ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 2/2013

Воронеж 2013

Главный редактор
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель
докт. техн. наук, проф., чл.-кор. РАН
В.И. БОРИСОВ

Зам. председателя
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

докт. физ.-мат. наук, проф.
Э.К. АЛГАЗИНОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
А.С. БАГДАСАРЯН (г. Москва)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
А.С. БУГАЕВ (г. Москва)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.И. КУЗНЕЦОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, с.н.с.
И.И. МАЛЫШЕВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф.
Ю.Б. НЕЧАЕВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.Н. ПОВЕТКО (г. Воронеж)
докт. техн. наук, доцент
А.Ю. САВИНКОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Ю.С. СУХОРУКОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.М. ТИХОМИРОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.Н. ТОЛСТЫХ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.А. ЦИМБАЛ (г. Серпухов)
докт. техн. наук, проф.
А.П. ЯРЫГИН (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
А.С. СИГОВ (г. Москва)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издаётся с 1966 года.

Выходит 4 раза в год.

В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов ОАО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки методов совмещения телекоммуникационных, измерительных и управляющих систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 05.12.00 «Радиотехника и связь» и смежным специальностям группы 05.13.00 «Информатика, вычислительная техника и управление».

Журнал входит в Перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ
для опубликования основных результатов диссертаций
на соискание учёной степени доктора и кандидата наук.

Учредитель и издатель:

ОАО «Концерн «Созвездие»

Издание зарегистрировано
в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-36740 от 1 июля 2009 г.

Подписной индекс
по Каталогу российской прессы
«Почта России» – 72972

Сайт в Интернете:
www.sozvezdie.su

Набор и верстка компьютерные
Формат 60×88 ⅛ Уч.-изд. л. – 11,5
Тираж 200 экз. Заказ № 70
Подписано в печать 16.05.2013 г.

© ОАО «Концерн «Созвездие», 2013

С О Д Е Р Ж А Н И Е

№ 2, 2013

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАДИОСВЯЗИ

Оценка помехоустойчивости обнаружителя сверхширокополосных сигналов при воздействии сверхкоротких импульсных помех
М.Е. Жилина, В.Н. Ледовской, В.П. Пустовит ……. 5

Быстрый алгоритм формирования дискретных последовательностей Слепяна
А.Е. Лимарев …… 11

Повышение точности местоопределения мобильного объекта радиосвязи путем обработки данных спутниковой радионавигационной системы
В.И. Сучилин, В.П. Васильев …….. 17

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

Эффективность воздействия сверхкоротких высокочастотных импульсов на РЭС с узкополосными сигналами
А.В. Бубеньщиков, А.И. Дорощук, В.Н. Ледовской, В.П. Пустовит …… 23

Повышение времени жизни кластера в мобильной беспроводной сенсорной сети
С.Н. Жарков ……. 27

Рамочная антенна в режиме передачи
П.А. Мозговой …… 38

Математическая модель оценки помехоустойчивости системы слежения за частотой аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем, использующей сигналы BPSK
В.В. Неровный …… 46

Математическая модель оценки помехоустойчивости системы ФАПЧ аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем, использующей сигналы BPSK
В.В. Неровный, А.В. Коровин, А.А. Новиков ……... 51

Ускорение перестройки широкодиапазонных синтезаторов с фазовой автоподстройкой частоты переключением источников тока частотно-фазового детектора
С.К. Романов, Н.М. Тихомиров, А.В. Леньшин, В.Н. Тихомиров …… 56

Борьба с искажениями корреляционной функции широкополосного сигнала
С.А. Чупеев …… 66

РАЗНОЕ

К вопросу о выборе методов ранжирования частных критериев в условиях неопределенности
Д.В. Бут, В.А. Васильев, А.И. Немчинов…….. 78

Математическая модель сервиса интеграции программных компонент процессно-ориентированных систем управления оператора связи
В.П. Мочалов, Н.Ю. Братченко, Э.И. Ямбулатов……. 83

Об использовании теории функций комплексного переменного для локализации областей при сохранении видеоизображения
А.И. Недошивина…… 89

Обнаружение и оценивание момента разладки неоднородных процессов рождения
В.И. Парфенов, В.С. Кириллов…… 94

Искусственные нейронные сети с гистерезисной функцией активации
А.М. Соловьев, М.Е. Семенов, М.Ю. Мишин, Е.Г. Кабулова…….. 102

СТРАНИЦА ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

К 100-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники С.С. Багдасаряна…… 111

УДК 621.396.621; 621.391.82

ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ОБНАРУЖИТЕЛЯ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СВЕРХКОРОТКИХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

М.Е. Жилина, научный сотрудник
В.Н. Ледовской, ст. научный сотрудник
ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», тел.: (473) 259-71-05

В.П. Пустовит, вед. научный сотрудник, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: vpetrp@yandex.ru

Анализируются эффекты воздействия сверхкоротких высокочастотных импульсов (СКВИ) на обнаружитель сверхширокополосных (СШП) сигналов. Приводятся аналитические соотношения и результаты определения характеристик обнаружения цифрового обнаружителя с логикой «k из n» при воздействии СКВИ с различными параметрами.

Ключевые слова: *помехоустойчивость, цифровой обнаружитель, характеристики обнаружения, сверхкороткие высокочастотные импульсы, сверхширокополосные сигналы.*

INTERFERENCE IMMUNITY ESTIMATION FOR DETECTING DEVICE OF SUPERBROADBAND SIGNALS AT INFLUENCE OF SUPERSHORT PULSE INTERFERENCES

M.E. Zhilina, staff scientist
V.N. Ledovskoy, senior staff scientist
Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh), tel.: (473) 259-71-05

V.P. Pustovit, leading research engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: vpetrp@yandex.ru

Influence effects of ultrashort high-frequency impulses (USHFI) on ultrabroadband signal (UBS) *detecting device are analyzed. Analytical relationship and detection characteristic definition results of digital detecting device with «k from n» logic under the influence of USHFI-impulses with different parameters.*

Key words: *interference immunity, digital detecting device, detection characteristics, ultrashort high-frequency impulses, ultrabroadband signals.*

Одним из перспективных направлений развития радиосвязи и радиолокации является использование сверхширокополосных сигналов, позволяющих существенно повысить качество решения функциональных задач [1, 2]: существенно увеличить пропускную способность и скорость передачи данных в линиях радиосвязи, обеспечить высокую точность определения дальности до целей, повысить помехозащищенность от преднамеренных помех и др. Однако в последнее время активно развивается направление, связанное с созданием средств радиоэлектронного подавления на основе генерации сверхкоротких импульсов [3]. Обладая широким спектром, они могут использоваться для подавления РЭС, использующих СШП, а также РЭС, работающих в общей широкой полосе частот (РЛС с быстрой перестройкой частоты, РЭС связи с ППРЧ и т.п.). Учитывая то обстоятельство, что по ширине спектра СКВИ эквивалентны СШП сигналам, следует ожидать существенный эффект от их воздействия на обнаружители СШП сигналов.

Целью данной статьи является определение помехоустойчивости обнаружителей СШП сигналов при воздействии СКВИ, а также сравнение их по эффективности с шумовыми помехами.

Известно, что при значениях $\frac{\Delta F_{\text{с}}}{f_0} \approx 0,25$ (отношение ширины спектра сигнала $\Delta F_{\text{с}}$ к центральной частоте f_0) форма отраженных от «блестящих» точек парциальных сигналов не отличается от формы зондирующих сигналов [1, 2]. Основной особенностью обработки СШП сигналов является распределенность энергии по M ячейкам дальности (M – число «блестящих» точек цели). Основные закономерности влияния на обнаружение СШП сигнала «многоточечной» цели рассмотрены в [1]. В частности, показана возможность существенного выигрыша в отношении сигнал–шум при обнаружении целей, со-

стоящих из многих разрешаемых «блестящих» точек, по сравнению с традиционными узкополосными сигналами. В случае одноточечных целей отраженный СШП сигнал локализуется в одной ячейке (элементе) дальности, определяемой шириной спектра $\Delta F_{\text{с}}$. В интересах более четкого выявления эффектов воздействия СКВИ на РЛС с СШП сигналом в дальнейшем рассматривается одноточечная цель.

Полагаем, что ширина спектров сигнала и помехи одинакова и центральные частоты совпадают (максимальный эффект воздействия), а мощность помех СКВИ ограничивается только динамическим диапазоном. Динамический диапазон радиолокационных приемников с увеличением полосы пропускания УПЧ снижается [4]. При полосе частот $\Delta F_{\text{с}} = 10^2 \div 10^3$ МГц динамический диапазон УВЧ на ЛБВ составляет 60÷70 дБ. Это означает, что мощность помехового импульса не может превышать уровень собственных шумов приемника более чем на 60÷70 дБ. Данный уровень при типовом значении коэффициента шума $K_{\text{ш}} = 4$ дБ и $\Delta F_{\text{с}} = 10^3$ МГц составляет 10^{-11} Вт, а максимальная мощность импульсной помехи $P_{\text{п}} = 10^{-5}$ Вт. Минимальная мощность полезного сигнала $P_{\text{с}}$, соответствующая обнаружению на максимальной дальности, при пороговом отношении сигнал–шум равном 15 дБ составляет $3 \cdot 10^{-10}$ Вт, то есть на 45 дБ меньше мощности помехи. При обнаружении цели на дальности, составляющей 20% от максимальной, мощность полезного сигнала увеличивается на ~28 дБ (на ~17 дБ меньше, чем мощность импульсной помехи). Из физических соображений очевидно, что в приведенных условиях обнаружение цели по одноимпульсной пачке на всей дальности действия РЛС (соответствующей беспомеховой обстановке) невозможно, т.к. порог обнаружения для поддержания требуемого уровня ложной тревоги должен быть сравнимым с мощностью импульсной помехи и может превышать мощность полезного сигнала. На практике в РЛС осуществляется цифровая критериальная обработка пачки из n импульсов в соответствии с алгоритмом «k из n». Вероятности ложной тревоги $F_{\text{лт}}$ и правильного обнаружения Д вычисляются в соответствии с выражениями

$$F_{\text{лт}} = \sum_{k=k_0}^{n} C_n^k p_0^k \left(1 - p_0\right)^{n-k}, \qquad (1)$$

$$\text{Д} = \sum_{k=k_0}^{n} C_n^k p_1^k \left(1 - p_1\right)^{n-k}, \qquad (2)$$

где p_0 – вероятность превышения порога квантования выбросами шума;

p_1 – вероятность превышения порога квантования выбросами смеси сигнал+шум;

k_0 – цифровой порог.

Вероятность p_0 определяется из соотношения (1) при допустимой вероятности ложной тревоги $F_{\text{лт доп}}$ и заданных значениях порога k_0 и числа n импульсов в пачке.

Воздействие импульсных помех приводит к увеличению ложной тревоги при пороге квантования, установленном по собственному шуму. Оценим величину этого увеличения.

Пусть максимальная дальность обнаружения составляет $R_{\max}$. При разрешающей способности по дальности ΔR в одном периоде повторения просматривается η элементов дальности:

$$\eta = \frac{R_{\max}}{\Delta R}. \qquad (3)$$

Если допустима одна ложная тревога за период обзора, то при ширине диаграммы направленности в азимутальной плоскости ϕ допустимая вероятность ложной тревоги равна

$$F_{\text{лт доп}} = \frac{1}{\eta 360}\phi. \qquad (4)$$

Вероятность p_0 означает, что при наличии только собственного шума число превышений порога квантования за один период повторения зондирующих импульсов составит

$$l = p_0 \eta = p_0 \frac{R_{\max}}{\Delta R}. \qquad (5)$$

При сделанном выше допущении $P_{\text{п}} >> P_{\text{сш}}$ ($P_{\text{сш}}$ – мощность собственного шума приемника) все импульсы помехи превысят порог квантования, что приведет к увеличению вероятности ложной тревоги. Количество импульсов помех за период повторения составит

$$l' = F_{\text{п}} T_{\text{п}}, \qquad (6)$$

где $F_{\text{п}}$ – частота повторения потока СКВИ;

$T_{\text{п}} = \dfrac{2R_{\max}}{c}$ – период повторения зондирующих импульсов РЛС; c – скорость света.

Суммарное число выбросов шума и помех СКВИ $l + l' = p_0 \dfrac{R_{\max}}{\Delta R} + F_{\text{п}} \dfrac{2 \cdot R_{\max}}{c}$, вероятность превышения ими порога квантования

$$p_0' = \frac{p_0 \cdot \frac{R_{\max}}{\Delta R} + F_{\text{п}} \cdot \frac{2 \cdot R_{\max}}{c}}{\frac{R_{\max}}{\Delta R}} = p_0 + \frac{F_{\text{п}} \cdot 2\Delta R}{c}, \quad (7)$$

а отношение вероятностей, обусловленных шумом+СКВИ и только шумом,

$$\xi = \frac{p_0'}{p_0} = 1 + \frac{F_{\text{п}} \cdot 2\Delta R}{p_0 \cdot c}. \quad (8)$$

Проведем оценку величин ξ и $F_{\text{лт}}$ при воздействии СКВИ на типовой обнаружитель с алгоритмом «5 из 10». Примем $R_{\max} = 150$ км, $\Delta R = 1{,}5$ м, $\phi = 1°$.

В соответствии с (4) $F_{\text{лт доп}} = \frac{1}{10^5 \times 360} = 2{,}8 \times 10^{-8}$, тогда $p_0 = 10^{-2}$. За период повторения зондирующих импульсов РЛС число превышений порога квантования в беспомеховой обстановке составит $l = p_0 \cdot \eta = 10^{-2} \times 10^5 = 10^3$. Воздействие потока СКВИ приводит к возрастанию числа импульсов, превысивших порог на $l' = F_{\text{п}} \cdot \frac{2 \cdot R_{\max}}{c} = F_{\text{п}} \cdot 10^{-3}$.

Отношение вероятностей определяется как $\xi = 1 + \frac{2F_{\text{п}} \cdot \Delta R}{c \cdot p_0} = 1 + F_{\text{п}} \cdot 10^{-6}$.

В таблице приведены значения ξ в зависимости от частоты повторения импульсов потока СКВИ.

Таблица

Отношение вероятностей превышения порога квантования при воздействии импульсных помех и в беспомеховой обстановке

F_n	10^4	5×10^4	10^5	5×10^5	10^6	5×10^6
ξ	1,01	1,05	1,1	1,5	2	6,5

Расчеты $F_{\text{лт}}$ по соотношению (1) показали, что при увеличении частоты повторения импульсной помехи от 10^4 до 5×10^6 Гц вероятность ложной тревоги возрастает на четыре порядка, до $\sim 10^{-4}$, что исключает нормальное функционирование РЛС вследствие большого количества ложных обнаружений.

Рассмотрим возможность обеспечения вероятности ложной тревоги на требуемом уровне (соответствующем беспомеховой обстановке). Чтобы вероятность $F_{\text{лт}}$ не изменялась при действии СКВИ, порог квантования должен быть увеличен таким образом, чтобы суммарное число выбросов шума и импульсной помехи за период повторения зондирующих импульсов было равно числу выбросов шума при первоначальном пороге (в отсутствие помехи).

При этом новое значение p_0' по собственному шуму

$$p_0' = \frac{p_0 \cdot \eta - l'}{\eta} = p_0 - \frac{l'}{\eta} = p_0 - \frac{2F_{\text{п}} \cdot \Delta R}{c}. \quad (9)$$

Из соотношения (9) следует, что выбросы импульсной помехи могут быть скомпенсированы за счет уменьшения количества выбросов шума до предельных значений частоты повторения, определяемых из выражения

$$F_{\text{п.пр}} \le \frac{cp_0}{2\Delta R}. \quad (10)$$

Равенство в (10) означает, что новый пороговый уровень обеспечивает полное исключение выбросов шума, а количество выбросов импульсных помех равно числу выбросов шума при первоначальном пороге (в отсутствие помехи). Очевидно, что увеличение $F_{\text{п}}$ сверх предельных значений $F_{\text{п.пр}}$ не может быть скомпенсировано дальнейшим увеличением порогового уровня. Поскольку предполагалось, что $P_{\text{п}} >> P_{\text{с}}$ и $P_{\text{п}} >> P_{\text{сш}}$, поддержание $F_{\text{лт}} = const$ и обнаружение сигнала становится невозможным.

Таким образом, РЛС может функционировать с заданной вероятностью ложной тревоги при воздействии СКВИ с частотой повторения в диапазоне до $F_{\text{п.пр}}$. При этом, с ростом $F_{\text{п}}$ возрастают потери в пороговом сигнале обнаружения вследствие увеличения порога квантования. Проведем оценку этих потерь.

Характеристики обнаружения при цифровой критериальной обработке пачки импульсов определяются в соответствии с выражениями (1), (2). Для вычисления вероятностей p_0 и p_1 с учетом результатов [5] можно получить соотношения

$$p_0 = (1 - p_s) \cdot \exp\left\{-\frac{V_0^2}{2}\right\} + p_s \cdot \exp\left\{-\frac{V_0^2}{2(1+Q^2)}\right\}; \quad (11)$$

$$p_1 = (1 - p_s) \cdot \exp\left\{-\frac{V_0^2}{2(1+q^2)}\right\} + p_s \cdot \exp\left\{-\frac{V_0^2}{2(1+q^2+Q^2)}\right\}, \quad (12)$$

где V_0 – пороговый уровень квантования;

q^2 – отношение мощности сигнала к мощности шума;

Q^2 – отношение мощности импульсной помехи к мощности шума;

p_s – вероятность совпадения импульса помехи с элементом дальности обнаружителя.

Порядок расчетов следующий:

1. Для заданных параметров обработки n, k_0 и требуемой величины вероятности ложной тревоги $F_{\text{лт}}$ из (1) определяется величина p_0.

2. В соответствии с (11) определяется пороговый уровень V_0 для различных значений p_s и Q^2.

3. Определяется значение p_1 (выражение (12)) с учетом $V_0\left(Q^2, p_s\right)$ для заданных значений q^2.

4. Подстановкой $p_1\left(p_s, q^2, Q^2\right)$ в (2) определяется вероятность обнаружения Д при вариации параметров p_s, q^2, Q^2.

Результаты выполненных оценок для обнаружителя с типовой логикой «5 из 10» приведены на рис. 1–3.

На рис. 1 представлены зависимости вероятности обнаружения от отношения сигнал–собственный шум для различных значений частоты повторения СКВИ и отношения помеха–собственный шум $Q^2 \to \infty$. Как следует из анализа зависимостей, при изменении частоты повторения $F_{\text{п}}$ от нуля до 5×10^5 Гц потери в пороговом отношении сигнал–шум для Д = 0,5 составляют менее 1 дБ. При приближении $F_{\text{п}} \to F_{\text{п.пр}} \cong 1{,}03\times10^6$ требуемое значение q^2 резко возрастает до 18 дБ, а соответствующие потери в пороговом отношении сигнал–собственный шум по сравнению с беспомеховой обстановкой составляют $\Delta q^2 = 11$ дБ (рис. 2). Дальнейшее увеличение $F_{\text{п}} > F_{\text{п.пр}}$ приводит к невозможности поддержания $F_{\text{лт}}$ на прежнем уровне. Физически это означает, что при $F_{\text{п.пр}}$ порогом квантования полностью «отсечены» выбросы собственного шума, определяющие вероятность p_0 в беспомеховой обстановке, и замещены выбросами СКВИ. Увеличение выбросов от СКВИ при $F_{\text{п}} > F_{\text{п.пр}}$ порогом квантования при условии $Q^2 \to \infty$ не может быть скомпенсировано.

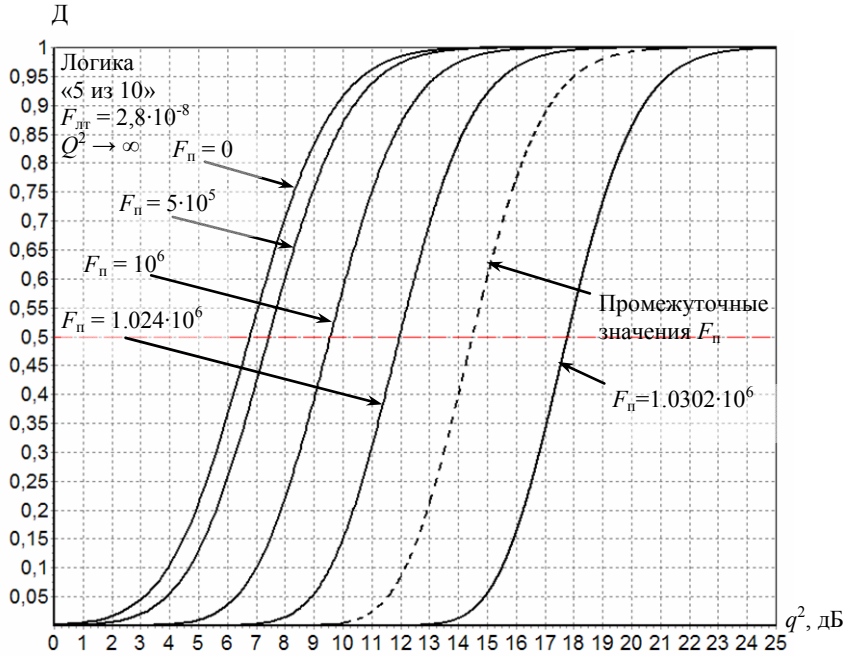


Рис. 1. Зависимость вероятности правильного обнаружения Д от отношения сигнал–собственный шум для различных частот F_n повторения СКВИ

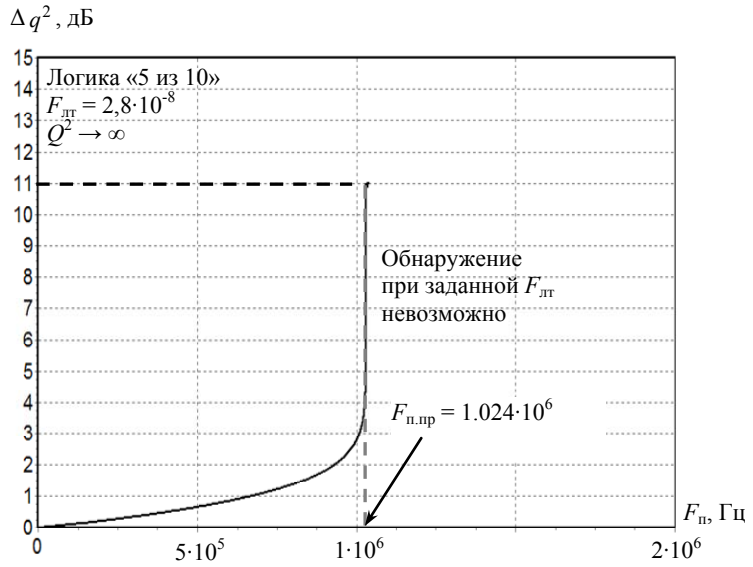


Рис. 2. Потери в пороговом сигнале обнаружения при воздействии СКВИ ($Q^2 \to \infty$)

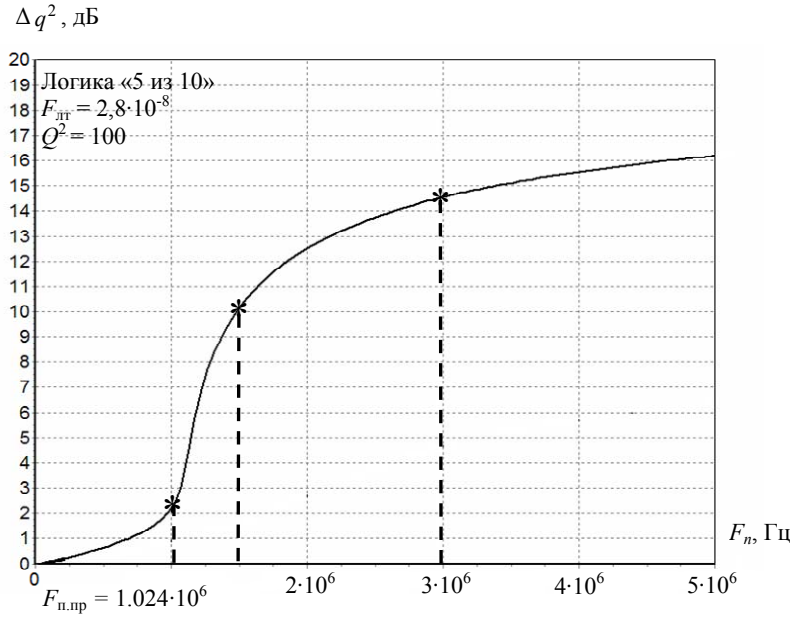


Рис. 3. Потери в пороговом сигнале обнаружения при воздействии СКВИ ($Q^2 = 100$)

В случае ограниченных значений помеха–собственный шум (рис. 3, $Q^2 = 100$) резкое увеличение потерь Δq^2 наблюдается также в районе $F_{\text{п}} = F_{\text{п.пр}}$. Относительно пологий характер скачка объясняется принятым при расчетах релеевским законом распределения амплитуд СКВИ. Величина потерь с ростом $F_{\text{п}}$ асимптотически стремится к значению 20 дБ. Обусловлено это тем, что порог квантования для обеспечения $F_{\text{лт}} = const$ возрастает пропорционально отношению помеха–собственный шум.

Зависимость $\Delta q^2\left(F_{\text{п}}\right)$ на рис. 3 позволяет сравнить эффекты воздействия СКВИ и шумовой помехи при равной средней мощности. Как следует из зависимости на рис. 3, при $F_{\text{п}} = 1{,}5 \times F_{\text{п.пр}}$ величина потерь $\Delta q^2 \approx 10$ дБ. При этом средняя мощность СКВИ $\overline{P} = F_{\text{п}} \cdot \tau_{\text{п}} \cdot P_{\text{имп}} = 1{,}5 \times 10^6 \times 10^{-8} \times 100 \cdot P_{\text{сш}} = 1{,}5 \cdot P_{\text{сш}}$. Шумовая помеха с такой же средней мощностью приводит к потерям в пороговом сигнале $\Delta q^2 = 4$ дБ. Еще бóльшее различие в эффекте воздействия наблю-

дается для частоты $F_{\text{п}} = 3 \cdot F_{\text{п.пр}}$. При этом $\overline{P} = 3 \cdot P_{\text{сш}} \cdot \Delta q^2 = 14{,}5$ дБ, в то время как шумовая помеха с такой же средней мощностью приводит к потерям $\Delta q^2 = 6$ дБ. Сравнение показало, что сверхкороткие импульсные помехи по эффекту воздействия на сверхширокополосный обнаружитель могут превосходить шумовые помехи с равной средней мощностью. Их преимущество при условии $F_{\text{п}} > F_{\text{п.пр}}$ может составлять до 6…8 дБ, что свидетельствует о необходимости поиска технических решений по обеспечению защиты от СКВИ.

Таким образом, проведенные оценки выявили основные закономерности воздействия СКВИ на обнаружитель СШП сигналов. Получено соотношение для определения предельного значения частоты повторения импульсной помехи в зависимости от параметров обнаружителя, при котором поддержание заданного уровня ложной тревоги становится невозможным. Установлен пороговый характер эффекта воздействия СКВИ, состоящий в том, что при приближении частоты повторения к предельному значению происходит скачкообразное увеличение потерь в пороговом сигнале обнаружения. Определена область значений частоты повторения СКВИ, для которой эффект воздействия на 6…8 дБ превышает эффект воздействия шумовой помехи с равной средней мощностью.

Литература:

1. *Имореев И.Я.* Обнаружение СШПС, отраженных от сложных целей / И.Я. Имореев // Радиотехника. – 2003. – № 4.

2. Вопросы перспективной радиолокации / Под ред. А.В. Соколова. – М.: Радиотехника, 2003.

3. Радиоэлектронная борьба. Силовое поражение радиоэлектронных систем / В.Д. Добыкин [и др.]. – М.: Вузовская книга, 2007.

4. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Сколника. – М.: Сов. радио, 1976. – Т. 3.

5. *Дорощук А.И.* Подход к упрощению сложных по структуре совокупного сигнала непреднамеренных помех в групповых ситуациях / А.И. Дорощук, В.Н. Ледовской, В.П. Пустовит // Радиотехника. – 2002. – № 10.

Статья поступила в редакцию 28 января 2013 г.

УДК 621.391

БЫСТРЫЙ АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ СЛЕПЯНА

А.Е. Лимарев, руководитель проекта, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: limarev@sozvezdie.su

Предлагается свести алгоритм формирования последовательностей Слепяна к нахождению решения неоднородных теплицевых систем уравнений меньшей размерности. С применением быстрых алгоритмов решения теплицевых систем (в частности, Левинсона-Дурбина) формируются дискретные последовательности Слепяна.

Ключевые слова: *дискретные последовательности Слепяна, алгоритм Левинсона-Дурбина, теплицевы системы уравнений.*

FAST ALGORITHM FOR GENERATING OF DISCRETE SLEPIAN SEQUENCES

A.E. Limarev, project director, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: limarev@sozvezdie.su

It has been supposed to turn Slepian sequences generating algorithm into heterogeneous Toeplitz system of equationsof smaller dimension. Discrete Slepian sequences are formed with the use of fast solution algorithms of Toeplitz systems(particularly with the use of Levinson-Durbin algorithm).

Keywords: *discrete Slepian sequences, Levinson-Durbin algorithm, Toeplitz equation systems.*

Функции Слепяна, а в дискретном варианте – последовательности, впервые были введены в [1, 2] как функции, обладающие максимальной концентрацией энергии в некотором наперед заданном частотном диапазоне. Последовательности Слепяна получили широкое распространение в качестве оптимальных «окон» при спектральном анализе [3, 4], а также при синтезе цифровых фильтров с высокими избирательными способностями [5]. В вычислительном плане построение таких последовательностей связано с нахождением собственных функций краевой задачи Штурма-Лиувиля для обыкновенных дифференциальных уравнений или с нахождением собственных значений и собственных векторов специально сконструированной симметричной положительно определенной матрицы **B** размерности $M\times M$, где M – число элементов последовательности. При традиционном подходе собственные значения вычисляются методом Ньютона-Рафсона как корни характеристического многочлена

$$\det(\mathbf{B}-\lambda\mathbf{I}_M)=0,$$

а соответствующие им собственные вектора X_i находятся как решение системы уравнений

$$(\mathbf{B}-\lambda_i\mathbf{I}_M)X_i=0 \qquad (i=1,\ldots,M),$$

где λ_i – собственные значения, $\mathbf{I}_M$ – единичная матрица размерности $M\times M$, X_i – вектор-столбец размерности $1\times M$. Количество арифметических операций, необходимых для решения системы уравнений традиционными методами (Гаусса, Якоби, вращения), имеет порядок $O(M^3)$.

Вычислительная сложность универсальных алгоритмов может оказаться недопустимо высокой при перестройке в реальном времени параметров анализатора спектра на основе преобразования Фурье с окнами Слепяна [6, 7] или на основе «гребенки» (банка) фильтров с коэффициентами Слепяна [8]. В связи с этим наиболее актуальна задача оптимизации быстродействия алгоритмов в технологии когнитивного радио.

Целью настоящей работы является разработка быстрого алгоритма формирования последовательностей Слепяна, который по крайней мере в M раз был бы эффективнее существующих.

1. Метод формирования последовательностей

Рассмотрим предлагаемый метод на примере построения трансверсального фильтра с минимальной утечкой энергии за полосу пропускания (фильтр-прототип в банке фильтров [8]).

Пусть трансверсальный фильтр нижних частот (рис. 1) имеет порядок $M=2L+1$, вход и выход фильтра связаны следующими соотношениями: во временной области

$$y(n\tau)=\sum_{k=-L}^{L}a_k\,x[(n-k)\tau], \qquad (1)$$

в частотной области

$$Y(\omega) = H(\omega)\, X(\omega), \qquad (2)$$

где $H(\omega)$ – передаточная функция фильтра-прототипа:

$$H(\omega) = \sum_{k=-L}^{L} a_k\, e^{-jk\omega\tau}, \qquad (3)$$

τ – интервал задержки между соседними отсчетами, a_k – коэффициенты фильтра.

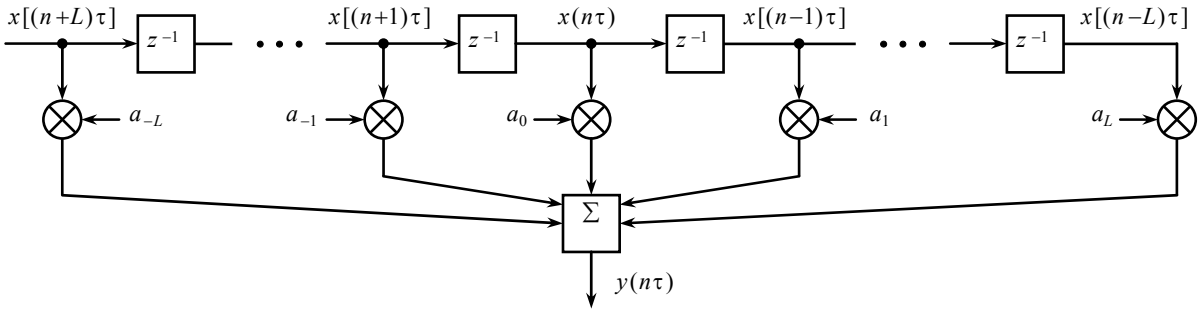


Рис. 1. Блок-схема нерекурсивного фильтра-прототипа

Введем обозначения: $\omega_c = 2\pi f_c$ – круговая частота среза, $\omega_N = 2\pi f_N = \pi/\tau$ – круговая частота Найквиста. Введем коэффициент концентрации передаточной функции фильтра-прототипа в полосе пропускания (что соответствует концентрации энергии при равномерном распределении энергии входного процесса):

$$\beta^2(\omega_c) = \frac{\int_{-\omega_c}^{\omega_c} |H(\omega)|^2\, d\omega}{\int_{-\omega_N}^{\omega_N} |H(\omega)|^2\, d\omega}. \qquad (4)$$

Синтезируем фильтр таким образом, чтобы при заданных M, ω_c и ω_N концентрация передаточной функции была максимальной. Преобразуем интегралы в числителе и знаменателе (4), для чего представим квадрат модуля передаточной функции (3) в следующем виде:

$$|H(\omega)|^2 = H(\omega)\, H^*(\omega) = \sum_{k=-L}^{L} \sum_{i=-L}^{L} a_k a_i\, e^{-j\omega\tau(k-i)} \ge 0. \qquad (5)$$

Учитывая, что

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{-j\omega\tau(k-i)} d\omega = \frac{e^{-j\omega_c\tau(k-i)} - e^{j\omega_c\tau(k-i)}}{-\pi\tau(k-i)} = \begin{cases} \dfrac{\sin[\pi(k-i)\,\omega_c/\omega_N]}{\pi\tau(k-i)}, & i \ne k, \\ \omega_c/\omega_N, & i = k, \end{cases} \qquad (6)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\omega_N}^{\omega_N} e^{-j\omega\tau(k-i)} d\omega = \frac{e^{-j\omega_N\tau(k-i)} - e^{j\omega_N\tau(k-i)}}{-\pi\tau(k-i)} = \begin{cases} \dfrac{\sin\pi(k-i)}{\pi\tau(k-i)} = 0, & i \ne k, \\ 2\omega_N, & i = k, \end{cases} \qquad (7)$$

получим

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |H(\omega)|^2 d\omega = \sum_{k=-L}^{L} \sum_{i=-L}^{L} a_k a_i \frac{\sin(k-i)\Delta}{\tau(k-i)} > 0, \qquad (8)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\omega_N}^{\omega_N} |H(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\tau} \sum_{k=-L}^{L} a_k^2, \qquad (9)$$

где $\Delta = \omega_c/\omega_N$. С учетом (8) и (9) коэффициент концентрации можно представить как отношение квадратичных форм, которое в линейной алгебре принято называть отношением Релея [9]:

$$\beta^2(\omega_c) = R(a) = \frac{a^T \mathbf{B}\, a}{a^T a}, \qquad (10)$$

где $a = (a_{-L}, \ldots, a_{-1}, a_0, a_1, \ldots, a_{-L})^T$ – вектор весовых коэффициентов фильтра, $\mathbf{B} = \{b_{ij}\}$ – матрица размерности $M \times M$ с элементами

$$b_{ij} = \begin{cases} \dfrac{\sin\pi(i-j)\Delta}{\pi(i-j)}, & i \neq j, \\ \Delta, & i \neq j. \end{cases} \qquad (11)$$

Известно [9], что если **B** – вещественная симметричная положительно определенная матрица с собственным значением λ_0 и собственным вектором a_0, то $R(a)$ имеет максимальное значение при $a=a_0$, и $R(a_0)=\lambda_0$. Другими словами, собственные векторы матрицы **B** являются коэффициентами оптимального фильтра, а соответствующие им собственные значения – максимальными значениями коэффициента концентрации. Если упорядочить собственные значения матрицы **B** в порядке убывания: $1>\lambda_0>\lambda_1>\ldots>\lambda_{M-1}>0$, то глобальный максимум соответствует λ_0, следующий по величине локальный максимум соответствует λ_1 и т.д., а последний – λ_{M-1}.

Таким образом, задача нахождения последовательностей Слепяна сводится к нахождению собственных значений и собственных векторов действительной симметричной и, согласно (8), положительно определенной матрицы. Данную задачу можно решать точными методами с использованием характеристического многочлена (например, методы Гаусса, Хаусхолдера) либо итерационными методами, не используя характеристических уравнений (например, методы вращения, Якоби, QR-разложение). Однако вычислительная сложность таких алгоритмов имеет порядок $O(M^3)$ [10]. Эту вычислительную сложность можно уменьшить по крайней мере в M раз, если воспользоваться теплицевым свойством матрицы **B** [11].

Заметим, что собственные векторы находятся как решение системы однородных уравнений со смещенной теплицевой матрицей, которая при $\lambda=\lambda_i$ является вырожденной. Поэтому при решении таких систем нельзя напрямую применять быстрые алгоритмы типа Левинсона-Дурбина [12]. Суть предлагаемого здесь метода состоит в нахождении решения невырожденной теплицевой системы уравнений, специальным образом сконструированной, при известных собственных значениях.

2. Сведение задачи к решению невырожденных теплицевых систем уравнений

Для дальнейшего анализа представим матрицу **B** в традиционном для теплицевых форм виде:

$$\mathbf{B}_M = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & \ldots & b_{M-1} \\ b_1 & b_0 & b_1 & \ldots & b_{M-2} \\ b_2 & b_1 & b_0 & \ldots & b_{M-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{M-1} & b_{M-2} & b_{M-3} & \ldots & b_0 \end{pmatrix}, \qquad (12)$$

где $b_0=\Delta$, $b_i=\dfrac{\sin\pi i\Delta}{\pi i}$, $i=1,\ldots,M-1$. Воспользуемся результатами публикации [13]. Для этого рассмотрим смещенные теплицевы матрицы

$$\mathbf{T}_m = \mathbf{B}_m - \lambda\mathbf{I}_m, \quad 1 \le m \le M-1, \qquad (13)$$

и обозначим через $p_m(\lambda)$ их характеристические многочлены:

$$p_m(\lambda) = \det(\mathbf{B}_m - \lambda\mathbf{I}_m), \quad 1 \le m \le M. \qquad (14)$$

Предположим, что λ является собственным значением матрицы $\mathbf{B}_M$ и не является собственным значением ни одной из матриц $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$, …, $\mathbf{B}_{M-1}$. Далее введем в рассмотрение вектор

$$U_{M-1} = (b_1, b_2, \ldots, b_{M-1})^T, \qquad (15)$$

и пусть вектор

$$X_{M-1}(\lambda) = [x_{1\,M-1}(\lambda), x_{2\,M-1}(\lambda), \ldots, x_{M-1\,M-1}(\lambda)]^T \qquad (16)$$

является решением системы уравнений

$$(\mathbf{B}_{M-1} - \lambda\mathbf{I}_{M-1})X_{M-1}(\lambda) = U_{M-1}. \qquad (17)$$

Определим вектор

$$Y_M(\lambda) = \begin{bmatrix} -1 \\ X_{M-1}(\lambda) \end{bmatrix}. \qquad (18)$$

Согласно [13], если λ является собственным значением матрицы $\mathbf{B}_M$, то $Y_M(\lambda)$ – соответствующий ему собственный вектор.

Таким образом, при известном собственном значении λ матрицы $\mathbf{B}_M$ задача нахождения соответствующего собственного вектора сводится к решению невырожденной теплицевой системы уравнений меньшего порядка (17), после чего размерность собственного вектора увеличивается на единицу в соответствии с (18).

Согласно алгоритму Левинсона-Дурбина [11–13] решение теплицевой системы уравнений (17) можно найти с помощью следующей рекуррентной процедуры:

1. Инициализация

$$x_{1\,1}(\lambda) = b_1/(b_0-\lambda), \quad \Delta_1(\lambda) = b_0 - \lambda. \qquad (19)$$

2. Для $2 \le m \le M-1$ вычислять

$$\Delta_m(\lambda) = \{1 - [x_{m-1\,m-1}(\lambda)]^2\}\,\Delta_{m-1}(\lambda), \qquad (20)$$

$$x_{m\,m}(\lambda) = \frac{b_m - \sum_{j=1}^{m-1} b_{m-j}\, x_{j\,m-1}(\lambda)}{\Delta_m(\lambda)}, \qquad (21)$$

и для $1 \le j \le m-1$ вычислять

$$x_{j\,m}(\lambda) = x_{j\,m-1}(\lambda) - x_{m\,m}(\lambda)\, x_{m-j\,m-1}(\lambda). \qquad (22)$$

3. Конец.

Можно показать [13], что

$$p_m(\lambda) = \prod_{j=1}^{m} \Delta_m(\lambda), \qquad 1 \le m \le M, \qquad (23)$$

откуда следует, что если λ не является собственным значением ни одной из подматриц $\mathbf{B}_m$ (т.е. $p_m(\lambda) \neq 0$, $1 \le m \le M-1$), то $\Delta_m(\lambda) \neq 0$, и деление в (21) осуществимо. Следует заметить, что для симметричных теплицевых матриц [13] собственный вектор (18) $Y_M(\lambda) = [y_1(\lambda), \ldots, y_M(\lambda)]^T$ является либо симметричным:

$$y_j(\lambda) = y_{M-j+1}(\lambda), \qquad 1 \le j \le M, \qquad (24)$$

либо кососимметричным:

$$y_j(\lambda) = -y_{M-j+1}(\lambda), \qquad 1 \le j \le M. \qquad (25)$$

Свойство симметрии или кососимметрии собственных векторов (коэффициентов трансверсального фильтра) позволяет заключить, что построенные на их основе фильтры-прототипы для оценки спектра всегда будут линейно-фазовыми [14]. Данный вывод согласуется с результатами Слепяна [2].

Таким образом, если известны собственные значения матрицы $\mathbf{B}_M$, то собственные векторы могут быть вычислены по алгоритму Левинсона-Дурбина за $O(M^2)$ арифметических операций, что в M раз быстрее, чем при вычислении стандартными процедурами.

3. Численные результаты

Собственные значения могут быть получены при помощи стандартной процедуры как корни характеристического уравнения

$$\det(\mathbf{B}_m - \lambda \mathbf{I}_m) = 0 \qquad (26)$$

или при помощи приближенных значений, полученных Слепяном [2] и Томсоном [3]. Для фиксированного $k \in [1; M-1]$ и больших M и ω_c аппроксимация Слепяна имеет вид [2]

$$1 - \lambda_k(M, \omega_c) \sim \pi^{1/2} (k!)^{-1}\, 2^{(14k+9)/4}\, \alpha^{(2k+1)/4} (2-\alpha)^{-(k+1)/2}\, M^{k+1/2}\, e^{-\gamma M}, \qquad (27)$$

где $\alpha = 1 - \cos 2\pi\omega_c$, $\gamma = \ln\left[1 + \dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2} - \sqrt{\alpha}}\right]$.

Аппроксимация Томсона имеет вид [3]

$$1 - \lambda_k\left(M, \omega_c\right) \sim$$

$$\sim \frac{\sqrt{2\pi}}{k!} \left[\frac{8M \sin \pi\omega_c}{\cos^2 \pi\omega_c}\right]^{k+1/2} \left[\frac{1 - \sin \pi\omega_c}{1 + \sin \pi\omega_c}\right]^{M}. \qquad (28)$$

В таблице приведены собственные значения, полученные как корни характеристического многочлена (пакет MATLAB), и значения, вычисленные в соответствии с аппроксимациями Слепяна (27) и Томсона (28). Во всех случаях выбирались нормированные частоты и $\tau = 1$, $f_N = 1/2$.

Таблица

Собственные значения λ_0 и доля энергии боковых лепестков $1 - \beta^2$ (дБ)

Ширина полосы ω_c	Порядок фильтра M	Метод вычисления					
		Точное значение		Аппроксимация Слепяна		Аппроксимация Томсона	
		λ_0	$1-\beta^2$ (дБ)	λ_0	$1-\beta^2$ (дБ)	λ_0	$1-\beta^2$ (дБ)
0,1	17	0,999704	–81,247650	0,998648	–54,379429	0,999672	–81,111119
0,1	25	0,999997	–130,063755	0,999988	–99,751689	0,999997	–130,011889
0,2	17	0,999999997	–196,569725	0,999999987	–180,254947	0,999999997	–196,559001
0,2	25	0,999999999	–302,355108	0,999999999	–282,478011	0,999999999	–302,355108

Из приведенных в таблице результатов видно, что аппроксимация Томсона практически совпадает с точным значением (а именно – с результатами решения характеристического многочлена при помощи пакета MATLAB). Аппроксимация Слепяна менее точна.

На рис. 2 приведены графики амплитудно-частотной характеристики фильтров-прототипов для оценки спектральной плотности мощности. Коэффициентами фильтров являются последовательности Слепяна, вычисленные при помощи предложенного в данной статье алгоритма для различных аппроксимаций. Для сравнения на рисунке приведены также графики, соответствующие «окну» Кайзера-Бесселя, которое является аппроксимацией последовательностей Слепяна (построенной при помощи модифицированной функции Бесселя [4]):

$$w(n) = I_0\left\{\alpha\sqrt{1-\left(\frac{n-(m+1)}{m}\right)^2}\right\}\Big/ I_0(\alpha),$$

где $1 \le n \le M$, $m = (M-1)/2$, $I_0(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка, α – параметр, определяющий соотношение между максимальным уровнем боковых лепестков и шириной главного лепестка, $\alpha = 3{,}395$. На рисунке пунктирная кривая 1 соответствует точному значению λ_0, найденному как решение характеристического уравнения (пакетом MATLAB), кривая 2 соответствует аппроксимации Слепяна, кривая 3 – аппроксимации Томсона, 4 – «окну» Кайзера-Бесселя.

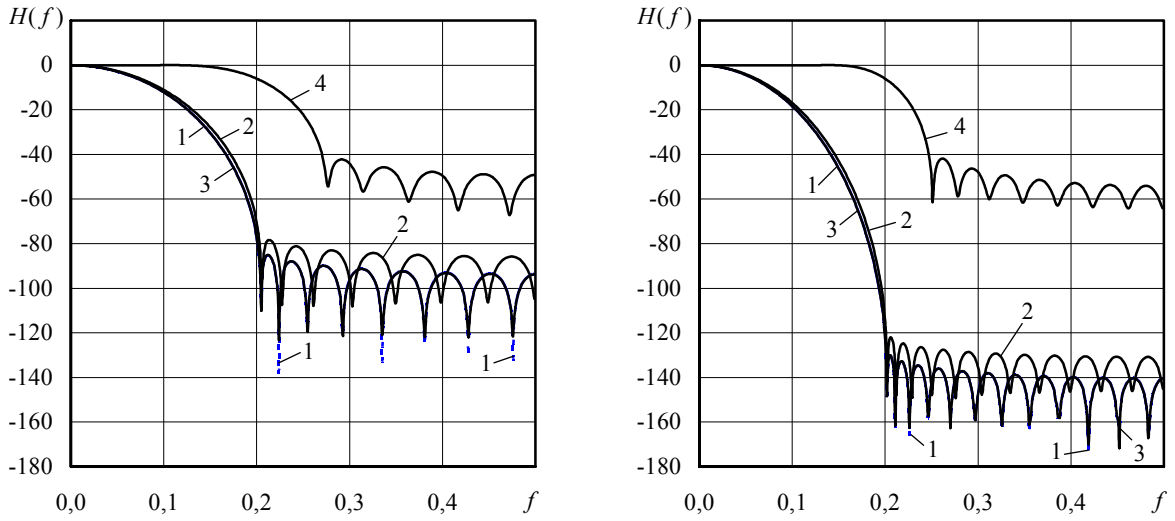


Рис. 2. АЧХ фильтра с весовыми коэффициентами, полученными для различных аппроксимаций собственного значения λ_0 при ширине полосы $\omega_c = 0{,}2$ и порядке фильтра $M = 17$ (а) и $M = 25$ (б)

Из вида кривых, приведенных на рис. 2, и значений, приведенных в таблице, можно заключить, что аппроксимация Томсона является наиболее приемлемой для практических приложений.

Выводы

Задачи оценки нестационарно изменяющейся радиообстановки в когнитивных радиосетях требуют адаптации параметров спектрального зондирования, в частности оптимальных «окон», или коэффициентов фильтров-прототипов в реальном масштабе времени. Поэтому возникает необходимость в создании быстрых алгоритмов расчета параметров спектрального зондирования. На основании изложенного в статье материала можно сделать следующие выводы:

- Существующие универсальные алгоритмы имеют вычислительную сложность порядка M^3, что не всегда реализуемо в реальном времени.
- Предлагаемый подход к нахождению последовательностей Слепяна как решение невырожденной системы теплицевых уравнений дает возможность применять быстрые алгоритмы (типа Левинсона-Дурбина) с вычислительной сложностью порядка M^2 и супербыстрые [15, 16] с вычислительной сложностью порядка $8M\lg^2 M$ (где $M = 2^r > 4$).

• Предложенный алгоритм можно ускорить, если отказаться от решения характеристического уравнения. В этом случае для нахождения собственных значений следует воспользоваться аппроксимацией Томсона, которая обладает приемлемой для практики точностью.

Литература:

1. *Slepian D.* Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty – I. / D. Slepian, H.O. Pollak // Bell System Technical Journal. – January 1961. – V. 40, № 1. – Pp. 43 – 64.
2. *Slepian D.* Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty – V: The Discrete Case // Bell Syst. Tech. J. – May-June 1978. – V. 57, № 5. – Pp. 1371–1430.
3. *Thomson D.J.* Spectrum Estimation and Harmonic Analysis / D.J. Thomson // Proceedings of the IEEE. – September 1982. – V. 70, № 9. – Pp. 1055 –1096.
4. *Хэррис Ф.Дж.* Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье / Ф.Дж. Хэррис // ТИИЭР. – 1978. – Т. 66, № 1. – С. 60 – 96.
5. *Mathews J.D.* The Discrete Prolate Spheroidal Filter as a Digital Signal Processing Tool / J.D. Mathews, J.K. Breakall, G.K. Karawas // IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing. – December 1985. – V. ASSP-33, № 6. – Pp. 1471–1478.
6. *Haykin S.* Cognitive Radio: Brain-Empowered Wireless Communications / S. Haykin // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – February 2005. – V. 23, № 2. – Pp. 201– 220.
7. *Haykin S.* Spectrum Sensing for Cognitive Radio / S. Haykin, D.J. Thomson, J.H. Reed // Proceeding of the IEEE. – May 2009. – V. 97, № 5. – Pp. 849 – 877.
8. *Farhang-Boroujeny B.* Filter Bank Spectrum Sensing for Cognitive Radio / B. Farhang-Boroujeny // IEEE Trans. Signal Processing. – May 2008. – V. 56, № 5. – Pp. 1801–1811.
9. *Ланкастер П.* Теория матриц : пер. с англ. / П. Ланкастер. – М.: Наука, 1982. – 272 с.
10. *Шарый С.П.* Курс вычислительных методов / С.П. Шарый / Институт вычислительных технологий СО РАН. – Новосибирск, 2012. – 316 с.
11. *Марпл С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл : пер. с англ. под ред. И.С. Рыжака. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
12. *Levinson N.* The Wiener RMS (Root Mean Square) Error Criterion in Filter Design and Prediction / N. Levinson // J. Math. Phys. – 1947. – V. 25. – Pp. 261–278.
13. *Trench W.F.* Numerical Solution of the Eigenvalue Problem for Hermitian Toeplitz Matrices / W.F. Trench // SIAM J. Matrix Anal. Appl. – 1989. – V. 10. – Pp. 135 –156.
14. *Рабинер Л.* Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
15. *Badia J.M.* Parallel Algorithms to Compute the Eigenvalues and Eigenvectors of Symmetric Toeplitz Matrices / J.M. Badia, A.M. Vidal // Parallel Algorithms and Applications. – 2000. – V. 13. – Pp. 75 – 93.
16. *Ammar G.* Superfast Solution of Real Positive Definite Toeplitz Systems / G. Ammar, W. Graag // SIAM J. Matrix Anal. Appl. – 1988. – V. 9. – Pp. 61–76.

Статья поступила в редакцию 26 марта 2013 г.

УДК 629.078: 621.396

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯ МОБИЛЬНОГО ОБЪЕКТА РАДИОСВЯЗИ ПУТЕМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

В.И. Сучилин, доцент 122 кафедры, тел.: 8-919-180-74-85
В.П. Васильев, адъюнкт 122 кафедры, тел.: 8-920-444-54-80
ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Для системы радиосвязи с мобильным объектом посредством антенной системы, ориентируемой в направлении мобильного объекта на основе использования его координат, предложен алгоритм вторичной обработки навигационных данных спутниковой радионавигационной системы. Предложенный алгоритм основан на методологии калмановской фильтрации. Посредством компьютерного моделирования определены значения выигрышей в точности местоопределения мобильного объекта с помощью предложенного алгоритма.

Ключевые слова: *мобильный объект радиосвязи, местоопределение, ориентирование в пространстве, калмановская фильтрация, алгоритм вторичной обработки.*

ACCURACY INCREASE OF RADIO COMMUNICATION MOBILE OBJECT POSITION FINDING WITH THE HELP OF SATELLITE RADIO NAVIGATIONAL SYSTEM DATA PROCESSING

V.I. Suchilin, associate professor, tel.: 8-919-180-74-85
V.P. Vasiliev, postgraduate student, tel.: 8-920-444-54-80
department 122, Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh)

Navigation data reprocessing algorithm of satellite radio navigation system for radio communication system with a mobile object through the antenna system oriented in the direction of the mobile object on the basis of its coordinates application is proposed. The proposed algorithm is based on Kalman filtering methodology. Advantage values are defined through the computer simulation in mobile object position finding accuracy with the help of the proposed algorithm.

Key words: *radio communication mobile object, position finding, spatial orientation, Kalman filtering, reprocessing algorithm.*

Развитие систем радиосвязи с мобильными объектами на современном этапе включает в себя использование систем местоопределения и ориентирования направленных антенных систем (СМОНАС), с помощью которых устанавливается направленная связь мобильного объекта радиосвязи (МОРС) со стационарным объектом радиосвязи (СОРС) или другим МОРС. Например, различные варианты и версии СМОНАС включаются в стандарты сотовой и транкинговой связи 3-го и 4-го поколений [1–2], разрабатываются для специальных перспективных систем радиосвязи. Использование СМОНАС рассчитано на ожидаемое существенное повышение таких характеристик перспективных систем радиосвязи, как помехоустойчивость, пропускная способность, помехозащищенность от направленных помех, защищенность от систем радиопеленгования и систем несанкционированного радиодоступа. Технически реализуемыми и перспективными для использования в СМОНАС являются направленные ориентируемые антенные системы (НОАС), т.е. направленные антенные системы с изменяемой ориентацией в пространстве диаграммы направленности (ДН) с шириной главного лепестка по критерию Рэлея порядка 10 градусов.

Один из подходов к реализации СМОНАС может заключаться в следующем. МОРС определяет свои координаты в географической или топографической системе с помощью аппаратуры потребителя спутниковой радионавигационной системы (СРНС). Сеансы радиосвязи МОРС производит через СОРС, например базовую станцию или ретранслятор. При этом перспективный СОРС обязательно оборудован НОАС, и МОРС может быть оборудован НОАС. В направлении между МОРС и СОРС требуется ориентировать либо одну НОАС, которой оборудован СОРС, либо обе НОАС – как СОРС, так и МОРС. Для определения направления между МОРС и СОРС достаточно знать их координаты в географической системе координат, например

ПЗ-90 или WGS-84 [3–4]. Координаты СОРС должны быть известны, а МОРС, определяя свои координаты с помощью СРНС, периодически передает их СОРС через помехозащищенный цифровой служебный канал радиосвязи, не требующий существенных частотно-временных ресурсов по причине малого объема передаваемой информации.

Помехозащищенность такого служебного радиоканала может быть обеспечена достаточно низкой скоростью передачи информации, расширением спектра радиосигналов, применением помехоустойчивого кодирования и автоматического запроса повторной передачи.

Выясним, всегда ли достаточна потенциальная точность определения координат МОРС с помощью аппаратуры потребителя СРНС ГЛОНАСС или GPS [3] в системе радиосвязи, использующей СМОНАС по описанному выше подходу.

Среднеквадратическая ошибка (СКО) определения одной из координат потребителя с помощью СРНС σ_k зависит от взаимного расположения спутников и потребителя (геометрического фактора), отношения сигнал–шум, наличия многолучевого распространения радиоволн, наличия направленных помех и может изменяться в широком диапазоне: от 10 метров – в наиболее благоприятных случаях, до 40 и более метров – в неблагоприятных случаях [3, 5].

Для ориентации НОАС направление между МОРС и СОРС требуется определять с предельно допустимой «ошибкой в направлении» δA, которая должна быть на порядок ниже, чем полуширина главного лепестка ДН НОАС по критерию Рэлея, т.е., с учетом приведенных выше данных, δA должна быть не более, чем 1 градус. Ошибку местоопределения МОРС в направлении, перпендикулярном направлению между МОРС и СОРС, будем считать не превышающей $3\sigma_k$, по известному «правилу трех сигма». Тогда оценку $\hat{\delta A}$ предельной ошибки δA определения направления между МОРС и СОРС получим из прямоугольного треугольника с катетами длиной $3\sigma_k$ и R, где R – расстояние между МОРС и СОРС, по формуле $\hat{\delta A} = arctg\left(3\sigma_k R^{-1}\right)$ [рад]. Запишем эту формулу в виде

$$\hat{\delta A} = arctg\left(540\sigma_k (\pi R)^{-1}\right) \ [\text{град}] \qquad (1)$$

Тогда при расстоянии $R = 1000$ м по формуле (1) получим в наиболее благоприятном случае, при $\sigma_k = 10$ м, $\hat{\delta A} \approx 1{,}5$ градуса, а в неблагоприятном случае, при $\sigma_k = 30$ м, $\hat{\delta A} \approx 4{,}5$ градуса. При увеличении R ошибка будет уменьшаться, а при уменьшении R и/или при увеличении σ_k «ошибка в направлении» будет увеличиваться.

Из изложенного следует вывод, что потенциальная точность определения координат МОРС с помощью аппаратуры потребителя СРНС ГЛОНАСС или GPS в системе радиосвязи, использующей СМОНАС по описанному выше подходу, не всегда достаточна. Поэтому актуальной является задача по повышению точности местоопределения МОРС путем обработки данных СРНС. В настоящей статье выполняется решение этой задачи с помощью предлагаемого авторами алгоритма калмановской фильтрации (КФ) координат МОРС.

Для СМОНАС данные, формируемые аппаратурой потребителя СРНС о координатах и проекциях скорости движения МОРС на оси системы координат, являются входными, т.е. первичными, а предлагаемый алгоритм КФ выполняет вторичную обработку данных СРНС в СМОНАС.

Предлагаемый алгоритм вторичной обработки данных СРНС на основе методологии КФ

Аппаратура пользователя СРНС GPS и/или ГЛОНАСС выдает значения координат и проекций скорости МОРС в одной из географических систем координат (ПЗ-90, WGS-84 и др.) в дискретные моменты времени через заданный интервал, значение которого, например, можно выбрать равным 1 с. Отметим, что известны алгоритмы преобразования координат из одной возможной системы координат в другую, причем для конечного использования может быть удобна принятая в России топографическая прямоугольная система координат Гаусса–Крюгера. В данной статье будем рассматривать случай определения двумерных координат МОРС в некоторой (любой) двумерной прямоугольной системе координат (например, в двумерной системе Гаусса–Крюгера).

Чтобы предложить один из вариантов вторичной обработки показаний аппаратуры пользователя СРНС, необходимо записать достаточно общую формальную дискретную модель движе-

ния МОРС. Будем использовать разновидность такой модели, предложенную в [6–7].

В дискретные равноотстоящие на малую величину Δt моменты времени

$$t_0,\ \ t_1,\ \ \cdots\ \ t_k,\ \ t_{k+1},... \qquad (2)$$

для двумерных координат $c_i(k)$ и проекций скорости (ПС) $v_i(k)$ МОРС на оси двумерной прямоугольной системы координат (индекс $i=1$ будет соответствовать координате x, индекс $i=2$ – координате y, а целочисленная переменная k будет обозначать номер момента времени) модель их изменения от момента к моменту представим в виде

$$c_i(k+1) = c_i(k) + v_i(k)\Delta t\,,$$

$$i=\overline{1,\ 2}\,,\ k=0,\ 1,\ 2,...; \qquad (3)$$

$$v_i(k+1) = v_i(k) + \delta v_i(k)\,,$$

$$i=\overline{1,\ 2}\,,\ k=0,\ 1,\ 2,..., \qquad (4)$$

где $\delta v_i(k)$ будем называть возмущениями ПС, которые содержат случайную и регулярную составляющие, обусловлены наличием ненулевых линейных ускорений и определяются формулой

$$\delta v_i(k+1) = a_i(k)\Delta t + da_i(k)\Delta t\,,$$

$$i=\overline{1,\ 2}\,,\ \ k=0,\ 1,\ 2,..., \qquad (5)$$

где $a_i(k)$ – регулярная составляющая и $da_i(k)$ – случайная составляющая соответствующей проекции ускорения. Будем также использовать краткие обозначения: $c_1(k)=x_k$, $c_2(k)=y_k$, $v_1(k)=v_k^x$, $v_2(k)=v_k^y$.

Введем в рассмотрение вектор состояния $\mathbf{P^T}(k)\overset{\Delta}{=}\left[\,x_k\ y_k\ v_k^x\ v_k^y\,\right]$, $\hat{\mathbf{P}}(k)$ – оценка вектора $\mathbf{P}(k)$, причем $\hat{\mathbf{P}}^T(k)\overset{\Delta}{=}\left[\,\hat{x}_k\ \ \hat{y}_k\ \ \hat{v}_k^x\ \ \hat{v}_k^y\,\right]$; $\tilde{\mathbf{P}}(k)$ – экстраполяция вектора $\mathbf{P}(k)$, причем $\tilde{\mathbf{P}}^T(k)\overset{\Delta}{=}\left[\,\tilde{x}_k\ \ \tilde{y}_k\ \ \tilde{v}_k^x\ \ \tilde{v}_k^y\,\right]$; $\mathbf{B}$ – матрица перехода, причем

$$\mathbf{B}\overset{\Delta}{=}\begin{bmatrix}1 & 0 & \Delta t & 0\\ 0 & 1 & 0 & \Delta t\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Также введем в рассмотрение вектор наблюдений $\mathbf{S^T}(k)\overset{\Delta}{=}\left[\,\vee_k\ \vee_k\ \vee_k^x\ \vee_k^y\,\right]$, формируемый из показаний аппаратуры пользователя СРНС. Разные знаки над компонентами векторов $\mathbf{P}(k)$, $\hat{\mathbf{P}}(k)$, $\tilde{\mathbf{P}}(k)$ и $\mathbf{S}(k)$ показывают, что это соответственно: истинные значения компонент (в $\mathbf{P}(k)$); оценки, формируемые алгоритмом вторичной обработки, реализуемым в СМОНАС (в $\hat{\mathbf{P}}(k)$); экстраполяции оценок во времени (в $\tilde{\mathbf{P}}(k)$); оценки, формируемые пользовательской аппаратурой СРНС, которые СМОНАС использует как первичные данные, подлежащие вторичной обработке (в $\mathbf{S}(k)$).

Предлагаемая авторами разновидность алгоритма вторичной обработки показаний аппаратуры пользователя СРНС GPS и/или ГЛОНАСС типа КФ обсуждена и одобрена на международных НТК и НПК [8, 9] и может быть записана в виде

$$\tilde{\mathbf{P}}(k+1) = \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{P}}(k)\,; \qquad (7)$$

$$\hat{\mathbf{P}}(k+1) = \tilde{\mathbf{P}}(k+1) + \\ +\mathbf{K}(k+1)\left[\mathbf{S}(k+1) - \tilde{\mathbf{P}}(k+1)\right]; \qquad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{G}}(k+1) = \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{G}}(k)\cdot\mathbf{B^T} + \mathbf{Q_1}(k)\,; \qquad (9)$$

$$\mathbf{K}(k+1) = \tilde{\mathbf{G}}(k+1)\times\left[\tilde{\mathbf{G}}(k+1) + \mathbf{Q_2}(k+1)\right]^{-1}; \qquad (10)$$

$$\hat{\mathbf{G}}(k+1) = \tilde{\mathbf{G}}(k+1) - \mathbf{K}(k+1)\cdot\tilde{\mathbf{G}}(k+1)\,, \qquad (11)$$

где $\mathbf{Q_1}(k)$ и $\mathbf{Q}_2(k)$ – ковариационные матрицы векторов шума возмущений и шума наблюдений оцениваемых компонент соответственно, $\tilde{\mathbf{G}}(k)$ и $\hat{\mathbf{G}}(k)$ – ковариационные матрицы векторов $\tilde{\mathbf{P}}(k)$ и $\hat{\mathbf{P}}(k)$ соответственно, $\mathbf{K}(k)$ – вектор коэффициентов фильтра Калмана.

Исследование предложенного алгоритма с помощью компьютерного моделирования

В соответствии с моделями изменений координат и ПС движения МОРС (3) – (5) будем моделировать их отсчеты в моменты времени (2) как отсчеты гауссовых случайных процессов со стационарными приращениями по хорошо известной методике.

Компоненты вектора наблюдений $\mathbf{S}(k)$ моделировались аналогично [6, 7] с учетом наличия «дискретного гауссова белого шума» (ДГБШ) наблюдений.

Для удобства записи будем оперировать условными номерами рассматриваемых случаев: случаю отсутствия вторичной обработки присвоим условный номер 1, а случаю наличия вторичной обработки по предлагаемому алгоритму типа КФ – номер 2.

СКО определения координаты j в случае k в момент времени t вычисляется усреднением по ансамблю из N реализаций по формуле

$$\sigma_{j,k}(t) \stackrel{\Delta}{=} \sqrt{N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{c}_{i,j,k}(t) - c_{i,j}(t)\right)^2}, \qquad (12)$$

где $c_{i,j}(t)$ – координата j в реализации i, а $\hat{c}_{i,j,k}(t)$ – оценка $c_{i,j}(t)$ в случае k.

Не всегда удобным является совместное рассмотрение и графическое отображение двух зависимостей СК ошибок вычисления координат x и y от параметров модели. Поэтому введем также в рассмотрение среднекоординатную (СрК) СК ошибку определения двумерных координат в случае номер k, вычисляемую по формуле

$$\sigma_k(t) = 0.5 \times \left(\sigma_{1,k}(t) + \sigma_{2,k}(t)\right). \qquad (13)$$

Отметим, что вместо СрК СК ошибки (13) можно использовать двумерный вариант так называемой сферической ошибки

$$\sigma_{R,k}(t) = \sqrt{(\sigma_{1,k}(t))^2 + (\sigma_{2,k}(t))^2}. \qquad (14)$$

Ограничимся здесь использованием (13), учитывая, что, в случае равенства СК ошибок вычисления координат x и y, (14) отличается от (13) только множителем $\sqrt{2}$.

Выигрыш, обеспечиваемый наличием вторичной обработки по сравнению с ее отсутствием, по СК ошибке вычисления координаты j в момент времени t вычисляется по формуле

$$\rho_j(t) = \sigma_{j,1}(t)(\sigma_{j,2}(t))^{-1}. \qquad (15)$$

Соответствующий среднекоординатный выигрыш определяется по формуле

$$\rho(t) = 0.5 \times \left(\rho_1(t) + \rho_2(t)\right). \qquad (16)$$

При отсутствии во время движения МОРС регулярных составляющих ускорения, как показало моделирование, зависимость выигрышей (15) и (16) от времени после короткого переходного периода имеет характер квазистационарного случайного процесса, для которого существенного изменения среднего значения на интервалах моделирования при фиксированных параметрах модели в среднем не наблюдается. Это позволяет определить средний по M моментам времени на интервале от момента t_k до момента t_M выигрыш по СК ошибке вычисления координаты j, обеспечиваемый алгоритмом номер $n2$ по сравнению с алгоритмом $n1$:

$$\bar{\rho}_j(t_k, t_M) \stackrel{\Delta}{=} (M-k)^{-1}\sum_{i=1}^{M}\rho_j(t_i). \qquad (17)$$

Среднекоординатный средний выигрыш рассчитывается по формуле

$$\bar{\rho}(t_k, t_M) \stackrel{\Delta}{=} 0.5 \times \left(\rho_1(t_k, t_M) + \rho_2(t_k, t_M)\right). \qquad (18)$$

При условии завершения переходного процесса к моменту времени t_k и $M >> 1$

$$\bar{\rho}_j(t_k, t_M) \to \bar{\rho}_j \quad \text{и} \quad \bar{\rho}(t_k, t_M) \to \bar{\rho}, \qquad (19)$$

где $\bar{\rho}_j$, $\bar{\rho}$ – истинные значения соответствующих средних выигрышей.

На рис. 1–3 отражены результаты компьютерных экспериментов (КЭ) и их серий в случае отсутствия во время движения регулярных составляющих ускорения МОРС (значения ускорений имели чисто случайный характер). Методика проведения КЭ и их серий изложена в [6–7]. Движение МОРС моделировалось в случае интервала времени длительностью 300 с для дискрета времени, равного 1 с.

На рис. 1–2 кривые 1–2 отражают зависимости от времени T (в секундах) СрК СКО определения координат (13) – root-mean-square error, RMSE (в метрах) – соответственно для случая наличия и отсутствия вторичной обработки показаний аппаратуры СРНС по предложенному алгоритму в масштабе, приведенном слева, а кривая 3 – зависимость выигрыша (16) (Advantage an RMSE, A_RMSE) по СрК СКО от наличия вторичной обработки показаний аппаратуры СРНС по предложенному алгоритму по сравнению со случаем ее отсутствия.

Эти зависимости получены для дискретной модели движения (3)–(5) путем усреднения по 500 реализациям при начальных ПС движения МОРС на оси *x*, *y* 20 м/с, интервале времени между соседними точками выборки 1 с и следующих значениях среднеквадратических отклонений (СКО): 0.4 м – СКО ДГБШ координат; 0.4 м/с – СКО ДГБШ ПС на оси *x*, *y* системы координат; 5.0 м – СКО ДГБШ наблюдений координат МОРС. Начальные координаты МОРС задавались с точностью, равной СКО ДГБШ наблюдений координат. СКО ДГБШ наблюдений ПС на оси *x*, *y* системы координат составило $\sigma_v = 1.4$ м/с и $\sigma_v = 0.6$ м/с для рис. 1 и 2 соответственно.

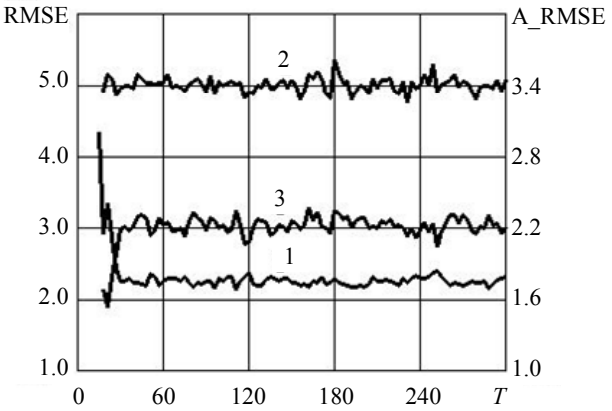


Рис. 1. Зависимости от времени СК ошибки измерений координат (13) и выигрыша (18) вследствие применения вторичной обработки данных СРНС по предложенному алгоритму в случае $\sigma_v = 1.4$ м/с

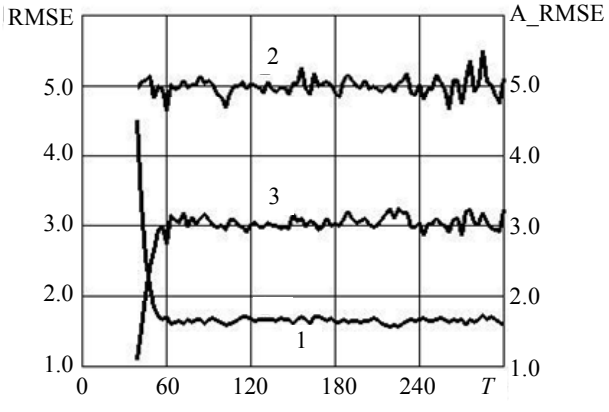


Рис. 2. Зависимости от времени СК ошибки измерений координат (13) и выигрыша (18) вследствие применения вторичной обработки данных СРНС по предложенному алгоритму в случае $\sigma_v = 0.6$ м/с

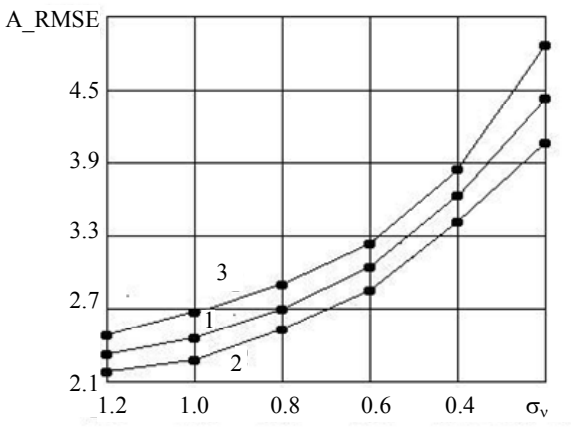


Рис. 3. Зависимости от σ_v среднего, минимального и максимального выигрышей по СК ошибке местоопределения МОРС от применения вторичной обработки данных СРНС по предложенному алгоритму

Как видно из рис. 1–2, с увеличением точности наблюдений ПС МОРС на оси системы координат при неизменной точности наблюдений координат увеличивается выигрыш (16) по СрК СК ошибке от наличия вторичной обработки показаний аппаратуры СРНС по предложенному алгоритму перед случаем ее отсутствия. По завершении переходного периода выигрыш (16) принимает значения, флуктуирующие вокруг постоянного во времени среднего значения.

Меняя один из параметров при неизменных значениях других параметров, можно в серии КЭ определить зависимость среднего выигрыша (18) от дискретных значений варьируемого параметра.

Результаты серии КЭ при варьировании СКО ДГБШ наблюдений ПС приведены на рис. 3, на котором точки линий 1, 2, 3 – это значения соответственно средних, минимальных и максимальных выигрышей по СрК СК ошибке A_RMSE, полученные путем усреднения по 500 реализациям на интервале времени от 150 с (начало) до 300 с (конец) по методике, описанной в [6–7], в серии КЭ, в которой менялось значение СКО ДГБШ наблюдений ПС σ_v (в метрах в секунду). Остальные параметры модели были идентичны заданным для рис. 1 и в серии КЭ не изменялись.

Проведенные КЭ в случаях наличия регулярных составляющих ускорения движения МОРС, показали, что принципиальных изменений по сравнению с результатами, отображенными на рис. 1–3, не наблюдается.

Выводы

Для системы радиосвязи с мобильным объектом посредством антенной системы, ориентируемой в направлении мобильного объекта на основе использования его координат, предложен алгоритм вторичной обработки навигационных данных спутниковой радионавигационной системы, разработанный на основе методологии оптимальной фильтрации Калмана.

Компьютерное моделирование показало, что разработанный алгоритм обеспечивает выигрыш в точности определения координат мобильного объекта радиосвязи в среднем в 2–4 раза, в зависимости от условий его применения.

Выигрыш обеспечивается совместным использованием данных СРНС о координатах и проекциях скорости движения МОРС согласно методологии дискретной Калмановской фильтрации путем реализации в каждый заданный момент времени предсказания координат МОРС с последующей коррекцией этого предсказания в фильтре, коэффициенты которого вычисляются на основе использования статистических данных об ошибках измерений в СРНС. Указанный выигрыш возрастает при повышении точности измерений проекций скорости МОРС в СРНС.

Использование разработанного алгоритма позволит повысить точность ориентации антенных систем в системе радиосвязи с мобильным объектом и в конечном счете позволит повысить помехоустойчивость передачи информации.

Литература:

1. *Веселовский К.* Системы подвижной радиосвязи / К. Веселовский ; пер. с польск. И.Д. Рузинского ; под ред. А.И. Ледовского. – М.: Горячая линия – Телеком, 2006. – 536 с.

2. *Громаков Ю.А.* Концепция развития мобильной беспроводной связи общего пользования / Ю.А. Громаков // Электросвязь. – 2008. – № 12. – С. 51–57.

3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. – 3-е изд., перераб. – М.: Радиотехника, 2005.

4. *Ярлыков М.С.* Статистическая теория радионавигации / М.С. Ярлыков. – М.: Радио и связь, 1985.

5. *Тимохин А.А.* Оценка точности определения координат в элементах спутниковых навигационных систем / А.А. Тимохин // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ВНИИС. – Воронеж, 2003. – Вып. 1. – С. 67–76.

6. *Сучилин В.И.* Автономная навигация наземного подвижного объекта путем калмановской фильтрации двумерных координат по измерениям проекций скорости / В.И. Сучилин, Г.Б. Волобуев // Сб. докладов XII МНТК «Радиолокация, навигация и связь». – Воронеж, 2006. – Т. 3. – С. 1838–1845.

7. *Сучилин В.И.* Сравнительный анализ эффективности двух алгоритмов автономного навигационного вычисления двумерных координат наземного подвижного объекта по данным о проекциях его скорости / В.И. Сучилин, Г.Б. Волобуев // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2006. – Вып. 2. – С. 63–70.

8. *Сучилин В.И.* Выбор алгоритмов фильтрации координат наземного подвижного объекта для реализации в комплексной навигационной системе нового поколения с автономным и спутниковым сегментами / В.И. Сучилин, Г.Б. Волобуев, В.И. Парфенов // Сб. докладов XIV МНТК по интегрированным навигационным системам. – Санкт-Петербург, 2007. – С. 226–228.

9. *Сучилин В.И.* Исследование калмановской фильтрации координат подвижных объектов радиосвязи с применением для ориентации антенных систем / В.И. Сучилин, В.П. Васильев // Международная НПК «Охрана, безопасность и связь-2012» : сборник материалов / Воронежский институт МВД России. – Воронеж, 2013. – С. 183–187.

Статья поступила в редакцию 20 февраля 2013 г.

УДК 004.724.4

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВОЗДЕЙСТВИЯ СВЕРХКОРОТКИХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ИМПУЛЬСОВ НА РЭС С УЗКОПОЛОСНЫМИ СИГНАЛАМИ

А.В. Бубеньщиков, начальник лаборатории
А.И. Дорощук, в.н.с.
В.Н. Ледовской, с.н.с.
ВУНЦ ВВС им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, тел.: (473) 259-71-05
В.П. Пустовит, в.н.с., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: vpetrp@yandex.ru

Проводится анализ прохождения сверхкоротких высокочастотных импульсов (СКВИ) через фильтры основной селекции приемных устройств радиоэлектронных средств (РЭС) с узкополосными сигналами. Получены соотношения для определения параметров помех. Определены условия, при которых эффект воздействия СКВИ на РЭС эквивалентен шумовой помехе. Использование полученных результатов иллюстрируется на примере определения допустимой мощности СКВИ исходя из требуемого качества функционирования РЭС.

Ключевые слова: *сверхкороткие высокочастотные импульсы, узкополосные радиоэлектронные средства, шумовые заградительные помехи, помехи в виде сверхкоротких высокочастотных импульсов, эффективность воздействия помех.*

INFLUENCE EFFICIENCY OF ULTRASHORT HIGH-FREQUENCY IMPULSES ON RADIO-ELECTRONIC DEVICES WITH NARROW-BAND SIGNALS

A.V. Bubenshchikov, head of laboratory
A.I. Doroshchuk, leading research engineer
V.N. Ledovskoy, senior staff scientist
Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh), tel.: (473) 259-71-05
V.P. Pustovit, leading research engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: vpetrp@yandex.ru

The analysis of ultrashort high-frequency impulses (UHFI) advancing through basic selection filters of radio-electronic device receivers with narrow-band signals is carried out. Correlations for definition of interference parameter are received. Conditions on which the effect of UHFI-influence on RE-devices is equivalent to the noise interference are defined. The use of the received results is illustrated on the example of definition of UHFI-power capability on the assumption of the demanded quality of radio-electronic device functioning.

Key words: *ultrashort high-frequency impulses, narrow-band radio-electronic devices, noise protecting interferences, interferences in the form of ultrashort high-frequency impulses, efficiency of interference influence.*

Одним из направлений развития техники радиоэлектронного подавления (РЭП) является использование технологии генерации сверхкоротких высокочастотных импульсов с полосой спектра порядка 1 ГГц [1]. Это позволяет осуществлять подавление РЭС различных типов: радиолокационных средств (РЛС) с быстрой перестройкой частоты, средств связи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ), радиовысотомеров и радиовзрывателей, реализующих частотный метод измерения дальности, – фактически без детальной разведки параметров их сигналов (достаточной является информация о диапазоне перестройки частот). В этой связи актуальной является задача оценки эффектов воздействия сверхкоротких высокочастотных импульсных помех на РЭС с узкополосными сигналами. Представляет также практический интерес сравнение эффективности воздействия помех, создаваемых передатчиками СКВИ, и шумовых заградительных помех при одинаковой полосе спектра.

Целью статьи является оценка параметров помех при воздействии СКВИ на РЭС с узкополосными сигналами, а также определение условий их эквивалентности по эффекту воздействия с шумовыми помехами.

Как следует из теории оптимального приёма [2], качество функционирования РЭС любого назначения полностью определяется энергетическим отношением сигнал–помеха (отношением энергии сигнала E_c к спектральной плотности мощности помехи N_n). Это означает, что эффективность воздействия на РЭС шумовых и сверх-

широкополосных импульсных помех, нормализующихся в тракте приёмника, одинакова, если обеспечивается равная спектральная плотность мощности в приёмно-анализирующих устройствах. Очевидно, что энергетическая эффективность помех тем выше, чем меньше средняя излучаемая мощность при одинаковой N_n.

Спектральная плотность мощности шумовой заградительной помехи определяется как

$$N_{\text{шп}} = \frac{P_{\text{шп}}}{\Delta F}, \qquad (1)$$

где $P_{\text{шп}}$ – мощность шумовой помехи;

ΔF – полоса спектра помехи.

При анализе воздействия СКВИ на РЭС с полосой пропускания $\Delta f_{\text{РЭС}} << \Delta F$ необходимо оперировать спектральной плотностью энергии импульсов на выходе фильтра основной селекции РЭС. Это объясняется тем, что вследствие ударного характера воздействия мощность на выходе узкополосного фильтра за время длительности импульса не успевает установиться.

Энергия помехового импульса на выходе фильтра основной селекции РЭС может быть представлена в общем виде как [3]:

$$Э_{\text{вых}} = \int_0^{\infty} \left| F(f) H(f) \right|^2 df, \qquad (2)$$

где $H(f)$ – передаточная функция фильтра;

$F(f)$ – преобразование Фурье временной функции импульса.

С учётом $\Delta F >> \Delta f_{\text{РЭС}}$ приближённо можно записать

$$\left| F(f) \right|^2 \cong \frac{Э_{\text{вх}}}{\Delta F}, \qquad (3)$$

где $Э_{\text{вх}}$ – энергия импульса на входе РЭС.

С использованием понятия эквивалентной энергетической полосы фильтра

$$\Delta f_{\text{экв}} = \frac{1}{\left| H(f_0) \right|^2} \int_0^{\infty} \left| H(f) \right|^2 df, \qquad (4)$$

где f_0 – центральная частота фильтра, энергия выходного помехового импульса запишется в виде

$$Э_{\text{вых}} \cong \frac{Э_{\text{вх}}}{\Delta F} \cdot \Delta f_{\text{экв}}. \qquad (5)$$

Энергетическая ширина полосы реальных фильтров основной селекции РЭС примерно равна ширине полосы на общепринятом уровне (–3 дБ по мощности) [4]. Поскольку воздействие СКВИ на узкополосный фильтр подобно воздействию δ-функции, на его выходе будет наблюдаться отклик по протяжённости примерно равный времени реакции:

$$\tau_{\text{вых}} \cong 1/\Delta f_{\text{РЭС}}. \qquad (6)$$

С учётом (5), (6)

$$Э_{\text{вых}} = P_{\text{вых}} \cdot \tau_{\text{вых}} = \frac{Э_{\text{вх}}}{\Delta F} \cdot \Delta f_{\text{РЭС}} =$$

$$= \frac{P_{\text{вх}} \cdot \tau_{\text{вх}}}{\Delta F} \cdot \Delta f_{\text{РЭС}} = \frac{P_{\text{вх}} \cdot \tau_{\text{вх}}}{\Delta F} \cdot \frac{1}{\tau_{\text{вых}}}, \qquad (7)$$

где $P_{\text{вх}}$, $\tau_{\text{вх}}$ – соответственно мощность и длительность сверхкоротких высокочастотных импульсов на входе РЭС.

Из соотношения (7) получаем

$$\frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} = \frac{\tau_{\text{вх}}}{\Delta F \cdot \tau_{\text{вых}}^2} = \frac{\tau_{\text{вх}}^2}{\tau_{\text{вых}}^2} = \left(\frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F} \right)^2. \qquad (8)$$

Таким образом, мощность импульсной помехи на выходе фильтра РЭС ослабляется по сравнению с входной в квадрат отношения полос спектров СКВИ и фильтров РЭС или в квадрат отношения длительностей импульсов на входе и выходе приёмно-анализирующих устройств РЭС.

Средняя мощность импульсной помехи на выходе фильтра

$$\overline{P_{\text{вых}}} = \frac{P_{\text{вых}}}{Q_{\text{вых}}} = \frac{P_{\text{вых}} \cdot \tau_{\text{вых}}}{T_{\text{п}}} = \frac{P_{\text{вых}} \cdot F_{\text{п}}}{\Delta f_{\text{РЭС}}}, \qquad (9)$$

где $Q_{\text{вых}}$ – скважность импульсов на выходе фильтра;

$T_{\text{п}}$, $F_{\text{п}}$ – соответственно период и частота повторения СКВИ.

Учитывая, что $P_{\text{вых}} = P_{\text{вх}} \left(\frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F} \right)^2$, получим

$$\overline{P_{\text{вых}}} = \frac{P_{\text{вх}} \left(\frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F} \right)^2}{\frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{F_{\text{п}}}} = \frac{P_{\text{вх}} \left(\frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F} \right)^2}{T_{\text{п}} \cdot \Delta f_{\text{РЭС}}}. \qquad (10)$$

Поскольку средняя мощность импульсного потока на входе приёмника РЭС $\overline{P_{\text{вх}}} = \frac{P_{\text{вх}} \cdot \tau_{\text{вх}}}{T_{\text{п}}}$, то отношение средних мощностей на входе и выходе

$$\frac{\overline{P_{\text{вых}}}}{\overline{P_{\text{вх}}}} = \frac{P_{\text{вх}} \cdot \Delta f_{\text{РЭС}}}{T_{\text{п}} \cdot (\Delta F)^2 \left(P_{\text{вх}} \cdot \tau_{\text{вх}} \cdot F_{\text{п}}\right)} = \frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F}. \quad (11)$$

Следовательно, в отличие от отношения импульсных мощностей, отношение средних мощностей пропорционально отношению полос $\Delta f_{\text{РЭС}} / \Delta F$ (или длительностей импульсов $\tau_{\text{вх}} / \tau_{\text{вых}}$). При скважности импульсного потока на выходе приёмника РЭС

$$Q_{\text{вых}} = \frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{F_{\text{п}}} \approx 1 \quad (12)$$

помеха представляет собой непрерывный процесс, который вследствие случайности фаз воздействующих СКВИ по эффекту воздействия эквивалентен шумовой помехе [5].

Как отмечалось выше, энергетическая эквивалентность СКВИ помех определяется из условия равенства спектральных плотностей мощности импульсных и шумовых помех. Спектральная плотность мощности помехи, образованной СКВИ на выходе приёмника, при условии (12) определится как

$$N_{\text{СКВИ}} = \frac{\overline{P_{\text{вых}}}}{\Delta f_{\text{РЭС}}} = P_{\text{вх}} \left(\frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F}\right)^2 \cdot \frac{1}{\Delta f_{\text{РЭС}}}. \quad (13)$$

Приравнивая (1) и (13), имеем $\frac{P_{\text{шп}}}{\Delta F} = P_{\text{вх}} \left(\frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F}\right)^2 \cdot \frac{1}{\Delta f_{\text{РЭС}}}$, откуда

$$P_{\text{вх}} = \frac{P_{\text{шп}}}{\Delta F_{\text{с}}} \left(\frac{\Delta F}{\Delta f_{\text{РЭС}}}\right)^2 \cdot \Delta f_{\text{РЭС}} = P_{\text{шп}} \frac{\Delta F}{\Delta f_{\text{РЭС}}}. \quad (14)$$

Поскольку средняя мощность входного потока СКВИ $\overline{P_{\text{вх}}} = \frac{P_{\text{вх}}}{Q} = P_{\text{вх}} \frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F}$, то из (14) следует

$$\overline{P_{\text{вх}}} = \frac{P_{\text{шп}}}{\Delta f_{\text{РЭС}}} \cdot \frac{\Delta F \cdot \Delta f_{\text{РЭС}}}{\Delta F} = P_{\text{шп}}. \quad (15)$$

Таким образом, показана энергетическая эквивалентность шумовой помехи и помехи, образованной воздействием сверхкоротких радиоимпульсов на узкополосные РЭС. Это означает, что при равной полосе спектра помех и равной средней мощности оба типа помех создают одинаковую спектральную плотность мощности на выходе фильтров основной селекции РЭС и, следовательно, обеспечивают одинаковый информационный ущерб. Заметим, что данный вывод можно считать гарантированным в том смысле, что при принятых допущениях эффект от воздействия СКВИ не может быть меньше по сравнению с шумовой помехой с равной средней мощностью. Вместе с тем, применительно к некоторым типам приёмно-анализирующих устройств РЭС по эффекту воздействия импульсные помехи существенно превышают воздействие шумовых помех [5].

Линейные режимы работы приемных устройств, применительно к которым рассмотрен процесс преобразования СКВИ, свойственны широкому классу РЭС. В частности, к ним относятся импульсно-доплеровские РЛС, импульсные РЛС в режиме защиты от пассивных помех, навигационная аппаратура потребителей спутниковых навигационных систем, системы связи со сложными видами модуляции и др. Однако в некоторых ситуациях для защиты от импульсных помех в приемных устройствах могут применяться нелинейные методы обработки (схемы типа «широкополосный фильтр – ограничитель – согласованный (узкополосный) фильтр»). Ширина полосы пропускания широкополосного фильтра $\Delta f_{\text{ш}}$ выбирается существенно больше полосы согласованного фильтра $\Delta f_{\text{сф}}$. При этом соотношение полосы спектра СКВИ ΔF и полос пропускания фильтров удовлетворяет условию $\Delta f_{\text{сф}} << \Delta f_{\text{ш}} << \Delta F$, что позволяет по приведенным выше соотношениям определять параметры СКВИ на входе ограничителя. Эффекты, связанные с прохождением сигнала и помех через ограничитель, могут быть оценены, например, в соответствии с [6].

Рассмотрим приложение полученных соотношений применительно к РЛС обнаружения. В качестве информационного показателя оценки эффективности воздействия СКВИ примем коэффициент снижения дальности действия РЛС $K_{\text{сп}}$:

$$K_{\text{сп}} = \frac{D_{\text{п}}}{D_0}, \quad (16)$$

где $D_{\text{п}}$, $D_{\text{о}}$ – соответственно дальности действия в условиях помех и в их отсутствие.

Применительно к шумовым гауссовым (или нормализующимся в тракте приемника) помехам

$$K_{\text{сп}} = \left(1 + Q_{\text{п}}^2\right)^{-1/4}, \quad (17)$$

где $Q_{\text{п}}^2 = \frac{N_{\text{СКВИ}}}{N_{\text{СШ}}}$; $N_{\text{СШ}}$ – спектральная плотность мощности собственного шума приемника.

С учетом (13) и (17) допустимое значение мощности на входе приемника определяется как

$$P_{\text{вх.доп}} = \frac{1 - K_{\text{сп}}^4}{K_{\text{сп}}^4} N_{\text{СШ}} \left(\frac{\Delta F}{\Delta f_{\text{рлс}}} \right)^2 \Delta f_{\text{рлс}} . \quad (18)$$

Как следует из (18), допустимая мощность СКВИ на входе приемника определяется параметрами приемника, допустимым снижением дальности действия, шириной спектра СКВИ. Для типовых параметров РЛС $\Delta f_{\text{рлс}} = 1$ МГц, $N_{\text{СШ}} = 10^{-20}$ Вт/Гц и $\Delta F = 1000$ МГц, $K_{\text{сп}} = 0{,}9$, допустимое значение $P_{\text{вх.доп}} = -83$ дБВт.

Для решения обратной задачи (определение величины снижения дальности действия РЛС при воздействии СКВИ с мощностью $P_{\text{вх}}$) выражение (18) трансформируется следующим образом:

$$K_{\text{сп}} = \left(\frac{A}{P_{\text{вх}} + A} \right)^{1/4}, \quad (19)$$

где $A = N_{\text{сш}} \left(\frac{\Delta F}{\Delta f_{\text{рлс}}} \right)^2 \Delta f_{\text{рлс}}$.

Соотношение (19) может быть использовано при проведении лабораторных экспериментальных исследований эффективности воздействия СКВИ на приемно-анализирующее устройство РЛС с целью планирования экспериментов и интерпретации результатов.

При проведении исследований эффектов воздействия по полю помех, создаваемых передатчиками СКВИ (оценка ЭМС, оценка помехозащищенности), информационный показатель $K_{\text{сп}}$ определяется как

$$K_{\text{сп}} = \left(\frac{A}{B + A} \right)^{1/4}, \quad (20)$$

где $B = \frac{Э_{\text{п}} S}{4\pi R^2} \cdot \gamma$,

$Э_{\text{п}}$ – энергопотенциал передатчика СКВИ;

S – эффективная площадь антенны РЛС в направлении на передатчик помех;

γ – потери в мощности помех вследствие несовпадения поляризаций;

R – удаление передатчика помех от РЭС.

При выполнении условия $\frac{\Delta f_{\text{РЭС}}}{F_{\text{п}}} \le 1$ и $\Delta f_{\text{РЭС}} << \Delta F$ защитное отношение сигнал–помеха для РЭС с узкополосными сигналами для условий воздействия СКВИ может быть определено из соотношения

$$q^2_{\text{СКВИ}} = q^2_{\text{шп}} \cdot \frac{\Delta f_{\text{РЭС}} \cdot F_{\text{п}}}{\Delta F^2}, \quad (21)$$

где $q^2_{\text{шп}}$ – защитное отношение сигнал–помеха для шумовой помехи.

Выводы

Таким образом, получены соотношения и установлены основные закономерности преобразования параметров СКВИ при воздействии на узкополосные РЭС. Определены условия энергетической эквивалентности шумовых заградительных и сверхкоротких импульсных помех. Результаты могут быть использованы при проведении оценок ЭМС и помехозащищенности РЭС, определении защитных отношений сигнал–помеха, а также обосновании требований к параметрам помех.

Литература:

1. Радиоэлектронная борьба. Силовое поражение РЭС / В.Д. Добыкин [и др]. – М.: Вузовская книга, 2007. – 250 с.

2. Радиоэлектронные системы / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: МАКВИС, 1998. – 520 с.

3. Системы передачи информации / Пер. с англ. под ред. Б.И. Кувшинова. – М.: Связь, 1971. – 325 с.

4. Справочник по радиолокации / Пер. с англ. под ред. П.И. Дудника. – Т. 1. – М.: Советское радио, 1977. – 527 с.

5. *Дорощук А.И.* Подход к упрощению сложного по структуре совокупного сигнала непреднамеренных помех в групповых ситуациях / А.И. Дорощук, В.Н. Ледовской, В.П. Пустовит // Радиосистемы. – 2002. – № 11.

Статья поступила в редакцию 28 января 2013 г.

УДК 004.724.4

ПОВЫШЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ КЛАСТЕРА В МОБИЛЬНОЙ БЕСПРОВОДНОЙ СЕНСОРНОЙ СЕТИ

С.Н. Жарков, старший инженер, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: szharkov@mail.ru

Предложен алгоритм повышения времени жизни кластера мобильной сенсорной сети, основанный на выборе с помощью алгоритма протокола LEACH головных узлов, отправляющих головному узлу более высокого уровня иерархии собранные данные от своих соседних узлов, в зависимости от их количества.

Ключевые слова: *мобильная беспроводная сенсорная сеть, кластеризация, гибридная маршрутизация*.

INCREASING THE CLUSTER LIFETIME IN MOBILE SENSOR NETWORK

S.N. Zharkov, senior engineer, JCS «Sozvezdie» Concern», e-mail: szharkov@mail.ru

It has been proposed lifetime increasing algorithm of mobile sensor network cluster based on the choice of protocol algorithm LEACH-head end that sends collected data from it's neighboring nodes to the head end of a higher hierarchy level depending on their number.

Key words*: mobile wireless sensor network, clustering, hybrid routing.*

В настоящее время большое внимание уделяется беспроводным сенсорным сетям (БСнС) [1–6], которые, являясь особым видом беспроводных ad hoc сетей, состоят из множества сенсорных устройств (сенсорных узлов), распределенных в определенном районе. Каждый сенсорный узел способен измерять различные параметры и устанавливать беспроводные соединения с другими сенсорными узлами, обрабатывать радиосигналы и формировать маршруты для передачи данных измерения. БСнС широко используются для мониторинга больших территорий с помощью нескольких тысяч (и более) сенсорных устройств, что увеличивает цену таких сетей, несмотря на то, что их узлы стремятся делать очень дешевыми. Одним из эффективных способов снизить затраты является применение сетей с мобильными сенсорными узлами, которые получили название мобильных сенсорных сетей (МБСнС) [7, 8].

Учитывая, что МБСнС относятся к мобильным ad hoc сетям (MANET), для классификации алгоритмов маршрутизации в МБСнС можно использовать классификацию, принятую для MANET, т.е. разделять алгоритмы маршрутизации в МБСнС на два класса [1]: реактивные и проактивные. С помощью реактивных алгоритмов поиск оптимального маршрута ведется после получения данных, которые узел должен передать по назначению, а при использовании проактивных алгоритмов маршруты формируются до возникновения необходимости передачи полезной информации. Алгоритмы каждого класса имеют свои достоинства и недостатки. Применение реактивных алгоритмов приводит к задержке в передаче данных из-за потери времени на формирование маршрута, а проактивные алгоритмы позволяют свести эту задержку к минимуму. Тем не менее при проактивном подходе с помощью служебных сообщений формируются маршруты, которые не используются для передачи данных. Третьим классом алгоритмов маршрутизации в МБСнС является группа гибридных алгоритмов, сочетающих в себе особенности реактивных и проактивных. Другая классификация алгоритмов маршрутизации возможна на основе использования принципа стохастического продвижения пакетов [1, 5].

Из-за ограниченности заряда батарей сенсорных узлов в БСнС, целью которых является сбор информации и отправка их головной станции, применение алгоритмов маршрутизации требует использования иерархической структуры [4], а именно формирования кластеров. Иерархическая структура позволяет сенсорным узлам передавать собранные данные не напрямую головной станции, а узлам, вокруг которых они объединяются в кластеры, а те, агрегируя данные и удаляя из них избыточность, отправляют их головной станции. Такой способ передачи данных головной станции более энергоэффективный [1], чем если бы каждый сенсорный узел отправлял свои данные головной станции самостоя-

тельно. Дальнейшим развитием этого способа стало применение мобильных головных станций [9], что позволило повысить эффективность сбора данных от сенсорных узлов, уменьшив количество ретрансляций от источника данных до головной станции. Тем не менее возможны ситуации, когда все узлы сенсорных сетей мобильны. Например, в [7] рассматривается сеть, состоящая из мобильных роботов, следящих за непревышением температуры в лесном массиве, а в [8] – сеть, развернутая в море для мониторинга окружающей обстановки. Поэтому при разработке алгоритмов маршрутизации в таких сенсорных сетях необходимо учитывать возможность движения их узлов.

В настоящей работе рассмотрена иерархическая МБСнС и предложен алгоритм повышения времени жизни кластера в такой сети. Показана его эффективность. За основу были выбраны гибридный алгоритм HWMP [10] и алгоритм стохастической маршрутизации SARA [5].

Статья имеет следующую структуру: в первом разделе описана архитектура исследуемой МБСнС, во втором – предлагаемый алгоритм, в третьем – методика моделирования сети, которая используется для анализа его эффективности, в четвертом – результаты моделирования.

1. Архитектура исследуемой мобильной сенсорной сети

Предполагается, что узлы исследуемой МБСнС распределены на заданной территории для мониторинга изменений интересующих характеристик, например температуры окружающей среды, уровня ее загрязнения и др. Для эффективного сбора данных и отправки их пункту назначения иерархия МБСнС имеет три уровня. Узлы 1-го уровня иерархии (рис. 1) собирают информацию и передают ее узлам 2-го уровня, которые обрабатывают ее и устраняют из нее избыточность, а затем отправляют агрегированные данные узлам 3-го уровня по маршрутам, сформированным реактивным или проактивным способом. Узлы 1-го уровня будем называть собирающими, узлы 2-го уровня – отправляющими, а узлы 3-го уровня – головными узлами кластера. В МБСнС возможна и более сложная иерархия, но в данной статье она не рассматривается.

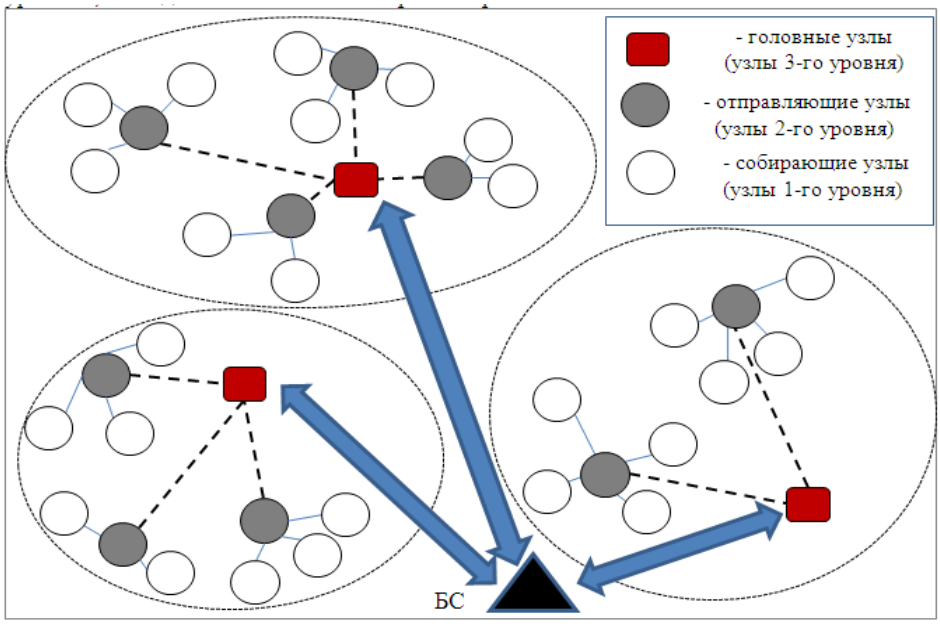


Рис. 1. К описанию иерархии мобильной беспроводной сенсорной сети

Будем считать, что время функционирования МБСнС T делится на временные интервалы ΔT (сессии, см. рис. 2), в течение которых узлы предполагаются неподвижными (их местоположение меняется от сессии к сессии), т.е. в течение ΔT состав и форма кластера не меняются. Отправляющие узлы в течение сессии выбираются по алгоритму протокола LEACH [6, 3], согласно которому выполняются следующие операции:

1) каждый n-й узел кластера каждую i-ю сессию генерирует случайное число $\xi_{n,i}$ от 0 до 1;

2) каждый n-й узел кластера вычисляет пороговое значение $T_n(i)$ по формуле

$$T_n(i)=\begin{cases}\dfrac{\beta}{1-\beta\left(i \bmod \lfloor 1/\beta \rfloor\right)}, & n \in G,\\ 0, & n \notin G,\end{cases}$$

где n – номер узла сети; i – номер сессии функционирования сети; β – параметр, характеризующий количество передающих узлов, выбираемых в каждой сессии (в литературе, например в [6, 3], рекомендуется использовать $\beta = 0.05$, т.е. в среднем в каждую сессию в качестве передающих узлов будет выбираться 5% от общего количества узлов в кластере); G – множество узлов, которые не были выбраны в качестве передающих последние $1/\beta$ сессий; *mod*() – операция выделения целой части;

3) каждый n-й узел кластера сравнивает значение $\xi_{n,i}$ с $T_n(i)$: если $\xi_{n,i} < T_n(i)$, то узел выбирается в качестве передающего.

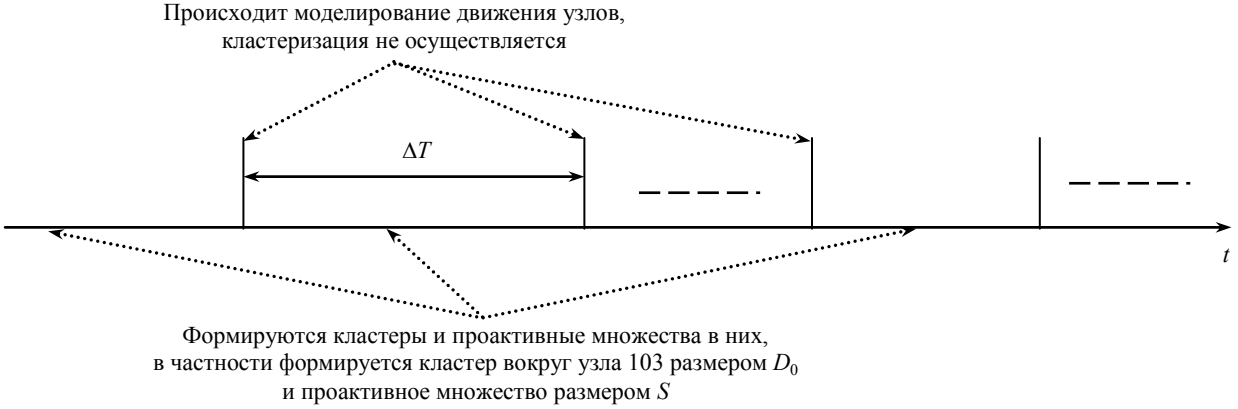


Рис. 2. Этапы функционирования мобильной беспроводной сенсорной сети

2. Алгоритм повышения времени жизни кластера в мобильной беспроводной сенсорной сети

В качестве алгоритма маршрутизации используется гибридный алгоритм протокола HWMP [10] стандарта IEEE 802.11s, дополненный процедурой учета выхода из строя сенсорных узлов после окончания заряда их автономных источников питания из-за энергопотребления при передаче и приеме данных. Согласно этому алгоритму маршрутизации для установки маршрута внутри кластера между узлами и головным узлом может использоваться как проактивный, так и реактивный алгоритмы. Множество узлов, которые устанавливают маршрут с головным узлом проактивным способом, будем называть проактивным множеством, а множество узлов, ищущих оптимальный маршрут реактивным способом, – реактивным множеством. Например, на рис. 3 показан пример кластера, в котором узлы, показанные закрашенными кружочками, формируют маршруты с головным узлом 103 (на рисунке показан закрашенным треугольником) проактивным образом, а остальные узлы – с помощью реактивного алгоритма.

Для уменьшения количества узлов в проактивном множестве в МБСнС будем использовать алгоритм, разработанный в [11] на основе алгоритма SARA [5]. Его идея состоит в том, чтобы выбирать не все соседние узлы, а только их часть. Получив запрос на формирование такого множества, узел запускает генератор случайных чисел, с помощью которого определяет, должен ли он ретранслировать запрос дальше или нет. Если выпадает «0», то ретрансляция не осуществляется, иначе запрос ретранслируется соседним узлам. Вероятность генерации нуля будем обозначать как P_0. Например, если узел 103 (рис. 4) окружён узлами 89, 90, 91, 104, 114, 113, 112 и 102, то согласно предложенному в [11] алгоритму при $P_0 = 0{,}5$ в качестве соседних узлов, ретранслирующих дальше служебные сообщения для формирования проактивного множества, будут выбраны узлы 89, 104, 112 и 102, которые и образуют первый «слой» проактивного множества (на рис. 4 его узлы закрашены). На рис. 5 показан следующий этап – формирование второго «слоя» проактивного множества, в течение которого часть узлов впервые принимают сообщения, предлагающие стать узлами

множества, а часть узлов, например узлы 90, 91 и 113, получают такие сообщения повторно. Во втором случае узлы перед запуском генератора случайных чисел проверяют значение, записанное в поле метрики сообщения. Если это значение показывает, что новый возможный маршрут будет хуже, то они игнорируют сообщение, а если лучше, то запускают генератор случайных чисел и принимают решение, будут они участвовать в формировании проактивного множества или нет. На рис. 5 узлы второго проактивного «слоя» (74, 124, 115 и 92) закрашены так же, как и узлы первого «слоя».

На рис. 6 а–г показаны сформированные проактивные множества с помощью описанного алгоритма при размере кластера $D_0 = 5$, количестве слоев проактивного множества $S = 2$ и при $P_0 = 0, 0.3, 0.6, 1$, где D_0 измеряется количеством ретрансляций от головного узла 103, S – количеством ретрансляций от головного узла 103.

Таким образом, предлагаемый в [11] алгоритм отличается от SARA [5] тем, что стохастическое принятие решения ретранслировать пакет используется для уменьшения количества узлов в сформированном проактивном множестве при сохранении связности между узлами в таком множестве.

Отправляющие узлы в данной работе предлагается выбирать в зависимости от количества соседних узлов N так, чтобы $N \geq N_{\min}$, где $N_{\min}$ – минимально допустимое количество соседних узлов. На рис. 7 показан пример выбора отправляющих узлов при выполнении следующего условия: количество их соседей N должно быть больше двух, т.е. $N_{\min} = 2$.

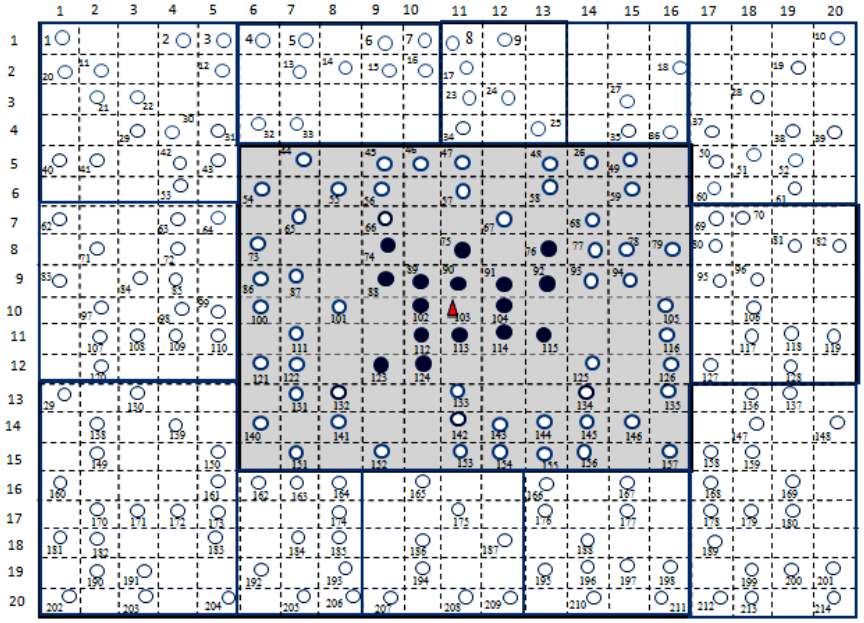


Рис. 3. Беспроводная сенсорная сеть с мобильными узлами (– узлы проактивного множества; – узлы, которые устанавливают маршрут с головным узлом реактивным способом; – граница кластера)

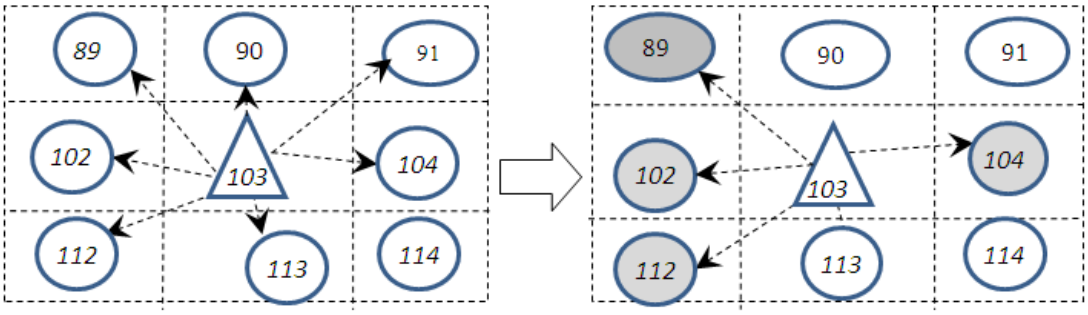


Рис. 4. Формирование первого «слоя» проактивного множества с помощью случайного выбора соседних узлов (серым цветом показаны узлы проактивного множества)

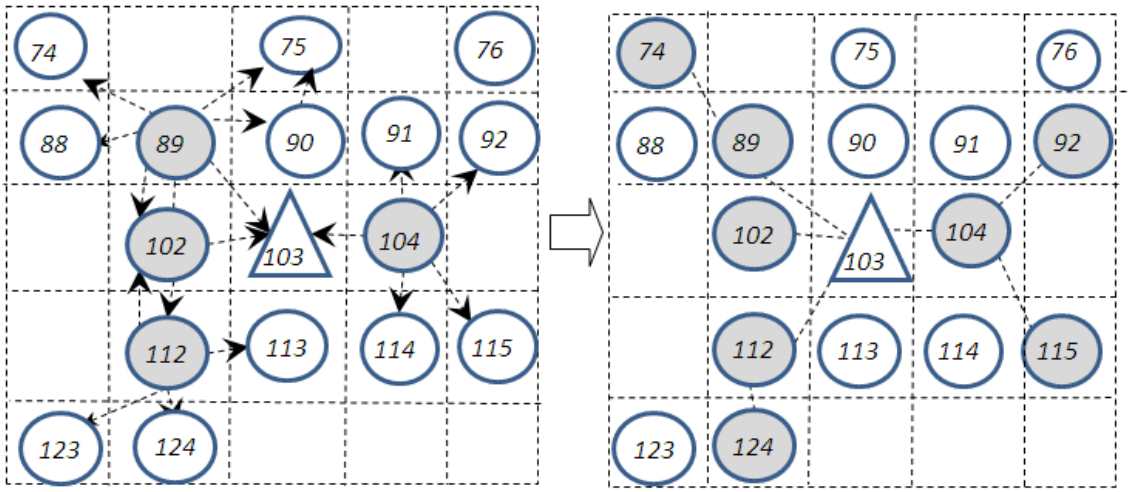
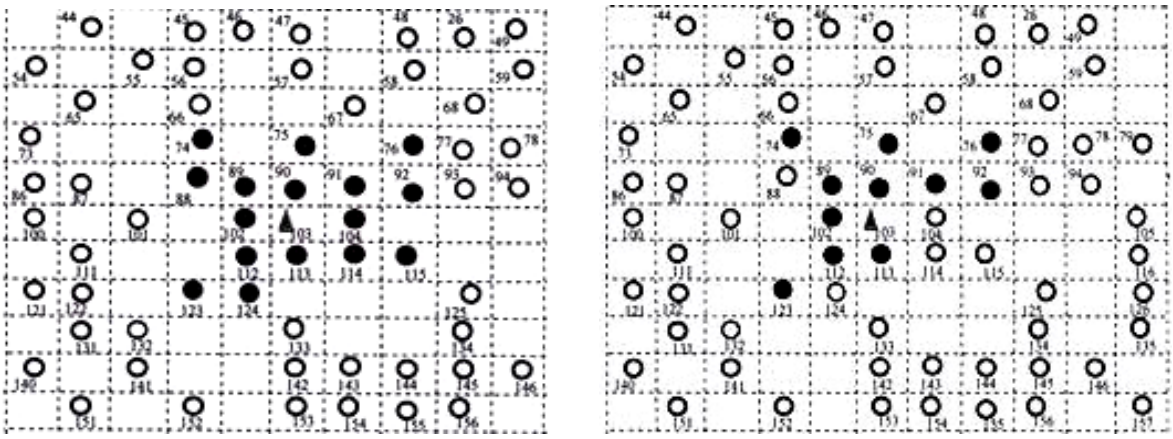
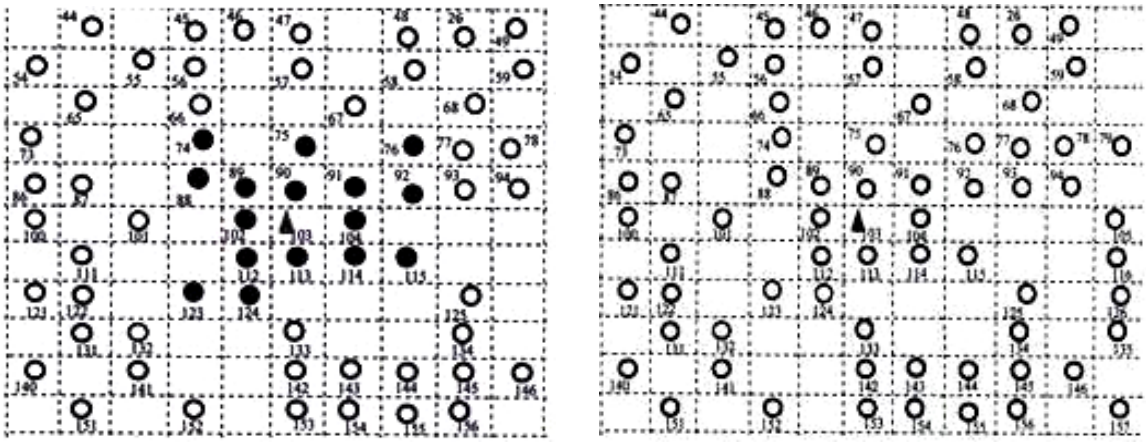


Рис. 5. Формирование второго «слоя» проактивного множества с помощью случайного выбора соседних узлов (серым цветом показаны узлы проактивного множества)



а) б)



в) г)

Рис. 6. Случайное формирование проактивного множества вокруг узла 103 при $D_0 = 5$, $S = 2$, $S_0 = 0$: а) $P_0 = 0$, б) $P_0 = 0{,}3$, в) $P_0 = 0{,}6$, г) $P_0 = 1$

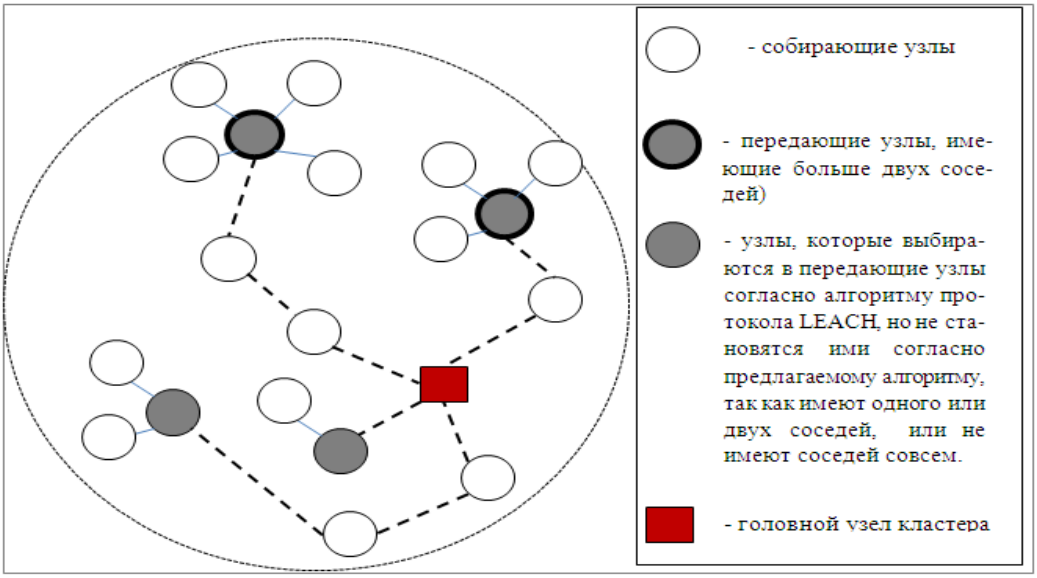


Рис. 7. К описанию предлагаемого алгоритма выбора отправляющих узлов, например, только среди кандидатов, имеющих больше двух соседей

3. Модель мобильной беспроводной сенсорной сети

Рассмотрим МБСнС, показанную на рис. 3. Для уменьшения вычислительной сложности моделирования (например, поиска соседних узлов, их движения и др.) район обслуживания сети разбивается на квадратные ячейки, в каждой из которой может находиться только один узел. Далее в разделе 3.1 описана модель движения сенсорных узлов, в разделе 3.2 – методика определения времени жизни кластера мобильной сенсорной сети.

3.1. Моделирование движения сенсорных узлов

Используемая модель движения узлов основана на модели RWM [12]. Предполагаем, что узлы могут быть неподвижными или перемещаться со скоростями $v_0 = 0$, v_1 или v_2. Случайный выбор скоростей определяется вероятностями P_{v0}, P_{v1}, P_{v2}. Точки, в направлении которых двигаются узлы, также выбираются случайно по равномерному закону распределения. После того как узлы достигнут соответствующих точек, случайно выбираются новые точки, в направлении которых узлы продолжают движение. Перемещение узлов за пределы рассматриваемой территории не рассматривается.

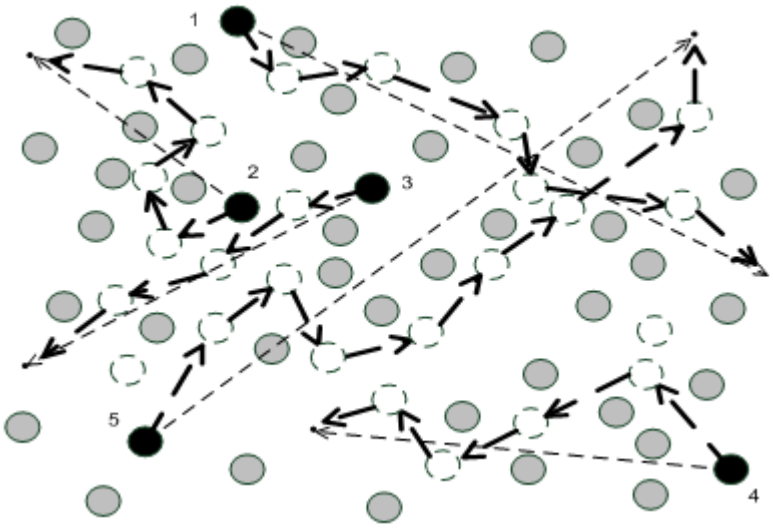


Рис. 8. Моделирование движения узлов в мобильной беспроводной сенсорной сети

Время функционирования сети T разбивается на интервалы ΔT (сессии) так, как это показано на рис. 2. После равномерного распределения узлов по территории моделируется формирование кластеров и проактивных множеств в них. В данной работе предполагается, что головная станция только одна (103). Поэтому от сессии к сессии моделируется формирование только одного кластера. Его размер D_0 считается входным параметром. После формирования кластера выбираются отправляющие узлы, которые устанавливают маршруты с головным узлом 103, а затем снова моделируется движение узлов и формирование кластера размером D_0. Предполагалось, что за время ΔT топология сети существенно не меняется, в том числе и из-за движения. По истечении времени ΔT согласно модели узлы начинают двигаться и затем опять замирают на время ΔT (см. рис. 2). Количество итераций выбиралось равным $N = T/\Delta T_0$. Возможность коллизий не учитывалась. Количество ретрансляций h при формировании маршрутов считалось ограниченным. При моделировании энергопотребления использовалась модель Хейзельмана (Heinzelman) [3], требующая задание начальной энергии узлов сенсорной сети W_0.

3.2. Определение времени жизни кластера мобильной сенсорной сети

Из-за мобильности узлов МБСнС состав кластеров неустойчив настолько, что возникает необходимость формировать новый кластер вокруг нового головного узла. Время, в течение которого кластер можно считать работоспособным, по аналогии с термином *время жизни БСнС* будем называть временем жизни кластера L. Его значение определяется как время, через которое значение одного из параметров кластера становится меньше некоторого порогового значения η. В качестве такого параметра в данной работе была выбрана превышающая пороговое значение η вероятность возможности формирования маршрута между узлом P, отправляющим данные головному узлу, и головным узлом кластера.

Пример определения L при $P_0 = 0$, $W_0 = 0{,}5$; $D_0 = 5$, $S = 3$, $h = 4$, $P_{v0} = 0$, $P_{v1} = 0.5$, $P_{v2} = 0.5$; η = 0.9 и 0.96 показан на рис. 9.

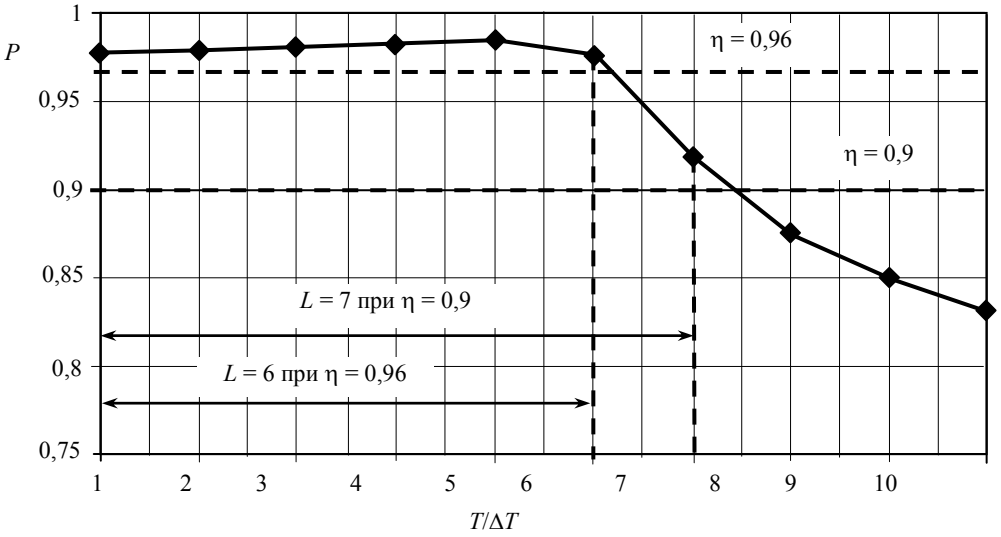


Рис. 9. Пример определения времени жизни кластера L по графику зависимости вероятности P от времени ($T/\Delta T$), построенного при η = 0.9, 0.96

4. Результаты моделирования

Рассматривались случаи, когда узлы могут или остаться неподвижными, или передвигаться со скоростями v_0, v_1, v_2 в свободную ячейку: при $v = 0$ узел неподвижен, при движении со скоростью v_1 за время ΔT узлы переместятся в соседнюю ячейку, а со скоростью v_2 – через одну ячейку. Значения вероятностей случайного выбора скоростей P_{v0}, P_{v1} и P_{v2} были выбраны равными $P_{v0} = 0$, $P_{v1} = 0.5$, $P_{v2} = 0.5$. Если обнаруживается, что выбранная для перемещения ячейка занята, то узел остается на месте, а значит, несмотря на нулевое значение P_{v0}, вероятность неподвижности узлов согласно описанной методике моделирования будет отлична от нуля.

При моделировании считалось, что количество итераций $N = T/\Delta T$ равно 100, T – время наблюдения за функционированием сети. Максимальное количество ретрансляций h, определяющее время жизни сообщения, было выбрано равным 4. Аналогично [3] начальное значение энергии W_0 было выбрано равным 0.5 Дж. Территория, на которой разворачивается сеть, разбивается на 400 ячеек так, что ее площадь равна 20x20 квадратных ячеек. Размер ячейки был выбран равным 150 м так, что расстояние между соседними узлами было равно 300 м. Размер пакета – 1024 бит.

Время жизни кластера L определялась согласно методике, описанной в третьем разделе.

На рис. 10–15 приведены зависимости времени жизни МБСнС L от вероятности P_0, полученные с помощью моделирования МБСнС в среде MATLAB при $P_{v0} = 0$; $P_{v1} = 0{,}5$; $P_{v2} = 0{,}5$ и $N_{min} = 0 – 5$, $W_0 = 0{,}5$; $D_0 = 5$, $S = 3$, $h = 4$. При моделировании использовались значения $\eta = 1$, 0.96 и 0.9. На основе этих результатов были определены наибольшие значения времени жизни кластера $L_{max} = \max(L(p_0))$ соответственно η, которые могут быть получены при совместном использовании алгоритма формирования проактивного множества [11] и предлагаемого в данной работе алгоритма выбора отправляющих узлов. Зависимость L_{max} от минимально допустимого значения соседних узлов N_{min} показана на рис. 16. Видно, что применение предлагаемого алгоритма выбора отправляющих узлов совместно со случайным формированием проактивного множества позволяет значительно продлить время жизни кластера в мобильной сенсорной сети.

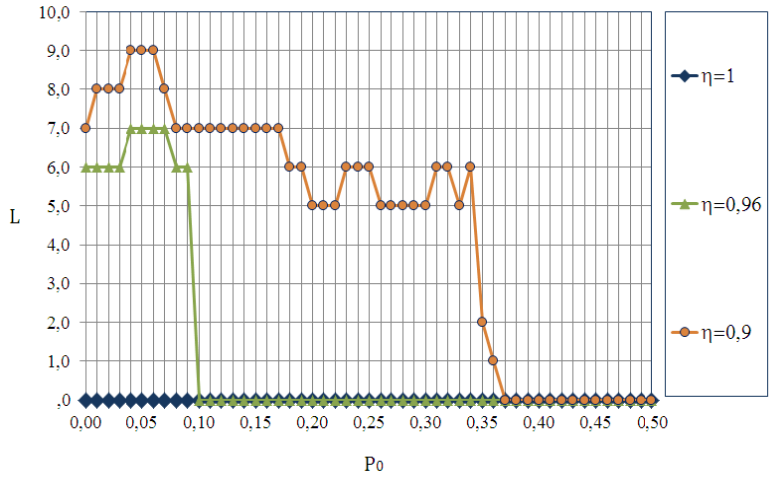


Рис. 10. Зависимости времени жизни L от вероятности P_0 при $N_{min} = 0$

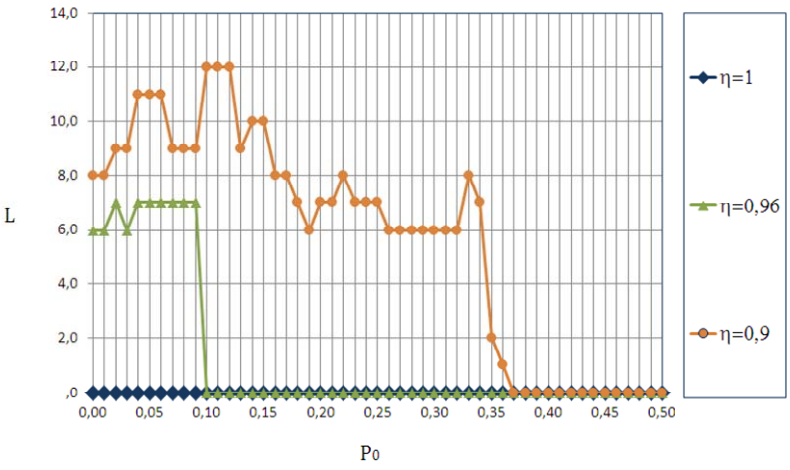


Рис. 11. Зависимости времени жизни L от вероятности P_0 при $N_{min} = 1$

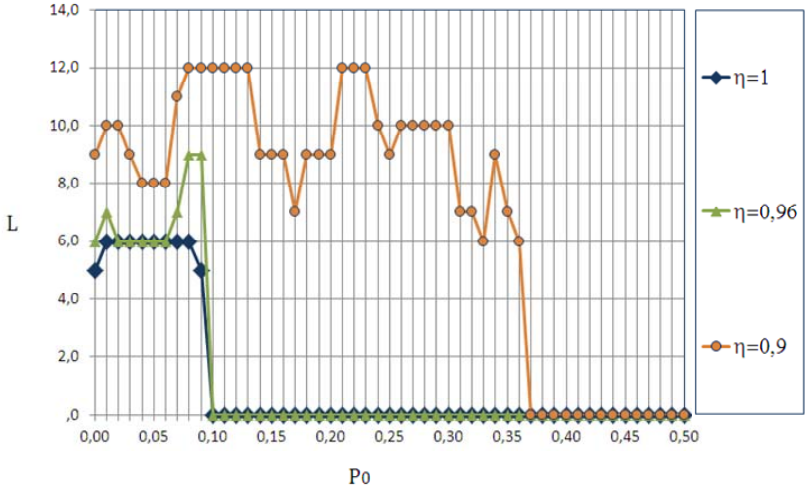


Рис. 12. Зависимости времени жизни L от вероятности P_0 при $N_{min} = 2$

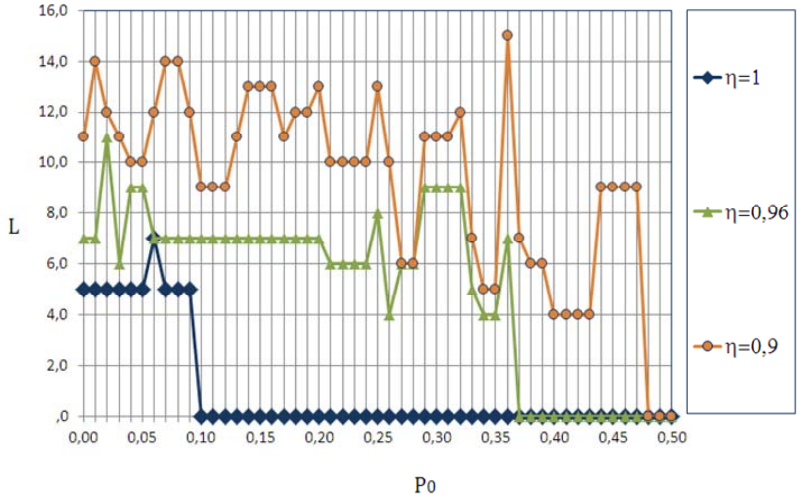


Рис. 13. Зависимости времени жизни L от вероятности P_0 при $N_{min} = 3$

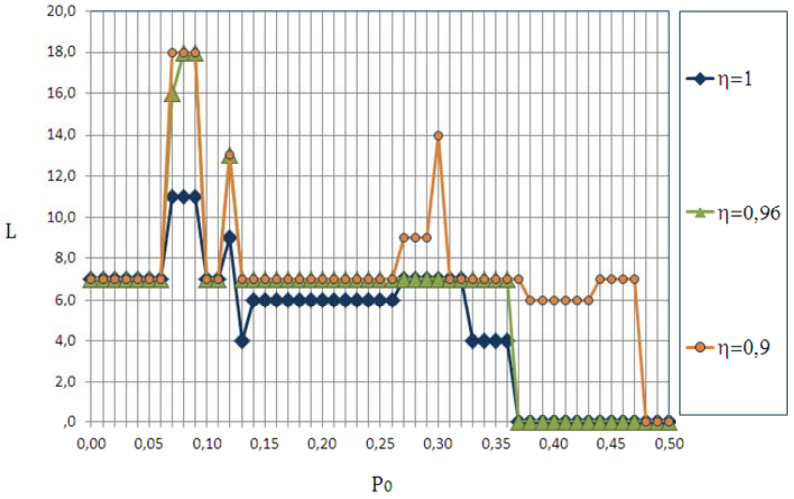


Рис. 14. Зависимости времени жизни L от вероятности P_0 при $N_{min} = 4$

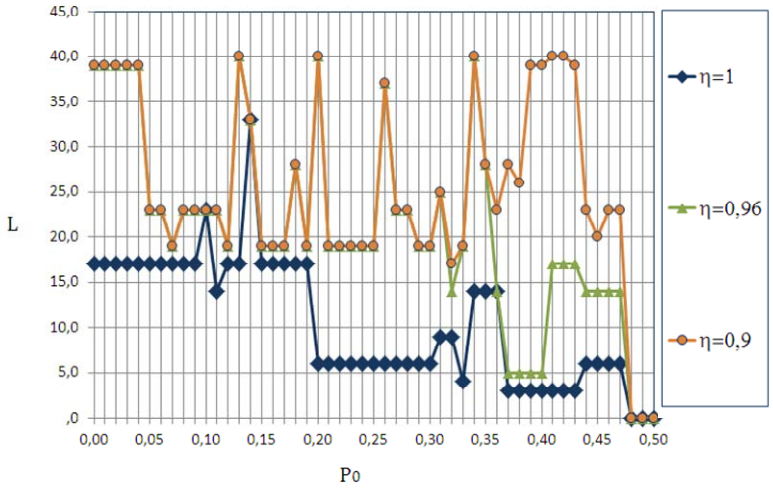


Рис. 15. Зависимости времени жизни L от вероятности P_0 при $N_{min} = 5$

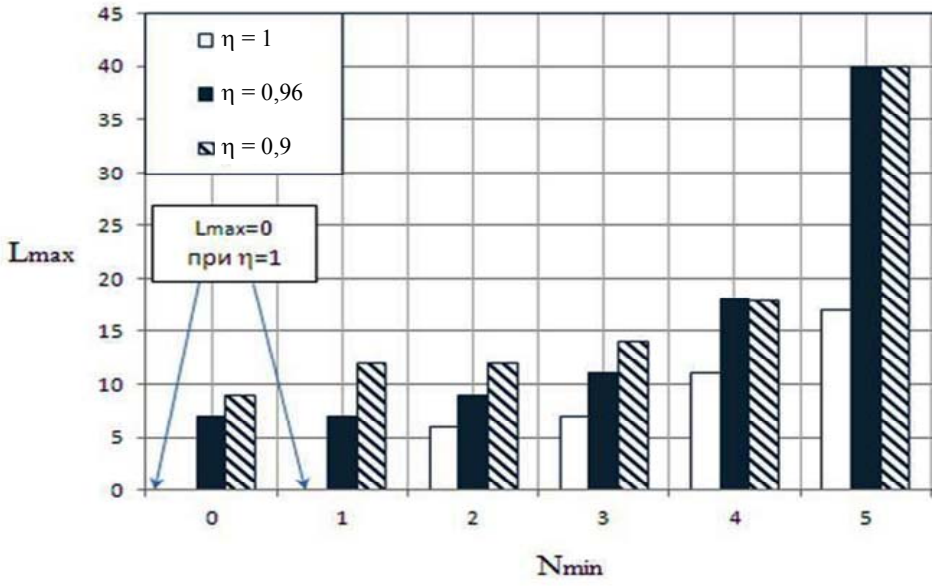


Рис. 16. Зависимости $\max(L(p_0))$ от N_{min}

Заключение

Предложен алгоритм повышения времени жизни кластера мобильной сенсорной сети, основанный на выборе узлов, отправляющих головному узлу более высокого уровня иерархии собранные данные от своих соседних узлов, в зависимости от количества этих соседних узлов. Показано, что при совместном использовании предлагаемого алгоритма и алгоритма случайного формирования проактивного множества в кластере время его жизни может быть существенно увеличено. Определение минимально возможного количества соседних узлов, необходимого для того, чтобы узел мог стать отправляющим (собрать данные, агрегировать и отправить их головному узлу кластера), является самостоятельной задачей исследования, которую предстоит решить в дальнейшем.

Литература:

1. *Zungeru A.M.* Classical and swarm intelligence based routing protocols for wireless sensor networks: A survey and comparison / A.M. Zungeru, L.-M. Ang, K.Ph. Seng // Journal of Network and Computer Applications. – 2012. – Pp. 1508–1536**.**

2. *Кудряшов С.В.* Оптимальная маршрутизация информационных потоков в беспроводных сенсорных сетях / С.В. Кудряшов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – № 2. – С. 126–140**.**

3. *Heinzelman W.* Energy-Efficient Communication Protocol for Wireless Microsensor Networks / W. Heinzelman, A. Chandrakasan, H. Balakrishnan //

Proc. Hawaii International Conference on System Science. – Jan. 2000. – V. 8. – Pp. 1–10.

4. *Taruna S.* Multi-Hop Clustering Protocol using Gateway Nodes in Wireless Sensor Network / S. Taruna, R. Kumawat, G. N. Purohit // International Journal of Wireless & Mobile Networks (IJWMN). – August 2012. – V. 4, № 4. – Pp. 169–180.

5. Patent № US 7,957,355 B1 Swarm Autonomous Routing Algorithm for Mobile Ad Hoc Communications / M.J. Heiferling, J.C. Kelm; Assignee – Bluetronix Inc.; Field – May 30, 2006; Date of Patent – June 7, 2011, pages 42**.**

6. An Energy Efficient Routing Scheme for Mobile Wireless Sensor Networks / L.T. Nguyen [etc.] // IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS), 21–24 Oct. 2008. – Pp. 568–572.

7. *Kulakowski P.* WSAN Architecture for Wildland Fire-Fighting / P. Kulakowski, E. Calle, J.L. Marzo // European Cooperation in the Field of Scientific and Technical Research COST 2100 TD(10) 12098, Bologna, Italy, Nov. 23–25, 2010.

8. *Luo J.* Double Mobility: Coverage of the Sea Surface with Mobile Sensor Networks / J. Luo, D. Wang, Q. Zhang / Proc. IEEE INFOCOM'09, Rio de Janeiro, Brazil, Apr. 2009.

9. Pub. No. US 2012/0093087 Trail-based Data Gathering Mechanism for Wireless Sensor Networks with Mobile Sinks / C. Chen, J. Ma, B. Zhang ; Assignee – Nokia corporation.; Pub. Date – April. 19, 2012, pages 23.

10. IEEE Standard 802.11s-2011 – IEEE Standard for Information Technology – Telecommunications and information exchange between systems. Local and metropolitan area networks. Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications Amendment 10: Mesh Networking, 10 September 2011.

11. *Жарков С.Н.* Алгоритм случайного проактивного формирования области ретрансляторов в беспроводных ad hoc сетях мобильных микроэлектронных сенсорных датчиков / С.Н. Жарков // Материалы международной конференции «Микроэлектронные информационно-управляющие системы и комплексы». – Воронеж : Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2012. – 148 с.

12. *Camp T.* A Survey of Mobility Models for Ad Hoc Network Research / T. Camp, J. Boleng, V. Davies // Wireless Communication & Mobile Computing (WCMC): Special issue on Mobile Ad Hoc Networking Research, Trends and Applications. – 2002. – V. 2, № 5. – Pp. 483–502

Статья поступила в редакцию 21 марта 2013 г.

УДК 621.396.67

РАМОЧНАЯ АНТЕННА В РЕЖИМЕ ПЕРЕДАЧИ

П.А. Мозговой, начальник сектора, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: pamvrn@mail.ru

Получено аналитическое решение задачи одноточечного возбуждения круглой рамочной антенны с периметром до $\pi/2$ длины волны генератором δ-функции Дирака в виде ряда Фурье по азимутальным токовым гармоникам с коэффициентами, выраженными через функции Бесселя первого рода целого порядка, отличающееся сходимостью в точке возбуждения антенны.

Ключевые слова: *круглая рамочная антенна, распределение тока, интегро-дифференциальное уравнение, ряд Фурье.*

CIRCULAR LOOP ANTENNA IN TRANSFER MODE

P.A. Mozgovoy, head of sector, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: pamvrn@mail.ru

An analytical solution of a one-point excitation circular loop antenna with perimeter of up to $\pi/2$ wavelength by generator of Dirac δ-function as a Fourier series on the azimuthal current harmonics with coefficients expressed in terms of the Bessel function of the first kind of integer order, convergent at antenna feed point.

Key words: *circular loop antenna, current distribution, integro-differential equation, Fourier series.*

Передающие рамочные (кольцевые) антенны находят широкое применение в профессиональной и любительской радиосвязи [1, 2]. Антенны, размеры которых значительно меньше длины волны λ радиосигнала и распределение тока вдоль проводника близко к равномерному, называются рамками. Антенны, размеры которых соизмеримы с длиной волны λ, традиционно называются кольцевыми, а допущение о равномерном распределении тока для них уже несправедливо. Для упрощения изложения будем применять единый термин «рамочная антенна» (РА) независимо от размеров рассматриваемых антенн.

Вопросу теоретического определения вида функции распределения тока по проводнику круглой одновитковой РА одноточечного питания посвящено значительное число работ. Приоритет в решении задачи возбуждения ненагруженной РА принадлежит Халлену [3]. В указанной работе, а также в работах Сторера [4] и Ву [5] разработан метод рядов Фурье для анализа рассматриваемой антенны в свободном пространстве, возбуждаемой идеальным генератором ЭДС, включенным в бесконечно узкий зазор (так называемый генератор δ-функции), и получены соотношения для функции распределения тока и входной проводимости, отличающиеся расходимостью ряда для тока в точках возбуждения РА, для устранения которой применялись различные искусственные приёмы. Известны и другие работы, посвященные этому вопросу, отличающиеся тем или иным способом представления функции Грина (ФГ) задачи. Например, в монографии [6] получено строгое решение рассматриваемой задачи в виде ряда Фурье на основе применения метода сингулярных интегральных уравнений для случая конечной ширины зазора возбуждения. Однако, несмотря на все результаты, достигнутые с помощью указанных подходов, вычисление рядов Фурье с коэффициентами, определяемыми в виде квадратур от функций Бесселя и родственными им, приводит к значительным затратам машинного времени, что предъявляет повышенные требования к мощности и быстродействию вычислительного устройства.

Цель настоящей работы – получить аналитическое решение задачи одноточечного возбуждения круглой рамочной антенны генератором δ-функции Дирака в виде ряда Фурье по азимутальным токовым гармоникам, отличающееся упрощённым видом коэффициентов гармоник и сходимостью в точке возбуждения антенны.

Определение функции распределения тока

Рассмотрим передающую круглую одновитковую рамочную антенну, находящуюся в свободном пространстве и возбуждаемую источником ЭДС, включенным в бесконечно узкий зазор, ширина которого 2Δ стремится к нулю (так называемый генератор δ-функции, или щелевой

генератор). Проводник РА считаем изготовленным из тонкого круглого идеально проводящего материала. Схема РА представлена на рис. 1 в декартовой системе координат $\{O,X,Y,Z\}$, совмещённой с полярной системой $\{O,r,\varphi\}$, где обозначено: $r=b$ – радиус РА; r – радиальная координата; a – радиус проводника РА; φ и φ' – угловые азимутальные координаты точек наблюдения и источника, расположенные на поверхности и на осевой линии проводника РА соответственно; $\dot{I}(\varphi')$ – нитевидный ток, протекающий по оси проводника РА; $\dot{E}(\varphi)$ – тангенциальная составляющая электрического поля на поверхности проводника РА, ϑ – угловая координата точек на окружности поперечного сечения проводника (сечение 1–1). Считаем, что выполняется условие $a \ll b$.

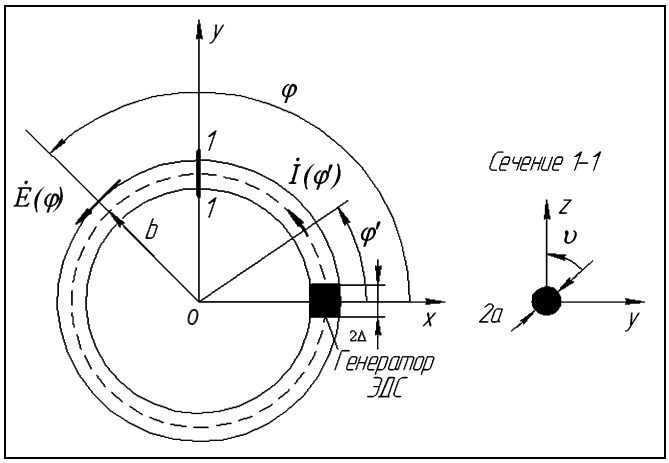


Рис. 1. Одновитковая круглая рамочная антенна, возбуждаемая генератором δ-функции

Решение задачи проведём в так называемом «тонкопроволочном» приближении, в рамках которого ток, протекающий по проводнику и имеющий в общем случае вариации по углу ϑ, заменяется, в силу выполнения соотношения $a \ll b$, на эквивалентный нитевидный ток $\dot{I}(\varphi')$, протекающий по оси проводника, при этом граничные условия задаются на его поверхности. Эта так называемая процедура «линеаризации» позволяет приближённо заменить сингулярную ФГ задачи на квазисингулярную с максимумом при совмещении точек источника φ' и наблюдения φ и таким образом упростить решение задачи. Временную зависимость гармонического сигнала зададим в виде $e^{i\omega t}$, где $i=\sqrt{-1}$; $\omega = 2\pi f$; f – частота; t – время. Система единиц измерений – СИ.

В силу граничного условия для электрического поля на поверхности проводника РА для всего диапазона изменения азимутального угла $-\pi \le \varphi \le \pi$ должно выполняться следующее равенство [1]:

$$\dot{E}_t^{\text{ст}}(\varphi) + \dot{E}_t^{\text{а}}(\varphi) = 0, \qquad (1)$$

где $\dot{E}_{\text{t}}^{\text{ст}}(\varphi)$ и $\dot{E}_{\text{t}}^{\text{а}}(\varphi)$ – тангенциальные к оси проводника проекции векторов напряженности стороннего электрического поля, возбуждающего антенну, и электрического поля, вызванного током на проводнике антенны, соответственно. Остальными составляющими электрического поля на поверхности проводника в «тонкопроволочном» приближении, как известно, можно пренебречь. Выражение для стороннего поля $\dot{E}_t^{\text{ст}}(\varphi)$ в полярной системе координат имеет вид [7, 8]

$$\dot{E}_t^{\text{ст}}(\varphi) = \frac{V}{b} = \frac{k_{\text{o}}}{p_{\text{o}}} V \delta(\varphi), \qquad (2)$$

где V – сторонняя ЭДС возбуждения, сосредоточенная в бесконечно узком зазоре проводника РА; $\delta(\varphi)$ – дельта-функция Дирака; $k_{\text{o}} = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $p_{\text{o}} = k_{\text{o}} b$ – периметр рамки, выраженный в длинах волн λ (так называемый электродинамический периметр). В этой формуле и далее все линейные размеры выражены в длинах волн. Электрическое поле $\dot{E}_{\text{t}}^{\text{а}}(\varphi)$ на поверхности проводника выражается следующим образом [7, 8]:

$$\dot{E}_t^{\mathrm{a}}(\varphi) = -\frac{k_{\mathrm{o}}}{p_{\mathrm{o}}}\frac{\partial\dot{\Phi}(\varphi)}{\partial\varphi} - i\cdot\omega\dot{A}_{\varphi}(\varphi), \qquad (3)$$

где $\dot{\Phi}(\varphi)$ и $\dot{A}_{\varphi}(\varphi)$ − скалярный потенциал и тангенциальная компонента вектор-потенциала, обусловленные распределением заряда $\dot{q}(\varphi)$ и тока $\dot{I}(\varphi)$ соответственно вдоль оси проводника:

$$\dot{\Phi}(\varphi) = \frac{p_{\mathrm{o}}}{4\pi\varepsilon_{\mathrm{o}}}\int_{-\pi}^{\pi}\dot{q}(\varphi')\dot{G}(\varphi-\varphi')d\varphi'; \qquad (4)$$

$$\dot{A}_{\varphi}(\varphi) = \frac{p_{\mathrm{o}}\mu_{\mathrm{o}}}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\dot{I}(\varphi')\cos(\varphi-\varphi')\dot{G}(\varphi-\varphi')d\varphi'; \qquad (5)$$

$$\dot{G}(\varphi-\varphi') = \frac{e^{-\mathrm{i}\,p_{\mathrm{o}}\rho(\varphi-\varphi')}}{p_{\mathrm{o}}\rho(\varphi-\varphi')} = $$

$$= G_{\mathrm{R}}(\varphi-\varphi') - i\cdot G_{\mathrm{I}}(\varphi-\varphi') \qquad (6)$$

− ФГ точечного источника; $\rho(\varphi-\varphi') = \sqrt{(a/b)^2 + \left(2\sin 0.5|\varphi-\varphi'|\right)^2}$; $\varepsilon_{\mathrm{o}} = 10^{-9}/36\pi$ Ф/м и $\mu_{\mathrm{o}} = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м − соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума.

Подставим выражения (2) – (5) в (1) и с учётом уравнения непрерывности [7, 8] $\dot{q}(\varphi) = i\left(\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{o}}\mu_{\mathrm{o}}}/p_{\mathrm{o}}\right)\left(\partial\dot{I}(\varphi)/\partial\varphi\right)$, свойства производной ФГ $\partial\dot{G}(\varphi-\varphi')/\partial\varphi = -\partial\dot{G}(\varphi-\varphi')/\partial\varphi'$ и очевидного равенства $\dot{I}(\pi) = \dot{I}(-\pi)$ проинтегрируем по частям интеграл в выражении для скалярного потенциала $\dot{\Phi}(\varphi)$. В итоге получим интегро-дифференциальное уравнение относительно искомой функции распределения тока по проводнику РА $\dot{I}(\varphi)$:

$$\int_{-\pi}^{\pi}\left(\frac{\partial^2}{\partial\varphi\partial\varphi'} + p_o^2\cos(\varphi-\varphi')\right)\dot{I}(\varphi')\cdot\dot{G}(\varphi-\varphi')d\varphi' =$$

$$= -i4\pi\frac{V}{Z_o}\delta(\varphi), \qquad (7)$$

где $Z_{\mathrm{o}} = \sqrt{\mu_{\mathrm{o}}/\varepsilon_{\mathrm{o}}} = 120\pi$ − волновое сопротивление вакуума.

Для решения уравнения (7) воспользуемся приёмом, изложенным в монографии [8] и основанным на фильтрующем свойстве ФГ: действительная часть ФГ $G_R(\varphi-\varphi')$ в окрестности точки $\varphi' = \varphi$ имеет резкий максимум, величина которого пропорциональна отношению конструкционных параметров РА b/a, а мнимая часть ФГ $G_I(\varphi-\varphi')$ при этом имеет регулярный характер. Вследствие этого интегралы в (7) определяются в основном значением тока в окрестности точки $\varphi' = \varphi$. Подставим представление ФГ (6) в уравнение (7) и интегралы, содержащие действительную часть ФГ $G_R(\varphi-\varphi')$, приближенно представим в следующем виде:

$$\int_{-\pi}^{\pi}\dot{I}(\varphi')\cos(\varphi-\varphi')G_R(\varphi-\varphi')d\varphi' \simeq \dot{I}(\varphi)\cdot\dot{T};$$

$$\int_{-\pi}^{\pi}\dot{I}'(\varphi')G_R(\varphi-\varphi')d\varphi' \simeq \dot{I}'(\varphi)\cdot\dot{Q}, \qquad (8)$$

где

$$\dot{T} = \int_{-\pi}^{\pi}\dot{I}_N(\varphi')\cos(\varphi_I-\varphi')\dot{G}_R(\varphi_I-\varphi')d\varphi';$$

$$\dot{Q} = \int_{-\pi}^{\pi}\dot{I}'_N(\varphi')\dot{G}_R(\varphi_Q-\varphi')d\varphi'; \qquad (9)$$

$\dot{I}_N(\varphi') = \dot{I}(\varphi')/\dot{I}(\varphi_I)$; $\dot{I}'(\varphi) = \partial\dot{I}(\varphi)/\partial\varphi$; $\dot{I}'_N(\varphi') = \dot{I}'(\varphi')/\dot{I}'(\varphi_Q)$; φ_I и φ_Q − азимутальные координаты точек максимумов модулей функций $\dot{I}(\varphi)$ и $\dot{I}'(\varphi)$ соответственно. В итоге уравнение (7) с учётом свойства антисимметрии производной ФГ преобразуется к следующему виду:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \dot{p}_1^{\,2}\right)\dot{I}(\varphi) -$$

$$-\frac{i}{\dot{Q}}\int_{-\pi}^{\pi}\dot{I}(\varphi')\left(\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + p_o^2\cos(\varphi-\varphi')\right)G_I(\varphi-\varphi')d\varphi' =$$

$$= -i\frac{4\pi}{\dot{Q}}\frac{V}{Z_o}\delta(\varphi), \qquad (10)$$

где $\dot{p}_1 = p_{\mathrm{o}}\sqrt{\dot{T}/\dot{Q}}$. Для решения уравнения (10) разложим ток $\dot{I}(\varphi)$ и мнимую часть ФГ $G_I(\varphi-\varphi')$ в ряд Фурье по азимутальным гармоникам:

$$\dot{I}(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{I}_n e^{in\varphi}, \quad \dot{I}_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\dot{I}(\varphi)e^{-in\varphi}d\varphi; \qquad (11)$$

$$G_{\text{I}}(\psi)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} G_{\text{I}}^{(n)} e^{in\psi},$$

$$G_{\text{I}}^{(n)}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} G_{\text{I}}(\psi)e^{-in\psi}d\psi. \qquad (12)$$

Подставив разложения (11) и (12) в уравнение (10), после интегрирования с учётом свойства ортогональности функций $e^{in\varphi}$ получим

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(p_1^2-n^2-i\frac{2\pi}{\dot{Q}}\left(p_o^2\frac{G_I^{(n-1)}+G_I^{(n+1)}}{2}-n^2G_I^{(n)}\right)\right)\times$$

$$\times\dot{I}_n e^{in\varphi}=-i\frac{4\pi}{\dot{Q}}\frac{V}{Z_o}\delta(\varphi). \qquad (13)$$

Далее, умножив обе части уравнения (13) на $e^{-im\varphi}$ и проинтегрировав их в пределах от $-\pi$ до π с учетом свойства ортогональности экспоненциальных функций, получим выражение для коэффициентов $\dot{I}_n$:

$$\dot{I}_n=\frac{V}{\pi Z_o p_o^2}\times$$

$$\times\left(\frac{G_I^{(n-1)}+G_I^{(n+1)}}{2}-n^2\frac{G_I^{(n)}}{p_o^2}+i\frac{\dot{Q}}{2\pi}\left(\frac{p_1^2-n^2}{p_o^2}\right)\right)^{-1}. \qquad (14)$$

Определим в соответствии с выражением (12) вид коэффициентов $G_I^{(n)}$. Для этого примем во внимание, что $G_I(\varphi-\varphi')$ не имеет особенностей, и поэтому нормированное расстояние $\rho(\varphi-\varphi')$ для тонкого проводника РА может быть приближенно заменено на величину $\rho_{\text{o}}(\varphi-\varphi')=2\sin 0.5|\varphi-\varphi'|$ [9], а сама функция $G_I(\varphi-\varphi')$ при помощи преобразования синуса двойного угла и приближения $\sin x/x\simeq 1$ для электродинамического периметра $p_{\text{o}}\le\pi/2$ может быть с высокой точностью приведена к виду

$$G_I(\varphi-\varphi')\simeq\cos\left(p_o\sin\frac{|\varphi-\varphi'|}{2}\right). \qquad (15)$$

С учетом этого коэффициенты $G_I^{(n)}$ примут вид [10]

$$G_I^{(n)}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos\left(p_o\sin\frac{|\psi|}{2}\right)e^{-in\psi}d\psi=$$

$$=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos\left(p_o\sin|\psi|\right)\cdot\cos 2n\psi d\psi=J_{2|n|}(p_o), \qquad (16)$$

а коэффициенты $\dot{I}_n$ преобразуются к следующему виду:

$$\dot{I}_n=\frac{V}{\pi Z_{\text{o}}p_{\text{o}}^2}\left(\frac{J_{2|n-1|}(p_{\text{o}})+J_{2|n+1|}(p_{\text{o}})}{2}-\right.$$

$$\left.-n^2\frac{J_{2|n|}(p_{\text{o}})}{p_{\text{o}}^2}+i\frac{\dot{Q}}{2\pi}\left(\frac{p_1^2-n^2}{p_{\text{o}}^2}\right)\right)^{-1}. \qquad (17)$$

Как видно из (17), $\dot{I}_n=\dot{I}_{-n}$. Отсюда, после подстановки (17) в (11) выражение для искомой функции $\dot{I}(\varphi)$ примет вид

$$\dot{I}(\varphi)=\frac{V}{\pi Z_{\text{o}}p_{\text{o}}^2}\left(\frac{1}{\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(0)}}+2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\varphi}{\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(n)}}\right), \qquad (18)$$

где

$$\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(0)}=J_2(p_{\text{o}})+i\frac{\dot{Q}}{2\pi}\left(\frac{p_1}{p_{\text{o}}}\right)^2, \qquad (19)$$

$$\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(n)}=\frac{J_{2(n-1)}(p_{\text{o}})+J_{2(n+1)}(p_{\text{o}})}{2}-$$

$$-n^2\frac{J_{2n}(p_{\text{o}})}{p_{\text{o}}^2}+i\frac{\dot{Q}}{2\pi}\left(\frac{p_1^2-n^2}{p_{\text{o}}^2}\right), n\ge 1. \qquad (20)$$

Входная проводимость РА при этом равна

$$\dot{Y}_{\text{вх}}=g_{\text{вх}}+i\cdot b_{\text{вх}}=\frac{\dot{I}(\varphi=0)}{V}=$$

$$=\frac{1}{\pi Z_{\text{o}}p_{\text{o}}^2}\left(\frac{1}{\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(0)}}+2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(n)}}\right). \qquad (21)$$

Диаграмму направленности в плоскости, перпендикулярной к плоскости рамки, и действующую длину РА определим на основе теоремы взаимности в соответствии с методикой, изложенной в работе [11]:

$$F(\theta)=\left|\frac{J_0'(p_{\text{o}}\cos\theta)}{\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(0)}}+2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_{2n}'(p_{\text{o}}\cos\theta)}{\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(n)}}\right|, \qquad (22)$$

$$l_{\text{д}}=2\pi b\left|\left(\frac{1}{\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(0)}}+2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\dot{\alpha}_{\text{м}}^{(n)}}\right)^{-1}\times\right.$$

$$\times\left(\frac{J'_0(p_o)}{\dot{\alpha}_м^{(0)}}+2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J'_{2n}(p_o)}{\dot{\alpha}_м^{(n)}}\right)\Bigg|, \qquad (23)$$

где θ – азимутальный угол, отсчитываемый от плоскости РА; $J'_{2n}(p_o\cos\theta)$ – производная функции Бесселя первого рода по аргументу.

Таким образом, получено формальное решение задачи одноточечного возбуждения круглой РА. Однако коэффициенты пропорциональности $\dot{T}$ и $\dot{Q}$ в выражениях (18)–(23), как видно из (9), определяются интегралами от нормированной искомой функции распределения тока $\dot{I}_N(\varphi')$ и её производной соответственно. В качестве весовой функции в указанных интегралах выступает действительная часть ФГ $G_R(\varphi-\varphi')$, в которой точка наблюдения совмещена с координатой максимума модуля тока $\varphi=\varphi_I$ или с координатой максимума модуля производной функции тока $\varphi=\varphi_Q$. Как отмечено выше, величины рассматриваемых интегралов, в силу фильтрующего свойства действительной части ФГ, определяются в основном значениями подынтегральных функций в окрестностях точек φ_I и φ_Q. Поэтому для определения коэффициентов $\dot{T}$ и $\dot{Q}$ вполне достаточно информации о поведении нормированной функции тока и её производной вблизи их максимумов. Исходя из этого, для определения указанных коэффициентов воспользуемся априорным знанием из инженерной практики о том, что нормированное распределение тока по РА $\dot{I}_N(\varphi)$ удовлетворительно аппроксимируется функцией косинуса с максимумом в точке, противолежащей входным зажимам РА [11]:

$$I_c(\varphi)=\cos p_o(\pi-|\varphi|). \qquad (24)$$

Подставив (24) в (9), получим

$$T=\int_{-\pi}^{\pi}\cos p_o(\pi-|\varphi'|)\cdot\cos(\pi-\varphi')G_R(\pi,\varphi')d\varphi', \qquad (25)$$

$$Q=\begin{cases}\sin^{-1}p_o\pi\cdot\int\limits_{-\pi}^{\pi}\sin p_o(\pi-|\varphi'|)G_R(0,\varphi')d\varphi', \\ \qquad p_o\le 0.5; \\ \int\limits_{-\pi}^{\pi}\sin p_o(\pi-|\varphi'|)G_R\left(\pi\left(1-(2p_o)^{-1}\right),\varphi'\right)d\varphi', \\ \qquad p_o>0.5.\end{cases} \qquad (26)$$

Для проверки справедливости приближений (8) с учётом формул (25) и (26) были рассчитаны зависимости от азимутального угла φ следующих функций, представляющих собой левые и правые части указанных равенств:

$$Int1(\varphi)=$$

$$=\int_{-\pi}^{\pi}\cos p_o(\pi-|\varphi'|)\cos(\varphi-\varphi')G_R(\varphi-\varphi')d\varphi'; \qquad (27)$$

$$F1(\varphi)=\cos p_o(\pi-|\varphi|)\cdot T; \qquad (28)$$

$$Int2(\varphi)=\int_{-\pi}^{\pi}\sin p_o(\pi-|\varphi'|)G_R(\varphi-\varphi')d\varphi'; \qquad (29)$$

$$F2(\varphi)=\sin p_o(\pi-|\varphi|)\cdot Q. \qquad (30)$$

Как показали расчёты, наиболее высокая степень приближения наблюдается при величине электродинамического периметра $p_o=1$, то есть при последовательном резонансе: кривые для функций $Int1(\varphi)$ и $F1(\varphi)$, а также $Int2(\varphi)$ и $F2(\varphi)$ соответственно практически совпадают. При параллельном же резонансе ($p_o=0.5$ или 1.5) качество приближения самое низкое, что и показано на рис. 2 для параметров $p_o=0.5$ и $\Omega=2\ln(2\pi b/a)=10$. Как видно из приведённых графиков, кривые 2 и 4, рассчитанные по формулам (28) и (30), дают удовлетворительные приближения для кривых 1 и 3, рассчитанных по формулам (27) и (29). Таким образом, приближения (8) вполне адекватны.

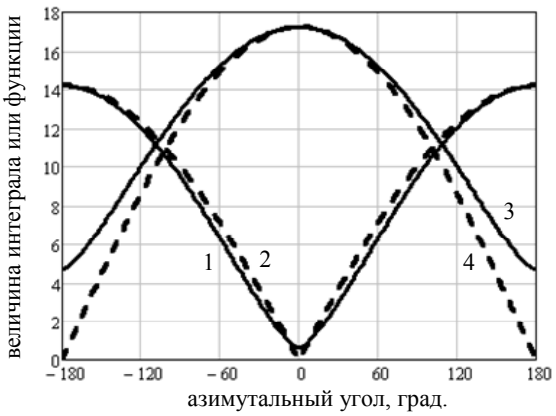


Рис. 2. Аппроксимация интегралов при помощи коэффициентов T и Q: $1-Int1(\varphi)$; $2-F1(\varphi)$; $3-Int2(\varphi)$; $4-F2(\varphi)$

Обсуждение полученного решения

Для оценки сходимости полученного решения были проведены расчёты входной проводимости РА по формуле (21) в зависимости от числа членов ряда N. Графические зависимости для нескольких значений электродинамического периметра p_o приведены на рис. 3, где по осям ординат отложены нормированные к величине $\left(\pi Z_o p_o^2\right)^{-1}$ величины активной и реактивной проводимостей РА.

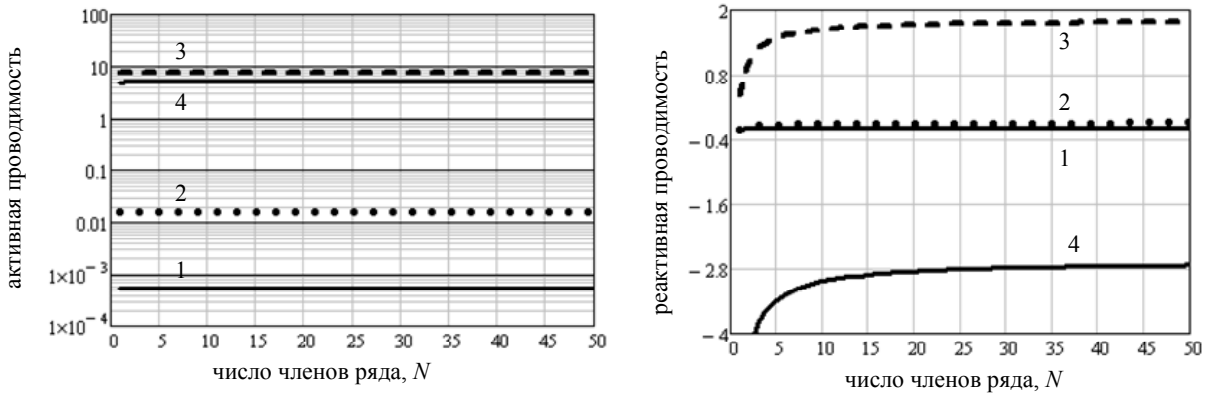


Рис. 3. Зависимость величин реальной (а) и мнимой (б) частей входной проводимости от числа членов ряда (21) для различных значений электродинамического периметра p_o:
$1 - p_o = 0.25;\quad 2 - p_o = 0.5;\quad 3 - p_o = 1;\quad 4 - p_o = 1.5$

В работе [12] приведён график зависимости нормированного модуля тока на входе РА от числа членов ряда N для известного решения Халлена и Сторера [3, 4]. По крайней мере для $N \le 1000$ указанное решение расходится. Для сходимости реальной части входной проводимости по формуле (21), а значит, и тока на входе РА, как видно из рис. 3, достаточно не более 2 членов ряда, а для сходимости мнимой части – от 5 до 30 в зависимости от величины p_o. Таким образом, полученное в данной работе решение сходится, по крайней мере, при $p_o \le \pi/2$. Кроме того, скорость сходимости полученного решения не менее чем в 5 раз выше по сравнению со скоростью сходимости решения, полученного в работе [12] для зазора возбуждения РА конечной ширины.

На рис. 4 приведён график зависимости величины $p_1 = p_o\sqrt{T/Q}$, представляющей собой электродинамический периметр с учётом изменения скорости распространения электромагнитной волны вдоль проводника РА. Величина p_1 рассчитана с учётом формул (25) и (26) в зависимости от электродинамического периметра p_o. Проведённые расчёты показали, что p_1 меньше p_o на 3–11%. Этот результат качественно коррелирует с известным фактом отличия постоянной распространения электромагнитной волны вдоль направляющего проводника от волнового числа свободного пространства.

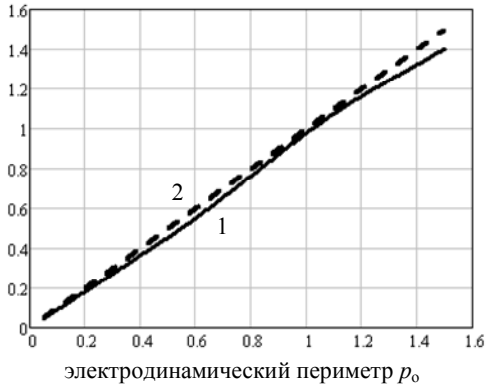
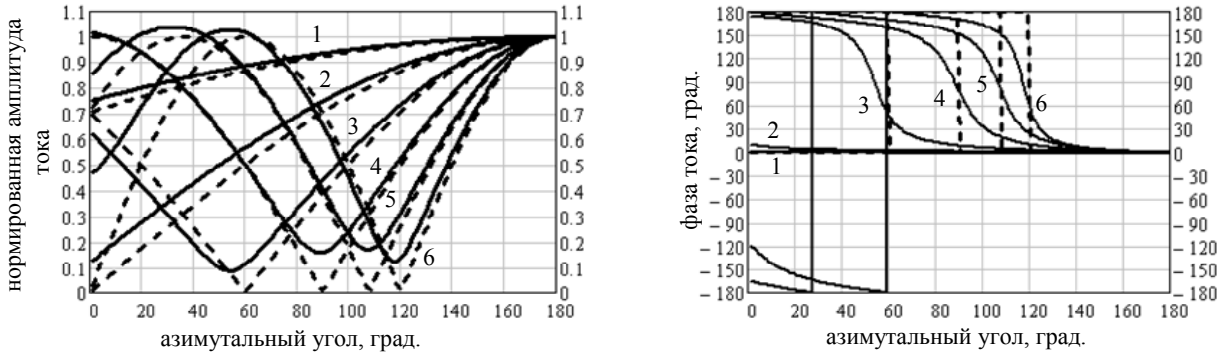


Рис. 4. Зависимость величины $\dot{p}_1 = p_o\sqrt{\dot{T}/\dot{Q}}$ от электродинамического периметра РА p_o:
$1 - p_1;\quad 2 - p_o$

На рис. 5 сплошными линиями показаны распределения нормированного модуля и фазы тока $\dot{I}(\varphi)$ вдоль проводника РА для нескольких значений её электродинамического периметра p_o, рассчитанные по формуле (18). Там же пунктирными линиями приведены аналогичные распределения для инженерного приближения распределения тока (24).



а) б)

Рис. 5. Азимутальные зависимости модуля (а) и фазы (б) тока для различных значений электродинамического периметра: $1 - p_o = 0.25; 2 - p_o = 0.5; 3 - p_o = 0.75; 4 - p_o = 1; 5 - p_o = 1.25; 6 - p_o = 1.5$

На рис. 6 приведены графики зависимости входной проводимости РА от периметра, рассчитанные по формуле (21) для трёх значений конструкционного параметра $\Omega = 2\ln(2\pi b/a)$.

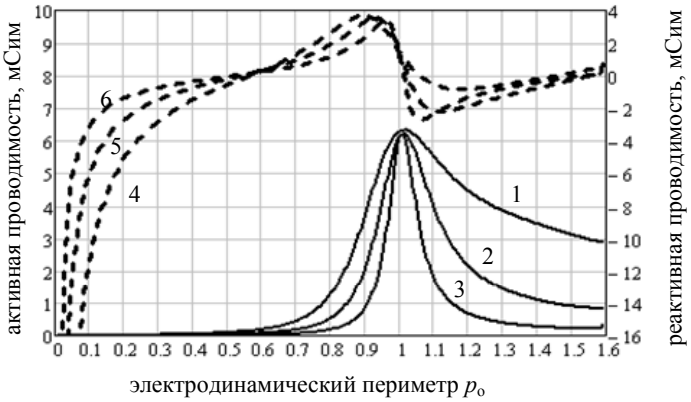


Рис. 6. Зависимости активной (сплошные линии 1, 2 и 3) и реактивной (пунктирные линии 4, 5 и 6) составляющих входной проводимости для конструкционного параметра Ω: 1 и 4 – $\Omega = 8$; 2 и 5 – $\Omega = 12$; 3 и 6 – $\Omega = 20$

Сравнение графиков на рис. 5 и 6 с аналогичными графиками, полученными в работах [12] и [13] соответственно, показывает удовлетворительную степень их совпадения.

Как видно, упомянутое выше отличие постоянной распространения электромагнитной волны вдоль проводника РА от волнового числа свободного пространства приводит к наличию в функции $\dot{I}(\varphi)$ мнимой части (см. формулы (18)–(20)) и, как следствие, к заплыванию минимумов, их смещению, к отклонению в распределении фазы тока от скачкообразных переходов и смещению резонансов в более коротковолновую область, что известно из практики антенных измерений.

Таким образом, в настоящей работе получено аналитическое выражение в виде ряда Фурье для функции тока по проводнику круглой ненагруженной рамочной антенны одноточечного питания с электродинамическим периметром $p_o \le \pi/2$, возбуждаемой генератором δ-функции Дирака. Выражение отличается быстрой сходимостью в точке питания и простым видом коэффициентов ряда в виде функций Бесселя первого рода целого порядка. Выражения для тока и входной проводимости адекватно отражают закономерности изменения модуля и фазы тока и входной проводимости в зависимости от величины периметра и отношения радиуса РА к радиусу проводника.

Литература:

1. Антенны. Ч. 1. / Н.П. Гавеля [и др.]; под ред. Ю.К. Муравьева. – Л.: ВКАС, 1963. – 630 с.

2. *Ротхаммель К.* Антенны : в 2 т. : пер. с нем. / К. Ротхаммель, А. Кришке. – М.: ЛАЙТ Лтд, 2000. – 832 с.

3. *Hallen E.* Theoretical investigations into transmitting and receiving qualities of antennae / E. Hallen // Nova Acta Regiae Soc. Sci. Upsaliensis. – 1938. – V. 4. – Pp. 1–44.

4. *Storer J.E.* Impedance of thin-wire loop antennas / J.E. Storer // Trans. AIEE (Communication and Electronics). – Nov. 1956. – V. 75. – Pp. 607–619.

5. *Wu T.T.* Theory of thin circular loop antenna / T.T. Wu // J. Math. Phys. – Nov.–Dec. 1962. – V. 3. – Pp. 1301–1304.

6. *Неганов В.А.* Современная теория и практические применения антенн / В.А. Неганов, Д.П. Табаков, Г.П. Яровой; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радиотехника, 2009. – 720 с.

7. *Lin J.L.* Minimization of Backscattering of a Loop by Impedance Loading − Theory and Experiment / L.J. Lin, K.M. Chen // IEEE Trans. – 1968. – V. AP-16, № 3. – Pp. 299 – 304.

8. *Кинг Р.* Антенны в материальных средах : в 2-х кн. : пер. с англ. / Р. Кинг, Г. Смит. – М.: Мир, 1984. – Кн. 2.

9. *Lin S.* High Frequency Scattering by a Conducting Ring / S. Lin, R.W. Scharstein // IEEE Trans. – 2005. – V. AP-53, № 6. – Pp. 1927 – 1938.

10. *Корн Г.* Справочник по математике : пер. с англ. / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

11. *Безкакотова Т.Б.* Действующая длина и диаграмма направленности приемной круглой рамочной антенны / Т.Б. Безкакотова, Б.Н. Порываев // Антенны. – 1973. – № 18. – С. 80–88.

12. *Виноградов А.Д.* Круглая одновитковая рамочная антенна, возбуждаемая источником ЭДС, включенным в зазор конечной ширины / А.Д. Виноградов, П.А. Мозговой // Антенны. – 2011. – Вып. 5 (168). – С.10–18.

13. *King R.W.P.* The Admittance of Bare Circular Loop Antennas in a Dissipative Medium / R.W.P. King, C.W. Harrison, D.G. Tingley // IEEE Trans. – 1964. – V. AP-12, № 4. – Pp. 434 – 437.

Статья поступила в редакцию 11 апреля 2013 г.

УДК 621.396.98

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ СЛЕЖЕНИЯ ЗА ЧАСТОТОЙ АППАРАТУРЫ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ *BPSK* СИГНАЛЫ

В.В. Неровный, доцент, ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), тел.: 8-951-553-11-91

Предложена математическая модель определения вероятности срыва слежения за заданное время системы слежения за частотой в условиях воздействия гауссовских помех. Приведены результаты моделирования применительно к системе слежения за частотой аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем, использующей BPSK сигналы.

Ключевые слова: *вероятность срыва слежения, система слежения за частотой, BPSK сигналы, спутниковые радионавигационные системы.*

ESTIMATION MATHEMATICAL MODEL OF FREQUENCY TRACKING SYSTEM NOISE IMMUNITY OF SATELLITE NAVIGATION SYSTEM USERS EQUIPMENT USING BPSK SIGNALS

V.V. Nerovny, associate professor, Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh), tel.: 8-951-553-11-91

A mathematical model of tracking breakdown definition of the frequency tracking system for the prescribed time under the conditions of Gaussian interferences is proposed. The results of modeling as applied to the frequency tracking system of the satellite navigation system users' equipment using BPSK signals are presented.

Key words: *tracking breakdown, frequency tracking system, BPSK-signals, satellite radio navigation systems.*

Аппаратура потребителей спутниковых радионавигационных систем (АП СРНС) может использовать когерентную и некогерентную обработку навигационных сигналов [1]. При когерентной обработке оценивается фаза принимаемого сигнала, а при некогерентной – несущая частота. Основным достоинством когерентной обработки сигналов в АП СРНС является возможность получения высокой точности навигационно-временных определений. Оценка фазы в АП СРНС осуществляется в системе слежения за фазой (ССФ), а оценка частоты – в системе слежения за частотой (ССЧ). Достоинством использования некогерентной обработки в АП СРНС является более высокая помехозащищённость [1].

Основным показателем, используемым для расчёта помехоустойчивости ССЧ, является дисперсия ошибки слежения за частотой. Упрощённая аналитическая методика расчёта данного показателя для ССЧ, работающей с сигналами СРНС ГЛОНАСС, подробно рассмотрена в [2]. В данной статье использована методика линеаризации следящей системы, что позволяет на основе теории линейной фильтрации вычислить дисперсию ошибки фильтрации. В качестве критерия помехоустойчивости использовано условие, при котором вероятность выхода мгновенного значения ошибки слежения за апертуру дискриминационной характеристики не превышает заданной величины. Необходимо отметить, что приведенная методика позволяет получить аналитические выражения для дисперсии ошибки фильтрации ССЧ при воздействии помехи типа *белый гауссовский шум* (БГШ). Данная методика не позволяет оценить вероятностные характеристики срыва слежения ССЧ. Вывод аналитических выражений для дисперсии ошибки фильтрации с использованием приведенной методики при воздействии помех, структура которых отличается от БГШ, может вызвать определенные затруднения.

Таким образом, можно сделать вывод о необходимости доработки существующего научно-методического аппарата оценки помехоустойчивости ССЧ.

Целью настоящей работы является определение статистических характеристик дискриминатора системы слежения за частотой сигнала, а также с использованием разработанной математической модели вычисление вероятности срыва слежения за заданное время ССЧ АП СРНС, использующей *BPSK* сигналы.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие частные задачи:

 ISSN 1995-7009

– задать алгоритм функционирования и статистические характеристики дискриминатора ССЧ;

– определить показатель эффективности функционирования ССЧ в условиях помех;

– найти метод решения, который позволяет определить показатель эффективности функционирования ССЧ в условиях помех.

При решении первой задачи в качестве математической модели навигационного сигнала рассматривается фазоманипулированный двоичной псевдослучайной последовательностью сигнал (*BPSK* сигнал).

В общем виде *BPSK* сигнал, действующий на вход ССЧ АП СРНС, можно представить как [1]

$$y(t) = A_0 \cdot g(t-\tau) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_д) + n(t), \qquad (1)$$

где A_0 – амплитуда сигнала; $g(t-\tau)$ – модулирующая ПСП; ω_o – несущая частота; $\omega_д$ – доплеровское смещение частоты; $n(t)$ – помеха типа *белый гауссовский шум* (БГШ), действующая в пределах полосы пропускания приёмной части АП СРНС.

На выходе корреляторов АП СРНС в k-й момент времени формируются синфазная и квадратурная компоненты [1, 2]:

$$I_k = \int_0^T y(t) \cdot g(t-\hat{\tau}) \cdot \cos(\omega_0 t + \hat{\omega}_д) dt, \qquad (2)$$

$$Q_k = \int_0^T y(t) \cdot g(t-\hat{\tau}) \cdot \sin(\omega_0 t + \hat{\omega}_д) dt, \qquad (3)$$

где $\hat{\tau}$ – задержка опорных сигналов; $\hat{\omega}_д$ – оценка доплеровской частоты опорных сигналов; T – интервал накопления, в общем случае равный длительности *BPSK* сигнала.

Для наиболее полного описания алгоритма функционирования ССЧ необходимо определить статистические характеристики дискриминатора, под которыми понимаются дискриминационная и флуктуационная характеристики [1, 2].

Напряжение на выходе частотного дискриминатора определяется формулой [3]

$$u_{d\omega} = I_k \cdot Q_{k-1} - I_{k-1} \cdot Q_k. \qquad (4)$$

Дискриминационная и флуктуационная характеристики описываются соотношениями

$$U(\varepsilon_\omega) = M[u_{d\omega}], \qquad (5)$$

$$D_\omega = M[(u_{d\omega} - U(\phi, \hat{\phi}))^2] \,|\, \varepsilon_\omega = 0. \qquad (6)$$

Для определения дисперсии пересчитанной к входу дискриминатора воспользуемся методикой линеаризации, приведенной в [2]:

$$D_{in} = D_\omega / S_\omega^2, \qquad (7)$$

где D_{in} – дисперсия, пересчитанная к входу дискриминатора; S_ω – крутизна дискриминационной характеристики.

Крутизна дискриминационной характеристики определяется по формуле [1, 2]

$$S_\omega = \partial U(\varepsilon_\omega) / \partial \varepsilon_\omega \,|\, \varepsilon_\omega = 0. \qquad (8)$$

Дисперсия ошибки фильтрации σ_ω^2 определяется как [1, 2]

$$\sigma_\omega^2 = \sigma_д^2 + 2 \cdot D_{in} \cdot T \cdot \Delta f_{ссч}, \qquad (9)$$

где $\sigma_д^2$ – динамическая ошибка фильтрации; $\Delta f_{ссч}$ – шумовая полоса пропускания ССЧ.

При решении второй задачи в качестве показателя помехоустойчивости ССЧ выбрана вероятность срыва слежения за интервал накопления T, который в общем случае равен длительности *BPSK* сигнала. Под срывом слежения в данном случае понимается событие, при котором мгновенное значение ошибки фильтрации σ_ω выходит за апертуру дискриминационной характеристики.

Строгое математическое решение задачи вычисления вероятности срыва слежения основано на теории марковских процессов, а более точное – на решении задачи о достижении границ многомерным марковским процессом. Использование данного математического аппарата требует высокой квалификации от исследователя и существенных временных затрат [1].

Таким образом, при решении третьей задачи одним из возможных путей решения является использование метода статистических испытаний (метод Монте-Карло).

Для дискриминатора ССЧ, который описывается соотношением (4), ширина апертуры дискриминационной характеристики лежит в пределах от $-1/4T$ до $1/4T$ [2]. Тогда условие, при котором происходит срыв слежения в ССЧ, можно записать как

$$\left|\sigma_\omega\right| \geq 1/4T. \qquad (10)$$

Тогда вероятность срыва слежения можно определить как [3]

$$P_{ср} = N/M, \qquad (11)$$

где $P_{ср}$ – вероятность срыва слежения; N – количество опытов, в которых наблюдался срыв слежения ССЧ; M – общее количество опытов.

При использовании метода Монте-Карло одним из основных вопросов является выбор необходимого числа опытов, которое определяется заданной точностью моделирования. Воспользуемся результатами, полученными в работе [3]. Тогда при точности моделирования $\varepsilon = 0,05$ и доверительной вероятности 0,9 потребное количество испытаний при вероятности срыва слежения 0,9 составляет 100.

Для получения численных значений вероятности срыва слежения в ССЧ разработана имитационная модель в среде *Simulink*.

При оценке помехоустойчивости ССЧ АП СРНС рассмотрены следующие виды *BPSK* сигналов:

- *BPSK* (0,5) (СТ сигнал СРНС ГЛОНАСС);
- *BPSK* (1) (C/A сигнал GPS);
- *BPSK* (2) (B1 сигнал КОМПАСС);
- *BPSK* (5) (E6b сигнал ГАЛИЛЕО);
- *BPSK* (10) (F/A сигнал GPS).

В качестве исходных данных по параметрам *BPSK* сигналов использовалась информация из открытых источников и интерфейсных контрольных документов СРНС [1, 4, 5, 6]. Моделирование проводилось для ССЧ, использующей астатизм 2-го порядка.

С использованием разработанной модели получены графики зависимости вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха на входе ССЧ при различных значениях ширины шумовой полосы пропускания $\Delta f_{ссч}$, которые приведены на рис. 1–5.

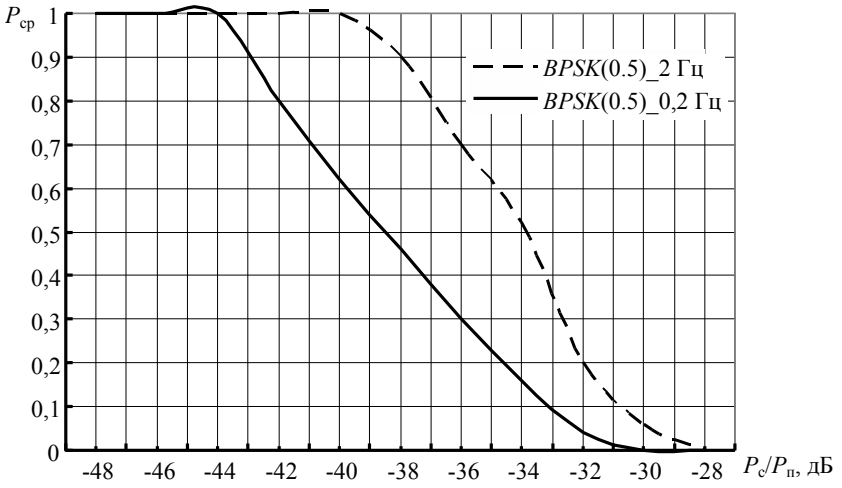


Рис. 1. Зависимости вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(0,5)

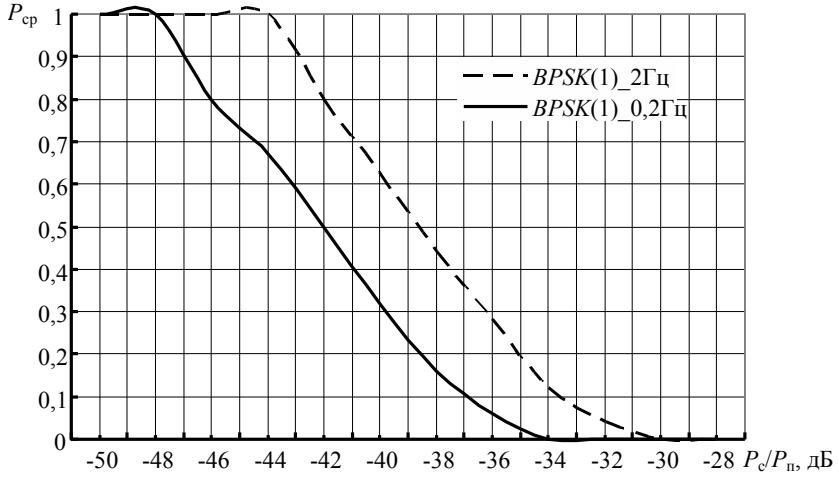


Рис. 2. Зависимости вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(1)

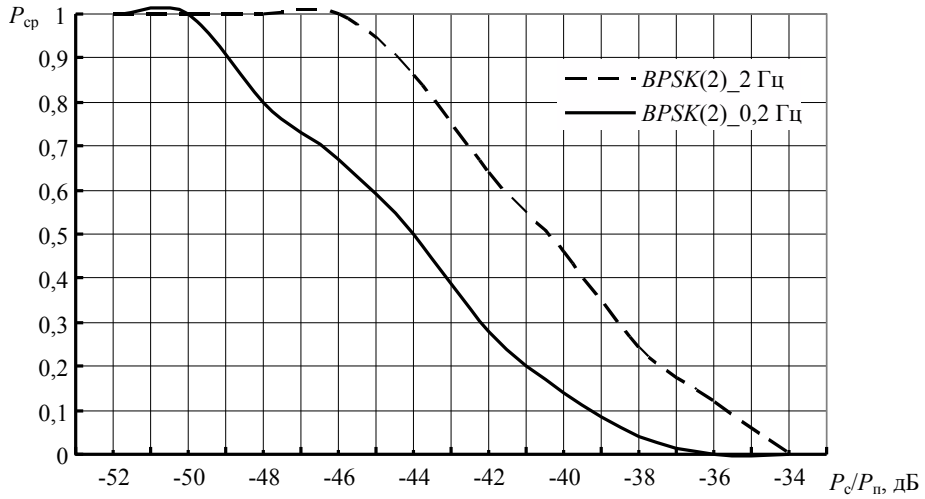


Рис. 3. Зависимости вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(2)

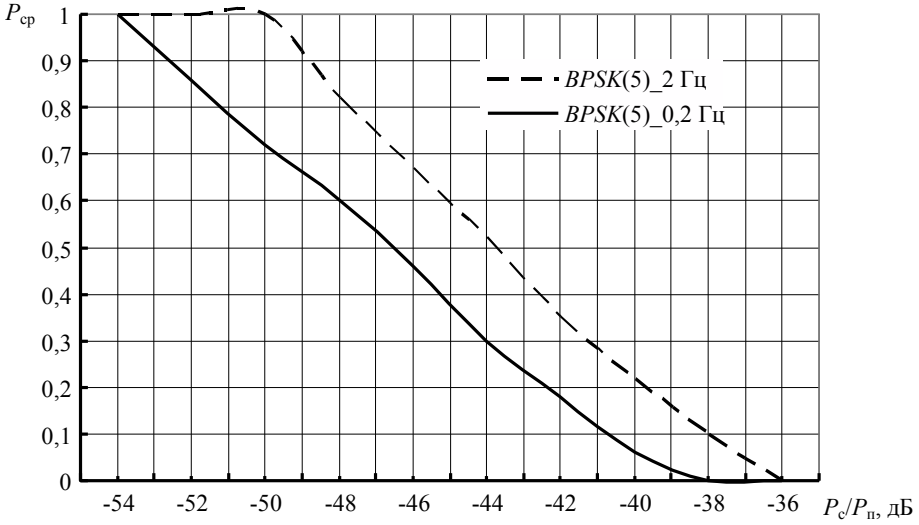


Рис. 4. Зависимости вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(5)

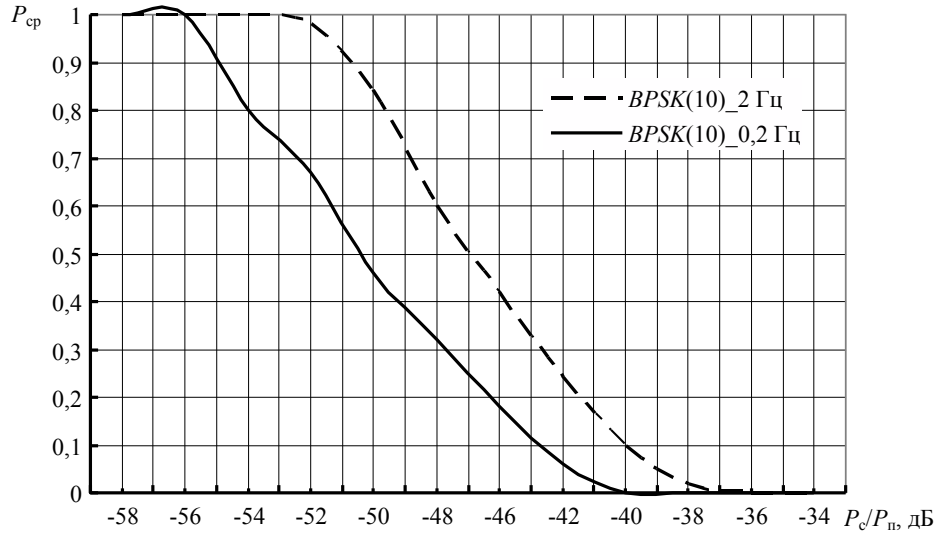


Рис. 5. Зависимости вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(10)

Сплошной линией на графиках приведена зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха при значении $\Delta f_{\text{ссч}} = 0{,}2$ Гц, пунктирной линией – при значении $\Delta f_{\text{ссч}} = 2$ Гц.

Анализ представленных на рисунках зависимостей показывает следующее.

Уменьшение ширины шумовой полосы пропускания $\Delta f_{ссч}$ с 2 до 0,2 Гц увеличивает помехоустойчивость ССЧ на 4…7 дБ.

При фиксированном значении вероятности срыва слежения увеличение ширины спектра *BPSK* сигнала приводит к увеличению уровня мощности помехи на входе ССЧ. Наибольшей помехоустойчивостью обладает *BPSK* (10), наименьшей – *BPSK* (0,5).

Кроме того, с использованием графических зависимостей можно определить пороговые отношения сигнал–помеха, при которых происходит срыв слежения в ССЧ с заданной вероятностью.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет получить количественные значения помехоустойчивости ССЧ АП СРНС в условиях БГШ. Разработанная имитационная модель после доработки может использоваться для оценки помехоустойчивости ССЧ АП СРНС для новых типов навигационных сигналов и помех, структура которых отличается от гауссовской.

Литература

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.

2. *Перов А.И.* Упрощенная аналитическая методика оценки потенциальной помехоустойчивости оптимальных следящих систем приёмников спутниковой навигации / А.И. Перов, Е.Н. Болденков, Д.А. Григоренко // Радиотехника. – 2003. – № 7. – С. 78–87.

3. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 315 с.

4. galileo-os-sis-icd-issuel1-revesion1-en.pdf. – (http//www.ec.europa.eu/enterpise/policies/satnav/galileo/open-service/idex_en.htm).

5. BeiDou-SIS-ICD-Test 2011-12.pdf. – (http//www.beidou.gov.cn).

6. *Mohinder S. Grewal* Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration / Mohinder S. Grewal, Lawernce R. Weill, Angus P. Andrews. – John Wiley & Sons, Inc, 2001. – 392 p.

Статья поступила в редакцию 25 апреля 2013 г.

УДК 621.396.98

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ФАПЧ АППАРАТУРЫ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ СИГНАЛЫ BPSK

В.В. Неровный, доцент, тел.: 8-951-553-11-91
А.В. Коровин, доцент, тел.: 8-903-852-69-23
А.А. Новиков, адъюнкт, тел.: 8-919-249-49-77
ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Предложена математическая модель определения вероятности срыва слежения системы ФАПЧ за заданное время в условиях гауссовских помех. Приведены результаты моделирования применительно к системе ФАПЧ аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем, использующей сигналы BPSK.

Ключевые слова: *вероятность срыва слежения, система ФАПЧ, сигналы BPSK.*

ESTIMATION MATHEMATICAL MODEL OF THE PHASE-LOCK LOOP SYSTEM NOISE IMMUNITY OF SATELLITE NAVIGATION SYSTEM USERS EQUIPMENT USING BPSK SIGNALS

V.V. Nerovny, associate professor, tel.: 8-951-553-11-91
A.V. Korovin, associate professor, tel.: 8-903-852-69-23
A.A. Novikov, post-graduate in the military academy, tel.: 8-919-249-49-77
Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh)

A mathematical model of tracking breakdown definition of the phase-lock loop system for the prescribed time under the conditions of Gaussian interferences is proposed. The results of modeling as applied to the phase-lock loop system of the users' satellite navigation system using BPSK signals are presented.

Keywords: *tracking breakdown, phase-lock loop system, BPSK signals.*

Одной из задач, решаемых в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем (АП СРНС), является слежение за фазой принимаемого навигационного сигнала в условиях помех. При оценке помехоустойчивости системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) в качестве показателей эффективности используются дисперсия ошибки слежения (фильтрации) или среднее время до срыва слежения [1].

Количественные оценки среднего времени до срыва слежения системы ФАПЧ с использованием нелинейных методов анализа статистической динамики следящих систем были получены в работе [1]. Применительно к системе ФАПЧ, работающей с сигналами СРНС GPS, среднее время до срыва слежения составляет 15…20 с [1]. Однако для некоторых типов АП СРНС, установленной на высокодинамичных потребителях (гиперзвуковые ракеты, управляемые авиабомбы, корректируемые артиллерийские снаряды и др.), время нахождения носителя в зоне воздействия помех меньше или соизмеримо со средним временем до срыва слежения. Это не позволяет корректно оценить наличие срыва слежения в системе ФАПЧ и определить его вероятность при ограниченном времени воздействия помехи.

Другим показателем, используемым для расчёта помехоустойчивости ФАПЧ, является дисперсия ошибки слежения за фазой. Упрощённая аналитическая методика расчёта данного показателя для системы ФАПЧ, работающей с сигналами СРНС ГЛОНАСС, достаточно подробно рассмотрена в статье [2]. В статье использована методика линеаризации следящей системы, что позволяет на основе теории линейной фильтрации вычислить дисперсию ошибки фильтрации. В качестве критерия помехоустойчивости использовано условие, при котором вероятность выхода мгновенного значения ошибки слежения за апертуру дискриминационной характеристики не превышает заданной величины. Необходимо отметить, что приведенная методика позволяет получить аналитические выражения для дисперсии ошибки фильтрации системы ФАПЧ при воздействии помехи типа белый гауссовский шум (БГШ), а также позволяет определять параметры системы ФАПЧ в реальном масштабе времени, однако не позволяет оценить вероятностные характеристики срыва слежения. Вывод аналитических выражений для дисперсии ошибки фильтрации с использованием приведен-

ной методики при воздействии помех, структура которых отличается от БГШ, может вызвать определенные затруднения.

Таким образом, можно сделать вывод о необходимости доработки существующего научно-методического аппарата оценки помехоустойчивости системы ФАПЧ.

Целью настоящей работы является рассмотрение статистических характеристик системы слежения за фазой сигнала с использованием разработанной математической модели и определение вероятности срыва слежения за заданное время системы ФАПЧ АП СРНС, использующей сигналы *BPSK*.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие частные задачи:

– задать алгоритм функционирования и статистические характеристики дискриминатора системы ФАПЧ;

– определить показатель эффективности функционирования системы ФАПЧ в условиях помех;

– найти метод решения, который позволяет определить показатель эффективности функционирования системы ФАПЧ в условиях помех.

При решении первой задачи в качестве математической модели навигационного сигнала рассматривается фазоманипулированный двоичной псевдослучайной последовательностью сигнал (сигнал *BPSK*).

В общем виде сигнал *BPSK*, действующий на вход системы ФАПЧ АП СРНС, можно представить как [3]

$$y(t) = A_0 \cdot g(t-\tau) \cdot \cos(\omega_0 t + \phi) + n(t), \qquad (1)$$

где A_0 – амплитуда сигнала; $g(t-\tau)$ – модулирующая ПСП; ω_o – несущая частота; ϕ – случайная начальная фаза; $n(t)$ – помеха типа белый гауссовский шум (БГШ), действующая в пределах полосы пропускания приёмной части АП СРНС.

В качестве помехи рассмотрен БГШ, ограниченный полосой пропускания приемного тракта АП СРНС.

На выходе корреляторов АП СРНС формируются синфазная и квадратурная компоненты [3]:

$$I = \int_0^T y(t) \cdot g(t-\hat{\tau}) \cdot \cos(\omega_0 t + \hat{\phi}) dt, \qquad (2)$$

$$Q = \int_0^T y(t) \cdot g(t-\hat{\tau}) \cdot \sin(\omega_0 t + \hat{\phi}) dt, \qquad (3)$$

где $\hat{\tau}$ – задержка опорных сигналов; $\hat{\phi}$ – фаза опорных сигналов; T – интервал накопления, в общем случае равный длительности *BPSK* сигнала.

В формулах (2) и (3) предполагается, что фаза и оценка фазы сигнала на интервале накопления не меняются.

Для наиболее полного описания алгоритма функционирования ФАПЧ необходимо определить статистические характеристики дискриминатора, под которыми понимаются дискриминационная и флуктуационная характеристики [2, 3].

Напряжение на выходе фазового дискриминатора определяется формулой [3]

$$u_{d\phi} = -I \cdot Q. \qquad (4)$$

Дискриминационная и флуктуационная характеристики описываются соотношениями

$$U(\varepsilon_\phi) = M[u_{d\phi}], \qquad (5)$$

$$D_\phi = M[(u_{d\phi} - U(\phi, \hat{\phi}))^2] \,|\, \varepsilon_\phi = 0. \qquad (6)$$

Для определения дисперсии, пересчитанной к входу дискриминатора, воспользуемся методикой линеаризации, приведенной в [3]:

$$D_{in} = \frac{D_\phi}{S_\phi^2}, \qquad (7)$$

где D_{in} – дисперсия, пересчитанная к входу дискриминатора; S_ϕ – крутизна дискриминационной характеристики.

Крутизна дискриминационной характеристики определяется по формуле [2, 3]

$$S_\phi = \partial U(\varepsilon_\phi) / \partial \varepsilon_\phi \,|\, \varepsilon_\phi = 0. \qquad (8)$$

Дисперсия ошибки фильтрации σ_ϕ^2 определяется как [2, 3]

$$\sigma_\phi^2 = \sigma_д^2 + 2 \cdot D_{in} \cdot T \cdot \Delta f_{\text{фапч}}, \qquad (9)$$

где $\sigma_д^2$ – динамическая ошибка фильтрации; $\Delta f_{\text{фапч}}$ – шумовая полоса пропускания ФАПЧ.

При решении второй задачи в качестве показателя помехоустойчивости системы ФАПЧ выбрана вероятность срыва слежения за интервал накопления T, в общем случае равный длительности сигнала *BPSK*. Под срывом слежения в данном случае понимается событие, при котором мгновенное значение ошибки фильтрации

σ_ϕ выходит за апертуру дискриминационной характеристики.

В общем случае задача вычисления вероятности срыва слежения связана с решением уравнения Фоккера–Планка. Необходимо отметить, что аналитический метод исследования системы ФАПЧ с использованием уравнения Фоккера–Планка достаточно сложен. Трудности его применения резко возрастают при исследовании систем ФАПЧ, описываемых уравнениями высоких порядков. Например, для системы ФАПЧ второго порядка приходится решать двумерное уравнение Фоккера–Планка, аналитическое решение которого затруднительно [4]. Таким образом, в качестве возможного пути решения третьей задачи может использоваться метод статистических испытаний (метод Монте-Карло).

Для дискриминатора системы ФАПЧ, который описывается соотношением (4), ширина апертуры дискриминационной характеристики лежит в пределах от $-\pi/4$ до $\pi/4$ [2]. Тогда условие, при котором происходит срыв слежения в системе ФАПЧ, можно записать как

$$\left|\sigma_\phi\right| \geq \pi/4. \qquad (10)$$

Тогда вероятность срыва слежения можно определить как [5]

$$P_{\text{ср}} = \frac{N}{M}, \qquad (11)$$

где $P_{\text{ср}}$ – вероятность срыва слежения; N – количество опытов, в которых наблюдался срыв слежения ФАПЧ; M – общее количество опытов.

При использовании метода Монте-Карло одним из основных вопросов является выбор необходимого числа опытов, которое определяется заданной точностью моделирования. Воспользуемся результатами, полученными в работе [5]. Тогда при точности моделирования $\varepsilon = 0{,}05$ и доверительной вероятности 0,9 необходимое количество испытаний при вероятности срыва слежения 0,9 составляет 100.

Для получения численных значений вероятности срыва слежения в системе ФАПЧ разработана имитационная модель в среде *Simulink*.

При оценке помехоустойчивости системы ФАПЧ АП СРНС рассмотрены следующие виды сигналов *BPSK* :

- *BPSK* (0,5) (СТ сигнал СРНС ГЛОНАСС);
- *BPSK* (1) (C/A сигнал GPS);
- *BPSK* (2) (B1 сигнал КОМПАСС);
- *BPSK* (5) (E6b сигнал ГАЛИЛЕО);
- *BPSK* (10) (F/A сигнал GPS).

В качестве исходных данных по параметрам сигналов *BPSK* использовалась информация из открытых источников и интерфейсных контрольных документов СРНС [3, 6, 7, 8]. Моделирование проводилось для системы ФАПЧ, использующей астатизм 2-го порядка. С использованием разработанной модели получены графики зависимости вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха на входе ФАПЧ при различных значениях ширины шумовой полосы пропускания $\Delta f_{\text{фапч}}$ (рис. 1–5). Сплошной линией обозначена зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха при значении $\Delta f_{\text{фапч}} = 2$ Гц, пунктирной линией – при значении $\Delta f_{\text{фапч}} = 50$ Гц.

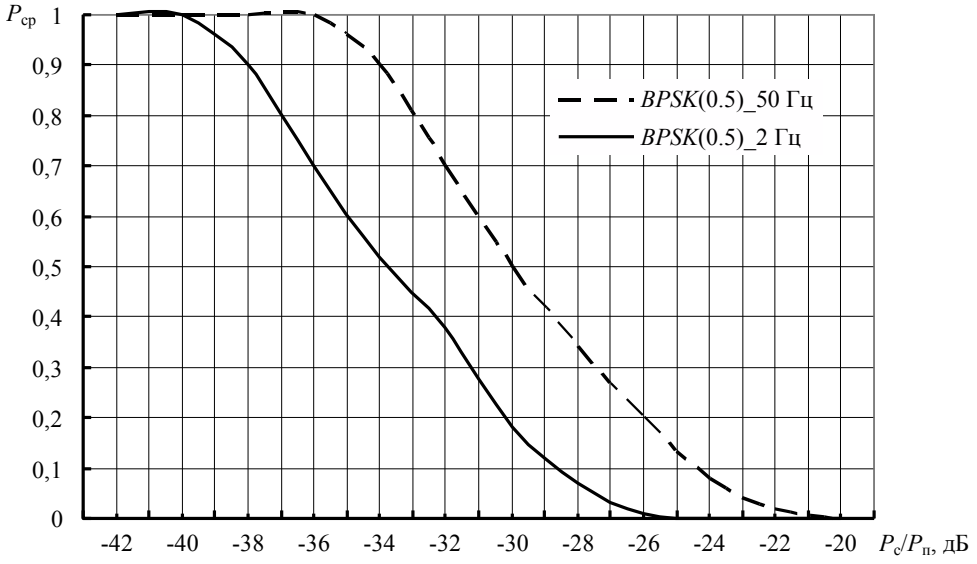


Рис. 1. Зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(0,5)

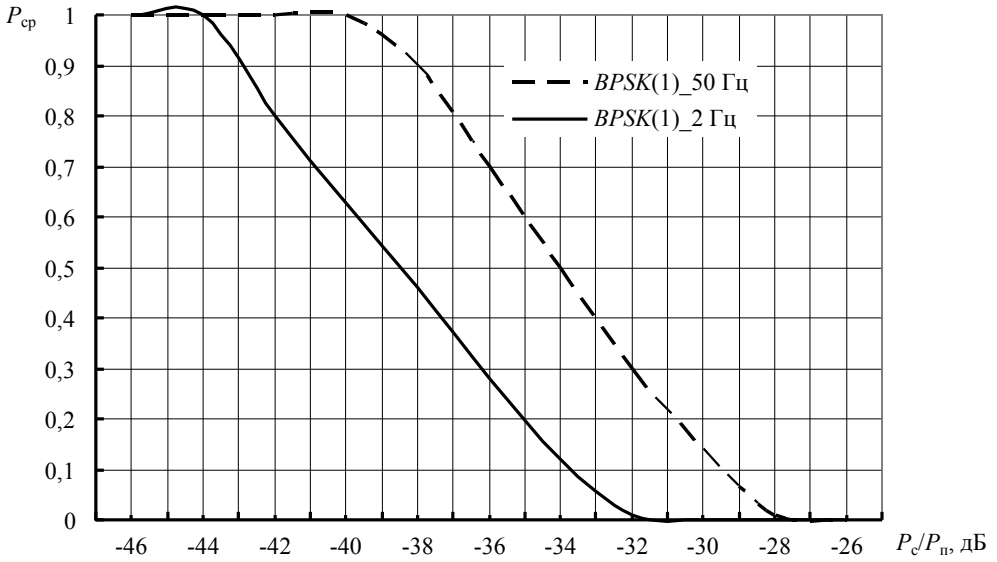


Рис. 2. Зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(1)

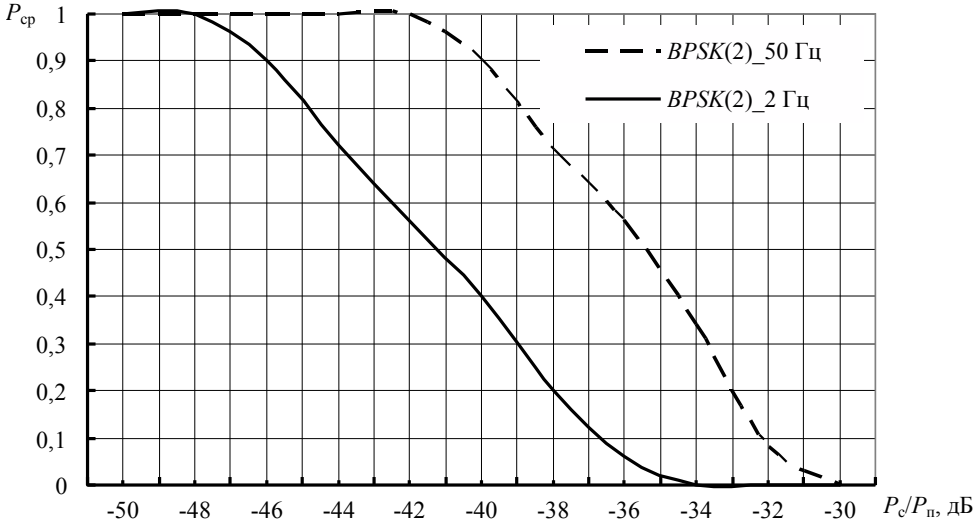


Рис. 3. Зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(2)

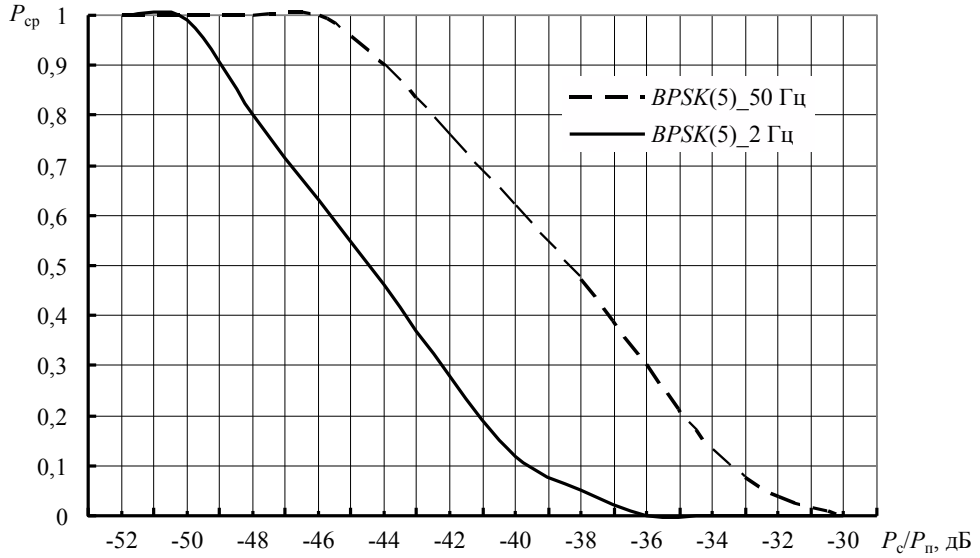


Рис. 4. Зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(5)

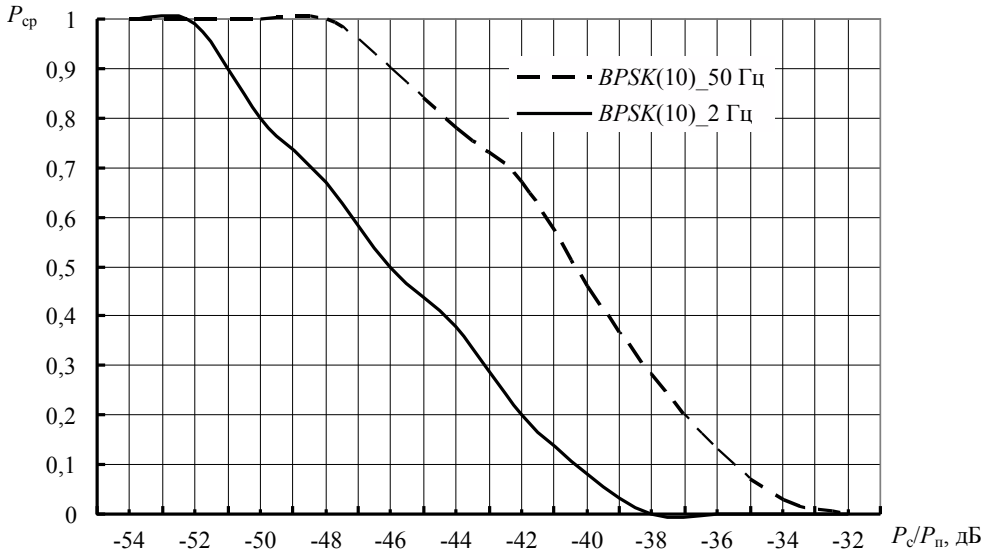


Рис. 5. Зависимость вероятности срыва слежения от отношения сигнал–помеха для сигнала *BPSK*(10)

Анализ представленных на рисунках зависимостей показывает, что уменьшение ширины шумовой полосы пропускания $\Delta f_{\text{фапч}}$ с 50 до 2 Гц увеличивает помехоустойчивость ФАПЧ на 4–6 дБ. При фиксированном значении вероятности срыва слежения увеличение ширины спектра сигнала *BPSK* приводит к увеличению уровня мощности помехи на входе системы ФАПЧ. Наибольшей помехоустойчивостью обладает *BPSK* (10), наименьшей – *BPSK* (0,5).

Кроме того, с использованием полученных зависимостей можно определить пороговые отношения сигнал–помеха, при которых происходит срыв слежения в системе ФАПЧ с заданной вероятностью.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет получить количественные значения помехоустойчивости системы ФАПЧ АП СРНС в условиях БГШ, а после доработки может использоваться для оценки помехоустойчивости системы ФАПЧ АП СРНС для новых типов навигационных сигналов и помех, структура которых отличается от гауссовской.

Литература:

1. *Миронов В.А.* Особенности навигационно-временного обеспечения радиоэлектронных систем в условиях информационного конфликта / В.А. Миронов, В.Г. Радзиевский // Радиотехника. – 1998. – № 6. – С. 4–9.

2. *Перов А.И.* Упрощенная аналитическая методика оценки потенциальной помехоустойчивости оптимальных следящих систем приёмников спутниковой навигации / А.И. Перов, Е.Н. Болденков, Д.А. Григоренко // Радиотехника. – 2003. – № 7. – С. 78–87.

3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.

4. *Шахгильдян В.В.* Фазовая подстройка частоты / В.В. Шахгильдян, А.А. Ляховкин. – М.: Связь, 1966. – 335 с.

5. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 315 с.

6. galileo-os-sis-icd-issuel1-revesion1-en.pdf. – (http//www.ec.europa.eu/enterpise/policies/satnav/galileo/open-service/idex_en.htm).

7. BeiDou-SIS-ICD-Test 2011-12.pdf. – (http//www.beidou.gov.cn).

8. *Mohinder S. Grewal* Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration / Mohinder S. Grewal, Lawernce R. Weill, Angus P. Andrews. – John Wiley & Sons, Inc, 2001. – 392 p.

Статья поступила в редакцию 25 апреля 2013 г.

УДК 621.396.662

УСКОРЕНИЕ ПЕРЕСТРОЙКИ ШИРОКОДИАПАЗОННЫХ СИНТЕЗАТОРОВ С ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКОЙ ЧАСТОТЫ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ ИСТОЧНИКОВ ТОКА ЧАСТОТНО-ФАЗОВОГО ДЕТЕКТОРА

С.К. Романов, в.н.с., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: skromanov@rambler.ru
Н.М. Тихомиров, начальник НТУ, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
А.В. Леньшин, профессор, ВУНЦ ВВС «ВВА им проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), e-mail: andrey-lenshin@yandex.ru
В.Н. Тихомиров, конструктор, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su

Рассмотрен способ управления двумя переключаемыми источниками тока частотно-фазового детектора с целью уменьшения времени установления частоты и фазы выходного сигнала в синтезаторах частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки частоты. Получены аналитические выражения для определения времени установления частоты и фазы в синтезаторах с предложенным способом управления. Проведено сравнение результатов расчетов по этим выражениям и результатов моделирования в среде MATLAB/Simulink для синтезаторов на основе импульсно-фазовой автоподстройки частоты с фильтрами нижних частот третьего, четвертого и пятого порядков.

Ключевые слова: *синтезатор частот, система импульсно-фазовой автоподстройки частоты, переключение соединения, переходной процесс, режим биений, управляемый генератор, частотно-фазовый детектор, дробный делитель частоты, дельта-сигма модулятор, напряжение помехи переключения, метод пространства состояний, показатель колебательности.*

CHANGEOVER ACCELERATION OF WIDE-RANGE SYNTHESIZERS WITH PHASE AUTOMATIC FREQUENCY CONTROL WITH THE HELP OF CHANGEOVER CURRENT SOURCES OF FREQUENCY-PHASE DETECTOR

S.K. Romanov, leading research engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: skromanov@rambler.ru
N.M. Tikhomirov, head of Scientific and Technical Board, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
A.V. Lenshin, professor, Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh), e-mail: andrey-lenshin@yandex.ru
V.N. Tikhomirov, design engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su

The control method of two changeover current sources of frequency-phase detector with the aim of reducing the time of output signal frequency and phase establishment in frequency synthesizers with pulse and phase automatic frequency control system is considered. Analytical forms for time definition of frequency and phase establishment in synthesizers with the proposed control method are obtained. The comparison of computation results according to these forms and simulation results in MATLAB/Simulink environment for synthesizers on the basis of pulse and phase automatic frequency control with low-pass filters of 3, 4 and 5 orders is drawn.

Keywords: *frequency synthesizer, pulse and phase automatic frequency control system, connection changeover, transient process, beating mode, controlled generator, frequency-phase detector, fractional frequency demultiplier, delta-sigma modulator, switching noise voltage, state space method, oscillatory character.*

В широкодиапазонных синтезаторах частот на основе импульсно-фазовой автоподстройки частоты (СЧ-ИФАПЧ) с коэффициентом перекрытия диапазона частот выходного сигнала более октавы в начале переходного процесса (ПП) установления рабочей частоты возникает режим биений. Этот режим в ИФАПЧ характеризуется тем, что разность фаз сигналов на входе частотно-фазового детектора (ЧФД) больше 2π. Применение делителей частоты с дробным переменным коэффициентом деления (ДДПКД) в ИФАПЧ приводит к увеличению длительности режима биений, продолжительность которого в суммарном времени ПП зачастую недопустимо высока. Для уменьшения продолжительности этого явления, а также сокращения суммарного времени ПП производителями микросхем СЧ-ИФАПЧ предлагается ряд способов, связанных с переключением соединений некоторых элементов, как входящих в эти микросхемы, так и находящихся вне их:

1) увеличение выходного тока ЧФД, поступающего на вход фильтра нижних частот (ФНЧ),

 ISSN 1995-7009

возможное уменьшение коэффициентов деления делителей частоты как опорного сигнала, так и сигнала в обратной связи ИФАПЧ, уменьшение постоянных времени ФНЧ (способ FastLock в микросхемах ADF4153, ADF4193, LMX2306/16/26, LMX2470);

2) использование увеличенного дополнительного выходного тока ЧФД наряду с увеличением основного тока (способ Speedup в микросхемах SA8016/8026/8028);

3) увеличение коэффициента деления ДДПКД и увеличение выходного тока ЧФД (способ Cycle Slip Reduction (CSR) в микросхемах ADF4156, LMX2485).

В работе [1] детально исследовалось качество ПП в ИФАПЧ с изложенными выше способами ускорения их протекания. В работе [2] с целью ускорения ПП предлагается адаптивная ИФАПЧ, имеющая ФНЧ третьего порядка пассивного типа, в разные элементы которого последовательно во времени подключаются два источника тока с выхода ЧФД. С самого начала ПП используется дополнительный источник увеличенного тока ЧФД, заряжающий наибольшие по емкости конденсаторы ФНЧ, а затем дополнительный источник отключается и подключается источник основного тока ЧФД, который обеспечивает режим слежения в системе. Адаптивная ИФАПЧ близка по быстродействию к СЧ-ИФАПЧ со способом ускорения Speedup, но в [2] не рассматривалось влияние на длительность ПП помехи переключения, возникающей при переключении соединений дополнительного и основного источников тока в ЧФД.

Целью настоящей работы является нахождение минимального времени переходного процесса в нелинейной системе ИФАПЧ с двумя переключаемыми источниками тока на выходе ЧФД, ФНЧ активного типа и с учетом помехи переключения. Определяется также выигрыш по быстродействию СЧ-ИФАПЧ от предлагаемого режима ускорения ПП. Теоретические результаты иллюстрируются применительно к ИФАПЧ с ФНЧ пятого порядка.

На рис. 1 приведена структурная схема рассматриваемой ИФАПЧ. К традиционным элементам системы, таким как ОГ – опорный генератор, ОД – делитель частоты опорного сигнала, ЧФД, ДДПКД (предполагается, что в составе ДДПКД используются дельта-сигма модуляторы типа MASH – Multistage Noise Shaping [2] – второго и четвертого порядков), ФНЧ (для системы ИФАПЧ с ФНЧ пятого порядка с элементами C_c, L_c, R_c, C_d, R_d, R_a, R_b, C_b, C_a и ОУ – операционным усилителем), УГ – управляемый генератор $2\pi S_{\text{УГ}} / s$ (моделируется сумматором и усилительно-интегрирующими элементами $S_{\text{УГ}}$ и $2\pi / s$), добавлен таймер – устройство, задающее интервал времени ускорения t_k. Таймер запускается от переднего фронта сигнала $U(t)$ и управляет ключами Кл_1 и Кл_2, которые открыты при значении сигнала управления, равном единице, и закрыты при сигнале управления, равном нулю. Напряжение $U(t)$ при возникновении ПП представляет собой единичную функцию с уровнем $U_{\text{м}}$, определяющим частотный диапазон перестройки СЧ-ИФАПЧ как $\Delta f_{\text{УГ}} = f_{\text{УГ в}} - f_{\text{УГ н}} = S_{\text{УГ}} U_{\text{м}}$, где $f_{\text{УГ в}}$ и $f_{\text{УГ н}}$ – соответственно верхняя и нижняя частота настройки УГ.

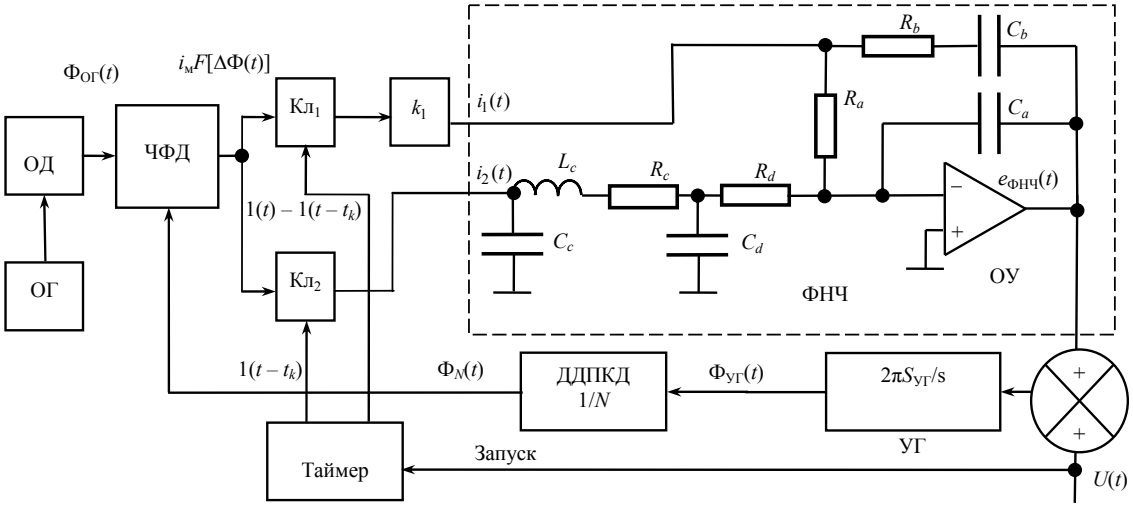


Рис. 1. Схема СЧ-ИФАПЧ с двумя переключаемыми источниками тока в ЧФД

На рис. 1 приняты следующие обозначения: $\Phi_{\text{ОД}}(t)$, $\Phi_N(t)$, $\Phi_{\text{УГ}}(t)$ – фазы сигналов с выходов ОД, ДДПКД и УГ соответственно; $e_{\text{ФНЧ}}(t)$ – напряжение на выходе ФНЧ; N – целое значение дробного коэффициента деления ДДПКД. Два тока накачки $i_1(t)$ и $i_2(t)$ равны соответственно $i_1(t) = k_1 i_{\text{м}} F(\Delta\Phi(t))[1(t) - 1(t - t_k)]$ и $i_2(t) = i_{\text{м}} F(\Delta\Phi(t))1(t - t_k)$, где k_1 – коэффициент усиления, $i_{\text{м}}$ – максимальное значение тока ЧФД $i_2(t)$, $\Delta\Phi(t) = \Phi_{\text{ОД}}(t) - \Phi_N(t)$, а $F(\Delta\Phi)$ – нелинейная функция, характеризующая функционирование ЧФД [1].

Наряду с набором требований к параметрам СЧ-ИФАПЧ [4, 5], его структура, безусловно, должна быть устойчива с определенным запасом, обладать необходимыми фильтрующими свойствами по отношению к помехам, которые генерирует ДДПКД, и иметь требуемое быстродействие при перестройке в диапазоне частот $\Delta f_{\text{УГ}}$. Так как дельта-сигма модуляторы типа MASH любого порядка устойчивы, то устойчивость структуры СЧ-ИФАПЧ может быть обеспечена методами проектирования с использованием аппарата передаточных функций в частотной области. Обычно при использовании ДДПКД частоты среза СЧ-ИФАПЧ много меньше частоты опорного сигнала на выходе ОД, поэтому можно представить СЧ-ИФАПЧ как непрерывную (аналоговую) систему и для анализа её быстродействия воспользоваться аппаратом дифференциальных уравнений. Делитель частоты ДДПКД при этом представляется как линейное безынерционное звено с усилением $1/N$. При линеаризации СЧ-ИФАПЧ детектор ЧФД представляется линейным безынерционным звеном с усилением $i_{\text{м}}/2\pi$.

Передаточную функцию непрерывной линеаризованной разомкнутой системы ИФАПЧ (с идеальным ОУ), согласно рис. 1, можно представить в виде

$$G_{\text{ФАПЧ}}(s) = \frac{\Phi_N(s)}{\Phi_{\text{ОД}}(s)} = \frac{-S_{\text{УГ}} k_1 i_{\text{м}} (t_{11}s + 1)}{s^2 N (C_a + C_b)(t_{12}s + 1)} + \frac{-S_{\text{УГ}} i_{\text{м}} (t_{21}s + 1)}{s^2 N (C_a + C_b)(t_{12}s + 1)\left[R_d C_d L_c C_c s^3 + (L_c C_c + R_d C_d R_c C_c)s^2 + (R_d C_c + R_d C_d + R_c C_c)s + 1\right]}, \quad (1)$$

где $t_{11} = R_b C_a$, $t_{12} = (R_b + R_a)\dfrac{C_a C_b}{C_a + C_b}$, $t_{21} = (R_b + R_a)C_a$.

В [3] показано, что в зависимости от значения порядка используемого в составе ДДПКД дельта-сигма модулятора $m_{\text{ДСМ}}$ порядок ФНЧ m должен быть выбран из условия $m \geq m_{\text{ДСМ}}$. Поэтому для предлагаемой схемы ИФАПЧ с ФНЧ пятого порядка (рис. 1) можно рекомендовать $m_{\text{ДСМ}} = 4$. В системе ИФАПЧ с ФНЧ четвертого порядка ($m = 4$) параметры R_d, C_d равны нулю, а в ИФАПЧ с ФНЧ третьего порядка ($m = 3$) параметры C_d, L_c, R_d равны нулю. Осуществлять основную фильтрацию помех, генерируемых ДДПКД, предлагается за счет звена с передаточной функцией

$$\left(R_d C_d L_c C_c s^3 + (L_c C_c + R_d C_d R_c C_c)s^2 + (R_d C_c + R_d C_d + R_c C_c)s + 1\right)^{-1}.$$

В [1] при параметрическом синтезе системы с применением показателя колебательности M [5] предлагается в зависимости от значения $m_{\text{ДСМ}}$ использовать соотношение

$$R_d C_d L_c C_c s^3 + (L_c C_c + R_d C_d R_c C_c)s^2 + (R_d C_c + R_d C_d + R_c C_c)s + 1 = (1 + t_{23}s)^{m_{\text{ДСМ}}-1}.$$

Тогда формулы для синтеза параметров элементов ИФАПЧ с использованием [4, 5] следующие:

$$t_{11} = \sqrt{\frac{M_1}{(M_1 - 1)}} \Big/ \omega_{\text{Б}1},$$

$$t_{12} = \sqrt{M_1(M_1 - 1)} \Big/ [(M_1 + 1)\omega_{\text{Б}1}],$$

$$t_{21} = \sqrt{\frac{M_2}{(M_2 - 1)}} \Big/ \omega_{\text{Б}2},$$

$$t_{12}+(m_{\text{ДСМ}}-1)t_{23}=\sqrt{M_2(M_2-1)}\big/[(M_2+1)\omega_{\text{Б}2}],$$

где M_1, M_2 – показатели колебательности для параметрического синтеза ИФАПЧ на интервале времени $t<t_к$ и $t>t_к$ соответственно; $\omega_{\text{Б}1}$, $\omega_{\text{Б}2}$ – базовые частоты системы ИФАПЧ:

$$\omega_{\text{Б}1}=\sqrt{\frac{i_{\text{м}}S_{\text{УГ}}k_1}{(C_a+C_b)N}},\quad \omega_{\text{Б}2}=\sqrt{\frac{i_{\text{м}}S_{\text{УГ}}}{(C_a+C_b)N}},$$

$$\omega_{\text{Б}1}/\omega_{\text{Б}2}=\sqrt{k_1}.$$

На рис. 2 приведены графики ПП в ИФАПЧ с ФНЧ пятого порядка, полученные на основе модели, разработанной в подсистеме Simulink Power System системы MATLAB, с основными параметрами: $S_{\text{УГ}}=$ 15 МГц/В, $\Delta f_{\text{УГ}}=$ 450 МГц, $i_{\text{м}}=$ 0.13 мА, $N=2210$, $M_1=M_2=1.3$, $k_1=8$, период опорного сигнала $t_0=1.0\times10^{-6}$ с, а также базовая частота ИФАПЧ $\omega_{\text{Б}1}=\sqrt{8}\times3300$ рад/с на интервале времени от 0 до момента переключения $t_к$. На интервале времени от $t_к$ до завершения установки $t_{\text{у}}$ (интервал времени подстройки по частоте $t_{\text{п}f}$ и фазе $t_{\text{п}\varphi}$) базовая частота $\omega_{\text{Б}2}=3300$ рад/с, а t_{yf} – время ПП по частоте с точностью установки Δf_ε, $t_{\text{у}\varphi}$ – время ПП по фазе с точностью установки $\Delta\varphi_\varepsilon$. В момент переключения $t_к$ в составе сигнала $U(t)$ создан дополнительный скачок напряжения в виде единичной функции, определяющий помеху переключения размахом $\Delta f_{\text{п}}=S_{\text{УГ}}U_{\text{п}}=10$ кГц, где $U_{\text{п}}$ – напряжение помехи переключения.

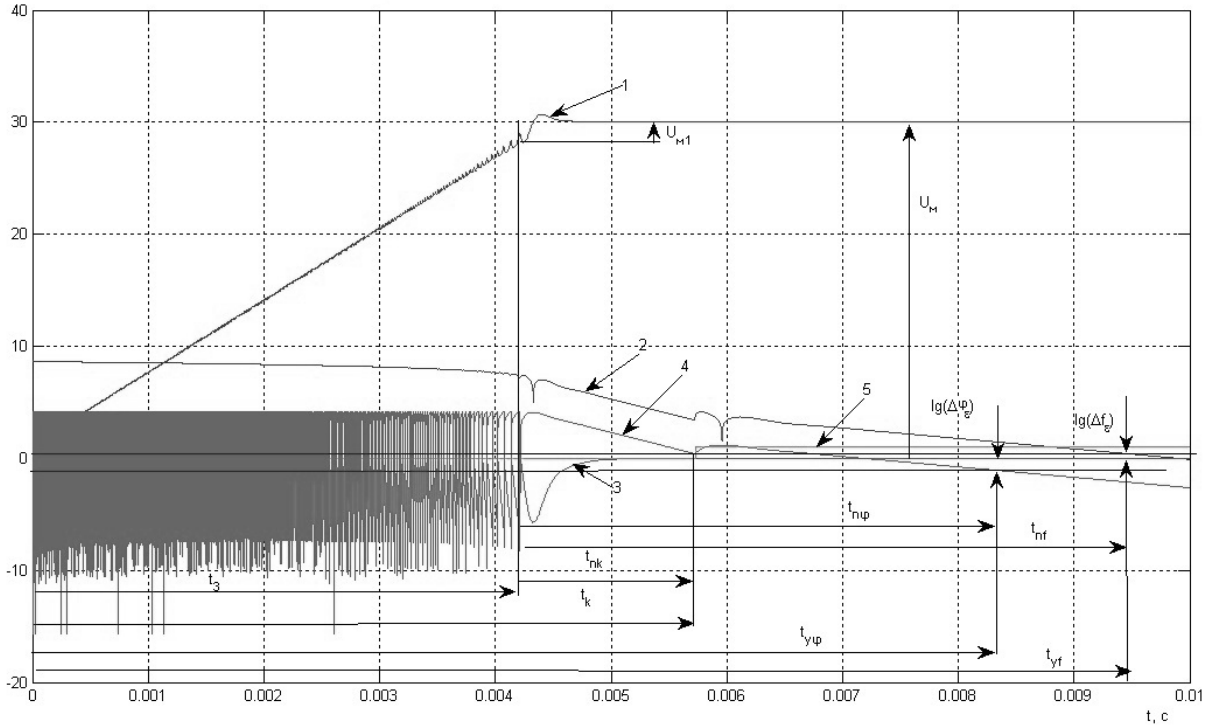


Рис. 2. Переходные процессы в СЧ-ИФАПЧ при переключении двух источников тока ЧФД: кривая 1 – $e_{\text{ФНЧ}}(t)$ – напряжение на выходе ФНЧ, В; кривая 2 – $\lg|(U(t)-e_{\text{ФНЧ}}(t))S_{\text{УГ}}|$ – отклонение частоты УГ от номинала в логарифмическом масштабе; кривая 3 – $U_{\text{ЧФД}}(t)=2\pi F(\Delta\Phi(t))$ – сигнал, пропорциональный $F(\Delta\Phi(t))$ рад; кривая 4 – $\lg|NU_{\text{ЧФД}}(t)|$ для $\Phi_{\text{ОГ}}(t)=0$; кривая 5 – $1(t-t_k)$.

Из графиков на рис. 2 видно, что всю продолжительность переходного процесса можно разделить на два интервала. Первый интервал, от 0 до $t_{\text{з}}$, – режим биений (нелинейный режим захвата в системе ИФАПЧ) и второй интервал, от момента $t_{\text{з}}$ до $t_{\text{у}}$, – режим подстройки длительностью $t_{\text{п}}$, в котором ИФАПЧ является линейной системой с ФНЧ третьего, четвертого или пятого порядков. На втором интервале времени

при условии $t = t_к$ осуществляется переключение источников токов накачки ЧФД, и поэтому ИФАПЧ можно считать кусочно-линейной системой.

При решении сложной задачи определения времени установления $t_{уf}$ и $t_{у\varphi}$ для предлагаемого коммутационного способа ускорения ПП с учетом режима биений примем некоторые допущения для ИФАПЧ с ФНЧ третьего, четвертого или пятого порядков.

Допущение 1. На первом интервале от 0 до $t_з$ суммарная емкость $C_a + C_b$ конденсаторов ФНЧ заряжается (в соответствии с рис. 1) постоянным (средним) током $\pm i_м k_1 / 2$, и напряжение на конденсаторах C_a и C_b в момент $t = t_з$ составит $U_{C_a C_b} = \dfrac{i_м}{2} \dfrac{k_1 t_з}{C_a + C_b}$.

Допущение 2. Для линейного режима ИФАПЧ при достижении условия $t = t_з$ считаем напряжение на $U_{C_c}(t)$, $U_{C_c}(t)$, $U_{C_d}(t)$, $U_{C_b}(t)$, $U_{C_a}(t)$ и ток $i_{L_c}(t)$ через индуктивность L_c равными нулю (фаза сигнала УГ $\Phi_{УГ}(t_з) = 0$). В момент достижения $t_з$ на систему действует напряжение вида $U(t) = U_{м1} 1(t - t_з) + U_м 1(t) - U_м 1(t - t_з)$, где $U_{м1} = \dfrac{i_м k_1 t_{11}}{C_a + C_b}$. Если не оговорено особо, то начало отсчета времени ПП в линейной системе смещено в точку $t = t_з$, $t_{п\,k}$ – время коммутации в смещенной системе координат по времени.

Допущение 3. Из графиков на рис. 2 (кривые 2 и 4) следует, что при «больших» отклонениях времени $(t >> 0,\ t >> t_{п\,k})$ от моментов возмущений в линейной ИФАПЧ переходные процессы для отклонений по частоте и фазе можно описывать уравнениями экспоненциальных асимптот

$$\left.\begin{aligned} \Delta f(t) &= \Delta f_н b_f \exp(-a\omega_Б t), \\ \Phi_{УГ}(t) &= \Delta f_н b_\varphi \exp(-a\omega_Б t), \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где $\Delta f_н = S_{УГ} U_{м1}$ – начальное отклонение по частоте; b_f и a – некоторые параметры, подлежащие определению; $b_\varphi = 2\pi b_f / (a\omega_Б)$.

Условие возникновения режима биений в системе можно определить соотношением $\Delta\Phi(t) \ge 2\pi$ из анализа ее линейной модели под воздействием скачка напряжения $U_м 1(t)$. Данное условие трансформируется к виду

$$\frac{2\pi\varphi_м S_{УГ} U_м}{N\omega_Б} \ge 2\pi, \qquad (3)$$

где зависимость $\varphi_м$ от показателя колебательности M для ИФАПЧ, имеющей передаточную функцию разомкнутой системы $G_{ФАПЧ}(s)$ вида (1), приведена в таблице [6].

Таблица

M	1.1	1.3	1.5	1.7
φ_M	0.311	0.49	0.59	0.60

Используя *допущения 1* и *2*, можно получить выражение для времени $t_з$ [1]:

$$t_з = \frac{2\Delta f_{УГ}}{N\omega_{Б\,1}^2} - 2t_{11}. \qquad (4)$$

Если в ИФАПЧ не используется переключение источников тока (случай $\omega_Б = \omega_{Б\,1} = \omega_{Б\,2}$), то, используя *допущения 1, 2* и *3*, время установления ПП по частоте $t_{у2f}$ и фазе $t_{у2\,\varphi}$ можно определить из соотношений [1]

$$\left.\begin{aligned} t_{у2f} &= \frac{2\Delta f_{УГ}}{N\omega_{Б\,2}^2} - 2t_{21} + \frac{1}{-a_2\omega_{Б\,2}} \ln\left[\frac{\Delta f_\varepsilon}{N\omega_{Б\,2}^2 t_{21} b_{2f}}\right], \\ t_{у2\varphi} &= \frac{2\Delta f_{УГ}}{N\omega_{Б\,2}^2} - 2t_{21} + \frac{1}{-a_2\omega_{Б\,2}} \ln\left[\frac{\Delta f i_\varepsilon}{N\omega_{Б\,2}^2 t_{21} b_{2\varphi}}\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Далее перейдем к определению $t_у$ с учетом предлагаемого способа ускорения ПП, воздействия помехи переключения на УГ в момент времени t_k и в предположении, что при условии $t > t_з$ ИФАПЧ является линейной системой. В момент переключения $t_к$ на УГ воздействует внешний сигнал $U(t) = U_{м1} 1(t - t_з) + U_п 1(t - t_k)$, где $U_п$ – амплитуда помехи переключения, создающая скачок частоты $\Delta f_п = U_п S_{УГ}$.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом пространства состояний. В ка-

честве состояний примем фазу УГ $\Phi_{\text{УГ}}(t)$, напряжения на конденсаторах и токи в индуктивностях ФНЧ (на рис. 1 – напряжения $U_{C_c}(t)$, $U_{C_d}(t)$, $U_{C_b}(t)$, $U_{C_a}(t)$ на конденсаторах C_c, C_d, C_b, C_a соответственно, ток $i_{L_c}(t)$ через индуктивность L_c). В качестве выходного сигнала используем отклонение частоты УГ от номинала $\Delta f_{\text{УГ}} = S_{\text{УГ}} e_{\text{ФНЧ}}(t)$ и фазу $\Phi_{\text{УГ}}(t)$. Тогда, в соответствии со схемой на рис. 1, дифференциальное уравнение, описывающее ИФАПЧ, имеет вид

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U},\\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U},\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

где $\mathbf{X}$ – вектор состояния ИФАПЧ; $\mathbf{A}$ – матрица ИФАПЧ; $\mathbf{B}$ – вектор управления; $\mathbf{U} = U(t)$; $\mathbf{Y}$ – вектор выхода (для схемы на рис. 1 $\mathbf{Y} = [\Delta f_{\text{УГ}}(t); \Phi_{\text{УГ}}(t)]$); $\mathbf{C}$ – матрица выхода; $\mathbf{D}$ – матрица компенсации для ИФАПЧ с ФНЧ пятого порядка;

$$\mathbf{X} = \left[U_{C_c}(t);\ U_{C_b}(t);\ U_{C_a}(t);\ U_{C_d}(t);\ i_{L_c}(t);\ \Phi_{\text{УГ}}(t)\right];$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1/C_c & i_{\text{м}} k_2(t)/(2\pi N C_c) \\ 1 & -1/R_{ab}C_b & 1/R_{ab}C_b & -1/R_d C_b & 0 & -i_{\text{м}} k_1(t) R_b/(2\pi N R_{ab} C_b) \\ 0 & 1/R_{ab}C_a & -1/R_{ab}C_a & 0 & 0 & -i_{\text{м}} k_1(t) R_a/(2\pi N R_{ab} C_a) \\ 0 & 0 & 0 & -1/R_d C_d & 1/C_d & 0 \\ 1/L_c & 0 & 0 & -1/L_c & -R_{\text{с}}/L_c & 0 \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

– матрица, в которой $R_{ab} = R_a + R_b$, $k_1(t) = k_1[1(t-t_{\text{з}}) - 1(t-t_{\text{к}})]$, $k_2(t) = 1(t-t_{\text{к}})$;

$$\mathbf{B} = [0;0;0;0;0;2\pi S_{\text{УГ}}]; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = [S_{\text{УГ}}; 0].$$

Матрицы и векторы для ИФАПЧ с ФНЧ четвертого и третьего порядков имеют вид

$$\mathbf{X}_5 = \left[U_{C_c}(t);\ U_{C_b}(t);\ U_{C_a}(t);\ i_{L_c}(t);\ \Phi_{\text{УГ}}(t)\right],\ \mathbf{B}_5 = [0;\ 0;\ 0;\ 0;\ 2\pi S_{\text{УГ}}],$$

$$\mathbf{C}_5 = \begin{bmatrix} 0 & S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1/C_c & i_{\text{м}} k_2(t)/(2\pi N C_c) \\ 0 & -1/R_{ab}C_b & 1/R_{ab}C_b & -1/C_b & -i_{\text{м}} k_1(t) R_b/(2\pi N R_{ab} C_b) \\ 0 & 1/R_{ab}C_a & -1/R_{ab}C_a & 0 & -i_{\text{м}} k_1(t) R_a/(2\pi N R_{ab} C_a) \\ 1/L_c & 0 & 0 & -R_c/L_c & 0 \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}_4 = \left[U_{C_c}(t);\ U_{C_b}(t);\ U_{C_a}(t);\ \Phi_{\text{УГ}}(t)\right],\ \mathbf{B}_4 = [0;\ 0;\ 0;\ 2\pi S_{\text{УГ}}],\ \mathbf{C}_4 = \begin{bmatrix} 0 & S_{\text{УГ}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -1/R_c C_c & 0 & 0 & i_{\text{м}} k_2(t)/(2\pi N C_c) \\ -1/R_c C_b & -1/R_{ab}C_b & 1/R_{ab}C_b & -i_{\text{м}} k_1(t) R_b/(2\pi N R_{ab} C_b) \\ 0 & 1/R_{ab}C_a & -1/R_{ab}C_a & -i_{\text{м}} k_1(t) R_a/(2\pi N R_{ab} C_a) \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Отметим, что матрицы $\mathbf{X}, \mathbf{B}, \mathbf{Y}, \mathbf{D}$ записаны в соответствии с правилами оформления матриц в системе MATLAB.

Далее будем рассматривать ИФАПЧ с ФНЧ пятого порядка. При решении (6) удобно использовать каноническую линейную непре-

рывную модель системы ИФАПЧ, в которой переходная матрица имеет диагональную форму. Для её формирования воспользуемся функцией $[\mathbf{P}, \mathbf{A}_Д] = \mathrm{eig}(\mathbf{A})$ [7] в системе MATLAB, где $\mathbf{A}_Д$ – диагональная матрица, содержащая на главной диагонали собственные числа матрицы $\mathbf{A}$; $\mathbf{P}$ – матрица правых собственных векторов $\mathbf{A}$. Используем матрицу $\mathbf{P}$ для преобразования вектора состояний $\mathbf{X}$ к вектору $\mathbf{X_C}$. Новый вектор состояния $\mathbf{X_C}$ связан с исходным вектором соотношением $\mathbf{X_C} = \mathbf{P^{-1}X}$, и система уравнений (6) преобразуется к виду

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_\mathbf{C} &= \mathbf{A}_Д\mathbf{X_C} + \mathbf{B}_Д\mathbf{U}, \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}_Д\mathbf{X_C} + \mathbf{DU}, \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

где $\mathbf{P^{-1}}$ – обратная матрица к $\mathbf{P}$, $\mathbf{A}_Д = \mathbf{P^{-1}AP}$, $\mathbf{B}_Д = \mathbf{P^{-1}B}$, $\mathbf{C}_Д = \mathbf{CP}$. Так как на интервале движения $0 < t < t_{п\,k}$ и $t > t_{п\,k}$, мы имеем две матрицы $\mathbf{A}$: $\mathbf{A}_1$ и $\mathbf{A}_2$, соответственно, имеем две матрицы преобразований $\mathbf{P_1}$ и $\mathbf{P_2}$ и пары матриц $\mathbf{B_{Д1}}$, $\mathbf{B_{Д2}}$ и $\mathbf{C_{Д1}}$, $\mathbf{C_{Д2}}$.

Известно [1], что решение (7) для сигнала $U(t) = const = U$ можно записать как

$$\mathbf{X_C}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{X_C}(0) + \mathbf{A_Д^{-1}}[\mathbf{\Phi}(t) - \mathbf{E}]\mathbf{B}_Д\mathrm{U}, \qquad (8)$$

где $\mathbf{\Phi}(t) = \mathrm{diag}[\exp(\alpha_1 t),\ \exp(\alpha_2 t),\ \exp(\alpha_3 t),\ \exp(\alpha_4 t),\ \exp(\alpha_5 t),\ \exp(\alpha_6 t)]$ – переходная диагональная матрица, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ – собственные значения матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{X_C}(0)$ – значение вектора состояния при условии $t = 0$, $\mathbf{A_Д^{-1}} = \mathrm{diag}[1/\alpha_1,\ 1/\alpha_2,\ 1/\alpha_3,\ 1/\alpha_4,\ 1/\alpha_5,\ 1/\alpha_6]$, $\mathbf{A_Д^{-1}}$ – обратная матрица $\mathbf{A}_Д$, $\mathbf{E}$ – единичная диагональная матрица, $U = U_{м1}$ на интервале времени $t = 0...t_{п\,k}$ и $U = U_{м1} + U_п$ на интервале времени $t > t_{п\,k}$.

Используя *допущение 3*, из (7) и (8) получим в случае действительного максимального собственного значения α_{1M} из $\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{31}, \alpha_{41}, \alpha_{51}, \alpha_{61}$ при $t = 0...(t_к - t_з)$

$$\left.\begin{aligned} &\Delta f_{УГ}(t) \approx S_{УГ}U_{м1}b_{1f}\exp(\alpha_{1M}t) = \\ &= c_{1Mf}b_{1M}\exp(\alpha_{1M}t)U_{м1}/\alpha_{1M}, \\ &\Phi_{УГ}(t) \approx S_{УГ}U_{м1}b_{1\varphi}\exp(\alpha_{1M}t) = \\ &= c_{1M\varphi}b_{1M}\exp(\alpha_{1M}t)U_{м1}/\alpha_{1M}, \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

где $c_{1Mf}, c_{1M\varphi}, b_{1M}$ – элементы матриц $\mathbf{C_{Д1}}$ и $\mathbf{B_{Д1}}$, соответствующие α_{1M}.

Из (9) получим $b_{1f} = \dfrac{c_{1Mf}b_{1M}}{\alpha_{1M}S_{УГ}}$, $b_{1\varphi} = \dfrac{c_{1M\varphi}b_{1M}}{\alpha_{1M}S_{УГ}}$. Аналогично для ИФАПЧ без переключения источников тока в ЧФД $b_{2f} = \dfrac{c_{2Mf}b_{2M}}{\alpha_{2M}S_{УГ}}$, $b_{2\varphi} = \dfrac{c_{2M\varphi}b_{2M}}{\alpha_{2M}S_{УГ}}$.

Для комплексных собственных значений $\alpha_{1M} = \mathrm{Re}(\alpha_{1M}) + i\,\mathrm{Im}(\alpha_{1M})$, имеющих максимальную действительную часть $\mathrm{Re}(\alpha_{1M})$, можно найти асимптоты в виде

$$\left.\begin{aligned} \Delta f_{УГ}(t) &\approx S_{УГ}U_{м1}\,|b_{1f}|\exp(\mathrm{Re}(\alpha_{1M})t), \\ \Phi_{УГ}(t) &\approx S_{УГ}U_{м1}\,|b_{1\varphi}|\exp(\mathrm{Re}(\alpha_{1M})t), \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

где $|b_{1f}| = \left|2\dfrac{c_{1Mf}b_{1M}}{\alpha_{1M}S_{УГ}}\right|$, $|b_{1\varphi}| = \left|2\dfrac{c_{1M\varphi}b_{1M}}{\alpha_{1M}S_{УГ}}\right|$. Аналогично для ИФАПЧ без переключения источников тока ЧФД $|b_{2f}| = \left|2\dfrac{c_{2Mf}b_{2M}}{\alpha_{2M}S_{УГ}}\right|$, $|b_{2\varphi}| = \left|2\dfrac{c_{2M\varphi}b_{2M}}{\alpha_{2M}S_{УГ}}\right|$.

Таким образом, определены асимптотические коэффициенты $b_{1f}, b_{1\varphi}, \alpha_{1M}$ для расчетов длительности ПП по отклонению частоты и фазы УГ от номинала $t = 0...t_{п\,k}$ или $b_{2f}, b_{2\varphi}, \alpha_{2M}$ для ИФАПЧ без переключения источников тока ЧФД.

На интервале движения ПП $t > t_{п\,k}$ выражение (8) запишется как

$$\mathbf{X_{C2}}(t) = \mathbf{\Phi_2}(t)\mathbf{X_{C2}}(t_{п\,k}) + \\ + \mathbf{A_{Д2}^{-1}}[\mathbf{\Phi_2}(t) - \mathbf{E}]\mathbf{B_{Д2}}(U_{м1} + U_п), \qquad (11)$$

где $\mathbf{\Phi_2}(t) = \mathrm{diag}[\exp(\alpha_{21}t),\ \exp(\alpha_{22}t),\ \exp(\alpha_{23}t),\ \exp(\alpha_{24}t),\ \exp(\alpha_{25}t),\ \exp(\alpha_{26}t)]$,

$$\mathbf{X_{C2}}(t_{п\,k}) = \mathbf{P_2^{-1}P_1X_{C1}}(t_{п\,k}) = \\ = \mathbf{P_2^{-1}P_1A_{Д1}^{-1}}[\mathbf{\Phi_1}(t_{п\,k}) - \mathbf{E}]\mathbf{B_{Д1}}U_{м1},$$

а отклонение частоты и фазы УГ от номинала запишется в виде

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta f_{\text{УГ2}}(t) = \\
&= \mathbf{C}_{\text{Д2}f}\left\{\mathbf{\Phi_2}(t)\mathbf{P_2^{-1}P_1A_{Д1}^{-1}}[\mathbf{\Phi_1}(t_{\text{п}k}) - \mathbf{E}]\mathbf{B}_{\text{Д1}}U_{\text{м1}} + \right. \\
&\left. + \mathbf{A_{Д2}^{-1}}[\mathbf{\Phi_2}(t) - \mathbf{E}]\mathbf{B}_{\text{Д2}}(U_{\text{м1}} + U_{\text{п}})\right\} + \mathbf{D}(U_{\text{м1}} + U_{\text{п}}), \\
&\Phi_{\text{УГ2}}(t) = \\
&= \mathbf{C}_{\text{Д2}\varphi}\left\{\mathbf{\Phi_2}(t)\mathbf{P_2^{-1}P_1A_{Д1}^{-1}}[\mathbf{\Phi_1}(t_{\text{п}k}) - \mathbf{E}]\mathbf{B}_{\text{Д1}}U_{\text{м1}} + \right. \\
&\left. + \mathbf{A_{Д2}^{-1}}[\mathbf{\Phi_2}(t) - \mathbf{E}]\mathbf{B}_{\text{Д2}}(U_{\text{м1}} + U_{\text{п}})\right\},
\end{aligned}\right\} \quad (12\text{а})$$

где $\mathbf{C}_{\text{Д2}f}$, $\mathbf{C}_{\text{Д2}\varphi}$ – первая и вторая строки матрицы $\mathbf{C}_{\text{Д2}}$ соответственно. С учетом того, что

$$-\mathbf{C}_{\text{Д2}f}\mathbf{A_{Д2}^{-1}B_{Д2}}(U_{\text{м1}} + U_{\text{п}}) + \mathbf{D}(U_{\text{м1}} + U_{\text{п}}) = 0,$$

$$\mathbf{P}_1\mathbf{A_{Д1}^{-1}B_{Д1}} = \mathbf{U_{СТ}}, \quad \mathbf{P}_2\mathbf{A_{Д2}^{-1}B_{Д2}} = \mathbf{U_{СТ}}$$

($\mathbf{U_{СТ}} = [0;\ 1;\ 1;\ 0;\ 0;\ 0]$ – стационарный вектор), перепишем (12) в виде

$$\left.\begin{aligned}
\Delta f_{\text{УГ2}}(t) &= \mathbf{C}_{\text{Д2}f}\mathbf{\Phi_2}(t)\mathbf{X_{C2}}(t_{\text{п}k}), \\
\Phi_{\text{УГ2}}(t) &= \mathbf{C}_{\text{Д2}\varphi}\mathbf{\Phi_2}(t)\mathbf{X_{C2}}(t_{\text{п}k}),
\end{aligned}\right\} \quad (12\text{б})$$

где $\mathbf{X_{C2}}(t_{\text{п}k}) = \mathbf{P_2^{-1}}[\mathbf{P_1A_{Д1}^{-1}}\mathbf{\Phi_1}(t_{\text{п}k})\mathbf{B}_{\text{Д1}}U_{\text{м1}} + \mathbf{U}_{\text{СТ}}U_{\text{п}}]$.

Используя *допущение 3*, из (12а), (12б) найдем $t_{\text{п}f}$ и $t_{\text{п}\varphi}$ – время ПП по отклонению частоты и фазы сигнала УГ в случае действительного максимального собственного значения α_{2M} из ряда α_{12}, α_{22}, α_{32}, α_{42}, α_{52}, α_{62}:

$$\left.\begin{aligned}
t_{\text{п}f} &= t_{\text{п}k} + \frac{1}{\alpha_{2M}}\ln\frac{\Delta f_{\varepsilon}}{C_{\text{Д2}f}(\alpha_{2M})X_{\text{C2}}(\alpha_{2M})}, \\
t_{\text{п}\varphi} &= t_{\text{п}k} + \frac{1}{\alpha_{2M}}\ln\frac{\Delta\varphi_{\varepsilon}}{C_{\text{Д2}\varphi}(\alpha_{2M})X_{\text{C2}}(\alpha_{2M})},
\end{aligned}\right\} \quad (13\text{а})$$

где $C_{\text{Д2}f}(\alpha_{2M})$ – элемент первой строки, а $C_{\text{Д2}\varphi}(\alpha_{2M})$ – элемент второй строки $\mathbf{C}_{\text{Д2}f}$, $X_{\text{C2}}(\alpha_{2M})$ – элемент вектора $\mathbf{X_{C2}}(t_{\text{п}k})$. Элементы соответствуют α_{2M}. Для комплексного собственного значения $\alpha_{2M} = \text{Re}(\alpha_{2M}) + i\,\text{Im}(\alpha_{2M})$ из ряда α_{12}, α_{22}, α_{32}, α_{42}, α_{52}, α_{62}, имеющего максимальную действительную часть $\text{Re}(\alpha_{2M})$:

$$\left.\begin{aligned}
t_{\text{п}f} &= t_{\text{п}k} + \frac{1}{\text{Re}(\alpha_{2M})}\ln\frac{\Delta f_{\varepsilon}}{2\left|C_{\text{Д2}f}(\alpha_{2M})X_{\text{C2}}(\alpha_{2M})\right|}, \\
t_{\text{п}\varphi} &= t_{\text{п}k} + \frac{1}{\text{Re}(\alpha_{2M})}\ln\frac{\Delta\varphi_{\varepsilon}}{2\left|C_{\text{Д2}\varphi}(\alpha_{2M})X_{\text{C2}}(\alpha_{2M})\right|}.
\end{aligned}\right\} \quad (13\text{б})$$

Анализ (13а) и (13б) показывает, что при заданных параметрах системы ИФАПЧ и уровне помехи $U_{\text{п}}$ существует оптимальное значение $t_{\text{п}k0} = t_{\text{п}k}$, при котором достигается минимальное время подстройки $t_{\text{п}f}$ и $t_{\text{п}\varphi}$. Используя [8], для действительных значений α_{1M} и α_{2M} значение $t_{\text{п}k0}$ можно определить из (13а) в виде

$$t_{\text{п}k0} = \ln\frac{\alpha_{2M}U_{\text{п}}}{(\alpha_{1M} - \alpha_{2M})\mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{P}_1(\alpha_{2M}, \alpha_{1M})\mathbf{A_{Д1}^{-1}B_{Д1}}(\alpha_{1M})U_{\text{м1}} / \mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{U_{СТ}}(\alpha_{2M})}\frac{1}{\alpha_{1M}},$$

для комплексных значений α_{2M}, α_{1M}

$$t_{\text{п}k0} = \ln\frac{\text{Re}(\alpha_{2M})U_{\text{п}}}{\text{Re}(\alpha_{1M} - \alpha_{2M})\left[\left|\mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{P}_1(\alpha_{2M}, \alpha_{1M})\right| + \left|\mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{P}_1(\alpha_{2M}, \alpha_{1M} + 1)\right|\right]\left|\mathbf{A_{Д1}^{-1}B_{Д1}}(\alpha_{1M})U_{\text{м1}} / \mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{U_{СТ}}(\alpha_{2M})\right|}\frac{1}{\text{Re}(\alpha_{1M})},$$

где $\mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{U_{СТ}}(\alpha_{2M})$ – элемент вектора $\mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{U_{СТ}}$, соответствующий номеру α_{2M}, $\mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{P}_1(\alpha_{2M}, \alpha_{1M})$ – элемент матрицы $\mathbf{P_2}^{-1}\mathbf{P}_1$, соответствующий номерам α_{2M}, α_{1M}; $\mathbf{A_{Д1}^{-1}B_{Д1}}(\alpha_{1M})U_{\text{м1}}$ – элемент вектора $\mathbf{A_{Д1}^{-1}B_{Д1}}U_{\text{м1}}$, соответствующий номеру α_{1M}.

Сравним результаты расчетов и моделирования. Для этого, используя полученные соотношения, найдем выигрыш по быстродействию от рассмотренного способа ускорения ПП перестройки по частоте и фазе СЧ-ИФАПЧ. Будем определять выигрыш как отношение времени ПП $t_{\text{у2}f}$, $t_{\text{у2}\varphi}$ без использования способа ускорения

(соотношения (5)) ко времени ПП $t_{\text{у}f}$ и $t_{\text{у}\varphi}$ (соотношения (13а), (13б)):

$$\left.\begin{aligned} B_f &= t_{\text{у}2f} \big/ (t_{\text{з}} + t_{\text{п}f}), \\ B_\varphi &= t_{\text{у}2\varphi} \big/ (t_{\text{з}} + t_{\text{п}\varphi}). \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Для расчета по полученным выше выражениям выигрышей B_f, B_φ в среде MATLAB разработана программа *fap_adaptive.m*. Некоторые результаты расчетов B_f и B_φ по этой программе приведены на рис. 3, на котором по оси абсцисс отложен параметр N_{CSR} (число «проскальзываний» фазы) для линейной ИФАПЧ, определяемый соотношением $N_{CSR} = \varphi_M \Delta f_{\text{УГ}} / (N\omega_{\text{Б}2})$.

На рис. 3 приведены две группы кривых величин выигрыша по быстродействию B_f и B_φ для значений $k_1 = 8$ и $k_1 = 32$. Параметрический синтез ИФАПЧ, имеющей передаточную функцию (1), проведен для трех значений показателя колебательности M: $M = 1.1$; 1.3; 1.5. Кривые зависимостей $B_f(N_{CSR})$ показаны непрерывными линиями, а $B_\varphi(N_{CSR})$ – штриховыми линиями. Расчеты выигрыша B_f и B_φ в быстродействии ИФАПЧ от предлагаемого способа ускорения ПП проводились для случая $S_{\text{УГ}} = 15$ МГц/В, $\Delta f_{\text{УГ}} = 450$ МГц, $i_{\text{м}} = 0.13$ мА, $N = 2210$, $M_1 = M_2 = 1.3$, период опорного сигнала $t_0 = 1.0 \times 10^{-6}$ с, $\Delta f_{\text{п}} = 10$ кГц, $\Delta f_\varepsilon = 1$ Гц, $\Delta\varphi_\varepsilon = 1^{\text{o}}$. При расчетах выигрышей по быстродействию параметр N_{CSR} изменялся за счет вариации величины базовой частоты $\omega_{\text{Б}}$. Кривые со звездочками получены на основе модели, разработанной в среде визуального моделирования Simulink системы математических расчётов MATLAB. Эта модель соответствует схеме СЧ-ИФАПЧ на рис. 1.

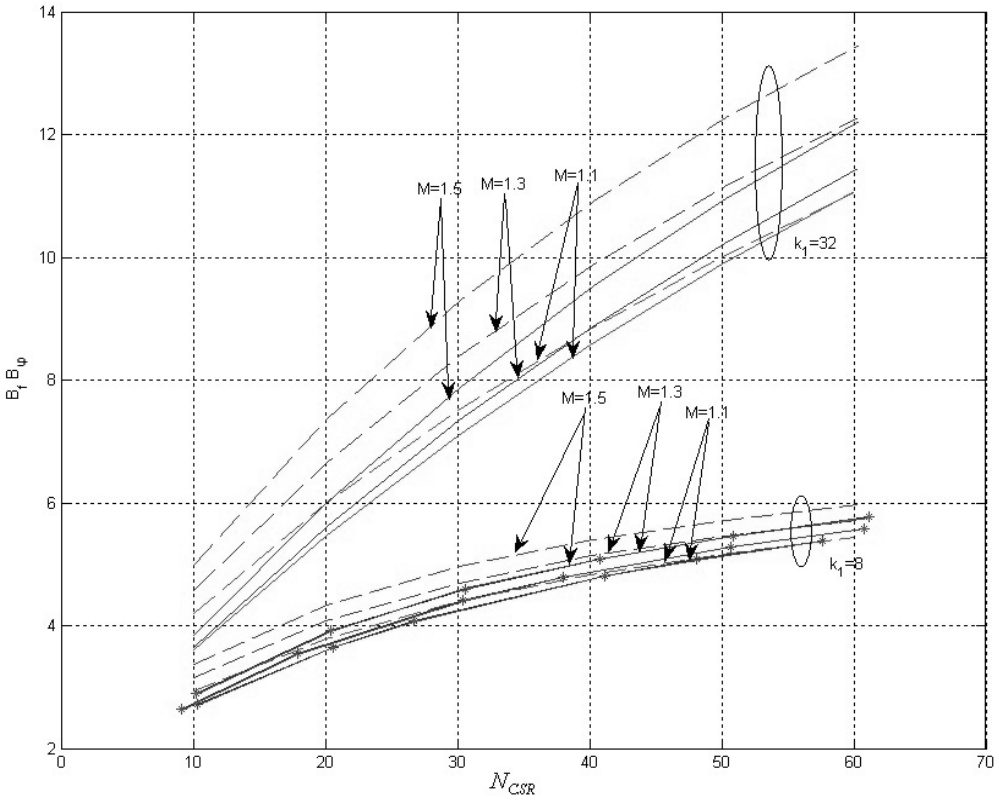


Рис. 3. Выигрыш по быстродействию СЧ-ИФАПЧ при способе переключения тока ЧФД

Сравнивая на рис. 3 кривые B_f со звездочками и без, можно сделать вывод о достаточной для инженерной практики точности полученных приближенных соотношений для расчетов длительностей ПП. Очевидно, что с увеличением значений N_{CSR}, M и k_1 выигрыши по быстродействию B_f и B_φ увеличиваются. По представленным выше выражениям находились зависи-

мости $B_f(N_{CSR})$ и $B_\varphi(N_{CSR})$ для ИФАПЧ с ФНЧ четвертого и третьего порядков (случаи, когда параметры L_c или C_c, L_c, R_c соответственно равны нулю). Результаты расчетов в этих случаях близки к результатам расчетов для ИФАПЧ с ФНЧ пятого порядка. Поэтому при использовании в составе ДДПКД дельта-сигма модулятора четвертого порядка расчет быстродействия СЧ-ИФАПЧ можно проводить с помощью более простой эквивалентной модели с ФНЧ третьего порядка.

Предложенная приближенная методика определения минимального времени установления частоты и фазы выходного сигнала в нелинейной системе ИФАПЧ с двумя переключаемыми источниками тока на выходе ЧФД с наличием режима биений и помех переключения проверена на модели, разработанной в подсистеме Simulink Power System системы MATLAB. Модель соответствует схеме СЧ-ИФАПЧ, приведенной на рис. 1. Сравнение результатов расчетов длительностей переходных процессов с помощью этой модели и приближенной методики показало достаточную для инженерной практики точность в пределах 5…10%.

Литература:

1. *Романов С.К.* Переходные процессы в системе ИФАПЧ с дробными делителями частоты и элементами коммутации / С.К. Романов, Н.М. Тихомиров, И.А. Марков // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2008. – № 3(72). – С. 53–69.

2. *Vaucher Cicero S.* Architectures for RF Frequency Synthesizers / Cicero S. Vaucher. – New York, Kluwer Academic Publishers, 2003.

3. *Романов С.К.* Определение помех дробности в синтезаторах частот с системами ФАПЧ, использующих дельта-сигма модуляторы в дробных делителях частоты / С.К. Романов, И.А. Марков // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2006. – Вып. 1. – С. 97–102.

4. Синтезаторы частот : Учеб. пособие / Б.И. Шахтарин и др. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 128 с.

5. *Левин В.А.* Синтезаторы частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки частоты / В.А. Левин, В.Н. Малиновский, С.К. Романов. – М.: Радио и связь, 1989. – 232 с.

6. *Романов С.К.* Уменьшение времени переходных процессов в синтезаторах частот методом линеаризации режима работы системы ФАПЧ / С.К. Романов // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2008. – Вып. 4. – С. 41–49.

7. *Кетков Ю.Л.* MatLab 7: программирование, численные методы / Ю.Л. Кетков, А.Ю. Кетков, М.М. Шульц. – Спб.: БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.

8. *Романов С.К.* Коммутация полосы пропускания в синтезаторах частот со счётчиковыми делителями в цепи обратной связи / С.К. Романов, Д.Н. Рахманин // Теория и техника радиосвязи : научн.-техн. сб. / ВНИИС. – Воронеж, 2002. – Вып. 2. – С. 118–128.

Статья поступила в редакцию 22 февраля 2013 г.

УДК 621.391.26

БОРЬБА С ИСКАЖЕНИЯМИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ШИРОКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА

С.А. Чупеев, начальник отдела, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: cserg73@yandex.ru

Исследуется процесс искажения корреляционной функции в приемнике широкополосного (ШПС) сигнала при работе блока защиты от сосредоточенных помех. Разработан способ, позволяющий свести искажения корреляционной функции принимаемого ШПС сигнала к минимуму. Проведен анализ получаемых значений искажений корреляционной функции ШПС сигнала при применении разработанного способа.

Ключевые слова: *широкополосный сигнал, блок защиты от сосредоточенных помех, искажения корреляционной функции, оптимальный фильтр, спектральные перестановки сигнала.*

STRUGGLE WITH CORRELATION FUNCTION DISTORTION OF SPREAD SPECTRUM SIGNAL

S.A. Chupeev, head of department, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: cserg73@yandex.ru

Correlation function distortion in spread spectrum signal receiver under the conditions of operating protection unit from the concentrated interferences is being researched. The technique reducing correlation function distortions of the received spread spectrum signal to a minimum is developed. The analysis of the obtained correlation function distortions values of spread spectrum signal with the use of developed technique is carried out.

Key words: *spread spectrum signal, protection unit from concentrated interferences, correlation function distortion, optimal filter, spectral permutation signal.*

В настоящее время широко применяются различные системы передачи информации, использующие технологию прямого расширения спектра сигнала псевдослучайной последовательностью [1]. Поскольку спектр широкополосного сигнала существенно шире спектра узкополосного сигнала, полоса приема широкополосного сигнала с большей вероятностью поражается сосредоточенными по спектру помехами. Для обеспечения работы приемных устройств в таких условиях известна теория приема сигнала на фоне окрашенного шума [2]. Известны также устройства, позволяющие осуществить оптимальный прием ШПС сигнала на фоне окрашенного шума с использованием блоков защиты (БЗ) от сосредоточенных помех [1, 13]. В настоящее время теория построения и оптимизации характеристик блоков защиты от сосредоточенных помех глубоко проработана [3–8]. Однако, несмотря на то, что использование БЗ при приеме ШПС сигнала позволяет эффективно бороться с сосредоточенными по спектру помехами, нежелательным побочным действием работы БЗ является искажение корреляционной функции принимаемого ШПС сигнала, которое выражается в появлении дополнительных мод. Искажение корреляционной функции детально исследовалось в работах [9–12], где показано, что значения дополнительных мод корреляционной функции могут быть существенны, достигая значения 0.9 от максимального пика корреляционной функции. По временной оси область появления дополнительных мод ограничена длительностью импульсной характеристики БЗ и существенно превышает длительность неискаженной корреляционной функции. Также известна работа [14], в которой был синтезирован способ, позволяющий уменьшить искажения корреляционной функции принимаемого ШПС сигнала при его обработке с использованием БЗ.

Целью настоящей статьи является разработка способа оптимального приема ШПС сигнала, при котором искажения корреляционной функции ШПС сигнала вследствие воздействия на приемник сосредоточенных по спектру помех будут минимальны. Заметим, что рассматриваемая в данной работе задача является более общей и распространяется на широкий класс сигналов с симметричной и монотонно убывающей спектральной плотностью.

В [2] показано, что для достижения максимального отношения сигнал/шум на выходе оптимального фильтра необходимо принимаемый сигнал пропустить через фильтр, передаточная функция которого обратно пропорциональна энергетическому спектру шума на входе приемника ШПС сигналов, при этом должна обеспечиваться компенсация начальных фаз спектра входного сигнала. Но в [2] не рассматривается форма сигнала на выходе оптимального фильтра. Из-

 ISSN 1995-7009

вестно, что форма сигнала на выходе согласованного фильтра будет определяться передаточной функцией оптимального фильтра, а она, в свою очередь, будет зависеть от энергетического спектра помех, попадающих в полосу приема сигнала. Следовательно, сигнал на выходе оптимального фильтра может иметь существенные искажения, выражающиеся в появлении дополнительных мод, далеко отстоящих от основной моды. Это, в свою очередь, приводит к различным негативным явлениям, таким как межсимвольная интерференция, ложное обнаружение сигнала и др.

Рассмотрим процесс оптимальной фильтрации сигнала при окрашенном шуме. Сигнал на выходе оптимального фильтра согласно [2] определяется следующим образом:

$$B(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega) \cdot K(\omega)}{W(\omega)} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot \tau} d\omega, \qquad (1)$$

где $S(\omega)$ – спектральная плотность принимаемого сигнала, $W(\omega)$ – энергетический спектр шума, $K(\omega)$ – спектральная плотность комплексно сопряженной копии сигнала.

Структурная схема оптимального фильтра, соответствующего (1), изображена на рис. 1.

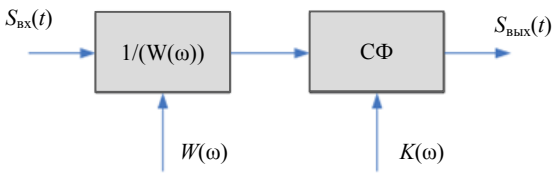


Рис. 1. Структурная схема оптимального фильтра

Здесь $1/W(\omega)$ – устройство, осуществляющее взвешивание входного сигнала обратно пропорционально энергетическому спектру шума; СФ – согласованный фильтр с сигналом $S(\omega)$; $K(\omega)$ – спектральная плотность комплексно сопряженной копии сигнала.

Как известно [2], корреляционная функция сигнала связана со спектральной плотностью энергии сигнала парой преобразований Фурье [2]. Поскольку передаточная функция оптимального фильтра зависит от окраски шума, поступающего на его вход, то в зависимости от окраски входного шума будет меняться и корреляционная функция сигнала на выходе оптимального фильтра. Таким образом, появление дополнительной моды в корреляционной функции сигнала на выходе оптимального фильтра является следствием искажения спектральной плотности сигнала. Дальнейшей целью настоящей работы является поиск такого способа оптимального приема сигнала, при котором дополнительные моды корреляционной функции сигнала будут принимать минимальное значение.

Заметим, что в (1) при $\tau = 0$ ядро интегрального преобразования $e^{j \cdot \omega \cdot \tau}$ становится равным единице. Точка корреляционной функции, в которой $\tau = 0$, является точкой принятия решения при приеме сигнала. В данной точке на выходе оптимального фильтра достигается максимальное значение отношения сигнал/шум. Следовательно, изменив порядок суммирования в интеграле (1) произвольным образом, в точке $\tau = 0$ также получим максимальное отношение сигнал/шум, т.е. принцип согласованной фильтрации сохранится. Заметим, что изменение порядка суммирования повлияет на точки корреляционной функции, соответствующие $\tau \neq 0$. Таким образом, можно сделать вывод, что оптимальный фильтр при приеме сигнала на фоне небелого гауссова шума можно построить множеством способов. Физический смысл операции изменения порядка суммирования состоит в выполнении некоторых спектральных перестановок принимаемого сигнала и его копии, т.е. каждая точка взвешенного спектра $S(\omega_i)/W(\omega_i)$ заменяется на другую точку взвешенного спектра $S(\omega_j)/W(\omega_j)$, и аналогичные операции производятся над копией сигнала: точка спектра $K(\omega_i)$ заменяется на точку $K(\omega_j)$. При этом для сохранения принципов согласованной фильтрации спектральные перестановки над сигналом и копией должны выполняться по одному и тому же закону. Однако, поскольку спектральные перестановки сигнала не меняют функцию распределения спектральной плотности, а при оптимальной фильтрации сигнала в условиях воздействия окрашенного шума распределение спектральной плотности мощности будет отличаться от исходного, восстановить исходную спектральную плотность мощности точно, не нарушив принципы согласованной фильтрации, будет невозможно.

Структурная схема оптимального фильтра, построенная с использованием рассмотренных выше спектральных перестановок, изображена на рис. 2, где обозначено: $S(\omega_i) = S(\omega_j)$ – устройство, осуществляющее спектральные перестановки сигнала; ФЗСП – формирователь закона спектральных перестановок, задающего взаимооднозначное соответствие значения частоты спектральной составляющей на входе блока спектральных перестановок частоте спектральной составляющей на выходе блока.

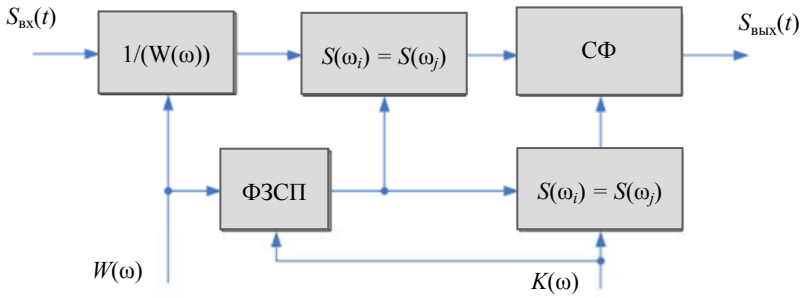


Рис. 2. Структурная схема усовершенствованного оптимального фильтра

Дальнейшая задача сводится к минимизации отклонения от исходной спектральной плотности. Обычно спектральная плотность физических сигналов, имеющих одномодовую корреляционную функцию, является симметричной относительно центральной частоты. При этом спектральная плотность сигналов, имеющих одномодовую корреляционную функцию, монотонно убывает при изменении частоты от центральной до максимальной и монотонно возрастает при изменении частоты от минимальной до центральной. Поэтому выполняемые спектральные перестановки должны приводить спектральную плотность мощности сигнала к такому виду функций. Монотонное убывание функции легко обеспечить, проведя сортировку ее значений таким образом, чтобы спектральная плотность мощности по значению монотонно убывала от наименьшей частоты к наибольшей. Симметрию спектральной плотности мощности также несложно обеспечить. Для этого необходимо все точки отсортированной спектральной плотности мощности разделить на две группы по порядку – четные и нечетные. Далее, разместив в спектре сигнала последовательно от центра спектра вверх нечетные компоненты и от центра вниз в обратном порядке – четные компоненты спектра, получим симметричную спектральную плотность мощности. Схематично рассматриваемая процедура спектральных перестановок сигнала изображена на рис. 3.

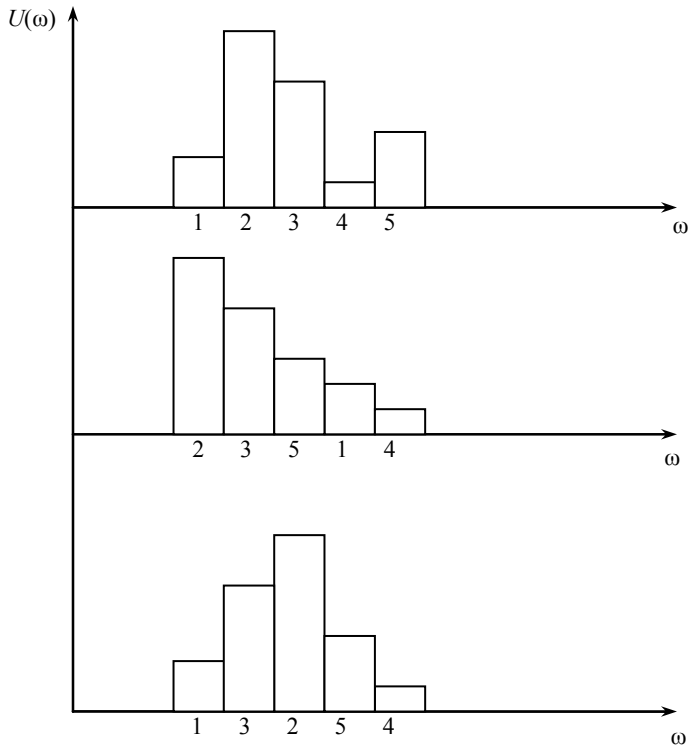


Рис. 3. Процедура спектральных перестановок

Здесь приведен пример взвешенной спектральной плотности мощности сигнала. По оси абсцисс отложена частота ω, по оси ординат – относительный уровень взвешенной спектральной составляющей $U(\omega)$. Исходный взвешенный спектр представлен на верхнем графике. Для упрощения пояснений приведен спектр из 5-ти спектральных составляющих. Здесь на оси абсцисс подписаны в порядке возрастания условные номера спектральных составляющих. После процедуры сортировки спектральных составляющих по уровню получен спектр, изображенный на среднем графике рис. 3. Здесь также на оси абсцисс подписаны условные номера спектральных составляющих. Далее, переставляя спектральные составляющие, как было описано выше, получим почти симметричный и монотонно убывающий в обе стороны от центральной частоты спектр, изображенный в нижней части рис. 3. Аналогичным образом на оси абсцисс подписаны номера исходных спектральных составляющих. Следует также отметить, что при увеличении количества спектральных составляющих до бесконечности асимметрия спектра после спектральных перестановок стремится к нулю.

Докажем, что рассматриваемая процедура спектральных перестановок позволяет достичь минимального значения среднеквадратичного отклонения от спектральной плотности мощности исходного сигнала.

Очевидно, что при выполнении процедуры взвешивания спектра изменяется эквивалентная ширина полосы спектра. Поэтому для вычисления среднеквадратичного отклонения изменим масштаб по оси частот исходного спектра таким образом, чтобы ширина спектральной плотности мощности исходного сигнала равнялась ширине спектральной плотности мощности взвешенного и спектрально переставленного сигнала. Для этого промасштабируем исходную спектральную плотность мощности по оси частот таким образом, чтобы получить энергию сигнала, равную энергии взвешенного сигнала. При выполнении масштабирования, кроме энергии, уменьшится и полоса частот, занимаемая сигналом, что приведет к соответствующему расширению основного пика корреляционной функции сигнала.

Примеры спектральной плотности мощности исходного сигнала и спектральная плотность взвешенного и спектрально переставленного сигнала приведены на рис. 4. По оси абсцисс отложена частота ω, по оси ординат – спектральная плотность сигналов $U(\omega)$. Также на рис. 4 обозначены: $S(\omega)$ – спектральная плотность исходного сигнала; $S1(\omega)$ – спектральная плотность сигнала после проведения процедуры обратного энергетического взвешивания и проведения спектральных перестановок.

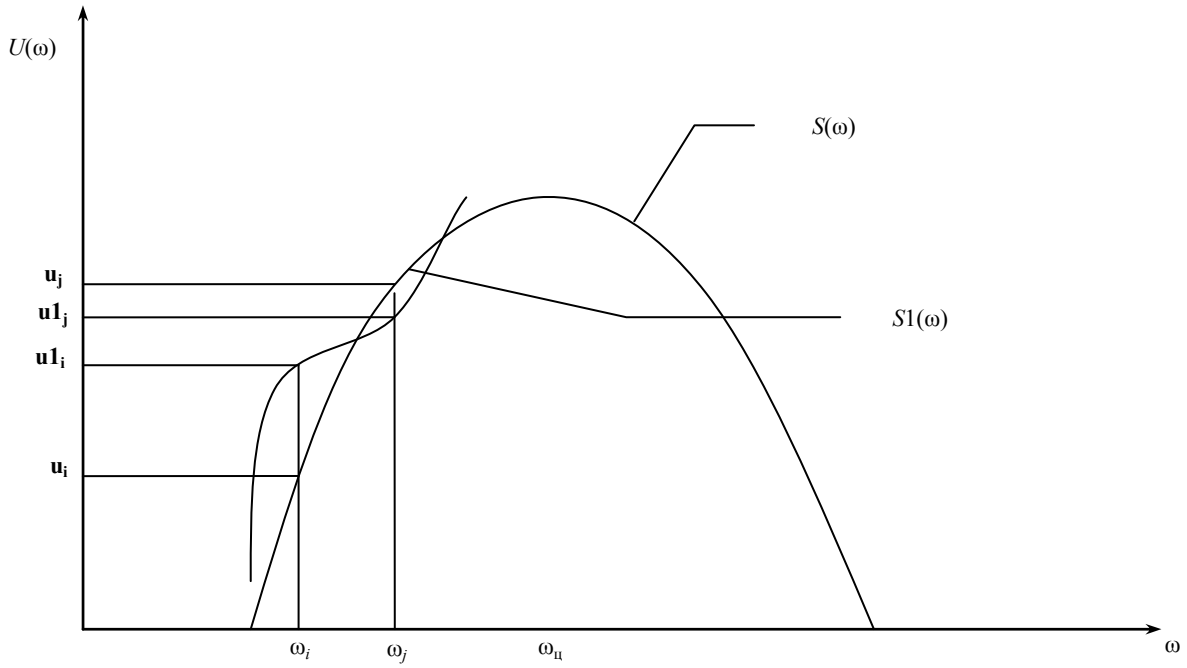


Рис. 4. Спектральные плотности сигналов

Докажем, что спектральные перестановки сигнала, после которых получается симметричный относительно центральной частоты сигнал и равномерно убывающая спектральная плотность, соответствуют спектральной перестановке, при которой достигается минимальное среднеквадратическое отклонение от исходной спектральной плотности. На рис. 4 значения спектра $u1$ соответствуют взвешенному и спектрально переставленному спектру, а u – исходному спектру. Среднеквадратичное отклонение от исходного спектра в 2-х произвольно взятых точках спектральных плотностей мощности u и $u1$ с частотами ω_i и ω_j будет следующим:

$$U_{\text{срк}} = (u1_i - u_i)^2 + (u1_j - u_j)^2. \qquad (2)$$

Поменяем в спектрально переставленной плотности местами точки ω_i и ω_j, таким образом нарушив требование монотонного убывания спектральной плотности. Среднеквадратичное отклонение от исходного спектра в 2-х различных точках спектральной плотности с частотами ω_i и ω_j в этом случае будет следующим:

$$U1_{\text{срк}} = (u1_i - u_j)^2 + (u1_j - u_i)^2. \qquad (3)$$

Чтобы показать, что минимальное среднеквадратичное отклонение от исходной спектральной плотности достигается по вышеприведенному алгоритму, вычтем (2) из (3); раскрывая скобки и упрощая выражение, получим

$$U1_{\text{срк}} - U1_{\text{срк}} = -2 \cdot u1_i \cdot u_i - 2 \cdot u1_j \cdot u_j + $$
$$+2 \cdot u1_i \cdot u_j - 2 \cdot u1_j \cdot u_i. \qquad (4)$$

Далее, вынося за скобки $2 \cdot u1_i$ и $2 \cdot u1_j$, окончательно получим

$$U1_{\text{срк}} - U1_{\text{срк}} =$$
$$= 2 \cdot u1_j \cdot (u_i - u_j) + 2 \cdot u1_i \cdot (u_j - u_i). \qquad (5)$$

В (5) разность $u_i - u_j$ по абсолютному значению равна разности $u_j - u_i$, но имеет противоположный знак. Поскольку $u1_j$ всегда больше $u1_i$ в силу монотонности функции $S1(\omega)$, выражение (5) всегда меньше нуля. Следовательно, среднеквадратичное отклонение $U_{\text{срк}}$ всегда меньше, чем $U1_{\text{срк}}$ при любом выборе точек спектральной плотности ω_i и ω_j. Обобщая данный вывод на любые индексы частоты i и j, можно заключить, что любая другая спектральная перестановка будет иметь большее среднеквадратичное отклонение от спектральной плотности $S(\omega)$, чем рассматриваемая спектральная перестановка. Также, обобщая данный вывод на симметричную относительно $\omega_ц$ область спектра $\omega_i < \omega_ц$ и $\omega_j > \omega_ц$, можно заключить, что для минимизации среднеквадратичного отклонения необходимо обеспечить симметрию спектральной плотности.

Устройства, реализующие оптимальный прием ШПС сигналов при окрашенном шуме, принципиально известны [1]. Структурная схема одного из вариантов приемника ШПС сигнала с БЗ приведена на рис. 5, где обозначено: $Ф_1$, $Ф_2 \ldots Ф_n$ – полосовые фильтры, УВК – устройство вычисления коэффициентов, Σ – суммирующее устройство, СФ – согласованный фильтр.

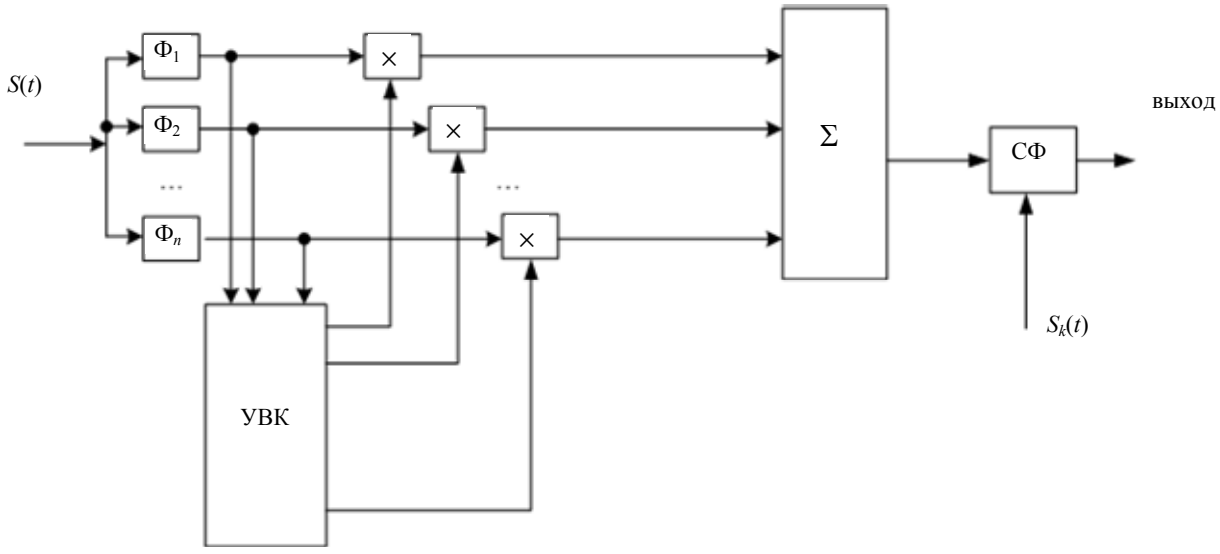


Рис. 5. Приемник ШПС сигналов с БЗ

Работает это устройство следующим образом. На вход ШПС приемника поступает смесь сигнала и окрашенного шума. Далее смесь сигнала и шума расфильтровывается в n полосовых фильтрах, имеющих одинаковую ширину полосы пропускания и отличающихся центральными частотами полос пропускания. При этом считаем, что в полосе пропускания фильтра блока защиты окрашенный шум имеет приблизительно равномерную спектральную плотность. С выходов фильтров сигнал поступает на блок вычисления весовых коэффициентов. Весовые коэффициенты вычисляются по следующей формуле [1]

$$\lambda_i = \frac{1}{W_i}, \qquad (6)$$

где W_i – мощность шума в полосе пропускания i-го фильтра линейки блока защиты.

Далее сигналы с выхода фильтров подаются на первые входы умножителей, а весовые коэффициенты подаются на вторые входы умножителей. Таким образом осуществляется весовая обработка смеси входного сигнала и шума. С выхода умножителей сигналы подаются на суммирующее устройство, на выходе которого получаем смесь сигнала и шума, взвешенного обратно пропорционально мощности окраски входного шума, после чего сигнал поступает на фильтр, согласованный с входным сигналом $S(t)$.

При обработке таким ШПС приемником смеси входного сигнала и шума на выходе согласованного фильтра корреляционная функция приобретает искажения. Детально этот вопрос исследовался в [9–12]. В частности, в этих работах показано, что отключения линеек блока защиты, носящие периодический характер, приводят к появлению дополнительных мод значительного уровня в корреляционной функции ШПС сигнала. Пример неискаженной корреляционной функции ШПС сигнала приведен на рис. 6.

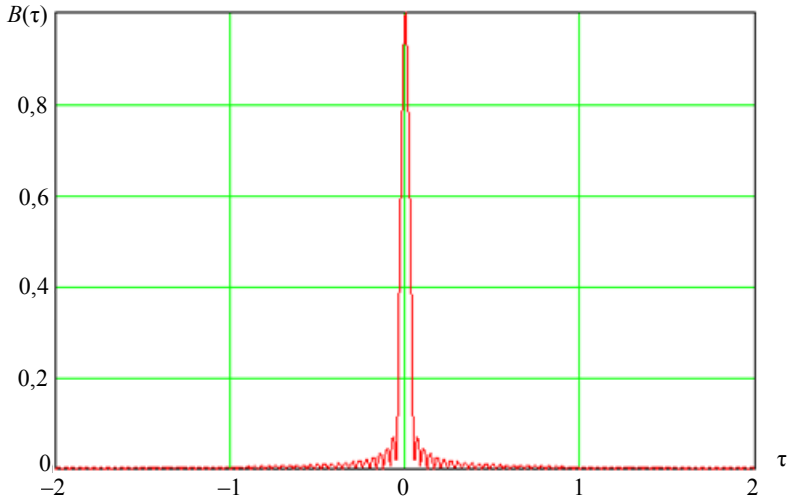


Рис. 6. Неискаженная корреляционная функция ШПС сигнала

Рассмотрим пример искаженной функции ШПС сигнала при поражении спектра сигнала помехами, имеющими периодический характер в частотной области. В соответствии с [9] корреляционную функцию на выходе оптимального фильтра можно описать следующим образом:

$$B_{\text{БЗ}}(\tau) = \frac{2\pi}{\Delta} \cdot g_0(\tau) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_{\text{ИФ}}\left(\tau - k\frac{2\pi}{\Delta}\right), \qquad (7)$$

где $B_{\text{БЗ}}(\tau)$ – искаженная корреляционная функция ШПС сигнала на выходе оптимального фильтра; $g_0(\tau)$ – импульсная характеристика фильтра БЗ; $B_{\text{ИФ}}(\tau)$ – неискаженная корреляционная функция ШПС сигнала на выходе оптимального фильтра; Δ – ширина спектра ШПС сигнала.

В частности, рассчитанная по (7) корреляционная функция на выходе оптимального фильтра в случае, когда непораженной помехами оказывается каждая третья линейка БЗ, изображена на рис. 7.

Из примера, приведенного на рис. 7, ясно виден размер возможных искажений корреляционной функции. В данном примере значения дополнительных мод корреляционной функции достигают 0.7 от значения максимальной моды.

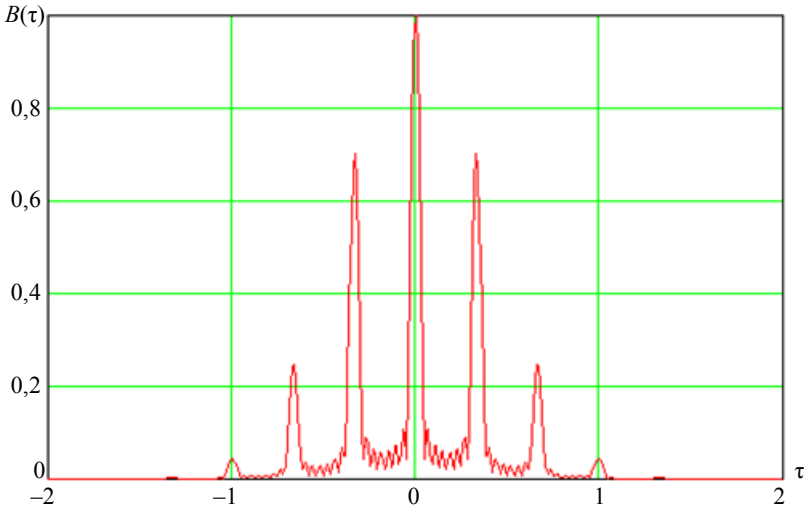


Рис. 7. Искаженная корреляционная функция ШПС сигнала

Для борьбы с данным явлением были разработаны различные алгоритмы, учитывающие искажения спектра ШПС сигнала в БЗ. В качестве примера можно привести работу [14]. В данной работе рассматривается приемник ШПС сигналов с блоком защиты от сосредоточенных помех, построенный на основе режекции сосредоточенных помех. Структурная схема приемника изображена на рис. 8.

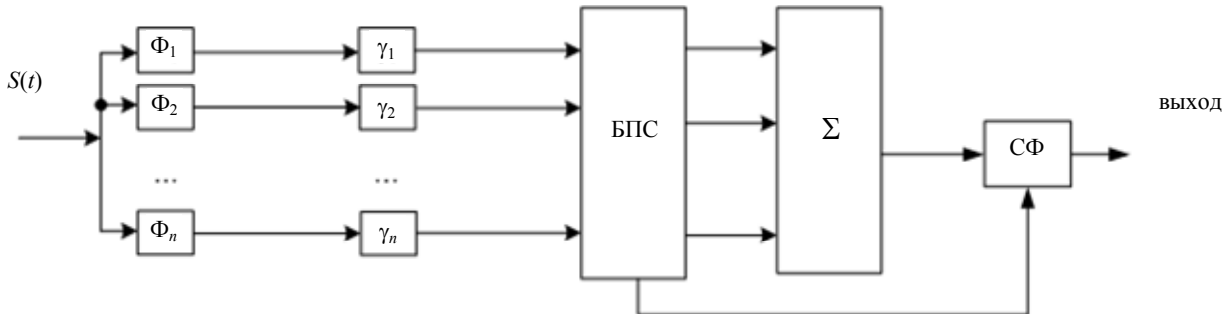


Рис. 8. Устройство приема ШПС сигналов с компенсацией искажений корреляционной функции

Здесь БПС – блок спектральных перестановок.

Работает устройство следующим образом. Сигнал поступает на n полосовых фильтров Φ_1, $\Phi_2 \ldots \Phi_n$. При наличии помехи в i-м канале коэффициент передачи $\gamma_i = 0$, при их отсутствии $\gamma_i = 1$. Таким образом, осуществляется режекция сосредоточенных помех. Далее сигналы поступают на блок спектральных перестановок (БПС). В блоке спектральных перестановок смещение частот осуществляется в следующем порядке [14]:

– определяются порядковые номера L неотключенных каналов БЗ;

– неотключенные каналы БЗ перенумеровываются в порядке возрастания индекса $K = 1, 2, 3 \ldots$, причем каждому значению индекса K ставится в соответствие номер L неотключенного канала, т.е. определяется функция $K(L)$;

– определяется количество нережектированных каналов БЗ ниже центральной частоты спектра сигнала ω_0. Смещение частот спектральных компонент осуществляется по формуле

$$\omega_{\text{см}} = \omega_{\text{ф}} \cdot \left(\frac{n}{2} - 1 - (n - K(L)) \right). \qquad (8)$$

Фактически данным устройством производится состыковывание соседних участков спектра, исключая участки, режектируемые полосовыми фильтрами. Однако в качестве недостатка следует отметить, что данное устройство работает только при режекции помех в БЗ ШПС приемника. Кроме того, при несимметричной относительно центральной частоты приема помеховой обстановке спектральная плотность сигнала после таких спектральных перестановок не будет

симметричной. Следовательно, среднеквадратичное отклонение от исходной спектральной плотности будет не минимальным, что, в свою очередь, не позволит добиться минимального значения дополнительных выбросов корреляционной функции.

Пример устройства, позволяющего добиться минимальных искажений корреляционной функции, приведен на рис. 9.

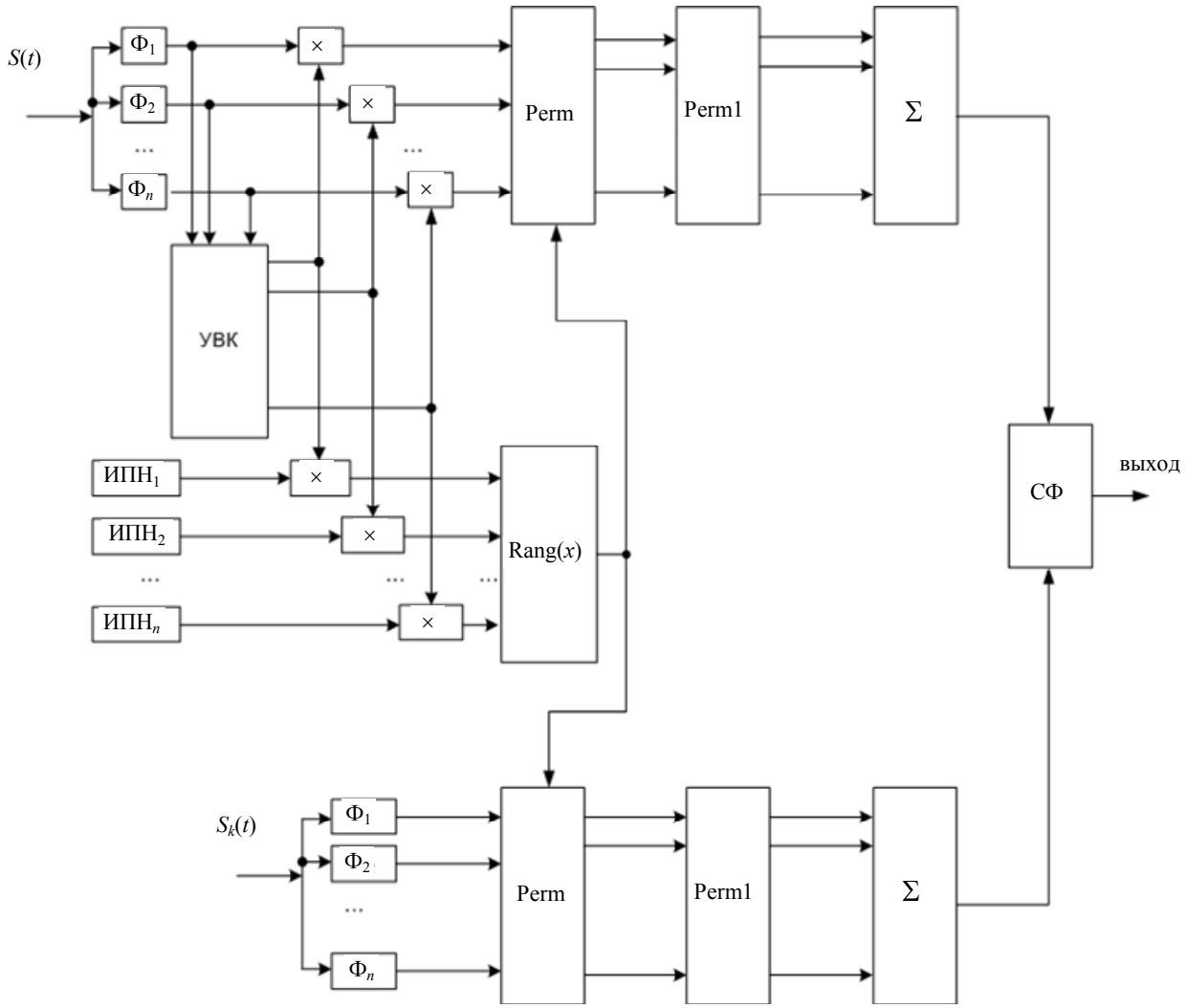


Рис. 9. Приемник ШПС сигнала

Работает это устройство следующим образом. Как и в классическом приемнике ШПС сигнала [1], сигнал $S(t)$ поступает на входы элементарных фильтров $\Phi_1 - \Phi_n$, представляющих собой полосовые фильтры с примерно прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой, с одинаковой полосой пропускания, отличающиеся центральными частотами и примыкающие друг к другу по частоте. Сигнал с выходов фильтров $\Phi_1 - \Phi_n$ поступает на устройство вычисления коэффициентов весового вектора 2, в котором по (7) вычисляются коэффициенты весового вектора. Далее с выхода устройства вычисления коэффициентов весового вектора сигнал подается на вторые входы умножителей, на первые входы которых подается сигнал с выхода соответствующего полосового фильтра $\Phi_1 - \Phi_n$. В результате получаются n сигналов, не перекрывающихся по спектру, каждый из которых взвешен обратно пропорционально мощности помех, попадающих в полосу соответствующего полосового фильтра.

Для устранения искажений корреляционной функции принимаемого ШПС сигнала в устройство дополнительно вводятся блоки опорных напряжений $ИПН_1$, $ИПН_2 \ldots ИПН_n$, описывающих форму спектральной плотности ШПС сигнала. Форма спектральной плотности принимаемого

ШПС сигнала известна заранее. Обычно для ШПС сигнала, получаемого расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью, спектральную плотность мощности можно описать функцией $(\sin(x)/x)^2$. Далее производится умножение сигналов опорных напряжений $ИПН_1$, $ИПН_2$…$ИПН_n$ на коэффициенты весового вектора, получаемого на выходах блока УВК. Результатом умножения является вектор, который описывает взвешенную спектральную плотность ШПС сигнала. Далее вычисляются ранги этого вектора в блоке вычисления рангов Rang(x), то есть каждый элемент вектора заменяется его рангом или местом этого элемента в вариационном ряду. Ранговый вектор далее используется для осуществления спектральных перестановок в блоке спектральных перестановок первого типа Perm. Фактически в ранговом векторе содержится информация о том, на какие места необходимо переставить по частоте сигналы с выходов умножителей, чтобы в итоге получить спектр, равномерно убывающий от наименьшей частоты к наибольшей. Но такой спектр является несимметричным, и корреляционная функция такого сигнала также будет иметь искажения, описанные в работе [10]. Для придания спектру принимаемого ШПС сигнала симметрии введен первый блок перестановок второго типа Perm1. Этот блок осуществляет спектральные перестановки сигнала следующим образом. Все сигналы, соответствующие четным линейкам блока защиты, переносятся по спектру последовательно от центральной частоты и выше, а все сигналы, соответствующие нечетным линейкам блока защиты, переносятся в обратном порядке по спектру последовательно от центральной частоты и ниже. Таким образом, после осуществления перестановок в блоке перестановок второго типа Perm1 спектр сигнала будет почти симметричным и начнет равномерно спадать в обе стороны от центральной частоты. Для сохранения принципа согласованной фильтрации над копией ШПС сигнала производятся те же самые операции спектральных перестановок, что и над сигналом. А именно – в блоках $Ф_1$, $Ф_2$…$Ф_n$ n полосовых фильтров осуществляют расфильтровку сигналов на n частотных полос фильтрами с передаточными характеристиками, идентичными передаточным характеристикам полосовых фильтров, используемых для основного канала приема. Далее осуществляются спектральные перестановки копии сигнала в блоках спектральных перестановок Perm и Perm1, аналогичные проводимым для принимаемого ШПС сигнала. После спектральных перестановок принимаемый ШПС сигнал и его копия поступают на входы сумматоров Σ, где складываются сигналы, соответствующие различным линейкам блока защиты, в результате чего получается взвешенный и спектрально переставленный входной ШПС сигнал и аналогичным образом спектрально переставленная копия сигнала. Далее ШПС сигнал и его копия поступают на входы оптимального фильтра СФ, где осуществляется согласованная фильтрация принимаемого сигнала.

В результате работы данного устройства спектральная плотность сигнала, поступающего на вход согласованного фильтра, всегда будет почти симметричной и строго убывающей при изменении частоты вверх или вниз относительно центральной.

Проведем анализ значений дополнительных выбросов корреляционной функции сигнала на выходе согласованного фильтра рассмотренного выше устройства. Будем исходить из предположения, что вся мощность дополнительных выбросов корреляционной функции сосредоточена в одной точке $\tau = \tau_0$, поэтому корреляционную функцию сигнала на выходе согласованного фильтра можно представить как сумму неискаженной корреляционной функции и моды сосредоточенного в районе точки τ_0 выброса, отдельно стоящей на расстоянии от основной. В силу свойств преобразования Фурье [2] сумма 2-х корреляционных функций соответствует в спектральной области сумме двух энергетических спектральных плотностей. Одна из этих спектральных плотностей исходная, другая является преобразованием Фурье от дополнительного выброса корреляционной функции. Если дополнительный выброс сосредоточен по времени, то его спектральная плотность описывается функцией $e^{j\omega\tau_0}$. При этом если выбросы симметричны относительно основной моды корреляционной функции, то спектральная плотность будет описываться функцией $A\cdot\cos(\omega\cdot\tau_0)$ [2]. Алгоритм спектральных перестановок, рассмотренный в данном устройстве, обеспечивает монотонность убывания функции спектра относительно центральной частоты. Следовательно, при добавлении функции вида $A\cdot\cos(\omega\cdot\tau_0)$ к эталонной функции спектральной плотности необходимо оценить максимально возможную амплитуду A, при которой спектральная плотность сигнала после взвешивания и спектральных перестановок будет строго убывающей. Требование к убыванию

спектральной плотности сигнала эквивалентно требованию положительности производной от центральной частоты спектра $\omega_ц$ до нижней частоты и отрицательности производной от $\omega_ц$ до верхней частоты. Как известно, производная суммы функций равна сумме производных, поэтому данное требование можно записать следующим образом:

$$-\frac{dS(\omega)^2}{d\omega} - A\cdot\tau_0\cdot\sin(\tau_0\cdot\omega) > 0 \quad \text{при} \quad \omega < \omega_ц,$$

$$-\frac{dS(\omega)^2}{d\omega} - A\cdot\tau_0\cdot\sin(\tau_0\cdot\omega) < 0 \quad \text{при} \quad \omega < \omega_ц. \quad (9)$$

Теперь необходимо определить, при каком виде спектральной плотности сигнала $S(\omega)$ будет достигаться максимальное значение производной от энергетического спектра сигнала $S(\omega)^2$. Поскольку в соответствии с определением значением производной является скорость изменения функции, следовательно, значение энергетического спектра сигнала на отрезке от нижней частоты энергетического спектра до центральной частоты должно иметь максимальное изменение. Также следует иметь в виду, что если дополнительные выбросы, находящиеся на расстоянии $\pm\tau_0$ от центрального, могут иметь любые знаки, то у добавленной к энергетическому спектру функции вида $A\cdot\cos(\omega\cdot\tau_0)$ начальная фаза может быть равна 0 или π. Следовательно, значение производной от энергетического спектра $S(\omega)^2$ должно достигать максимума в нескольких равноудаленных точках спектра, соответствующих минимальным значениям функции $A\cdot\cos(\omega\cdot\tau_0)$. Такой симметрично убывающий энергетический спектр приблизительно будет иметь треугольный вид. Пример такого энергетического спектра приведен на рис. 10.

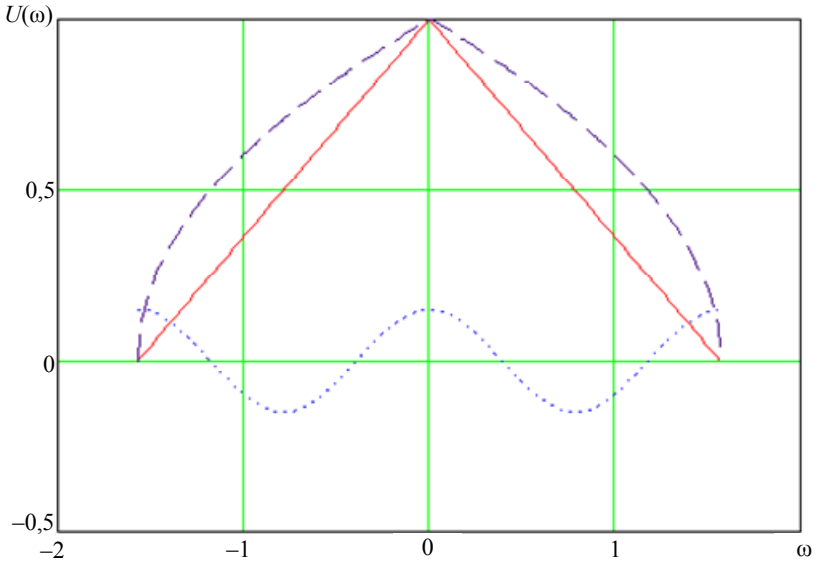


Рис. 10. Энергетический спектр сигнала

Здесь сплошной линией обозначен энергетический спектр сигнала $S(\omega)^2$, штриховой – функция вида $A\cdot\cos(\omega\cdot\tau_0)$, описывающая энергетический спектр дополнительного выброса, пунктирной – спектральная плотность сигнала $S(\omega)$ на входе оптимального фильтра. По оси абсцисс отложена частота ω.

Производная от $S(\omega)^2$ известна и равна $\pi/2$. Следовательно, исходя из (9), амплитуда дополнительного выброса корреляционной функции равна

$$A < \frac{2}{\pi\cdot\tau_0}. \quad (10)$$

Заметим, что значение дополнительного выброса корреляционной функции зависит от значения отстройки τ_0. При этом область определения отстройки τ_0 принимает значения от 4 до ∞. Таким образом, максимальное значение дополнительного выброса корреляционной функции составит не более 0.159 относительно максимального. Минимальное значение τ_0 ограничено необходимостью полного периода функции вида $A\cdot\cos(\omega\cdot\tau_0)$ в половине спектральной плотности сигнала $S(\omega)$, в противном случае дополнительный выброс корреляционной функции сливается с основным и дополни-

тельная мода не появляется. Корреляционная функция с максимальным значением дополнительного выброса изображена на рис. 11.

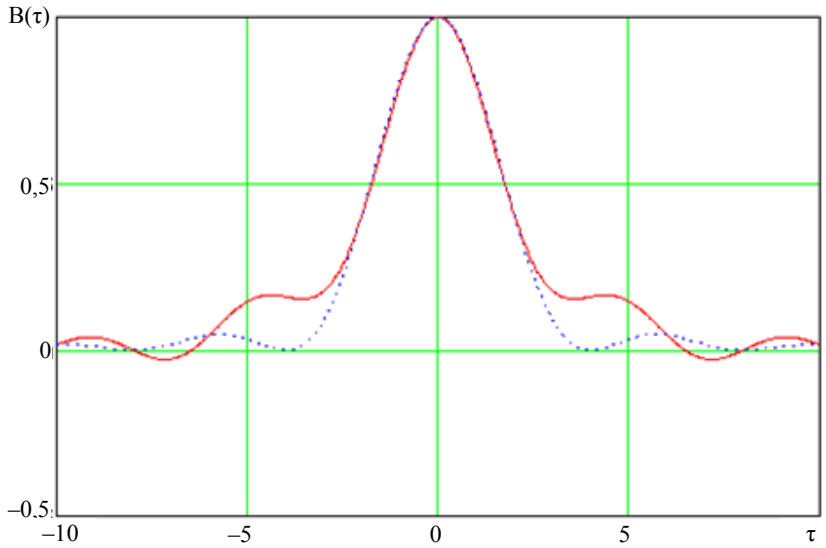


Рис. 11. Корреляционная функция с максимальным искажением

Здесь сплошной график соответствует искаженной корреляционной функции с максимальным выбросом, пунктирный – корреляционной функции сигнала с треугольным энергетическим спектром (рис. 10 – сплошная линия). По оси абсцисс отложено время τ.

Анализируя рис. 11, можно сделать вывод, что после выполнения процедуры спектральных перестановок в рассматриваемом в настоящей работе устройстве остаются дополнительные выбросы корреляционной функции, но по абсолютной величине они не превышают 0.159 относительно максимального.

Выводы

1. Показано, что оптимальный фильтр можно построить множеством способов, при этом отношение энергии сигнала к спектральной плотности шума на выходе оптимального фильтра в точке $\tau = 0$ останется неизменным, а форма выходного сигнала оптимального фильтра в точках $\tau \neq 0$ будет у различных реализаций оптимального фильтра отличаться.

2. Показано, что спектральные перестановки сигнала, в результате которых спектральная плотность сигнала будет симметричной и равномерно спадает в обе стороны относительно центральной частоты, позволяют достичь минимального значения среднеквадратичного отклонения от неискаженной спектральной плотности.

3. Синтезировано устройство, позволяющее реализовать способ оптимальной фильтрации и добиться минимально возможных значений дополнительных мод корреляционной функции.

4. Показано, что значения максимальных выбросов корреляционной функции сигнала после спектральных перестановок не превышают 0.159 относительно максимального значения.

Литература:

1. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / В.И. Борисов [и др.]; под ред. В.И. Борисова. – М. : Радио и связь, 2003. – 640 с.

2. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы : Учеб. пособие для вузов / И.С. Гоноровский // 5-е изд., испр. и доп. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.

3. *Бокк О.Ф.* Выделение известного сигнала из помех с применением блока защиты / О.Ф. Бокк, А.В. Гармонов // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1983. – Вып. 4. – С. 66–75.

4. *Бокк О.Ф.* О быстродействии блока защиты от сосредоточенных помех / О.Ф. Бокк // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1983. – Вып. 7. – С. 60–67.

5. *Бокк О.Ф.* Анализ работы блока защиты при воздействии на его вход белого шума / О.Ф. Бокк, В.М. Грибко // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1985. – Вып. 7. – С. 114–121.

6. *Бокк О.Ф.* Оптимизация характеристик фильтров блока защиты от сосредоточенных по спектру помех / О.Ф. Бокк // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1987. – Вып. 4. – С. 8–11.

7. *Гармонов А.В.* Расчет количества и полосы пропускания каналов блока защиты / А.В. Гармонов,

В.М. Грибко // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1983. – Вып. 7. – С. 68–73.

8. *Гармонов А.В.* Расчет энергетических потерь, вызываемых неидеальностью частотных характеристик блока защиты / А.В. Гармонов // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1982. – Вып. 4. – С. 80–85.

9. *Бокк О.Ф.* Влияние блока защиты на выходной сигнал оптимального фильтра / О.Ф. Бокк, А.В. Гармонов // Радиотехника. – 1980. – № 12. – С. 23–28.

10. *Бокк О.Ф.* Анализ искажений корреляционной функции сложного сигнала при несимметричных искажениях его спектра / О.Ф. Бокк // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1981. – Вып. 4. – С. 42–52.

11. *Бокк О.Ф.* Влияние блока защиты на выходной сигнал оптимального фильтра. Ч. 1 / О.Ф. Бокк, А.В. Гармонов // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1979. – Вып. 4. – С. 55–66.

12. *Бокк О.Ф.* Влияние блока защиты на выходной сигнал оптимального фильтра. Ч. 2 / О.Ф. Бокк, А.В. Гармонов // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1979. – Вып. 7. – С. 55–65.

13. *Бокк О.Ф.* Обнаружение сигнала на фоне окрашенного шума. Ч. 1 / О.Ф. Бокк // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1989. – Вып. 3. – С. 3–14.

14. *Щукин Н.И.* Устранение влияния блока защиты на выходной сигнал оптимального фильтра / Н.И. Щукин // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ВНИИС. – Воронеж, 1995. – Вып. 1. – С. 102–110.

Статья поступила в редакцию 5 марта 2013 г.

УДК 621.396

К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ МЕТОДОВ РАНЖИРОВАНИЯ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Д.В. Бут, с.н.с., тел.: 8-952-104-74-70
В.А. Васильев, доцент, тел.: 8-952-107-73-62
А.И. Немчинов, доцент, тел.: 8-929-008-82-03
ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Проводится анализ традиционных методов определения значимости частных критериев при их попарном сравнении. Рассмотрена возможность расширения приближенного метода Т. Саати на основе предварительной статистической обработки экспертных оценок.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация, ранжирование частных критериев.*

FOR THE QUESTION TO CHOICE OF RANKING METHODS OF PARTIAL CRITERION IN INDEFINITE CONDITION

D.V. Boot, senior research engineer, tel.: 8-952-104-74-70
V.A. Vasilyev, associate professor, tel.: 8-952-107-73-62
A.I. Nemchinov, associate professor, tel.: 8-929-008-82-03
Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh)

The analysis of tradition methods to determine partial criteria importance in pairwise comparison is given. The possibility of approximate method (T. Saaty)broadening based on peer review preliminary statistical handling is considered.

Key words: *multicriteria optimization, partial criterion ranging.*

Эффективность функционирования организационно-технических систем, как правило, характеризуется совокупностью частных критериев и ограничений. Критерии, а также возможные ограничения могут быть сформулированы весьма неточно. В этих условиях отыскание эффективных решений невозможно без учета неточной, качественной информации о предпочтениях различных критериев, о состояниях, в которые систему желательно перевести. Кроме того, при наличии всего лишь двух критериев в задачах оптимизации неизбежно присутствуют субъективные факторы, связанные, например, с ранжированием частных критериев. В определенной степени подобные трудности могут быть устранены путем упрощения постановки задачи. Например, можно выделить какой-либо один основной критерий качества, а остальные рассматривать как ограничения. Другим путем является использование метода последовательных уступок [1].

Однако такие подходы не учитывают качественные, субъективные элементы, перенося их из постановки задачи на этап анализа результатов. Потребность количественного ранжирования частных критериев и неопределенность при их описании в задачах многокритериальной оптимизации являются источниками субъективизма, неопределенности. Необходимость использования информации качественного характера признается многими исследователями, и предложены различные пути формализации и решения этой проблемы.

Рассмотрим задачу определения значимости рангов частных критериев на основе их попарного сравнения, которое проведем с помощью шкалы лингвистических оценок в соответствии с распространенным подходом [2]. Лингвистическую шкалу построим из пяти градаций оценок относительной важности (табл. 1).

Таблица 1

Лингвистические оценки относительной важности

Качественная оценка	Количественная оценка a_{ij}
Строго эквивалентны (одинаково значимы)	1
Слабо предпочтительнее	3
Несколько предпочтительнее	5
Значительно предпочтительнее	7
Строго предпочтительнее	9
Оценка сравнения элемента j с элементом i (a_{ji}) имеет обратное значение (a_{ij})	$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$

 ISSN 1995-7009

Сделанным лингвистическим суждениям экспертов в соответствии с табл. 1 присваиваются численные оценки от 1 до 9, при этом через a_{ij} обозначена оценка значимости критерия i по отношению к критерию j. На основе всех определенных попарных оценок a_{ij} далее строится матрица парных сравнений $\mathbf{A}\{a_{ij}\}$. Обозначим через α_1, α_2, α_3 искомые значения коэффициентов относительной важности значимости критериев. Тогда $\vec{W} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ – вектор коэффициентов относительной важности (рангов), отвечающий собственному вектору матрицы **A**, который может быть найден как решение уравнения $\mathbf{A}\vec{W} = \lambda\vec{W}$, где λ – собственное значение матрицы **A**. Используя условие нормализации $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i / n = 1$, применяя известные методы отыскания собственных векторов, можно рассчитать численные значения рангов α_i.

Для компенсации субъективности мнения экспертов в [3] предлагается значение $\vec{W}$ вычислять как вектор, минимизирующий функционал:

$$S = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij} - \frac{\alpha_i}{\alpha_j}\right)^2 \to \min.$$

Искомые значения α_1, α_2, …, α_n являются решением оптимизационной задачи:

$$S = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij}\alpha_j - \alpha_i\right)^2 \to \min; \quad \sum_{i=1}^{n}\alpha_i = n. \qquad (1)$$

Широкое распространение для отыскания рангов критериев на основе парных сравнений получил приближенный метод, предложенный Т. Саати [4]. Этот подход заключается в отыскании приближенных значений вектора рангов как среднегеометрических величин каждой строки матрицы парных сравнений. Полученные таким образом среднегеометрические значения собственного вектора нормализуются делением на сумму средних геометрических:

$$\alpha_i' = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}}, \quad \alpha_i = \frac{\alpha_i'}{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i'}. \qquad (2)$$

Эффективным методом решения задачи минимизации функции многих переменных $f(x) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ при наличии ограничений, заданных в форме равенств $g_i(x) = 0$, $i = 1,\ldots, k$, является распространенный метод неопределенных множителей Лагранжа [5]. Для его использования строится функция Лагранжа $n + k$ переменных:

$$L(x,\lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^{k}\lambda_i g_i(x), \qquad (3)$$

где λ_i, $i = 1, \ldots, k$, – неопределенные множители.

В итоге исходная задача условной оптимизации сводится к задаче безусловной минимизации функции Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{k}\lambda_i\frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0, j = 1,\ldots,n;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_k(x) = 0, i = 1,\ldots,k. \qquad (4)$$

Соотношения (4) образуют систему $n + k$ переменных с $n + k$ неизвестными $x_1, \ldots, x_n, \lambda_i, \ldots, \lambda_k$.

Для задачи (1) в соответствии с (3) функция Лагранжа принимает вид

$$L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij}\alpha_j - \alpha_i\right)^2 + \lambda\left(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i - n\right). \qquad (5)$$

Необходимые условия оптимальности (4) для функции Лагранжа (5) принимают вид

$$\frac{dL}{d\alpha_i} = 0; \quad \frac{dL}{d\lambda} = \sum_{i=1}^{n}\alpha_{i-n} = 0. \qquad (6)$$

Выписывая соотношения (6) в явном виде, получаем систему $n + 1$ уравнений, решением которой являются искомые коэффициенты относительной важности частных критериев – ранги α_i и множитель Лагранжа.

Сопоставление рассмотренных методов может быть проведено на основе анализа критериев согласованности матрицы парных сравнений **A**. На практике для указанной цели используется индекс согласованности (ИС), дающий информацию о степени нарушения численной (кардинальной $a_{ij} = \alpha_i/\alpha_j$) и транзитивной (порядковой) согласованности парных сравнений. Индекс согласованности для каждой матрицы рассчитывается на основе оценки максимальной величины собственного значения λ_{max} матрицы по формуле ИС = $(\lambda_{max} - n)(n - 1)$, где n – размерность матрицы парных сравнений. Чем более согласованы парные сравнения, тем меньше ИС.

На основе ИС рассчитывается показатель отношения согласованности (ОС): ОС = ИС/СС,

где СС – значение согласованности случайной матрицы того же порядка.

В [6] на основе обобщения опыта решения большого числа многокритериальных задач утверждается, что для того, чтобы парные сравнения можно было считать согласованными, величина ОС должна быть не более 10%. В ряде случаев приемлемой для практики согласованностью можно считать величину ОС до 20%. Если ОС выходит за эти пределы, то экспертам требуется пересмотреть задачу и проверить свои суждения.

Как следует из результатов сравнительного анализа, проведенного в [7], согласованность оценок при использовании методик оптимизации на 15–20% выше, чем при использовании приближенного метода Т. Саати (значения ИС и ОС ниже). Однако оценки рангов, полученные с использованием методик оптимизации и приближенного метода, могут различаться более чем в два раза, что ставит под сомнение правомерность сопоставления сравниваемых методик по достоверности получаемых результатов. Этим обусловлено стремление к совершенствованию традиционного приближенного метода [4], использование которого применительно к решаемой задаче соответствует естественной ситуации нечеткого, приближенного характера исходных данных и умеренным требованиям согласования.

В настоящей работе предложено расширение традиционного метода Т. Саати (для группы экспертов) за счет использования предварительной статистической обработки элементов матрицы парных сравнений $\mathbf{A}\{a_{ij}\}$.

Допустим, что от n экспертов получены попарные оценки a_{nij} относительной важности частных критериев для построения матрицы $\mathbf{A}\{a_{ij}\}$. «Ошибки», соответствующие оценкам каждого эксперта, относительно истинного значения a_{ij}, будут равны

$$x_{1ij} = a_{1ij} - a_{ij},\ x_{2ij} = a_{2ij} - a_{ij}, \ldots,\ x_{nij} = a_{nij} - a_{ij}.$$

Это чисто случайные ошибки.

Мы не знаем истинных значений величин a_{ij} и не можем определить их в принципе. В то же время можно утверждать, что всякая оценка a_{nij}, определяющая в совокупности с $(n-1)$ оценками других экспертов ранг α_i, искажается субъективной ошибкой. Обозначим через $\overline{a}_{ij}$ наиболее вероятные значения a_{ij}.

Рассмотрим величины

$$y_{1ij} = a_{1ij} - \overline{a}_{ij},\ y_{2ij} = a_{2ij} - \overline{a}_{ij}, \ldots,\ y_{nij} = a_{nij} - \overline{a}_{ij}.$$

Величины $y_{1ij}, y_{2ij}, \ldots, y_{nij}$ назовем отклонениями, которые, как и $x_{1ij}, x_{2ij}, \ldots, x_{nij}$, могут быть как положительными, так и отрицательными, а малые значения будут встречаться чаще, чем большие. Примем допущение, что эти величины следуют нормальному закону распределения. Тогда точность совокупности n оценок может быть определена срединной ошибкой [8], которая с одинаковой вероятностью может быть как превзойдена, так и не достигнута. Это определение выражается равенством

$$\Phi(\eta\varepsilon_p) = 0{,}5,$$

где Ф – интеграл вероятностей. Отсюда

$$\varepsilon_p = \frac{\rho}{\eta},\ \text{где } \rho = 0{,}476936\ldots, \qquad (7)$$

где

$$\eta = \sqrt{\frac{n}{2\sum x_{nij}^2}}. \qquad (8)$$

В теории измерений известно множество методов получения достоверных оценок при статистической обработке выборки из n наблюдений. Однако, как показал анализ, они не учитывают влияние отдельных промахов (аномальных ошибок). В этом случае целесообразно использовать более простой и эффективный метод обработки полученной информации, основанный на использовании критерия «ошибочного наблюдения» [9]. Для этого нужно вычислить отклонения от среднего значения, соответствующие группе n интересующих нас оценок a_{nij}. Если какое-либо из отклонений превзойдет срединную ошибку более чем в 5 раз, то соответствующую оценку в данной группе следует отбросить. При этом срединная ошибка вычисляется без учета оценки, подвергнутой сомнению. Действительно, пусть x_{nij} – соответствующая ошибка. Отождествим ее с отклонением от среднего значения. Если она в 5 раз больше срединной ошибки, то имеем

$$\eta x_{nij} \approx 2{,}327,$$

потому что $\eta\varepsilon_p = 0{,}4769.$

Однако $\Phi(2{,}327) = 0{,}999.$

Следовательно, вероятность такой большой ошибки равна 0,001. Такой результат следует отбросить, после чего за наиболее вероятное значение оценки $\overline{a}_{ij}$ принимается среднее арифметическое из оставшихся оценок в группе.

Предложенный подход можно интерпретировать как отказ эксперта от дачи оценки в случае имеющихся сомнений в объективности своих суждений или иных причин.

Алгоритм обработки экспертных оценок, реализующий предложенный метод, содержит следующие этапы:

1. Вычисляется вероятное значение меры точности η по формуле (8) без учета оценки a_{1ij} первого эксперта.

2. Вычисляются среднее значение (среднее арифметическое), срединная ошибка по формуле (7) и отклонение от среднего значения для x_{1ij}.

3. Осуществляется сравнение вычисленного отклонения со срединной ошибкой. В случае выполнения условия $y_{1ij}/\varepsilon_p > 5$ алгоритм останавливается, и за искомое значение $\overline{a}_{ij}$ принимается среднее значение оценок в группе без учета оценки с «аномальной ошибкой». В ином случае на аномальность последовательно проверяются значения попарных оценок следующих экспертов.

Предложенный подход был использован при ранжировке критериев в оптимизационной задаче выбора позиции передового авиационного наводчика (ПАН) на местности при целеуказании и наведении воздушного судна (ВС) во взаимодействии с пунктом управления авиационного наводчика (ПУ АН).

Для повышения достоверности оценок к построению матрицы A парных сравнений (табл. 2) были привлечены пять экспертов. В ячейках таблицы при этом содержатся значения оценок всех экспертов, в скобках – усредненные значения оценок.

В табл. 3 приведены результаты расчета рангов, ИС и ОС для решаемой задачи (табл. 2) на основе приближенной методики Т. Саати.

Как следует из анализа результатов (табл. 3), критерии показателей согласованности ИС и ОС, полученные при использовании методики Т. Саати, находятся за пределами допустимых значений. Объяснением этому может служить недостаток у экспертов опыта управления ВС в современных условиях ведения общевойскового боя.

В табл. 4 приведены результаты расчета рангов, ИС и ОС для решаемой задачи на основе расширенной методики Т. Саати.

Таблица 2

Таблица парных сравнений частных критериев

Показатели качества выбора позиции ПАН на местности	Устойчивая радиосвязь с ВС	Устойчивая радиосвязь с ПУ АН	Близость к переднему краю
Устойчивая радиосвязь с ВС	1	9, 1, 9, 7, 7 (6,6)	1/3, 1/5, 5, 5, 1 (2,3)
Устойчивая радиосвязь с ПУ АН	1/9, 1, 1/9, 1/7, 1/7 (0,2)	1	7,1/3, 1/7, 1/3, 1/3 (1,6)
Близость к переднему краю	3, 5, 1/5, 1/5, 1 (0,4)	1/7, 3, 7, 3, 3 (0,6)	1

Таблица 3

Ранги и индексы согласованности по приближенной методике Т. Саати

Частные критерии оценки	Ранги	ИС	ОС
Устойчивая радиосвязь с ВС	0,662	0,13	22,53%
Устойчивая радиосвязь с ПУ АН	0,167		
Близость к переднему краю	0,171		

Таблица 4

Ранги и индексы согласованности по расширенной методике Т. Саати

Частные критерии оценки	Ранги	ИС	ОС
Устойчивая радиосвязь с ВС	0,68	0,106	18,22%
Устойчивая радиосвязь с ПУ АН	0,134		
Близость к переднему краю	0,186		

Анализ полученных данных (табл. 4) указывает на более высокую согласованность оценок при использовании расширенной методики, сопоставимую по приросту точности с методиками оптимизации, при практически неизменном соотношении рангов частных критериев.

Представленный алгоритм статистической обработки исходной информации способен эффективно функционировать при количестве экспертов $n \geq 3$ и может быть рекомендован для расширения методик оптимизации (1), (3) – (6).

Литература:

1. *Вестнин И.С.* Методологический аспект теории расплывчатых понятий / И.С. Вестнин. – М., 1978. – 40 с.

2. *Блюмин С.Л.* Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности / С.Л. Блюмин, И.А. Шуйкова / ЛЭГИ. – Липецк, 2001.

3. *Chu A*. A comparison two methods for determining the weights of belonging to fuzzy sets / A. Chu, R. Kalaba, R. Sprigarn // Optimization theory and applications. – 1979. – V. 27, № 4. – Pp. 531–538.

4. *Saaty T*. Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures / T. Saaty // Mathematical Psychology. – 1977. – V. 15, № 3. – Pp. 234–281.

5. *Реклейтис Г.* Оптимизация в технике / Г. Реклейтис, А. Рейвидран, К. Рэгсдел. – М.: Мир, 1986. – Т. 2.

6. *Саати Т.* Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс. – М.: Радио и связь, 1991.

7. *Дилигенский Н.В.* Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология / Н.В. Дилигенский, Л.Г. Дымова, П.В. Севастьянов. – М.: Машиностроение, 2004.

8. *Новицкий П.Ф*. Оценка погрешностей результатов измерений / П.Ф. Новицкий. – Л.: Энергоатомиздат, 1985.

9. *Анго А*. Математика для электро- и радиоинженеров / А. Анго. – М.: Наука, 1964.

Статья поступила в редакцию 18 марта 2013 г.

УДК 621.395.4

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЕРВИСА ИНТЕГРАЦИИ ПРОГРАММНЫХ КОМПОНЕНТ ПРОЦЕССНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ОПЕРАТОРА СВЯЗИ

В.П. Мочалов, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой
Н.Ю. Братченко, канд. физ.-мат. наук, доцент
Э.И. Ямбулатов, аспирант
кафедра инфокоммуникаций, ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет» (г. Ставрополь), e-mail: kafasoiu@stv.runnet.ru

Формализована задача разработки сервиса интеграции программных компонент распределенной системы управления оператора связи. Модель системы интеграции представлена в виде многофазной системы массового обслуживания. Получены зависимости периода занятости системы, времени ожидания и пребывания требований в системе от ее загрузки.

Ключевые слова: *система интеграции, программные компоненты, модель интеграции, сервис интеграции, система OSS, преобразование Лапласа-Стилтьеса.*

MATHEMATICAL MODEL OF SOFTWARE COMPONENTS INTEGRATION SERVICE OF COMMUNICATION OPERATOR PROCESS-ORIENTED MANAGEMENT SYSTEM

V.P. Mochalov, doctor of technical sciences, professor, head of chair
N.Yu. Bratchenko, candidate of physics and mathematics sciences, associate professor
E.I. Yambulatov, postgraduate student
Infocommunication department, North and Caucasian Federal University (Stavropol), e-mail: kafasoiu@stv.runnet.ru

The task of developing the software components service integration of distributed communication operator management system is formalized. System integration model is presented in the form of multi-phase queuing system. The dependences of the system occupation period, latency and requirements dwell in the system from its loading.

Keywords: *integration system, software components, the integration model, integration service, OSS/BSS system, the Laplace-Stieltjes conversion.*

В настоящее время уровень конкуренции на телекоммуникационном рынке повышается, и большинство телекоммуникационных компаний вынуждены минимизировать внутренние затраты на управление своими ресурсами и повышать уровень оказываемых услуг. Многие телекоммуникационные компании, решающие задачи внутренней оптимизации, сталкиваются с задачами повышения эффективности управления эксплуатацией и развитием систем и сетей связи, как основы их бизнеса. Решение данных задач невозможно без использования программных и аппаратных средств, которые автоматизируют процессы эксплуатационной деятельности. К таким средствам относятся ИТ-решения на базе системы поддержки операционной деятельности (OSS). ИТ-решение класса OSS объединяет в единое информационное пространство такие элементы, как сетевая инфраструктура предприятия, средства управления сетями передачи данных, наборы приложений и подсистем для эксплуатации сети и т.д.

Полноценное внедрение и использование в повседневной деятельности систем OSS позволяет существенно повысить эффективность деятельности телекоммуникационной компании и снизить расходы на управление телекоммуникационными ресурсами, что в конечном итоге ведет к повышению прибыльности телекоммуникационной компании за счет минимизации затрат. Переход на системы OSS вызывает необходимость применения интегрирующей платформы, требующей серьезных временных затрат на интеграцию отдельных подсистем в единое ИТ-решение. Математическая модель данной системы интеграции направлена на ее анализ и улучшение основных показателей качества.

Разработка математической модели сервиса интеграции программных компонент

Организационно-функциональная структура сервиса интеграции программных компонент системы OSS/BSS приведена на рис. 1 [1].

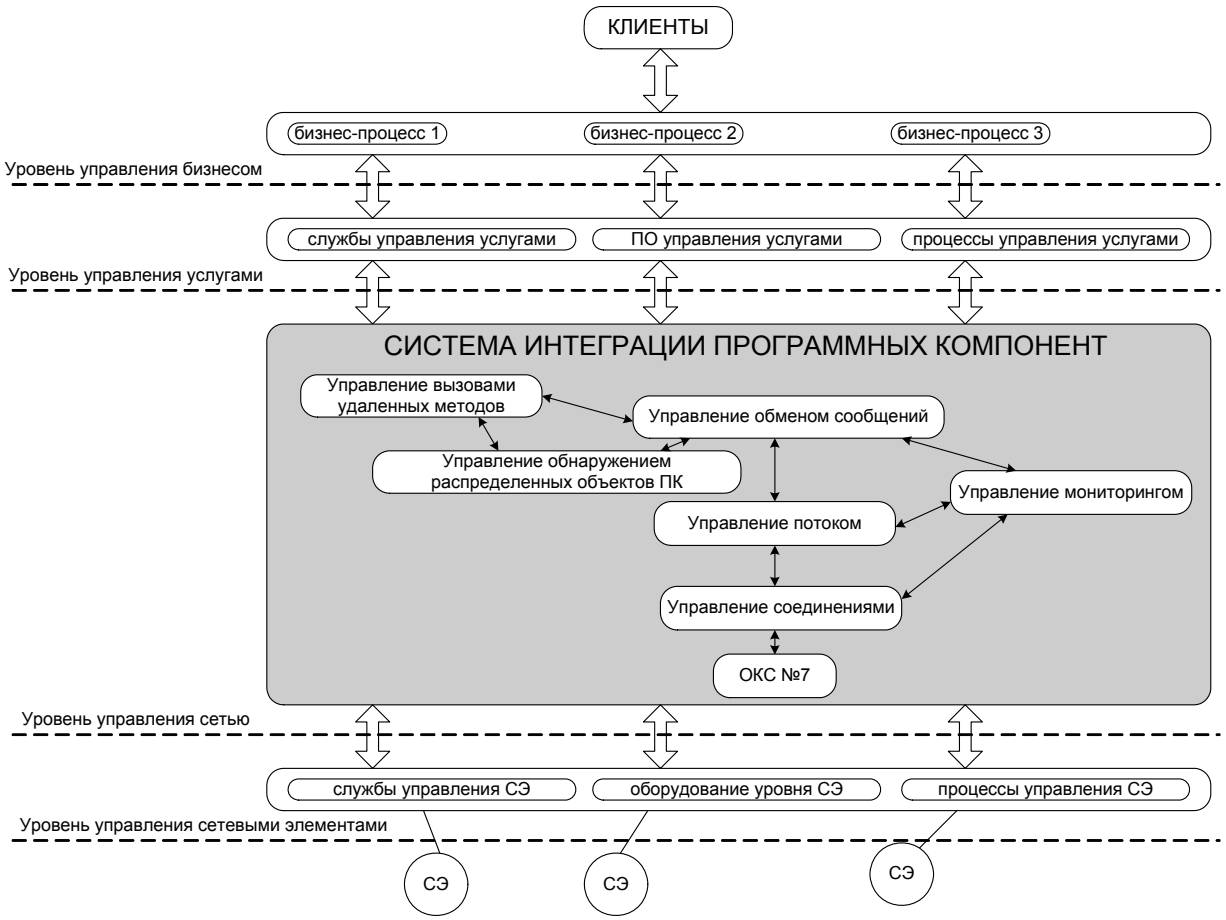


Рис. 1. Система интеграции программных компонент

На сервис интеграции от m контроллеров центра управления (ЦУ) поступают запросы с интенсивностью λ. Обработка запроса на сервисе осуществляется в четыре этапа: отбор запросов, относящихся к одному и тому же процессорному модулю (ПМ); обработка запросов путём их разбиения с выбором полей параметров; получение объектной ссылки взаимодействия и маркировка значений полей параметров; создание объединенного запроса, полученного после предварительной обработки.

Процесс интеграции программных компонент (ПК), представленный на рис. 2, можно рассматривать как многофазную систему массового обслуживания (СМО), где поток запросов ПК является пуассоновским, а времена создания единого объединенного запроса и формирование единого вызова подчинены произвольному закону распределения, то есть СМО типа $M/G/m$.

Необходимо найти время пребывания в очереди, длину очереди и вероятность отказа в случае совместного обращения m ЦУ к сервису.

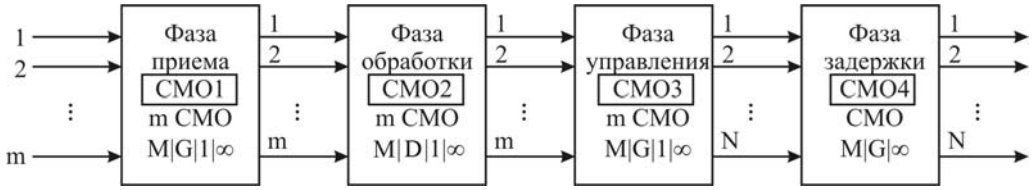


Рис. 2. Модель системы интеграции программных компонент

Опишем СМО, изображенную на рис. 2. Данная СМО представлена четырьмя фазами:

1. Источники имитируют передачу запросов ПК от m элементов ЦУ в среду взаимодействия.

2. Запросы поступают на сервис интеграции и становятся в очередь для дальнейшего обслуживания. Если очередь занята, то запрос удаляется, а на источник, откуда этот запрос поступил, отправляется сообщение о повторном запросе через время обслуживания первого в очереди запроса.

3. Управление запросом, получение объектной ссылки взаимодействия и маркировка значений полей параметров.

4. Обработка запроса $Z_{\text{ПК}[M]}$.

Фазу приема запросов представим как СМО типа $M/G/1/\infty$.

Основными случайными величинами (СВ), характеризующими эту систему, являются:

- период занятости П;
- время ожидания обслуживания W_n;
- время пребывания V_n.

Обозначим через $\Pi(t)$ функцию распределения (ФР) периода занятости системы $\Pi(t) = p\{\Pi < t\}$, а через $\pi(q)$ – ее преобразование Лапласа-Стилтьеса (ПЛС). ФР $W_n(t)$ представим в виде $W_n(t) = 1 - P\{W_n \ge t\}$; $B(t) = P\{\xi < t\}$, $\beta(q)$ – ПЛС $B(t)$, где $P\{W_n > t\} = \sum_{k=0}^{\infty} P_k P\{W_n \ge t / \eta' = K\}$ – условная вероятность выполнения неравенства $W_n \ge t$ для пребывающего требования при условии, что в момент его поступления в системе находилось K других требований.

Очевидно, время пребывания требования V в стационарном режиме равно $V = W + \xi$, где ξ – время обслуживания требования. ФР $V_n(t)$ СВ V можно определить следующим образом: $V_n(t) = P\{V_n < t\}$. ПЛС СВ W_n и V_n равны $\omega_n(q) = \int_0^{\infty} e^{-qt} dW_n(t)$, $\vartheta_n(q) = \int_0^{\infty} e^{-qt} dV_n(t)$.

Обозначим через $\beta(q)$ ПЛС времени обслуживания СВ ξ. Тогда $\vartheta_n(q) = w_n(q)\beta(q)$.

Для данной системы вероятность того, что в момент времени окончания обслуживания в ней находится j других требований, равна [2]

$$B_j = \int_0^{\infty} \frac{(at)^j}{j!} e^{-at} dV(t).$$

Отсюда следует, что производящая функция стационарного числа требований

$$R(z)\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j z^j = \int_0^{\infty} e^{-at} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(atz)^j}{j!} e^{-at} dV(t) =$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-(a-az)t} dV(t) = \vartheta(a - az) = w(a - az)\beta(a - az).$$

Воспользовавшись формулой Поллачека-Хинчина $R(z) = \frac{(1-\rho)(1-z)\beta(a-az)}{\beta(a-az) - z}$, получаем $w(a - az) = \frac{(1-\rho)(1-z)}{\beta(a-az) - z}$. Учитывая, что $q = a - az$, имеем

$$w(q) = \frac{(1-\rho)q}{q - a + a\beta(q)}.$$

Данное выражение дает возможность вычислить два первых момента стационарного времени ожидания и пребывания требований в системе:

$$w_1 = w'(0) = \frac{a\beta_2}{2(1-\rho)};$$

$$w_2 = w''(0) = \frac{a\beta_3}{3(1-\rho)} + \frac{(a\beta_2)^2}{2(1-\rho)^2};$$

$$\vartheta_1 = w_1 + \beta_1;\ \vartheta_2 = w_2 + \beta_2 + 2w_1\beta_1,$$

где β_1, β_2, β_3 – соответственно первый, второй, третий моменты времени обслуживания.

Функциональное уравнение для ПЛС периода занятости СМО имеет вид

$$\pi(q) = \beta(q + a - a\pi(q)),$$

где a – параметр входного потока, $\beta(q)$ – ПЛС времени обслуживания, $\beta(q) = a/(\mu + q)$, $a(\pi(q))^2 - (q + a + \mu)\beta(q) + \mu = 0$, откуда следует, что

$$\pi(q) = \frac{q + a + \mu - \sqrt{(q + a + \mu)^2 - 4a\mu}}{2a}.$$

Первые два момента периода занятости определяются следующим образом:

$$\pi_1 = \pi'(0) = (\mu - a)^{-1},\ \pi_2 = \pi''(0) = 2\mu(\mu - a)^{-3}.$$

Используя таблицы преобразований Лапласа, получаем

$$\frac{d\prod(t)}{dt} = \frac{1}{t\sqrt{\rho}} I_1(2\mu t\sqrt{\rho}) e^{-(1-\rho)\mu t},\ \rho = a/\mu,$$

где $I_1(t)$ – функция Бесселя первого рода.

Для анализируемой системы справедливы формулы Литтла

$$L = \lambda \vartheta_1,\ N = \lambda w_1,\ M = \lambda \beta_1,$$

где L, N, M – соответственно математическое ожидание числа требований в системе, числа требований, ожидающих обслуживания, и стационарного числа занятых обслуживающих приборов (ОП).

Фазу обработки запросов представим как СМО $M/D/1/\infty$.

Для данной СМО имеем $\xi = t_0 = \text{const}$, поэтому

$$\beta(q) = \int_0^\infty e^{qt}\delta(t - t_0)dt = e^{-qt_0};\ \rho = at_0.$$

Производная функция (ПФ) числа требований в СМО в стационарном режиме, как следует из формулы Поллачека-Хинчина, имеет вид $P(z) = \dfrac{(1-\rho)(1-z)}{1 - ze^{\rho(1-z)}}$, откуда с помощью дифференцирования функции $P(z)$ в точке $z = 0$, используя свойства ПФ, получаем

$$p_0 = 1 - \rho;\ p_1 = (1-\rho)(e^\rho - 1);$$

$$p_k = (1-\rho)\times$$

$$\times\left\{e^{kp} + \sum_{j=1}^{k-1}(-1)^{k-j}e^{jp}\left[\frac{(j\rho)^{k-j}}{(k-i)!} + \frac{(j\rho)^{k-j-1}}{(k-i-1)!}\right]\right\},\ k \ge 2.$$

Из данных соотношений следует, что

$$w(q) = \frac{(1-\rho)q}{q - a + ae^{-qt_0}}.$$

Обращая преобразование Лапласа $w(q)/q$ (например, с помощью таблиц), приходим к выводу, что ФР стационарного времени ожидания в этом случае имеет вид

$$w(t) = (1-\rho)e^{at}\sum_{j=0}^{n} e^{-jp}\frac{[a(jt_0 - t)]^j}{j!},$$

где $n = [t/t_0]$, или выполняется неравенство $nt_0 \le t \le (n+1)t_0$;

$$w_1 = \frac{\rho t_0}{2(1-\rho)};\ w_2 = \frac{\rho t_0^2(2+\rho)}{6(1-\rho)}.$$

ФР $V(t)$ стационарного времени пребывания имеет вид

$$V(t) = \begin{cases} 0, \text{ если } t \le t_0; \\ W(t - t_0), \text{ если } t < t_0. \end{cases}$$

Для данной фазы СМО $M/D/1/\infty$ имеем $\rho = at_0$, где $t_0 = \text{const}$ – время обслуживания, а ПЛС времени обслуживания соответственно $\beta(q) = e^{-qt_0}$.

Из [2] следует, что вероятность обслуживания поступивших требований $N(z) = ze^{-\rho}e^{\rho N(Z)}$.

Известно, что математическое ожидание числа событий, происходящих в интервале длительности t, равно

$$E(t) = \sum_{k=0}^{\infty} kP_k(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(at)^k}{k!}e^{-at} = at.$$

Применяя разложение функции $H(u)$ в ряд Лагранжа, получаем $H(u) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{k^{k-1}}{k!}u^k$, откуда с помощью обратной замены получаем $N(z) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(k\rho)^{k-1}}{k!}z^k$.

Для данной СМО очевидно, что если за период занятости было обслужено k требований, то его продолжительность kt_0.

Поэтому ФР $\Pi(t)$ периода занятости П системы обработки можно представить в виде

$$\prod(t) = \sum_{k=1}^{n}\frac{(k\rho)^{k-1}}{k!}e^{-k\rho},$$

где $n = [t/t_0]$, $\rho = at_0$.

Фазу управления представим совокупностью m СМО типа M/G/1/∞. В соответствии с [1] время обслуживания в СМО определяется состоянием сканирующего устройства системы.

Будем считать, что поступившее требование обслуживается мгновенно, если состояние датчика случайных чисел сканирующего устройства принимает значение 1. В противном случае считаем, что время обслуживания распределено экспоненциально с параметром P.

Функция распределения времени обслуживания имеет вид

$$B(t) = P + (1-P)(1 - e^{pt}),$$

а ее ПЛС равно $\beta(q) = P + \dfrac{(1-P)P}{P+q} = \dfrac{P(1+q)}{P+q}$.

Первый момент времени обслуживания определяется соотношением

$$\beta_1 = -\beta'(0) = \frac{1-P}{P}.$$

Следовательно, в этом случае $\rho = a\beta_1 = a(1-P)/P$, а ПЛС времени ожидания имеет вид

$$W(q) = \frac{(1-\rho)(P+q)}{P+q-a(1-P)} = \frac{(1-P)(P+q)}{q+P(1-\rho)}.$$

Первый момент времени ожидания равен $W_1 = -W'(0) = \frac{P}{P(1-\rho)}$.

Задача восстановления оригинала по известному изображению сводится к необходимости рассмотреть обратное преобразование Лапласа. Известно, что если изображение есть правильная несократимая рациональная дробь $\frac{A_n(P)}{B_n(P)}$, знаменатель которой имеет корни P_1, P_2, ..., P_m кратности m, то $r_1 + r_2 + ... + r_m = m$, $B_m(P) = \beta_0(P-P_1)^{r_1}(P-P_2)^{r_2}...(P-P_n)^{r_m}$, а оригинал может быть найден по формуле

$$f(t) = \sum \mathrm{Re}s\left[\frac{A_n(P)e^{Pt}}{B_m(P)}\right].$$

Частный случай для ситуации, когда все корни знаменателя P_1, P_2,..., P_m являются простыми, т.е. $r_1 + r_2 + ... + r_m = 1$, позволяет находить оригинал по формуле $f(t) = \sum \frac{A_n(P_k)}{B_m(P_k)} e^{P}k^t$. Тогда обращение преобразования Лапласа функции $W(q)$ будет определяться соотношением

$$W(t) = \sum \mathrm{Re}s\left[\frac{(1-\rho)(P-q)}{q(q+P(1-\rho))}e^{qt}\right].$$

ФР СВ V имеет вид

$$V(t) = P\{V < t\} =$$

$$= \int_0^t W(t-u)dB(u) = \int_0^t e^{-\mu u}W(t-u)dU,$$

где $B(t) = 1 - e^{-\mu t}$.

Очевидно, что $P\{W > 0\} = 1 - W(0) = \frac{(n\rho)^n P_0}{n!(1-\rho)}$.

Первый момент стационарного времени ожидания равен

$$W_1 = EW = \int_0^\infty dW(t) = \frac{n^{n-2}\rho^n P_0}{\mu(1-\rho)^2(n-1)!}.$$

Первый момент стационарного времени пребывания равен

$$V_1 = EV = \int_0^\infty tdV(t) = \beta_1 + T_1 = \frac{1}{\mu} + \frac{n^{n-2}\rho^n P_0}{\mu(1-\rho)^2(n-1)!}.$$

Фаза задержки моделируется с помощью стационарной СМО $M/G/\infty$. Считаем, что на вход системы поступает простейший поток интенсивностью a, объемы сообщений G распределены по геометрическому закону со средним значением $\phi_1 = 1/P$, т.е. $P\{G = r\} = P(1-P)^{r-1}$.

Моменты i-го порядка ϕ_i СВ G определяются соотношениями $\phi_1 = 1/P$, $\phi_2 = (2-P)/P^2$, $\phi_3 = [(3-P)^2 - 3]/P^3$. Если сообщение характеризуется случайным объемом G, ФР которого $L(x)$, а $\phi(s)$ – ПЛС ФР $L(x)$, тогда

$$\delta(s) = \sum_{k=0}^\infty P_k(\phi(s))^k = P(\phi(s)),$$

где $P(z)$ – стационарная ПФ числа требований в системе, а вероятности P_k имеют вид

$$P_0 = 1-\rho;\ P_k = \rho(1-k)k^{k-1},$$

$$P(z) = 1 - \rho + \rho(1-k)\sum_{k=1}^\infty k^{k-1}z^k = 1 - \frac{\rho(1-z)}{1-kz},$$

$$\delta(s) = 1 - \frac{\rho(1-\phi(s))}{1-k\phi(s)}.$$

Если $L(x) = P(1-P)^{r-1}$, то

$$\delta(s) = \frac{(1-P)s + (1-k)r}{s + r - kr}.$$

Из последней формулы получаем соотношения для первых двух моментов суммарного времени задержки требований, находящихся в системе в стационарном режиме:

$$\delta_1 = -\delta(0) = \frac{\rho(2-k)}{r(1-k)},$$

$$\delta_2 = \delta''(0)\frac{2\rho}{kr^2}\left[\frac{k^2 + 2(1-k)}{(1-k)^2} - \frac{(1-k)(2-a\mu)}{k(1-a\mu)}\right].$$

Синтезированные выражения дают возможность получить зависимости времени ожидания ω_1, времени обработки запросов на обслуживание υ_1 от загрузки системы ρ и объема запросов δ. Графики данных зависимостей, полученные с использованием платформы MathCAD, приведены на рис. 3 и 4.

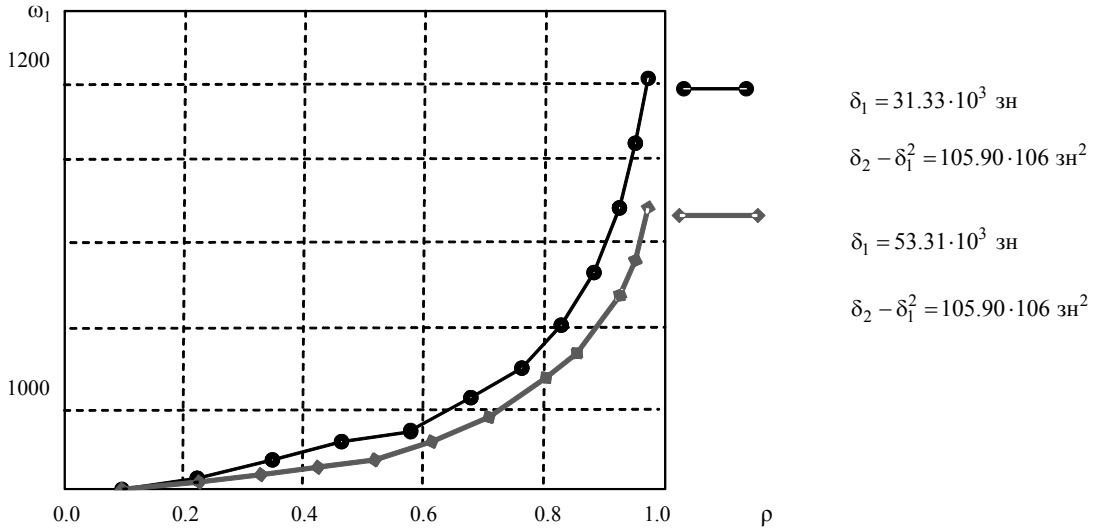


Рис. 3. Зависимость времени ожидания запросов ω_1 от загрузки системы ρ и объема запросов δ

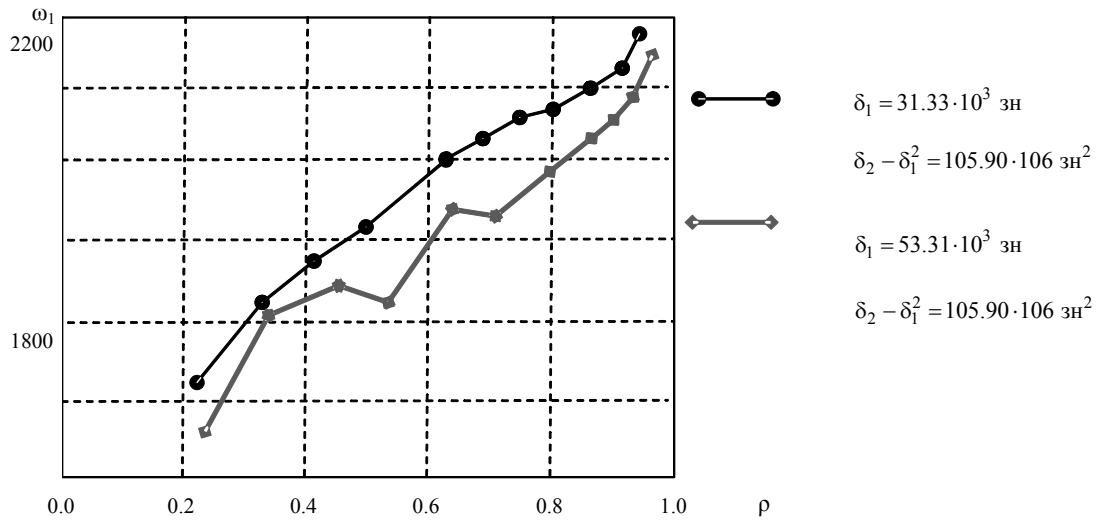


Рис. 4. Зависимость времени обработки запросов υ_1 от загрузки системы ρ и объема запросов δ

Таким образом, разработанная математическая модель сервиса интеграции программных компонент дает возможность проведения анализа системы поддержки операционной деятельности оператора связи OSS и рационального выбора ее основных функциональных компонент.

Литература:

1. *Гребешков А.Ю.* Стандарты и технологии управления сетями связи / А.Ю. Гребешков. – М.: Эко-Трендз, 2003. – 288 с.: ил.

2. *Тихоненко О.М.* Модели массового обслуживания в информационных системах : учебное пособие [Текст] / О.М. Тихоненко – Мн. : УП «Технопринт», 2003. – 327 с.

Статья поступила в редакцию 1 февраля 2013 г.

УДК 621.377

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО ДЛЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ ОБЛАСТЕЙ ПРИ СОХРАНЕНИИ ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЯ

А.И. Недошивина, инспектор отдела информационного обеспечения, Воронежский ин-т МВД России, e-mail: vishechka87@mail.ru

Рассматривается применение алгоритма локализации точки относительно прямолинейных и криволинейных областей, в том числе на экране компьютера, аналитически при помощи вычислений. На основе интегральных формул Коши из теории функций комплексного переменного выводится формула, определяющая принадлежность каждой отдельной точки экрана к области локализации. Обсуждаются вопросы применения результатов к задаче математического моделирования видеопотока, в том числе сжатия видеоданных, подлежащих передаче по каналам связи и дальнейшему хранению.

Ключевые слова: *локализация, видеоинформация, математическое моделирование, формула Коши.*

ON APPLICATION OF COMPLEX VARIABLES FUNCTION THEORY FOR THE AREAS LOCALIZATION UNDER THE CONDITIONS OF SAVING VIDEO IMAGES

A.I. Nedoshivina, inspector of information support department, Voronezh Institute for Russian Department of the Interior, e-mail: vishechka87@mail.ru

The usage of the point localization algorithm in regard to straight and curved areas including some of them on the computer screen using analytical calculations is considered. The formula that defines attachment of each screen point to the area of localization on the basis of Cauchy integral formula from complex variable function theory is derived. Results usage issues for mathematical video modeling task including video data compression transmitted through the communication channels with further storage are considered.

Keywords: *localization, video information, mathematical modeling, Cauchy integral formula.*

В настоящее время видеоконтроль используется практически везде: на дорогах, парковках, в офисах, на предприятиях, для охраны объектов и т.д. При эксплуатации систем видеонаблюдения объектов различного назначения возникает задача сжатия полученных данных, так как даже при скромных характеристиках видеопотоков количество информации, подлежащей передаче по каналам связи и хранению в базах данных, чрезвычайно велико. В настоящей работе рассмотрена задача, возникающая в процессе реализации одной из методик сжатия видеоинформации.

Значительно возрастают объёмы данных также при выводе на экран результатов обработки радиоизмерений и использовании каналов связи, получающих информацию, снятую с различных радиоприборов и регистраторов. Радиотехнические приложения также требуют последующего хранения этих существенных по объёмам массивов данных. Однако на практике часто нужно сохранять только те данные, которые относятся к ограниченным областям, выводимым на экраны мониторов. Алгоритмы отбора, обработки, сжатия и сохранения таких частичных данных при использовании радиотехнических средств представляют существенный интерес для приложений, так как приводят к уменьшению объёмов сохраняемых данных и снижению стоимости их эксплуатации.

Рассмотрим результат сохранения радиотехнических данных или видеонаблюдений как последовательность массивов информации, подлежащей хранению. При этом целью является частичное сохранение данных, например только части экрана монитора. Также могут сохраняться кадры с камер видеонаблюдения. При этом информация может сохраняться не со всего кадра целиком, а только с заранее определяемой области экрана. Это приводит к существенному снижению объемов хранимых данных. При этом возникает задача определения нужной части сохраняемых данных, например попиксельное определение координат сохраняемых точек. Так возникает задача о локализации области. Рассмотрим эту задачу подробнее. Для этой задачи существуют несколько алгоритмов решения, каждый из которых имеет как достоинства, так и недостатки. В настоящей работе

предлагается новый метод решения этой задачи, который в некоторых отношениях превосходит известные на сегодняшний день алгоритмы, основанные на интегральных формулах Коши из теории функций комплексного переменного. В основе метода лежит применение теорем Коши о вычетах из теории функций комплексного переменного.

Вычислим величину K:

$$K = \int_{\Delta} \frac{dz}{z - W},$$

где Δ – это контур данного многоугольника M, W – данная точка плоскости. Тогда из теоремы и формулы Коши следует, что при $K = 0$ точка $W \notin M$, при $K = 2\pi i$ точка $W \in M$, а при $K = \infty$ точка $\Omega \in \Delta$ [1].

Выведем формулы для величины K при данных координатах вершин многоугольника M и точки плоскости W.

Вначале рассмотрим в качестве простого примера случай треугольника ABC, стороны которого заданы прямыми $y = 1 - x$, $x = 0$, $y = 0$, и данной точки с координатами $W = (x_0,\ y_0)$ (рис. 1).

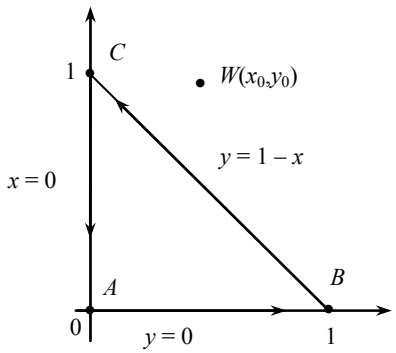


Рис. 1. Треугольник ABC

Для этого треугольника вычислим величину K, равную интегралу от функции комплексного переменного по контуру треугольника Δ:

$$\mathrm{K} = i * \left[arctg\left(\frac{y_0}{x_0}\right) + arctg\left(\frac{1 - y_0}{x_0}\right) + \right.$$

$$+ arctg\left(\frac{x_0 - y_0 - 1}{x_0 + y_0 - 1}\right) + arctg\left(\frac{x_0 - y_0 + 1}{x_0 + y_0 - 1}\right) +$$

$$\left. + arctg\left(\frac{x_0}{y_0}\right) + arctg\left(\frac{1 - x_0}{y_0}\right)\right].$$

Проанализируем формулу. В результате величина K оказалась равной с точностью до множителя сумме арктангенсов, аргументы которых представляются в виде дробей. Знаменатели дробей – это уравнения сторон данного треугольника, а числители – это уравнения перпендикуляров к каждой стороне в вершинах треугольника [2–5].

Перейдём к рассмотрению общего случая многоугольника. Для этого возьмем одну его сторону и произведем все вычисления для нее.

Пусть отрезок AB имеет координаты вершин $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ (рис. 2).

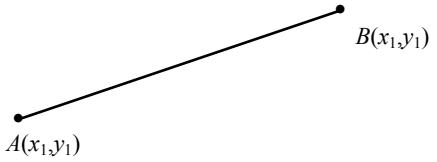


Рис. 2. Отрезок AB

Тогда прямая, на которой расположен треугольник, задана уравнением $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$. Для отрезка интеграл от функции комплексного переменного будет равен

$$Sum = F_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} F_2 - iF_2 + i\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} F_1 =$$

$$= iarctg\left[\frac{(x_0 - x_2)(x_1 - x_2) + (y_0 - y_2)(y_1 - y_2)}{y_0(x_2 - x_1) + y_1(x_0 - x_2) + y_2(x_1 - x_0)}\right],$$

$$-iarctg\left[\frac{(x_0 - x_1)(x_1 - x_2) + (y_0 - y_1)(y_1 - y_2)}{(y_0 - y_1)(x_2 - x_1) + x_0(y_1 - y_2)}\right] -$$

$$-\frac{1}{2} Ln\left[(x_1 - x_2)^2((x_0 - x_1)^2(y_0 - y_1)^2)\right] -$$

$$-\frac{1}{2} Ln\left[(x_1 - x_2)^2((x_0 - x_2)^2(y_0 - y_2)^2)\right].$$

Таким образом, получаем, что для стороны многоугольника интеграл равен сумме арктангенсов и натуральных логарифмов. Но если включить сторону в замкнутый контур многоугольника, логарифмы сокращаются. Величина K для многоугольника становится равной сумме арктангенсов. Аргументы – дроби, где знаменатели – уравнения сторон и числители – уравнения перпендикуляров к каждой стороне в вершинах [4–7].

Когда этот интеграл равен нулю ($K = 0$), точка не принадлежит многоугольнику; если $K = 2\pi i$, точка принадлежит многоугольнику; если $K = \infty$, точка находится на контуре многоугольника.

Окончательная формула имеет вид

$$K = \sum \left\{ iarctg \left[\frac{(x_0 - x_k)(x_k - x_{k+1}) + (y_0 - y_{k+1})(y_k - y_{k+1})}{y_0(x_{k+1} - x_k) + y_k(x_0 - x_{k+1}) + y_{k+1}(x_k - x_0)} \right] - \right.$$
$$\left. - iarctg \left[\frac{(x_0 - x_k)(x_k - x_{k+1}) + (y_0 - y_k)(y_k - y_{k+1})}{(y_0 - y_k)(x_{k+1} - x_k) + x_0(y_k - y_{k+1})} \right] \right\}, \quad (1)$$

где (x_0, y_0) – точка, принадлежность которой многоугольнику мы исследуем, а суммирование распространяется на все стороны многоугольника.

Полученная формула не упрощается при помощи выражения для суммы арктангенсов, так как сумма арктангенсов определяется с точностью до некоторых координатных углов, нахождение которых потребует информации о расположении данной точки относительно всех прямых, являющихся продолжениями сторон многоугольника. Но если знать расположение точки относительно всех сторон, то можно сразу определить и её расположение относительно самого многоугольника. Таким образом, для сворачивания суммы арктангенсов мы должны заранее владеть информацией, эквивалентной знанию о расположении точки относительно многоугольника.

Однако суммирование арктангенсов можно корректно провести частично в том случае, если известна дополнительная частичная, неполная информация о координатах точки.

Применением формулы (1) является метод получения семейства тождеств для сумм арктангенсов. Например, очевидно, что точка с координатами $D = (666,13)$ лежит вне треугольника, рассмотренного в примере 1. Следовательно, получаем

$$\frac{\pi}{2} + arctg\left(\frac{326}{339}\right) + arctg\left(\frac{109}{113}\right) -$$
$$arctg\left(\frac{665}{13}\right) - arctg\left(\frac{2}{111}\right) = 0.$$

Полученная общая формула для произвольного многоугольника позволяет решать поставленную задачу о локализации точки относительно многоугольника аналитически при помощи вычислений.

Рассмотрим частные случаи общей формулы (1) – для областей специального вида, которые моделируют часть экрана монитора средства технического наблюдения, например четверть и поддиагональную части монитора. Такие области возникают при практическом применении и сохранении информации с заданной части экрана монитора. Перейдем к рассмотрению примеров.

Пример 1. Рассмотрим область, которая моделирует четверть монитора (рис. 3).

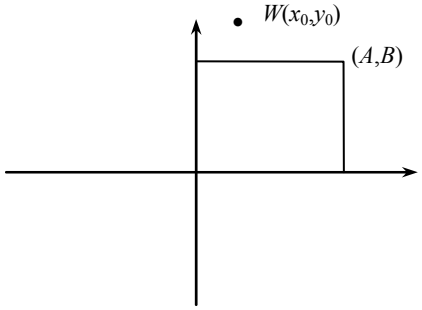


Рис. 3. Прямоугольная область, моделирующая четверть экрана монитора

Формула (1) в данном случае принимает следующий вид:

$$K = iarctg\frac{B - y_0}{A - x_0} - iarctg\frac{y_0}{x_0} + iarctg\frac{x_0}{B - y_0} -$$
$$- iarctg\frac{x_0 - A}{B - y_0} + iarctg\frac{y_0}{x_0} - iarctg\frac{y_0 - B}{x_0} +$$
$$+ iarctg\frac{A - x_0}{y_0} - iarctg\frac{-x_0}{y_0}.$$

Пример 2. Рассмотрим область, которая моделирует нижнюю поддиагональ монитора (рис. 4).

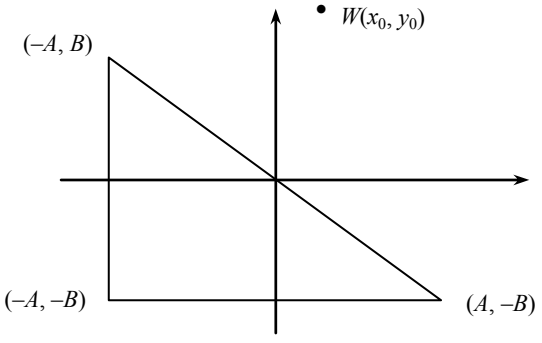


Рис. 4. Прямоугольная область, моделирующая нижнюю поддиагональ экрана монитора

Формула (1) в данном случае принимает следующий вид:

$$K = iarctg[\frac{A(x_0+A)}{-Ay_0-Bx_0}]-$$

$$-iarctg[\frac{A(x_0-A)-B(y_0+B)}{-A(y_0+B)-Bx_0}]+$$

$$+iarctg\frac{y_0+B}{x_0+A}-iarctg\frac{y_0-B}{x_0}+$$

$$+iarctg\frac{A-x_0}{y_0+B}-iarctg\frac{-x_0-A}{y_0+B}.$$

Данный метод работает и для криволинейных границ.

Рассмотрим в качестве частного случая пример с криволинейной стороной, заданной уравнением $y=x^2$ (рис. 5)

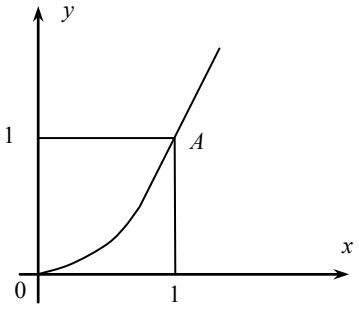


Рис. 5. Кривая *OA*

Для параболы от 0 до 1 интеграл от функции комплексного переменного будет равен

$$\int_{OA}\frac{dz}{z-z_0}=\int_{OA}\frac{d(x+iy)}{x+iy-(x_0+iy_0)}=$$

$$=\int_{OA}\frac{(x-x_0)dx}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}-$$

$$-i\int_{OA}\frac{(y-y_0)dx}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}+$$

$$+\int_{OA}\frac{(y-y_0)dy}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}+$$

$$+i\int_{OA}\frac{(x-x_0)dy}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}=\left|\begin{matrix}y=x^2\\dy=2xdx\end{matrix}\right|=$$

$$=\int_0^1\frac{x-x_0}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}dx-$$

$$-i\int_0^1\frac{x^2-y_0}{(x-x_0)^2+(x^2-y_0)^2}dx+$$

$$+\int_0^1\frac{2x(x^2-y_0)}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}dx+$$

$$+i\int_0^1\frac{2x(x-x_0)}{(x-x_0)^2+(x^2-y_0)^2}dx.$$

Для точки $W(-1;1)$

$$\frac{\pi+\log 8}{10}-i\frac{\pi-12\log 2}{20}+\frac{-\pi+\log 4}{10}+i\frac{\pi-\log 4}{10}.$$

Рассмотренный метод позволяет решать поставленную задачу о локализации точки относительно криволинейных многоугольных областей аналитически при помощи вычислений. Автору неизвестен другой подобный аналитический метод решения задачи о локализации. Кроме того, к числу достоинств предложенного метода можно отнести три его особенности:

1. Метод работает для криволинейных границ, составленных из кусков сплайнов, кривых Безье и т.д., при этом вычисления с помощью пакета MATHEMATICA несколько усложняются, однако без принципиальных затруднений доводятся до явных формул, как только заданы уравнения частей границы. Кроме того, для каждой области вычисление проводится только один раз, далее выполняется простая подстановка в уже полученную формулу.

2. Метод выгодно применять, когда точка лежит вблизи границы области. Конкурирующие методы приводят к необходимости сравнивать практически равные числа, тогда как в данном методе сравнивать приходится существенно различающиеся по модулю величины: 0, 2π, ∞.

3. Данный метод не требует выпуклости многоугольника в отличие от большинства других известных методов.

Таким образом, для локализации части экрана при обработке результатов видеонаблюдения предлагается следующий алгоритм:

1. Координаты всех точек экрана подставляются в полученную формулу.

2. Сохраняются только те точки, которые попадают в заданную область локализации.

Методика может быть использована для оптимизации сохранения данных, получаемых, например, при записи на компьютер результатов слежения видеоаппаратурой или другой аппаратурой, относящейся к спецтехнике.

Литература:

1. *Препарата Ф.* Вычислительная геометрия. Введение / Ф. Препарата, М. Шеймос. – М.: Мир, 1989.

2. *Ситник С.М.* О применении методов теории функций комплексного переменного в одной геометрической задаче / С.М. Ситник, А.И. Вышегородцева // Труды участников международной школы-семинара по геометрии и анализу памяти Н.В. Ефимова, Абрау-Дюрсо, «Лиманчик». – 2006. – С. 181–182.

3. *Ситник С.М.* О применении методов теории функций комплексного переменного к задаче о локализации точки относительно многоугольника, возникающей при сжатии данных видеонаблюдения / С.М. Ситник, А.И. Недошивина // Чернозёмный альманах научных исследований. Сер. Фундаментальная математика. – 2009. – № 1 (8). – С. 324–339.

4. *Недошивина А.И.* Об одной задаче компьютерной геометрии, применяемой при сжатии результатов видеонаблюдений / А.И. Недошивина // Международная конференция молодых ученых «Математический анализ и математическое моделирование», Владикавказ (Учреждение Российской академии наук Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А), 2010 г.

5. *Недошивина А.И.* Сжатие видеоинформации с использованием методов теории функций комплексного переменного / А.И. Недошивина // Информационная безопасность в государственных и негосударственных структурах («Информтех-2012») : Сборник материалов, Юго-Западный государственный университет, Курск, 2012 г. – С. 45–50.

6. *Недошивина А.И.* Применение специальных алгоритмов локализации точки относительно контура в видеонаблюдениях / А.И. Недошивина // Материалы второй международной конференции молодых учёных «Математическое моделирование фрактальных процессов, родственные проблемы анализа и информатики», Научно-исследовательский институт прикладной математики и автоматизации Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук, Нальчик, 2012 г. – С. 189–192.

7. *Недошивина А.И.* О локализации областей при видеонаблюдении / А.И. Недошивина // Международная конференция «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения» : тезисы докладов, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, 2012. – С. 85–86.

Статья поступила в редакцию 11 апреля 2013 г.

УДК 538.56

ОБНАРУЖЕНИЕ И ОЦЕНИВАНИЕ МОМЕНТА РАЗЛАДКИ НЕОДНОРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ РОЖДЕНИЯ

В.И. Парфенов, профессор, тел.: 8-908-146-69-96
В.С. Кириллов, аспирант, тел.: 8-908-136-51-69
кафедра радиофизики, Воронежский государственный ун-т

Рассмотрена модель лазерного усилителя при использовании модели неоднородного процесса рождения. Предложены алгоритмы обнаружения и оценки момента разладки выходного сигнала такого усилителя. Методом математического моделирования рассчитаны характеристики предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: *квантовые усилители, суперрегенеративное усиление, неоднородный процесс рождения, уравнение Колмогорова, дважды стохастический процесс, критерий идеального наблюдателя, метод математического моделирования.*

DETECTION AND ESTIMATION OF INHOMOGENEOUS BIRTH PROCESS IMBALANCE TIME

V.I. Parfenov, professor, tel.: 8-908-146-69-96
V.S. Kirillov, postgraduate student, tel.: 8-908-136-51-69
radiophysics department, Voronezh State University

The laser amplifier model when using inhomogeneous birth process model is investigated. Detection and estimation algorithms of output signal imbalance time of this amplifier are proposed. The characteristics of proposed algorithms are calculated by mathematical modeling method.

Keywords: *quantum amplifier, superregenerative amplification, inhomogeneous birth process, Kolmogorov's equation, doubly stochastic process, ideal observer criterion, mathematical modeling method.*

Во многих практически важных областях науки и техники часто возникают задачи, требующие статистического описания последовательности событий, возникающих в отдельных точках пространства или в отдельные моменты времени. К таким задачам, в частности, относятся задачи контроля параметров транспортных потоков, потоков информационных сообщений в каналах связи. Такие задачи широко распространены в радиоэлектронике, биологии, ядерной физике, химии и т.д. При этом особое внимание, как правило, уделяется фактам вариации характеристик дискретных случайных процессов, называемым разладками [1]. Такие вариации обычно свидетельствуют об изменении параметров системы, порождающей случайный поток. Своевременное обнаружение разладки и оценка ее параметров во многих случаях позволяют оперативно принять меры к восстановлению исходных характеристик системы и предотвратить ее выход из строя.

В качестве моделей случайных потоков обычно используются пуассоновские процессы. Существующие подходы, как правило, ориентированы на выявление разладок, связанных с вариацией интенсивностей именно таких потоков и не предполагают выход за их рамки.

Реальные процессы по своим характеристикам могут во многом отличаться от простых пуассоновских процессов. Действительно, для пуассоновских процессов вероятность скачка (из одного состояния в соседние) не зависит от текущего состояния системы. Если это условие не выполняется, то мы приходим к некоторым обобщениям пуассоновского процесса, например к процессу чистого рождения (процесс Юла–Фарри). Подобные процессы возникают в ряде задач, связанных с неразрушающим контролем материалов [2, 3], анализом радиоактивных превращений, в математической теории эволюции [4] и других. Задачи, связанные с обнаружением процесса рождения и оценкой момента его начала (момента разладки), рассмотрены в [5]. Подобные процессы предполагались стационарными (однородными), однако возможны задачи, в которых интенсивность зависит не только от состояния, но и от времени. Именно такие неоднородные процессы рождения рассматриваются в настоящей статье.

 ISSN 1995-7009

Рассмотрим возможные области применения процессов рождения, возникающих в оптических системах приёма–передачи информации. Для достижения требуемого уровня сигнала (отношения сигнал–шум) в оптических линиях связи повторители часто заменяются на усилители. Оптические усилители также используются до выполнения основной обработки оптических сигналов в приёмниках. Существуют различные способы описания процессов, происходящих в оптических усилителях, основанные как на использовании достаточно сложных операторов плотности, так и на более простых феноменологических уравнениях [6].

Будем рассматривать оптические усилители как идеальные устройства, в которых отсутствует поглощение фотонов, а основным процессом является стимулированная эмиссия. Что касается спонтанной эмиссии, то её влияние можно учесть, включив её в аддитивный шум (обычно пуассоновский).

Рассмотрим следующий пример. Пусть некоторая атомная или молекулярная система может существовать в одном из двух близлежащих состояний, между которыми происходят фотонные переходы. В нормальных условиях ансамбль таких молекул находится в состоянии теплового равновесия, поэтому большинство молекул располагаются на нижнем энергетическом уровне. Если же может быть создано неравновесное состояние, в котором большинство молекул находится на верхнем уровне, то волновой пакет фотонов, проходящих через подобную среду, будет усиливаться. Подобного рода процессы происходят в мазерах [7]. Так как рассматривается идеальный усилитель, то предполагается, что резонатор имеет идеальные отражающие стенки. Кроме того, рассматривается так называемое суперрегенеративное усиление [8], при котором скорость индуцируемой эмиссии намного превышает имеющуюся скорость поглощения фотонов средой. Поэтому, как уже отмечено ранее, процесс поглощения (абсорбции) в дальнейшем учитываться не будет.

Несложно заметить, что процессы, происходящие в подобной среде, достаточно хорошо могут быть описаны с помощью процесса рождения. Напомним [5], что в случае процесса чистого рождения вероятность нахождения системы $P(n,t)$ в момент времени t в состоянии E_n будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial P(n,t)}{\partial t} = -\lambda_n P(n,t) + \lambda_{n-1} P(n,t), \quad n \geq 1,$$

$$P(n,t_0) = \delta_{n,n_0}, \qquad (1)$$

где $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера, n_0 – начальное состояние процесса.

Если же рассматривается неоднородная среда рождения, то интенсивность λ_n будет зависеть от времени: $\lambda_n(t)$. Предположим, что эту интенсивность можно записать в виде

$$\lambda_n(t) = (\alpha + \beta n) f(t). \qquad (2)$$

Здесь функция $f(t)$ характеризует процессы, происходящие в системе. Например, для оптического усилителя использование подобной функции свидетельствует о том, что интенсивность рождения со временем может изменяться вследствие изменения условий накачки. Если положить $\alpha = 1$, $f(t) = \dfrac{1}{1+\beta t}$, то мы приходим к неоднородному процессу Пойа [4], если $\alpha = 0$, $f(t) = 1$ – то к процессу чистого рождения, если $\beta = 0$, $f(t) = 1$ – то к обыкновенному пуассоновскому процессу.

Итак, предположим, что интенсивность процесса рождения описывается формулой (2), где $f(t)$ – непрерывная функция. Система (1) в этом случае может быть решена путём перехода к производящей функции $G(z,t) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n P(n,t)$. Действительно, несложно показать, что вместо системы (1) при переходе к производящей функции получаем систему вида

$$\frac{\partial G(z,t)}{\partial t} = f(t)(z-1)\left[\alpha G(z,t) + \beta z \frac{\partial G(z,t)}{\partial z}\right],$$

$$G(z,t_0) = z^{n_0}. \qquad (3)$$

Решение подобной системы легко может быть найдено известными методами [6] и имеет следующий вид: $G(z,t) = \dfrac{z^{n_0}}{\left[\chi(t) - z\left(\chi(t)-1\right)\right]^{n_0+\alpha/\beta}}$, где $\chi(t) = \exp\left\{\beta \int_{t_0}^{t} f(t')dt'\right\}$. Из этих формул сле-

дует выражение для распределения $P(n,t)$ числа частиц в усилителе в момент времени t:

$$P(n,t) = $$

$$= B\left(n-n_0,\, n_0+\alpha/\beta,\, \left(\chi(t)-1\right)\left(n_0+\alpha/\beta\right)\right), \quad (4)$$

где $B(n,a,N) = \dfrac{a^a\Gamma(n+a)}{n!\Gamma(a)}\cdot\dfrac{N^n}{(N+a)^{n+a}}$ – отрицательное биноминальное распределение со средним значением N, $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция [9]. Из формулы (4) следует, что математическое ожидание неоднородной функции рождения зависит от времени.

Покажем теперь, что неоднородный процесс рождения с распределением (4) можно интерпретировать как дважды стохастический случайный процесс [10]. Действительно, рассмотрим неоднородный пуассоновский процесс с интенсивностью $\lambda\nu(t)$ и распределением вида (при условии, что λ известна)

$$P_\pi(n,t\,|\,\lambda) = \frac{1}{(n-n_0)!}\left[\lambda\int_{t_0}^{t}\nu(t')dt'\right]^{n-n_0}\times$$

$$\times\exp\left[-\lambda\int_{t_0}^{t}\nu(t')dt'\right],\quad n\ge n_0. \quad (5)$$

Предположим теперь, что интенсивность такого процесса случайна, в частности, что λ – случайная величина, имеющая гамма-распределение $p(\lambda) = \dfrac{\gamma^c}{\Gamma(c)}\lambda^{c-1}\exp(-\gamma\lambda),\ \lambda\ge 0.$ Тогда, учитывая случайность параметра λ, усредним распределение (5) по λ:

$$\tilde{P}(n,t) = \int_0^\infty P_\pi(n,t\,|\,\lambda)p(\lambda)d\lambda =$$

$$= \frac{\gamma^c\Gamma(n-n_0+c)}{\Gamma(c)(n-n_0)!}\cdot\frac{\left(\int_{t_0}^{t}\nu(t')dt'\right)^{n-n_0}}{\left[\gamma+\int_{t_0}^{t}\nu(t')dt'\right]^{n-n_0+c}}. \quad (6)$$

Приравняем распределения (4) и (6). Из этого равенства следует, что неоднородный процесс рождения представляет собой также дважды стохастический случайный процесс, то есть неоднородный пуассоновский процесс со случайной интенсивностью, распределённой по гамма-закону, если выполняются следующие соотношения:

$$c = n_0 + \frac{\alpha}{\beta},$$

$$\int_{t_0}^{t}\nu(t')dt' = \left(n_0+\frac{\alpha}{\beta}\right)\left[\exp\left(\beta\int_{t_0}^{t}f(t')dt'\right)-1\right]. \quad (7)$$

Из (7) можно определить вид функции $\nu(t)$, характеризующей детерминированную часть интенсивности пуассоновского процесса. Действительно, например, если $f(t)=1$, т.е. $\lambda_n(t) = \alpha+\beta n$, то

$$\nu(t) = (\alpha+\beta n_0)\exp\left[\beta(t-t_0)\right]. \quad (8)$$

Если $f(t) = (1+\beta_1 t)^{-1}$, то

$$\nu(t) = \frac{\alpha+\beta n_0}{(1+\beta_1 t_0)^{\frac{\beta}{\beta_1}}}(1+\beta_1 t)^{\frac{\beta}{\beta_1}-1}. \quad (9)$$

Итак, неоднородный процесс рождения всегда можно представить как дважды стохастический случайный процесс с параметрами (7). Следовательно, решаемая задача представляет интерес всегда, когда сигнал – это неоднородный пуассоновский процесс со случайной интенсивностью.

Итак, предположим, что на интервале времени $[0;T]$ наблюдается дискретный случайный процесс, описываемый моделью вида

$$w(t) = \begin{cases} w_1(t), & t\in[0;\theta_u],\\ w_1(t)+w_2(t), & t\in(\theta_u;T], \end{cases}$$

где $w_1(t)$ – неоднородный пуассоновский процесс с детерминированной интенсивностью $\varepsilon(t)$, $w_2(t)$ – неоднородный процесс рождения с интенсивностью (2). Параметр θ_u, характеризующий момент наступления разладки, неизвестен. Задача заключается в синтезе и анализе алгоритмов обнаружения неоднородного процесса рождения и оценивания момента его начала.

Для решения поставленной задачи необходимо определить функцию правдоподобия для неоднородного процесса рождения $w_2(t)$ и для суммарного процесса $w_1(t)+w_2(t)$.

Рассмотрим интервал времени $(\theta;T]$, на котором процесс $w_2(t)$ существует. Обозначим через $t_1,t_2...t_k \in (\theta;T]$ моменты времени наступления событий, соответствующих $w_2(t)$. Положим $\theta = t_0$ и разобьём $(t_0;t_1]$ на малые интервалы времени так, чтобы их количество было равно m_1, причём $m_1 - 1$ из них имеют длительность τ_1, а оставшийся, примыкающий к t_1, – длительность τ. При этом, очевидно, $\tau_1 = \dfrac{t_1 - t_0 - \tau}{m_1 - 1}$. Положим $\tau_1, \tau << T$ и будем считать, что соответствующие им подынтервалы могут содержать не более одного события. Тогда, аналогично [5], можно определить функцию правдоподобия для интервала $(t_0;t_1]$ как произведение вероятностей отсутствия события либо появления одного события на рассматриваемых малых подынтервалах. Подобные вычисления выполняются для каждого из $k+1$ интервалов $(t_{j-1};t_j]$, $j = 1,...,k,t_{k+1} = T$. В результате функция правдоподобия для неоднородного процесса рождения будет определяться как произведение функций правдоподобия для каждого из этих интервалов (вследствие их независимости):

$$M(\theta) = \tau^k \prod_{j=1}^{k} \left[\beta f\left(t_j\right) \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times$$

$$\times \exp\left\{ -\beta \sum_{j=1}^{k+1} \left(n_0 + \frac{\alpha}{\beta} + j - 1 \right) \int_{t_{j-1}}^{t_j} f(t)dt \right\}. \quad (10)$$

Функцию правдоподобия для суммарного процесса $w_1(t) + w_2(t)$, $t \in [\theta;T]$ можно получить аналогично тому, как было получено выражение (10). Действительно, в этом случае функция правдоподобия имеет следующий вид:

$$M_{12}(\theta) = \tau^k \prod_{j=1}^{k} \left[\varepsilon\left(t_j\right) + \beta f\left(t_j\right) \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times$$

$$\times \exp\left\{ -\beta \sum_{j=1}^{k+1} \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \int_{t_{j-1}}^{t_j} f(t)dt - \int_{\theta}^{T} \varepsilon(t)dt \right\}.$$

Здесь k – количество событий, определяемых процессом $w(t)$ на интервале $[\theta,T]$.

Введём в рассмотрение две статистические гипотезы:

$$H_0 : \theta_u \notin [0;T], \quad H_1 : \theta_u \in [0;T].$$

Тогда для всего интервала наблюдения $t \in [0;T]$ функция правдоподобия для гипотезы H_1 приобретает вид

$$M_{H_1}(\theta) = \tau^{r+k} \prod_{q=1}^{k} \varepsilon\left(t_{-q}\right) \times$$

$$\times \prod_{j=1}^{k} \left[\varepsilon\left(t_j\right) + \beta f\left(t_j\right) \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times$$

$$\times \exp\left\{ -\beta \sum_{j=1}^{k+1} \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \int_{t_{j-1}}^{t_j} f(t)dt - \int_{0}^{T} \varepsilon(t)dt \right\}, \quad (11)$$

где r – количество событий, определяемых процессом $w(t)$ на $[0;\theta]: 0 < t_{-r} < t_{-r+1} < ... < t_{-1} < \theta_0$.

Функция правдоподобия для неоднородного пуассоновского процесса (при выполнении гипотезы H_0) имеет следующий вид (см., например, [5]):

$$M_{H_0}(\theta) =$$

$$= \tau^{r+k} \prod_{q=1}^{r} \varepsilon\left(t_{-q}\right) \prod_{j=1}^{k} \varepsilon\left(t_j\right) \exp\left(-\int_{0}^{T} \varepsilon(t)dt \right). \quad (12)$$

Таким образом, окончательно получаем следующее выражение для отношения правдоподобия (ОП):

$$\Lambda(\theta) = M_{H_1}(\theta) / M_{H_0}(\theta) =$$

$$= \prod_{j=1}^{k} \left[1 + \beta \frac{f\left(t_j\right)}{\varepsilon\left(t_j\right)} \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times$$

$$\times \exp\left\{ -\beta \sum_{j=1}^{k+1} \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \int_{t_{j-1}}^{t_j} f(t)dt \right\}. \quad (13)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи. Например, если $f(t) = 1$, $\alpha = 0$, то ОП (13) совпадает с ОП, полученным в [5] для процесса чистого рождения. Если в (13) положить $\varepsilon(t) = \varepsilon$,

$$f\left(t\right) \to 1, \quad \beta_1 \to 0, \quad (14)$$

$$\beta \to 0, \quad n_0 \to \infty, \quad \left(\alpha + \beta n_0\right) \to a, \quad (15)$$

то придём к ОП для пуассоновского процесса (см. [1]).

Таким образом, алгоритм обнаружения сигнала оптического усилителя с неизвестным временем прихода при наличии фонового излучения должен заключаться в формировании величины $\Lambda(\theta)$, нахождении её максимума по θ и сравнении его с некоторым порогом h, определяемым из заданного критерия эффективности. В дальнейшем в качестве критерия эффективности будем рассматривать критерий идеального наблюдателя [11], в соответствии с которым необходимо минимизировать полную (среднюю) вероятность ошибки P_e. Средняя вероятность ошибки P_e определялась как $(PLT + PPS)/2$, где PLT – вероятность превышения порога обнаружения решающей статистикой (13) при выполнении гипотезы H_0 (отсутствие полезного сигнала на входе приёмника). Вероятность PPS – это вероятность непревышения порога обнаружения абсолютным максимумом решающей статистики (13) при выполнении гипотезы H_1 (наличие полезного сигнала на входе приёмника). Вероятность ошибки P_e определялась с помощью статистического моделирования на ЭВМ по 10000 реализаций сигнала с фоном (гипотеза H_1) и только фона (гипотеза H_0). При моделировании (в случае выполнения гипотезы H_0) осуществлялось формирование пуассоновского потока с плотностью ε стандартным способом [12], рассчитывалось количество фотоэлектронов на интервале наблюдения, формировалась достаточная статистика в соответствии с (13), находился её максимум и осуществлялось сравнение с набором пороговых значений. При превышении порога фиксировалась ошибка. Вероятность $PLT(h)$ определялась как отношение количества превышений порога h в N испытаниях к количеству этих испытаний. Аналогичным образом вычисляется вероятность $PPS(h)$, только ещё формировалась сумма пуассоновского потока с плотностью ε и неоднородного процесса рождения с интенсивностью (2). Формирование последнего осуществлялось «методом Δt» [12]. После получения вероятности $P_e(h) = (PLT(h) + PPS(h))/2$ для набора пороговых значений h определялся тот порог, при котором эта вероятность минимальна. Эта вероятность и представляет собой искомую среднюю вероятность ошибки.

В свою очередь, алгоритм оценки неизвестного времени прихода сигнала оптического усилителя при наличии фонового излучения заключался в формировании величины $\Lambda(\theta)$ и нахождении положения её абсолютного максимума по параметру θ:

$$\theta_m = \arg\max_{\theta} \Lambda(\theta).$$

Характеристики оценки определялись с помощью статистического моделирования на ЭВМ по 1000 реализаций сигнала с фоном (гипотеза H_1). Оценка производилась только в случае, когда эта гипотеза верна. Для каждой из реализаций функции правдоподобия суммарного процесса находилось положение ее абсолютного максимума θ_m по 50 значениям времени разладки θ на интервале $[0;T]$, взятых с равномерным шагом. Затем для расчёта смещения находилось среднее по реализациям $\langle \theta_m - \theta_0 \rangle$, а для расчёта рассеяния – $\langle (\theta_m - \theta_0)^2 \rangle$.

При моделировании форма функции $f(t)$ полагалась следующей: $f(t) = (1 + \beta_1 t)^{-1}$. Были исследованы зависимости вероятности средней ошибки P_e от отношения сигнал–шум $q = M/\varepsilon T$ при различных значениях средней интенсивности сигнала $M = n_0 + \left(n_0 + \dfrac{\alpha}{\beta}\right)\left(\exp\left\{\beta \int_{\theta_0}^{T} f(t)dt\right\} - 1\right)$ и скорости затухания интенсивности неоднородного процесса рождения β_1. Здесь n_0 – начальное число частиц на входе усилителя, θ_0 – истинное значение момента разладки, а величина $K = \exp\left\{\beta \int_{\theta_0}^{T} f(t)dt\right\}$ является коэффициентом усиления; время наблюдения T для определённости полагалось равным 1. Для рис. 1, 2 и 4, 5 $n_0 = 10$, а $\theta_0 = 0.3$, и $\alpha = 1$ для всех рисунков.

На рис. 1 приведены зависимости $P_e(q)$ при различных значениях средней интенсивности сигнала. Для всех кривых значение скорости затухания интенсивности рождения $\beta_1 = 2$. Кривая 1 построена для $M = 15,\ \beta = 2$, кривая 2 – для $M = 10.5,\ \beta = 1.57$, кривая 3 – для $M = 6,\ \beta = 1$.

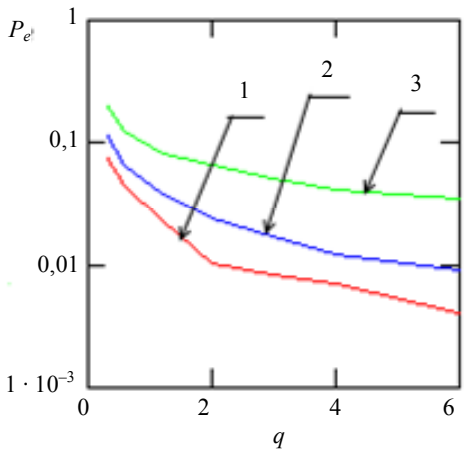


Рис. 1. Зависимость вероятности средней ошибки от ОСШ при различных средних интенсивностях сигнала

Из анализа рис. 1 можно сделать вывод, что с ростом отношения сигнал–шум вероятность средней ошибки убывает. Кроме того, как и всегда в оптических задачах, вероятность средней ошибки зависит не только от отношения сигнал–шум, но и от интенсивности сигнального излучения: чем больше её значение M, тем меньше вероятность средней ошибки при тех же значениях отношения сигнал–шум.

На рис. 2 приведены зависимости $P_e(q)$ при различных значениях скорости затухания интенсивности неоднородного процесса рождения β_1. Для всех кривых значение средней интенсивности сигнала $M = 15$. Кривая 1 построена для $\beta_1 = 2,\ \beta = 2$, кривая 2 – для $\beta_1 = 1,\ \beta = 1.64$, кривая 3 – для $\beta_1 = 0.5,\ \beta = 1.44$.

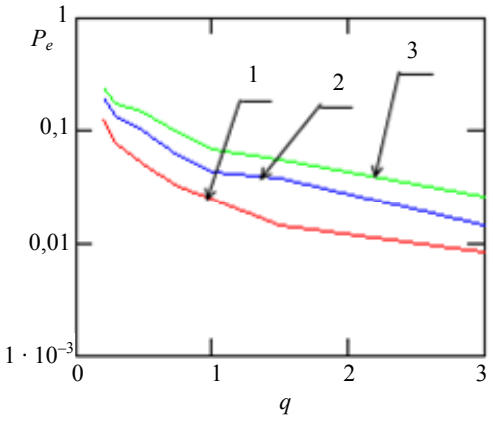


Рис. 2. Зависимость вероятности средней ошибки от ОСШ при различных скоростях затухания интенсивности рождения

Из анализа рис. 2 можно сделать вывод, что при одинаковой интегральной интенсивности сигнала вероятность средней ошибки меньше в случае более быстрого убывания интенсивности рождения со временем.

На рис. 3 иллюстрируется сравнение зависимостей вероятности средней ошибки $P_e(q)$ процессов неоднородного рождения и пуассоновского процесса [1]. Для этого выбирались различные значения входного числа фотонов n_0 и параметры усилителя β и β_1 при постоянном значении $M = 15$ средней интегральной интенсивности усиленного сигнала. Кривая 1 построена при $n_0 = 2000,\ \beta = 0.01,\ \beta_1 = 0.01$, кривая 2 – при $n_0 = 14,\ \beta = 1,\ \beta_1 = 0.01$, кривая 3 – при $n_0 = 2730,\ \beta = 0.01,\ \beta_1 = 1$, кривая 4 соответствует пуассоновской аппроксимации с интегральной интенсивностью $a = (\alpha + \beta n_0)(T - \theta_0)$.

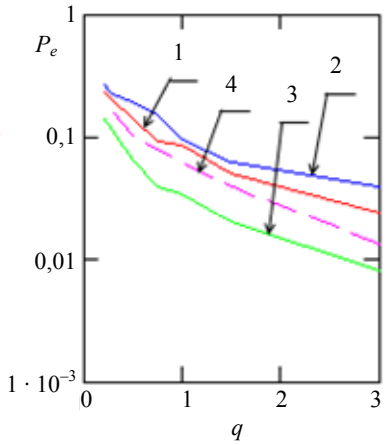


Рис. 3. Сравнение зависимостей вероятности средней ошибки от ОСШ

Из анализа рис. 3 можно сделать следующие выводы: чем больше начальное число частиц n_0 и меньше интенсивность процесса рождения β, а значит, и коэффициент усиления K, а также скорость затухания интенсивности рождения β_1, тем меньше зависимости $P_e(q)$ отличаются от пуассоновской аппроксимации, так как лучше удовлетворяются предельные переходы (14) и (15). Вероятности средней ошибки P_e при $\beta = 1$ становятся существенно больше, а при $\beta = 0.01$ лишь немного отличаются от вероятности ошибки при пуассоновской статистике (кривая 4). Та-

ким образом, алгоритм приёма, описанный в [1], остаётся справедливым для случая наличия усилителя только в случае больших входных сигналов и небольших коэффициентов усиления. Как видно из сравнения кривых 1 и 4, вероятность средней ошибки будет меньше в случае более быстрого затухания усиленного сигнала (большего β_1) при одинаковой средней интегральной интенсивности.

На рис. 4 приведены зависимости рассеяния оценки момента разладки дискретного процесса $V(q)$ от ОСШ q при различных значениях средней интенсивности сигнала. Для всех кривых значение скорости затухания интенсивности рождения $\beta_1 = 2$. Кривая 1 построена для $M = 30,\ \beta = 3.1$, кривая 2 – для $M = 15,\ \beta = 2$, кривая 3 – для $M = 6,\ \beta = 1$.

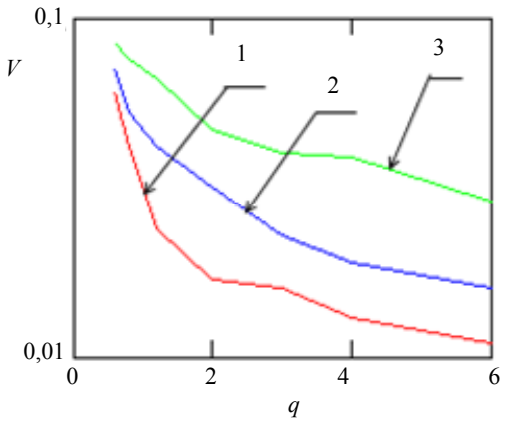


Рис. 4. Зависимость рассеяния оценки момента разладки от ОСШ при различных средних интенсивностях сигнала

Из анализа рис. 4 можно сделать вывод, что рассеяние оценки момента разладки убывает с ростом отношения сигнал–шум. Оно также зависит и от интенсивности сигнального излучения M: чем больше её значение, тем меньше рассеяние при тех же значениях отношения сигнал–шум.

На рис. 5 приведены зависимости $V(q)$ при различных значениях скорости затухания интенсивности неоднородного процесса рождения β_1. Для всех кривых значение средней интенсивности сигнала $M = 15$. Кривая 1 построена для $\beta_1 = 10,\ \beta = 4.3$, кривая 2 – для $\beta_1 = 5.2,\ \beta = 3$, кривая 3 – для $\beta_1 = 0.5,\ \beta = 1.44$.

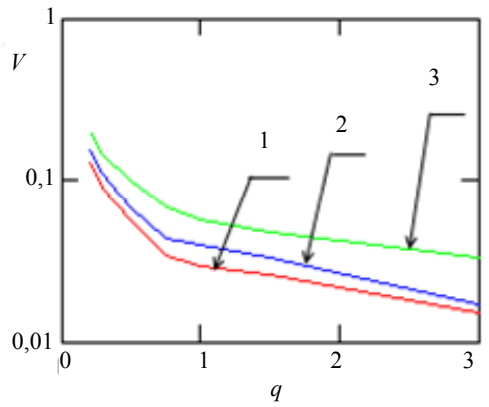


Рис. 5. Зависимость рассеяния оценки момента разладки от ОСШ при различных скоростях затухания интенсивности рождения

Из анализа рис. 5 можно сделать вывод, что на рассеяние оценки момента разладки влияет скорость затухания интенсивности рождения во времени: при одинаковых интенсивностях сигнального излучения M рассеяние меньше в случае более быстрого затухания. Однако, как следует из рисунка, разница в величине рассеяния при изменении скорости затухания интенсивности рождения незначительна.

На рис. 6 иллюстрируется сравнение зависимостей рассеяния оценки момента разладки $V(q)$ процесса неоднородного рождения и пуассоновского процесса [1]. Для этого выбирались различные значения входного числа фотонов n_0 и параметры усилителя β и β_1 при постоянной средней интегральной интенсивности усиленного сигнала $M = 15$.

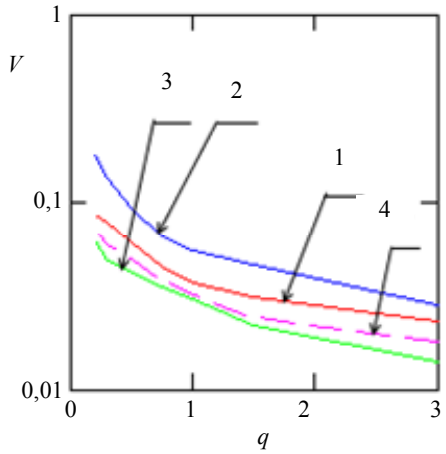


Рис. 6. Сравнение зависимостей рассеяния оценки момента разладки от ОСШ

Кривая 1 построена при $n_0 = 2000$, $\beta = 0.01$, $\beta_1 = 0.01$, кривая 2 – при $n_0 = 14$, $\beta = 1$, $\beta_1 = 0.01$, кривая 3 – при $n_0 = 2450$, $\beta = 0.02$, $\beta_1 = 5$, кривая 4 соответствует пуассоновской аппроксимации с интегральной интенсивностью $a = (\alpha + \beta n_0)(T - \theta_0)$.

Из анализа рис. 6 можно сделать следующий вывод: чем больше начальное число частиц n_0 и меньше интенсивность процесса рождения β, а значит, и коэффициент усиления K, а также скорость затухания интенсивности рождения β_1, тем меньше зависимости $V(q)$ отличаются от пуассоновской аппроксимации, так как лучше удовлетворяются предельные переходы (14) и (15). Рассеяние оценки момента разладки V при $\beta = 1$ становится существенно больше, а при $\beta = 0.01$ незначительно отличается от кривой 1. Таким образом, алгоритм приёма, полученный в [1], остаётся справедливым для случая наличия усилителя только в случае больших входных сигналов и небольших коэффициентов усиления. Как видно из сравнения кривых 1 и 4, рассеяние оценки момента разладки будет меньше в случае более быстрого затухания усиленного сигнала (большего β_1) при одинаковой средней интегральной интенсивности.

Таким образом, в настоящей статье подробно исследована модель лазерного усилителя при использовании ветвящихся процессов типа процессов рождения. Приведено физическое обоснование подобной модели. Выполнен точный расчет характеристик числа фотонов на выходе усилителя. Для данной модели усилителя предложен алгоритм оптимального обнаружения усиленного сигнала с неизвестным временем прихода, а также оценки последнего. Спецификой этих алгоритмов по сравнению с известными [1] является необходимость фиксации времени каждого скачка наблюдаемого процесса за время наблюдения, а не только подсчёт их количества. Получены и исследованы характеристики обнаружения усиленного сигнала и оценки неизвестного времени его прихода. Выявлены условия, при которых предложенные и известные алгоритмы имеют близкие характеристики: эти условия заключаются в большой величине входного сигнала и малом коэффициенте усиления. В случае уменьшения величины входного сигнала и увеличения коэффициента усиления как вероятность полной ошибки, так и рассеяние оценки момента прихода становятся существенно больше, чем для алгоритма, предложенного в [1]. Увеличение скорости затухания процесса рождения приводит к уменьшению обеих характеристик.

Литература:

1. *Галун С.А.* Обнаружение и оценка момента изменения интенсивности пуассоновского потока / С.А. Галун, А.П. Трифонов // Автоматика и телемеханика. – 1982. – № 6. – С. 95–105.

2. *Расщепляев Ю.С.* К вопросу исследования динамики акустоэмиссионных процессов в задачах неразрушающего контроля методами теории случайных потоков / Ю.С. Расщепляев, А.В. Попов // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2000. – № 3. – С. 24–27.

3. *Расщепляев Ю.С.* Метод инвариантов в задаче исследования потоков акустической эмиссии / Ю.С. Расщепляев, А.В. Попов // Дефектоскопия. – 2000. – № 10. – С. 79–82.

4. *Феллер В.* Теория вероятностей / В. Феллер. – М.: Мир, 1975. – 421 с.

5. *Расщепляев Ю.С.* Совместное обнаружение и оценивание процессов Юла–Фарри / Ю.С. Расщепляев, В.В. Хуторцев // Автоматика и телемеханика. – 2009. – № 3. – С. 68–77.

6. *Teich M.C.* Evolution of the Statistical Properties of Photons Passed Through a Traveling-Wave Laser Amplifier / M.C. Teich, P. Diament // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1992. – V. 28, № 5.– Pp. 1325–1334.

7. *Ханин Я.И.* Динамика квантовых генераторов / Я.И. Ханин. – Т. 2. – М.: Сов. радио, 1975. – 496 с.

8. *Shimoda K.* Fluctuations in Amplification of Quanta with Application to Maser Amplifiers / K. Shimoda, H. Takahasi, C.H. Townes // Journal of the Physical Society of Japan. – 1957.–V. 12, № 6. – Pp. 686–700.

9. *Абрамовиц М.* Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган. ; пер. с англ. под ред. В.А. Диткина и Л.Н. Кармазиной. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

10. *Snyder D.L.* Random Point Processes in Time and Space / D.L. Snyder, M. Miller. – Springer-Verlag, 1991. – 480 p.

11. *Тихонов В.И.* Оптимальный приём сигналов / В.И. Тихонов.– М.: Радио и связь, 1983.– 320 с.

12. *Быков В.В.* Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В.В. Быков. – М.: Сов. радио, 1971. – 328 с.

Статья поступила в редакцию 25 марта 2013 г.

УДК 004.94

ИСКУССТВЕННЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ С ГИСТЕРЕЗИСНОЙ ФУНКЦИЕЙ АКТИВАЦИИ

А.М. Соловьев, нач. сектора, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: amsolov82@gmail.com
М.Е. Семенов, профессор 11 кафедры ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), e-mail: mkl150@mail.ru
М.Ю. Мишин, аспирант каф. высшей математики ВГАСУ, e-mail: m.onlooker@gmail.com
Е.Г. Кабулова, ст. преподаватель каф. АИСУ, филиал МИСиС (г. Старый Оскол), e-mail: evgenia791@mail.ru

Разработаны принципы построения однослойной и двухслойной искусственных нейронных сетей с гистерезисной функцией активации нейронов. Предложены алгоритмы их обучения. Проведен анализ работы рассматриваемых нейросетей на примере задачи классификации образов.

Ключевые слова: *искусственная нейронная сеть, персептрон, многослойный персептрон, гистерезисная функция активации, гистерезис, алгоритм обучения искусственных нейронных сетей.*

ARTIFICIAL NEURAL NETWORK WITH HYSTERESIS ACTIVATION FUNCTION

A.M. Solovyev, head of sector, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: amsolov82@gmail.com
M.E. Semenov, professor of 11th department of Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh), e-mail: mkl150@mail.ru
M.Yu. Mishin, graduate student, department of advanced mathematics, Voronezh State University of Architecture nd Civil Engineering, e-mail: m.onlooker@gmail.com
E.G. Kabulova, senior lecturer, department of Automated Information Control Systems, the branch of Moscow Institute of Steel and Alloys (Stary Oskol), e-mail: evgenia791@mail.ru

Construction principles of one-layered and two-layered artificial neural network with hysteresis neuron activation function were developed. Training algorithms were proposed. The analysis of neural networks under review by the example of images classification task was investigated.

Keywords: *artificial neural network, perseptron, multi-layered perseptron, hysteresis activation function, hysteresis, training algorithm for artificial neural network.*

Искусственные нейронные сети (ИНС) строятся по принципам организации и функционирования их биологических аналогов – нейронов головного мозга. Интерес к исследованию ИНС связан с тем, что способ обработки информации человеческим мозгом в корне отличается от методов, применяемых обычными цифровыми компьютерами. Мозг представляет собой чрезвычайно сложный, нелинейный, параллельный компьютер (систему обработки информации). Он обладает способностью организовывать свои структурные компоненты (нейроны) так, чтобы они могли выполнять конкретные задачи (такие как распознавание образов, обработку сигналов органов чувств, моторные функции) во много раз быстрее, чем могут позволить самые быстродействующие современные компьютеры. Примером такой задачи обработки информации является зрение [1, 2, 3].

Развитие и организация нейронов связаны с понятием пластичности мозга – способности настройки нервной системы в соответствии с окружающими условиями. Пластичность играет самую важную роль в работе нейронов в качестве единиц обработки информации в человеческом мозге. Аналогично, в ИНС работа проводится с искусственными нейронами. В общем случае ИНС представляет собой машину, моделирующую способ обработки мозгом конкретной задачи. Такая сеть обычно реализуется с помощью электронных компонентов или моделируется программой, выполняемой на цифровом компьютере.

ИНС способны решать широкий круг задач: классификация образов, идентификация, прогнозирование, оптимизация, управление сложными объектами, распознавание текстов, фильтрация спама и др. Эффективность работы ИНС зависит от многих факторов, таких как архитектура сети,

[1] Работа поддержана грантами РФФИ № 13-08-00532, № 11-08-00032, № 12-07-00252.

методы ее реализации, алгоритмы обучения, а также свойства, заимствованные от биологических нейронов головного мозга человека. Так, заимствованная пластичность позволяет построить самообучающуюся ИНС. Еще одним не менее важным свойством биологических нейронов является кратковременная память. С точки зрения построения ИНС, данное свойство может быть заимствовано путем использования в нейронах сети гистерезисных функций активации (ГФА) [4, 5, 6].

Так, в работе [4] рассматривается модель нейронов с бинарной ГФА для построения ИНС Хопфилда и проводится теоретическое обоснование совместных свойств классической ИНС Хопфилда и модифицированной ИНС с ГФА.

Авторы работы [4] предлагают использовать в качестве функции активации нейронов сети бинарную ГФА. Однако в случае применения бинарной функции активации не всегда гарантируется снижение энергии системы. Авторы показывают, как предложенная модель позволяет предотвратить колебательные процессы в динамике сети, вследствие чего обеспечивается сходимость процесса. С этой целью были произведены модификации ГФА (бинарной и многоуровневой).

В рассматриваемой работе с помощью компьютерного моделирования было доказано, что модифицированная ИНС с гистерезисом имеет ту же сходимость и те же совместные свойства, что и классическая нейронная сеть Хопфилда. Авторы демонстрируют работу их модели на примере решения комбинаторной задачи оптимизации (поиска максимального разреза). Было показано, что по сравнению с прочими методами построения нейронных сетей, модифицированная ИНС с ГФА имеет лучшие временные и качественные характеристики при решении задачи поиска максимального разреза.

Работа [5] посвящена исследованию динамики ИНС с ГФА при распознавании образов (модель восприятия на основе взаимодействия в системе «сетчатка–мозг»), а также механизма воспоминания и обучения биологических нейронных систем, которые могут быть описаны с помощью такой ИНС. Авторы работы исследовали 3-нейронную ИНС с применением гладкой ГФА и провели наблюдение и анализ феномена бифуркации и хаоса в ее поведении.

В данной работе было показано, что:

– на основе ИНС с гладкой ГФА можно построить сложную нелинейную динамическую нейронную сеть;

– ИНС с гладкой ГФА способна показывать различные виды аттракторов: устойчивое равновесие (аттрактор с единственным глобальным минимумом), предельный цикл (циклическая динамика), тор и хаос (странный аттрактор), как было показано для бинарного гистерезиса в [8];

– изменяя только один параметр бифуркации w_{33}, можно наблюдать интересный феномен взаимного переключения «порядок–хаос».

В работе [6] рассматривается синхронная ИНС Хопфилда с ГФА входящих в нее нейронов. Авторы сравнивают данную модель со стандартной нейронной сетью на примере восстановления изображения на фоне шума и показывают ее преимущества. Одной из особенностей данной модели является лучшая характеристика сходимости при большом уровне шума и худшая – при малом. Также, в отличие от стандартной модели, предложенная модель имеет две области стабильности. В работе показана зависимость сходимости и шумового порога как функция от расстояния между областями стабильности на фазовой плоскости. Авторы рассматривают гистерезисную функцию нейрона на основе нейрофизиологии и производят тестирование предложенной модели на примере оптической системы с применением *ZnSe*-фильтра.

1. Гистерезис

Особенностью рассматриваемой в настоящей работе ИНС является наличие гистерезиса в функции активации нейронов сети. Построим ГФА на основе входо-выходных соответствий, формализуемых дифференциальным уравнением

$$\frac{dx}{dt} = f(u,x), \qquad (1)$$

где $u = u(t)$ – вход, а $x = x(t)$ – выход ($t \geq 0$).

Линии уровня правой части этого дифференциального уравнения приведены на рис. 1 (кривая Г).

В дальнейшем будем считать, что правая часть уравнения (1) определяется соотношением

$$f(u,x) = u - x^3 + 3 \cdot x .$$

У кривой Г одна общая точка с прямой $u = u_0$, если $u_0 < \beta$ или $u_0 > \alpha$, и три общие точки, если $\beta < u_0 < \alpha$. Кривая Г делит плоскость на две части. Пусть в верхней части функция $f(x,u)$ принимает отрицательные значения, а в нижней – положительные. Изучим уравнение (1) с медленным управлением $u = u(t)$.

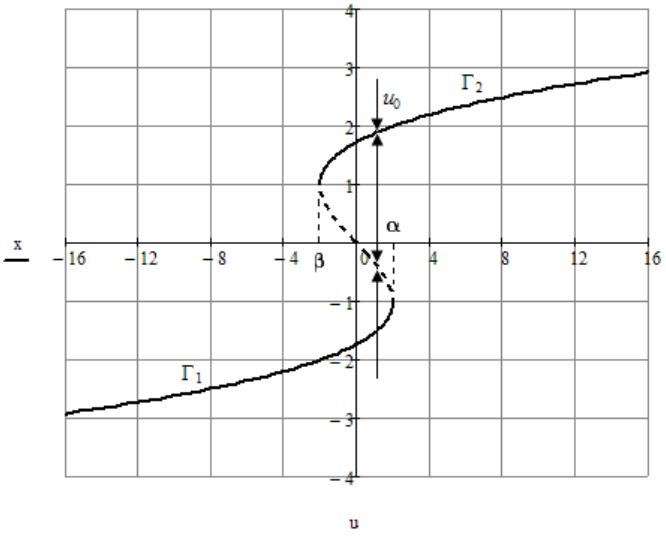


Рис. 1. Линии уровня

Если $u(t) \equiv u_0$, то уравнение (1) описывает движение точки по вертикальной прямой $u = u_0$; направление движения на одной из таких прямых показано на рис. 1 стрелками. Точки пересечения прямой $u = u_0$ и кривой Γ будут состояниями равновесия; штриховой линией показана часть кривой Γ, состоящая из неустойчивых точек равновесия, а сплошной линией – из асимптотически устойчивых; эта сплошная линия состоит из графиков Γ_1 и Γ_2 некоторых функций $\gamma_1(u)$ и $\gamma_2(u)$.

Указанной информации достаточно, чтобы описать качественное поведение решений $x(t)$ уравнения (1) при медленно меняющемся управлении $u(t)$ $(t \geq t_0)$. После короткого промежутка времени (которым можно пренебречь) точка $\{u(t), x(t)\}$ попадает в окрестность либо точки $\{u(t), \gamma_1[u(t)]\}$, либо точки $\{u(t), \gamma_2[u(t)]\}$, настолько малую, что ее можно считать совпадающей либо с $\{u(t), \gamma_1[u(t)]\}$, либо с $\{u(t), \gamma_2[u(t)]\}$. Пусть для определения $u(t_1) < \alpha$ и $x(t_1) \approx \gamma_1[u(t_1)]$; тогда при дальнейших значениях $t \in (t_1, t_2)$, при которых $u(t) < \alpha$ и точка $\{u(t), x(t)\}$ не выходит из малой окрестности кривой Γ_1, можно считать выполненным равенство $x(t) = \gamma_1[u(t)]$. Если $u(t_2) = \alpha$ и $u(t)$ в точке t_2 растет, то за короткое время (т.е. за такой промежуток времени, на котором $u(t)$ мало меняется) точка $\{u(t), x(t)\}$ попадает уже в малую окрестность кривой Γ_2, и можно считать выполненным равенство $x(t) = \gamma_2[u(t)]$. Продолжая эти рассуждения, мы приходим к описанию решения $x(t)$, которое совпадает с описанием (при помощи принципа отсутствия лишних переключений) неидеального реле с пороговыми значениями α и β, если Γ_1 совпадает с полупрямой $x = 0$ $(u < \alpha)$, а Γ_2 – с полупрямой $x = 1$ $(u > \beta)$. Близкие источники возникновения релейных нелинейностей часто наблюдаются в теории дифференциальных уравнений с малыми параметрами, теории катастроф и т.п.

Рассмотрим в качестве примера численное решение данного дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты 4-го порядка при входном воздействии

$$u(t) = 16 \cdot \sin(t)$$

и начальном условии

$$x\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2.9\,.$$

Результаты представлены на рис. 2 и 3.

Рассмотрим однослойную ИНС с гистерезисной функцией активации, как было показано ранее. Архитектура ИНС приведена на рис. 4, где обозначено:

Y^m – вектор входных значений;

W^{mn} – матрица весовых коэффициентов;

U^n – вектор воздействий;

X^n – целевой вектор;

$G = f(U, X, \dot{X}, t)$ – функция активации.

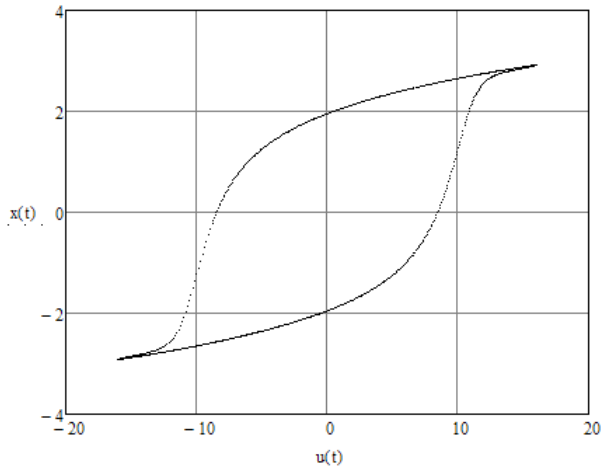


Рис. 2. Решение ДУ как функция $x(u)$

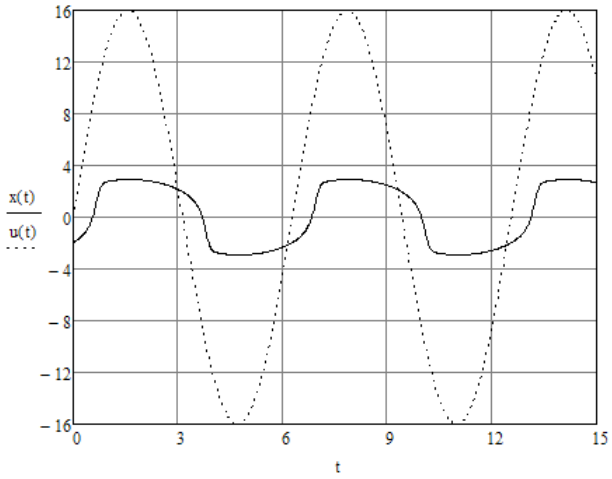


Рис. 3. Решение ДУ как функция $x(t)$

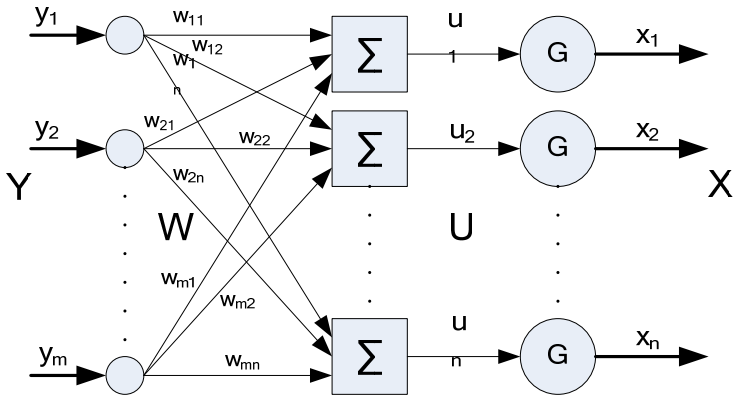


Рис. 4. Однослойная ИНС

В рассматриваемой нейронной сети будем считать, что m = 2688, n = 10, входной вектор Y имеет область значений {–1, 1}, а вектор воздействий U^n определяется следующим образом:

$$U^n = Y^m \cdot W^{mn},$$

$$u_k = \sum_{i=1}^{m} y_i \cdot w_{ik} \quad (k = 1,2,...,n).$$

В качестве функции активации G используем описанную выше гистерезисную функцию.

Численное решение этого уравнения получим с помощью разностной схемы:

$$\frac{x_k^{(j+1)} - x_k^{(j)}}{h} = u_k^{(j)} - x_k^{3(j)} + 3 \cdot x_k^{j}, \; k = \overline{1,n};$$

$$x_k^{(j+1)} = h \cdot \left(u_k^{(j)} - x_k^{3(j)} + 3 \cdot x_k^{(j)} \right) + x_k^{(j)}, \; k = \overline{1,n},$$

где h – шаг по времени, j – номер итерации. Задав начальные условия (u_k^0, x_k^0) и шаг h, можно найти текущее значение целевого вектора $x_k^{(j+1)}$.

Алгоритм обучения

Так как рассматриваемая ИНС является однослойной, для её обучения воспользуемся дельта-правилом, являющимся следствием первого и второго правил Хебба.

Данный метод является разновидностью методов обучения с учителем, то есть должен существовать набор векторов (Y^k, T^k), $k = \overline{1,p}$, называемый обучающей выборкой. Здесь $Y^k = (y_1^k, y_2^k, \ldots, y_m^k)$, $k = \overline{1,p}$, – примеры входных образов, для которых заранее известна их принадлежность к одному из 10-ти классов (числа от 0 до 9) и соответствующий им набор целевых векторов $T^k = (t^k_1, t^k_2, \ldots, t^k_n)$, $k = \overline{1,p}$.

Суть метода заключается в итерационной подстройке весовых коэффициентов W, последовательно уменьшающей выходную ошибку. Алгоритм обучения включает несколько шагов:

Шаг 0. Проинициализировать весовые коэффициенты W случайными значениями из диапазона [–0.5, 0.5].

Шаг 1. Подать на вход сети один из обучающих векторов Y^k и вычислить её выход X^k.

Шаг 2. Если выход правильный, то есть $X^k = T^k$, перейти к шагу 4. Иначе вычислить ошибку

$$\delta = T^k - X^k .$$

Шаг 3. Весовые коэффициенты модифицируются по следующей формуле:

$$w^{l+1}_{ij} = w^l_{ij} + \nu \cdot \delta \cdot x^k_i .$$

Здесь $l + 1$ и l – номера следующей и текущей итерации обучения, υ – скорость обучения из диапазона (0,1), а x^k_i – i-я компонента входного вектора X^k.

Шаг 4. Шаги 1–3 повторяются для всех обучающих векторов последовательно для каждого j-го нейрона сети. Один цикл последовательного предъявления всей выборки называется эпохой.

Обучение считается законченным, если ошибка δ становится меньше наперед заданного значения ε.

3. Двухслойная искусственная нейронная сеть с гистерезисом

Рассмотрим двухслойную ИНС с гистерезисной функцией активации. Архитектура сети приведена на рис. 5.

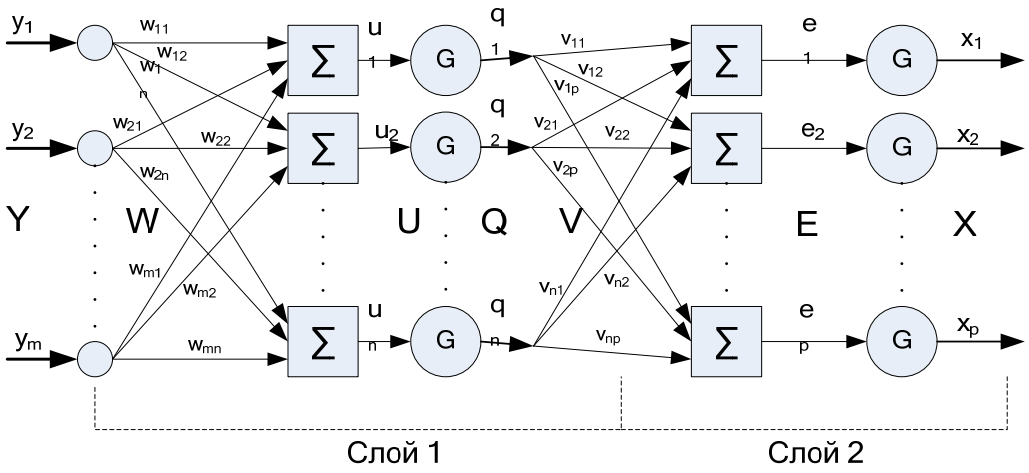


Рис. 5. Архитектура двухслойной ИНС с ГФА

Принцип построения ИНС оставим тот же, что и в пункте 2. Добавим еще один слой нейронов с гистерезисной функцией активации, при этом слой 1 будем называть скрытым, а слой 2 – выходным слоем.

Обучение ИНС будем проводить с помощью процедуры обратного распространения ошибки. Таким образом, рассматриваемую ИНС можно классифицировать как сеть обратного распространения.

Как видно из рис. 5:

Y^m – вектор входных значений;

W^{mn} – матрица весовых коэффициентов скрытого слоя;

U^n – вектор воздействий скрытого слоя;

Q^n – выходной вектор скрытого слоя;

V^{np} – матрица весовых коэффициентов выходного слоя;

E^p – вектор воздействий выходного слоя;

X^p – целевой вектор.

Количество нейронов n в скрытом слое должно быть 30–50% от числа m. Это число определяется экспериментальным путем. При слишком большом n может наблюдаться эффект переобучения сети, что отрицательно повлияет на способность сети к обобщению. При слишком малом n ИНС может потерять способность к обучению.

Как было показано выше, для решения задачи классификации чисел 0 – 9 будем считать, что m = 2688. Выберем n = 500, p = 10. Входной вектор Y имеет область значений {–1,1}.

Для индексов примем следующие обозначения: входы нумеруются индексом $i = \overline{1,m}$, элементы скрытого слоя – индексом $j = \overline{1,n}$, а выходы – соответственно индексом $k = \overline{1,p}$. Индексом l будем обозначать номер итерации работы ИНС.

Прямой проход через сеть осуществляется следующим образом:

$$U^n = Y^m \cdot W^{mn},$$

$$Q^n = G(U^n),$$

$$E^p = Q^n \cdot V^{np},$$

$$X^p = G(E^p).$$

Функция активации G имеет ту же реализацию, что и в пункте 2.

Алгоритм обучения

Рассматриваемая ИНС является сетью обратного распространения. Для обучения такой нейронной сети удобно использовать алгоритм минимизации целевой функции ошибки, которая находится по формуле

$$E(W,V) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^{p} (x_k - d_k)^2,$$

где x_k – полученное реальное значение k-го выхода нейросети при подаче на нее одного из входных образов обучающей выборки (Y^t, D^t), $t = \overline{1,T}$; d_k – требуемое (целевое) значение k-го выхода для этого образа.

Обучение нейросети производится оптимизационным методом градиентного спуска, то есть на каждой итерации веса перенастраиваются по формулам

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^{N} - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}},$$

$$v_{jk}^{N+1} = v_{jk}^{N} - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial v_{jk}},$$

где α – коэффициент, определяемый в процессе обучения.

Для метода градиентного спуска необходимо, чтобы функция активации была дифференцируемой на всей области допустимых значений. Зная решение дифференциального уравнения (1), а также в каждый момент времени величины $x_k^{(l+1)}$ и $x_k^{(l)}$, $q_j^{(l+1)}$ и $q_j^{(l)}$, легко вычислить производную активационной функции нейронов скрытого слоя $\frac{\partial q}{\partial u}$ и выходного слоя $\frac{\partial x}{\partial e}$ численным методом.

Функция ошибки в явном виде не содержит зависимости от весовых коэффициентов w_{ij} и v_{jk}, поэтому для вычисления производных $\frac{\partial E}{\partial w_{ij}}$ и $\frac{\partial E}{\partial v_{jk}}$ воспользуемся формулами дифференцирования сложной функции:

$$\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \frac{\partial E}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial e_k} \cdot \frac{\partial e_k}{\partial v_{jk}}.$$

Исходя из архитектуры сети известно, что

$$e_k = \sum_{j=1}^{n} v_{jk} \cdot q_j,$$

следовательно,

$$\frac{\partial e_k}{\partial v_{jk}} = q_j.$$

Значение производной функции активации $\frac{\partial x_k}{\partial e_k}$ вычисляется в процессе работы сети численным методом, а производная функции ошибки находится следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial x_k} = x_k - d_k.$$

Таким образом, получим выражение для производной:

$$\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = (x_k - d_k) \cdot q_j \cdot \frac{x_k^{(l+1)} - x_k^{(l)}}{e_k^{(l+1)} - e_k^{(l)}}.$$

Производную $\frac{\partial E}{\partial w_{ij}}$ находим аналогично:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial q_j} \cdot \frac{\partial q_j}{\partial u_j} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial w_{ij}}.$$

Здесь $\frac{\partial u_j}{\partial w_{ij}} = y_i$.

Производная $\frac{\partial q_j}{\partial u_j}$ вычисляется в процессе работы ИНС численным методом.

Так как функция ошибки не зависит в явном виде от выходов скрытого слоя q_j, производная $\frac{\partial E}{\partial q_j}$ определяется соотношением

$$\frac{\partial E}{\partial q_j} = \sum_{k=1}^{p} \frac{\partial E}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial e_k} \cdot \frac{\partial e_k}{\partial q_j}.$$

Используя выражения, полученные ранее, имеем

$$\frac{\partial E}{\partial q_j} = \sum_{k=1}^{p} \left(x_k - d_k\right) \cdot v_{jk} \cdot \frac{x_k^{(l+1)} - x_k^{(l)}}{e_k^{(l+1)} - e_k^{(l)}}.$$

Введем обозначение

$$\delta_k = \left(x_k - d_k\right) \cdot \frac{x_k^{(l+1)} - x_k^{(l)}}{e_k^{(l+1)} - e_k^{(l)}},$$

тогда имеет место соотношение

$$\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \delta_k \cdot q_j,$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = y_i \cdot \frac{q_j^{(l+1)} - q_j^{(l)}}{u_j^{(l+1)} - u_j^{(l)}} \cdot \sum_{k=1}^{p} \left(\delta_k \cdot v_{jk}\right).$$

Рассмотрим теперь пошагово полный алгоритм обучения данной ИНС.

Шаг 1. Инициализация сети.

Инициализируем матрицы весовых коэффициентов случайными значениями. Задаем параметр точности обучения ε, параметр скорости обучения α, шаг по времени для решения ДУ h, количество повторов каждого прохода через сеть N, создаем набор векторов обучающей выборки (Y^t, D^t).

Шаг 2. Прямой проход через сеть.

На вход сети подаем один из образов обучающей выборки и определяем значения выходов всех нейронов нейросети.

Шаг 3. Настройка синоптических весов.

Корректируем весовые коэффициенты выходного слоя в соответствии с формулами

$$v_{jk}^{N+1} = v_{jk}^{N} - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial v_{jk}},$$

где $\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \delta_k \cdot q_j$, $\delta_k = \left(x_k - d_k\right) \cdot \frac{x_k^{(l+1)} - x_k^{(l)}}{e_k^{(l+1)} - e_k^{(l)}}$.

Корректируем весовые коэффициенты скрытого слоя в соответствии с формулами

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^{N} - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}},$$

где $\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = y_i \cdot \frac{q_j^{(l+1)} - q_j^{(l)}}{u_j^{(l+1)} - u_j^{(l)}} \cdot \sum_{k=1}^{p} \left(\delta_k \cdot v_{jk}\right)$.

Шаг 4. Шаги 2 – 3 повторяются для всех обучающих векторов. Обучение завершается по достижении для каждого из обучающих образов значения функции ошибки, удовлетворяющего условию $E(W,V) < \varepsilon$.

4. Практическая реализация

Рассмотрим работу ИНС с ГФА на примере решения задачи классификации чисел 0 – 9. В данном случае имеем 10 классов образов, поэтому в качестве целевого выходного вектора будем использовать вектор, состоящий из 10 элементов. Входными данными являются образы размером 48x56 пикселей (как показано на рис. 6).

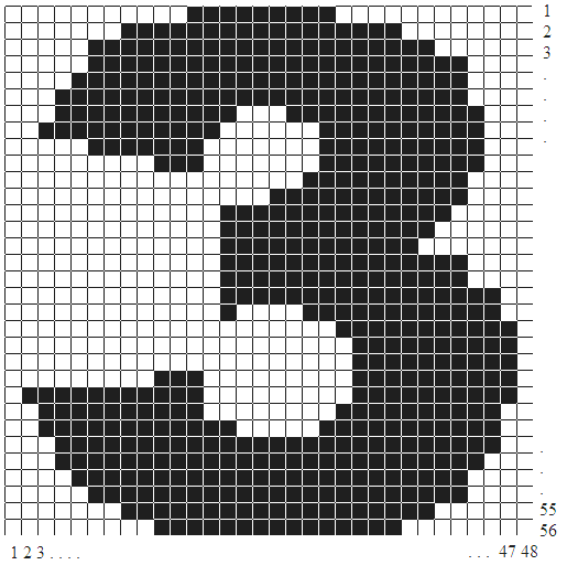


Рис. 6. Пример разбиения образа числа «3» (48x56 пикселей)

Таким образом, входной вектор будет состоять из 2688 элементов (по одному на каждый пиксель), при этом значение +1 соответствует черному пикселю, а –1 – белому.

Однослойная ИНС с гистерезисом

Перед обучением созданной ИНС зададим начальные параметры.

Наборы входных образов Y^k должны иметь значения {–1, 1}, при этом –1 соответствует черному пикселю, а 1 – белому. Каждый k-й образ содержит 2688 элементов. Количество образов обучающей выборки $k = 10$ (числа от 0 до 9).

Наборы целевых векторов T^k, соответствующих входным образам Y^k, должны иметь значения {–3, 3}, где –3 соответствует выводу «нет», а 3 – выводу «да».

Зададим шаг по времени, используемый при решении ДУ, $h = 0.01$, скорость обучения $\upsilon = 0.001$, значение допустимой ошибки $\varepsilon = 0.01$.

Зададим начальные условия (u_k^0, x_k^0) значениями (–2.9,–16). Проинициализируем матрицу весовых коэффициентов W случайными значениями из диапазона [–0.05, 0.05].

Заметим, что наличие гистерезиса в функции активации приводит к тому, что для установления сети в нужное состояние необходимо наличие N проходов через сеть одних и тех же входных данных. Поэтому перед обучением необходимо задать значение N. Примем $N = 100$.

При заданных параметрах процесс обучения созданной ИНС прошел за 11477 общего количества итераций (без учета коэффициента повторений N) и 46 эпох.

Для дальнейшей работы данной ИНС зададим пороги принятия решений {–2.8, 2.8}. Это значит, что по индексу элемента выходного вектора $x_i > 2.8$ можно определить нейрон, находящийся в активном состоянии («да»), $x_i < –2.8$ – в пассивном состоянии («нет»).

Рассмотренная ИНС с ГФА обладает большей помехоустойчивостью по сравнению с подобной ИНС, построенной по стандартной схеме, и может применяться в системах классификации образов с большим уровнем шумов и кратковременными помехами (например, при обработке видеопотока).

Основным недостатком ИНС с ГФА является низкое быстродействие и повышенные требования к производительности системы.

Двухслойная ИНС с гистерезисом

Перед обучением созданной ИНС зададим начальные параметры:

Наборы входных образов Y^k должны иметь значения {–1,1}, где –1 соответствует черному пикселю, 1 – белому. Каждый k-й образ содержит 2688 элементов. Количество образов обучающей выборки $k = 10$.

Наборы целевых векторов D^t, соответствующих входным образам Y^t, должны иметь значения {–3,3}, где –3 соответствует выводу «нет», 3 – выводу «да».

Инициализируем матрицы W и V случайными значениями из диапазона (–0.1, 0.1). Зададим параметры $\varepsilon = 0.3$, $\alpha = 0.006$, $h = 0.03$, $N = 100$. Зададим начальные условия (u_k^0, x_k^0) значениями (–2.9, –16).

При заданных параметрах, процесс обучения созданной ИНС прошел за 1263 общего количества итераций (без учета коэффициента повторений N) и 34 эпох.

Для дальнейшей работы данной ИНС зададим пороги принятия решений {–2.5, 2.5}. Это значит, что по индексу элемента выходного вектора $x_i > 2.5$ можно определить нейрон, находящийся в активном состоянии, $x_i < –2.5$ – в пассивном.

Как видно из результатов моделирования, двухслойная сеть обучилась за меньшее число итераций, чем сеть с одним слоем. Это можно объяснить тем, что для обучения двухслойной сети был использован более быстрый метод обучения (метод градиентного спуска).

Двухслойная нейронная сеть с гистерезисом обладает повышенной стойкостью к шумам и кратковременным помехам при решении задачи классификации образов.

Основным недостатком данной сети является еще более низкое быстродействие в сравнении с однослойной сетью из пункта 2.

Моделирование двухслойной ИНС с гистерезисом показало, что при обучении сети с помощью одинаково повторяющейся последовательности образов, сеть способна запоминать эту последовательность и в процессе работы реагировать на нее быстрее, чем на те же образы, поданные на вход в случайном порядке. Таким образом, данная ИНС, в отличие от однослойной сети, обладает не только способностью к распознаванию (классификации) образов, но и способностью к выделению из набора подаваемых на нее образов, искомой последовательности. Другими словами, двухслойная сеть обладает свойством ассоциативной памяти.

Заключение

В настоящей работе были предложены принципы построения однослойной и двухслойной искусственных нейронных сетей с гистерезисной функцией активации нейронов, а также алгоритмы их обучения. Проведен анализ и сравнение работы рассматриваемых искусственных нейронных сетей на примере задачи классификации образов (чисел от 0 до 9). Как показало моделирование, нейросети с гистерезисом обладают рядом преимуществ по сравнению с классическими искусственными нейронными сетями.

Литература:

1. *Churchland P.S.* The Computational Brain / P.S. Churchland, T.J. Sejnowski. – Cambridge, MA: MIT Press, 1992.

2. *Levine M*. Man and Machine Vision / M. Levine. – New York: McGraw-Hill, 1985.

3. *Marr D.* Vision / D. Marr. – New York : W.H. Freeman and Company, 1982

4. *Guangpu Xia* Hopfield Neural Network with Hysteresis for Maximum Cut Problem / Guangpu Xia, Zheng Tang, Yong Li // Neural Information Processing – Letters and Reviews. – August 2004. – V. 4, № 2.

5. Chunguang Li Chaos in a three-neuron hysteresis Hopfield-type neural network / Chunguang Li, Juebang Yu, Xiaofeng Liao // Elsevier. – 9 July 2001.

6. *Lipo Wang* Synchronous neural networks of nonlinear threshold elements with hysteresis / Lipo Wang, John Ross // Neurobiology. – February 1990. – V. 87. – Pp. 988–992.

7. *Красносельский М.А*. Системы с гистерезисом / М.А. Красносельский, А.В. Покровский. – М.: Наука, 1983. – 272 с.

8. *Jin'no K.* An Algorithm for Finding All Solutions of a Hysteresis / K. Jin'no // IEICE Trans. Fund. – 79 (1996) 402.

9. *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – 2-е изд. – М.: Вильямс, 2006. – 1104 с.

10. *Калан Р.* Основные концепции нейронных сетей / Р. Калан. – М.: Вильямс, 2001. – 291 с.

11. *Круглов В.В.* Искусственные нейронные сети. Теория и практика / В.В. Круглов, В.В. Борисов. – 2-е изд. – М.: Горячая линия – телеком, 2002. – 382 с.

Статья поступила в редакцию 15 апреля 2013 г.

К 100-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники

Сергея Самсоновича Багдасаряна

Жизнь и научная деятельность в датах

Сергей Самсонович родился в с. Азох (Нагорный Карабах) 10 августа 1913 года.

1928-1930 – учился на физ.-мат. факультете Кировабадского педагогического техникума.

1930-1934 – работал учителем физики, математики, физкультуры и пения в средней школе.

1934-1939 – учился на физ.-мат. факультете Азербайджанского государственного университета им. С.М. Кирова.

1939-1941 – учился в аспирантуре АГУ им. С.М. Кирова.

1941-1945 – участвовал в Великой Отечественной войне в составе Брестского корпуса 18-й Армии. Награжден боевыми наградами: орденами Победы в ВОВ II степени, Красной звезды (дважды), «За отвагу» (дважды), «За боевые заслуги» (дважды), «За победу в ВОВ», «За взятие Берлина», «За взятие Кенигсберга», «За оборону Кавказа».

1945-1970 – преподаватель, старший преподаватель, доцент, зам. декана, декан физ.-мат. факультета, профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики Азербайджанского государственного педагогического института им. В.И. Ленина.

1952 – защитил кандидатскую диссертацию в Институте физической химии АН Азербайджанской ССР по теме «Физическая теория непрерывных процессов применительно к адсорбции».

1953 – получил звание доцента.

1961 – выход в свет книги «Введение в физику жидкостей».

1963 – присвоено почетное звание Заслуженный учитель Азербайджанской ССР.

1967 – защитил докторскую диссертацию в Азербайджанском институте нефти и химии по теме «Структура и молекулярно-тепловые свойства жидкостей».

1968 – получил звание профессора.

1970 – награжден Юбилейной медалью В.И. Ленина.

1970-1974 – вступил в должность зав. кафедрой физики Ереванского политехнического института им. К. Маркса.

1974-1988 – зав. кафедрой теоретической и экспериментальной физики, декан физического факультета Степанакертского государственного педагогического института (в настоящее время – университета).

1984 – присвоено почетное звание Заслуженный деятель науки и техники.

1989 – награжден золотым знаком «50 лет в КПСС» (вручен на ММПП «Салют»).

1992 – выход в свет книги «Основы количественной теории многоатомных жидкостей» и учебника «Молекулярная физика и введение в термодинамику».

1993 – выход в свет пособия «Физика электрических и магнитных явлений».

Скончался в Москве в 1994 году. Похоронен на Троекуровском кладбище.

С.С. Багдасарян – выдающийся ученый в области физики и химии жидкостей. Его фундаментальные исследования по созданию количественной теории многоатомных жидкостей на основе предложенной им двухструктурной модели послужили основой расчета вещества в жидкой фазе, на линии насыщения и в двухфазной области всех теплофизических величин: плотности, вязкости, координационного числа, теплоемкости, поверхностного натяжения, теплоты парообразования, теплопроводности, степени ассоциации жидкостей и скорости звука в них в широком температурном ин-

тервале вплоть до критической температуры, чрезвычайно важных для различных применений в химической, нефтяной, топливной, металлургической, пищевой и других отраслях промышленности.

С.С. Багдасарян был создателем нового направления в области физики жидкостей – количественной теории механизмов молекулярно-тепловых явлений. Он показал, что классификация жидкостей на нормальные и ассоциированные является условной, и если считать явление ассоциации склонностью молекул образовывать молекулярные группы, отличающиеся друг от друга размером и упаковочным коэффициентом, то все жидкости можно считать ассоциированными, отличающимися друг от друга степенью ассоциации. Им получено выражение статистического интеграла состояния для многоатомных жидкостей, позволяющее переходить к теории свободного объема, а также к статистической теории реальных газов. Исходя из нового модельного представления о структуре жидкостей, была получена система интегро-дифференциальных уравнений Н.Н. Боголюбова в фазовом пространстве конфигурации координат и импульсов. Для фазовых переходов первого рода были получены аналитические выражения, определяющие отклонение от дальнего порядка и переход к ближнему порядку, с одной стороны, и отклонение от ближнего порядка и переход к беспорядку – с другой. Был проанализирован закон соответственных состояний и рассмотрено его применение в исследовании молякулярно-тепловых явлений в жидкостях. Была получена формула критической плотности вещества.

Будучи исследователем в области адсорбции, С.С. Багдасарян создал теорию непрерывных процессов адсорбции газов: транспортируемых твердыми частицами (восходящий поток), в кипящем слое и на жидких растворах твердыми частицами. На основе разработанного им адсорбционного метода разделения газов в непрерывно действующих системах впервые в СССР были созданы адсорбционные промышленные установки и оптимизированы технологические процессы в нефтегазовой промышленности.

С.С. Багдасарян был создателем крупной научной школы, автором четырех книг и более 100 публикаций в периодических изданиях.

Сергей Самсонович с супругой Зинаидой Ивановной Беляевой воспитали троих детей: сына Александра (1946 г.р.) – главного научного сотрудника ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, д.т.н., профессора, лауреата Премии Правительства РФ в области науки и техники, Главного ученого секретаря, члена Президиума и действительного члена Академии инженерных наук им. А.М. Прохорова, академика Национальной академии наук Республики Армения; дочь Ирину (1947 г.р.) – главного специалиста радиоэлектронной промышленности и промышленности средств связи Госстандарта СССР и РФ; дочь Светлану (1954 г.р.) – к.х.н., с.н.с., воспитанницу школы нобелевского лауреата Н.Н. Семенова.

ПРАВИЛА НАБОРА СТАТЕЙ В НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ «ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ»

Оптимальный объём статьи – 0,5–0,7 а.л. (5–6 стр.)
Редактор – Word 2003

Размер бумаги:	*Параметры страницы*:			
А4 – 210×297 мм	Поля:	Верхнее	– 2,5 см	Нижнее – 3 см
		Левое	– 2 см	Правое – 2 см

УДК: ШРИФТ Times New Roman, № 11

НАЗВАНИЕ СТАТЬИ:
шрифт Times New Roman ПОЛУЖИРНЫЙ, № 11

Сквозную нумерацию заголовков, рисунков, формул и автоматическую ссылку на них **не применять.**
Заказать автоматический перенос слов.

Инициалы, фамилия автора, занимаемая должность, место работы, телефон или e-mail: шрифт № 11.

Аннотация: *шрифт № 10, курсив.*
Ключевые слова: *5–8 слов или словосочетаний.*

Шрифт для текста – Times New Roman, № 11, междустрочный интервал – 1, красная строка – 0,75 см; заполнение – по ширине; русские и греческие обозначения, цифры – прямой шрифт, латинские обозначения – *курсив*.

Рисунки предпочтительно создавать в Word, Visio для возможного их редактирования. Шрифт обозначений в рисунках – Times New Roman, № 9; цифры, русские и греческие надписи – прямой шрифт, латинские обозначения – *курсив*.
Каждый рисунок должен иметь краткое название, набранное 10-м шрифтом.

Формулы:
Табуляция: формула располагается по центру, номер формулы – по правому краю.
Редактор формул – Math Type 6.

Sizes (Размер)		**Написание символов**	
Full (обычный)	11 pt	латинские – *курсив*	русские, греческие – прямой шрифт
Subscript/Superscript (крупный индекс)	8 pt	векторы – со стрелкой наверху	матрицы – **прямой, полужирный**
Sub-Subscript/Superscript (мелкий индекс)	7 pt	**Примеры:** $\left\|\mathbf{W}_{\text{нас}}^{T}\mathbf{u}_i I\right\|$; $\vec{P}_{\text{п}} \le \gamma \dfrac{T_h\left(P_{E_{\text{доп}}} - P_{E_0}\right)}{\left(T_h - T_{\text{К}}\right)\left(P_{E_1} - P_{E_0}\right)}$	
Symbol	15,5 pt		
Sub-Symbol	13 pt		

Список литературы оформлять в соответствии с ГОСТ 7.80-2000 «Библиографическая запись. Заголовок. Общие требования и правила составления».

Пример:

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М. : Высшая школа, 2001. – 315 с.

Статья представляется в напечатанном (1 экз.) и электронном (.doc) виде с переводом на английский язык названия статьи, сведений об авторах, аннотации и ключевых слов, **Экспертным заключением** о возможности опубликования её в открытой печати и **Рецензией** (рецензент должен иметь учёную степень).

Сведения об авторах: ФИО (полностью), учёная степень, занимаемая должность, место работы, контактные телефоны, e-mail.

Плата с аспирантов за публикацию статей не взимается.

Адрес редакции:

394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, 14
ОАО «Концерн «Созвездие», редакция журнала
«Теория и техника радиосвязи»
Тел. (473) 259-37-05
Факс: (473) 235-50-88 (для редакции)
e-mail: office@sozvezdie.su