дискретизации Δt выбирают согласно условию Куранта – Фридрихса – Леви [2]:

$$\Delta t \le \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot c^{-1}, \qquad (2)$$

где *c* – скорость света в вакууме, м/с.

Для эквидистантных сеток

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{3} c}. \qquad (3)$$

Между излучателем и объектом задается источник возбуждения антенны:

$$U = A \sin(2\pi f n \Delta t), \qquad (4)$$

где n – номер временного шага,

f – частота;

A – амплитуда напряжения.

Так как метод КРВО оперирует значениями векторов поля $\bar{E}$ и $\bar{H}$, то напряжение задается через напряженность электрического поля:

$$U = -E_z^n (i, j, k) \Delta z, \qquad (5)$$

где $E_z^n (i, j, k)$ – составляющая вектора напряженности электрического поля в возбуждающем зазоре [2].

Схема размещения вертикального несимметричного вибратора в расчетной области представлена на рис. 1.

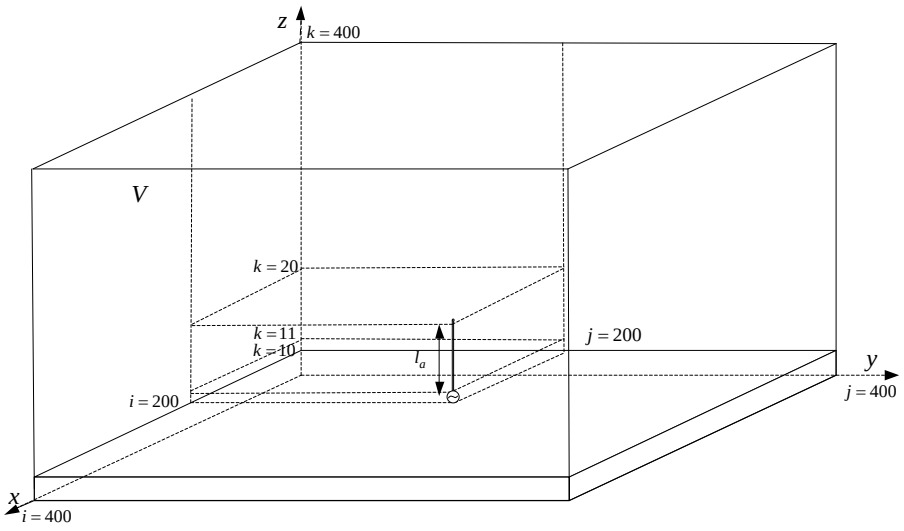


Рис. 1. Схема размещения вертикального несимметричного вибратора

Количество временных шагов T определяется согласно выражению

$$T = \frac{t_{\text{прх}}}{\Delta t}, \qquad (6)$$

где $t_{\text{прх}}$ – время переходного процесса.

Компьютерная модель вагона, состоящая из элементарных ячеек КРВО, представлена на рис. 2.

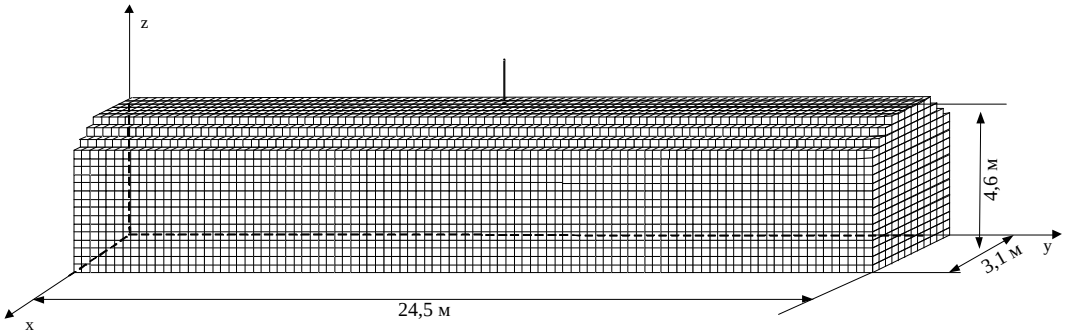


Рис. 2. Модель объекта для расчетов

Расчеты проводятся при различных местах расположения вертикального несимметричного вибратора на объекте. Места расположения излучателя обозначим $A_t(x, y)$, где x, y – координаты в плоскости $x0y$; начало отсчета помещено в центр объекта (рис. 3).

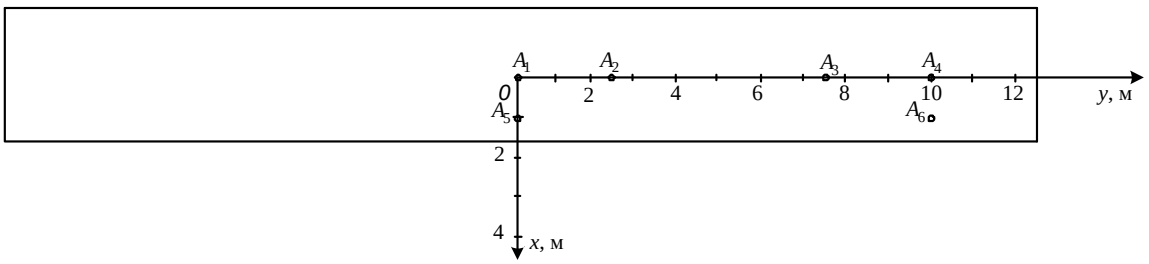


Рис. 3. Схема размещения излучателей

Расчет характеристики направленности в ближней зоне излучателя на частоте 30 МГц представлен на рис. 4.

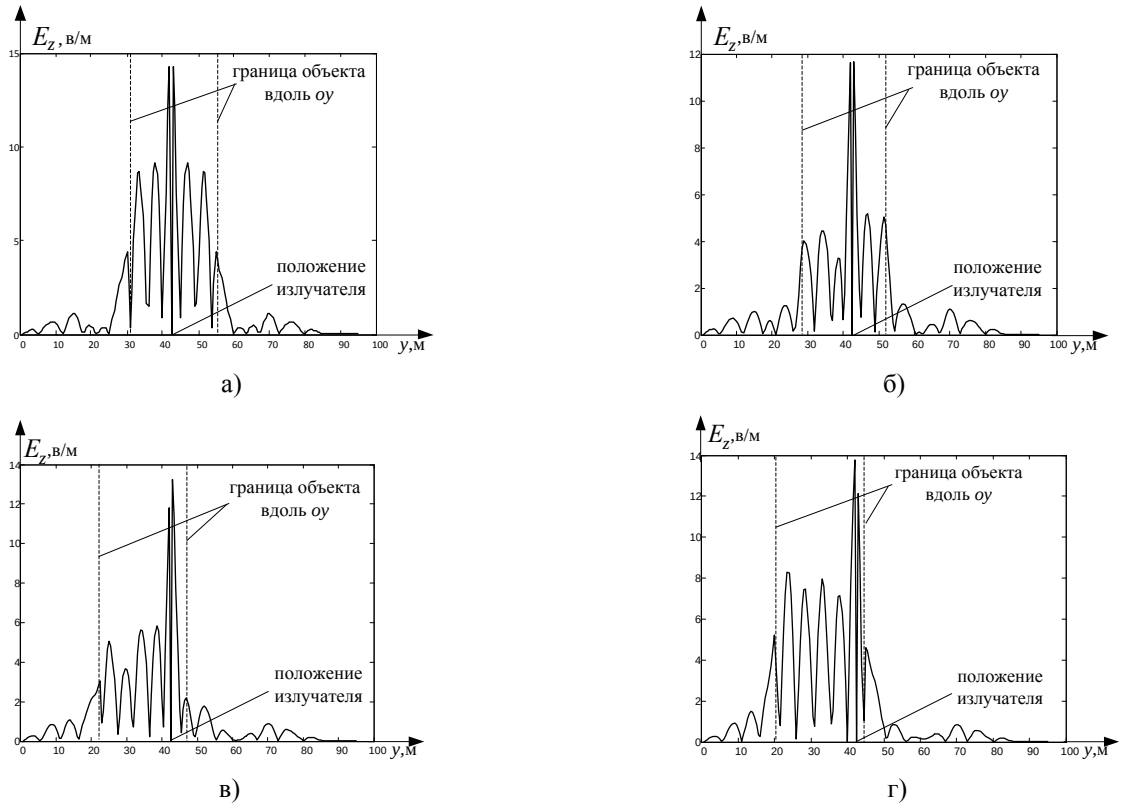


Рис. 4. ХН в ближней зоне излучателя: а – излучатель в центре (A_1);
б – излучатель сдвинут на 2,5 м от центра вдоль оси OY (A_2); в – излучатель сдвинут
на 5 м от центра вдоль оси OY (A_3); г – излучатель сдвинут на 10 м от центра вдоль оси OY (A_1)

На графиках видно, что на краях и ребрах вагона возрастает амплитудное значение E_z составляющей вектора напряженности электрического поля за счет возникновения вторичных источников возбуждения токов на металлической поверхности вагона. При смещении излучателя к краю вагона амплитудное значение поля распределяется неравномерно в подкрышевом пространстве и возрастает вблизи его ребер.

Для исследования влияния объекта на изначально ненаправленную антенну (вертикальный несимметричный вибратор) целесообразно осуществить расчет ДН в горизонтальной плоскости. Для этого определяется значение E_z в узлах решетки с координатами x_i, y_j на расстоянии $R = 5\lambda$ от излучателя (где λ – длина волны) через угол φ, отсчитываемый от прямой, проходящей через излучатель и параллельной оси OX, и прямой, соединяющей точку наблюдения и излучатель. Схема расчетов представлена на рис. 5.

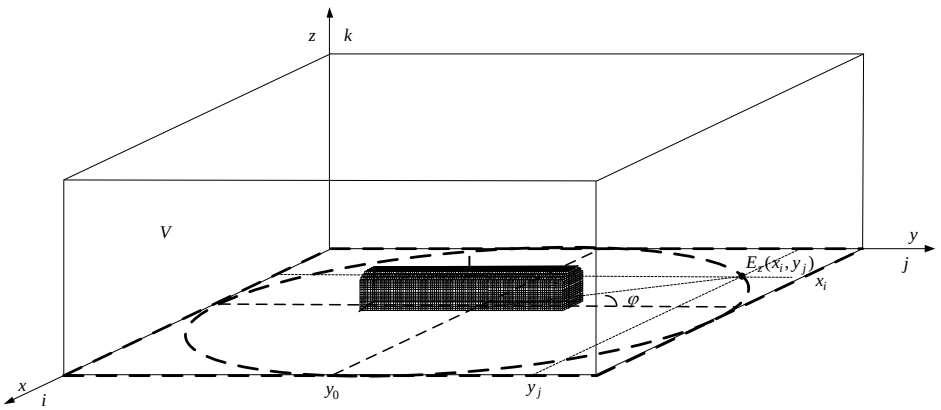


Рис. 5. Схема расчета ДН в горизонтальной плоскости

Расчеты проводятся на частотах 30 и 60 МГц. Результаты расчета ДН при различном положении излучателя относительно центра вагона представлены на рис. 6.

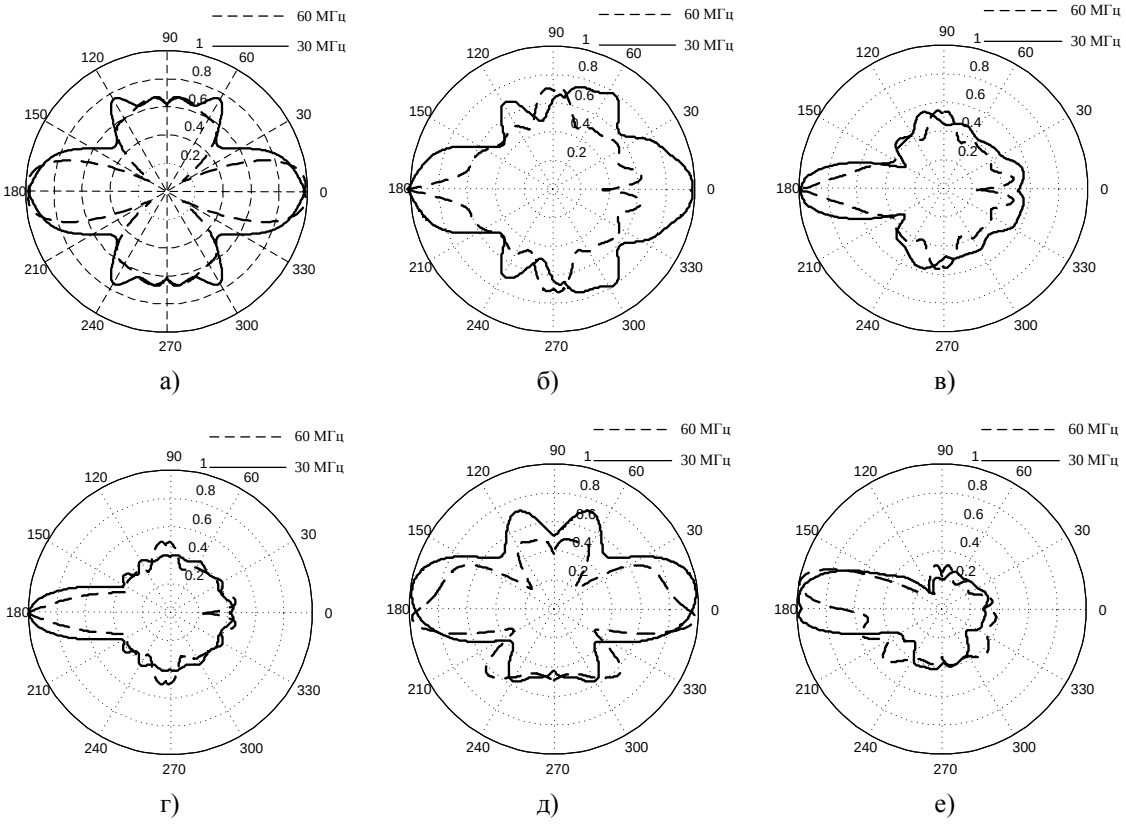


Рис. 6. ДН несимметричного вибратора в горизонтальной плоскости:
а – $A_1(0;0)$; б – $A_2(0;2,5)$; в – $A_3(0;7,5)$; г – $A_4(0;10)$; д – $A_5(1,5;0)$; е – $A_6(1,5;10)$

Для численной оценки искажения ДН в горизонтальной плоскости, вызванного объектом, введен коэффициент неравномерности N. Коэффициент неравномерности ДН в горизонтальной плоскости – это величина, характеризующая отклонение ДН излучателей от круговой, определяемая как отношение максимального значения вектора напряженности электрического поля $E_{z\max}$ к минимальному значению $E_{z\min}$ ДН:

$$N = 20\lg\frac{E_{z\max}}{E_{z\min}}. \qquad (7)$$

Для несимметричного вибратора над идеально проводящей плоскостью $N = 0$, т.е. для ненаправленных антенн, чем меньше значение N, тем меньше ДН искажается объектом.

Результаты расчета коэффициента неравномерности согласно выражению (7) для частоты 30 МГц представлены в таблице.

Таблица

Коэффициент неравномерности

Координаты точки размещения излучателя	Место размещения	N(дБ)
$A_1(0; 0)$	по центру	4,556
$A_2(0; 2, 5)$	10 м от края объекта	4,883
$A_3(0; 7, 5)$	5 м от края объекта	6,848
$A_4(0;10)$	2,5 м от края объекта	7,506
$A_5(1, 55; 0)$	сдвинут к правому краю	9,17
$A_6(1, 55; 10)$	смещен в угол	10,458

Расчеты поля в ближней зоне позволяют определить оптимальное расстояние между антенными устройствами для уменьшения взаимного влияния антенн и являются основой для анализа и обеспечения объектовой ЭМС РЭС.

Таким образом, ДН вертикального несимметричного вибратора, расположенного на же-

лезнодорожном вагоне, значительно отличается от круговой и зависит от места размещения на объекте и от рабочей частоты. Коэффициент неравномерности возрастает при смещении излучателя к краю объекта.

Литература

1. *Сальников Д.В.* Методики анализа электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств связи на подвижных объектах тактического звена управления : дис. канд. техн. наук. – СПб : ВАС, 2006.

2. *Сосунов Б.В.* Особенности обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств. – СПб : ВАС, 1991.

3. *Yee K.S.* Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // IEEE Trans. Antenna's Propagat. – May, 1966. – Vol. AP-14. – Pp. 302–307.

4. *Volakis J.L., Davidson D.B.* An approach for automatic grid generation in three-dimensional FDTD simulations of complex geometries // IEEE Antenna's and Propagation Magazine. – August, 2002. – Vol. 44, № 4. – Pp. 75–80.

5. *Wai-Kai Chen.* The electrical engineering handbook. – Elsevier Academic Press, 2004. – 500 p.

6. *Taflove A., Umashankar K.R., Beker B., Harfoush F., Yee K.S.* Detailed FD-TD analysis of electromagnetic fields penetrating narrow slots and lapped joints in thick conducting screens // IEEE Trans. Antennas Propagat. – February, 1988. – Vol. 36. – Pp. 247–257.

Статья поступила в редакцию 16 сентября 2014 г.

УДК 621.396

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАРШРУТИЗАЦИИ В БЕСПРОВОДНОЙ ЯЧЕИСТОЙ СЕТИ С АДАПТАЦИЕЙ К ВОЗДЕЙСТВИЮ НЕСКОЛЬКИХ ИСТОЧНИКОВ ПОМЕХ*

А.В. Стромов, конструктор, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: astromov@yandex.ru
Ю.Б. Нечаев, профессор кафедры информационных систем ФКН, ВГУ, e-mail: nechaev_ub@mail.ru
А.Д. Баев, профессор, зав. кафедрой мат. анализа мат. ф-та, ВГУ, e-mail: alexsandrbaev@mail.ru

Рассматривается математическая модель многопутевой маршрутизации для беспроводных адаптивных ячеистых сетей при воздействии нескольких источников помех. Предложен метод моделирования маршрутизации и приведены результаты численных экспериментов.

Ключевые слова: *беспроводные ячеистые сети, сети с большим количеством узлов, многопутевая маршрутизация, адаптивные антенны, моделирование беспроводных сетей.*

SIMULATION OF ROUTING IN WIRELESS MESH NETWORK WITH ADAPTATION TO THE IMPACT OF SEVERAL INTERFERENCE SOURCES

A.V. Stromov, designer, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: astromov@yandex.ru
Yu.B. Nechaev, professor, Information Systems Chair of Computer Science Faculty, Voronezh State University, e-mail: nechaev_ub@mail.ru
A.D. Baev, professor, head of Mathematical Analysis Chair, Mathematics Faculty, Voronezh State University, e-mail: alexsandrbaev@mail.ru

A mathematical model of multipath routing for wireless adaptive mesh networks under the impact of several interference sources is considered. Simulation routing method and results of numerical experiments are presented.

Keywords: *wireless mesh networks, massively dense networks, multipath routings, adaptive antennas, simulation of wireless networks.*

Беспроводные одноранговые сети – важное направление развития современных телекоммуникаций. Передача пользовательской информации в таких сетях осуществляется посредством множественных ретрансляций, от источника к получателю через ряд однотипных узлов. Рассматриваемая сетевая архитектура применима для построения сенсорных сетей и распределённых сетей связи. Важной задачей при разработке таких сетей является выбор алгоритма маршрутизации, т.е. способа построения последовательности узлов, ретранслирующих данные, обеспечивающего приемлемую задержку в передаче, достаточную степень надёжности и не создающего избыточной нагрузки на сеть за счёт объёма служебной информации. Миниатюризация и снижение стоимости электронных компонентов обуславливают актуальность разработки новых подходов к задаче маршрутизации, особенно для сетей с большим количеством узлов. Ранее [1] авторами было предложено расширить алгоритм маршрутизации на основе силовых линий потенциального поля, впервые описанный в работах [2, 3], на случай адаптивной сети, находящейся под воздействием источника помех. Далее [4] была предложена энергетическая трактовка и метод оценки коэффициента информопроводности, определяющего свойства сети как среды распространения сигнала. В [5] изложен алгоритм маршрутизации на основе силовых линий потенциального поля для сетей, компенсирующих влияние единственного источника помех с помощью узлов, оборудованных адаптивными антеннами, и изменения скорости передачи информации в зависимости от отношения сигнал/шум, а также метод моделирования предложенного алгоритма. В настоящей работе рассматривается распространение ранее исследованного алгоритма на случай, когда на беспроводную сеть воздействуют несколько источников помех различной мощности. Также описан метод моделирования маршрутизации в такой сети.

Адаптивная беспроводная сеть

Рассматривается сеть, оборудованная простейшими адаптивными антеннами, каждая из которых представляет собой пару вертикальных вибраторов с расстоянием между ними $\lambda/4$, где

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 14-07-00713.

λ – длина волны используемой несущей. Такая антенна имеет кардиоидоподобную диаграмму направленности в горизонтальной плоскости, описываемую выражением

$$G(\tilde{\varphi}) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}\cos(\tilde{\varphi}) - \frac{\psi}{2}\right), \qquad (1)$$

где $\tilde{\varphi}$ – угловая координата вспомогательной полярной системы с началом координат между вибраторами антенны, ψ – фазовый сдвиг токов между вибраторами. Максимум «выреза» диаграммы направленности достигается при $\tilde{\varphi} = \pi$. Меняя разность фаз ψ в пределах $0 \le \psi \le \pi/2$, можно получить различную глубину «выреза». Рассматриваются узлы, оборудованные такими антеннами и способные под воздействием помехи самостоятельно ориентироваться «вырезом» диаграммы в направлении наиболее мощного источника помехи и регулировать глубину «выреза». При этом скорость передачи данных зависит от отношения сигнал/шум, причем в разных направлениях это отношение будет различным, так как оно будет определяться взаимной диаграммой направленности передающей и приемной антенн. Зададим отношения сигнал/шум SNR_1 и SNR_2, причём $SNR_1 < SNR_2$. SNR_1 характеризует нижнюю границу работоспособности системы: если отношение сигнал/шум будет ниже этого значения, передача информации станет невозможной. SNR_2 является верхней границей: по достижении этого отношения скорость передачи информации между узлами и, соответственно, пропускная способность сети больше не будет увеличиваться. Как и в [5], будем использовать следующий алгоритм изменения антеннами глубины «выреза» в диаграмме направленности в зависимости от мощности помехи (а значит, и от расстояния до источника помехи): отношение сигнал/шум для сигнала, принимаемого от передатчика с антенной с аналогичной диаграммой направленности, расположенного в направлении, перпендикулярном направлению на источник помехи, должно всегда сохраняться на уровне, равном SNR_2. В отличие от случая, рассмотренного в [5], теперь это требование будет относиться только к наиболее мощному из всех источников помех, воздействующих на данный узел.

Пусть внутри области, занимаемой сетью, находятся k источников помех, имеющих, вообще говоря, различные (хотя некоторые из них могут быть одинаковыми) мощности излучения $P_{TN1}, P_{TN2}, \ldots, P_{TNk}$ и высоты подвеса антенн $h_{TN1}, h_{TN2}, \ldots, h_{TNk}$ соответственно. Разделим область, занимаемую сетью, на подобласти по линиям, на которых мощности помех каждой пары соседних источников равны. Для оценки мощности воздействия источников помехи на узлы сети будем использовать двухлучевую модель распространения радиоволн с отражением от поверхности [6]

$$P_S = \frac{P_T G_T G_R h_T h_R}{R^4}, \qquad (2)$$

где R – расстояние от приемника до передатчика, h_T и h_R – высоты расположения, а G_T и G_R – коэффициенты усиления антенн передатчика и приёмника соответственно. Рассмотрим источники с мощностями P_{TNi} и P_{TNj}, расположенные в точках с координатами (x_i, y_i) и (x_j, y_j). Если $P_{TNi} = P_{TNj}$, то линией раздела областей воздействия двух источников помех будет прямая

$$y = -\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}x + \frac{(y_j - y_i)^2 - (x_j - x_i)^2}{2(y_j - y_i)}, \qquad (3)$$

проходящая через центр отрезка, соединяющего точки (x_i, y_i) и (x_j, y_j), и перпендикулярная ему. В противном случае линия раздела представляет собой окружности с центром в точке

$$\left(\frac{\sqrt{P_{TNj}h_{TNj}}\,x_i - \sqrt{P_{TNi}h_{TNi}}\,x_j}{\sqrt{P_{TNj}h_{TNj}} - \sqrt{P_{TNi}h_{TNi}}}, \frac{\sqrt{P_{TNj}h_{TNj}}\,y_i - \sqrt{P_{TNi}h_{TNi}}\,y_j}{\sqrt{P_{TNj}h_{TNj}} - \sqrt{P_{TNi}h_{TNi}}}\right)$$

и радиусом $\dfrac{\sqrt[4]{P_{TNi}h_{TNi}}\sqrt[4]{P_{TNj}h_{TNj}}}{\sqrt{P_{TNi}h_{TNi}} - \sqrt{P_{TNj}h_{TNj}}}\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$. Более мощный источник помех будет лежать вне этой окружности, а менее мощный – внутри.

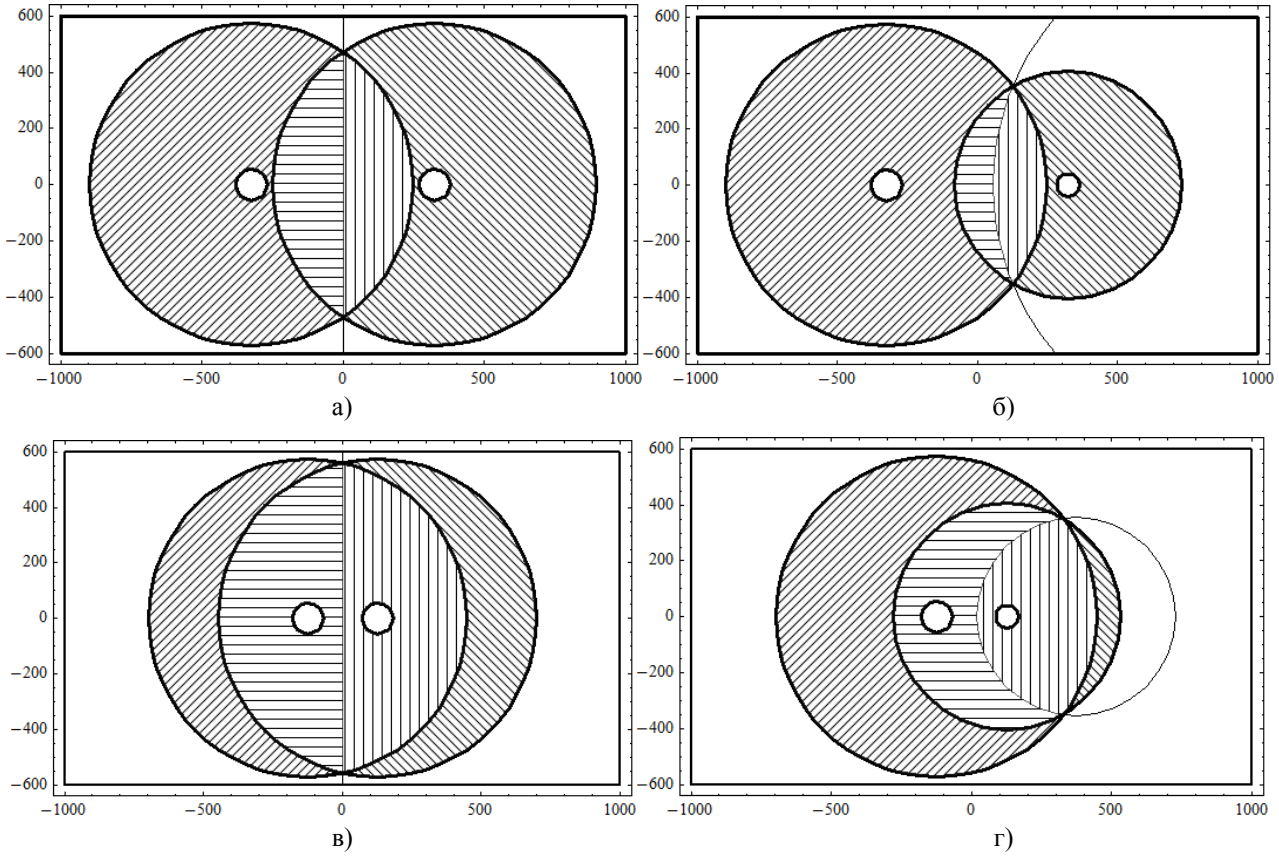


Рис. 1. Области воздействия на сеть двух источников помех:

а) равномощные источники помех, разнесённые на расстояние, большее, чем радиус области влияния источника;
б) источники помех различной мощности, разнесённые на расстояние, большее, чем радиус области влияния источника,
в) равномощные источники помех, разнесённые на расстояние, меньшее, чем радиус области влияния источника;
г) источники помех различной мощности, разнесённые на расстояние, меньшее, чем радиус области влияния источника

В качестве примера на рис. 1 приведены изображения зон влияния на беспроводную сеть, занимающую область прямоугольной формы, двух источников помех одинаковой или различной мощности при различных вариантах их взаимного расположения. Для определённости будем считать расположенный слева источник помех первым, а расположенный справа – вторым.

Далее будем рассматривать область, в которой наиболее мощным источником помехи является источник, расположенный в точке с координатами (x_i, y_i), на которую влияют другие источники помех, индексы которых составляют множество L.

Метод маршрутизации на основе силовых линий потенциального поля описывается математической моделью, использующей «макроскопические» характеристики сети передачи информации, которые характеризуются не дискретными параметрами, описывающими состояние каждого узла в отдельности, а интегральными функциями, непрерывными в области развертывания сети. Это векторная функция плотности информационного потока **W**, направление кото-

рой совпадает с направлением передачи информации, а модуль равен скорости, с которой информационный поток пересекает отрезок, расположенный в указанной точке перпендикулярно направлению передачи, её потенциал U, а также функция плотности производства/потребления информации ρ, принимающая положительные или отрицательные значения в зависимости от того, производится или потребляется пользовательская информация в данной точке области, занимаемой сетью. Как показано в [5], оптимальный по критерию «нагрузка на маршрут обратно пропорциональна его длине» потенциал плотности информационного потока удовлетворяет уравнению в полярных координатах (в начале координат расположен источник помехи):

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(rK_r(r)\frac{\partial U}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(K_\varphi(r)\frac{\partial U}{\partial\varphi}\right)\right)=\rho, \quad (4)$$

где K_r и K_φ – тангенциальная и нормальная составляющие коэффициента, определяющего свойства сети как среды распространения сигнала. По аналогии с коэффициентами теплопроводности и диффузии этот коэффициент можно назвать коэффициентом информопроводности [4]. Его размерность – бит/Дж, и он численно равен объему информации, пересекающему отрезок единичной длины, перпендикулярный направлению потока информации **W** за единицу времени при градиенте потенциала, равном 1.

Оценка коэффициента информопроводности

В рассматриваемом случае удобно перейти к декартовым координатам. Тогда в рассматриваемой области, содержащей точку расположения источника (x_i, y_i), уравнение (4) примет вид системы

$$\begin{cases}\dfrac{(x-x_i)^2 K_{ri}(x,y)+(y-y_i)^2 K_{\varphi i}(x,y)}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\dfrac{(x-x_i)(y-y_i)\left(K_{ri}(x,y)-K_{\varphi i}(x,y)\right)}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}\dfrac{\partial^2 U}{\partial x\partial y}=\rho_x,\\ \dfrac{(x-x_i)^2 K_{\varphi i}(x,y)+(y-y_i)^2 K_{ri}(x,y)}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}\dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\dfrac{(x-x_i)(y-y_i)\left(K_{ri}(x,y)-K_{\varphi i}(x,y)\right)}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}\dfrac{\partial^2 U}{\partial x\partial y}=\rho_y.\end{cases} \quad (5)$$

Оценим теперь коэффициенты K_{ri} и $K_{\varphi i}$, которые соответствуют коэффициентам K_r и K_φ для области, внутри которой наиболее мощным является источник помехи, расположенный в точке с координатами (x_i, y_i). Воспользуемся оценкой коэффициента информопроводности через формулу Шеннона, которая использовалась в [5]:

$$K=\frac{w}{\sqrt{d}\,P_T}\log_2\left(\frac{P_S}{P_N}+1\right). \quad (6)$$

Здесь w – частотная полоса сигнала, d – плотности размещения узлов, P_T – мощность излучения передающей антенны узла сети, P_S/P_N – отношение мощности полезного сигнала к помехе на антенне принимающего узла. Пусть индексы всех источников помех, включая и наиболее мощный, расположенный в точке с координатами (x_i, y_i), влияющих на рассматриваемую область, составляют множество L. Тогда, по аналогии с [5], определим сначала отношение сигнал/помеха в рассматриваемой области. Так как используется двухлучевая модель распространения радиоволн, то полезный сигнал будет вычисляться по формуле (2), а мощность помехи – как суммарная мощность всех помех от различных источников, индексы которых входят в множество L. Тогда отношение сигнал/шум определяется как

$$\frac{P_S}{P_N}=\frac{P_T G_T G_R h_T d^2}{\sum\limits_{l\in L}\dfrac{P_{TNl}G_{TNl}G_{RNl}h_{TNl}}{r_l^4}}, \quad (7)$$

где $r_l=\sqrt{(x-x_l)^2+(y-y_l)^2}$, P_{TNl} – мощности источников помех, G_{TNl} и G_{RNl} – коэффициенты усиления антенн источников помех и приёмника узла сети соответственно (с учётом взаимного расположения и конфигурации диаграмм направленности), h_{TNl} – высоты подвеса антенн источников помех. С учётом аппроксимации взаимной диаграммы направленности антенн узлов сети вписанным эллипсом [5] получим

$$\begin{cases} K_{ri} = \dfrac{w}{\sqrt{d}P_T}\log_2\left(\dfrac{2P_T h_T d^2\cos\psi_a}{\sum\limits_{l\in L}\dfrac{P_{TNl}G_{TNl}G_{RNl}h_{TNl}}{r_l^4}}+1\right), \\ K_{\varphi i} = \dfrac{w}{\sqrt{d}P_T}\log_2\left(\dfrac{2P_T h_T d^2\left(\cos\psi_a+1\right)}{\sum\limits_{l\in L}\dfrac{P_{TNl}G_{TNl}G_{RNl}h_{TNl}}{r_l^4}}+1\right). \end{cases} \quad (8)$$

Здесь ψ_a – фазовый сдвиг токов между вибраторами антенн узлов.

Получено следующее выражение для вычисления ψ_a, реализующее описанный выше алгоритм изменения глубины «выреза» в диаграмме направленности в зависимости от мощности помехи:

$$\psi_a = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{6}\left(3+\sqrt{3\sqrt{2z-1}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\sqrt{6}\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2z-1}}-z-1}\right)\right), \quad (9)$$

где

$$z = \frac{A^2 - 24r_i^8 + \left(A^3 + 18Ar_i^8 + 6\sqrt{3}r_i^4\sqrt{A^4 - 13A^2r_i^8 + 128r_i^{16}}\right)^{\frac{2}{3}}}{A\sqrt[3]{A^3 + 18Ar_i^8 + 6\sqrt{3}r_i^4\sqrt{A^4 - 13A^2r_i^8 + 128r_i^{16}}}}, \quad (10)$$

где, в свою очередь, $A = \dfrac{SNR_2 P_{TNi}h_{TNi}}{P_T h_T d^2}$, $r_i = \sqrt{\left(x-x_i\right)^2 + \left(y-y_i\right)^2}$.

Из (1) получены коэффициенты взаимного усиления для антенн узла сети и компенсируемого, наиболее мощного источника помехи:

$$G_{TNi}G_{RNi} = 2\cos\left(\frac{\psi_a}{2}+\frac{\pi}{4}\right), \quad (11)$$

а также для других источников помех, воздействие которых не компенсируется диаграммой направленности антенн узлов сети:

$$G_{TNm}G_{RNm}\big|_{\substack{m\in L\\ m\neq i}} = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}\cdot\frac{r_i^2+r_m^2+r_{mi}^2}{2r_m r_i}+\frac{\psi_a}{2}\right), \quad (12)$$

где

$$r_m = \sqrt{\left(x-x_m\right)^2+\left(y-y_m\right)^2},$$

$$r_{mi} = \sqrt{\left(x_m-x_i\right)^2+\left(y_m-y_i\right)^2}.$$

Подставляя (11), (12) в (8), получим, с учётом (9) и (10), искомые оценки K_{ri} и $K_{\varphi i}$:

$$\begin{cases} K_{ri} = \dfrac{w}{\sqrt{d}P_T}\log_2\left(\dfrac{P_T h_T d^2\cos\psi_a}{\dfrac{P_{TNi}G_{TNi}\cos\left(\frac{\psi_a}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}{r_i^4}+\sum\limits_{\substack{m\in L\\ m\neq i}}\dfrac{P_{TNm}h_{Tml}\cos\left(\frac{\pi}{4}\cdot\frac{r_i^2+r_m^2+r_{mi}^2}{2r_m r_i}+\frac{\psi_a}{2}\right)}{r_m^4}}+1\right), \\ K_{\varphi i} = \dfrac{w}{\sqrt{d}P_T}\log_2\left(\dfrac{2P_T h_T d^2\left(\cos\psi_a+1\right)}{\dfrac{P_{TNi}G_{TNi}\cos\left(\frac{\psi_a}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}{r_i^4}+\sum\limits_{\substack{m\in L\\ m\neq i}}\dfrac{P_{TNm}h_{TNm}\cos\left(\frac{\pi}{4}\cdot\frac{r_i^2+r_m^2+r_{mi}^2}{2r_m r_i}+\frac{\psi_a}{2}\right)}{r_m^4}}+1\right). \end{cases} \quad (13)$$

Численные эксперименты

Рассмотрим пример. Пусть сеть расположена внутри прямоугольника со сторонами 2000 м и 1200 м, центр которого находится в начале координат. Сеть функционирует на единой частоте, состоит из узлов с мощностью

передатчика на антенне $P_T = 0,001$ Вт, высота подвеса антенны $h_R = 0,1$ м, плотность расположения узлов d = 1 узлов/м^2. Ширина полосы используемого радиоканала $w = 20000$ Гц. Внутри области находятся два источника помех со следующими параметрами: мощности $P_{TN1} = 1000$ Вт, $P_{TN2} = 500$ Вт; высоты подвеса антенн $h_{TN1} = 20$ м, $h_{TN2} = 10$ м; расположение – в точках с координатами (–325,0) и (325,0) соответственно. Источник и получатель информации расположены в точках с координатами (–900,0) и (900,0) соответственно. Установим $SN_1 = -10$ дБ, $SN_2 = 30$ дБ. Результаты моделирования представлены на рис. 2. Показаны изолинии потенциала U и интенсивность нагрузки на маршруты $|\mathbf{W}|$. Для наглядности диапазон визуализации $|\mathbf{W}|$ ограничен.

Выводы

Предложенный подход позволяет распространить метод маршрутизации на основе силовых линий потенциального поля, доработанный для сети с адаптивными антеннами, на случай воздействия на беспроводную сеть нескольких источников помех с различными характеристиками.

Рассмотрены различные конфигурации областей влияния источников помех на сеть в зависимости от расположения источников помех.

Получено аналитическое выражение, описывающее диаграмму направленности антенны узла сети, реализующую используемый алгоритм адаптации, т.е. сохраняющую постоянным заданное отношение сигнал/шум для сигнала, приходящего с направления, перпендикулярного направлению на наиболее мощный источник помехи.

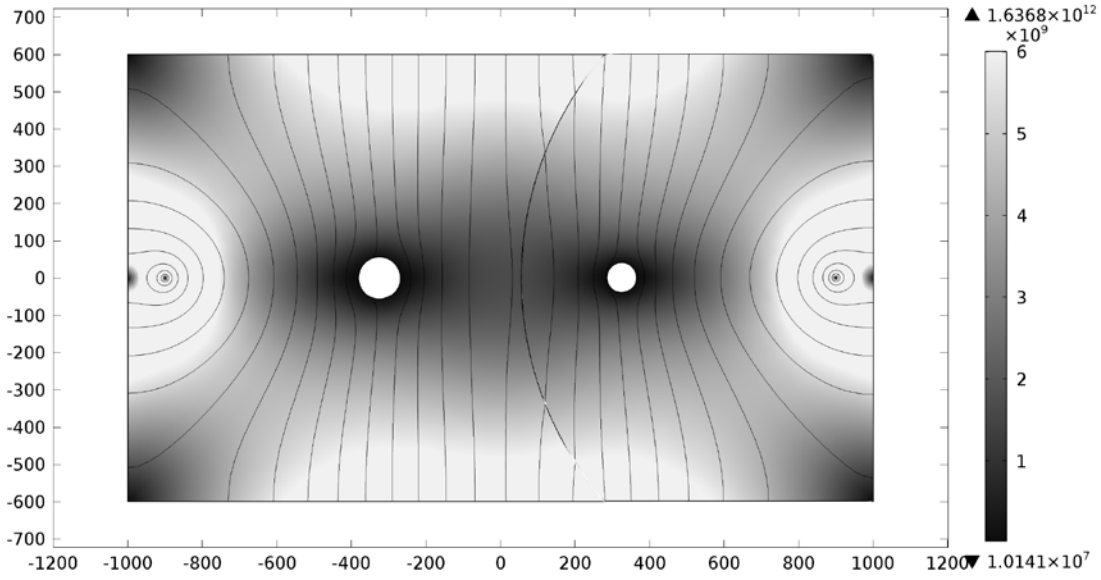


Рис. 2. Интенсивности нагрузки на маршруты $|\mathbf{W}|$ для адаптивной сети

Визуализация результатов численного эксперимента демонстрирует адекватный учёт влияния источников помех на характер загруженности сети.

Предложенный метод маршрутизации может найти применение в перспективных протоколах работы для сетей, функционирующих в сложной помеховой обстановке.

Литература

1. *Нечаев Ю.Б., Баев А.Д., Стромов А.В.* Маршрутизация в беспроводной сенсорной сети на основе геометрии силовых линий электростатического поля // Вестник ВГУ. Серия : Системный анализ и информационные технологии, 2010. – № 2. – С. 43–45.

2. *Kalantari M., Shayman M.* Energy efficient routing in wireless sensor networks // Proc. Conf. on Information Sciences and Systems. – Princeton University, NJ, Mar. 2004.

3. *Toumpis S., Tassiulas L.* Packetostatics : Deployment of massively dense sensor networks as an electrostatics problem // Proc. IEEE INFOCOM. – Mar. 2005.

4. *Нечаев Ю.Б., Баев А.Д., Стромов А.В.* Энергетическая трактовка функции потенциала в математи-

ческой модели сверхбольшой беспроводной сенсорной сети // Информатика : проблемы, методология, технологии : мат-лы XI Междунар. науч.-метод. конф., Воронеж, 10–11 февраля 2011 г. : в 3 т. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр ВГУ, 2011. – Т. 2. – С. 120–123.

5. *Стромов А.В., Нечаев Ю.Б., Баев А.Д.* Моделирование маршрутизации в беспроводной ячеистой сети, использующей простейшие адаптивные антенны // Теория и техника радиосвязи, 2013. – Вып. 4. – С. 57–63.

6. *Rappaport T.S.* Wireless communications: principles and practice // Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall PTR, 2002.

Статья поступила в редакцию 21 августа 2014 г.

УДК 621.376

ВЫБОР СИГНАЛЬНО-КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ ДЛЯ РАДИОЛИНИИ УПРАВЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

С.А. Чупеев, к.т.н., нач. отд., e-mail: Cserg73@yandex.ru
А.М. Белицкий, аспирант, тел.: (473) 252-08-33
ОАО «Концерн «Созвездие»

Проводится выбор сигнально-кодовой конструкции для радиолинии управления критическими объектами. Проводятся расчеты помехоустойчивости приемника сигнала для канала с АГБШ, канала с релеевскими замираниями. Определяется тип используемого разнесения принимаемого сигнала. Проводится выбор схемы помехоустойчивого кодирования.

Ключевые слова: *радиосвязь, передача данных, релеевские замирания, помехоустойчивость, вероятность ошибки.*

SIGNAL-CODE CONSTRUCTION CHOICE FOR CRITICAL OBJECTS RADIO CONTROL

S.A. Chupeyev, Ph.D. in Engineering Sciences, e-mail: Cserg73@yandex.ru
A.M. Belitsky, graduate, tel.: (473) 252-08-33
JSC «Sozvezdie» Concern»

The signal-code construction choice for critical objects radio control is conducted. The noise immunity calculations of the signal receiver for a channel with AGWN and for a channel with Rayleigh fadings are conducted. The type of used separation of the received signal is defined. The choice of the antinoise coding scheme is conducted.

Keywords: *radio communication, data transfer, Rayleigh fadings, noise immunity, error probability.*

При решении некоторых задач управления требуется построение радиолиний большой протяженности (до нескольких тысяч километров) и обеспечение надежной доставки по ним короткого управляющего сообщения. Примером таких радиолиний могут служить радиолинии управления критическими объектами. Их характерными особенностями являются отсутствие регламентных ограничений на ширину спектра сигнала и необходимость создания компактной аппаратуры.

Фактически задача сводится к построению такой сигнально-кодовой конструкции, которая обеспечивает наиболее выгодный размен скорости передачи информации на величину энергопотенциала радиолинии. При этом необходимо учитывать наличие специфических для КВ радиоканала мультипликативных воздействий. Известными мультипликативными воздействиями КВ канала [11] являются временное рассеяние сигнала, допплеровское размытие частоты, селективные и неселективные замирания сигнала. Для обеспечения высокого коэффициента надежности радиолинии необходимо обеспечить передачу информации в том числе и при аномально больших величинах временного рассеяния и допплеровского размытия частоты. Хотя в [11] и показано, что большие значения временного рассеяния и допплеровского размытия частоты являются крайне редкими, но для получения высокого коэффициента надежности необходимо обеспечить стабильную работу радиолинии, в том числе в периоды аномально плохих воздействий на радиоканал. Снижая скорость передачи информации, возможно добиться заданной надежности передачи информации при использовании малой мощности передатчика (ПРД), что, в свою очередь, позволяет создать недорогую и компактную приемопередающую аппаратуру.

Целью настоящей работы является создание такой сигнально-кодовой конструкции, которая позволила бы свести к минимуму характерные для КВ канала воздействия на помехоустойчивость приема при наличии только аппаратурных ограничений на полосу передаваемого сигнала.

Рассмотрим подходы, обеспечивающие возможность использования минимальной излучаемой мощности ПРД при заданной надежности радиолинии. Для этого, прежде всего, сформулируем основные требования к сигналу, которые

позволяют получить максимальную помехоустойчивость при работе в ионосферном канале:

1. Пикфактор сигнала должен быть как можно ближе к единице.

2. Приемник сигнала должен быть устойчивым к селективным и неселективным замираниям сигнала, т.е. при работе по каналу с релеевскими замираниями помехоустойчивость приема должна ухудшаться незначительно относительно канала с аддитивным гауссовым белым шумом (АГБШ).

3. Помехоустойчивость приемного устройства не должна существенно снижаться при работе по каналу с временным рассеянием до 5 мс.

4. Помехоустойчивость приемного устройства не должна снижаться при работе по каналу со среднеквадратичным допплеровским размытием частоты до 5 Гц.

5. При передаче информации должна обеспечиваться гарантированная целостность передаваемого сообщения.

6. Сигнально-кодовая конструкция должна обеспечивать повышение помехоустойчивости до требуемого уровня при соответствующем снижении скорости.

Требование обеспечения низкого пикфактора является необходимым условием эффективного использования коллекторного напряжения ПРД. Также известно [8], что использование сигналов, которые не требуют обеспечения высокой линейности усилителя мощности (телеграфные сигналы), позволяет добиться высокого коэффициента полезного действия усилителя мощности. Для сигналов, имеющих амплитудную модуляцию, наиболее целесообразно использовать режим работы выходного каскада усилителя мощности класса А или АБ, при этом эффективность коллекторного тока составит 50…68 % [8]. Для частотной модуляции (ЧМ) целесообразнее использовать режим работы выходного каскада усилителя мощности класса С [8], при этом эффективность коллекторного тока составит до 91 %, что позволит увеличить излучаемую мощность при том же потреблении на величину от 2.5 до 5 дБ. В связи с этим рассмотрим в качестве сигнала использование модуляции типа ЧМ [3]. Использовать ЧМ модуляцию возможно различными способами. Известны методы построения многопозиционной частотной манипуляции (МЧТ) [9], а также применение многопозиционного нелинейного кода (n, 2) [3]. Сигнально-кодовая конструкция с нелинейным кодом (n, 2) фактически является дискретно-частотным (ДЧ) сигналом, описанным в [1].

Рассмотрим достижимое значение пикфактора ДЧ и МЧТ сигналов. Поскольку ДЧ и МЧТ сигналы состоят из отдельных радиоимпульсов, при неограниченном спектре пикфактор прямоугольного радиоимпульса равен единице, поскольку, в свою очередь, представляет собой временной отрезок гармонического колебания. Однако при ограничении количества гармонических составляющих внеполосного излучения прямоугольного радиоимпульса пикфактор сигнала становится отличным от единицы. Из [4] известно, что пиковое напряжение прямоугольного импульса определяется эффектом Гиббса и ограничено величиной 1.18, что составляет 1.48 дБ. Использование фазовой модуляции в однотоновых модемах позволяет получить пикфактор не менее 3 дБ. Таким образом, использование ДЧ и ЧМ сигналов является более выгодным с точки зрения использования энергетики передатчика.

Важнейшим фактором обеспечения помехоустойчивости сигнала является его устойчивость к селективным и неселективным замираниям в канале. Как известно [9], существуют шесть методов разнесенного приема: по времени, частоте, углу прихода луча, отдельным лучам при многолучевом приеме, в пространстве и поляризации. Если учитывать, что мы ориентируемся на использование сигналов в каналах с большими значениями допплеровского размытия частоты при низких отношениях сигнал/шум, то достоверное измерение фазы принимаемого сигнала становится невозможным. Следовательно, из вышеперечисленных методов остаются применимыми для решения поставленной задачи только три, с помощью которых можно обеспечить эффективную борьбу с частотно-селективными и неселективными замираниями сигнала. Это пространственное разнесение, частотное разнесение и временное разнесение. Для того чтобы выбрать тип разнесенного приема для дальнейшего использования в радиолинии, определим необходимую кратность разнесения, при которой замирания сигнала не будут оказывать существенного влияния на помехоустойчивость приема. В качестве модели замирающего канала будем использовать модель с релеевскими замираниями, как отражающую наиболее тяжелые условия приема сигнала. Как известно [9], оптимальный алгоритм приема сигнала с неизвестными начальными фазами, не коррелированными принимаемыми сигналами одинаковой сред-

ней мощности в ветвях разнесения, сводится к алгоритму квадратичного суммирования. Общий вид схемы приема изображен на рис. 1.

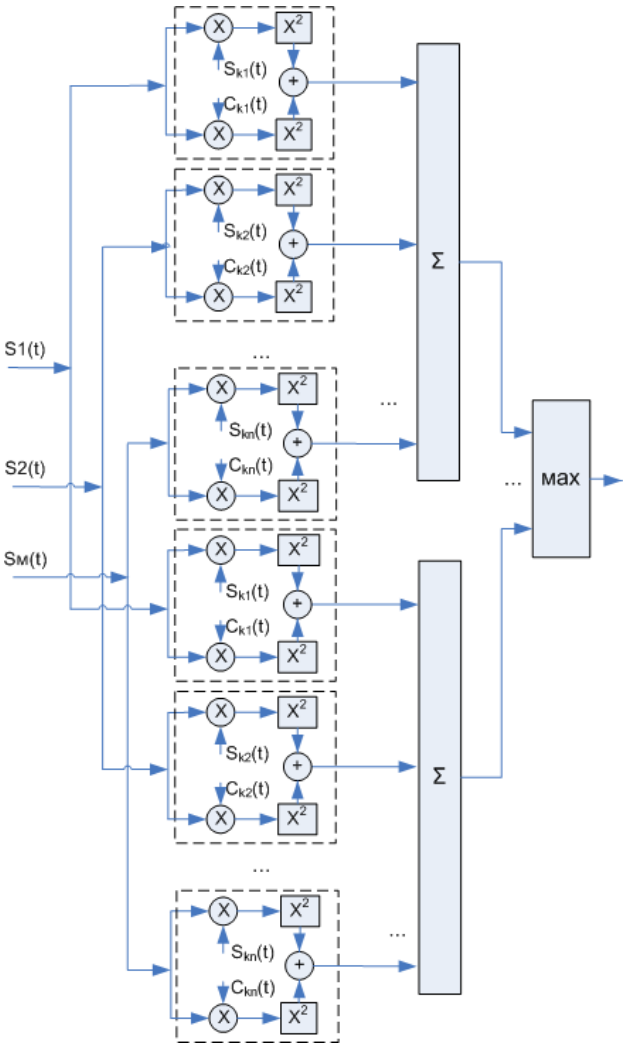


Рис. 1. Структурная схема приемника сигнала с квадратичным суммированием и разнесением

На рис. 1 обозначено:

$S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_m(t)$ – принимаемый сигнал в m ветвях разнесения,

$S_{k1}(t)$, $S_{k2}(t)$, $S_{kn}(t)$ – синусная составляющая n копий сигнала,

$C_{k1}(t)$, $C_{k2}(t)$, $C_{kn}(t)$ – косинусная составляющая n копий сигнала,

+ – суммирующее устройство,

X^2 – устройство возведения в квадрат,

Σ – сумматор на n входов,

Max – схема выбора максимума.

Работает это устройство следующим образом. Сигнал с m ветвей разнесения поступает на $m \times n$ квадратурных корреляторов (на рисунке обведены штриховой линией). Здесь число n соответствует размеру алфавита сигнала q. Далее с выхода корреляторов производится суммирование с различных ветвей разнесения в n суммирующих устройствах. В итоге получаем n статистик, каждая из которых соответствует одному из n возможных значений принимаемых символов. При этом каждая статистика получается квадратичным суммированием статистик с m ветвей разнесения. Затем n статистик поступают на устройство выбора максимума, в котором производится выбор наиболее правдоподобного решения.

Вычислим помехоустойчивость приведенного приемника сигналов. При передаче определенного i-го символа получаем на входе схемы выбора максимума $q-1$ распределений, полученных из суммы случайных величин, распределенных по центральному закону χ^2, и одно распределение, полученное из нецентрального распределения χ^2. Правильный прием будет происходить в тех случаях, когда случайная величина, полученная из нецентрального распределения χ^2, будет больше всех случайных величин, полученных из центрального распределения χ^2.

Для определения помехоустойчивости приемника ДЧ сигнала в канале с АГБШ воспользуемся приемом, изложенным в [4]. Для определения вероятности правильного приема сравниваются две случайные величины, одна из которых является максимумом из $q-1$ случайной величины, распределенной по центральному закону χ^2 с $2n$ степенями свободы, другая – по нецентральному распределению χ^2 с $2n$ степенями свободы. Учитывая [4], получим следующее аналитическое выражение для вероятности ошибки в канале с АГБШ:

$$P_{\text{ош}}(Us,n,q)=\int_0^{\infty}\left(1-pchisq(y,n)\right)^{q-1}\times$$

$$\times\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{y}{n\cdot U_s^2}\right)^{\frac{n-2}{4}}\cdot e^{-\frac{n\cdot U_s^2+y}{2}}\cdot In\left(\frac{n}{2}-1,\sqrt{y\cdot n}\cdot Us\right),\quad(1)$$

где n – количество степеней свободы распределения χ^2,

$pchisq(y, n)$ – интегральная плотность центрального распределения χ^2 с n степенями свободы,

Us – напряжение сигнала на входе схемы приема,

q – размер алфавита сигнала.

Для сравнения с помехоустойчивостью МЧТ сигнала воспользуемся результатами, изложенными в [12]:

$$P_{\text{ош1}}(Us,q)=\sum_{i=1}^{q-1}(-1)^{i+1}\cdot\binom{q-1}{i}\cdot\frac{1}{i+1}\cdot e^{-\frac{i\cdot Us^2}{i+1}}. \quad (2)$$

Рассчитанная по формулам (1) и (2) помехоустойчивость сигналов ДЧ и МЧТ для случая с $q = 256$ и $n = 17$ изображена на рис. 2.

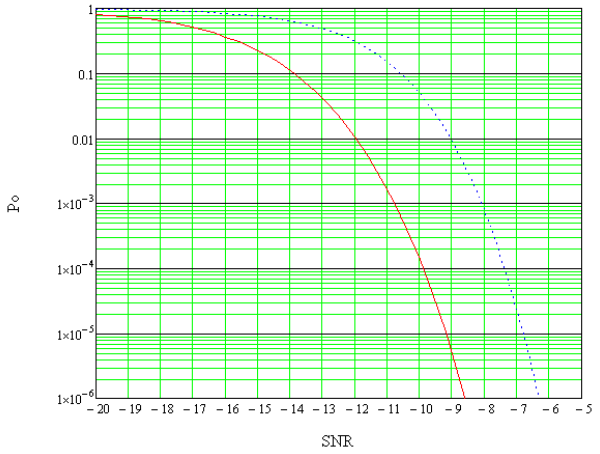


Рис. 2. Помехоустойчивость сигналов МЧТ и ДЧ в канале с АГБШ

На рисунке по оси абсцисс отложено отношение сигнал/шум в дБ, приведенное к стандартному каналу тональной частоты с полосой 3100 Гц, по оси ординат – вероятность ошибки на символ. Сплошной линией показана помехоустойчивость в канале с АГБШ сигнала МЧТ, пунктирной – ДЧ сигнала.

Как видно из рисунка, в канале с АГБШ МЧТ сигнал имеет выигрыш порядка 3 дБ по сравнению с ДЧ сигналом. При этом этот выигрыш помехоустойчивости МЧТ сигнала при увеличении размера последетекторного накопления ДЧ сигнала будет расти.

Рассмотрим влияние релеевских замираний сигнала на работу приемного устройства. Поскольку обработка в рассматриваемом устройстве ведется с использованием квадрата случайной величины, распределение замирания мощности будет иметь нецентральное распределение χ^2 с одной степенью свободы. В соответствии с [5] среднее значение будет равно Us^2, где Us – среднее значение напряжения сигнала на входе приемного устройства, а среднеквадратичное значение будет равно $2\cdot Us^2$. Таким образом, в схеме без разнесения отношение среднего значения случайной величины к среднеквадратичному равно 0,707, что будет оказывать существенное негативное влияние на помехоустойчивость приема. Как известно [5], при m-кратном усреднении случайной величины среднеквадратичное значение уменьшается в $\sqrt{m}$ раз, а закон распределения приближается к нормальному закону с точностью $1/m^2$ раз. Таким образом, увеличивая значение кратности разнесения m, можно добиться необходимого значения отношения среднего значения к среднеквадратичному.

Оценить вклад в помехоустойчивость оставшегося после последетекторного накопления мощности сигнала на входе схемы выбора максимума можно, если учесть факт независимости аддитивного шума от замираний сигнала. Таким образом, получаем, что на принимаемый сигнал на входе схемы выбора максимума воздействуют два независимых процесса: аддитивный шум и модуляция мощности принимаемого сигнала. Нас интересует случай, когда влияние модуляции амплитуды принимаемого сигнала меньше, чем влияние аддитивного шума. Очевидно, что такой случай будет, если дисперсия закона распределения замираний мощности сигнала на выходе схемы последетекторного накопления будет меньше, чем дисперсия аддитивной составляющей шума. Известно [12], что правильный прием ортогональных сигналов с неопределенной фазой возможен при отношении энергии на бит примерно 4 дБ в канале с АГБШ для вероятности ошибки 10^{-2}. Учитывая, что в нашем случае используется сложный алфавит и в одном символе передается несколько бит (6…8 бит), отношение среднего значения к среднеквадратичному на входе схемы сравнения составит около 4. Это означает, что необходимо как минимум шестнадцатикратное разнесение сигнала. Для случая 16-кратного накопления точность аппроксимации будет составлять 1/256, что является достаточно точной аппроксимацией полученного распределения нормальным законом. Поскольку случайные процессы замирания амплитуды и аддитивного шума независимы и хорошо аппроксимируются нормальным распределением, итоговое распределение тоже можно аппроксимировать нормальным законом со среднеквадратичным значением, равным корню из суммы двух дисперсий [6]. Так как среднеквадратичное значение закона распределения в 1.41 раза больше в случае 8-кратного накопления по отношению к каналу с отсутствием зами-

раний, то получим ухудшение помехоустойчивости, равное примерно 3 дБ. Таким образом, можно сделать следующие выводы. Во-первых, кратность разнесения должна быть не менее 8-ми, во вторых – законы распределения при таких значениях разнесения на входе схемы выбора максимума можно аппроксимировать нормальным распределением, в третьих – учитывать замирания сигнала можно суммированием дисперсий аддитивной составляющей шума и дисперсии распределения замирания мощности сигнала на входе схемы выбора максимума. Исходя из последнего утверждения, получим следующее соотношение потерь от замирания сигнала:

$$h = 10 \cdot \lg\left(\frac{0.707 \cdot 4^2}{m} + 1\right). \qquad (3)$$

На рис. 3 по оси абсцисс отложена кратность разнесения, по оси ординат – потери при приеме относительно канала с АГБШ. Как видно из рисунка, при кратности разнесения более 16 потери, обусловленные замираниями амплитуды сигнала относительно незамирающего канала, составят не более 1 дБ. Таким образом, можно сделать вывод, что значение кратности разнесения должно быть не менее 16.

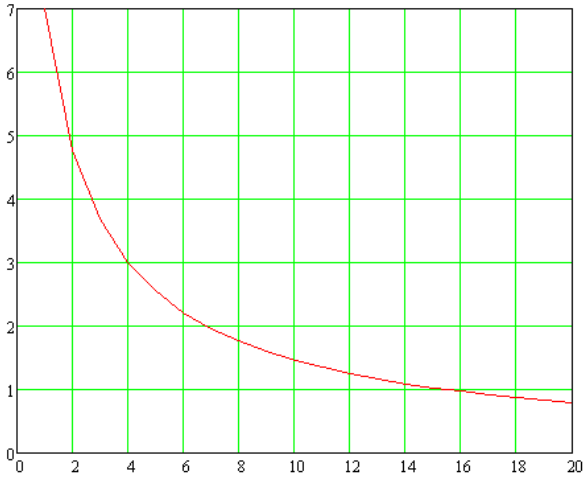


Рис. 3. Потери при накоплении за счет замирания амплитуды сигнала

Исходя из полученного выше соотношения (3), проведем расчет помехоустойчивости для канала с АГБШ ДЧ сигнала с размером частотно-временной матрицы 17 × 17. В соответствии с [1] размер алфавита для такой матрицы при композитном кодировании будет равен 17 × 16 = 287. Для удобства будем использовать из них 256 значений; таким образом, размерность алфавита сигнала составит q = 256. Ширина полосы элементарного символа была определена выше и составит 200 Гц. Для удобства последующего сравнительного анализа расчет будем проводить относительно полосы принимаемого сигнала стандартного ТЧ канала 3100 Гц.

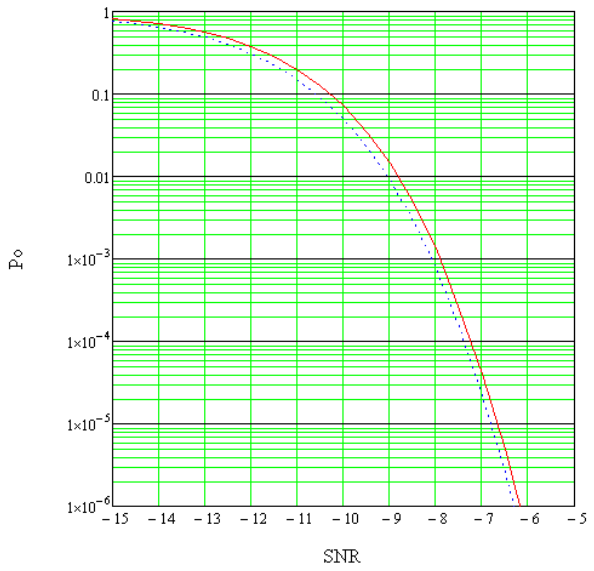


Рис. 4. Помехоустойчивость приемника ДЧ сигналов в канале с АГБШ

На рис. 4 по оси абсцисс отложено отношение сигнал/шум, пересчитанное в полосу стандартного телефонного канала 3100 Гц, по оси ординат – вероятность ошибки на символ. Сплошной линией показана помехоустойчивость сигнала при q = 256, пунктирной – при q = 128.

Как видно из рисунка, рабочее значение помехоустойчивости сигнала находится в пределах минус 9…9.5 дБ, что обеспечивает преимущество более 20 дБ (более 100 раз по мощности) по сравнению со стандартными телефонными каналами. И, как следует из рис. 2, дополнительные потери при релеевских замираниях составят не более 1 дБ.

Для обеспечения устойчивой работы и при многолучевом распространении необходимо выбрать из алфавита такие элементы, у которых взаимокорреляционные функции (ВКФ) при всех возможных парах сигналов и копий в диапазоне ±5 мс не имели дополнительных выбросов. Согласно [1], квазиоптимальную систему ДЧ сигналов размерностью $n = (r - 1) \times r$ можно получить, используя полином

$$\alpha(\nu) = \left(j \cdot \nu^2 + c1 \cdot \nu + c0 \right) \bmod r. \qquad (4)$$

Здесь $\alpha(\nu)$ – вычисляемый номер частоты на ν-й временной позиции;

j и $c1$ – входная информация, при этом j = = [0…r – 1], а $c1$ = [1…r – 1];

$c0$ – начальное значение.

Анализируя формулу (4), легко заметить, что j соответствует изменению скорости изменения частоты передаваемого импульса в зависимости от временной позиции, образуя при этом оптимальную систему сигналов, а $c1$ соответствует циклическому сдвигу по времени сигнальной последовательности. Следовательно, ВКФ двух символов, отличающихся в коэффициенте $c1$ на единицу и имеющих одинаковое j, будет иметь выброс в ВКФ при отстройке на 1 временную позицию до значения r – 1. Для исключения этой ситуации будем увеличивать коэффициент $c1$ не на 1, а только на 2. При этом размерность системы сигналов уменьшится и составит (r – 1) × (r – 1)/2, зато при отстройке на длительность одного импульса выброс корреляционной функции будет не больше чем 1/r. Поскольку выбранная ранее длительность одного импульса составляет 5 мс, то данная система сигналов будет инвариантна к многолучевому распространению с длительностью временного рассеяния до 5 мс.

Использование ширины импульса 200 Гц при некогерентной обработке сигнала позволяет эффективно бороться с допплеровским размытием частоты величиной 5 и более Гц.

Таким образом, при r = 17 получим размер алфавита q = (17 – 1) × (17 – 1)/2 = 128. Построенная вышеприведенным образом сигнально-кодовая конструкция обеспечивает скорость передачи $\log_2(128)/(0{,}005 \cdot 17)$ = 82,3 бит/сек.

Используя результаты, полученные в [12], имеем следующее аналитическое выражение для вероятности ошибки МЧТ сигнала в канале с релеевскими замираниями без использования разнесенного приема (накопление производится только до детектора):

$$P_{\text{ош}2}(Us,q) = 1 - \prod_{i=1}^{q-1} \frac{i}{i + \left(Us^2 + 1\right)^{-1}}. \qquad (5)$$

Вычисленные по формулам (1) и (5) значения помехоустойчивости сигналов МЧТ и ДЧ для канала с релеевскими замираниями изображены на рис. 5.

На рис. 5 сплошной линией показана помехоустойчивость сигнала МЧТ, пунктирной – ДЧ сигнала с 17-кратным частотным разнесением. По оси абсцисс отложено отношение сигнал/шум, приведенное к полосе стандартного канала тональной частоты полосой 3100 Гц, по оси ординат – вероятность ошибки. Из рисунка видно, что в отличие от канала с АГБШ при вероятности ошибки менее 0.24 энергетически выгоднее использовать сигнал ДЧ с последетекторным накоплением ветвей разнесения. Этот феномен легко объяснить тем, что МЧТ сигнал принимается без разнесенного приема. При этом использование алгоритмов сложения сигналов ветвей разнесения до детектора невозможно вследствие неопределенности начальных фаз сигналов в ветвях разнесения. Использование техники последетекторного накопления элементов сигнала с МЧТ приведет к приемному устройству, полностью аналогичному устройству приема ДЧ сигналов.

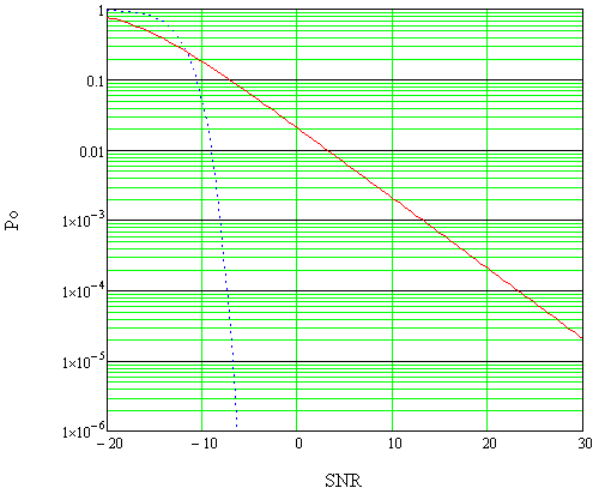


Рис. 5. Помехоустойчивость приемника ДЧ и МЧТ сигнала в канале с релеевскими замираниями

Из всех трех способов разнесения создание 17-элементной антенной решетки с разнесением антенн на местности более 2…3 длин волн представляется проблематичным; разнесение по времени с временным интервалом корреляции КВ канала более 10 секунд требует минимальной длины сообщения – более 170 секунд, что не всегда является оправданным. Следовательно, наиболее целесообразно использовать частотное разнесение. При интервале корреляции замираний по частоте 3 кГц получаем необходимую полосу частот 51 кГц, что является приемлемым

с точки зрения реализации антенного согласующего устройства радиостанции.

Для выбора кода и параметров кода схемы помехоустойчивого кодирования можно обратиться к работе [7]. Здесь задача сводится к построению кода с алфавитом, согласованным с сигналом, имеющим минимальную длину кодового блока, позволяющим исправлять все ошибки в пределах исправляющей способности кода и имеющим заданные вероятности необнаружения ошибки в кодовом блоке (трансформации кодового блока). Как было показано в [7], минимальная длина кодового блока составляет 150…300 бит, а в качестве кода целесообразнее всего использовать код с максимальным расстоянием – укороченный код Рида-Соломона с одновременным исправлением всех ошибок в пределах половины минимального кодового расстояния. Ранее выбранный алфавит сигнала имеет размер $2^7 = 128$. Задавшись скоростью кода, равной 0.7, получаем код длиной в 44 7-битных символа и число информационных символов, равное 32. Проведем расчет помехоустойчивости и вероятности трансформации в соответствии с [7] и [8] по приведенным ниже формулам.

Вероятность трансформации:

$$P_{\text{но}} = (1-p)^n \times$$

$$\times \sum_{w=d}^{n} \sum_{i=0}^{t} \sum_{v=0}^{\min(i,n-w)} \sum_{m=0}^{t-i} \frac{C_n^w \cdot \sum_{j=0}^{w-d} (-1)^j \cdot C_w^j \cdot \left(q^{w-d+1-j} - 1\right)}{(q-1)^{w-i+v}} \times$$

$$\times C_w^{i-v} \cdot C_{n-w}^{v} \cdot C_{w-i+v}^{m} \cdot (q-2)^m \cdot \left(\frac{p}{1-p}\right)^{w-i+2\cdot v}, \quad (6)$$

где $P_{\text{но}}$ – вероятность необнаруженной ошибки в кодовом блоке кода Рида-Соломона при одновременном обнаружении и исправлении ошибок;

p – вероятность ошибки на символ;

n – длина кодового блока;

d – минимальное кодовое расстояние в коде;

t – количество исправляемых символов в кодовом блоке;

q – размерность алфавита кода.

Помехоустойчивость после процедуры исправления ошибок получаем простым суммированием вероятностей появления ошибок кратности $i > t$ с учетом того, что искажается только k информационных символов из n символов кодового блока и в каждом символе ошибочными будут только половина бит:

$$P_{\text{о1}} = 0.5 \cdot \frac{k}{n} \cdot \sum_{i=t+1}^{n} i \cdot C_n^i \cdot (1 - P_{\text{ош}})^{n-i} \cdot P_{\text{ош}}{}^i. \quad (7)$$

Здесь k – количество информационных символов, $P_{\text{о1}}$ – вероятность ошибки на бит после процедуры исправления ошибок.

В нашем случае, поскольку мы исправляем все ошибки в радиусе упаковки кода, достигается максимально возможная исправляющая способность кода.

На рис. 6 по оси абсцисс отложена вероятность ошибки на символ, по оси ординат – вероятность трансформации. Как видно из рисунка, при рабочем значении вероятности 0.01…0.05 вероятность трансформации составит не более $4 \cdot 10^{-9}$. При работе на скорости 4 бит/сек получим среднее время до получения трансформированного пакета $5 \cdot 10^6$ часов. При обрыве канала (прием только шума без сигнала) вероятность трансформации составит $1{,}5 \cdot 10^{-6}$, что соответствует времени работы изделия в режиме оборванного канала более 13000 часов. Дальнейшее уменьшение вероятностей трансформации не имеет смысла, т.к. наработка до получения трансформации превышает наработку на отказ аппаратной части радиостанции.

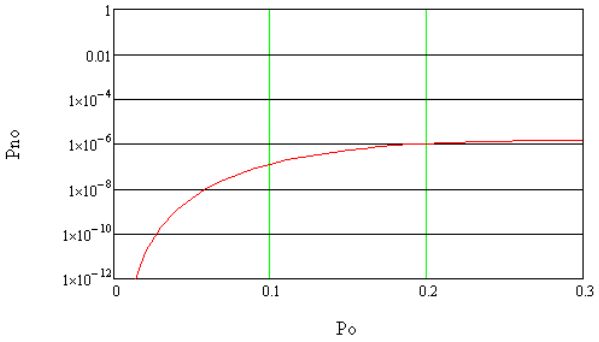


Рис. 6. Вероятность трансформации для кода Рида-Соломона (44,32) с $q = 128$

Помехоустойчивость после процедуры исправления ошибок изображена на рис. 7.

На рис. 7 по оси абсцисс отложено отношение сигнал/шум рассматриваемого приемного устройства, по оси ординат – вероятность ошибки после процедуры декодирования. Сплошная линия на рисунке соответствует вероятности ошибки без исправления ошибок, пунктирная – после процедуры исправления ошибок. Как видно из рисунка, приведенные алгоритмы обработки сигнала обеспечивают работу в КВ канале с

релеевскими замираниями при отношении сигнал/шум –15…–16 дБ, приведенном к полосе стандартного ТЧ канала.

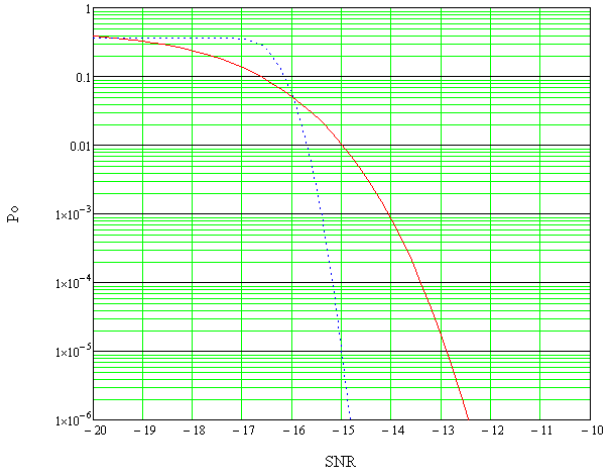


Рис. 7. Помехоустойчивость после процедуры исправления ошибок

Для сравнительного анализа вычислим помехоустойчивость приема в канале с релеевскими замираниями сигналов МЧТ и ДЧ с 17-элементным последетекторным накоплением и использованием кода Рида-Соломона (44, 32).

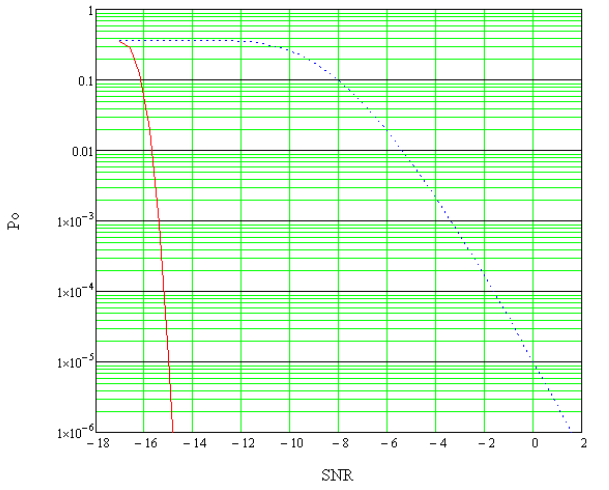


Рис. 8. Помехоустойчивость приема в релеевском канале с кодом Рида-Соломона

На рис. 8 сплошной линией обозначена помехоустойчивость приемного устройства ДЧ сигнала в релеевском канале с 17-кратным частотным разнесением и кодом Рида-Соломона, пунктирной – помехоустойчивость МЧТ сигнала в релеевском канале с кодом Рида-Соломона. По оси абсцисс отложено отношение сигнал/шум рассматриваемого приемного устройства, по оси ординат – вероятность ошибки после процедуры декодирования. Как видно из рисунка, частотное разнесение при приеме ДЧ сигнала дает хороший результат при борьбе с замираниями в КВ канале. Выигрыш при использовании сигнала ДЧ с 17-кратным разнесением по частоте по сравнению с сигналом МЧТ составляет величину порядка 10…12 дБ. Заметим, что дальнейшее увеличение размера последетекторного накопления, исходя из данных, приведенных на рис. 3, не приведет к существенному улучшению помехоустойчивости. Как было показано ранее, в канале с АГБШ с ростом размера последетекторного накопления проигрыш в помехоустойчивости сигналов ДЧ будет расти. Следовательно, величина размера последетекторного накопления 13…20 радиоимпульсов является оптимальным значением при построении приемного устройства.

Получив помехоустойчивость приемного устройства ДЧ сигналов в канале с релеевскими замираниями, определим полученный энергетический выигрыш относительно радиолинии, построенной на основе радиостанции средней мощности типа Р161-2АМ или «Артек-1А». Как известно, в радиостанциях средней мощности используется передающее устройство мощностью 1 кВт. При передаче речевых сообщений используется модем с набором ортогональных несущих. Помехоустойчивость лучших образцов модемов такого типа известна и по результатам [13–14], в канале с релеевскими замираниями удается получить значение на уровне 4…8 дБ в полосе стандартного канала тональной частоты с полосой 3100 Гц. В рассматриваемом варианте построения сигнально-кодовой конструкции получаем помехоустойчивость на уровне минус 15 дБ, приведенной к полосе стандартного канала тональной частоты с полосой 3100 Гц. В результате суммарный энергетический выигрыш на приеме составит более 20 дБ. При передаче за счет построения сигнально-кодовой конструкции с низким значением пикфактора можно получить дополнительный выигрыш до 6 дБ. В итоге суммарный энергетический выигрыш радиолинии достигает величины 26 дБ, или 400 раз по мощности, что позволяет без снижения надежности радиолинии использовать мощность передатчика 2 Вт вместо 1 кВт при соответствующем снижении скорости передачи с 1200 бит/сек до 60 бит/сек и увеличении полосы, занимаемой сигналом, с 3100 Гц до 51 кГц.

Выводы

1. Выбран тип сигнала с точки зрения минимизации значения пикфактора.

2. Проведен расчет помехоустойчивости ДЧ для канала с АГБШ и канала с релеевскими замираниями при использовании разнесения элементов ДЧ символа.

3. Выбраны способ разнесенного приема и необходимая кратность разнесения принимаемого сигнала.

4. Разработана процедура «выкалывания» кода, позволяющая обеспечить отсутствие межсимвольной интерференции при передаче сигнала по каналу с временным рассеянием до 5 мс.

5. Выбраны тип кода и его параметры с точки зрения минимизации вероятности ошибки и вероятности трансформации. Получены вероятности ошибки и вероятности трансформации при выбранном способе кодирования.

Литература

1. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. – М. : Радио и связь, 1985. – 384 с.

2. *Маковий В.А., Шкуров С.А.* Принципы построения помехоустойчивой системы АУС диапазона ДКМВ // Теория и техника радиосвязи. – 2011. – № 2. – С. 33–43.

3. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. Учеб. пособие для вузов. – 5-е изд., испр. и доп. – М. : Дрофа, 2006. – 719 с.

4. *Чупеев С.А.* Повышение скорости передачи аккордных сигналов // Теория и техника радиосвязи. – 2004. – № 2. – С. 131–136.

5. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1989. – 656 с.

6. *Маковий В.А., Чупеев С.А.* Обеспечение целостности передачи данных по КВ каналу // Теория и техника радиосвязи. – 2010. – № 3. – С. 64–74.

7. *Маковий В.А., Чупеев С.А.* Оптимизация протоколов передачи данных по КВ каналу // Теория и техника радиосвязи. – 2010. – № 2. – С. 92–101.

8. *Kazimierczuk, Marian.* RF power amplifiers / Typeset by Laserwords Private Limited, Chennai, India Printed and bound in Great Britain by Antony Rowe Ltd, Chippenham, Wiltshire. – 405 p.

9. *Кловский Д.Д.* Передача дискретных сообщений по радиоканалам. – М. : Связь, 1969. – 375 с.

10. *Proakis, John G.* Digital. – 5th ed. p. cm. Published by McGraw-Hill. – 1170 p.

11. *Побережский Е.С.* Характеристики типичных коротковолновых трасс // Техника средств связи. Сер. Техника радиосвязи. – 1978. – Вып. 9. – С. 88–92.

12. *Коржик В.И., Финк Л.М., Щелкунов К.П.* Расчет помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений. Справочник. – М. : Радио и связь, 1981. – 232 с.

13. *Eric E. Jonson, Robert I. Desourdis, Jr. Greg D. Earle.* Advanced High-Frequency Radio Communications. – Artec House Boston, London. ISBN 0-89006-815-1.

14. *Martin Christopher Gill.* Coded-Waveform Design for High Speed Data Transfer over High Frequency Radio Channels. – Institute for Telecommunications Research School of Engineering University of South Australia. – 1998.

Статья поступила в редакцию 21 августа 2014 г.

УДК 621.372.54.01

РАСЧЕТ ДИПЛЕКСЕРА, ИМЕЮЩЕГО ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕДАЧИ ЧЕБЫШЕВСКОГО ТИПА

В.В. Гудков, нач. сект., тел.: (473) 252-20-56
С.Н. Филатов, вед. инж., тел.: (473) 252-20-56
ОАО «Концерн «Созвездие»

Разработана методика расчёта диплексера, имеющего характеристики передачи чебышевского типа в низкочастотном и высокочастотном каналах. Получена система уравнений для определения коэффициентов передачи диплексера. Предложена итерационная процедура её решения, с использованием которой аналитическим методом проводится расчет диплексера. Приведен пример такого расчета. Составлены таблицы нормированных значений элементов схем диплексеров.

Ключевые слова: *четырехполюсник, диплексер, матрица рассеяния, коэффициент передачи, входная проводимость, метод Ньютона.*

CALCULATION DIPLEXER, HAVING POLYNOMIAL CHARACTERISTICS OF CHEBYSHEV TYPE TRANSMISSION

V.V. Gudkov, head of sector, tel.: (473) 252-20-56
S.N. Filatov, leading engineer, tel.: (473) 252-20-56
JSC «Sozvezdie» Concern»

The diplexer calculation method having characteristics of Chebyshev type transmission in low-pass and high-pass channels is developed. The equation system for determination of diplexer transfer coefficients is received. The iterative procedure of its decision which use allows to carry out a diplexer calculation by the analytical method is offered. The illustrative example of such calculation is given. Tables of normalized values of circuit elements diplexers are made.

Keywords: *quadripole, diplexer, scattering matrix, transfer coefficient, input conductivity, Newton method.*

Расчет диплексера, разделяющего заданную полосу частот на два канала, – задача, часто встречающаяся в инженерной практике. Известно достаточно много способов построения двухканальных частотно-разделительных устройств, например использование в качестве диплексера фильтровой пары постоянного входного сопротивления, которое дает вносимые потери, равные 3 дБ в каждом канале на частоте пересечения характеристик передачи каналов [1, 2]. Более высокий уровень развязки между каналами обеспечивают диплексеры, рассчитанные на основе псевдодополняющих фильтров [1]. Очень важным является аналитический метод проектирования диплексера, предложенный в [3, 4], так как требуемая характеристика передачи диплексера получается с использованием минимального количества элементов.

Ниже предложена методика построения диплексера, состоящего из соединенной параллельно фильтровой пары, и имеющего амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) передачи чебышевского типа.

Рассмотрим диплексер, построенный на основе двух фильтров (рис. 1).

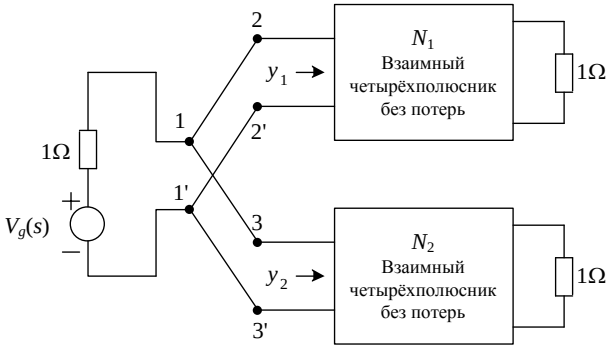


Рис. 1. Диплексер, состоящий из фильтровой пары, соединенной параллельно

На рис. 1 приняты следующие обозначения: y_1, y_2 – входные проводимости четырехполюс-

 ISSN 1995-7009

ников N_1 и N_2, нагруженных на одноомные резисторы; $y_1(s)$, $y_2(s)$ – нефостеровские и положительно-вещественные, s – частотная переменная. Нагрузки на всех входах диплексера нормированы к 1 Ом.

Введем следующие определения:

$$y_1(s) = p_1(s)/q_1(s), \quad (1)$$

$$y_2(s) = p_2(s)/q_2(s). \quad (2)$$

Из требований физической реализуемости *LCR*-цепей [5] получим следующие условия:

$$W_k(s)W_{k*}(s) = 1/2\left[p_k(s)q_{k*}(s) + p_{k*}(s)q_k(s)\right], \quad k = 1,2, \quad (3)$$

где $W_{k*}(s)$, $q_{k*}(s)$, $p_{k*}(s)$ – полиномы, комплексно сопряженные полиномам $W_k(s)$, $q_k(s)$, $p_k(s)$.

Тогда матрица рассеяния диплексера [3, 4], изображенного на рис. 1, имеет вид

$$S(s) = \begin{bmatrix} S_{11}(s) & S_{12}(s) & S_{13}(s) \\ S_{21}(s) & S_{22}(s) & S_{23}(s) \\ S_{31}(s) & S_{32}(s) & S_{33}(s) \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{g(s)} \cdot \begin{bmatrix} p_1q_2 + p_2q_1 - q_1q_2 & \left(\pm\frac{W_{1*}}{W_1}\right)^{\frac{1}{2}} 2W_1q_2 & \left(\pm\frac{W_{2*}}{W_2}\right)^{\frac{1}{2}} 2W_2q_1 \\ \left(\pm\frac{W_{1*}}{W_1}\right)^{\frac{1}{2}} 2W_1q_2 & \pm p_2q_{1*} + q_2q_{1*} - q_2p_{1*} & -2W_1W_2 \cdot \left(\pm\frac{W_{1*}W_{2*}}{W_1W_2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \left(\pm\frac{W_{2*}}{W_2}\right)^{\frac{1}{2}} 2W_2q_1 & -2W_1W_2 \cdot \left(\pm\frac{W_{1*}W_{2*}}{W_1W_2}\right)^{\frac{1}{2}} & \pm p_1q_{2*} - q_1p_{2*} + q_1q_{2*} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где

$$g(s) = p_1q_2 + p_2q_1 + q_1q_2. \quad (5)$$

Если фильтровые четырехполюсники N_1 и N_2 являются лестничными *LCR*-цепями, то в этом случае они будут иметь конфигурации, представленные на рис. 2, где n и m – порядок схем низкочастотного (НЧ) и высокочастотного (ВЧ) каналов диплексера соответственно.

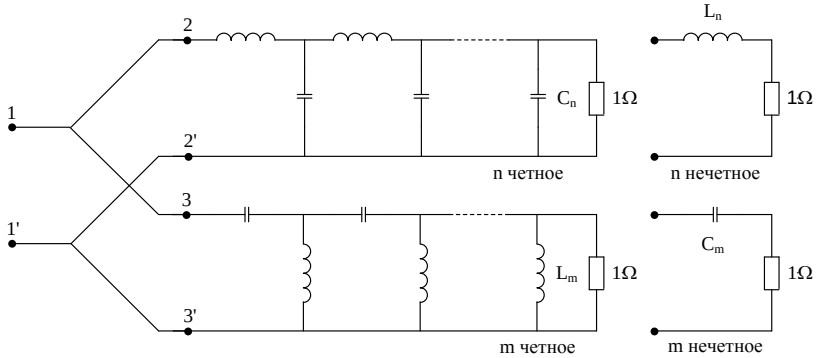


Рис. 2. Диплексер, состоящий из двух лестничных цепей, соединенных параллельно

Тогда $y_1(s)$ и $y_2(s)$ можно представить в виде отношения двух полиномов:

$$y_1(s)=\frac{p_1(s)}{q_1(s)}=\frac{c_{n-1}s^{n-1}+c_{n-2}s^{n-2}+\cdots+c_1s+1}{\alpha_n s^n+\alpha_{n-1}s^{n-1}+\cdots+\alpha_1 s+1}=\sum_{i=0}^{n-1}c_i s^i \Big/ \sum_{j=0}^{n}\alpha_j s^j, \quad (6)$$

$$y_2(s)=\frac{p_2(s)}{q_2(s)}=\frac{s^m+d_{m-1}s^{m-1}+\cdots+d_1 s}{s^m+\beta_{m-1}s^{m-1}+\cdots+\beta_1 s+\beta_0}=\sum_{k=1}^{m}d_k s^k \Big/ \sum_{l=0}^{m}\beta_l s^l. \quad (7)$$

То есть из (6) и (7) следует, что для определения элементов схемы (рис. 2) надо найти $2m+2n-2$ неизвестных коэффициента входных проводимостей $y_1(s)$ и $y_2(s)$.

Подставив (6) и (7) в (4), получим

$$S(s)=\frac{1}{g(s)}\cdot\begin{bmatrix} p_1q_2+p_2q_1-q_1q_2 & 2q_2 & 2s^m q_1 \\ 2q_2 & \pm p_2q_{1*}+q_2q_{1*}-q_2p_{1*} & -2s^m \\ 2s^m q_1 & -2s^m & \pm p_1q_{2*}-q_1p_{2*}+q_1q_{2*} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Используя условия (3), а также исходя из требований на равноволновое поведение коэффициента отражения $S_{11}(s)$ и коэффициентов передачи НЧ $\left|S_{12}(s)\right|^2$ и ВЧ $\left|S_{13}(s)\right|^2$ каналов диплексера с АЧХ чебышевского типа, определённых в (8), получим систему из $2m+2n-2$ нелинейных уравнений для нахождения $2m+2n-2$ неизвестных:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{k_1=x}(-1)^i\alpha_i c_{k_1-i}=0, x=2,\ 4,\ \ldots,\ 2(n-1), \\ \sum\limits_{j=0}^{k_2=y}(-1)^j\beta_j d_{k_2-j}=0, y=2,\ 4,\ \ldots,\ 2(m-1), \\ \sum\limits_{i=0}^{x}\left(c_i\beta_{x-i}+\alpha_i d_{x-i}-\alpha_i\beta_{x-i}\right)=0; \quad x=1,3,5\ldots,k_3 \text{ или } x=2,4,6\ldots,k_3, \\ 4\sum\limits_{z=0,2}^{2m}\sum\limits_{i=0}^{z}(-1)^{\frac{3z}{2}-i}\beta_i\beta_{z-i}\left(\Omega_i^{\text{НЧ}}\right)^z=10^{-\frac{a_D^{\text{НЧ}}}{10}}\sum\limits_{x=0,2}^{2(n+m)}\sum\limits_{k=0}^{x}(-1)^{\frac{3x}{2}-k}g_k g_{x-k}\left(\Omega_i^{\text{НЧ}}\right)^x \quad \text{для } i=1,2\ldots M_1. \\ 4\left(\Omega_i^{\text{ВЧ}}\right)^{2m}\sum\limits_{z=0,2}^{2n}\sum\limits_{i=0}^{z}(-1)^{\frac{3z}{2}-i}\alpha_i\alpha_{z-i}\left(\Omega_i^{\text{ВЧ}}\right)^z=10^{-\frac{a_D^{\text{ВЧ}}}{10}}\sum\limits_{x=0,2}^{2(n+m)}\sum\limits_{k=0}^{x}(-1)^{\frac{3x}{2}-k}g_k g_{x-k}\left(\Omega_i^{\text{ВЧ}}\right)^x \quad \text{для } i=1,2\ldots M_2. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь из явного вида полиномов $p_1(s)$, $p_2(s)$, $q_1(s)$, $q_2(s)$, определённых в (6) и (7), следует:

$\alpha_0=c_0=1$, $\alpha_i=0$ для $i>n$ и $c_{k_1-i}=0$ для $k_1-i\ge n$; $\beta_m=d_m=1$, $d_0=0$, $\beta_j=0$ для $j>m$ и $d_{k_2-j}=0$ для $k_2-j>m$, $c_n=0$;

$$g_k=\sum_{i=0}^{k}\left(c_i\beta_{k-i}+\alpha_i d_{k-i}+\alpha_i\beta_{k-i}\right),$$

$$g_{x-k}=\sum_{i=0}^{x-k}\left(c_i\beta_{x-k-i}+\alpha_i d_{x-k-i}+\alpha_i\beta_{x-k-i}\right);$$

$\Omega_i^{\text{НЧ}}$ – точки минимума характеристики передачи $\left|S_{12}(s)\right|^2$;

$\Omega_i^{\text{ВЧ}}$ – точки минимума характеристики передачи $\left|S_{13}(s)\right|^2$;

$\Omega_{M_1}^{\text{НЧ}}=\Omega_D^{\text{НЧ}}$ – граничная частота полосы пропускания (ПП) НЧ канала диплексера,

$a_D^{\text{НЧ}}$ – максимальные потери в ПП НЧ канала диплексера, в дБ;

$\Omega_{M_2}^{\text{ВЧ}} = \Omega_D^{\text{ВЧ}}$ – граничная частота ПП ВЧ канала диплексера,

$a_D^{\text{ВЧ}}$ – максимальные потери в ПП ВЧ канала диплексера, в дБ.

Значения k_3, M_1 и M_2 приведены в табл. 1.

Таблица 1

k_3	n	m		M_1	n		M_2	m
$n+m-1$	четное	четное		$n/2$	четное		$m/2$	четное
$n+m-2$		нечетное						
$n+m-1$	нечетное	четное		$(n+1)/2$	нечетное		$(m+1)/2$	нечетное
$n+m-2$		нечетное						

Таким образом, задача расчёта диплексера сводится к решению системы уравнений (9). Систему решаем итерационным методом Ньютона [6], используя в качестве первого приближения входные проводимости двусторонне-нагруженных НЧ и ВЧ фильтровых четырехполюсников с характеристиками передачи чебышевского типа, коэффициенты которых перенормированы к граничным частотам ПП НЧ и ВЧ каналов диплексера.

При нормировании характеристик диплексера за единицу частотной оси принимается среднегеометрическая частота, полученная из граничных частот ПП НЧ и ВЧ каналов диплексера. $\Omega_i^{\text{ВЧ}}$ и $\Omega_i^{\text{НЧ}}$ определяются на каждом шаге итерационного процесса решения системы (9) как частоты точек минимума характеристик передачи $\left|S_{12}(s)\right|^2$ и $\left|S_{13}(s)\right|^2$.

Определив входные проводимости $y_1(s)$, $y_2(s)$ четырехполюсников, составляющих диплексер, синтезируем схемы четырехполюсников методом последовательного полного выделения полюсов из функций входных проводимостей [7].

В качестве примера расчёта рассмотрим случай применения диплексера для обеспечения одновременной независимой работы двух приёмопередатчиков (ППРД) на одну антенну.

Рассчитаем диплексер, имеющий АЧХ НЧ и ВЧ каналов Чебышевского типа для одновременной работы двух ППРД на одну антенну. ПП первого ППРД: 1-25 МГц, второго ППРД: 45-110 МГц. Потери в ПП НЧ и ВЧ каналов должны быть не более 0,1 дБ ($a_D^{\text{НЧ}} = a_D^{\text{ВЧ}} = 0{,}1$ дБ). Развязка между каналами – не менее 65дБ. Волновое сопротивление нагрузок диплексера 50 Ом.

Переходим от физических величин к нормированным, выбирая в качестве частоты нормировки среднегеометрическую частоту, полученную из граничных частот ПП НЧ и ВЧ каналов диплексера: $f_0 = \sqrt{25 \cdot 45} = 33{,}54102$ МГц. Нормирующее сопротивление $R_0 = 50$ Ом. Тогда $\Omega_D^{\text{НЧ}} = 0{,}745356$, $\Omega_D^{\text{ВЧ}} = 1{,}341641$. Нормированные сопротивления нагрузок диплексера составят 1 Ом.

Исходя из заданных требований, по диаграммам, приведённым в [8], определяем порядок схем двусторонне-нагруженных НЧ и ВЧ фильтровых четырехполюсников с характеристиками передачи чебышевского типа, входные проводимости которых будем использовать в качестве начального приближения для расчёта диплексера: $n = m = 8$.

Начальное приближение для входных проводимостей НЧ и ВЧ фильтровых четырехполюсников получаем, используя данные таблиц [8] для фильтров нижних частот с АЧХ чебышевского типа порядка $n = 8$ и $a_D = 0{,}0988$ дБ:

$$y_1^0(s) = \frac{1 + 8.516s + 30.737s^2 + 99.283s^3 + 142.963s^4 + 289.162s^5 + 164.809s^6 + 240.578s^7}{1 + 8.516s + 41.786s^2 + 99.283s^3 + 263.653s^4 + 289.162s^5 + 539.573s^6 + 240.578s^7 + 351.184s^8},$$

$$y_2^0(s) = \frac{240.578s + 164.808s^2 + 289.162s^3 + 142.963s^4 + 99.283s^5 + 30.737s^6 + 8.516s^7 + s^8}{351.184 + 240.578s + 539.573s^2 + 289.162s^3 + 263.653s^4 + 99.283s^5 + 41.786s^6 + 8.516s^7 + s^8}.$$

Используя их, вычисляем входные проводимости $y_1(s)$, $y_2(s)$ и коэффициенты $S_{12}(s)$ и $S_{13}(s)$:

$$y_1(s)=\frac{1+8.602s+31.449s^2+102.326s^3+149.029s^4+302.556s^5+174.421s^6+254.559s^7}{1+9.101s+46.835s^2+118.135s^3+325.48s^4+380.69s^5+726.139s^6+349.721s^7+510.402s^8},$$

$$y_2(s)=\frac{254.559s+174.421s^2+302.556s^3+149.029s^4+102.326s^5+31.449s^6+8.602s^7+s^8}{510.402+349.721s+726.139s^2+380.69s^3+325.48s^4+118.135s^5+46.835s^6+9.101s^7+s^8},$$

$$S_{12}(s)=$$

$$=\frac{1020.804+699.443s+1452.279s^2+761.38s^3+650.96s^4+236.27s^5+93.67s^6+18.202s^7+2s^8}{g(s)},$$

$$S_{13}(s)=$$

$$=\frac{2s^8+18.202s^9+93.67s^{10}+236.27s^{11}+650.96s^{12}+761.38s^{13}+1452.279s^{14}+699.443s^{15}+1020.804s^{16}}{g(s)},$$

$$g(s)=1020.804+9989.496s+50090.819s^2+167329.428s^3+424669.489s^4+829649.577s^5+$$

$$+1352109.116s^6+1754409.786s^7+1963199.663s^8+1754409.786s^9+1352109.116s^{10}+$$

$$+829649.577s^{11}+424669.489s^{12}+167329.428s^{13}+50090.819s^{14}+9989.496s^{15}+1020.803s^{16}.$$

Развязка между каналами определяется как

$$a_S=a_S^{\text{НЧ}}=a_S^{\text{ВЧ}}=$$

$$=10\cdot\lg\left(\left|S_{12}\left(\Omega_D^{\text{ВЧ}}\right)\right|^2\right)=10\cdot\lg\left(\left|S_{13}\left(\Omega_D^{\text{НЧ}}\right)\right|^2\right)$$

и составляет 69,34 дБ.

Зная входные проводимости $y_1(s)$, $y_2(s)$ четырехполюсников, составляющих диплексер, получим нормированные значения элементов схем методом последовательного полного выделения полюсов из функций входных проводимостей [7].

Используя нормировочные коэффициенты [8], переходим к физическим величинам.

Нормирующая индуктивность [мкГ]:

$$L_0=R_0/2\pi f_0\,. \qquad (10)$$

Нормирующая ёмкость [мкФ]:

$$C_0=1/2\pi R_0 f_0\,. \qquad (11)$$

Итоговая схема диплексера приведена на рис. 3, его АЧХ – на рис. 4.

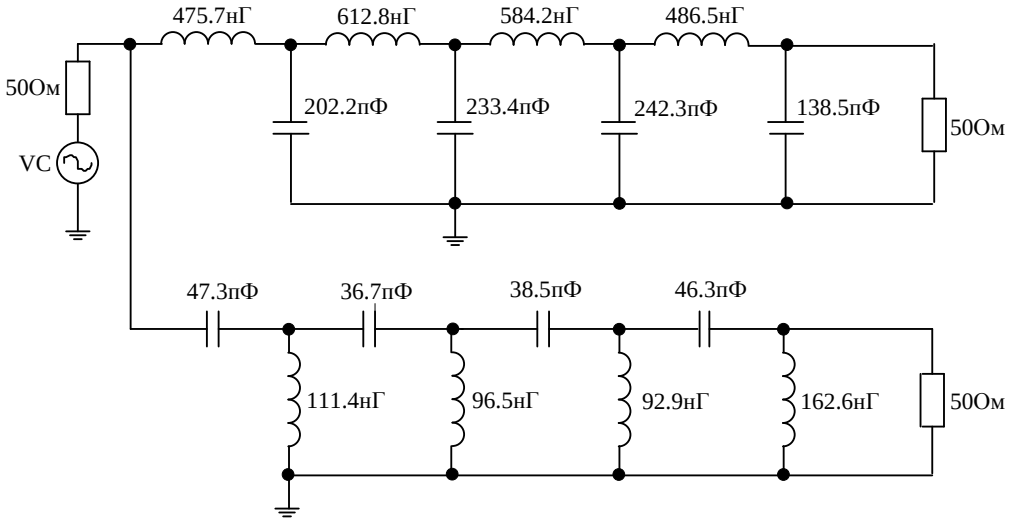


Рис. 3. Диплексер, имеющий чебышевские АЧХ НЧ и ВЧ каналов 8-го порядка ($n = m = 8$)

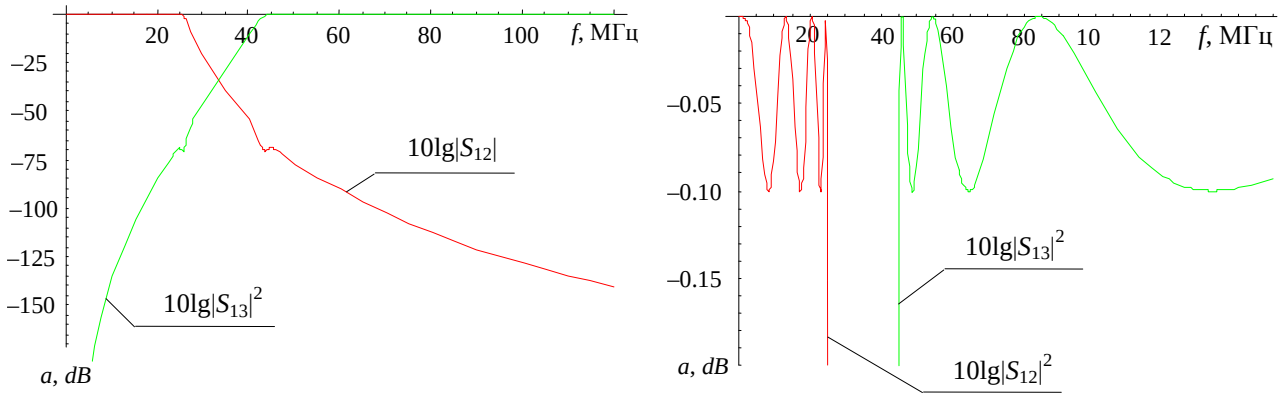


Рис. 4. Частотная характеристика диплексера, изображённого на рис. 3

На практике удобно иметь таблицы нормированных значений элементов схем диплексеров, исходя из которых по заданным требованиям можно рассчитать схему двухканального фильтра, не углубляясь в подробности методики расчёта.

Ниже даны таблицы, составленные для нормированных значений элементов схем диплексеров с порядком схем НЧ и ВЧ каналов $n = m = 4\ldots11$ при $a_D^{\text{НЧ}} = a_D^{\text{ВЧ}} \equiv a_D = 0,05;\ \ 0,1;\ 0,2$ дБ. Структура диплексера приведена на рис. 2.

Для упрощения вычислений все физические величины приведены к безразмерным. Частоты нормируются к частоте f_0, являющейся среднегеометрической частотой, полученной из граничных частот ПП НЧ и ВЧ каналов диплексера:

$$f_0 = \sqrt{f_D^{\text{НЧ}} \cdot f_D^{\text{ВЧ}}}\ [\text{Гц}]. \qquad (12)$$

Сопротивления нагрузок нормированы к сопротивлению генератора со стороны входа 1 диплексера R_0 [Ом].

Для перехода к нормированным значениям частот и сопротивлений делим соответствующие физические величины на нормировочные коэффициенты f_0, R_0.

Обратный переход от нормированных к денормированным параметрам диплексера производим, умножая нормированные значения индуктивностей и ёмкостей диплексеров на коэффициенты L_0 и C_0, определённые в (10) и (11), частоты – на f_0, нагрузки – на R_0.

Таким образом, в приведённых таблицах за единицу частотной оси принята среднегеометрическая частота f_0, нормированное значение которой $\Omega_0 = 1$, сопротивления нагрузок всех входов диплексера равны $r_1 = r_2 = r_3 = 1$.

Для удобства классификации схем введён столбец значений частотного разноса ПП каналов диплексера $\Omega_D^{\text{ВЧ}} / \Omega_D^{\text{НЧ}}$.

Пример расчёта диплексера с использованием таблиц

Необходимо спроектировать диплексер, имеющий АЧХ НЧ и ВЧ каналов чебышевского типа, для одновременной работы двух ППРД на одну антенну.

ПП первого ППРД: 1-30 МГц, второго ППРД: 46-110 МГц. Потери в ПП НЧ и ВЧ каналов должны быть не более 0,1 дБ. Развязка между каналами – не менее 50 дБ. Волновое сопротивление антенно-фидерного тракта 50 Ом.

Исходя из заданных требований, определяем нормированный разнос частот ПП каналов диплексера: $\Omega_D^{\text{ВЧ}} / \Omega_D^{\text{НЧ}} = 47/30 = 1,5333(3)$ (ближайший из табулированных разнос частот, не превосходящий заданного, равен 1,5). Далее из таблиц для $a_D = 0,1$ дБ и разноса частот 1,5 выбираем диплексер соответствующего порядка с a_S не менее 50 дБ.

Этим требованиям удовлетворяет диплексер с $n = m = 8$ и $a_S = 53,76$ дБ (диплексеры 8 порядка, $\Omega_D^{\text{ВЧ}} / \Omega_D^{\text{НЧ}} = 1,5$).

Для перехода к физическим величинам определяем коэффициенты нормировки:

$f_0 = \sqrt{30 \cdot 46} = 37,148351$ МГц; $\quad R_0 = 50$ Ом;

$L_0 = 0,214215$ мкГ; $\ C_0 = 8,5686141 \cdot 10^{-5}$ мкФ.

Используя данные, приведённые в таблицах нормированных значений элементов схем диплексеров, вычисляем значения элементов.

НЧ канал				ВЧ канал			
L_1	0,4098 мкГ	C_2	169,12 пФ	C_1	44,795 пФ	L_2	0,1085 мкГ
L_3	0,5082 мкГ	C_4	192,66 пФ	C_3	36,121 пФ	L_4	0,0953 мкГ
L_5	0,4821 мкГ	C_6	199,76 пФ	C_5	38,074 пФ	L_6	0,0919 мкГ
L_7	0,4012 мкГ	C_8	114,17 пФ	C_7	45,747 пФ	L_8	0,1608 мкГ

Граничная частота ПП НЧ канала $f_D^{\text{НЧ}} = 30,3315$ МГц.

Граничная частота ПП ВЧ канала $f_D^{\text{ВЧ}} = 45,4973$ МГц.

Таким образом, получены условия для определения элементов матрицы рассеяния диплексера (8), имеющего полиномиальные характеристики передачи чебышевского типа. Задача определения элементов матрицы рассеяния сведена к решению системы нелинейных уравнений (9), сужающих область поиска и приводящих к реализации характеристик передачи диплексера схемами с минимальным количеством элементов. Применение итерационного метода Ньютона и соответствующий выбор начального приближения ускоряют процесс сходимости, что делает возможным расчет диплексера с АЧХ чебышевского типа прямым аналитическим методом.

Составлены таблицы нормированных значений элементов схем диплексеров с порядком схем НЧ и ВЧ каналов $n = m = 4\ldots11$ при $a_D^{\text{НЧ}} = a_D^{\text{ВЧ}} \equiv a_D = 0,05;\ 0,1;\ 0,2$ дБ, используя которые можно легко получить схему двухканального фильтра по заданным требованиям. Кроме того, данные, приведённые в таблицах, можно использовать в качестве начального приближения для существующих в настоящее время многочисленных оптимизационных программ расчёта пассивных *LC*-схем, что позволит расширить область использования таблиц и рассчитать диплексеры с НЧ и ВЧ каналами неравного порядка ($n \neq m$).

Таблицы нормированных значений элементов схем диплексеров

Диплексеры 4 порядка

$a_D = 0,05$ дБ

$\frac{\Omega_D^{\text{ВЧ}}}{\Omega_D^{\text{НЧ}}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 4**					ВЧ канал **m = 4**			
		ν	$L_{2\nu-1}$	$C_{2\nu}$	$L_{2\nu+1}$	$C_{2\nu+2}$	$C_{2\nu-1}$	$L_{2\nu}$	$C_{2\nu+1}$	$L_{2\nu+2}$
2	28,66	1	1,811926	2,075999	1,978420	1,162448	0,551899	0,481696	0,505454	0,860254
1,9	26,64	1	1,791903	2,032184	1,929707	1,131361	0,558066	0,492082	0,518214	0,883891
1,8	24,39	1	1,770278	1,984996	1,876701	1,097100	0,564883	0,503779	0,532850	0,911494
1,7	21,66	1	1,743489	1,927158	1,810695	1,053463	0,573563	0,518899	0,552274	0,949250

$a_D = 0,1$ дБ

$\frac{\Omega_D^{\text{ВЧ}}}{\Omega_D^{\text{НЧ}}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 4**					ВЧ канал **m = 4**			
		ν	$L_{2\nu-1}$	$C_{2\nu}$	$L_{2\nu+1}$	$C_{2\nu+2}$	$C_{2\nu-1}$	$L_{2\nu}$	$C_{2\nu+1}$	$L_{2\nu+2}$
2	31,21	1	1,909862	2,132638	2,065165	1,318791	0,523598	0,468903	0,484223	0,758270
1,9	29,20	1	1,886449	2,087001	2,016076	1,285427	0,530096	0,479156	0,496013	0,777952
1,8	27,02	1	1,862467	2,040224	1,965443	1,250764	0,536922	0,490142	0,508791	0,799511
1,7	24,63	1	1,837558	1,991704	1,912519	1,214173	0,544200	0,502083	0,522870	0,823606
1,6	21,93	1	1,810709	1,939683	1,855196	1,173954	0,552270	0,515548	0,539026	0,851822
1,5	18,62	1	1,776840	1,875140	1,782896	1,121798	0,562797	0,533293	0,560885	0,891426

$a_D = 0,2$ дБ										
$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 4**					ВЧ канал **m = 4**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	33,78	1	2,041785	2,178241	2,136750	1,510526	0,489767	0,459086	0,468001	0,662021
1,9	31,72	1	2,013052	2,129349	2,085572	1,472517	0,496758	0,469627	0,479485	0,679109
1,8	29,50	1	1,983830	2,079533	2,033219	1,433440	0,504075	0,480877	0,491831	0,697622
1,7	27,07	1	1,954015	2,028665	1,979506	1,393092	0,511767	0,492935	0,505176	0,7178286
1,6	24,41	1	1,923375	1,976433	1,924033	1,351056	0,519919	0,505962	0,519741	0,740162
1,5	21,42	1	1,891273	1,921931	1,865716	1,306314	0,528744	0,520310	0,535987	0,765512
1,4	17,97	1	1,855388	1,861679	1,800549	1,255287	0,538971	0,537150	0,555386	0,796631

Диплексеры 5 порядка

$a_D = 0,05$ дБ										
$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 5**					ВЧ канал **m = 5**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	41,66	1 3	1,972350 1,416652	2,044033	2,617836	1,953763	0,507010 0,705890	0,489229	0,381995	0,511837
1,9	39,16	1 3	1,946587 1,381214	2,001459	2,555419	1,905404	0,513720 0,724001	0,499635	0,391325	0,524823
1,8	36,47	1 3	1,920495 1,344791	1,958432	2,491776	1,855822	0,520699 0,743610	0,510613	0,401320	0,538845
1,7	33,53	1 3	1,894012 1,307193	1,914954	2,426809	1,804830	0,527980 0,764998	0,522206	0,412064	0,554069
1,6	30,28	1 3	1,866949 1,267998	1,870916	2,360217	1,751999	0,535633 0,788645	0,534498	0,423690	0,570777
1,5	26,60	1 3	1,838646 1,225983	1,825665	2,290835	1,696007	0,543878 0,815672	0,547746	0,436522	0,589620
1,4	22,08	1 3	1,805166 1,174495	1,774419	2,210964	1,629245	0,553966 0,851430	0,563565	0,452291	0,613781

$a_D = 0,1$ дБ										
$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 5**					ВЧ канал **m = 5**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	44,42	1 3	2,120724 1,625337	2,009095	2,815895	1,945553	0,471537 0,615257	0,497737	0,355127	0,513993
1,9	41,87	1 3	2,088894 1,584563	1,965014	2,747501	1,897071	0,478722 0,631089	0,508902	0,363967	0,527128
1,7	36,14	1 3	2,023824 1,499720	1,875156	2,606465	1,796449	0,494114 0,666791	0,533289	0,383661	0,556654
1,5	29,17	1 3	1,956531 1,409285	1,783367	2,459488	1,689998	0,511109 0,709580	0,560737	0,406589	0,591717
1,3	19,75	1 3	1,880535 1,302148	1,684825	2,297313	1,567549	0,531764 0,767962	0,593533	0,435291	0,637939

$a_D = 0,2$ дБ										
$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 5**					ВЧ канал **m = 5**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	47,28	1	2,329845	1,936524	3,078896	1,894625	0,429213	0,516389	0,324792	0,527809
		3	1,896768				0,527213			
1,9	44,68	1	2,290188	1,892170	3,003015	1,847137	0,436645	0,528494	0,332999	0,541378
		3	1,849031				0,540824			
1,7	38,80	1	2,208780	1,801296	2,846129	1,748516	0,452739	0,555156	0,351354	0,571914
		3	1,749739				0,571514			
1,5	31,67	1	2,124403	1,707893	2,682273	1,644463	0,470721	0,585517	0,372818	0,608101
		3	1,644520				0,608080			
1,3	22,35	1	2,035572	1,612292	2,510767	1,532934	0,491262	0,620235	0,398285	0,652344
		3	1,530120				0,653543			
1,2	15,95	1	1,980862	1,557707	2,410964	1,464435	0,504831	0,641969	0,414772	0,6828571
		3	1,456804				0,686434			

Диплексеры 6 порядка

$a_D = 0,05$ дБ										
$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 6**					ВЧ канал **m = 6**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	51,82	1	1,902947	2,213397	2,487194	2,458293	0,525501	0,451794	0,402059	0,406786
		3	2,108072	1,301022			0,474367	0,768626		
1,9	48,86	1	1,880425	2,167052	2,428411	2,397242	0,531795	0,461456	0,411792	0,417146
		3	2,055491	1,268239			0,486502	0,788495		
1,7	42,22	1	1,834750	2,072828	2,307682	2,270797	0,545033	0,482433	0,433335	0,440374
		3	1,946284	1,200058			0,513800	0,833293		
1,5	34,21	1	1,788264	1,977181	2,183125	2,138072	0,559202	0,505771	0,458059	0,467711
		3	1,830742	1,127676			0,546226	0,886780		
1,3	23,48	1	1,738368	1,877458	2,051422	1,992553	0,575252	0,532635	0,487467	0,501869
		3	1,700314	1,044841			0,588126	0,957084		

$a_D = 0,1$ дБ										
$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 6**					ВЧ канал **m = 6**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	54,71	1	2,014574	2,224743	2,559151	2,534706	0,496383	0,449490	0,390755	0,394523
		3	2,150445	1,468338			0,465020	0,681042		
1,9	51,71	1	1,987147	2,175656	2,497591	2,471230	0,503234	0,459632	0,400386	0,404657
		3	2,096617	1,431235			0,476959	0,698697		
1,7	44,97	1	1,931226	2,075312	2,370741	2,339553	0,517806	0,481855	0,421809	0,427432
		3	1,984765	1,354061			0,503838	0,738519		
1,5	36,82	1	1,873940	1,972611	2,239195	2,201135	0,533635	0,506942	0,446589	0,454311
		3	1,866593	1,272347			0,535735	0,785949		
1,3	26,16	1	1,814912	1,868501	2,103934	2,055073	0,550991	0,535188	0,475300	0,486600
		3	1,739836	1,184117			0,574767	0,844511		
1,2	18,58	1	1,779289	1,809263	2,027590	1,968622	0,562022	0,552711	0,493196	0,507970
		3	1,660719	1,127691			0,602149	0,886767		

$a_D = 0,2$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 6**					ВЧ канал **m = 6**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	57,80	1	2,168043	2,216376	2,636023	2,614792	0,461245	0,451187	0,379359	0,382410
		3	2,168188	1,679840			0,461215	0,595295		
1,9	54,74	1	2,134467	2,165303	2,571765	2,548898	0,468501	0,461829	0,388838	0,392326
		3	2,113779	1,637309			0,473086	0,610758		
1,7	47,86	1	2,065668	2,060378	2,438980	2,412011	0,484105	0,485348	0,410007	0,414592
		3	2,000653	1,548808			0,499837	0,645658		
1,5	39,50	1	1,994625	1,951996	2,300476	2,267712	0,501347	0,512296	0,434693	0,440973
		3	1,881041	1,455087			0,531620	0,687244		
1,3	28,60	1	1,921337	1,841306	2,157381	2,115702	0,520471	0,543093	0,463525	0,472656
		3	1,753753	1,354992			0,570206	0,738012		
1,2	21,34	1	1,882922	1,784977	2,084383	2,035867	0,531090	0,560231	0,479758	0,491191
		3	1,685132	1,300503			0,593425	0,768933		

Диплексеры 7 порядка

$a_D = 0,05$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 7**					ВЧ канал **m = 7**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	64,18	1	2,008666	2,122544	2,804083	2,293519	0,497843	0,471133	0,356623	0,436011
		3	2,782099	2,034627	1,464603		0,359441	0,491491	0,682779	
1,9	60,67	1	1,981420	2,077092	2,736352	2,236420	0,504688	0,481442	0,365450	0,447143
		3	2,712237	1,983388	1,427682		0,368699	0,504188	0,700436	
1,7	52,82	1	1,925961	1,984648	2,596855	2,118060	0,519221	0,503868	0,385081	0,472130
		3	2,567071	1,876823	1,350875		0,389549	0,532815	0,7402608	
1,5	43,37	1	1,869376	1,891024	2,452484	1,993903	0,534938	0,528814	0,407750	0,501529
		3	2,413881	1,764091	1,269549		0,414271	0,566864	0,787681	
1,3	31,11	1	1,811852	1,798479	2,305559	1,864308	0,551921	0,556025	0,433734	0,536392
		3	2,251506	1,643565	1,182248		0,444147	0,608434	0,845846	
1,2	22,58	1	1,779813	1,750704	2,228441	1,793761	0,561857	0,571199	0,448744	0,557488
		3	2,159689	1,573165	1,130269		0,463030	0,635661	0,884745	

$a_D = 0,1$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 7**					ВЧ канал **m = 7**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	67,17	1	2,157840	2,075785	2,984379	2,230139	0,463426	0,481745	0,335078	0,448402
		3	2,968601	2,013751	1,671548		0,336859	0,496586	0,598248	
1,9	63,64	1	2,124568	2,029359	2,911231	2,174300	0,470684	0,492767	0,343497	0,459918
		3	2,893842	1,962942	1,629346		0,345561	0,509439	0,613743	
1,7	55,70	1	2,056491	1,934441	2,760121	2,058383	0,486265	0,516945	0,362303	0,485818
		3	2,738388	1,857230	1,541526		0,365178	0,538436	0,648708	
1,5	46,12	1	1,986415	1,837351	2,602715	1,936381	0,503420	0,544262	0,384214	0,516427
		3	2,574079	1,745315	1,448501		0,388489	0,572962	0,690369	
1,3	33,67	1	1,914639	1,740082	2,440979	1,808497	0,522292	0,574686	0,409672	0,552945
		3	2,399982	1,626100	1,349181		0,416670	0,614969	0,741190	
1,2	25,35	1	1,877688	1,692390	2,360048	1,742683	0,532570	0,590880	0,423720	0,573828
		3	2,308321	1,562308	1,295573		0,433215	0,640079	0,7718591	

$a_D = 0,2$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 7**					ВЧ канал **m = 7**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	70,44	1	2,367698	1,991057	3,231580	2,124524	0,422351	0,502246	0,309446	0,470694
		3	3,220595	1,950033	1,941472		0,310502	0,512812	0,515073	
1,9	66,86	1	2,326681	1,944899	3,151492	2,071109	0,429797	0,514165	0,317310	0,482833
		3	3,139323	1,900766	1,892402		0,318540	0,526104	0,528429	
1,7	58,79	1	2,242380	1,850101	2,985646	1,960106	0,445955	0,540511	0,334936	0,510176
		3	2,970241	1,798230	1,790265		0,336673	0,556102	0,558577	
1,5	49,01	1	2,154923	1,752261	2,811957	1,842965	0,464054	0,570691	0,355624	0,542604
		3	2,791294	1,689602	1,682022		0,358257	0,591855	0,594523	
1,3	36,27	1	2,064413	1,652743	2,631569	1,719459	0,484399	0,605055	0,380001	0,581578
		3	2,601217	1,573831	1,566510		0,384435	0,635392	0,638362	
1,2	27,79	1	2,018069	1,603544	2,540710	1,655891	0,495523	0,623618	0,393591	0,603905
		3	2,501893	1,512766	1,505301		0,399697	0,661041	0,664319	
1,1	16,00	1	1,965562	1,552059	2,446071	1,587866	0,508760	0,644305	0,408819	0,629776
		3	2,391467	1,442372	1,433163		0,418153	0,693302	0,697757	

Диплексеры 8 порядка

$a_D = 0,05$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 8**					ВЧ канал **m = 8**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	74,52	1	1,944421	2,238811	2,633619	2,568851	0,514292	0,446666	0,379706	0,389279
		3	2,569360	2,602220	2,140349	1,363573	0,389202	0,384287	0,467214	0,733366
1,9	70,54	1	1,920052	2,190918	2,570546	2,504703	0,520819	0,456430	0,389023	0,399249
		3	2,505023	2,536522	2,086422	1,329078	0,399198	0,394241	0,479290	0,752400
1,7	61,62	1	1,870516	2,093292	2,440669	2,371683	0,534612	0,477716	0,409724	0,421641
		3	2,371337	2,399860	1,974221	1,257297	0,421703	0,416691	0,506529	0,795358
1,5	50,92	1	1,820068	1,993946	2,306230	2,232046	0,549430	0,501518	0,433608	0,448019
		3	2,230258	2,255296	1,855426	1,181265	0,448379	0,443401	0,538960	0,846550
1,3	37,14	1	1,769183	1,895218	2,169670	2,086607	0,565233	0,527644	0,460900	0,479247
		3	2,081363	2,101790	1,728812	1,100178	0,480454	0,475785	0,578432	0,908944
1,15	21,86	1	1,728280	1,820783	2,066169	1,971692	0,578610	0,549214	0,483988	0,507179
		3	1,959210	1,972346	1,619162	1,029390	0,510410	0,507010	0,617604	0,971449

$a_D = 0,1$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 8**					ВЧ канал **m = 8**			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	77,53	1	2,064404	2,230812	2,716156	2,591164	0,484401	0,448267	0,368167	0,385927
		3	2,594075	2,690973	2,161106	1,538391	0,385494	0,371613	0,462726	0,650030
1,9	73,53	1	2,034934	2,180900	2,650196	2,526056	0,491416	0,458526	0,377331	0,395874
		3	2,528973	2,622899	2,106606	1,4994367	0,395418	0,381258	0,474697	0,666917
1,7	64,56	1	1,974724	2,078673	2,513999	2,390858	0,506400	0,481076	0,397773	0,418260
		3	2,393614	2,481239	1,993186	1,418354	0,417778	0,403024	0,501709	0,705043
1,5	53,76	1	1,912862	1,973684	2,372177	2,248475	0,522777	0,506667	0,421554	0,444746
		3	2,250542	2,331243	1,873028	1,332431	0,444337	0,428956	0,533895	0,750508
1,3	39,78	1	1,849690	1,867727	2,226413	2,099136	0,540631	0,535410	0,449153	0,476386
		3	2,098995	2,171722	1,744915	1,240797	0,476419	0,460464	0,573094	0,805933
1,1	17,30	1	1,783129	1,762340	2,080485	1,943063	0,560812	0,567427	0,480657	0,514651
		3	1,934077	1,993220	1,598932	1,139422	0,517043	0,501701	0,625418	0,877638

$a_D = 0,2$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал $n = 8$					ВЧ канал $m = 8$			
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$
2	80,90	1	2,230107	2,198079	2,815533	2,604805	0,448409	0,454943	0,355173	0,383906
		3	2,609627	2,794954	2,152416	1,761434	0,383197	0,357788	0,464594	0,567719
1,9	76,86	1	2,194192	2,147012	2,746425	2,539044	0,455749	0,465764	0,364110	0,393849
		3	2,544034	2,724142	2,098101	1,716805	0,393076	0,367088	0,476621	0,582477
1,7	67,78	1	2,120487	2,041976	2,603414	2,402348	0,471590	0,489722	0,384111	0,416259
		3	2,407597	2,576740	1,985048	1,623892	0,415352	0,388087	0,503766	0,615805
1,5	56,80	1	2,044172	1,933216	2,453763	2,258025	0,489196	0,517273	0,407537	0,442865
		3	2,263216	2,420551	1,865229	1,525393	0,441849	0,413129	0,536127	0,655569
1,3	42,52	1	1,965345	1,821864	2,298352	2,105745	0,508816	0,548888	0,435094	0,474891
		3	2,109800	2,254158	1,737360	1,420274	0,473979	0,443625	0,575586	0,704090
1,1	19,99	1	1,883769	1,711672	2,143543	1,949006	0,530851	0,584224	0,466517	0,513082
		3	1,947411	2,075654	1,597898	1,305438	0,513502	0,481776	0,625822	0,766026
1,08	16,43		1,873414	1,698900	2,126577	1,931351	0,533785	0,588617	0,470239	0,517772
			1,928125	2,053509	1,579514	1,290087	0,518639	0,486971	0,633106	0,775141

Диплексеры 9 порядка

$a_D = 0,05$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал $n = 9$							ВЧ канал $m = 9$					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	86,62	1	2,024398	2,152942	2,862621	2,368385	2,953898	2,363410	0,493974	0,464481	0,349330	0,422229	0,338536	0,423117
		4	2,839370	2,067306	1,485462				0,352191	0,483721	0,673192			
1,9	82,09	1	1,996508	2,106344	2,793128	2,309267	2,879588	2,303793	0,500874	0,474756	0,358022	0,433038	0,347272	0,434067
		4	2,767664	2,015071	1,447919				0,361316	0,496260	0,690646			
1,7	71,97	1	1,939740	2,011421	2,650391	2,186909	2,725773	2,180753	0,515558	0,497176	0,377388	0,457326	0,366959	0,458766
		4	2,619443	1,906806	1,367706				0,381907	0,524563	0,730045			
1,5	59,80	1	1,881564	1,914780	2,501009	2,057514	2,561692	2,048445	0,531482	0,522260	0,399848	0,485975	0,390334	0,488168
		4	2,460104	1,791076	1,287445				0,406445	0,558304	0,777024			
1,3	44,18	1	1,822640	1,818940	2,348974	1,923120	2,389474	1,908976	0,548655	0,549770	0,425717	0,519990	0,418502	0,523838
		4	2,291968	1,668271	1,198608				0,436305	0,599422	0,834309			
1,15	27,52	1	1,778256	1,751194	2,238364	1,821418	2,255506	1,798574	0,562348	0,571038	0,446754	0,549030	0,443367	0,556001
		4	2,157077	1,569054	1,126870				0,463601	0,637333	0,887350			

$a_D = 0,1$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал $n = 9$							ВЧ канал $m = 9$					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	89,67	1	2,174452	2,101837	3,036609	2,282933	3,115893	2,290014	0,460072	0,475878	0,329316	0,436516	0,320332	0,437123
		4	3,016793	2,041246	1,702065				0,331138	0,489998	0,591227			
1,9	85,16	1	2,141103	2,054991	2,964207	2,228580	3,040009	2,232827	0,467351	0,486877	0,337599	0,447758	0,328610	0,448462
		4	2,942049	1,990168	1,654035				0,339705	0,502734	0,606505			
1,7	74,96	1	2,070847	1,957335	2,807979	2,114110	2,879541	2,109993	0,482988	0,510946	0,356178	0,473017	0,347301	0,474012
		4	2,784806	1,881980	1,559512				0,359107	0,531410	0,641188			
1,5	62,72	1	1,999034	1,857763	2,646431	1,988020	2,705885	1,982307	0,500250	0,538287	0,377870	0,502936	0,369525	0,504470
		4	2,616121	1,767922	1,465726				0,382218	0,565639	0,682497			
1,3	46,93	1	1,925643	1,757595	2,479993	1,856120	2,522522	1,846682	0,519308	0,568960	0,403230	0,538758	0,396430	0,541516
		4	2,436724	1,646381	1,364402				0,410388	0,607393	0,732910			
1,1	22,07	1	1,850498	1,662172	2,317164	1,721818	2,330434	1,701934	0,540395	0,601622	0,431562	0,580781	0,429104	0,587567
		4	2,242322	1,513583	1,253767				0,445966	0,660684	0,797596			

$a_D = 0,2$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 9**						ВЧ канал **m = 9**					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	93,13	1	2,383708	2,011800	3,278142	2,172338	3,357652	2,169995	0,419501	0,497056	0,305031	0,460375	0,297831	0,460779
		4	3,266766	1,971624	1,960480				0,306120	0,507188	0,510074			
1,9	88,56	1	2,342246	1,965029	3,196833	2,116859	3,272380	2,115648	0,426949	0,508907	0,312796	0,472260	0,305547	0,472731
		4	3,184119	1,921895	1,911525				0,314063	0,520353	0,523312			
1,7	78,29	1	2,256652	1,868682	3,028289	2,004365	3,096742	2,000884	0,443123	0,535125	0,330218	0,499038	0,322957	0,499707
		4	3,012093	1,817838	1,807168				0,332000	0,550074	0,553214			
1,5	65,90	1	2,167930	1,769133	2,851493	1,883867	2,909625	1,880155	0,461271	0,565251	0,350701	0,530833	0,343693	0,531878
		4	2,829697	1,707814	1,698046				0,353393	0,585542	0,588883			
1,3	49,83	1	2,075860	1,667405	2,667040	1,756974	2,710876	1,751077	0,481729	0,599735	0,374948	0,569153	0,368882	0,571080
		4	2,635041	1,590230	1,581184				0,379500	0,628842	0,632448			
1,1	24,53	1	1,981247	1,568435	2,483294	1,626698	2,502340	1,613741	0,504733	0,637578	0,402691	0,614742	0,399626	0,619678
		4	2,426163	1,463400	1,454700				0,412173	0,683340	0,687428			
1,06	16,02	1	1,958907	1,547763	2,445864	1,599609	2,457274	1,582693	0,510489	0,646094	0,408853	0,625155	0,406956	0,631835
		4	2,376814	1,432352	1,423108				0,420732	0,698152	0,702682			

Диплексеры 10 порядка

$a_D = 0,05$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 10**						ВЧ канал **m = 10**					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	97,14	1	1,968050	2,243570	2,704883	2,578096	2,705809	2,699932	0,508117	0,445718	0,369702	0,387883	0,369575	0,370379
		4	2,575332	2,674873	2,149356	1,398847			0,388299	0,373849	0,465255	0,714879		
1,9	92,12	1	1,942653	2,195135	2,639735	2,513598	2,637944	2,631691	0,514760	0,455553	0,378826	0,397836	0,379083	0,379984
		4	2,510402	2,607190	2,095063	1,363424			0,398342	0,383555	0,477312	0,733449		
1,7	80,92	1	1,891013	2,096305	2,505389	2,380720	2,498462	2,491253	0,528839	0,477032	0,399138	0,420206	0,400502	0,401655
		4	2,377279	2,470465	1,983789	1,283296			0,421002	0,405469	0,504526	0,775393		
1,5	67,43	1	1,838187	1,995419	2,365925	2,238959	2,347593	2,338969	0,544013	0,501143	0,422655	0,446615	0,425921	0,427462
		4	2,231472	2,315981	1,861858	1,213089			0,448004	0,431598	0,536984	0,825400		
1,3	50,20	1	1,784803	1,894768	2,223563	2,091993	2,190288	2,179707	0,560286	0,527770	0,449730	0,478014	0,456562	0,458781
		4	2,079604	2,157792	1,734418	1,128058			0,480869	0,463445	0,576569	0,886426		
1,1	23,21	1	1,730935	1,799879	2,087059	1,944455	2,026355	2,009967	0,577723	0,555593	0,479143	0,514271	0,493472	0,497484
		4	1,913995	1,983292	1,592917	1,036408			0,522409	0,504120	0,627721	0,965389		

$a_D = 0,1$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 10**						ВЧ канал **m = 10**					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	100,15	1	2,093325	2,224537	2,798031	2,574036	2,741434	2,735426	0,477709	0,449532	0,357394	0,388495	0,364773	0,365574
		4	2,574116	2,774327	2,157715	1,578587			0,388483	0,360448	0,463453	0,633478		
1,9	95,11	1	2,062821	2,174519	2,728633	2,505950	2,667956	2,662356	0,484809	0,459885	0,366327	0,398520	0,374174	0,375069
		4	2,505768	2,697719	2,102764	1,552565			0,398539	0,369812	0,475470	0,649934		
1,7	83,87	1	2,000033	2,071833	2,588715	2,374150	2,528064	2,521447	0,499986	0,482656	0,386285	0,421086	0,395367	0,396505
		4	2,373423	2,556384	1,989513	1,458058			0,421226	0,390965	0,502590	0,687120		
1,5	70,37	1	1,935582	1,966292	2,441571	2,232983	2,377758	2,369183	0,516640	0,508570	0,409560	0,447823	0,420559	0,422056
		4	2,230586	2,402512	1,869329	1,367516			0,448275	0,416196	0,534948	0,731479		
1,3	53,01	1	1,869549	1,859407	2,289728	2,083908	2,217025	2,206808	0,534888	0,537806	0,436733	0,479868	0,451057	0,453144
		4	2,077947	2,237219	1,740823	1,272830			0,481245	0,446985	0,574441	0,785642		
1,1	25,92	1	1,802974	1,757153	2,141925	1,933210	2,049696	2,035292	0,554639	0,569103	0,466869	0,517273	0,487875	0,491326
		4	1,914304	2,059417	1,601808	1,171020			0,522379	0,485569	0,624294	0,853988		
1,07	19,11	1	1,791258	1,741057	2,119758	1,909970	2,022811	2,006771	0,558267	0,574364	0,471752	0,523568	0,494360	0,498313
		4	1,885579	2,027320	1,575697	1,151729			0,530340	0,493261	0,634639	0,868267		

$a_D = 0,2$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 10**							ВЧ канал **m = 10**					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	103,62	1	2,266884	2,177944	2,916094	2,554560	2,779412	2,773183	0,441134	0,459149	0,342925	0,391457	0,359788	0,360596
		4	2,556800	2,897106	2,133954	1,809218			0,391114	0,345172	0,468614	0,552725		
1,9	98,56	1	2,229124	2,126796	2,843854	2,489566	2,707239	2,703215	0,448485	0,470105	0,351579	0,401601	0,369072	0,369974
		4	2,491788	2,822838	2,079842	1,764942			0,401240	0,354145	0,480768	0,567087		
1,7	87,26	1	2,153096	2,022741	2,695645	2,356494	2,565036	2,556741	0,464456	0,494386	0,370975	0,424466	0,390011	0,391153
		4	2,357949	2,671277	1,967586	1,666678			0,424095	0,374416	0,508200	0,599541		
1,5	73,64	1	2,073705	1,914456	2,539806	2,214243	2,410096	2,401472	0,482230	0,522344	0,393733	0,451630	0,414933	0,416417
		4	2,215607	2,508754	1,848648	1,566606			0,451348	0,398610	0,540932	0,638273		
1,3	56,03	1	1,991542	1,803379	2,377470	2,064409	2,246203	2,236059	0,502124	0,554515	0,420615	0,484399	0,445196	0,447214
		4	2,063540	2,335608	1,721442	1,458615			0,484604	0,428154	0,580909	0,685587		
1,1	28,35	1	1,907503	1,694285	2,215688	1,910571	2,073937	2,060727	0,524246	0,590219	0,451327	0,523405	0,482177	0,485268
		4	1,900508	2,149893	1,584232	1,342134			0,526176	0,465141	0,631219	0,745070		
1,05	16,29	1	1,884224	1,666797	2,176618	1,872461	2,029542	2,014349	0,530723	0,599953	0,459429	0,534056	0,492722	0,496438
		4	1,855205	2,097331	1,544024	1,307951			0,539024	0,476796	0,647658	0,764555		

Диплексеры 11 порядка

$a_D = 0,05$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 11**							ВЧ канал **m = 11**					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	109,11	1	2,032559	2,167903	2,888801	2,397082	3,005759	2,431950	0,491991	0,461275	0,346164	0,417172	0,332691	0,411185
		4	3,003340	2,391244	2,865398	2,083522	1,496580		0,332953	0,418174	0,348970	0,479943	0,668323	
1,9	103,55	1	2,004344	2,120747	2,818522	2,337196	2,930129	2,370621	0,498916	0,471532	0,354796	0,427863	0,341283	0,421832
		4	2,927552	2,330915	2,793140	2,030893	1,458373		0,341585	0,429020	0,358025	0,492397	0,685666	
1,7	91,10	1	1,946807	2,024542	2,673465	2,212886	2,772776	2,242876	0,513661	0,493939	0,374046	0,451898	0,360649	0,445854
		4	2,769556	2,205015	2,642200	1,921150	1,379696		0,361066	0,453507	0,378467	0,520518	0,724830	
1,5	76,19	1	1,887898	1,926472	2,522588	2,082119	2,606513	2,107697	0,529690	0,519084	0,396419	0,480283	0,383660	0,474464
		4	2,602308	2,071772	2,482517	1,804910	1,295708		0,384291	0,482711	0,402853	0,554068	0,771556	
1,3	57,09	1	1,828070	1,828750	2,367910	1,945160	2,430429	1,963758	0,547025	0,546821	0,422313	0,514094	0,411446	0,509219
		4	2,423707	1,929193	2,311388	1,680557	1,207098		0,412579	0,518327	0,432613	0,595023	0,828600	
1,1	27,66	1	1,768586	1,738670	2,220522	1,808817	2,249367	1,812662	0,565423	0,575152	0,450344	0,552845	0,444565	0,551664
		4	2,233839	1,776448	2,127173	1,546097	1,110380		0,447644	0,562890	0,470072	0,646767	0,900806	

$a_D = 0,1$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 11**							ВЧ канал **m = 11**					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	112,13	1	2,181972	2,113960	3,059919	2,313983	3,167381	2,342959	0,458301	0,473046	0,326806	0,432156	0,315719	0,426811
		4	3,165732	2,310301	3,043178	2,054192	1,701668		0,315883	0,432845	0,328605	0,486810	0,587652	
1,9	106,56	1	2,147798	2,066193	2,984583	2,255912	3,087487	2,283759	0,465593	0,483982	0,335055	0,443280	0,323888	0,437875
		4	3,085685	2,251862	2,966185	2,002215	1,658613		0,324078	0,444078	0,337134	0,499447	0,602908	
1,7	94,10	1	2,077793	1,968334	2,828742	2,135279	2,921293	2,160550	0,481280	0,508044	0,353514	0,468323	0,342315	0,462846
		4	2,919053	2,130202	2,805893	1,893999	1,568953		0,342578	0,469440	0,356394	0,527983	0,637358	
1,5	79,15	1	2,005553	1,867773	2,665852	2,008055	2,745419	2,029999	0,498616	0,535397	0,375115	0,497994	0,364243	0,492610
		4	2,742401	2,001192	2,635897	1,779242	1,473934		0,364643	0,499700	0,379376	0,562037	0,678469	
1,3	59,96	1	1,931327	1,766154	2,497203	1,874076	2,558698	1,890916	0,517779	0,566202	0,400448	0,533596	0,390823	0,528843
		4	2,553925	1,863459	2,454347	1,656646	1,372345		0,391554	0,536635	0,407439	0,603629	0,728687	
1,1	30,21	1	1,856412	1,669779	2,332430	1,738266	2,364463	1,743944	0,538674	0,598882	0,428737	0,575286	0,422929	0,573412
		4	2,352926	1,715779	2,259056	1,524527	1,262786		0,425002	0,582824	0,442661	0,655941	0,791909	
1,07	23,06	1	1,844783	1,656441	2,309791	1,719039	2,335965	1,721672	0,542069	0,603704	0,432940	0,581721	0,428089	0,580833
		4	2,321614	1,692237	2,227340	1,502769	1,244567		0,430737	0,590938	0,448969	0,665439	0,803471	

$a_D = 0,2$ дБ

$\frac{\Omega_D^{ВЧ}}{\Omega_D^{НЧ}}$	a_S, дБ	НЧ канал **n = 11**							ВЧ канал **m = 11**					
		ν	$L_{2ν-1}$	$C_{2ν}$	$L_{2ν+1}$	$C_{2ν+2}$	$L_{2ν+3}$	$C_{2ν+4}$	$C_{2ν-1}$	$L_{2ν}$	$C_{2ν+1}$	$L_{2ν+2}$	$C_{2ν+3}$	$L_{2ν+4}$
2	115,63	1	2,392031	2,021996	3,299115	2,190149	3,397877	2,213342	0,418055	0,494561	0,303112	0,456590	0,294301	0,451805
		4	3,396763	2,187941	3,287405	1,982292	1,970283		0,294398	0,457050	0,304191	0,504467	0,507543	
1,9	110,05	1	2,350176	1,974823	3,217139	2,135012	3,312053	2,157374	0,425500	0,506374	0,310835	0,468381	0,301927	0,463526
		4	3,310831	2,132577	3,204209	1,932121	1,920413		0,302039	0,468916	0,312089	0,517566	0,520722	
1,7	97,54	1	2,264088	1,877811	3,047240	2,020381	3,133451	2,040871	0,441679	0,532535	0,328166	0,494956	0,319137	0,489987
		4	3,131929	2,017308	3,030989	1,827660	1,816576		0,319292	0,495710	0,329925	0,547148	0,550486	
1,5	82,50	1	2,174636	1,777387	2,868927	1,899266	2,944294	1,917378	0,459847	0,562624	0,348562	0,526519	0,339640	0,521545
		4	2,942236	1,895069	2,847283	1,716874	1,706461		0,339877	0,527685	0,351212	0,582454	0,586009	
1,3	63,10	1	2,081789	1,674590	2,682730	1,771126	2,742987	1,785639	0,480356	0,597161	0,372755	0,564613	0,364566	0,560024
		4	2,739674	1,764481	2,650987	1,598482	1,588772		0,365007	0,566739	0,377218	0,625593	0,629417	
1,1	32,72	1	1,986500	1,574219	2,496279	1,638970	2,531237	1,645479	0,503398	0,635235	0,400596	0,610139	0,395064	0,607726
		4	2,522803	1,624177	2,439670	1,470890	1,461876		0,396385	0,615697	0,409892	0,679860	0,684051	
1,05	19,62	1	1,961882	1,550858	2,453255	1,607654	2,479407	1,610145	0,509714	0,644804	0,407622	0,622024	0,403322	0,621062
		4	2,466746	1,587151	2,382976	1,436257	1,427225		0,405392	0,630060	0,419643	0,696254	0,700661	

Литература

1. *Алексеев О.В., Грошев Г.А., Чавка Г.Г.* Многоканальные частотно-разделительные устройства и их применени. – М. : Радио и Связь, 1981. – 135 с.

2. *Балабанян Н.* Синтез электрических цепей. – М.-Л. : Госэнергоиздат, 1961. – 416 с.

3. *Zhu Y.S., Chen W.K.* On a design of a diplexer having Butterworth characteristics // Proceedings of the IEEE Int. Symposium on Circuits and System, Kyoto, Japan. – 1985, June 5–7 // IEEE Publication № 85CH2114-7. – Pp. 155–158.

4. *Zhu Y.S., Chen W.K.* On the design of a diplexer having Butterworth characteristics // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – Vol. 35, № 11. – November, 1988. – Pp. 1455–1457.

5. *Fialkow A.D.* Theorem on general LC-R ladder filters // IEEE Trans. on Circuits and Systems. – 1984. – Vol. CAS-31. – Pp. 293–296.

6. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. – М. : Наука, 1974. – 832 с.

7. *Гиллемин Е.А.* Синтез пассивных цепей. – М. : Связь, 1970. – 720 с.

8. *Зааль Р.* Справочник по расчету фильтров. – М. : Радио и связь, 1983. – 798 с.

Статья поступила в редакцию 16 сентября 2014 г.

УДК 621.396.679.4

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ АВТОМАТИЧЕСКОЙ НАСТРОЙКИ АНТЕННОГО СОГЛАСУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА НА ДЛИННОЙ ЛИНИИ

В.В. Ермолаев, аспирант, e-mail: vovchikerm@mail.ru
В.М. Жуков, к.т.н., доцент, e-mail: valzhuk@rambler.ru
Тамбовский гос. тех. ун-т

Разработано алгоритмическое обеспечение вычислительного способа настройки автоматического антенного согласующего устройства.

Ключевые слова: *антенное согласующее устройство, длинная линия, вычислительный алгоритм, мультиплексор.*

COMPUTER FOR AUTOMATIC TUNING ANTENNA MATCHING DEVICE ON A LONG LINE

V.V. Ermolaev, postgraduate, e-mail: vovchikerm@mail.ru
V.M. Zhukov, Ph.D. in Engineering Sciences, associate professor, e-mail: valzhuk@rambler.ru
Tambov State Technical University

Developed algorithmic support computational ways to configure automatic antenna matching device.

Keywords*: antenna matching device, a long line computational algorithm, the multiplexer.*

Для согласования антенн подвижных радиостанций ОВЧ диапазона с выходом радиопередающего устройства используется согласующее устройство (СУ), выполненное по схеме на рис. 1. Как правило, для автоматической настройки данного СУ применяются алгоритмы поискового типа, требующие значительных временных затрат. Для сокращения времени настройки используются алгоритмы вычислительного типа.

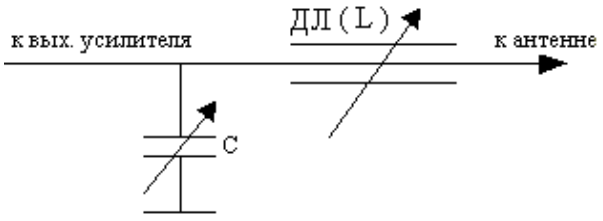


Рис. 1. Схема согласующего устройства

Цель настоящей работы – разработка алгоритмического обеспечения для вычислительного метода автонастройки СУ, которое позволяет повысить быстродействие радиостанции.

Длинная линия и конденсатор выполнены в виде дискретных элементов, набранных в двоичном коде. В качестве информационных параметров настройки используются модуль p и фаза φ коэффициента отражения на входе антенны.

Величины длинной линии и конденсатора определяются по формулам [1]

$$L = \frac{75}{f\pi}\left[\arccos p \pm (2\pi - \phi)\right], \qquad (1)$$

$$C = \frac{p}{75 f \pi}\sqrt{\frac{1}{1-p^2}}. \qquad (2)$$

Для расчета значений L и C служит цифровое вычислительное устройство (ЦВУ), функциональная схема которого приведена на рис. 2.

Устройство состоит из следующих функциональных узлов:

– центральный процессорный элемент (ЦПЭ),
– тактовый генератор,
– микропрограммное ПЗУ,
– микропрограммное ПЗУ подпрограмм,
– устройство управления вычислителем,
– мультиплексор входных данных,
– ПЗУ констант.

Порядок работы вычислительного устройства следующий. По сигналу перестройки частоты происходит запуск устройства управления вычислителем (УУВ). УУВ в начале своей работы сбрасывает в нуль регистры L и C. По сигналу УУВ в ЦПЭ с входной шины считываются текущее значение p_1 и константа $p_o = 0{,}15$.

В ЦПЭ сравниваются p_1 и p_o: если p_1 будет меньше p_o, то дальнейшая работа вычислительного устройства прекращается; если же p_1 будет больше p_o, то в ЦПЭ по микрокомандам из микропрограммного ПЗУ рассчитываются значения L и C по формулам (1), (2).

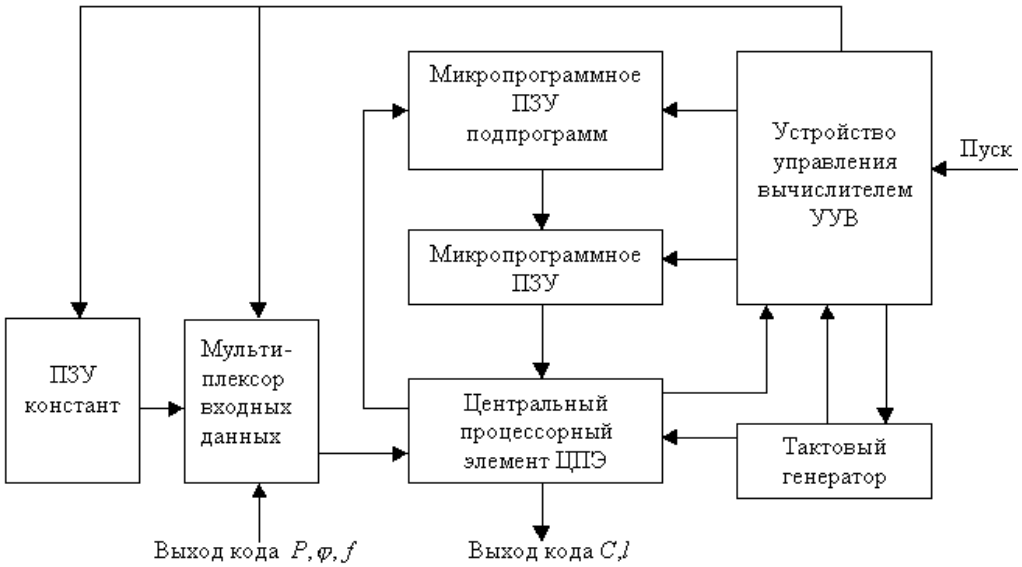


Рис. 2. Функциональная схема цифрового вычислительного устройства

После сравнения p_1 с p_o с входной шины считывается значение ϕ, и в ЦПЭ рассчитываются значения A и B:

$$A = \arccos p + \phi, \text{ если } (2\pi - \phi) > \arccos p; \quad (3)$$

$$B = \arccos p - (2\pi - \phi),$$

$$\text{если } (2\pi - \phi) < \arccos p. \quad (4)$$

Вычисленное значение A или B сравнивается с нулем: если A или B равны нулю, то УУВ выдает команду прекращения вычисления; если же A или B не равны нулю, то по команде с УУВ с входной шины считывается f, и ЦПЭ вычисляет значение L. После включения L по команде УУВ в ЦПЭ с входной шины считываются новые значения p и ϕ, и происходит расчет A или B. В зависимости от полученных значений A или B УУВ выдает команду дальнейшего расчета $\Delta L_1(\Delta L_2)$ или прекращает его.

Вычисленные значения ΔL_1 и ΔL_2 складываются в ЦПЭ с основным значением L. Одновременно с вычислением L происходит вычисление C. В ЦПЭ с входной шины считывается текущее значение p_1, которое сравнивается с $p_o = 0{,}15$: если p_1 будет меньше p_o, по команде УУВ значение C не вычисляется; если же p_1 больше p_o, то ЦПЭ по микрокомандам с микропрограммного ПЗУ рассчитывает C. После завершения вычисления и включения C по команде УУВ в ЦПЭ считывается новое значение p_1, которое сравнивается с p_o. Если p_1 будет больше p_o, то в ЦПЭ рассчитывается значение $C_1(C)$. В ЦПЭ происходит сложение или вычитание значения $C_1(C_2)$ и основного значения C в зависимости от измеренного нового значения ϕ: если $\phi > \pi$, то $C + \Delta C_1(\Delta C_2)$; если $\phi < \pi$, то $C - \Delta C_1(\Delta C_2)$

После определения в ЦПЭ скорректированного значения C, равного $(C \pm \Delta C_1 \pm \Delta C_2)$, УУВ выдает команду о завершении вычисления L и C.

Алгоритм работы вычислительного устройства приведен на рис. 3.

В процессе вычисления L и C ЦПЭ выполняет следующие действия: умножение, деление, извлечение квадратного корня, вычисление функции $\arccos x$. Алгоритмы выполнения этих операций приведены ниже.

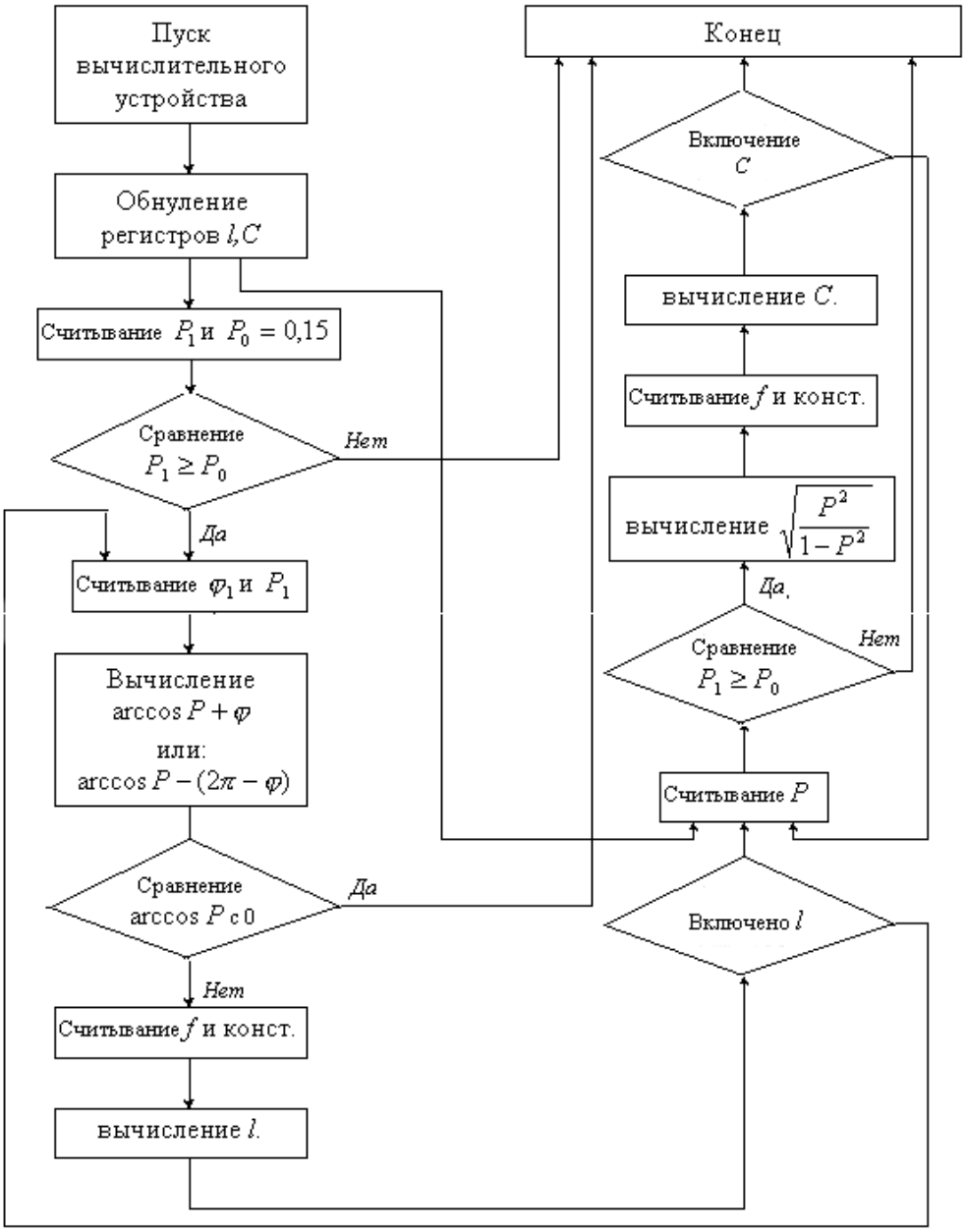


Рис. 3. Алгоритм работы вычислительного устройства

Умножение чисел с фиксированной запятой

В ЦВУ операция умножения чисел с фиксированной запятой сводится к операциям сложения и сдвига. В устройстве умножение начинается с младших разрядов множителя со сдвигом суммы частичных произведений вправо при неподвижном множимом. Последовательность действий в каждом цикле выполнения умножения определяется младшим разрядом регистра множителя, куда последовательно одна за другой поступают цифры множителя. Операция умножения состоит из $n-1$ циклов, где n – число цифровых разрядов множителя. В каждом цикле анализируется очередная цифра множителя, и если это 1, то множимое складывается с суммой частичных произведений; в противном случае сложение не происходит. Цикл завершается сдвигом суммы частичных произведений и множителя вправо.

Алгоритм операции умножения двоичных чисел приведен на рис. 4.

Деление чисел с фиксированной запятой

Операция деления в вычислительном устройстве сводится к последовательности вычитаний делителя сначала из делимого, а затем из образующихся частичных остатков и сдвига ча-

стичных остатков. При этом используется алгоритм деления с неподвижным делителем без восстановления остатка, так как он требует меньших аппаратурных затрат. Последовательность действий приведена ниже:

1) берутся значения делимого и делителя;

2) исходное значение частичного остатка полагается равным старшим разрядам делимого;

3) частичный остаток удваивается путем сдвига на один разряд влево;

4) из сдвинутого частичного остатка вычитается делитель, если знаковый разряд равен 0, и к сдвинутому частичному остатку прибавляется делитель, если знаковый разряд равен 1;

5) очередная цифра частного принимается за единицу, если знаковый разряд результата вычитания равен 0, и за нуль, если знаковый разряд равен единице.

Пункты 3, 4 и 5 последовательно выполняются до получения всех цифр частного. По завершении всех циклов в младший разряд частного добавляется единица [2].

Алгоритм операции деления двоичных чисел приведен на рис. 5.

Извлечение квадратного корня

Для извлечения квадратного корня могут использоваться различные алгоритмы. Одним из наиболее экономичных по затратам оборудования является алгоритм, основанный на итерационной формуле Герона:

$$y_{n+1} = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{y_n} + y_n\right), \quad (5)$$

где x – подкоренное выражение, y_n – предыдущее приближение, y_{n+1} – последующее приближение, n – номер итерации.

При этом важны два основных момента: выбор начального приближения (y_0) и контроль сходимости. Самый простой способ – это взять в качестве y_0 либо x, либо 1. В данном устройстве принят вариант $y_0 = 1$.

Для определения квадратного корня до восьмой значащей цифры требуется четыре итерации

$$y_1 = \frac{1}{2}(x+1), \quad (6)$$

$$y_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{y_1} + y_1\right), \quad (7)$$

$$y_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{y_2} + y_2\right), \quad (8)$$

$$y_4 = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{y_3} + y_3\right). \quad (9)$$

Алгоритм операции извлечения квадратного корня из двоичных чисел приведен на рис. 6.

Вычисление функции $\arccos x$

Для вычисления элементарных функций используются различные полиномиальные методы и методы получения результата «цифра за цифрой», которые, хотя и используют сравнительно большое число полноразрядных констант, позволяют значительно сократить время вычислений. Эти методы наиболее успешно применяются при двоичной системе счисления. Для вычисления функции $\arccos x$ применен полином Чебышева для $\arcsin x$; учитывая, что $\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$,

$$\arcsin x = (((((c_5 x^2 + c_4)x^2 + c_3)x^2 + c_2)x^2 + c_1)x^2 + c_0)x. \quad (10)$$

Это выражение справедливо для значений $x \le \frac{\sqrt{2}}{2}$. А для значений $\frac{\sqrt{2}}{2} < x \le 1$ $\arcsin x$ находится из соотношения

$$\arcsin|x| = \arccos\sqrt{1-x^2} = \frac{\pi}{2} - \sin\sqrt{1-x^2}. \quad (11)$$

Тогда

$$\arccos x = \arcsin\sqrt{1-x^2} \text{ для } \frac{\sqrt{2}}{2} < x \le 1, \quad (12)$$

$$\arccos x = \frac{\sqrt{2}}{2} - \arcsin x \text{ для } x \le \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (13)$$

Для вычисления функций $\arcsin x$ до восьмой значащей цифры в ПЗУ внесено шесть полноразрядных констант: $c_0 = 1{,}000000$, $c_1 = 0{,}166666$, $c_2 = 0{,}075003$, $c_3 = 0{,}044560$, $c_4 = 0{,}031466$, $c_5 = 0{,}013758$.

Алгоритм вычисления функции $\arccos x$ приведен на рис. 7.

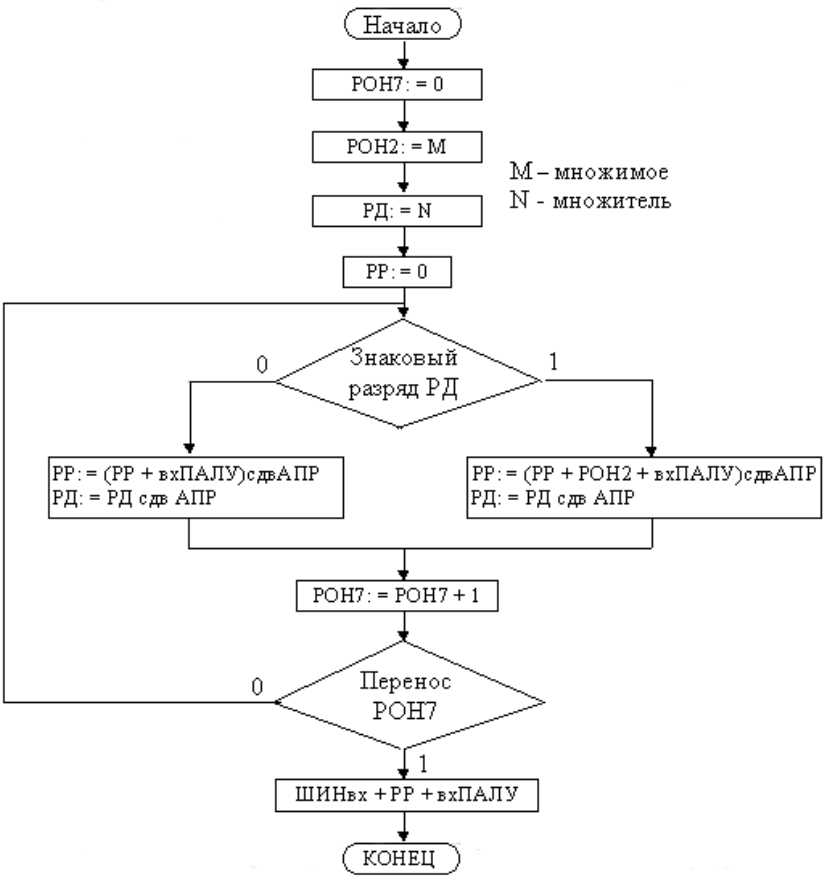


Рис.4. Алгоритм умножения двоичных чисел

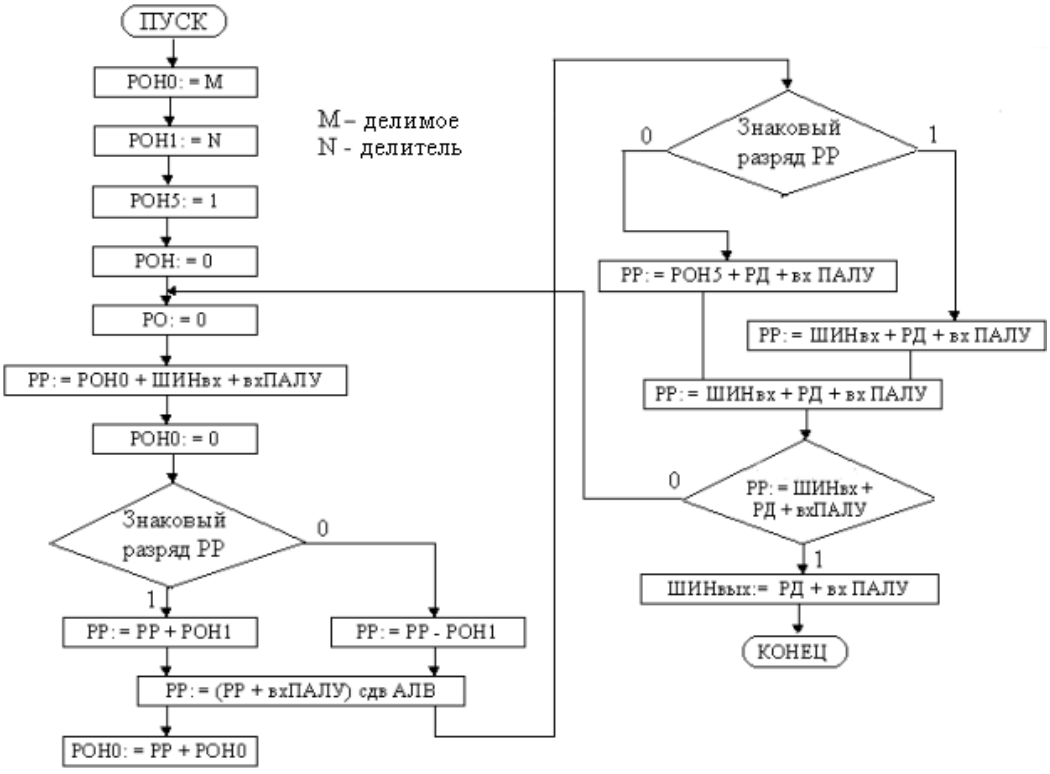


Рис. 5. Алгоритм деления двоичных чисел

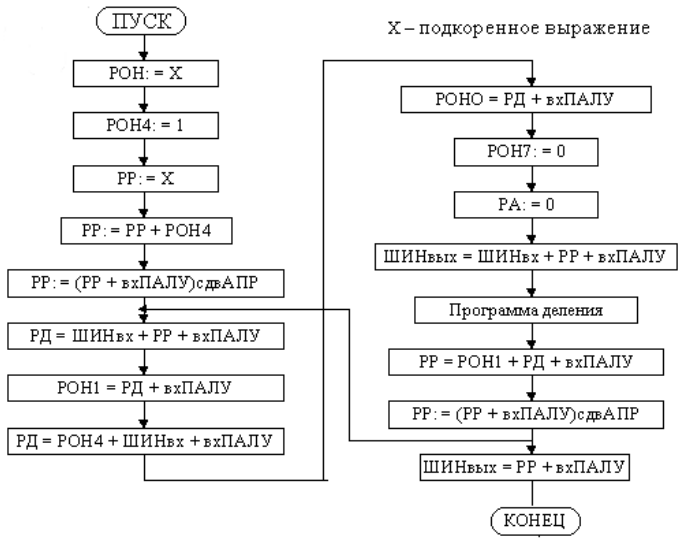


Рис. 6. Алгоритм операции извлечения квадратного корня из двоичных чисел

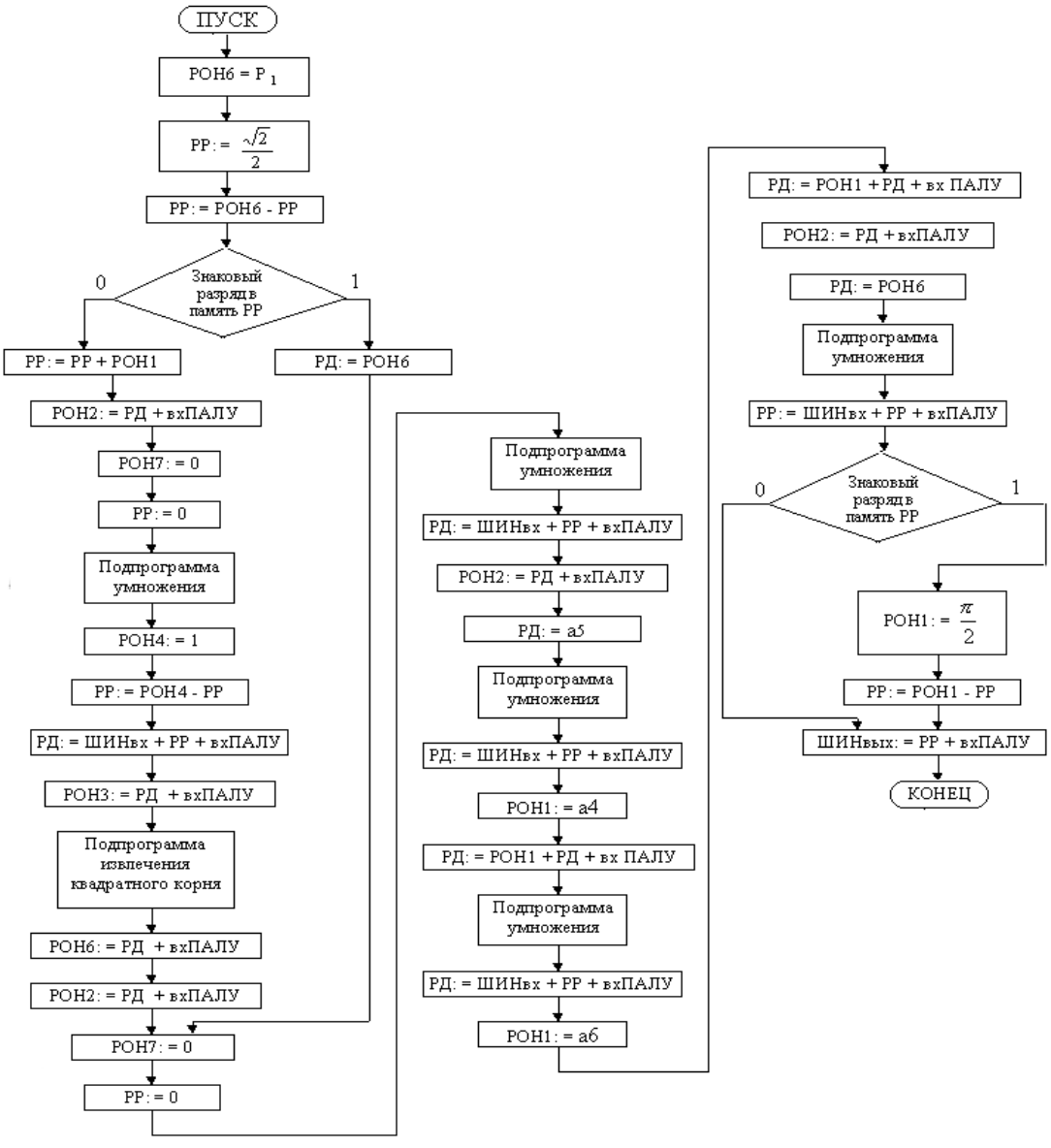


Рис. 7. Алгоритм вычисления функции arccos *x*

Использование предлагаемого вычислительного алгоритма позволяет в 3–4 раза сократить время настройки согласующего устройства [3].

Литература

1. *Ермолаев В.В., Жуков В.М.* Методика расчета автоматического устройства согласования антенн с распределенными параметрами // Вестник ТГТУ. – 2012. – Т. 18. – С. 863–869.

2. *Муромцев Д.Ю.* Алгоритмическое и программное обеспечение энергосберегающего управления технологическими установками // Системы управления и информационные технологии. – 2012. – № 2.2(48). – С. 276–280.

3. *Ермолаев В.В., Жуков В.М.* Сокращение времени настройки цифрового автоматического согласующего устройства с помощью вычислительного метода // Вестник ТГТУ. – 2013. – Т. 19. – С. 544–553.

Статья поступила в редакцию 24 сентября 2014 года

УДК 621.372.018.78

УПРОЩЕНИЕ ОПИСАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Н.М. Назаров, нач. сектора, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: nicksx@rambler.ru

Рассматривается высокодобротный последовательный колебательный контур. Осуществляется переход в пространство состояний. Сложный вид траекторий в этом пространстве упрощается путём перехода в другое пространство. Осуществляется поиск матрицы такого перехода.

Ключевые слова: *высокоэнергетический тракт, последовательный колебательный контур, высокая добротность, пространство состояний, широкополосный сигнал.*

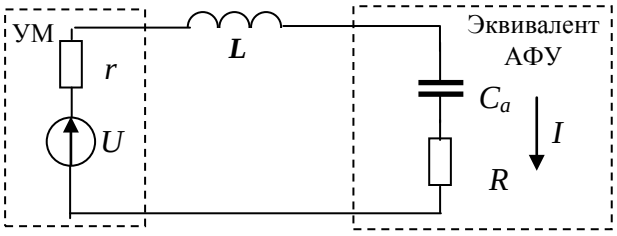
THE DESCRIPTION OF THE MOTION PATH OF THE SERIAL LC TANK IN THE STATE SPACE SIMPLIFYING

N.M. Nazarov, head of sector, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: nicksx@rambler.ru

The LC tank with a high Q-factor has been handled. The transfer to state space has been performed. The complex view of the motion path in this state space has been simplified with the transferring to another state space. The transition matrix has been founded.

Keywords: *high-energy section, serial LC tank, high Q-factor, state space, wideband signal.*

В мощных низкочастотных мобильных широкополосных передающих средствах, к высокоэнергетическим трактам которых предъявляются особенно жёсткие требования по габаритам, соединение выхода передатчика с антенно-фидерным устройством (АФУ) осуществляется простейшей цепью в виде последовательно соединённой индуктивности (см. рисунок).



Эквивалентная схема передающего тракта

На рисунке передатчик представлен источником напряжения, состоящим из источника ЭДС U и резистора r. Напряжение, вырабатываемое источником ЭДС, может принимать одно из трёх значений $U=\{-E, 0, E\}$. Емкость C_a и резистор R_a являются элементами модели АФУ. Связь между АФУ и передатчиком осуществляется через индуктивность L.

Одно из основных противоречий, возникающих при использовании такого решения, состоит в том, что получившийся последовательный контур обладает большой добротностью и, соответственно, малой полосой пропускания. Широкополосный сигнал, поступивший на вход такого контура, эффективно подавляется. Такое соединение рассматривается в работах [1, 2].

Одним из наиболее наглядных способов описания поведения такой системы является представление в пространстве состояний. Известно [3], что существует бесконечное множество представлений системы в пространстве состояний. В каждом из них траектории движения описываются с большей или меньшей сложностью. Траектории, полученные в одном пространстве состояний, имеют однозначную связь с траекториями в другом пространстве. Эта связь задаётся линейным оператором.

В настоящей работе осуществляется поиск такого линейного оператора **T**, применение которого к одному из пространств состояний позволяет получить описание траекторий движения в наиболее удобном для анализа виде.

Модель последовательного колебательного контура

Ток, протекающий через последовательный колебательный контур, изменяется под дей-

 ISSN 1995-7009

ствием ЭДС источника U по закону, определяемому дифференциальным уравнением второго порядка:

$$i'' + a_1 \cdot i' + a_0 \cdot i = b_1 \cdot U'. \quad (1)$$

В уравнении (1) коэффициенты выражаются через параметры контура следующим образом:

$$a_0 = \frac{1}{L \cdot C_a},$$

$$a_1 = \frac{R_\Sigma}{L},$$

$$R_\Sigma = r + R_a,$$

$$b_1 = \frac{1}{L}.$$

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения (1) имеет два корня. Для высоких значений добротности контура корни комплексно сопряжены и представляются следующим образом:

$$p_{12} = a \pm j \cdot \beta. \quad (2)$$

Действительная часть корня имеет вид

$$a = -\frac{a_1}{2},$$

Мнимая часть корня –

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot a_0 - a_1^2}.$$

Для перехода в пространство состояний введём в рассмотрение две переменные:

$$\begin{aligned} x_1 &= i' + a_1 \cdot i - b_1 \cdot U, \\ x_2 &= i. \end{aligned} \quad (3)$$

С учётом этих обозначений выражение (1) приводится к виду

$$\begin{cases} x_1' = -a_0 \cdot x_2, \\ x_2' = x_1 - a_1 \cdot x_2 + b_1 \cdot U. \end{cases} \quad (4)$$

Традиционное представление в матричном виде выглядит так:

$$\begin{cases} \vec{X}' = \mathbf{A} \cdot \vec{\mathrm{X}} + \mathbf{B} \cdot U, \\ i = \mathbf{C} \cdot \vec{\mathrm{X}}, \end{cases} \quad (5)$$

где

$$\boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} 0 & -a_0 \\ 1 & -a_1 \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ b_1 \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{C} = |0 \;\; 1|,$$

$$\vec{X} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}.$$

Методика решения системы дифференциальных уравнений (5) подробно описана в [4]. В том случае, когда управление U кусочно-постоянно, любое решение будет последовательностью решений однородной системы, полученной из (5) путём приравнивания $U = 0$, начала координат которых смещаются в соответствующие фокусы. Решение однородной системы (5) представляется в виде

$$\vec{\mathrm{X}} = C_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} \cdot \vec{H}_1 + C_2 \cdot e^{p_2 \cdot t} \cdot \vec{H}_2, \quad (6)$$

где $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ – собственные векторы матрицы **A**; C_1 и C_2 – константы. Собственные векторы определяются из уравнения

$$\mathbf{A} \cdot \vec{H} = p \cdot \vec{H}. \quad (7)$$

Система линейных алгебраических уравнений, связывающая компоненты собственных векторов, получается на основе (7) и имеет вид

$$\begin{cases} -p \cdot h_1 - a_0 \cdot h_2 = 0, \\ h_1 - (a_1 + p) \cdot h_2 = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Однородная система (8) является вырожденной и имеет бесконечно много решений. Любой набор h_1 и h_2 будет решением (8), если выполняется отношение

$$h_1 = -\frac{a_0}{p} \cdot h_2. \quad (9)$$

Выберем h_2 таким, что h_2 = p. Тогда $h_1 = -a_0$. Собственные векторы будут иметь вид

$$\vec{H}_1 = \begin{vmatrix} -a_0 \\ p_1 \end{vmatrix}, \;\; \vec{H}_2 = \begin{vmatrix} -a_0 \\ p_2 \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Выражения (10) позволяют сделать вывод, что собственные векторы $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ комплексно сопряжены. Представим $\vec{H}_1$ в виде

$$\vec{H}_1 = \frac{1}{2} \cdot (\vec{q}_1 - j \cdot \vec{q}_2), \quad (11)$$

где $\vec{q}_1$ и $\vec{q}_2$ – действительные векторы. Их значения находятся раскрытием (11) с учётом (2) и (10):

$$\begin{vmatrix} -a_0 \\ \alpha + j\cdot\beta \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} q_{11} \\ q_{12} \end{vmatrix} - \frac{1}{2}\cdot j\cdot\begin{vmatrix} q_{21} \\ q_{22} \end{vmatrix}, \quad (12)$$

откуда вычисляются коэффициенты

$$\begin{aligned} &q_{11} = -2\cdot a_0, \;\; q_{21} = 0, \\ &q_{12} = 2\cdot\alpha, \quad\;\; q_{22} = -2\cdot\beta. \end{aligned} \quad (13)$$

В выражении (6) представим

$$C_1\cdot e^{p_1\cdot t} = \xi_1 + j\cdot\xi_2, \quad (14)$$

где ξ_1 и ξ_2 – действительные скалярные функции времени. Подставляя (10) и (14) в (6) и учитывая комплексную сопряжённость собственных векторов, а также коэффициентов C_1 и C_2, получим решение системы дифференциальных уравнений (4) в действительной форме:

$$\vec{\mathrm{X}} = \xi_1\cdot\vec{q}_1 + \xi_2\cdot\vec{q}_2. \quad (15)$$

Представив свободный коэффициент в виде

$$C_1 = a + j\cdot b,$$

подставив его в (14) и перейдя к тригонометрическому представлению экспоненты, легко получить значения ξ_1 и ξ_2:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= e^{\alpha\cdot t}\left(a\cdot\cos(\beta\cdot t) - b\cdot\sin(\beta\cdot t)\right), \\ \xi_2 &= e^{\alpha\cdot t}\left(b\cdot\cos(\beta\cdot t) - a\cdot\sin(\beta\cdot t)\right), \end{aligned} \quad (16)$$

Коэффициенты (13) и функции (16) полностью определяют решение (15). Приняв, что в начальный момент времени $t_0 = 0$ система находилась в точке $\vec{X}_0$ с координатами

$$\vec{\mathrm{X}}_0 = \begin{vmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{vmatrix},$$

из выражения (15) с учётом (13) и (16) легко получить значения свободных коэффициентов a и b:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{1}{2\cdot a_0}\cdot x_{10}, \\ b &= -\frac{1}{2\cdot a_0\cdot\beta}\cdot\left(\alpha\cdot x_{10} + a_0\cdot x_{20}\right). \end{aligned} \quad (17)$$

В матричном виде:

$$\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2\cdot a_0} & 0 \\ -\frac{\alpha}{2\cdot a_0\cdot\beta} & -\frac{1}{2\cdot\beta} \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{vmatrix}. \quad (18)$$

Решение однородной системы, полученной из (5), будет таким:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= e^{\alpha\cdot t}\times \\ &\times\left(-\frac{\alpha\cdot x_{10} + \alpha_0\cdot x_{20}}{\beta}\cdot\sin(\beta\cdot t) + x_{10}\cos(\beta\cdot t)\right), \\ x_2(t) &= e^{\alpha\cdot t}\times\left(-\frac{\left(\beta^2+\alpha^2\right)\cdot x_{10} + \alpha\cdot a_0\cdot x_{20}}{a_0\cdot\beta}\times\right. \\ &\left.\times\sin(\beta\cdot t) + x_{20}\cdot\cos(\beta\cdot t)\right), \end{aligned} \quad (19)$$

Упрощение представления

Для упрощения решения представим выражение (15) в матричном виде:

$$\vec{X} = \mathbf{Q}\cdot\vec{\Theta}, \quad (20)$$

где

$$Q = \begin{vmatrix} -2\cdot a_0 & 0 \\ 2\cdot\alpha & -2\cdot\beta \end{vmatrix},$$

$$\vec{\Theta} = \begin{vmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{vmatrix} = e^{\alpha\cdot t}\cdot\begin{vmatrix} \cos(\beta\cdot t) & -\sin(\beta\cdot t) \\ \sin(\beta\cdot t) & \cos(\beta\cdot t) \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}. \quad (21)$$

Вектор $\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$ определяется из (18). Легко убедиться, что матрица, участвующая в выражении (18), является обратной по отношению к матрице **Q** из выражения (21). Обозначим

$$\mathbf{M} = e^{\alpha\cdot t}\cdot\begin{vmatrix} \cos(\beta\cdot t) & -\sin(\beta\cdot t) \\ \sin(\beta\cdot t) & \cos(\beta\cdot t) \end{vmatrix}. \quad (22)$$

Тогда выражение (20) запишется в виде

$$\vec{X} = \mathbf{Q}\cdot\mathbf{M}\cdot\mathbf{Q}^{-1}\cdot\vec{X}_0. \quad (23)$$

Содержательно выражение (23) показывает, что вектор $\vec{X}_0$ вначале отображается в некоторое иное пространство с помощью матрицы $\mathbf{Q}^{-1}$, затем этот новый вектор преобразуется с помощью матрицы **M**, в результате чего формируется преобразованный вектор в том же пространстве, и далее с помощью матрицы **Q** происходит воз-

врат в исходное пространство. Матрица **M** имеет очень простую форму. Она представляет собой вращение на угол $\varphi = \beta \cdot t$ и изменение масштаба в $e^{\alpha \cdot t}$ раз.

В исследуемом контуре рассматриваются те движения, которые начинаются с тока, равного нулю. В исходном пространстве состояний все состояния, где ток равен нулю, расположены на оси OX_1. Однако в новом пространстве это не верно, а именно: на основании (17) и (18), если $x_{20} = 0$, то

$$a = -\frac{1}{2 \cdot a_0} \cdot x_{10},$$

$$b = -\frac{\alpha}{2 \cdot a_0 \cdot \beta} \cdot x_{10}. \qquad (24)$$

То есть нулевому значению x_2 в исходном пространстве соответствует ненулевое в новом. Для устранения этого недостатка рассмотрим как ось OX_1 из исходного пространства преобразуется в линию в новом пространстве.

Ось OX_1 в исходном пространстве описывается выражением

$$x_2 = 0. \qquad (25)$$

Преобразовав вектор $\left|x_1 \ 0\right|^T$ из исходного пространства в новое, получим

$$\begin{cases} x_{1н} = -\dfrac{1}{2 \cdot a_0} \cdot x_1, \\ x_{2н} = -\dfrac{\alpha}{2 \cdot a_0 \cdot \beta} \cdot x_1, \end{cases} \qquad (26)$$

откуда получается уравнение прямой линии

$$\beta \cdot x_{2н} - \alpha \cdot x_{1н} = 0. \qquad (27)$$

Обозначим

$$\sin(\psi) = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \ \cos(\psi) = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}. \qquad (28)$$

Тогда

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \times$$

$$\times \left(\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cdot x_{2н} - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cdot x_{1н} \right) = 0, \qquad (29)$$

$$x_{2н} \cdot \cos(\psi) - x_{1н} \cdot \sin(\psi) = 0. \qquad (30)$$

Таким образом, при переходе из исходной системы в новую ось OX_1 поворачивается на угол ψ. Развернём новую систему отсчёта на угол $-\psi$. Для этого воспользуемся преобразованием

$$\mathbf{V}_* = \begin{vmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \dfrac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} & \dfrac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \\ -\dfrac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} & \dfrac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \end{vmatrix}. \qquad (31)$$

Для дальнейшего изложения удобно ввести обозначение $\mathbf{V}^{-1}$=$\mathbf{V}_*$. Дополним выражение (23) вращением (31) с учётом принятого обозначения следующим образом:

$$\vec{X} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{Q}^{-1} \cdot \vec{X}_0. \qquad (32)$$

Легко убедиться, что выполняется равенство $\mathbf{V} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{V}^{-1} = \mathbf{M}$. Поэтому выражения (32) и (23) эквивалентны.

После преобразования (24) движение в новом пространстве начинается с оси OX_1, когда оно начинается с OX_1 в исходном пространстве. Однако масштаб изменения координат по обеим осям разнится в новой и старой системах отсчёта. Имеет смысл так масштабировать новое пространство, чтобы значение координаты x_2 в новом пространстве было тем же, что и в исходном пространстве, на тех же углах, при фиксированных начальных условиях. Для того, чтобы выполнить это, домножим выражение (32) на коэффициент

$$k = -2 \cdot \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}. \qquad (33)$$

Тогда

$$k \cdot \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{Q}^{-1} = \begin{vmatrix} \dfrac{\alpha^2 + \beta^2}{a_0 \cdot \beta} & \dfrac{\alpha}{\beta} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \qquad (34)$$

Обратное преобразование:

$$\frac{1}{k} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \dfrac{\beta \cdot a_0}{\alpha^2 + \beta^2} & -\dfrac{\alpha \cdot a_0}{\alpha^2 + \beta^2} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \qquad (35)$$

Обозначим

$$\mathbf{T} = k \cdot \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{Q}^{-1}, \qquad (36)$$

тогда

$$\mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{k} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{V}. \qquad (37)$$

Матрица **T** есть переход из исходного пространства состояний в новое. В новом пространстве состояний закон изменения выходных координат такой:

$$\begin{aligned} x_1 &= e^{\alpha\cdot t}\cdot\left(x_{01}\cos\left(\beta\cdot t\right)-x_{02}\cdot\sin\left(\beta\cdot t\right)\right),\\ x_2 &= e^{\alpha\cdot t}\cdot\left(x_{01}\sin\left(\beta\cdot t\right)+x_{02}\cdot\cos\left(\beta\cdot t\right)\right). \end{aligned} \qquad (38)$$

Если движение начинается с оси OX_1, то закон (38) принимает особенно простую форму

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{01}\cdot e^{\alpha\cdot t}\cdot\cos\left(\beta\cdot t\right),\\ x_2 &= x_{01}\cdot e^{\alpha\cdot t}\cdot\sin\left(\beta\cdot t\right), \end{aligned} \qquad (39)$$

где x_{01} и x_{02} – начальные координаты в новой системе отсчёта.

Выводы

В результате проделанной работы найдено преобразование **T** пространства состояний последовательного колебательного контура, такое, что его применение приводит описание траекторий движения в этом пространстве к простейшему виду (38).

Наиболее простой вид имеет описание траекторий, начинающихся с оси OX_1 (39).

Литература

1. *Завражнов Ю.В.* Работа радопередатчика на высокодобротную антенну // Электросвязь. – М. : Радио и связь. – 1985. – № 8.

2. *Назаров Н.М.* Переключение фазы на произвольный угол в высокодобротном последовательном колебательном контуре // Теория и техника радиосвязи. – 2005. – № 2.

3. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.

4. *Понтрягин Л.С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М. : Наука, 1982.

Статья поступила в редакцию 11 сентября 2014 г.

УДК 621.396.67

ВЫБОР ВАРИАНТА АНТЕННЫ RFID МЕТКИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Р.В. Козырев, аспирант, вед. инж., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: krvtenor@yandex.ru

Произведено ранжирование существующих вариантов исполнения антенн пассивных меток диапазона 860–960 МГц для радиочастотной идентификации методом анализа иерархий. Предложена новая структура антенны – микрополосковая U-образная. Представлены результаты моделирования данной антенны: КСВ, коэффициент усиления, диаграмма направленности.

Ключевые слова: *радиочастотная идентификация, метка, U-образная микрополосковая антенна, метод анализа иерархий, КСВ, диаграмма направленности, коэффициент усиления.*

THE RFID LABEL ANTENNA SELECTION ON THE BASIS OF ANALYTIC HIERARCHY METHOD

R.V. Kozyrev, graduate, leading engineer, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: krvtenor@yandex.ru

A ranking of the existing execution antenna variants of the passive tags range from 860 to 960 MHz for a radio-frequency identification by the analytic hierarchy method is made. The new microstrip U-shaped antenna structure is offered. The results of the given antenna modeling are presented: VSWR, gain, pattern.

Keywords: *radio frequency identification, tag, U-shaped microstrip antenna, analytic hierarchy method, VSWR, pattern, gain.*

Радиочастотная идентификация (Radio Frequency Identification – RFID) – технология, бурно и стремительно развивающаяся в последние годы. Основным ее преимуществом является возможность бесконтактной передачи информации об объекте, которая хранится в прикрепляемой к нему RFID метке. Данная технология уже на настоящий момент применяется в широком спектре областей, таких как маркирование товаров, грузов и багажа, автоматизация производства, контроль передвижения людей, животных, авто- и железнодорожного транспорта, системы оплаты банковскими картами, контроль и управление доступом. Данный список можно расширить практически на все аспекты современной действительности.

Система RFID состоит из считывающего устройства с антенной (своеобразная базовая станция) и радиометки, в состав которой также входит антенна. Именно ее конструкция в существенной степени влияет на наиболее важные параметры системы радиочастотной идентификации, такие как дальность считывания и ее зависимость от взаиморасположения метки и считывателя, диапазон частот и его ширина. Вследствие этого проблемам конструирования антенн при построении RFID систем уделяется особое внимание.

Целью настоящей публикации является обоснованный выбор рациональной структуры антенн. Этого можно добиться с помощью метода анализа иерархий [1].

Существующие системы радиочастотной идентификации работают в нескольких нелицензируемых частотных диапазонах. В настоящее время для каждого выделенного диапазона действуют свои стандарты. Системы RFID в соответствии с международными стандартами ISO подразделяются на четыре класса:

1) низкочастотные, с рабочим диапазоном частот 125–135 кГц;
2) высокочастотные − 13,56 МГц;
3) ультравысокочастотные − 860…960 МГц;
4) сверхвысокочастотные − 2,4… 2,483 ГГц.

Системы RFID в каждом частотном диапазоне имеют свои преимущества и недостатки, поэтому выбор конкретного диапазона в основном зависит от сферы применения. Низкочастотные системы идентификации имеют низкую скорость передачи данных и меньшее расстояние считывания по сравнению с высокочастотными системами. Высокочастотные системы характеризуются более высокой скоростью передачи данных (~ 106 Кбит/с). Также более высокая тактовая частота позволяет снабжать метки дополнительными функциональными возможностями, такими как шифрование данных и возможность их перезаписи в метке. Сферы применения таких систем: электронные удостоверения личности, маркиров-

ка изделий, банковские и смарт-карты, контроль технических процессов.

В настоящее время сертифицированные частоты для RFID СВЧ диапазона находятся в пределах от 860 до 950 МГц в зависимости от региона (рис. 1). Благодаря использованию данного диапазона появилась возможность увеличения дистанции считывания до 8–10 м (в перспективе – до 100 м [11]). Для данного участка диапазона получили развитие дипольные, микрополосковые (рис. 2) и рамочные антенны в печатном исполнении. Современный рынок пестрит выбором антенн, как для считывателя, так и для метки.

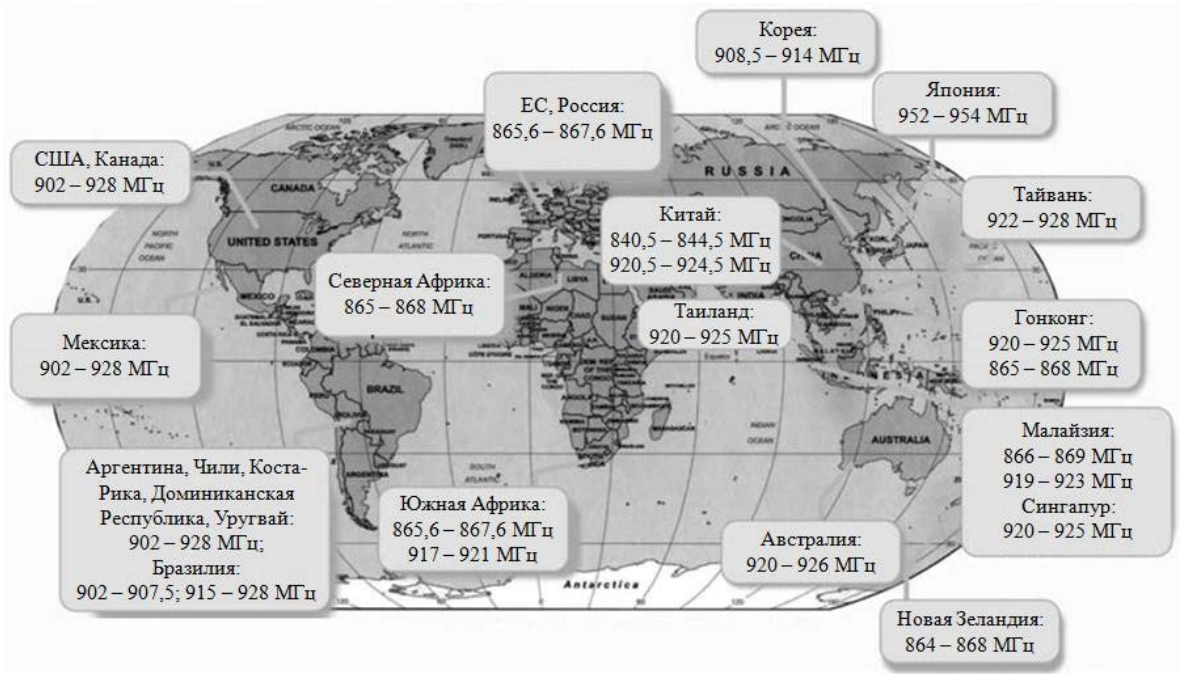


Рис. 1. Распределение СВЧ RFID

Рис. 2. Виды микрополосковых антенн

Вследствие существования множества критериев оценки вариантов конструкции антенн возникает задача выбора рациональной структуры для систем RFID. Для обоснованного выбора и воспользуемся методом Саати.

Структурируем проблему выбора антенны методом анализа иерархий. Разложим решаемую задачу на три уровня (рис. 3):

1 – цель,

2 – критерии,

3 – альтернативы.

В настоящем обзоре сравним следующие антенны (табл. 1):

Таблица 1

Сравниваемые RFID антенны [2, 4, 7–10]

Метка (Произв.)	PatchTag (Систематика)	Avery Dennison	A918 (Caen)	TA900-1 (Alpha-1)	Large Rigid Tag 155 mm (Intermec)	U-образная антенна
Размеры (мм)	182x25x17	230x20x5	242x19x12	172x18x7	155x32x10	89x89x6
Тип антенны	микрополосковая	диполь	диполь	диполь	неизв.	микрополосковая

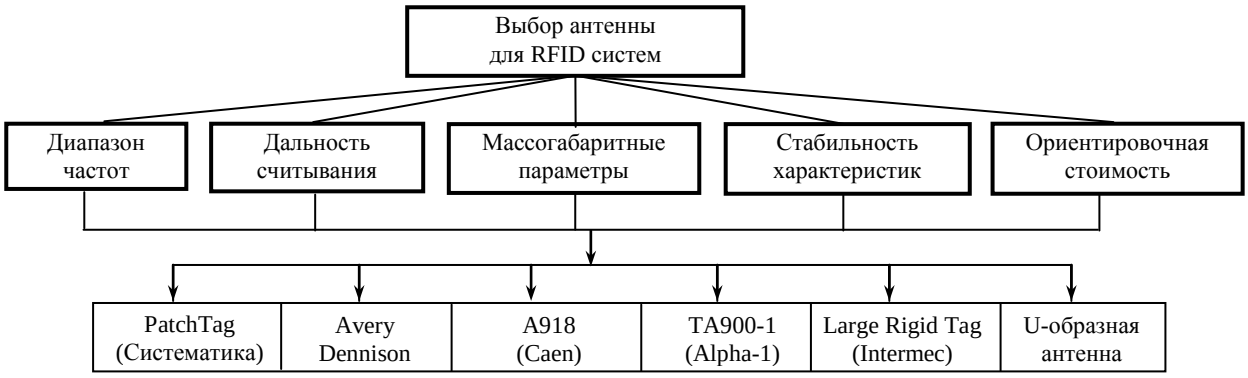


Рис. 3. Схема иерархии решаемой задачи

Рассмотрим основные характеристики антенных устройств, по которым можно их сравнить методом анализа иерархий:

- диапазон рабочих частот,
- коэффициент усиления,
- форма диаграммы направленности (зона покрытия),
- массогабаритные параметры,
- стабильность характеристик при размещении в присутствии различных материалов.

Составим матрицу попарных сравнений для определения «веса» критериев на основе метода анализа иерархий. Для этого в соответствующие позиции матрицы запишем числа согласно шкале приоритетов: «1» – одинаковые, «3» – незначительно превосходит, «5» – превосходит, «7» – значительно превосходит, «9» – абсолютное превосходство. Значения «2», «4», «6», «8» используются как промежуточные для облегчения выставления приоритетов. При обратном сравнении критериев указываются обратные величины. Предпочтительность критериев представлена вектором приоритетов (ВП). Чем выше значение ВП, тем важнее соответствующий критерий, и наоборот.

Рассчитанные векторы приоритетов (ВП) отображены в табл. 2. Для дальнейшего применения рассчитанных ВП необходимо убедиться в приемлемости отношения согласованности (ОС), которое определяется по методике [1]. ОС должно быть меньше 0,1, что является критерием приемлемости согласованности ВП.

Таблица 2

Попарное сравнение критериев

Выбор конструкции антенны для системы RFID	Диапазон частот	Дальность считывания	Массогабаритные параметры	Стабильность характеристик	Стоимость	**ВП**
Диапазон частот	1	1/5	1/3	1/6	1/4	0,048
Дальность считывания	5	1	2	1/3	1/2	0,171
Массогабаритные параметры	3	1/2	1	¼	3	0,158
Стабильность характеристик	6	3	4	1	4	0,480
Стоимость	4	2	1/3	1/4	1	0,143
					ОС	0,01

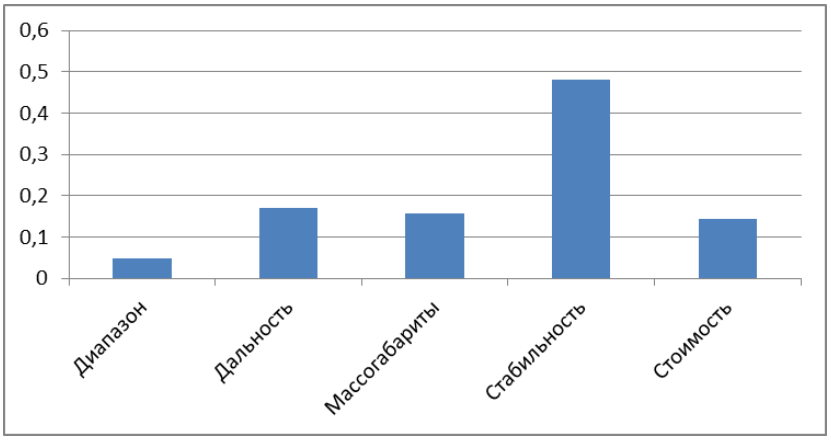


Рис. 4. Значимость критериев сравнения антенн

Из табл. 2 и рис. 4 видно, что наиболее значимыми критериями являются дальность считывания и стабильность характеристик в присутствии различных материалов, что соответствует логике размышлений.

Следующим шагом является сравнение альтернатив по возможности выполнения требований, представленных каждым критерием. Результаты сравнения отражены в табл. 3–7.

Таблица 3

Попарное сравнение альтернатив для диапазона частот

Диапазон частот	PatchTag	Avery	A918	TA900-1	Large Rigid Tag	U-образная антенна	**ВП**
PatchTag	1	1/4	2	1/3	1/9	1/7	0,039
Avery	4	1	4	2	1/7	1/3	0,108
A918	1/2	1/4	1	1/3	1/9	1/6	0,031
TA900-1	3	1/2	3	1	1/9	1/4	0,071
Large Rigid Tag	9	7	9	9	1	5	0,546
U-образная антенна	6	3	5	4	1/5	1	0,205
						ОС	0,077

Таблица 4

Попарное сравнение альтернатив для дальности считывания в воздухе

Дальность считывания	PatchTag	Avery	A918	TA900-1	Large Rigid Tag	U-образная антенна	**ВП**
PatchTag	1	7	3	5	7	1/2	0,351
Avery	1/7	1	1/5	1/3	1	1/8	0,037
A918	1/2	5	1	2	5	1/4	0,099
TA900-1	1/4	3	1/2	1	3	1/5	0,085
Large Rigid Tag	1/7	1	1/5	1/3	1	1/8	0,039
U-образная антенна	2	7	3	5	7	1	0,388
						ОС	0,037

Таблица 5а

Попарное сравнение альтернатив для дальности считывания на металле

Дальность считывания	PatchTag	Avery	A918	TA900-1	Large Rigid Tag	U-образная антенна	**ВП**
PatchTag	1	8	7	7	9	3	0,468
Avery	1/8	1	1/3	1/3	5	1/7	0,046
A918	1/7	3	1	1	7	1/6	0,092
TA900-1	1/7	3	1	1	7	1/6	0,092
Large Rigid Tag	1/9	1/5	1/7	1/7	1	1/9	0,019
U-образная антенна	1/3	7	5	5	9	1	0,283
						ОС	0,096

Таблица 5б

Попарное сравнение альтернатив для дальности считывания на диэлектрике

Дальность считывания	PatchTag	Avery	A918	TA900-1	Large Rigid Tag	U-образная Антенна	**ВП**
PatchTag	1	7	5	3	4	1/4	0,234
Avery	1/7	1	1/5	1/3	1/4	1/9	0,028
A918	1/5	5	1	2	3	1/6	0,108
TA900-1	1/3	3	1/2	1	2	1/7	0,078
Large Rigid Tag	1/4	4	1/3	1/2	1	1/6	0,059
U-образная антенна	4	9	6	7	6	1	0,493
						ОС	0,087

Таблица 5с

Итоговая таблица попарного сравнение альтернатив
для дальности считывания (стабильности характеристик)

Дальность считывания	**ВП**
PatchTag	0,351
Avery	0,037
A918	0,100
TA900-1	0,085
Large Rigid Tag	0,039
U-образная антенна	0,388

Таблица 6

Попарное сравнение альтернатив для массогабаритных параметров

Массогабаритные параметры	PatchTag	Avery	A918	TA900-1	Large Rigid Tag	U-образная антенна	**ВП**
PatchTag	1	3	5	1/3	1/4	1/6	0,082
Avery	1/3	1	2	1/5	1/5	1/7	0,042
A918	1/5	1/2	1	1/6	1/6	1/9	0,028
TA900-1	3	5	6	1	2	1/5	0,194
Large Rigid Tag	4	5	6	1/2	1	1/5	0,162
U-образная антенна	6	7	9	5	5	1	0,492
						ОС	0,097

Таблица 7

Попарное сравнение альтернатив для стоимости

Стоимость	PatchTag	Avery	A918	TA900-1	Large Rigid Tag	U-образная антенна	**ВП**
PatchTag	1	5	4	3	1/3	3	0,244
Avery	1/5	1	1/2	1/4	1/6	1/3	0,041
A918	1/4	2	1	1/3	1/5	1/2	0,062
TA900-1	1/3	4	3	1	1/4	2	0,139
Large Rigid Tag	3	6	5	4	1	4	0,415
U-образная антенна	1/3	3	2	1/2	1/4	1	0,099
						ОС	0,052

В табл. 2–7 ОС для всех рассчитанных ВП меньше 0,1. Это означает, что полученные ВП выбраны достаточно точно и их можно использовать для дальнейших вычислений.

Конечным этапом метода анализа иерархий является совокупное принятие решений на основе глобального вектора приоритетов. Из табл. 8 видно, что наиболее рациональный выбор – микрополосковая U-образная антенна.

Таблица 8

Итоговая таблица попарного сравнения альтернатив

	ОВ
PatchTag	0,274
Avery	0,056
A918	0,069
TA900-1	0,099
Large Rigid Tag	0,147
U-образная антенна	0,355

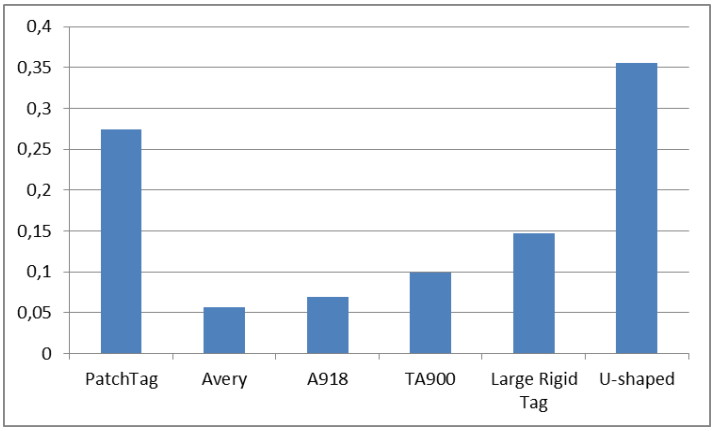


Рис. 5. Диаграмма целесообразности выбора при заданных критериях ВП

Реализация проектирования конструкции микрополосковой RFID антенны [3–6]

На основе произведенного выбора рациональной архитектуры антенны метки приведем результаты моделирования U-образной микрополосковой антенны (рис. 6–9).

Моделирование основных параметров проводилось в среде CST Studio. Также для достижения оптимальных результатов применялось варьирование следующих характеристик: длина плеча, толщина подложки, резонансная частота.

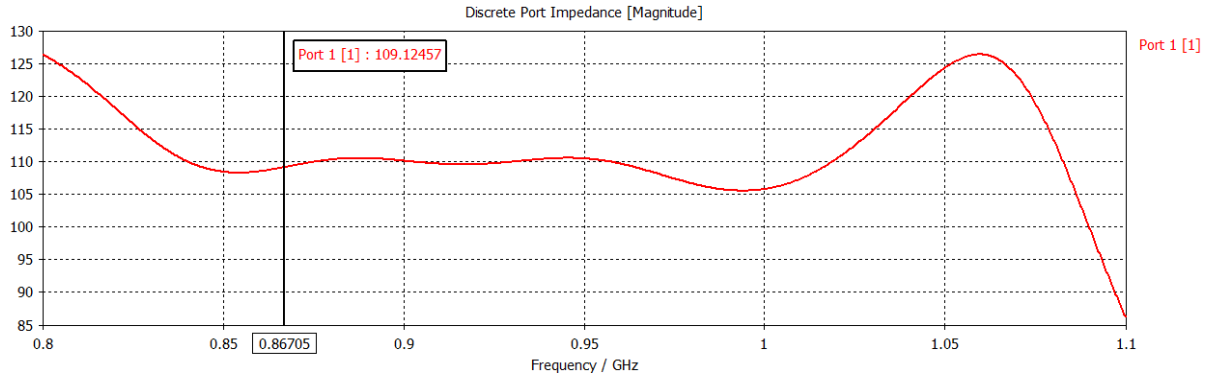


Рис. 6. Входное сопротивление антенны

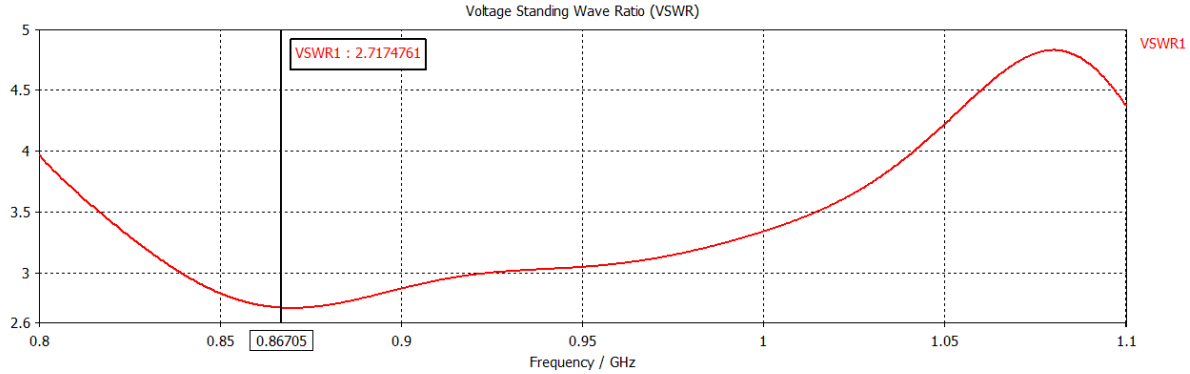


Рис. 7. Коэффициент стоячей волны

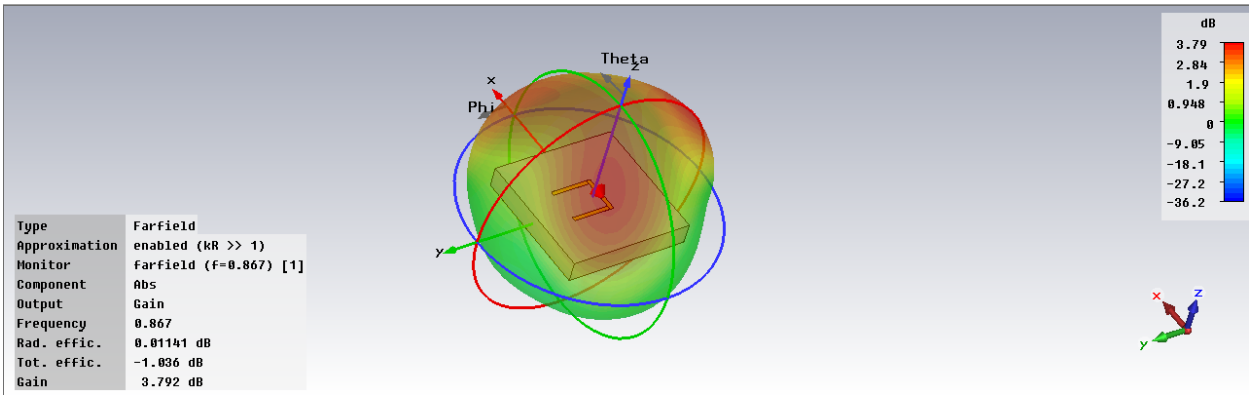


Рис. 8. Диаграмма направленности антенны в 3D

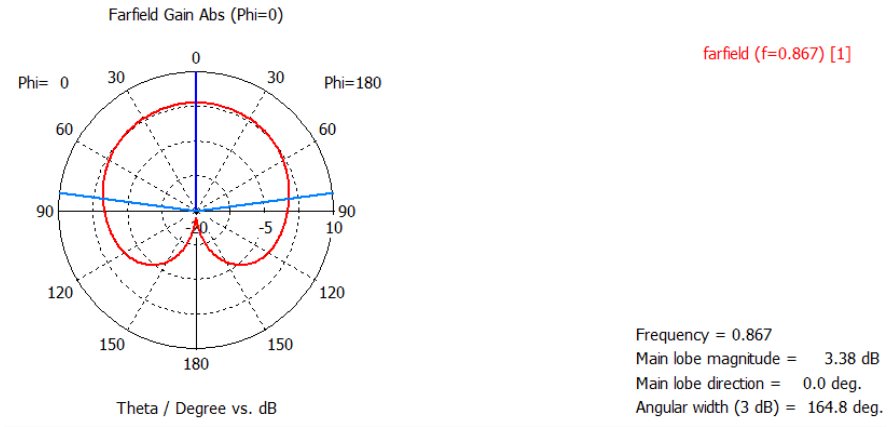


Рис. 9. Диаграмма направленности антенны в 2D

Выводы

С использованием метода анализа иерархий произведен выбор оптимальной антенны-метки среди существующих. В результате проведенного анализа, с учетом современных требований была признана наиболее удачной U-образная микрополосковая антенна, коэффициент усиления которой составил 3,38 дБ с углом раскрыва 164,8 (ослабление 3 дБ).

Литература

1. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 316 с.

2. *Захаров В.* Пассивные UHF метки для работы на металлических поверхностях // Компоненты и технологии. – 2007. – № 1. – С. 38–41.

3. *Коняшенко Ю.А., Шмыков В.Н.* Спектральные представления в задачах возбуждения плоских взаимодействующих излучателей. – Иркутск : Издательство Иркутского ун-та, 1989. – 244 с.

4. *Козырев Р.В.* Многослойные микрополосковые структуры для систем радиочастотной идентификации // «Радиолокация, навигация, связь»: сборник докладов. – Воронеж, 2013. – Т. 3. – С. 2098–2105.

5. *Баскаков С.И.* Электродинамика и распространение радиоволн. – М. : Высш. школа, 1992. – 416 с.

6. *Борн М., Фольф Э.* Основы оптики. – М. : Наука, 1973. – 720 с.

7. Product profile IT36/IT75/IT76 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.intermec.com /public-files/ product-profiles/en/IT36_IT75_IT76_ spec_web.pdf, свободный (дата обращения : 25.02.2014).

8. Datasheet TA900-3GPSI-2 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.alpha1.ru/ datasheet/dsta900_3gpsi_2.pdf, свободный (дата обращения: 25.02.2014).

9. Technical Information Manual Mod.A918 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.caenrfid.com/en/CaenProd.jsp?showLicence =false&parent=59&idmod=749&downloadDocumentId= 8055, свободный (дата обращения: 25.02.2014).

10. CAENRFID 2014 Products Catalog [Электронный ресурс]. Режим доступа : http:// www.intermec.com/public-files/product-profiles/en/ CAEN_RFID_Catalog_2014_two_page_view.pdf, свободный (дата обращения: 25.02.2014).

11. *Анцев И.Г., Богословский С.В., Сапожников Г.А.* Дальность мониторинга радиочастотных пассивных беспроводных датчиков // Обработка сигналов. – 2013. – № 4. – С. 56–63.

Статья поступила в редакцию 24 сентября 2014 г.

УДК 621.3.011.7.51

РАСЧЕТ СОГЛАСУЮЩИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕДАТЧИКОВ И АНАЛИЗ НАСТРОЙКИ

А.А. Кочетков, инженер, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: kochetkov_alex@rambler.ru

Рассматриваются вопросы синтеза двухконтурных согласующих цепей и возможности их дальнейшего использования в составе передающих устройств. Вопросы, связанные с настройкой, рассмотрены с применением имитационного моделирования в OrCAD 9.2.

Ключевые слова: *синтез согласующих цепей, коэффициент передачи, функция цели, рабочий диапазон частот, алгоритмы настройки, резонанс.*

THE MATCHING CIRCUIT TRANSMITTERS CALCULATION AND THE ADJUSTMENT ANALYSIS

A.A. Kochetkov, engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: kochetkov_alex@rambler.ru

The synthesis questions of double-loop matching circuits and the possibility of their further use composed of transmitting devices are considered. The questions connected with the adjustment are considered with the use of a simulation model in OrCAD 9.2.

Keywords: *matching circuits synthesis, transmission gain, goal function, frequency range, operating band, resonance.*

В последнее время перед инженерами все чаще встают задачи разработки блоков новых радиопередающих устройств, а также постоянного повышения технико-экономических показателей всех разработок. Массовое применение таких разработок является необходимым условием дальнейшего развития основных областей радиотехники. До недавнего времени это развитие сдерживалось недостаточной теоретической проработкой вопросов синтеза согласующих цепей. В итоге удавалось получить довольно скромные общие результаты. Данные о современных зарубежных разработках в этой и смежных областях отсутствуют.

Цель настоящей статьи – практическим путем из целого ряда вариантов алгоритмов настройки двухконтурных согласующих цепей найти наиболее оптимальный, позволяющий за короткое время получить корректные результаты.

Общие сведения о согласующих цепях

Согласующая цепь (согласующее устройство) предназначена для согласования антенны с усилителем мощности и для подавления неосновных излучений передатчика. На рис. 1 показана упрощенная структура радиопередающего устройства, поясняющая местоположение согласующей цепи.

В свое время Г. Боде и Р.М. Фано доказано, что грамотно синтезированная согласующая цепь дает возможность повысить коэффициент полезного действия всего передающего тракта, именно поэтому одним из основных этапов разработки радиопередатчиков является выбор схем согласующих цепей.

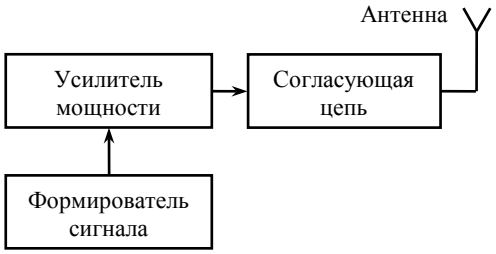


Рис. 1. Структурная схема радиопередающего устройства

Синтез согласующих цепей передатчиков

Синтез радиотехнических цепей, как правило, производится по заданным частотным характеристикам. Цепь считается физически реализуемой, если, руководствуясь частотными характеристиками, ее можно составить из элементов (сопротивлений, индуктивностей, емкостей) с положительными действительными параметрами.

Синтез согласующих цепей передатчиков обычно сводится к решению задачи обеспечения максимального коэффициента передачи в заданной полосе частот. Для решения задачи необходимо найти коэффициент передачи

$$H(f)=\frac{\left(1-\left|\Gamma_{\text{в}}\right|^2\right)\left(1-\left|\Gamma_{\text{н}}\right|^2\right)}{\left|1-\Gamma_{\text{в}}\Gamma_{\text{н}}\right|^2}, \qquad (1)$$

где $\Gamma_н$ – коэффициент отражения согласующей цепи при требуемой нагрузке – безразмерная величина, характеризующая отражение волн от нагрузки по напряжению или мощности в линиях связи;

$\Gamma_в$ – коэффициент отражения согласующей цепи при нагрузке, равной выходному сопротивлению транзистора усилительного каскада.

С чисто математической точки зрения (а именно, теории оптимального управления) задача сводится к минимизации функции цели вида

$$K = \min \sum_{i=1}^{N} \left(H\left(f_i\right) - 1\right)^2, \qquad (2)$$

где f_i – частота отсчета во всей полосе частот.

Иными словами, по известным значениям выходного сопротивления транзистора и сопротивления нагрузки для выбранных частот f_i из рабочего диапазона путем перебора в широких пределах индуктивностей и емкостей по формуле (1) определяются значения $H(f_i)$, обеспечивающие минимум функции цели.

Наиболее совершенными являются алгоритмы, обеспечивающие нахождение параметров согласующей цепи с минимальным числом обращений к функции цели. К таковым относится генетический алгоритм, основанный на теории эволюции. Генетический алгоритм и его различные модификации находят оптимальное решение внутри заданного диапазона поиска, формирование решений происходит случайным образом.

Согласующая цепь будет представлять собой двухконтурную систему; именно такая структура, как фильтр более высокого порядка, лучше всего способствует подавлению неосновных излучений радиопередающих устройств. Схема показана на рис. 2.

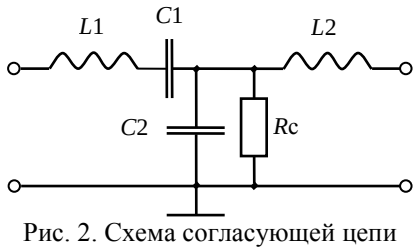


Рис. 2. Схема согласующей цепи (в отключенном состоянии)

Здесь и далее для некоторого упрощения рассматривается только резистивная связь между контурами. Последующие возможные доработки схемы осуществляются эвристическим путем, но в строгом соответствии с техническими требованиями.

Варианты алгоритмов настройки

Реализовать согласующую цепь, охватывающую широкий диапазон частот, чрезвычайно сложно, поэтому частотный диапазон должен быть разделен на поддиапазоны, каждый из которых в свою очередь делится на участки, как показано на рис. 3.

Рабочий диапазон частот							
Поддиапазон I				Поддиапазон II			
Уч. 1	Уч. 2	…	Уч. *n*	Уч. 1	Уч. 2	…	Уч. *m*

Рис. 3. Деление частотного диапазона на поддиапазоны и участки

В простейшем случаях для проведения экспериментов, связанных с настройкой, собирается схема, состоящая из согласующей цепи, генератора и вольтметра. В каждый контур последовательно включается резистор с очень малым сопротивлением – на нем и измеряют значение тока. Цена отдельных деталей и сложности производства не всегда позволяют специально изготавливать полноценные опытные образцы согласующих цепей для проведения исследований, поэтому проверки следует проводить путем имитационного моделирования. При имитационном моделировании с помощью особых программ собирается и испытывается схема цепи. В большинстве случаев имитационное моделирование позволяет получать довольно точные результаты.

На основании теоремы об активном двухполюснике усилитель мощности и все предшествующие ему блоки передающего устройства заменяются источником напряжения с внутренним сопротивлением, равным выходному сопротивлению транзистора в составе усилителя. Для каждого участка частот согласующая цепь будет принимать определенную схемную конфигурацию. Конструктивно это обычно реализуется с использованием в обоих контурах вариометров, индуктивность которых меняется в достаточно широких пределах. Ток в контуре и точность настройки по частоте будут определяться в соответствии с резонансными кривыми. Предлагается три варианта алгоритмов настройки.

При первом варианте первый контур (левая часть схемы) настраивается на максимум тока без учета установки индуктивности во втором (правая часть схемы). При индуктивности в пер-

вом контуре, значение которой соответствует максимуму тока, производится настройка второго. В данном случае настройка двухконтурной системы сильно зависит от значения индуктивности второго контура и может вообще не осуществиться. Невозможность настройки может быть объяснена наличием связи между контурами и случайным характером значения индуктивности во втором контуре.

При втором варианте подключается шунт, при параллельном соединении резистора связи и шунта степень связи между контурами меняется, устраняется влияние второго контура. В идеале настройка первого контура должна реализовываться независимо от значения индуктивности во втором контуре, однако, как показало моделирование, уровень тока в первом контуре все же зависит от величины индуктивности во втором контуре. Чем ближе индуктивность во втором контуре к значению, соответствующему резонансу, тем уровень тока в первом контуре на резонансной частоте будет выше, и наоборот. После установки в первом контуре значения индуктивности, при котором обнаруживается резонанс, проводится настройка второго контура. При этом во втором контуре однозначно устанавливается значение индуктивности, при котором наблюдается резонанс. Но при настройке двухконтурной согласующей цепи по данному алгоритму влияние паразитной индуктивности со стороны усилителя мощности (это значение измерено заранее опытным путем и составляет от 25 до 50 мкГн) ведет к уменьшению величины индуктивности, при которой наблюдается резонанс в первом контуре, по сравнению с этим же алгоритмом, но без учета паразитной индуктивности. Влияние паразитной индуктивности следует обязательно учитывать при проведении расчетов и при моделировании.

Настройка по третьему варианту производится аналогично второму варианту, с той лишь разницей, что после установки первого контура в резонанс шунт отключается и проводится настройка второго контура. При этом так же однозначно удается определить значение индуктивности, при котором второй контур настраивается на резонанс; настройка не зависит от паразитной индуктивности. Для иллюстрации сказанного могут быть построены поверхности в системе координат $I(f, L)$. На рис. 4 представлены срезы вида $I(L)$, полученные при проведении моделирования.

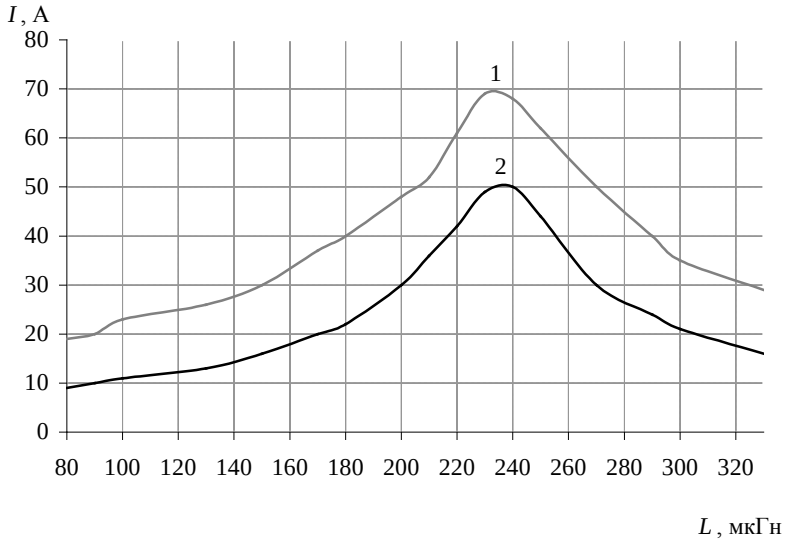


Рис. 4. Настройка второго контура с учетом паразитных индуктивностей

Состояние 1 соответствует отключению шунта, а 2 – его повторному подключению (для контроля).

При моделировании, с учетом схемы на рис. 3, последовательность действий будет следующей: настройка частот первого участка, настройка частот второго участка, настройка частот участка *n*, переход во второй поддиапазон, настройка частот первого участка, настройка частот второго участка, настройка частот участка *m*. Все настройки целесообразно проводить на эквивалент антенны.

Окончательный вариант наиболее оптимального алгоритма настройки двухконтурной согласующей цепи представлен на рис. 5 в виде блок-схемы.

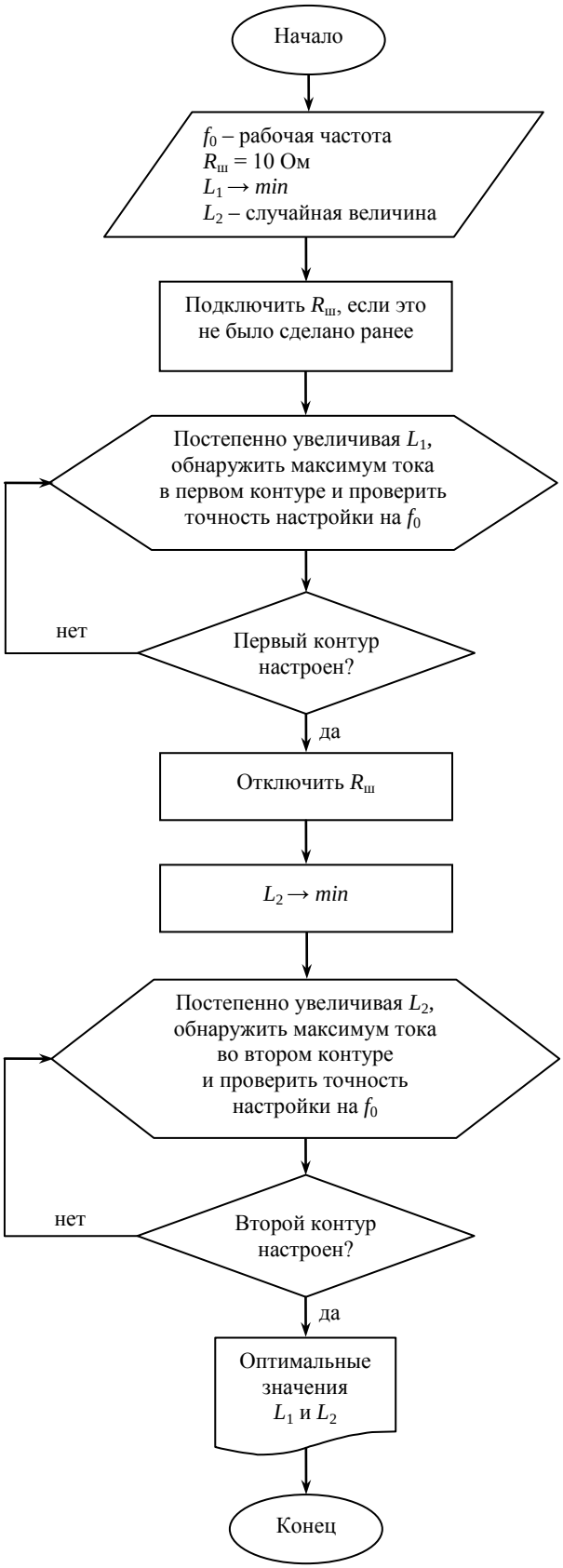


Рис. 5. Блок-схема оптимального алгоритма настройки

Если настроить первый или второй контур в соответствии с блок-схемой все же не удалось, то это значит, что при натурной реализации в конструкции согласующей цепи была допущена ошибка и следует заменить вариометры на такие, значения индуктивностей которых меняются в еще более широких пределах.

Выводы

Синтез согласующих цепей передатчиков предпочтительно осуществлять с помощью генетических алгоритмов, так как они позволяют получить оптимальное решение при меньшем числе действий, а значит, за меньшее время.

Настройку рекомендуется осуществлять по третьему варианту, так как практика показывает, что он наиболее устойчив по отношению к влиянию паразитной индуктивности со стороны усилителя мощности, являющемуся неустранимым из-за множества факторов, в том числе, конструктивных особенностей.

Существование оптимального алгоритма настройки двухконтурных согласующих цепей делает возможным их широкое применение в радиопередающих устройствах наряду с одноконтурными.

Если подобная согласующая цепь будет задействована в составе передатчика, то перед работой на излучение настройки целесообразно провести и с реальной антенной.

Литература

1. *Зернов Н.В., Карпов В.Г.* Теория радиотехнических цепей. – Л. : Энергия, 1965. – 892 с.

2. *Дезоер Ч.А., Ку Э.С.* Основы теории цепей. – М. : Связь, 1976. – 288 с.

3. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов. – М. : Советское радио, 1971. – 672 с.

4. *Болтянский В.Г.* Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1966. – 308 с.

5. *Кочетков А.А., Останков А.В.* Моделирование радиолокационных систем с учетом ослабления радиоволн аэрозолями атмосферы // Теория и техника радиосвязи. – 2012. – № 4. – С. 39–43.

6. *Ханзел Г.Е.* Справочник по расчету фильтров. – М. : Советское радио, 1974. – 288 с.

Статья поступила в редакцию 19 сентября 2014 г.

УДК 621.396.662

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ СИНТЕЗАТОРА ЧАСТОТ С КОММУТИРУЕМОЙ ПОЛОСОЙ ПРОПУСКАНИЯ

С.К. Романов, к.т.н., в.н.с., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: skromanov@rambler.ru
Н.М. Тихомиров, д.т.н., нач. НТУ, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
И.А. Марков, зам. нач. НТУ, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: garrymar@mail.ru
Д.Н. Рахманин, к.т.н., нач. отд., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: rax_d@mail.ru

С использованием системы Matlab сформулированы уравнения состояния для математического моделирования фильтра нижних частот кольца импульсной фазовой автоподстройки частоты (ИФАПЧ) синтезатора частот со счетчиковым делителем частоты и импульсным частотно-фазовым детектором с тремя состояниями. Полученные результаты позволяют анализировать переходные процессы в синтезаторе частот при коммутации элементов фильтра нижних частот в цепи управления кольца.

Ключевые слова: *синтезатор частот, фазовая автоподстройка, частотно-фазовый детектор, делитель частоты, управляемый генератор.*

DISCRETE MODEL OF FREQUENCY SYNTHESYSER WITH SWITCHED BANDWIDT

S.K. Romanov, Ph.D. in Engineering Sciences, leading research engineer, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: skromanov@rambler.ru
N.M. Tikhomirov, D.D. in Engineering Sciences, head of Scientific and Technical Direction, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
I.A. Markov, deputy head of Scientific and Technical Direction, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: garrymar@mail.ru
D.N. Rakhmanin, Ph.D. in Engineering Sciences, head of department, JSC «Concern «Sozvezdie», e-mail: rax_d@mail.ru

With the use of Mathlab system the state equations are formulated for mathematical simulation of low pass filter of impulse PLL frequency synthesizer with counter frequency divider and impulse frequency-phase detector with three modes. The founded results allow to analyze transients in frequency synthesizer at the leaf commutation of low pass filter in a control circuit PLL.

Keywords: *frequency synthesizer, PLL, frequency-phase detector, frequency divider, voltage-controlled oscillator.*

В ряде интегральных схем синтезаторов частот (СЧ) на основе системы импульсной ФАПЧ (СЧ-ИФАПЧ) со счетчиковым делителем частоты (СД), например LMX2306/16/26, ADF4110/4111/4112 и других, предлагается применение режима FastLock – быстрой настройки на нужную частоту с последующим сужением полосы пропускания системы ИФАПЧ. Этот режим иногда позволяет разрешить противоречие между требованием малого времени переходного процесса перестройки СЧ с частоты на частоту и улучшением фильтрации шумов импульсного частотно-фазового детектора (ИЧФД) в выходном сигнале. Указанный режим актуален для СЧ-ИФАПЧ с «большими» значениями коэффициента деления СД, когда доля шумов ИЧФД и шумов счетчиковых делителей частоты в составе выходного сигнала больше доли шумов, присущих подстраиваемому системой ИФАПЧ управляемому генератору (УГ).

В [1] были сформулированы уравнения состояний системы ИФАПЧ синтезатора в режиме FastLock с введением некоторых ограничений на модель используемых в цепи управления УГ фильтров нижних частот (ФНЧ), позволяющие определить время переходного процесса при смене частот выходного сигнала СЧ.

Целью настоящей работы является нахождение уравнений состояния системы ИФАПЧ с коммутируемой полосой пропускания, свободной от ограничений [1], для расчетов времени переходного процесса в СЧ-ИФАПЧ.

На рис. 1 приведена структурная схема исследуемого СЧ-ИФАПЧ. С выхода ИЧФД ток «накачки» $i_{д}(t)$ поступает на ФНЧ с передаточной функцией $G(s)$ (t – текущее время, s – оператор дифференцирования). Напряжение $e_{ф}(t)$ с выхода ФНЧ подается на устройство, которое моделирует УГ и СД с коэффициентом деления N_n с помощью усилительного звена с коэффициентом передачи $S_{у}$ [(рад/с)/В], суммирующего, на который подается начальная частота $\omega_{н}$ сигнала

 ISSN 1995-7009

УГ, и интегрирующего со сбросом и релейного элемента (РЭ) с порогом $2\pi N_n$. Сброс в нуль интегрирующего звена осуществляется в моменты времени срабатывания РЭ t_n, где $n = 1,2,3...$ – номера импульсов $e_c(t_n)$ приходящих на ИЧФД с выхода СД. К этим традиционным элементам СЧ [2] добавлен счетчик, который осуществляет режим FastLock – подсчитывает число импульсов $e_c(t_n)$ с момента поступления сигнала на переход СЧ на другую частоту.

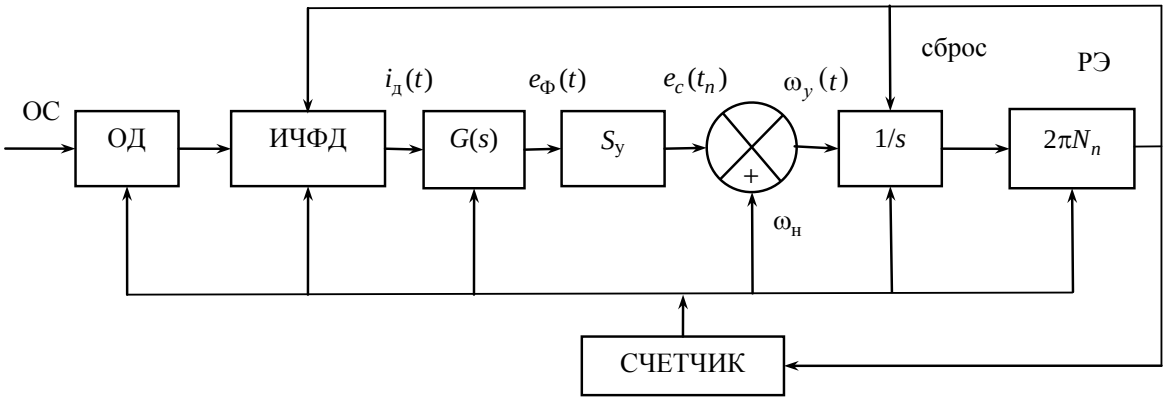


Рис. 1. Структурная схема СЧ-ИФАПЧ

Когда это число k достигает заданного значения (оно программируется), со счетчика поступает команда на опорный делитель (ОД), делящий частоту опорного сигнала (ОС), на РЭ делителя СД, ФНЧ и ИЧФД. Эта команда одновременно изменяет коэффициенты деления ОД и СД (в интегральных схемах LMX2306/16/26, ADF4110/4111/4112 коэффициенты деления могут меняться в 4 раза), переключает структуру ФНЧ и уменьшает амплитуду тока «накачки» $i_д(t)$ на выходе ИЧФД. Типы режимов FastLock подробно рассмотрены в документации на указанные интегральные схемы. Мы будем рассматривать наиболее общий случай, когда изменяются коэффициенты деления ОД и СД, а также амплитуда тока ИЧФД. Вид сигнала $i_д(t)$ зависит от режима работы ИЧФД [2]. Для трехуровневого типа ИЧФД наиболее общий вид $i_д(t)$ показан на рис. 2 и соответствует одному из его режимов детектирования. На рис. 2 T_{01}, T_{02} – периоды опорного сигнала соответственно до и после времени $t_к$ – момента поступления команды со счетчика на переключение режима FastLock, а также $i_{дт1}$, $i_{дт2}$ – амплитуды тока $i_д(t)$ до и после момента $t_к$ соответственно.

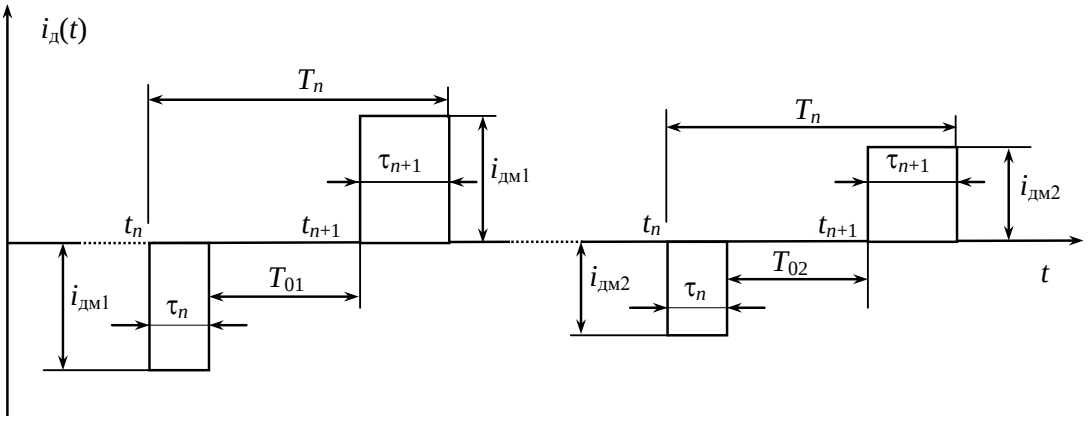


Рис. 2. Сигналы тока «накачки» на выходе ИЧФД

Полагая длительности импульсов управления τ_n, τ_{n+1} равными нулю или T_n, можно получить пять режимов работы ИЧФД [2].

На рис. 3 приведен пример ФНЧ третьего порядка с коммутируемыми во времени элементами и изменяемыми во времени параметрами. Здесь БК – буферный каскад с коэффициентом передачи, равным единице. Режим работы такого устройства имеет два интервала времени: на первом интервале $t < t_k$ ключи Кл1 и Кл2 замкнуты (резистор R_{11} подключен к R_{12}, резистор R_{31} подключен к R_{32}), на втором интервале $t > t_k$ ключи Кл1 и Кл2 разомкнуты (резистор R_{11} отключен от R_{12}, резистор R_{31} отключен от R_{32}); ток «накачки» $i_д(t)$ ИЧФД на первом интервале $t < t_k$ имеет амплитуду $i_{дм1}$, на втором интервале $t > t_k$ – имеет амплитуду $i_{дм2}$, при этом $k_1 = i_{дм1}/i_{дм2} > 1$. То есть система ИФАПЧ обладает повышенным быстродействием на первом интервале времени и повышенной фильтрующей способностью к помехам с выхода ИЧФД на втором интервале времени.

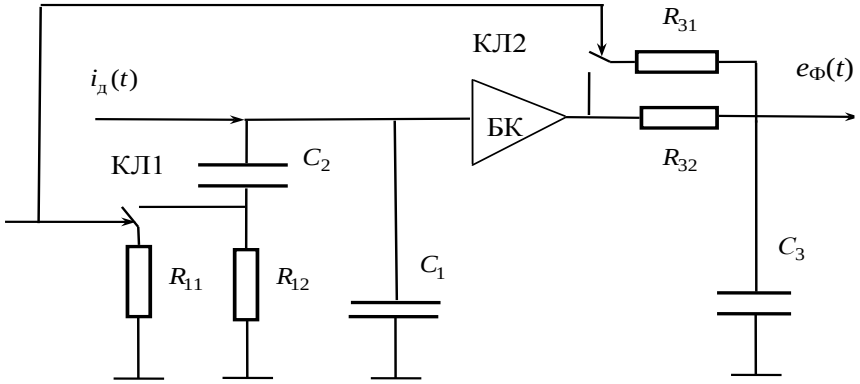


Рис. 3. Схема ФНЧ с коммутируемыми во времени элементами

«Замороженные» передаточные функции ФНЧ по схеме на рис. 3 можно представить в виде

$$G_1(s) = \frac{i_д(s)}{U_{C3}(s)} = \frac{(T_{11}s+1)}{s(C_1+C_2)(T_{21}s+1)(T_{31}s+1)} \text{ для } t < t_k \text{ и}$$

$$G_2(s) = \frac{i_д(s)}{U_{C3}(s)} = \frac{(T_{12}s+1)}{s(C_1+C_2)(T_{22}s+1)(T_{32}s+1)} \text{ для } t > t_k,$$

где $T_{11} = R_{12} \| R_{11}C_2$, $T_{21} = R_{12} \| R_{11}C_1C_2/(C_1+C_2)$, $T_{31} = R_{31} \| R_{32}C_3$, $R_{12} \| R_{11} = \frac{R_{12}R_{11}}{R_{12}+R_{11}}$, $R_{31} \| R_{32} = \frac{R_{31}R_{32}}{R_{31}+R_{32}}$, $T_{12} = R_{12}C_2, T_{22} = R_{12}C_1C_2/(C_1+C_2)$, $T_{32} = R_{32}C_3$.

В терминологии, принятой в системах автоматического управления, ФНЧ с коммутируемыми элементами можно отнести к непрерывным линейным нестационарным системам, а в нашем случае – к кусочно-стационарным. Сформулируем уравнения состояний исследуемой системы для анализа переходных процессов в СЧ-ИФАПЧ с применением некоторых функций пакета прикладных программ *Control System Toolbox*, входящего в систему Mathlab [3].

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом пространств состояний. В качестве состояний примем напряжения на конденсаторах и токи в индуктивностях ФНЧ (для ФНЧ по схеме на рис. 3. напряжения на конденсаторах C_1, C_2, C_3 – соответственно $U_{C1}(t)$, $U_{C2}(t)$ и $U_{C3}(t)$). В качестве выходного сигнала ФНЧ используется $U_{C3}(t)$. Тогда в соответствии со схемой на рис. 3 дифференциальное уравнение, описывающее ФНЧ, имеет вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{AX} + \mathbf{BU}, \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{CX} + \mathbf{DU}, \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

где $\mathbf{X}=[U_{C1}(t);U_{C2}(t);U_{C3}(t);]$ – вектор состояния ФНЧ (в общем случае имеет размер m); $\mathbf{A}$ – матрица ФНЧ, имеет два значения:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -1/R_1(t)C_1 & 1/R_1(t)C_1 & 0 \\ 1/T_1(t) & -1/T_1(t) & 0 \\ 1/T_3(t) & 0 & -1/T_3(t) \end{bmatrix},$$

где $R_1(t)=R_{12}$ для $t>t_k$ и $R_1(t)=R_{12}\,\|\,R_{11}$ для $t<t_k$, $T_1(t)=T_{11}$ для $t>t_k$ и $T_1(t)=T_{12}$ для $t<t_k$, $T_3(t)=T_{32}$ для $t>t_k$ и $T_3(t)=T_{31}$ для $t<t_k$;

$\mathbf{B}$=[1/C$_1$;0;0;] – матрица управления, $\mathbf{U}=i_{\text{д}}(t)$ – вектор управления (см. рис. 2) (здесь представлен вариант вида дифференциального уравнения, когда $\mathbf{B}$ не меняется во времени, а амплитуда $i_{\text{д}}(t)$ меняется от $i_{\text{дм1}}$ до $i_{\text{дм2}}$; возможен вариант, когда $\mathbf{B}$ меняется во времени, а амплитуда $i_{\text{д}}(t)$ не меняется), $\mathbf{Y}=U_{c3}(t)$ – вектор выхода, $\mathbf{C}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ – матрица выхода, $\mathbf{D}=0$ – матрица компенсации; значение начального вектора состояния $\mathbf{X}(0)$ равно $[0;0;0;]$.

Отметим, что матрицы $\mathbf{X},\mathbf{B},\mathbf{Y},\mathbf{D}$ записаны в соответствии с правилами оформления матриц в системе Mathlab. В пакете прикладных программ Control System Toolbox системы Mathlab представление модели в виде четверки матриц $\mathbf{A,B,C,D}$ называется представлением в SS-форме пространств состояний [3].

При решении (1) воспользуемся преобразованием eig [3] в системе Mathlab для формирования модальной канонической SS-модели:

$$\mathbf{[P,A_Д]}=\text{eig}(\mathbf{A}),$$

где $\mathbf{A_Д}$ – диагональная матрица, содержащая на главной диагонали собственные числа матрицы $\mathbf{A}$; $\mathbf{P}$ – матрица правых собственных векторов $\mathbf{A}$.

Используем матрицу $\mathbf{P}$ для преобразования вектора состояний $\mathbf{X}$ к вектору $\mathbf{X_C}$. Новый вектор состояния $\mathbf{X_C}$ связан с исходным вектором соотношением $\mathbf{X_C}=\mathbf{P^{-1}X}$, и система уравнений (1) преобразуется к виду

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_\mathbf{C} &= \mathbf{A}_\text{Д}\mathbf{X}_\mathbf{C}+\mathbf{B}_\text{Д}\mathbf{U}, \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}_\text{Д}\mathbf{X}_\mathbf{C}+\mathbf{DU}, \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

где $\mathbf{P^{-1}}$ – матрица обратная, к $\mathbf{P}$; $\mathbf{A_Д=P^{-1}AP}$, $\mathbf{B_Д=P^{-1}B}$, $\mathbf{C_Д=CP}$.

Так как на интервале движения $t=0\div t_k$ и $t>t_k$, мы имеем две матрицы $\mathbf{A_1},\mathbf{A_2}$, соответственно, имеем две матрицы преобразований $\mathbf{P_1}$ и $\mathbf{P_2}$ и пары матриц $\mathbf{B_{Д1}}$, $\mathbf{B_{Д2}}$ и $\mathbf{C_{Д1}}$, $\mathbf{C_{Д2}}$.

Решение первого уравнения в (2) на интервале времени от t_n до t_{n+1} запишем в виде

$$\mathbf{X_{c1}}[n+1]=\mathbf{\Phi}_1(T_n)\mathbf{X_{c1}}[n]+\mathbf{V}_1[n], \qquad (9)$$

где $\mathbf{X_{c1}}[n]=\mathbf{X_{c1}}(t_n),\mathbf{\Phi}_1(T_n)$ – переходная матрица диагонального вида $\mathbf{\Phi}_1(t)=diag\left[\exp(\alpha_{11}t),\ \exp(\alpha_{12}t),...,\exp(\alpha_{1m}t)\right]$, где $\alpha_{11},\alpha_{12},...,\alpha_{1m}$ – собственные значения матрицы $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{V}_1[n]=\int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{T_n}}\mathbf{\Phi}_1(T_n-\tau)\mathbf{B}_{\text{Д1}}i_{\text{д}}(\tau)d\tau$ – вектор столбец размером m.

Для $i_{\text{д}}(t)$, приведенного на рис. 2,

$$\mathbf{V}_1[n]=i_{\text{дм1}}\Big[B_{\text{Д11}}\Big\{\exp(\alpha_{11}\tau_{n+1})+$$

$$+\exp\left[\alpha_{11}(T_n-\tau_n)\right]-\exp(\alpha_{11}T_n)-1\Big\}\Big/\alpha_{11};...;$$

$$B_{\text{Д1}m}\Big\{\exp(\alpha_{1m}\tau_{n+1})+\exp\left[\alpha_{1m}(T_n-\tau_n)\right]-$$

$$-\exp(\alpha_{1m}T_n)-1\Big\}\Big/\alpha_{1m};\Big].$$

Уравнение для определения периода следования импульсов с СД имеет вид [1]

$$\int_0^{T_n}\omega_y(\tau_n+t_n)\cdot 1(T_n-\tau)d\tau=2\pi N_1,\ T_n=t_{n+1}-t_n, \qquad (10)$$

где $\omega_y(t)$ – частота УГ, $1(t)$ – единичная ступенчатая функция.

Из рис. 1 найдем $\omega_y(t)$ на интервале времени от t_n до t_{n+1}:

$$\omega_y(t)=\omega_{\text{н1}}+S_y\mathbf{C}_{\text{Д1}}[\mathbf{\Phi}_1(t)\mathbf{X}_{c1}[n]+$$

$$+\int_0^t\mathbf{\Phi}_1(t-\tau)\mathbf{B}_{\text{Д1}}i_{\text{д}}(\tau)d\tau]. \qquad (11)$$

Из (5) для $i_{\text{д}}(t)$ на рис. 2 и при $\lambda_1=0$ (полагая, что мы исследуем астатическую по фазе систему ИФАПЧ) получим уравнение для определения T_n:

$$S_y\left\{C_{Д11}X_{c1}T_n+\sum_{i=2}^{m}C_{Д1i}X_{ci}\left[\exp\left(\alpha_{1i}T_n\right)-1\right]/\alpha_{1i}+i_{дм1}C_{Д11}B_{Д11}\left[\left(\tau_n^2+\tau_{n+1}^2\right)/2-T_n\tau_n\right]+\right.$$

$$+i_{дм1}\sum_{i=2}^{m}C_{Д1i}B_{1i}\left[\left[\exp\left(\alpha_{1i}\tau_{n+1}\right)+\exp\left[\alpha_{1i}\left(T_n-\tau_n\right)\right]-\exp\left(\alpha_{1i}T_n\right)-1\right]/\alpha_{1i}+\tau_n-\tau_{n+1}\right]/\alpha_{1i}\Big\}+$$

$$+\omega_{н1}T_n-2\pi N_1=f\left(T_n\right)=0. \qquad (12)$$

Отметим, что (6) является трансцендентным уравнением относительно T_n и решается, как правило, итерационными процедурами. Таким образом, (3) и (6) представляют собой систему нелинейных разностных уравнений – математическую модель СЧ-ИФАПЧ и подразумевают использование на интервале времени $t=0\div t_к$ в (4) матриц $\mathbf{A_1},\mathbf{B}_{Д1},\mathbf{C}_{Д1}$ и $\omega_н=\omega_{н1}$, $N=N_1$, а на интервале времени $t=t_к\div\infty$ – матриц $\mathbf{A}_2,\mathbf{B}_{Д2},\mathbf{C}_{Д2}$ и $\omega_н=\omega_{н2}$, $N=N_2$ (в (3) и (6) индексы изменяют значение с 1 на 2). Переход от состояний $\mathbf{X_{c1}}[n]$ к $\mathbf{X_{c2}}[n]$ осуществляется с помощью выражения $\mathbf{X_{c2}}[n]=\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{P}_1\mathbf{X_{c1}}[n]$.

Задачу определения длительности переходного процесса дискретной модели СЧ-ИФАПЧ можно несколько упростить, если считать что на интервале времени $t=t_к\div\infty$ отклонения вектора состояний от своего стационарного состояния достаточно малы. В этом случае можно рассчитать переходные процессы в СЧ по линейной импульсной модели, которую получим из (3) и (6), полагая, что $\tau_n<T_{02},\tau_{n+1}<T_{02}$, а также что $\alpha_{11}=\alpha_{21}=0$ (считаем что ИФАПЧ обладает астатизмом по фазе). В итоге запишем линейную импульсную модель СЧ-ИФАПЧ в виде

$$\left.\begin{aligned}
&dX_{c21}[n+1]=dX_{c21}[n]+i_{дм2}B_{Д21}\tau_n\\
&\text{.....}\\
&dX_{c2m}[n+1]=\left\{dX_{c2m}[n]+i_{дм2}B_{Д2m}\tau_n\right\}e^{\alpha_{2m}T_{o2}},\\
&\tau_{n+1}=\tau_n\left[1-i_{дм2}\frac{T_{02}^2}{N_2}C_{Д21}B_{Д21}-i_{дм2}\frac{T_{02}}{N_2}\sum_{i=2}^{m}C_{Д2i}B_{Д2i}\left(e^{\alpha_{2i}T_{02}}-1\right)/\alpha_{2i}\right]-\\
&-S_y\frac{T_{02}^2}{N_2}C_{Д21}dX_{c21}[n]-\frac{T_{02}}{N_2}\sum_{i=2}^{n}C_{Д2i}dX_{c2i}[n]\left(e^{\alpha_{2i}T_0}-1\right)/\alpha_{2i},
\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

где $\mathbf{dX}_{c2}[n]=\mathbf{X}_{c2}[n]-\mathbf{X}_{стац}$; $\mathbf{dX}_{c2}[n]=\mathbf{X}_{c2}[n]-$ $-\mathbf{X}_{стац}$ – отклонение вектора $\mathbf{X}_{c2}[n]$ от своего стационарного значения $\mathbf{X}_{стац}$; для ФНЧ на рис. 3 $\mathbf{X}_{стац}=\frac{1}{S_У}\left(\frac{N_2}{T_{02}}-\frac{\omega_{н2}}{2\pi}\right)\mathbf{P_2^{-1}}*[1;1;1;]$.

С использованием (3), (6) и (7) в среде Mathlab7 разработана программа *ifapn*. Входными параметрами *ifapn* являются $i_{дм1}$, $i_{дм2}$, T_{01}, T_{02}, S_y, $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A}_2$ $N1$, $N2$, *tfin*, $t_к$, $\omega_{н1}$, $\omega_{н2}$, где $N1$, $N2$ – коэффициент усиления СД до $t_к$ и после соответственно, *fin* – заданное время переходного процесса. Эта программа имеет пять фрагментов в соответствии с пятью типами движений в трехуровневом ИЧФД [2]. Из каждого фрагмента *ifapn* вызывается процедура *Mathlab fzero* для поиска корня $f\left(T_n\right)$ трансцендентного уравнения (6); если в этом фрагменте *ifapn* не находится T_n, то корень $f\left(T_n\right)$ ищется в следующем фрагменте и т.д. После нахождения T_n определяются длительности импульсов управления τ_{n+1}, и по (3) находится вектор состояния $\mathbf{X_{c1}}[n+1]$. Выходными параметрами программы *ifapn* являются массивы значений τ_{n+1}, $U_{C3}\left(t_n\right)$.

Рассмотрим пример использования *ifapn* для расчета переходных процессов в СЧ-ИФАПЧ с ФНЧ, изображенным на рис. 3. Будем

считать, что СЧ-ИФАПЧ имеет диапазон частот $100 \div 120$ МГц с шагом сетки частот 25 кГц, крутизна управления УГ $S_y/2\pi = 2$МГц/В. Передаточную функцию разомкнутого кольца ИФАПЧ с учетом (1) запишем в виде $G_{\text{ФАП}}(s) = \frac{i_{\text{дм}}}{2\pi} \cdot \frac{S_y}{N_n s} \cdot G(s)$, где $G(s)$ равно $G_1(s)$ или $G_2(s)$.

В $G_{\text{ФАП}}(s)$ неизвестна $G(s)$. Для определения $G(s)$ примем дополнительно, что в режиме $t > t_k$ частота среза $G_{\text{ФАП}}(s)$ равна 0,5 кГц, а показатель колебательности M передаточной функции замкнутого кольца ИФАПЧ $G_3(s) = \frac{G_{\text{ФАП}}(s)}{1 + G_{\text{ФАП}}(s)}$ равен 1,3 [2].

На рис. 4 приведены данные по переходным процессам во времени с использованием *ifapn* для трех вариантов построения СЧ-ИФАПЧ:

1 вариант – до момента $t_k = 0.0015$ сек частота среза ИФАПЧ равна 4*0.5 кГц, $i_{\text{дм1}} = 5$мА, $i_{\text{дм2}} = 5/16$мА, $T_{01} = T_{02} = 1/25000$ сек;

2 вариант – до момента $t_k = 0.0015$ сек частота среза ИФАПЧ равна 4*0.5 кГц, $i_{\text{дм1}} = 5/4$ мА, $i_{\text{дм2}} = 5/16$ мА, $T_{01} = T_{02}/4 = 1/100000$ сек;

3 вариант – в системе ИФАПЧ нет коммутации, частота среза ИФАПЧ равна 0.5 кГц, $i_{\text{дм1}} = i_{\text{дм2}} = 5$мА, $T_{01} = T_{02} = 1/25000$ сек.

В первых двух вариантах во время коммутации на систему ИФАПЧ воздействует «помеха коммутации» [1] в виде $1(t)$ – единичной функции.

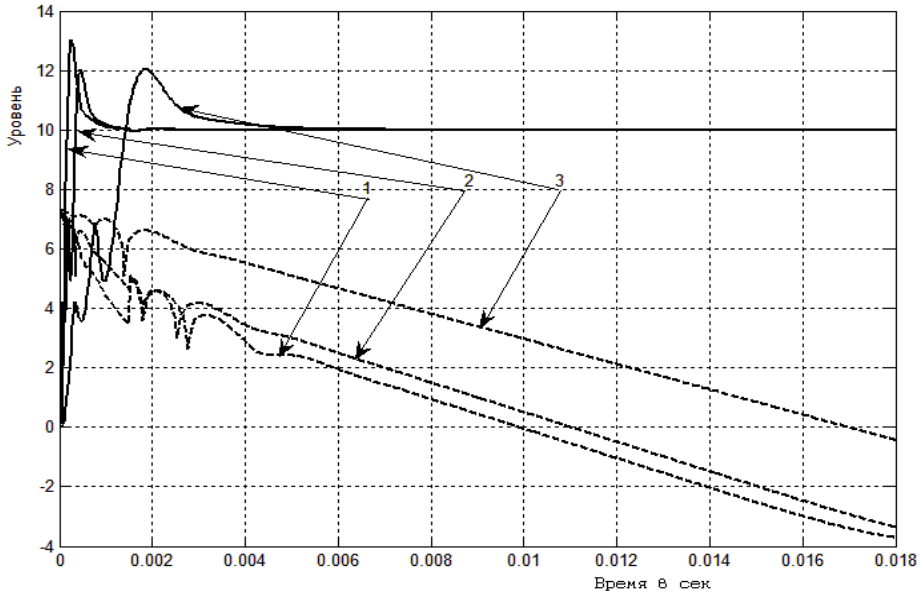


Рис. 4. Переходные процессы по отклонению частоты сигнала УГ от номинала и напряжения управления в СЧ-ИФАПЧ

Непрерывные линии – $U_{C3}(t)$ в вольтах, штриховая линия – $log10\{abs[S_y/2\pi - (120\text{ МГц} - -100\text{ МГц})]\}$ (поведение отклонения частоты УГ в герцах от установившегося значения во времени в логарифмическом масштабе). Из рис. 4 следует, что для вариантов 1 и 2 при $t < t_k$ СЧ-ИФАПЧ быстро настраивается на частоту 120 МГц, а затем – со скоростью в 4 раза медленнее. Из графиков на рис. 4 видно, что для рассмотренного варианта построения СЧ-ИФАПЧ выигрыш во времени настройки из-за коммутации полосы пропускания может составлять до двух раз. Второй вариант построения СЧ-ИФАПЧ не имеет выигрыша во времени настройки по отношению к первому из-за увеличения времени нахождения СЧ в «режиме биений». Вопрос оптимального выбора t_k с точки зрения увеличения быстродействия СЧ был освещен в других работах авторов.

Разработанная методика расчета переходных процессов в СЧ-ИФАПЧ с использованием

системы Matlab позволяет оценивать влияние коммутации элементов ФНЧ на время перестройки. Альтернативой предлагаемой методике может служить анализ в подсистеме Simulink системы Matlab модели СЧ с коммутируемыми элементами.

Литература

1. *Романов С.К., Рахманин Д.Н.* Моделирование переходных процессов в синтезаторах частот с коммутируемой полосой пропускания // Теория и техника радиосвязи. – 2001. – № 2. – С. 103–109.

2. *Левин В.А., Малиновский В.Н., Романов С.К.* Синтезаторы частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки. – М. : Радио и связь, 1989. – 231 с.

3. *Медведев В.С., Потемкин В.Г.* Control System Toolbox. – М. : Диалог-МИФИ, 1999. – 297 с.

Статья поступила в редакцию 30 сентября 2014 г.

УДК 537.86:519.2

РАЗЛОЖЕНИЕ НА ПРОСТЫЕ ДРОБИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ РЕШАЮЩЕЙ СТАТИСТИКИ ОБНАРУЖИТЕЛЯ, ИМЕЮЩЕЙ ГИПЕР-ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

М.П. Сличенко, с.н.с., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: asp2010@mail.ru

Разработан подход, позволяющий точно представлять характеристическую функцию гипер-гамма-распределения в виде суммы простых дробей. Получены аналитические выражения для соответствующих плотностей вероятности распределения в различных практически важных случаях.

Ключевые слова: *квадратичная форма, плотность распределения вероятности, решающая статистика обнаружения, характеристическая функция, энергетическое обнаружение, отношение сигнал-шум.*

DECOMPOSITION ON SIMPLE FRACTIONS OF CHARACTERISTIC FUNCTION OF DECISION DETECTOR STATISTICS THE HAVING HYPER-GAMMA DISTRIBUTION

M.P. Slichenko, senior research engineer, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: asp2010@mail.ru

The approach allowing precisely to represent a characteristic function hyper-gamma distribution in the form of the sum of simple fractions is developed. Analytical expressions for the corresponding density of probability of distribution in various almost important cases are received.

Keywords: *a square-law form, density of distribution of the probability, decision statistics of detection, characteristic function, power detection, a signal noise ratio.*

Неотъемлемым атрибутом реальной сигнально-помеховой обстановки является априорная неопределенность относительно формы и параметров принимаемых сигналов. Поэтому наиболее актуальным направлением статистической теории обнаружения сигналов и оценки их параметров является разработка адаптивных к неизвестным параметрам обстановки алгоритмов обработки радиофизических наблюдений. Как известно [1–4], алгоритм энергетического обнаружения сигналов является адаптивным к априори неизвестной форме обнаруживаемого сигнала. Для анализа показателей эффективности данного алгоритма необходимым является получение аналитических выражений для закона распределения решающей статистики обнаружения. В случае энергетического обнаружения радиосигналов на фоне аддитивного гауссовского шума решающая статистика представима в общем случае в виде суммы квадратов гауссовских коррелированных случайных величин.

В задачах радиопеленгации и теории сверхразрешения в качестве решающей статистики рассматривается значение глобального максимума пеленгационного рельефа – решающей функции от направлений прихода радиоволн. В работах [5–7] показано, что данная величина также представима в виде квадратичной формы, построенной на гауссовских случайных величинах. Решающая статистика аналогичного вида рассматривается в задачах [8–10] исследования каналов с многоантенными системами на приемной и передающей сторонах (MIMO-каналы).

Одним из эффективных математических методов получения аналитического представления закона распределения случайной величины является использование аппарата характеристических функций (ХФ) – Фурье-образа плотности распределения вероятности [11]. Известно, что произведению характеристических функций соответствует свертка их плотностей вероятности, которая зачастую является многокомпонентной. Вычисление соответствующего интеграла связано с определенными математическими трудностями. Они преодолеваются различными методами, при использовании которых параметры закона распределения зачастую вычисляются с ошибкой, как, например, при аппроксимации исходной ХФ в соответствии с основными положениями теории кумулянтного анализа [12]. В этом случае величина ошибки при вычислении параметров закона распределения определяется степенью адекватности данного приближения (например, гауссовского) исходной ХФ. Численные методы анализа и методы статистических испытаний Монте-Карло позволяют вычислить параметры закона распределения лишь при фиксирован-

ном значении вектора параметров исходной ХФ и требуют значительных вычислительных и временных затрат на реализацию.

Решающая статистика обнаружения, рассматриваемая в работах [1–10], в некоторых частных случаях представима в виде суммы независимых случайных величин, имеющих гамма-распределение. В этом случае ХФ статистики представима в виде произведения ХФ гамма-распределения с различными параметрами. Однако для получения точного замкнутого аналитического представления Фурье-образа ХФ данной структуры необходимо разработать соответствующий подход.

Целью настоящей работы является разработка алгоритма получения замкнутого аналитического представления плотности вероятности решающей статистики, имеющей гипер-гамма-распределение.

Постановка задачи

Характеристическая функция гипер-гамма-распределения имеет вид

$$\Theta(j\eta)=\prod_{i=1}^{M}(1-j\eta\lambda_i)^{K_i}, \qquad (1)$$

где $\lambda_i>0$, $K_i>0$ – параметры распределения, $i=\overline{1,M}$.

Найдем плотность распределения вероятности, соответствующую данной ХФ. Для этого рассмотрим функцию $S(x)$ вида

$$S(x)=\prod_{i=1}^{M}(1-x\lambda_i)^{K_i}=\prod_{i=1}^{M}\lambda_i^{-K_i}\left(\frac{1}{\lambda_i}-x\right)^{K_i}. \qquad (2)$$

Введем в рассмотрение коэффициенты $\Omega_{i,m}$ и $\Psi_{i,m}$ для всех $i=\overline{1,M}$, $m=\overline{1,\max\limits_i(K_i)}$ следующим образом:

$$\prod_{i=1}^{M}(1-x\lambda_i)^{-K_i}=\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=1}^{K_i}\frac{\Omega_{i,m}}{(1-x\lambda_i)^m}, \qquad (3)$$

$$\prod_{i=1}^{M}(x-\Lambda_i)^{-K_i}=\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=1}^{K_i}\frac{\Psi_{i,m}}{(x-\Lambda_i)^m}, \qquad (4)$$

где введено обозначение $\Lambda_i=\lambda_i^{-1}$.

Нетрудно убедиться, что введенные коэффициенты связаны следующим соотношением

$$\Omega_{i,m}=\left[(-\lambda_i)^{-m}\prod_{\substack{p=1\\p\neq i}}^{M}\lambda_p^{-K_p}\right]\Psi_{i,m},$$

или

$$\Omega_{i,K_i-N}=\left[(-\lambda_i)^{K_i-N}\prod_{\substack{p=1\\p\neq i}}^{M}\lambda_p^{-K_p}\right]\Psi_{i,K_i-N}, \qquad (5)$$

где $N=\overline{0,K_i-1}$ при каждом фиксированном i.

Для удобства последующих выкладок введем функции

$$\rho_i(x)=\prod_{\substack{p=1\\p\neq i}}^{M}(x-\Lambda_p)^{K_p},\ i=\overline{1,M}, \qquad (6)$$

для которых при всех Λ_i и $k=\overline{1,M}$ справедливо следующее:

$$\begin{cases}\rho_i(\Lambda_k)=0, k\neq i;\\ \rho_i(\Lambda_k)\neq 0, k=i.\end{cases} \qquad (7)$$

Равенство (4) соблюдается лишь в том случае, когда равны числители его обеих частей, т.е. выполняется

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=0}^{K_i}\Psi_{i,m}(x-\Lambda_i)^{-m}\prod_{\substack{p=1\\p\neq i}}^{M}(x-\Lambda_p)^{K_p}=1,$$

или, с учетом (6),

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=0}^{K_i}\Psi_{i,m}(x-\Lambda_i)^{K_i-m}\rho_i(x)=1. \qquad (8)$$

Учтем, что равенство (7) должно выполняться при любых значениях аргумента x, в частности при $x=\Lambda_k$, $k\in\overline{1,M}$, и тогда

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=0}^{K_i}\Psi_{i,m}(\Lambda_k-\Lambda_i)^{K_i-m}\rho_i(\Lambda_k)=1. \qquad (9)$$

Согласно (7) в последнем равенстве отличными от нуля являются слагаемые при значении индекса суммирования $m=K_k$ и $i=k$:

$$\Psi_{k,K_k}\rho_k(\Lambda_k)=1,$$

или

$$\Psi_{k,K_k}=1/\rho_k(\Lambda_k),\ k\in\overline{1,M}. \qquad (10)$$

Это первое из уравнений системы для нахождения коэффициентов $\Psi_{i,m}$ при $m = K_i$, $i = \overline{1,M}$.

Далее продифференцируем один раз обе части (8) по аргументу x. В результате получим

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=0}^{K_i}\Psi_{i,m}\left(K_i-m\right)\left(x-\Lambda_i\right)^{K_i-m-1}\rho_i\left(x\right)+$$

$$+\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=0}^{K_i}\Psi_{i,m}\left(x-\Lambda_i\right)^{K_i-m}\rho_i^{(1)}\left(x\right)=0, \quad (11)$$

где $\rho_i^{(g)}\left(x\right)\equiv\dfrac{d^g\rho\left(x\right)}{dx^g}$. Аналогично (8) равенство (11) должно соблюдаться при любых значениях аргумента x, в частности, при $x=\Lambda_h$ (11) примет вид

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=0}^{K_i}\Psi_{i,m}\left(K_i-m\right)\left(\Lambda_k-\Lambda_i\right)^{K_i-m-1}\rho_i\left(\Lambda_k\right)+$$

$$+\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=0}^{K_i}\Psi_{i,m}\left(\Lambda_k-\Lambda_i\right)^{K_i-m}\rho_i^{(1)}\left(\Lambda_k\right)=0, \quad (12)$$

или

$$\Psi_{k,K_k-1}\rho_k\left(\Lambda_k\right)+\Psi_{k,K_k}\rho_k^{(1)}\left(\Lambda_k\right)=0. \quad (13)$$

Это второе уравнение системы для нахождения коэффициентов $\Psi_{i,m}$ для всех $m=K_i-1$.

Дифференцируя дважды (8) и рассматривая тождество при фиксированном i в точке $x=\Lambda_k$, получим

$$\sum_{i=1}^{M}2!\Psi_{i,K_i-2}\rho_i^{(0)}\left(\Lambda_k\right)+2\cdot\left(1!\right)\sum_{i=1}^{M}\Psi_{i,K_i-1}\rho_i^{(1)}\left(\Lambda_k\right)+$$

$$+0!\sum_{i=1}^{M}\Psi_{i,K_i}\rho_i^{(2)}\left(\Lambda_k\right)=0. \quad (14)$$

Таким образом, дифференцируя Y раз обе части (8) и проводя аналогичные преобразования, нетрудно получить уравнение

$$\sum_{n=0}^{\mathrm{Y}}C_{\mathrm{Y}}^{n}\left(n!\right)\Psi_{k,K_k-n}\rho_k^{(\mathrm{Y}-n)}\left(\Lambda_k\right)=0, \quad (15)$$

где C_{Y}^{n} – биномиальный коэффициент [13].

При значении параметра $Y=K_i-1$ мы получим последнее уравнение системы для нахождения коэффициентов $\Psi_{i,m}$ при $m=1$, т.е. $\Psi_{i,1}$ для всех $i=\overline{1,M}$.

Рассмотренный алгоритм позволяет вычислить значения коэффициентов $\Psi_{i,m}$ для каждого $i=\overline{1,M}$ в следующем порядке:

$$\Psi_{i,K_i}\to\Psi_{i,K_i-1}\to\Psi_{i,K_i-2}\to\ldots\to\Psi_{i,1}. \quad (16)$$

С учетом (10) и (15) итерационный алгоритм для каждого $i=\overline{1,M}$ имеет вид

$$\Psi_{i,K_i-\mathrm{Y}}=$$

$$=\frac{-1}{\mathrm{Y}!\rho_i(\Lambda_i)}\left[\sum_{r=0}^{\mathrm{Y}-1}(\mathrm{Y}-r-1)_r\Psi_{i,K_i-r}\rho_i^{(\mathrm{Y}-r)}(\Lambda_i)\right],$$

$$\Psi_{i,K_i}=1/\rho_i\left(\Lambda_i\right), \quad (17)$$

где $\mathrm{Y}=1,\ldots K_i-1$, $\rho_i(x)=\prod_{\substack{r=1\\r\neq i}}^{M}\left(x-\Lambda_r\right)^{K_r}$, $\left(a\right)_k=$

$=\Gamma\left(a+k\right)/\Gamma\left(a\right)$ – символ Похгаммера [13].

При этом коэффициенты разложения $\Omega_{i,m}$ имеют вид

$$\Omega_{i,K_i-\mathrm{Y}}=\left[\left(-\lambda_i\right)^{K_i-\mathrm{Y}}\prod_{\substack{p=1\\p\neq i}}^{M}\lambda_p^{-K_p}\right]\Psi_{i,K_i-\mathrm{Y}}. \quad (18)$$

Таким образом, ХФ (1) представима в следующем виде:

$$\Theta\left(j\eta\right)=\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=1}^{K_i}\frac{\Omega_{i,m}}{\left(1-j\eta\lambda_i\right)^m}=$$

$$=\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=1}^{K_i}\Omega_{i,m}\cdot\Theta_\gamma\left(j\eta\middle|\lambda_i,m\right), \quad (19)$$

где $\Theta_\gamma\left(j\eta\middle|\lambda_i,m\right)$ – ХФ гамма-распределения с параметрами λ_i и m [13].

Следовательно, плотность вероятности, соответствующая ХФ (19), имеет следующее точное замкнутое аналитическое представление:

$$W\left(x\right)=\sum_{i=1}^{M}\sum_{m=1}^{K_i}\Omega_{i,m}\cdot W_\gamma\left(x\middle|\lambda_i,m\right), \quad (20)$$

где $W_\gamma\left(x\middle|\lambda_i,m\right)$ – одномерная плотность вероятности гамма-распределения [13]. Так как в правой части (20) стоит взвешенная сумма плотностей вероятности гамма-распределения, то

плотность вероятности (20) соответствует полигамма-распределению.

Рассмотрение частных случаев

В различных радиотехнических приложениях рассматривается несингулярная положительно определенная квадратичная форма Ξ от компонент гауссовского вектора $\dot{\mathbf{X}}$ следующего вида [14]:

$$\Xi = \sum_{r=1}^{R} \dot{\mathbf{X}}_r^H \dot{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{X}}_r . \qquad (21)$$

Здесь $\dot{\mathbf{M}}$ – произвольная несингулярная эрмитова комплексная матрица размера $N \times N$ квадратичной формы; $\dot{\mathbf{X}}_r$ – N-мерный комплексный вектор, компоненты которого являются статистически зависимыми комплексными гауссовскими случайными величинами, совместная плотность распределения вероятностей которых имеет вид

$$W\left(\dot{\mathbf{X}}_r\right) = \frac{1}{\pi^N \det \mathbf{K}} \times$$

$$\times \exp\left[-\left(\dot{\mathbf{X}}_r - \dot{\mathbf{S}}_r\right)^H \dot{\mathbf{K}}^{-1} \left(\dot{\mathbf{X}}_r - \dot{\mathbf{S}}_r\right) \right], \qquad (22)$$

$\dot{\mathbf{S}}_r = \left\langle \dot{\mathbf{X}}_r \right\rangle$ – среднее значение вектора $\dot{\mathbf{X}}_r$; $\dot{\mathbf{K}} = \left\langle \dot{\mathbf{X}}_r \dot{\mathbf{X}}_r^H \right\rangle - \dot{\mathbf{S}}_r \dot{\mathbf{S}}_r^H$ – несингулярная одинаковая для всех векторов $\dot{\mathbf{X}}_r$ матрица ковариации их компонент; $r = \overline{1, R}$; $\det \mathbf{K}$ – определитель матрицы $\mathbf{K}$.

В предположении центрированности векторов $\dot{\mathbf{X}}_r$ ($\dot{\mathbf{S}}_r = 0$) ХФ величины Ξ имеет вид [14]

$$\Theta_{\Xi}(j\eta) = \left[\det\left(\mathbf{I} - j\eta \dot{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{K}}\right) \right]^{-R}, \qquad (23)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица размера $N \times N$.

Используя аппарат спектрального разложения матрицы $\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{K}}$ в ряд по собственным значениям и собственным векторам, ХФ можно записать как

$$\Theta_{\Xi}(j\eta) = \left[\det\left(\mathbf{I} - j\eta \dot{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{K}}\right) \right]^{-R} =$$

$$= \prod_{d=1}^{D} \left(1 - j\eta \nu_d\right)^{-R}, \qquad (24)$$

где ν_d – дискретный спектр собственных значений матрицы $\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{K}}$, D – ранг матрицы $\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{K}}$.

С учетом (20)–(21), плотность вероятности, соответствующую ХФ (24), запишем как

$$W(x) = \sum_{d=1}^{D} \sum_{r=1}^{R} \alpha_{d,r} W_{\gamma}\left(x \middle| \nu_d, r\right), \qquad (25)$$

где коэффициенты разложения

$$\alpha_{d,R-\mathrm{Y}} = \left[\left(-\nu_d\right)^{R-\mathrm{Y}} \prod_{p \neq d} \nu_p^{-R} \right] \beta_{d,R-\mathrm{Y}}, \qquad (26)$$

$$\beta_{d,R-\mathrm{Y}} = \frac{-1}{\mathrm{Y}! \rho_d\left(\nu_d^{-1}\right)} \times$$

$$\times \left[\sum_{r=0}^{\mathrm{Y}-1} (\mathrm{Y} - r - 1)_r \beta_{d,R-r} \rho_d^{(\mathrm{Y}-r)}\left(\nu_d^{-1}\right) \right],$$

$$\beta_{d,R} = \frac{1}{\rho_d\left(\nu_d^{-1}\right)} = \prod_{m \neq r} \left(\frac{\nu_m - \nu_d}{\nu_m \nu_d} \right)^R =$$

$$= \nu_d^{-R} \prod_{m \neq r} \left(1 - \frac{\nu_d}{\nu_m}\right)^R,$$

$Y = 1, \ldots R-1$, $\rho_d(x) = \prod_{m \neq d} \left(x - \nu_m^{-1}\right)^R$.

В том случае, когда $R = 1$, правая часть (24) представляет собой выражение для последетекторного ОСШ в SIMO-канале [8, 9] в случае одной передающей и N приемных антенн при наличии рэлеевских замираний сигнала:

$$\Theta_{\Xi}(j\eta) = \left[\det\left(\mathbf{I} - j\eta q \boldsymbol{\Phi}\right) \right]^{-1}, \qquad (27)$$

где q – среднее значение ОСШ в каналах; $\boldsymbol{\Phi}$ – корреляционная матрица случайных канальных коэффициентов системы [8]. Также выражение (27) представляет собой ХФ последетекторного ОСШ в MIMO-канале с замираниями в отсутствие луча прямой видимости [8].

Тогда плотность вероятности (25) примет вид

$$W(x) = \sum_{d=1}^{D} \varepsilon_d W_{\gamma}\left(x \middle| q\phi_d, 1\right),$$

$$\varepsilon_d = q^{D-1} \prod_{p \neq d} \left(\phi_p - \phi_d\right), \; D = \mathrm{rank}(\boldsymbol{\Phi}), \qquad (28)$$

где ϕ_d – дискретный спектр матрицы $\boldsymbol{\Phi}$.

Выводы

Выражения (17)–(18) позволяют вычислить коэффициенты точного разложения характеристической функции гипер-гамма-распределения в ви-

де суммы простых дробей. Плотность вероятности (20) соответствует поли-гамма-распределению. Разработанный подход позволяет получать точные замкнутые аналитические представления функций распределения решающих статистик алгоритмов обнаружения радиосигналов в различных радиотехнических приложениях.

Литература

1. *Urkowitz H.* Energy Detection of Unknown Deterministic signals // Proc. IEEE. – 1967. – V. 55. – Pp. 523–531.

2. *Костылев В.И., Сличенко М.П.* Адаптивное энергетическое обнаружение квазидетерминированных радиосигналов на фоне негауссовского шума // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56, № 6. – С. 698–704.

3. *Костылев В.И., Сличенко М.П.* Энергетическое обнаружение радиосигналов на фоне негауссовского шума неизвестной интенсивности // Известия вузов. Радиофизика. – 2009. – Т. 52, №11. – С. 910–920.

4. *Костылев В.И., Сличенко М.П.* Энергетическое обнаружение частично поляризованных радиосигналов на фоне гауссовского шума // Известия вузов. Радиофизика. – 2010. – Т. 53, № 12. – С. 803–814.

5. *Krim H., Viberg M.* Two Decades of Array Signal Processing Research // IEEE Signal Processing Magaz. – 1996. – V. 13, № 4. – P. 67–94.

6. *Дмитриев И.С., Сличенко М.П.* Максимально правдоподобное обнаружение и оценивание направления прихода и амплитуды напряженности радиоволны с помощью многоканального радиопеленгатора с антенной системой произвольной конфигурации // Антенны. – 2011. – № 5. – С. 59–64.

7. *Артемов М.Л. Афанасьев О.В., Дмитриев И.С., Сличенко М.П.* Особенности функционирования максимально правдоподобного алгоритма обнаружения и оценивания параметров плоской монохроматической радиоволны в условиях сложной помеховой обстановки // Радиотехника. – 2013. – № 3. – С. 62–68.

8. *Ксендзов А.В.* Границы вероятности ошибки приема сигнала с двоичной фазовой манипуляцией в MIMO канале с коррелированными замираниями // Вестн. Рязанского гос. радиотехнического ун-та. – 2010. – № 31. – С. 20–28.

9. *Luo J., Zeidler J.R., McLaughlin S.* Performance Analysis of Compact Antenna Arrays with Maximal Ratio Combining in Correlated Nakagami Fading Channels // IEEE Trans. – 2001. – V.VT-50, № 1. – Pp. 267–277.

10. *Yang C., Bi G., Leyman A.* MRC receiver performance with MQAM in correlated Ricean fading channels // Statistical Signal Processing. – 2001. – Pp. 210–212.

11. *Рамачандран Б.* Теория характеристических функций. – М.: Наука, 1975.

12. *Малахов А.Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразования. – М. : Советское радио, 1978. – 377 с.

13. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И.М. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 832 с.

14. *Сличенко М.П.* Характеристическая функция квадратичной формы, образованной комплексными коррелированными гауссовскими величинами // Радиотехника и электроника. – 2014. – Т. 59, № 5. – С. 473–481.

Статья поступила в редакцию 3 мая 2014 г.

Адрес редакции:

394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, 14
ОАО «Концерн «Созвездие»,
редакция журнала «Теория и техника радиосвязи»
Тел. (473) 259-37-05
Факс: (473) 235-50-88
E-mail: office@sozvezdie.su