# ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 3/2018

Воронеж 2018

**Главный редактор**
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

**РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:**

**Председатель**
докт. техн. наук, проф., чл.-кор. РАН
В.И. БОРИСОВ

**Зам. председателя**
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

докт. физ.-мат. наук, проф.
Э.К. АЛГАЗИНОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик НАН РА
А.С. БАГДАСАРЯН (г. Москва)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
А.С. БУГАЕВ (г. Москва)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, с.н.с.
И.И. МАЛЫШЕВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф.
Ю.Б. НЕЧАЕВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.Н. ПОВЕТКО (г. Воронеж)
докт. техн. наук, доцент
А.Ю. САВИНКОВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
А.С. СИГОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Н.М. ТИХОМИРОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.Н. ТОЛСТЫХ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.А. ЦИМБАЛ (г. Серпухов)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издаётся с 1966 года.

Выходит 4 раза в год.

В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов АО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки методов совмещения телекоммуникационных, измерительных и управляющих систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 05.12.00 «Радиотехника и связь» и смежным специальностям группы 05.13.00 «Информатика, вычислительная техника и управление».

Журнал входит в Перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ
для опубликования основных результатов диссертаций
на соискание учёной степени доктора и кандидата наук.

**Учредитель и издатель:**

**АО «Концерн «Созвездие»**

Издание зарегистрировано
в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-36740 от 1 июля 2009 г.

Подписной индекс
в Объединенном каталоге «Пресса России»
№ 72972

Сайт в Интернете:
www.sozvezdie.su

Набор и верстка компьютерные
Формат 60×88 ⅛. Уч.-изд. л. 11,7
Тираж 200 экз. Заказ № 225
Подписано в печать 24 августа 2018 г.

© АО «Концерн «Созвездие», 2018

**СОДЕРЖАНИЕ**

***№ 3, 2018***

## ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАДИОСВЯЗИ

Анализ линейных параметрических радиоцепей методами теории дифференциальных уравнений
***Н.Д. Бирюк, А.Ю. Кривцов*** ……. 5

## ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

Оценка эффективности автоматизированной системы управления тактического звена в условиях ограниченной надежности ее технических компонентов
***М.В. Богатырев, И.В. Владимиров, А.В. Кононович, В.П. Пустовит*** ……..... 15

Способ повышения быстродействия подстройки коэффициентов в адаптивных цифровых фильтрах
***А.В. Велигоша, И.А. Калмыков, Е.П. Степанова*** …… 21

К вопросу об определении точек бифуркации в инфокоммуникационной системе в условиях информационного противоборства
***И.В. Дементьев, Д.Ю. Чаркин*** ……..….. 32

Многопозиционная радиолокационная система на основе стационарного передатчика и сети вынесенных в сторону цели мобильных приемников на беспилотных летательных аппаратах
***В.В. Кирюшкин, Н.С. Волков, А.В. Супрунов*** …….. 37

Автоматическое установление соединения в системах связи декаметрового диапазона с динамической нагрузкой
***Д.А. Ковальков, А.А. Крикунов, Е.А. Гаврилин, А.Б. Муравник*** …… 46

Определение линий переключения регулятора, формирующего широкополосный ФМн сигнал в узкополосной нагрузке
***Н.М. Назаров*** …… 54

Временные характеристики высокодобротного последовательного контура
***Н.М. Назаров, Р.В. Каланчин*** …….. 61

Обоснование требований к числу частотных каналов систем радиосвязи с ППРЧ
***В.Е. Прохоров*** ……. 66

Оценка скорости передачи данных от дальности связи в неоднородном канале.
Ч. 1. Оценка ослабления сигнала
***В.Е. Прохоров, С.Ю. Алехин, Е.В. Григорьев,***
***А.Е. Лимарев, И.И. Малышев*** …….…….. 78

Оценка скорости передачи данных от дальности связи в неоднородном канале.
Ч. 2. Оценка скорости передачи
***В.Е. Прохоров, С.Ю. Алехин, Е.В. Григорьев,***
***А.Е. Лимарев, И.И. Малышев*** ..... 87

Генерация кода Голда сдвиговыми регистрами
***А.С. Щеголеватых*** …….....…..... 93

## РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА РАДИОСВЯЗИ

Влияние различных по составу и количеству слоев электродных структур на характеристики ПАВ-фильтров
***А.С. Багдасарян, Т.В. Синицына, А.Т. Гарифулина,***
***А.С. Груздев, С.С. Дорофеева*** …….. 101

## РАЗНОЕ

Расчет и построение массива элементов энергетической характеристики для определения параметров движения при решении задач сжатия видеопоследовательностей
***А.В. Пономарев, Д.С. Юдаков, Е.А. Богословский*** …….. 110

Моделирование деградации диагностического параметра радиоэлектронного оборудования
***В.А. Цуприян*** …….. 116

УДК 621.3.015.4

# АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ РАДИОЦЕПЕЙ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

© Авторы, 2018

**Н.Д. Бирюк**, д.ф.-м.н., профессор, Воронежский государственный университет, e-mail: lidia@vmail.ru
**А.Ю. Кривцов**, старший инженер, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: bobr5me@rambler.ru

*Предпринята попытка анализа параметрической цепи любой сложности с использованием достижений математики.*

***Ключевые слова:*** *параметрическая цепь, дифференциальное уравнение, метод итераций, переходная матрица.*

# ANALYSIS OF LINEAR PARAMETRIC RADIO CIRCUITS USING METHODS OF THEORY OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

© Authors, 2018

**N.D. Biryuk**, D.Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Voronezh State University, e-mail: lidia@vmail.ru
**A.Yu. Krivtsov**, Senior Engineer, JSC Concern «Sozvezdie», e-mail: bobr5me@rambler.ru

*An attempt of analysis of parametric circuit of any degree of complexity with the use of achievements of mathematics has been undertaken.*

***Key words:*** *parametric circuit, differential equation, method of iterations, transition matrix.*

Во многих публикациях обсуждается значение теоретического анализа нелинейных радиоцепей, который является фрагментарным и не удовлетворяет запросам практики. В таких случаях часто рассматривают нелинейную систему в линейном приближении. Тогда нелинейные дифференциальные уравнения заменяют подходящими для конкретных случаев линейными дифференциальными уравнениями. При этом возможны два случая:

1) линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами;

2) линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами.

Случай 1 достаточно полно разработан, случай 2 несравнимо менее исследован. Причиной этого является громоздкость математических преобразований, а также сложность физической интерпретации результатов.

Кроме того, линейные параметрические системы связаны с нелинейными через *принцип линейного включения* [1]. Он утверждает, что любое решение произвольного нелинейного уравнения можно в точности реализовать в специально подобранном линейном уравнении. Этот принцип в радиоэлектронике не применяется, из чего следует важность анализа параметрических радиоцепей в общем случае. Теория линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами изложена во многих математических руководствах. Однако оказывается, что применить ее к физическим объектам непросто. Нужно ее преобразовать так, чтобы она была удобна для практики и была выражена в удобных для физических объектов понятиях. В настоящей работе за основу взяты материалы математических монографий [2–4]. Монография [2] весьма обстоятельна, здесь содержится много сведений для абстрактно-математического анализа. Но применить их напрямую к физико-математическому анализу параметрических радиоцепей затруднительно. Монография [3] примерно того же плана, но нацелена на практический анализ в области теории автоматического управления. Монография [4] посвящена теории устойчивости нелинейных систем, но помимо этого здесь подробно рассмотрен общий подход к анализу линейных систем с переменными параметрами. На основе содержания этих монографий в настоящей статье разработан один из возможных вариантов анализа параметрических радиоцепей.

### *1. Математическая модель параметрической цепи общего вида*

При рассмотрении процессов в линейных параметрических цепях применение законов Кирхгофа приводит к системе *n* линейных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. В компактном векторном виде представление системы следующее:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{f}(t), \qquad (1)$$

где $\mathbf{A}(t) = \left\{a_{i,j}(t)\right\}$, $i, j = 1,2,...,n$ – матрица системы порядка *n*x*n*;

$\mathbf{f}(t) = colon\left\{f_1(t), f_2(t),..., f_n(n)\right\}$ – свободный вектор-столбец;

$\mathbf{x} = colon\left\{x_1, x_2,..., x_n\right\}$ – неизвестный вектор-столбец.

Эту дифференциальную систему принято называть векторным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка. При его решении приходится рассматривать соответствующее векторное однородное дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{dt}\mathbf{y} = \mathbf{A}(t)\mathbf{y}. \qquad (2)$$

Решение уравнения (1) при заданных начальных условиях можно представить в виде

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{y}_0 + \int_{t_0}^{t} \Phi(t, z)\mathbf{f}(z)dz, \qquad (3)$$

где $\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}(t_0)$ – начальное условие в виде постоянного вектор-столбца *n*-го порядка; *z* – текущая переменная интегрирования, имеющая размерность времени (она носит формальный характер, при взятии интеграла и подстановке пределов интегрирования она исчезает); $\Phi(t, z)$ – переходная матрица (transition matrix [3]) или фундаментальная матрица (матрицант). Для краткости будем применять понятие «матрицант», тем более что оно применяется и в отечественной литературе, например в [2]. Это – матрица-функция двух переменных порядка *n*x*n*, которая вырождается в единичную матрицу при *t*=*z*.

Первое слагаемое в (3) названо дополнительным решением (complementary solution [3]) и представляет собой решение уравнения (2) при начальных условиях $\mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0$. Второе слагаемое – невозмущенное решение (quiescent solution [3]), т.е. решение уравнения (3) при $\mathbf{y}_0 = 0$. Из этого уравнения следует, что ключевой проблемой отыскания решения $\mathbf{x}(t)$ является вычисление матрицанта $\Phi(t, t_0)$. К сожалению, этот матрицант может быть найден только приближенно. Для его отыскания рассмотрим более подробно векторное уравнение (2). Оказывается, что полную характеристику уравнения (2) дает *n* линейно независимых решений. Для каждого решения задается свое начальное значение, решения должны быть упорядочены:

$$\mathbf{y}_1(t) = colon\left[y_{11}(t), y_{21}(t),..., y_{n1}(t)\right],$$

$$\mathbf{y}_2(t) = colon\left[y_{12}(t), y_{22}(t),..., y_{n2}(t)\right],...,$$

$$\mathbf{y}_n(t) = colon\left[y_{1n}(t), y_{2n}(t),..., y_{nn}(t)\right].$$

Здесь второй индекс означает номер решения, а первый – номер координаты в этом решении. Если эти решения расположить рядом, то получим матрицу Вронского, или фундаментальную матрицу решений

$$\mathbf{W}(t) = \left[\mathbf{y}_1\mathbf{y}_2...\mathbf{y}_n\right] = \begin{bmatrix} y_{11}(t) & y_{12}(t) & . & . & . & y_{1n}(t) \\ y_{21}(t) & y_{22}(t) & . & . & . & y_{2n}(t) \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ y_{n1}(t) & y_{n2}(t) & . & . & . & y_{nn}(t) \end{bmatrix}.$$

Матрица начальных значений $\mathbf{W}(t_0)$ должна быть неособой, тогда выбранные *n* решений будут линейно независимыми и матрица Вронского $\mathbf{W}(t)$ не будет равна нуль-матрице ни при каких значениях *t*. В заданном уравнении (2) существует бесконечное множество матриц Вронского. Для определенности условимся вы-

бирать начальные условия так, чтобы матрица начальных условий была единичной:

$$\mathbf{W}(t_0)=\mathbf{I}=\begin{pmatrix}1&0&.&.&.&0\\0&1&.&.&.&0\\.&.&.&.&.&.\\.&.&.&.&.&.\\.&.&.&.&.&.\\0&0&.&.&.&1\end{pmatrix}.$$

При такой договоренности матрица Вронского будет единственной, и ей присваивается название «матрицант векторного уравнения (2)».

Переходная матрица в (3) выражается через любую матрицу Вронского следующим образом:

$$\Phi(t,t_0)=\mathbf{W}(t)\mathbf{W}^{-1}(t_0). \qquad (4)$$

При $t=t_0$ она вырождается в единичную матрицу, т.е. является матрицантом векторного уравнения (1). Если в качестве матрицы Вронского выбрать матрицант уравнения (2), то $\mathbf{W}^{-1}(t_0)=\mathbf{I}$, и выражение (4) упростится:

$$\Phi(t,t_0)=\mathbf{W}(t). \qquad (5)$$

Тогда и выражение (3) примет более простой вид:

$$\mathbf{x}(t)=\mathbf{W}(t)\mathbf{y}_0+\int_{t_0}^{t}\Phi(t,z)\mathbf{f}(z)dz. \qquad (6)$$

О решении (3), (6) изначально известно то, что оно не выражается в элементарных функциях, поэтому приходится задавать его в виде суммы бесконечного ряда со всеми вытекающими сложностями. Главной проблемой построения решения является отыскание матрицы Вронского и связанной с ней переходной матрицы. Для этого разработана удобная для применения, но все же громоздкая методика [2, 3]. Громоздкость обусловлена сложностью поставленной задачи. Рассмотрим эту методику применительно к задачам радиоэлектроники.

Векторное уравнение (2) равнозначно векторному интегральному уравнению

$$\mathbf{y}(t)=\mathbf{y}_0+\int_{t_0}^{t}\mathbf{A}(z)\mathbf{y}(z)dz. \qquad (7)$$

Это решение можно найти приближенно, если применить вполне определенную процедуру итераций, в результате которой находится ряд вектор-столбцов

$$\mathbf{y}_0(t),\mathbf{y}_1(t),...,\mathbf{y}_n(t),... \qquad (8)$$

Если все элементы матрицы $\mathbf{A}(t)$ непрерывны во времени, то доказано, что

$$\lim_{n\to 0}\mathbf{y}_n(t)=\mathbf{y}(t), \qquad (9)$$

т.е. чем больше индекс членов ряда (8), тем ближе соответствующий вектор к решению уравнения (7). Процесс итерации заключается в следующем: $\mathbf{y}_0(t)=\mathbf{y}_0$ – начальное условие,

$$\mathbf{y}_0(t)=\mathbf{y}_0+\int_{t_0}^{t}\mathbf{A}(z)\mathbf{y}_0(z)dz,$$

……

$$\mathbf{y}_n(t)=\mathbf{y}_0+\int_{t_0}^{t}\mathbf{A}(z)\mathbf{y}_{n-1}(z)dz,$$

…… (10)

Для упорядочения процесса итераций и упрощения громоздких доказательств оказалось целесообразным ввести интегральный оператор $\mathbf{\Gamma}$ по равенству

$$\mathbf{\Gamma}(t)\equiv\int_{t_0}^{t}\mathbf{A}(z)\mathbf{y}(z)dz. \qquad (11)$$

Тогда ряд вектор-функций (8) можно представить через этот оператор: $\mathbf{y}_0(t)=\mathbf{\Gamma}^0\mathbf{y}_0=\mathbf{y}_0$, где $\mathbf{\Gamma}^0=\mathbf{I}$ – оператор тождества,

$$\mathbf{y}_1(t)=\mathbf{\Gamma}^1\mathbf{y}_0=\mathbf{y}_0+\int_{t_0}^{t}\mathbf{A}(z)\mathbf{y}_0dz=\left(\mathbf{I}+\mathbf{\Gamma}^1\right)\mathbf{y}_0,$$

$$\mathbf{y}_2(t)=\mathbf{\Gamma}^2\mathbf{y}_0=\mathbf{y}_0+\mathbf{\Gamma}\mathbf{y}_1=$$

$$=\mathbf{y}_0+\mathbf{\Gamma}^1\left(\mathbf{I}+\mathbf{\Gamma}^1\right)\mathbf{y}_0=\left(\mathbf{I}+\mathbf{\Gamma}^1+\mathbf{\Gamma}^2\right)\mathbf{y}_0,$$

……

$$\mathbf{y}_n(t)=\mathbf{y}_0+\mathbf{\Gamma}\mathbf{y}_{n-1}=\left(\mathbf{I}+\mathbf{\Gamma}^1+\mathbf{\Gamma}^2+...+\mathbf{\Gamma}^n\right)\mathbf{y}_0,$$

…… (12)

Поскольку сходимость ряда (8) доказана [3], то точное выражение решения (2) можно представить в виде

$$\mathbf{y}(t)=\sum_{i=0}^{\infty}\mathbf{\Gamma}^i\mathbf{y}_0. \qquad (13)$$

Это – формула для одного конкретного решения векторного уравнения (2). Доказано, что фундаментальная система решений также удовлетворяет векторному уравнению (8):

$$\frac{d}{dt}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{Y}(t), \qquad (14)$$

где $\mathbf{Y}$ – фундаментальная система векторного уравнения (2). Следовательно, формула (13) справедлива и для матрицы Вронского:

$$\mathbf{Y}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{\Gamma}^i \mathbf{Y}_0, \qquad (15)$$

где $\mathbf{Y}_0$ – начальное значение вронскиана. Для матриканта $\mathbf{Y}_0 = \mathbf{I}$, поэтому

$$\mathbf{Y}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{\Gamma}^i \mathbf{I} = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{\Gamma}^i. \qquad (16)$$

Если будет найден матрицант $\mathbf{W}(t) = \mathbf{Y}(t)$, то по нему можно построить переходную матрицу (4) – $\Phi(t, t_0) = \mathbf{W}(t)\mathbf{W}^{-1}(t_0)$ и по формуле (3) или ее упрощенному варианту (6) найти решение неоднородного векторного уравнения (1).

Из выражения (13) следует, что для построения точного решения нужно выполнить бесконечное множество математических действий, что невозможно. Приходится сумму бесконечного сходящегося ряда урезать, при этом приближенное решение получится тем точнее, чем больше членов ряда оставлено. Приведем развернутое выражение усеченного ряда (13), если оставлено *n* слагаемых:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{i=0}^{n} \mathbf{\Gamma}^i \mathbf{y}_0 =$$

$$= \mathbf{y}_0 \int_{t_0}^{t} \mathbf{A}(z_1)dz_1 \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{A}(z_2)dz_2 \ldots \int_{t_0}^{t_{n-1}} \mathbf{A}(z_n)dz_n. \qquad (17)$$

Справа расположен *n*-кратный интеграл, представленный в виде произведения *n* обычных интегралов. Интегрирование нужно начинать с последнего множителя, затем двигаться влево, вычисляя усложняющиеся интегралы.

### *2. Анализ последовательного параметрического контура*

Из параметрических радиоцепей наиболее широко применяется на практике параметрический колебательный контур. Это основной элемент высокочастотных параметрических усилителей. Для высококачественной связи ключевую роль играют малошумящие входные усилители. Оказывается [5], что среди малошумящих усилителей разных типов параметрические усилители по совокупности параметров являются лучшими. Существующий анализ параметрического контура основан на применении относительно хорошо изученного дифференциального уравнения Матье [6]. Однако это уравнение имеет частный характер, и его применение к контуру связано с налагаемыми на контур искусственными ограничениями.

Рассмотрим последовательный параметрический контур (см. рисунок), возмущаемый любой непрерывной электродвижущей силой $\varepsilon(t)$, в предположении, что его элементы изменяются во времени по любым непрерывным функциям, оставаясь положительными. Условие линейности заключается в том, что эти функции не зависят от тока.

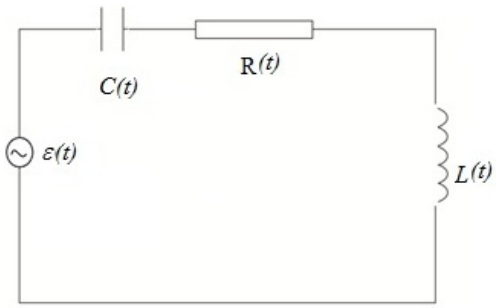



Схема последовательного параметрического контура

Согласно второму закону Кирхгофа

$$u_C + u_R + u_L = \varepsilon,\ u_C = \frac{1}{C}q,\ u_R = R_i = R\frac{dq}{dt},$$

$$u_L = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(L_i\right) = \frac{d}{dt}\left(L\frac{dq}{dt}\right) = \dot{L}\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2},$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R(t) + \dot{L}(t)}{L(t)}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{L(t)C(t)} = \frac{\varepsilon(t)}{L(t)},$$

$$\dot{L} = \frac{dL}{dt}. \qquad (18)$$

Это одна из математических моделей контура, которая вполне пригодна для анализа, но неудобна для обобщений. В общем случае законы Кирхгофа приводят к системе дифференциальных уравнений первого порядка, которые сложно привести к одному дифференциальному уравнению высокого порядка. Уравнение (1)

неоднозначно можно преобразовать к различным системам двух дифференциальных уравнений первого порядка. Выбираем преобразование, наиболее соответствующее физическому смыслу. Контур – электромагнитная система; внутри конденсатора существует электрическое поле, а внутри катушки индуктивности – магнитное поле, и во времени одно преобразуется в другое. В качестве определяющих функций естественно выбрать одну электрическую – заряд конденсатора $q(t)$, другую магнитную – потокосцепление индуктивности $\Phi = L_i = L\dfrac{dq}{dt}$. Тогда вместо (1) получим систему

$$\begin{cases} \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{1}{L}\Phi, \\ \dfrac{d\Phi}{dt} \simeq -\dfrac{1}{C}q - \dfrac{R}{L}\Phi + \varepsilon. \end{cases} \qquad (19)$$

Эта система неудобна для практического анализа, так как ее коэффициенты имеют разные размерности и сильно отличаются по величине. Например, в системе СИ $C \simeq 10^{-10}$ Ф, $L \simeq 10^{-3}$ Гн, $R \simeq 10$ Ом. Поэтому систему (2) желательно нормировать. С этой целью введем масштабные делители: времени $t_M$, заряда $q_M$ и магнитного потока $\Phi_M$, затем перейдем к безразмерным функциям $\tau = \dfrac{t}{t_M}$, $x_1 = \dfrac{q}{q_M}$, $x_2 = \dfrac{\Phi}{\Phi_M}$. В этих переменных система (2) примет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = t_M \dfrac{r}{L} x_2, \\ \dfrac{dx_1}{d\tau} = -t_M \dfrac{1}{rC} x_1 - t_M \dfrac{R}{L} x_2 + \dfrac{t_M}{\Phi_M}\varepsilon. \end{cases} \qquad (20)$$

Здесь $r = \dfrac{\Phi_M}{q_M}$ – нормирующее сопротивление.

Эту систему можно представить в компактном векторном виде

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x} = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{x} + \mathbf{f}(\tau), \qquad (21)$$

где $\mathbf{A}(\tau) = \{a_{ij}\}$ – матрица системы: $a_{11} = 0$, $a_{12} = \dfrac{t_M r}{L}$, $a_{21} = -\dfrac{t_M}{rC}$, $a_{22} = -\dfrac{t_M R}{L}$; $\mathbf{f}(\tau) = colon(f_1, f_2)$ – свободный вектор-столбец: $f_1 = 0$, $f_2 = \dfrac{t_M}{\Phi_M}\varepsilon$; $\mathbf{x} = colon(x_1, x_2)$ – искомый вектор-столбец. Масштабные числа $t_M, \Phi_M, r$ можно выбирать произвольно, за счет чего в частных задачах дифференциальную систему (20) можно приводить к удобному виду.

Таким образом, получена дифференциальная система с векторами второго порядка и матрицей порядка 2x2. К ней можно применить изложенный выше анализ. Соответствующее однородное уравнение имеет вид

$$\frac{d}{d\tau}\mathbf{y} = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{y}. \qquad (22)$$

Вопрос заключается в том, чтобы найти матрицу Вронского, а еще лучше – матрицант этого уравнения. Процедура такого нахождения отличается большой громоздкостью, поэтому нужно принять меры для представления матрицы $\mathbf{A}(\tau)$ в удобной форме. Развернутый ее вид следующий:

$$\mathbf{A}(\tau) = \begin{pmatrix} 0 & t_M \dfrac{r}{L} \\ -t_M \dfrac{1}{rC} & -t_M \dfrac{R}{L} \end{pmatrix}. \qquad (23)$$

В радиоэлектронике обычно применяются такие параметрические контуры, в которых изменяющиеся во времени параметры имеют средние значения. Это могут быть периодические функции, почти периодические функции, рекуррентные функции. В таком случае параметры контура можно представить в виде

$$L(\tau) = L_{\text{ср}}\left[1 + l(\tau)\right],$$

$$C(\tau) = C_{\text{ср}}\left[1 + c(\tau)\right], \quad R(\tau) = R_{\text{ср}}\left[1 + r(\tau)\right],$$

где $l(\tau)$, $c(\tau)$, $r(\tau)$ – безразмерные непрерывные функции, среднее значение которых равно нулю. Тогда матрица примет вид

$$\mathbf{A}(\tau) = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{rt_M}{L_{\text{ср}}\left[1 + l(\tau)\right]} \\ -\dfrac{t_M}{rC_{\text{ср}}\left[1 + c(\tau)\right]} & -\dfrac{R_{\text{ср}}\left[1 + r(\tau)\right]t_M}{L_{\text{ср}}\left[1 + l(\tau)\right]} \end{pmatrix}.$$

Поставим в соответствие параметрическому контуру обычный контур с элементами $C_{\text{ср}}, L_{\text{ср}}, R_{\text{ср}}$. По-разному выбирая $t_M$ и $r$, мож-

но матрицу привести к более простому виду. Приведем несколько примеров.

Нормирующие параметры $t_M, r$ выбираем из условия $\frac{rt_M}{L_{\text{ср}}}=1, \frac{t_M}{rC_{\text{ср}}}=1 \to t_M=\sqrt{L_{\text{ср}}C_{\text{ср}}}=$ $=\frac{1}{\omega_0}$, $r=\sqrt{\frac{L_{\text{ср}}}{C_{\text{ср}}}}=\rho$, где $\omega_0, \rho$ – собственная частота и характеристическое сопротивление выбранного обычного контура. В данном случае $\frac{t_M R_{\text{ср}}}{L_{\text{ср}}}=\frac{R_{\text{ср}}}{\omega_0 L_{\text{ср}}}=\frac{1}{Q}$, $Q$ – добротность обычного контура.

В таком случае матрица примет вид

$$\mathbf{A}(\tau)=\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{1+l(\tau)} \\ -\frac{1}{1+c(\tau)} & -\frac{1}{Q}\frac{1+r(\tau)}{1+l(\tau)} \end{pmatrix}.$$

Можно выбрать $t_M$ из условия $\frac{t_M R_{\text{ср}}-1}{L_{\text{ср}}} \to t_M=\frac{L_{\text{ср}}}{R_{\text{ср}}}$.

Тогда

$$\mathbf{A}(\tau)=\begin{pmatrix} 0 & \frac{r/R_{\text{ср}}}{1+l(\tau)} \\ -\frac{\rho^2}{rR_{\text{ср}}\left[1+c(\tau)\right]} & \frac{1+r(\tau)}{1+l(\tau)} \end{pmatrix}.$$

Теперь $r$ можно выбрать по-разному. Приведем два варианта:

1) $r=\rho$, $\mathbf{A}(\tau)=\begin{pmatrix} 0 & \frac{Q}{1+l(\tau)} \\ -\frac{Q}{1+c(\tau)} & \frac{1+r(\tau)}{1+l(\tau)} \end{pmatrix}$;

2) $r=R_{\text{ср}}$, $\mathbf{A}(\tau)=\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{1+l(\tau)} \\ -\frac{Q^2}{1+c(\tau)} & \frac{1+r(\tau)}{1+l(\tau)} \end{pmatrix}$.

Здесь показано несколько примеров, не исчерпывающих всех возможностей приведения матрицы к удобному виду. Ряд вариантов можно получить, если усреднять не функции изменения параметров контура, а функции изменения элементов матрицы $\mathbf{A}(\tau)$ в (23).

Приведем взятый из практики характерный пример. В параметрических усилителях применяется контур с периодически изменяющейся во времени емкостью. Аналитическую формулу изменяющейся емкости из физических соображений получить затруднительно. Поэтому ее принято аппроксимировать либо формулой

$$C(t)=C_0\left(1+m\cos\Omega t\right), \qquad (24)$$

либо формулой

$$C(t)=\frac{C_0}{1+m\cos\Omega t}. \qquad (25)$$

В первом случае среднее изменение емкости равно $C_0$, во втором –

$$C_{\text{ср}}=\frac{2}{\pi}C_0\left(arctg\sqrt{\frac{1+m}{1-m}}+arctg\sqrt{\frac{1-m}{1+m}}\right).$$

Если $m \ll 1$, то оба арктангенса приближенно равны $\frac{\pi}{4}$; тогда $C_{\text{ср}} \cong C_0$, как и в первом случае.

### *3. Численный пример*

Рассмотрим последовательный контур с периодической емкостью

$$C(t)=C_0\left(1+m\cos\Omega t\right).$$

Соответствующий ему обычный контур имеет постоянную емкость $C_0$. Задаемся параметрами обычного контура: $f_0 = 5\cdot10^6$ Гц $\to \omega_0 = \pi\cdot10^6$ с$^{-1}$, $Q=100$, $C_0=10^{-10}$ Ф. Остальные параметры вычисляются:

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC_0}} \to L=\frac{1}{\omega_0^2 C_0}\cong 10^{-3}\left(\text{Гн}\right),$$

$$\rho=\sqrt{\frac{L}{C_0}}\cong 3{,}2\cdot10^3\left(\text{Ом}\right),\ Q=\frac{\rho}{R}\to R=32\left(\text{Ом}\right).$$

Для параметрического усилителя наилучшее соотношение частот $\Omega=2\omega_0=2\pi\cdot10^6\left(\text{с}^{-1}\right)$.

Дифференциальная система (20) с учетом этих численных значений примет вид

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{d\tau}=t_M r\cdot10^3 x_2, \\ \frac{dx_2}{d\tau}=-\frac{t_M}{r}\cdot10^{10}\left(1+m\cos\Omega t_M\tau\right)x_1-t_M\,3{,}2\cdot10^4 x_2, \end{cases}$$

где $t_M, r$ – произвольные именованные параметры. Выбираем их так:

$$t_M = \frac{1}{\Omega} = \frac{5}{\pi}\cdot 10^{-7}\,(\text{с}),\ \ r = \rho = 3{,}2\cdot 10^{3}\,(\text{Ом}).$$

Тогда дифференциальная система конкретизируется:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = \dfrac{1{,}6}{\pi}x_2, \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = -0{,}5\cdot(1+m\cos\tau)x_1 - \dfrac{16}{\pi}\cdot 10^{-3}x_2. \end{cases} \qquad (26)$$

Матрица этой системы

$$\mathbf{A}(\tau) = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{1{,}6}{\pi} \\ -0{,}5(1+m\cos\tau) & -\dfrac{1{,}6}{\pi}\cdot 10^{-3} \end{pmatrix}.$$

Для анализа введем переобозначения $a = \dfrac{1{,}6}{\pi},\ b = 0{,}5,\ c = \dfrac{1{,}6}{\pi}\cdot 10^{-3}.$

Тогда матрица примет вид

$$\mathbf{A}(\tau) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -b(1+m\cos\tau) & -c \end{pmatrix}.$$

Для уточнения выбранного метода анализа сначала рассмотрим случай *m*=0, т. е. перейдем к обычному контуру, матрица которого

$$\mathbf{A}(\tau) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -b & -c \end{pmatrix},$$

а дифференциальная система (26) примет вид

$$\frac{d}{d\tau}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -b & -c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}. \qquad (27)$$

Нужно найти два линейно независимых решения

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{pmatrix},\ \ \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{22} \end{pmatrix},$$

из которых составляется матрица Вронского

$$\mathbf{X}(\tau) = \left[\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\right] = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}.$$

Выбираем начальное значение аргумента $\tau = \tau_0$, затем начальные значения матрицы Вронского:

$$\mathbf{X}(\tau_0) = \begin{pmatrix} x_{11}(\tau_0) & x_{12}(\tau_0) \\ x_{21}(\tau_0) & x_{22}(\tau_0) \end{pmatrix}.$$

Начальные значения нужно выбирать так, чтобы постоянная матрица $\mathbf{X}(\tau_0)$ была неособой.

Выбираем начальные условия в виде единичной матрицы

$$\mathbf{X}(\tau_0) = \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Получим особую матрицу Вронского, являющуюся матрицантом. Теперь имеется все необходимое для построения переходной матрицы дифференциальной системы (27). Основная формула – $\Phi(\tau,\tau_0) = \sum_{i=0}^{\infty}\mathbf{\Gamma}^i$:

$$\mathbf{\Gamma}^0 = \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{\Gamma}^1 = \int_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}^0 d\tau = \mathbf{A}(\tau-\tau_0),$$

$$\mathbf{\Gamma}^2 = \int_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}^1 d\tau = \mathbf{A}^2\frac{(\tau-\tau_0)^2}{2},$$

$$\mathbf{\Gamma}^i = \int_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}^{i-1} d\tau = \mathbf{A}^i\frac{(\tau-\tau_0)^i}{i!}.$$

Переходная матрица $\Phi(\tau,\tau_0) = \sum_{i=0}^{\infty}\mathbf{A}^i\dfrac{(\tau-\tau_0)^2}{i!} = \exp\left[\mathbf{A}(\tau-\tau_0)\right].$

Получилась матрица порядка 2x2 в виде матричной экспоненты.

Матричная экспонента разлагается в степенной ряд, как и обычная экспонента. Пусть $A$ – число, тогда

$$e^{A(\tau-\tau_0)} = 1 + \frac{1}{1!}A(\tau-\tau_0) + \frac{1}{2!}A^2(\tau-\tau_0)^2 + \ldots + \frac{1}{n!}A^n(\tau-\tau_0)^n + \ldots$$

Если $\mathbf{A}$ – матрица, то

$$e^{\mathbf{A}(\tau-\tau_0)} = \mathbf{I} + \frac{1}{1!}\mathbf{A}(\tau-\tau_0) + \frac{1}{2!}\mathbf{A}^2(\tau-\tau_0)^2 + \ldots + \frac{1}{n!}\mathbf{A}^n(\tau-\tau_0)^n + \ldots$$

Перейдем к рассмотрению параметрического контура с матрицей

$$\mathbf{A}(\tau)=\begin{pmatrix} 0 & a \\ -b(1+m\cos\tau) & c \end{pmatrix}.$$

Строим семейство интегральных операторов:

$$\mathbf{\Gamma}^0=\mathbf{I}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{\Gamma}^1=\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}(\tau)\mathbf{\Gamma}^0 d\tau=\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}(\tau)d\tau,$$

$$\mathbf{\Gamma}^2=\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}(\tau)\mathbf{\Gamma}^1 d\tau=\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}(\tau)\left[\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}(\tau_1)d\tau_1\right]d\tau,$$

$$\mathbf{\Gamma}^3=\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}(\tau)\mathbf{\Gamma}^2 d\tau=\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}(\tau)\left[\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\mathbf{A}(\tau_1)\left\{\int\limits_{\tau_0}^{\tau_1}\mathbf{A}(\tau_2)d\tau_2\right\}d\tau_1\right]d\tau,$$

$$\mathbf{\Gamma}^1=\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\begin{pmatrix} 0 & a \\ -b\left(1+m\cos\tau\right) & c \end{pmatrix}d\tau=\begin{pmatrix} 0 & a\tau \\ -b\left(1+m\sin\tau\right) & c\tau \end{pmatrix}\Bigg|_{\tau_0}^{\tau}=\begin{pmatrix} 0 & a(\tau-\tau_0) \\ -b\left(\tau-\tau_0+m(\sin\tau-\sin\tau_0)\right) & -c(\tau-\tau_0) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{\Gamma}^2=\int\limits_{\tau_0}^{\tau}\begin{pmatrix} 0 & a \\ -b\left(1+m\cos\tau\right) & c \end{pmatrix}\begin{bmatrix} 0 & a(\tau-\tau_0) \\ -b\left(\tau-\tau_0+m(\sin\tau-\sin\tau_0)\right) & -c(\tau-\tau_0) \end{bmatrix}d\tau.$$

После вычисления получим

$$\mathbf{\Gamma}^2=\begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{11}=ab\left\{\frac{\left(\tau-\tau_0\right)^2}{2}+m\left[\left(\tau-\tau_0\right)\sin\tau_0-\left(\cos\tau-\cos\tau_0\right)\right]\right\},$$

$$\gamma_{12}=-\frac{ac}{2}\left(\tau-\tau_0\right)^2,$$

$$\gamma_{21}=-bc\left\{\frac{\left(\tau-\tau_0\right)^2}{2}+m\left[\left(\tau-\tau_0\right)\sin\tau_0-\left(\cos\tau-\cos\tau_0\right)\right]\right\},$$

$$\gamma_{22}=-ac\left[\frac{\tau}{2}\left(\frac{\tau^2}{3}-\tau_0^2\right)+\frac{\tau_0^3}{3}\right].$$

Теперь можно приближенно найти выражение для переходной матрицы:

$$\Phi\left(\tau,\tau_0\right)=\left(\mathbf{I}+\mathbf{\Gamma}^1+\mathbf{\Gamma}^2+\ldots\right)=\begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{pmatrix},$$

$$\Phi_{11}=1+ab\left\{\frac{(\tau-\tau_0)^2}{2}+m\left[(\tau-\tau_0)\sin\tau_0-(\cos\tau-\cos\tau_0)\right]\right\}+...,$$

$$\Phi_{12}=a(\tau-\tau_0)-\frac{ac}{2}(\tau-\tau_0)^2+...,$$

$$\Phi_{21}=-b\left[\tau-\tau_0+m(\sin\tau-\sin\tau_0)\right]-bc\left\{\frac{(\tau-\tau_0)^2}{2}+m\left[(\tau-\tau_0)\sin\tau_0-(\cos\tau-\cos\tau_0)\right]\right\}+...,$$

$$\Phi_{22}=1-c(\tau-\tau_0)-ac\left[\frac{\tau}{2}\left(\frac{\tau^2}{3}-\tau_0^2\right)+\frac{\tau_0^3}{3}\right]+... .$$

Если подставить заданные численные значения, то получим

$$\Phi_{11}=1+\frac{0,8}{\pi}\left\{\frac{(\tau-\tau_0)^2}{2}+m\left[(\tau-\tau_0)\sin\tau_0+\cos\tau-\cos\tau_0\right]\right\}+...,$$

$$\Phi_{12}=\frac{1,6}{\pi}(\tau-\tau_0)-\frac{25,6}{\pi^2}\cdot10^{-3}(\tau-\tau_0)^2+...,$$

$$\Phi_{21}=-0,5\left[\tau-\tau_0+m(\sin\tau-\sin\tau_0)\right]-\frac{8}{\pi}\cdot10^{-3}\left\{\frac{(\tau-\tau_0)^2}{\pi}+m\left[(\tau-\tau_0)\sin\tau_0-(\cos\tau-\cos\tau_0)\right]\right\}+...,$$

$$\Phi_{22}=1-\frac{1,6}{\pi}\cdot10^{-3}(\tau-\tau_0)-\frac{25,6}{\pi^2}\cdot10^{-3}\left[\frac{\tau}{2}\left(\frac{\tau^2}{3}-\tau_0^2\right)-\frac{\tau_0^3}{3}\right]+... .$$

Коэффициент модуляции емкости удовлетворяет неравенству $m<1$, в параметрических усилителях выполняется более сильное неравенство $m\ll1$.

Получено приближенное выражение переходной матрицы $\Phi(\tau,\tau_0)$. Для повышения точности нужно по известным формулам найти $\mathbf{\Gamma}^3,\mathbf{\Gamma}^4,...$. При этом, естественно, громоздкость возрастает, но в случае необходимости они могут быть найдены по приведенному здесь алгоритму.

Если нужно найти свободные колебания контура, то можно положить $\tau_0=0$ и за счет этого уменьшить громоздкость выражений. В случае отыскания вынужденных колебаний нужно применять формулу (6), из которой следует, что $t_0$ нужно заменить на *z*, и далее вычислять интеграл по *z*; в таких случаях нельзя полагать $\tau_0=0$.

***Заключение***

Анализ параметрических радиоцепей связан с громоздкими преобразованиями. Известен единственный способ уменьшения громоздкости – это упорядочение. Здесь предложен упорядоченный метод итераций, заимствованный из математических монографий, но приспособленный для анализа параметрических радиоцепей. Основное достоинство метода – большая общность. В радиотехнической литературе обычно приводится анализ параметрического контура, основанный на уравнении Матье. Это уравнение носит частный характер, поэтому приходится налагать жесткие ограничения на изменения параметров контура, что не всегда согласуется с практикой. Предложенный здесь метод анализа свободен от таких ограничений и в принципе может быть применен для параметрических радиоцепей любой сложности. В монографии [7] приведены уравнения и их качественный анализ применительно к встречающимся на практике параметрическим цепям.

Хотя статья посвящена линейной системе – параметрическому контуру, полученные результаты можно применить через принцип линейного включения и к нелинейному контуру.

***Литература***

1. *Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В.* Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости. М.: Наука, 1966. 485 с.

2. *Якубович В.А., Старжинский В.М.* Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М.: Наука, 1972. 718 с.

3. *D'Angelo H.* Linear time-varying systems. Analysis and synthesis. Boston, 1970. 346 p.

4. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967. 472 с.

5. *Руденко В.М., Халятин Д.Е., Магнушевский В.Р.* Малошумящие входные цепи СВЧ приемных устройств. М.: Связь, 1971. 279 с.

6. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. Часть 1. М.: Сов. радио, 1967. 439 с.

7. *Бирюк Н.Д., Юргелас В.В.* Основы теории параметрических радиоцепей. Воронеж: Издательско-полиграфический центр ВГУ, 2012. 345 с.

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2018 года

УДК 519.8:623

# ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТАКТИЧЕСКОГО ЗВЕНА В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОЙ НАДЕЖНОСТИ ЕЕ ТЕХНИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТОВ

© Авторы, 2018

**М.В. Богатырев**, к.т.н., с.н.с., руководитель проекта, e-mail: 5913@sozvezdie.su
**И.В. Владимиров**, к.т.н., доцент, директор научно-технического центра, e-mail: viv@sozvezdie.su
**А.В. Кононович**, консультант, e-mail: 5913@sozvezdie.su
**В.П. Пустовит**, к.т.н., с.н.с., руководитель проекта, e-mail: 5913@sozvezdie.su
АО «Концерн «Созвездие»

*Предложен подход к оценке эффективности АСУ ТЗ, учитывающий конечную надежность ее технических компонентов и основанный на расчете вероятностно-временных характеристик циклов управления войсками и оружием тактических воинских формирований в зависимости от интенсивностей отказов и восстановления в трактах управления. Сформированы рекомендации по отказам, подлежащим первоочередному учету. Работоспособность предложенного подхода проиллюстрирована на примере оценки вероятностно-временных характеристик типового контура управления огневым поражением противника в ближнем бою.*

***Ключевые слова:*** *автоматизированная система управления, тактическое звено, контур управления, надежность, вероятностно-временные характеристики, сетевая стохастическая модель, интенсивность отказов, интенсивность восстановления.*

# ASSESSING EFFICIENCY OF AUTOMATED CONTROL SYSTEM OF TACTICAL LINK UNDER CONDITIONS OF LIMITED RELIABILITY OF ITS TECHNICAL COMPONENTS

© Authors, 2018

**M.V. Bogatyrev**, Ph.D. in Engineering Science, Senior Research Engineer, Project Manager, e-mail: 5913@sozvezdie.su
**I.V. Vladimirov**, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Director of Scientific and Technical Center, e-mail: viv@sozvezdie.su
**A.V. Kononovich**, Consultant**,** e-mail: 5913@sozvezdie.su
**V.P. Pustovit**, Ph.D. in Engineering Science, Senior Research Engineer, Project Manager, e-mail: 5913@sozvezdie.su
JSC Concern «Sozvezdie»

*An approach to assessing efficiency of automated control system of tactical link taking into account final reliability of its technical components and based on calculation of probabilistic time-response characteristics of cycles of command and control of troops and weapons of tactical military formations depending on the intensity of failures and recoveries in control paths has been proposed. The recommendations on failures subject to top-priority consideration have been formed. The performance capabilities of the proposed approach have been illustrated by an example of assessing probabilistic time-response characteristics of typical circuit of controlling fire damage of adversaries in close combat.*

***Key words:*** *automated control system, tactical link, control circuit, reliability, probabilistic time-response characteristic, network stochastic model, intensity of failures, intensity of recoveries.*

Вопрос об эффективности автоматизированной системы управления тактического звена (АСУ ТЗ) ставится практически на всех этапах ее жизненного цикла, начиная с этапа обоснования необходимости разработки и заканчивая этапами испытаний и принятия на снабжение (вооружение). Для оценки эффективности АСУ ТЗ используют достигаемые с ее применением вероятностно-временные характеристики (ВВХ) циклов управления войсками и оружием тактических воинских формирований (ТВФ) [1, 4].

Расчеты ВВХ циклов управления войсками и оружием, как правило, проводят при условии «абсолютной» надежности компонентов АСУ ТЗ. Вместе с тем, АСУ ТЗ является сложной организационно-технической системой, включающей сотни различных технических компонентов – средств автоматизации, связи и теле-

коммуникаций. При этом характеристики безотказности и ремонтопригодности технических компонентов АСУ ТЗ, такие как время наработки на отказ и время восстановления, существенно влияют на ВВХ циклов управления войсками и оружием ТВФ. Их игнорирование приводит к «оптимистическим» (завышенным) оценкам ВВХ, которые не всегда оправданы и не в полной мере соответствуют реальным условиям применения АСУ ТЗ.

*Цель статьи* состоит в разработке подхода к оценке ВВХ циклов управления войсками и оружием ТВФ, позволяющего учитывать при определении эффективности АСУ ТЗ конечную надежность ее технических компонентов.

Оценка ВВХ циклов управления войсками и оружием в ТВФ проводится применительно к отдельным контурам управления, которые формируются с применением АСУ ТЗ в ходе решения ТВФ боевых задач [1]. Например, такими контурами являются: контур планирования оборонительного (наступательного) боя; контур управления огневым поражением неплановой цели; контур управления огневым поражением противника в ближнем бою и т.п. В рамках контуров управления в интересах оценки эффективности АСУ ТЗ рассчитывают следующие ВВХ:

- среднее значение длительности цикла управления $t_{\text{ц}}$;

- среднеквадратическое отклонение длительности цикла управления $\sigma_{\text{ц}}$;

- вероятность реализации управления за заданное время $P(t_{\text{ц}})$.

Для расчета указанных ВВХ контуры управления войсками и оружием в ТВФ представляются в виде сетевых стохастических моделей [2, 3], вершины которых соответствуют задачам $\{i\}$, решаемым должностными лицами (ДЛ) в ходе управления, а дуги характеризуют время, затрачиваемое ДЛ на решение задач и на доведение (передачу) их результатов. При этом в силу стохастического характера время, затрачиваемое ДЛ на решение задач и на доведение (передачу) их результатов, задается в виде среднего значения $\{t_{ij}\}$ и среднеквадратического отклонения $\{\sigma_{ij}\}$.

Расчет среднего значения $t_{\text{ц}}$ и среднеквадратического отклонения $\sigma_{\text{ц}}$ длительности цикла управления войсками и оружием в ТВФ с использованием сетевых моделей сводится к определению «критического» пути на графе сетевой модели с последующим суммированием парциальных средних значений $\{t^*_{ij}\}$ и квадратов среднеквадратических отклонений $\{\sigma^*_{ij}\}$, лежащих на «критическом» пути [3, 4]:

$$t_{\text{ц}} = \sum t^*_{ij}, \qquad (1)$$

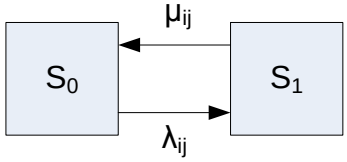
$$\sigma_{\text{ц}} = \sqrt{\sum \sigma^{*2}_{ij}}, \qquad (2)$$

где $t^*_{ij}$, $\sigma^*_{ij}$ – среднее значение и среднеквадратическое отклонение времени, затрачиваемого ДЛ на решение $i$-й задачи управления и на доведение (передачу) ее результатов взаимодействующему ДЛ для решения $j$-й задачи в пределах «критического» пути.

При этом с учетом нормализации плотности вероятностей длительности цикла управления вследствие суммирования в пределах «критического» пути парциальных значений времени вероятность реализации управления за заданное время $P(t_0)$ рассчитывается как

$$P(t_0) = \int_0^{t_o} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_{\text{ц}}} \cdot \exp\left(-\frac{(t-t_{\text{ц}})^2}{2\sigma^2_{\text{ц}}}\right) dt. \qquad (3)$$

Влияние надежности технических компонентов АСУ ТЗ на ВВХ циклов управления войсками и оружием в ТВФ проявляется в увеличении времени решения задач ДЛ и доведения их результатов, что является следствием отказов в тракте управления (цепочка «АРМ ДЛ–канал передачи–АРМ ДЛ»). Модель отказов трактов управления может быть представлена системой массового обслуживания, показанной на рис. 1.




$S_0$ – тракт работоспособен,
$S_1$ – тракт неработоспособен

Рис. 1. Модель отказов тракта управления

В случае простейшего (пуассоновского) потока отказов и восстановления в тракте управления средние значения $\{t_{ij}\}$ и среднеквадратиче-

ские отклонения $\{\sigma_{ij}\}$ времени решения задач ДЛ и доведения их результатов могут быть определены как

$$t_{ij} = t_{ij}^{0}\left(1+\lambda_{ij}/\mu_{ij}\right), \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{0}\left(1+\lambda_{ij}/\mu_{ij}\right), \quad (5)$$

где $t_{ij}^{0}$, $\sigma_{ij}^{0}$ – среднее значение и среднеквадратическое отклонение времени, затрачиваемого ДЛ на решение *i*-й задачи управления и доведение (передачу) ее результатов взаимодействующему ДЛ для решения *j*-й задачи управления, в случае отсутствия отказов в тракте управления;

$\lambda_{ij}$, $\mu_{ij}$ – интенсивности отказов и восстановления тракта управления, задействованного при решении ДЛ *i*-й задачи управления и доведении (передаче) ее результатов взаимодействующему ДЛ для решения *j*-й задачи управления.

В свою очередь, средние значения $\{t_{ij}^{0}\}$ и среднеквадратические отклонения $\{\sigma_{ij}^{0}\}$ времени решения ДЛ задач управления и доведения их результатов в случае отсутствия отказов в тракте управления могут быть рассчитаны как

$$t_{ij}^{0} = t_{i}^{з} + t_{ij}^{п}, \quad (6)$$

$$\sigma_{ij}^{0} = \sqrt{(\sigma_{i}^{з})^2 + (\sigma_{ij}^{п})^2}, \quad (7)$$

где $t_{i}^{з}$, $\sigma_{i}^{з}$ – среднее значение и среднеквадратическое отклонение времени, затрачиваемого ДЛ на решение $i$-й задачи, в случае отсутствия отказов в тракте управления;

$t_{ij}^{п}$, $\sigma_{ij}^{п}$ – среднее значение и среднеквадратическое отклонение времени, затрачиваемого ДЛ на доведение (передачу) результатов решения $i$-й задачи взаимодействующему ДЛ для решения $j$-й задачи, в случае отсутствия отказов в тракте управления.

Время, затрачиваемое ДЛ на доведение (передачу) результатов решения задач управления, будет определяться отношением объема передаваемых данных к пропускной способности канала передачи. В случае если объем передаваемых данных и пропускная способность канала передачи случайны и подчинены равномерному закону распределения, среднее значение и среднеквадратическое отклонение времени, затрачиваемого ДЛ на доведение (передачу) результатов решения задач управления, могут быть рассчитаны как

$$t_{ij}^{п} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\nu_{ij}^{max}+\nu_{ij}^{min}}{\rho_{ij}^{max}-\rho_{ij}^{min}}\cdot\ln\frac{\rho_{ij}^{max}}{\rho_{ij}^{min}}, \quad (8)$$

$$\sigma_{ij}^{п} = \sqrt{\frac{1}{3}\cdot\frac{(\nu_{ij}^{min})^2+\nu_{ij}^{min}\nu_{ij}^{max}+(\nu_{ij}^{max})^2}{\rho_{ij}^{min}\rho_{ij}^{max}}-(t_{ij}^{n})^2}, \quad (9)$$

где $\nu_{ij}^{max}, \nu_{ij}^{min}$ – верхняя и нижняя границы изменения объема данных, передаваемых от ДЛ при решении $i$-й задачи управления в адрес взаимодействующего ДЛ для решения $j$-й задачи управления;

$\rho_{ij}^{max}, \rho_{ij}^{min}$ – верхняя и нижняя границы изменения пропускной способности канала при передаче результатов решения ДЛ $i$-й задачи управления в адрес взаимодействующего ДЛ для решения $j$-й задачи управления.

Анализ (4)–(5) показывает, что увеличение средних значений $\{t_{ij}\}$ и среднеквадратических отклонений $\{\sigma_{ij}\}$ времени решения задач ДЛ и доведения их результатов в условиях ограниченной надежности АСУ ТЗ определяется отношением интенсивностей отказов и восстановления в трактах управления $\{\lambda_{ij}/\mu_{ij}\}$. По величине указанного отношения все отказы в трактах управления, исходя из реализуемых уровней технической и функциональной надежности, могут быть условно разделены на следующие группы:

- технические отказы, $\lambda_{ij}/\mu_{ij} \approx 10^{-5}...10^{-3}$;

- сбои программного обеспечения, $\lambda_{ij}/\mu_{ij} \approx 10^{-3}...10^{-2}$;

- отказы вследствие воздействия непреднамеренных радиопомех, $\lambda_{ij}/\mu_{ij} \approx 10^{-2}...10^{-1}$;

- отказы вследствие воздействия преднамеренных радиопомех, создаваемых средствами радиоэлектронного противодействия противника, $\lambda_{ij}/\mu_{ij} \approx 10^{-1}...10$ .

Последние две группы отказов (отказы вследствие воздействия непреднамеренных и преднамеренных радиопомех) характеризуются наибольшим значением отношения интенсивностей отказов и восстановления в трактах управления. При их возникновении возможно возрас-

тание до нескольких раз как парциальных значений времени, затрачиваемого ДЛ на решение задач управления и на доведение (передачу) их результатов в трактах управления, так и циклов управления войсками и оружием в ТВФ в целом. Следовательно, при оценке эффективности АСУ ТЗ именно отказы этих двух групп требуют первоочередного учета.

Работоспособность предложенного подхода может быть проиллюстрирована на примере оценки ВВХ типового контура управления огневым поражением противника в ближнем бою силами мотострелковой роты (*мср*) из состава мотострелкового полка (*мсп*). Характеристика сетевой стохастической модели, соответствующей данному контуру управления, приведена на рис. 2 и в табл. 1–2.

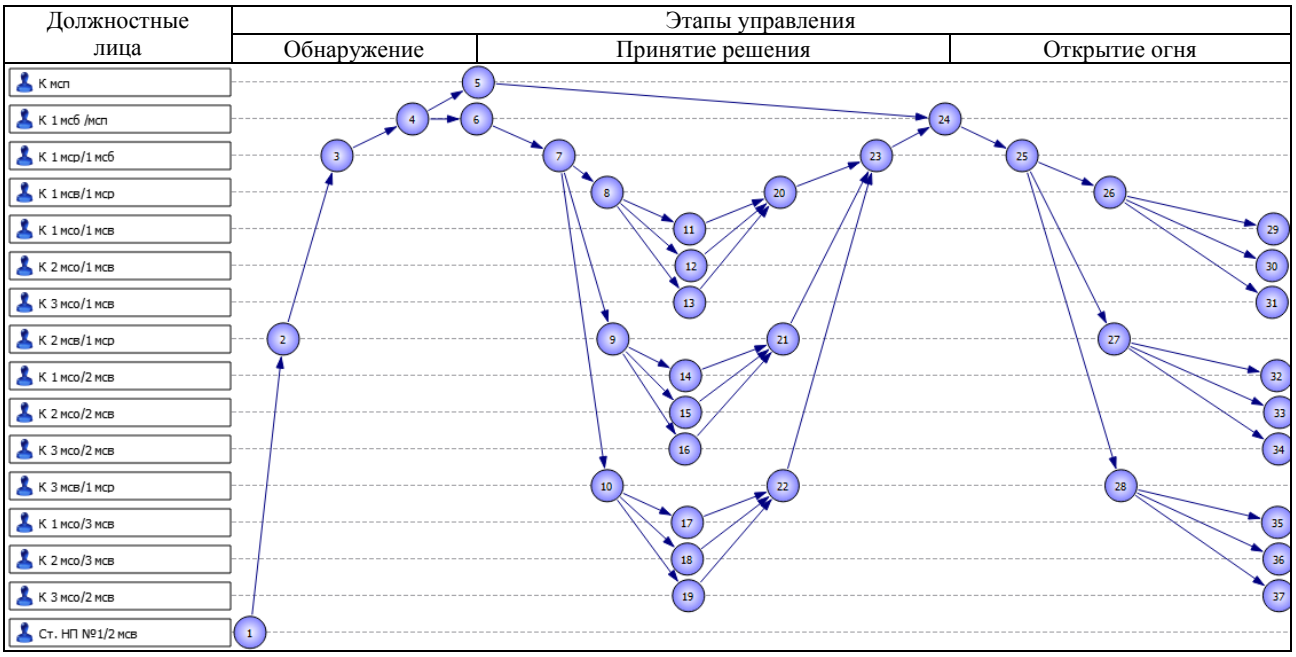



Рис. 2. Граф сетевой стохастической модели контура управления огневым поражением противника в ближнем бою силами *мср* из состава *мсп*

Таблица 1

Время решения ДЛ задач в контуре управления огневым поражением противника в ближнем бою силами *мср* из состава *мсп*

| Номер задачи | Наименование задачи | Время решения задачи, мин | |
|---|---|---|---|
| | | $t_i^3$ | $\sigma_i^3$ |
| 1 | Обнаружение противника | 0.10 | 0.01 |
| 2-3 | Оценка угроз. Доклад об обнаружении противника | 0.10 | 0.01 |
| 4 | Принятие решения на огневое поражение | 0.50 | 0.05 |
| 5 | Утверждение решения на огневое поражение | 0.10 | 0.01 |
| 6-10 | Постановка задачи на приведение огневых средств в готовность | 0.10 | 0.01 |
| 11-19 | Приведение огневых средств в готовность | 0.20 | 0.02 |
| 20-23 | Доклад о приведении огневых средств в готовность | 0.10 | 0.01 |
| 24-28 | Постановка задачи на огневое поражение | 0.20 | 0.02 |
| 29-37 | Открытие огня | 0.10 | 0.01 |

Таблица 2

Объем данных, передаваемых между ДЛ в контуре управления огневым поражением противника в ближнем бою силами *мср* из состава *мсп*

| Информационное направление | | Объем данных $\nu_{ij}$, кбайт |
|---|---|---|
| ДЛ – отправитель (номер задачи) | ДЛ – получатель (номер задачи) | |
| Ст. НП №1/2 мсв (1) | К 2 мсв/1 мср (2) | 41 |
| К 2 мсв/1 мср (2) | К 1 мср/1 мсб (3) | 41 |
| К 1 мср/1 мсб (3) | К 1 мсб /мсп (4) | 41 |
| К 1 мсб /мсп (4) | К мсп (5) | 48 |
| К мсп (5) | К 1 мсб /мсп (24) | 12 |
| К 1 мсб /мсп (6) | К 1 мср/1 мсб (7) | 41 |
| К 1 мср/1 мсб (7) | К 1-3 мсв/1 мср (8-10) | 24 |
| К 1 мсв/1 мср (8) | К 1-3 мсо/1 мсв (11-13) | 24 |
| К 2 мсв/1 мср (9) | К 1-3 мсо/2 мсв (14-16) | 24 |
| К 3 мсв/1 мср (10) | К 1-3 мсо/3 мсв (17-19) | 24 |
| К 1-3 мсо/1 мсв (11-13) | К 1 мсв/1 мср (20) | 5 |
| К 1-3 мсо/2 мсв (14-16) | К 2 мсв/1 мср (21) | 5 |
| К 1-3 мсо/3 мсв (17-19) | К 3 мсв/1 мср (22) | 5 |
| К 1-3 мсв/1 мср (20-22) | К 1 мср/1 мсб (23) | 5 |
| К 1 мср/1 мсб (23) | К 1 мсб /мсп (24) | 5 |
| К 1 мсб /мсп (24) | К 1 мср/1 мсб (25) | 41 |
| К 1 мср/1 мсб (25) | К 1-3 мсв/1 мср (26-28) | 41 |
| К 1 мсв/1 мср (26) | К 1-3 мсо/1 мсв (29-31) | 41 |
| К 2 мсв/1 мср (27) | К 1 мсо/2 мсв (32-34) | 41 |
| К 3 мсв/1 мср (28) | К 1-3 мсо/3 мсв (35-37) | 41 |

При проведении оценки были приняты следующие ограничения и допущения:

1. Тракты управления в составе контура идентичны по технической реализации и характеризуются одинаковыми интенсивностями потоков отказов и восстановления $\lambda_{ij}/\mu_{ij} \equiv \lambda/\mu$, а также одинаковой пропускной способностью каналов передачи ($\rho_{ij} \equiv \rho$).

2. Пропускная способность каналов передачи и объем передаваемых данных – детерминированы ($t_{ij}^n = \nu_{ij}/\rho$, $\sigma_{ij}^n = 0$).

Результаты оценки в виде зависимостей среднего значения $t_ц$ и среднеквадратического отклонения $\sigma_ц$ длительности цикла управления от отношения интенсивностей отказов и восстановления в трактах управления АСУ ТЗ приведены на рис. 3.

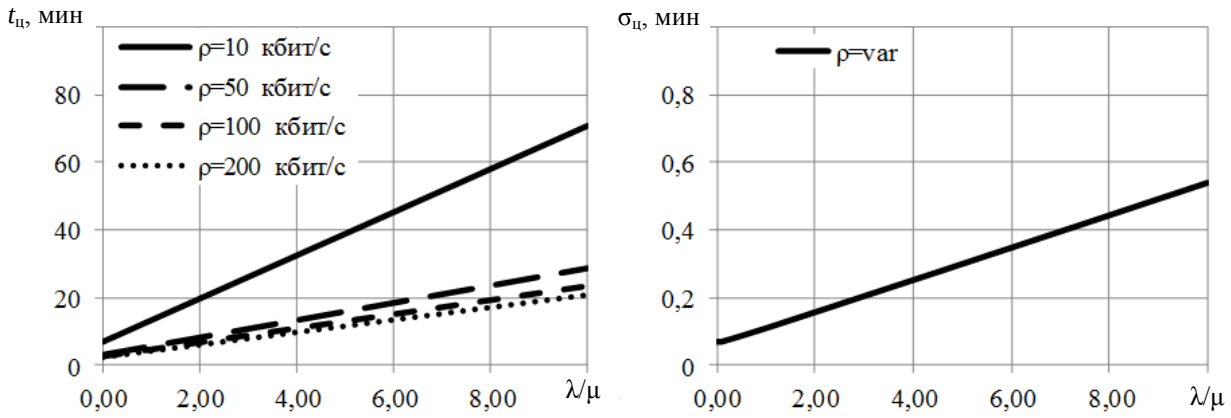



Рис. 3. Зависимость ВВХ цикла управления огневым поражением противника в ближнем бою от отношения интенсивностей $\lambda/\mu$ отказов и восстановления в трактах управления АСУ ТЗ

Полученные результаты подтверждают чувствительность ВВХ циклов управления к отказам в трактах управления, что обуславливает необходимость их учета при оценке эффективности АСУ ТЗ.

Таким образом, предложенный подход обеспечивает учет влияния на эффективность АСУ ТЗ конечной надежности ее технических компонентов за счет установления аналитической зависимости вероятностно-временных характеристик циклов управления войсками и оружием в ТВФ от отношения интенсивностей отказов и восстановления в трактах управления. Применение указанного подхода будет способствовать повышению достоверности оценки эффективности АСУ ТЗ, а также позволит выявлять критически важные отказы ее технических компонентов и разрабатывать меры по их предотвращению.

***Литература***

1. *Алтухов П.К. и др.* Основы теории управления войсками / Под ред. П.К. Алтухова. М.: Воениздат, 1984. 221с.

2. *Филлипс Д., Гарсиа-Диас А*. Методы анализа сетей: пер. с англ. М.: Мир, 1984. 496 с.

3. *Голенко-Гинзбург Д.И.* Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками: монография. Воронеж: Научная книга, 2010. 284 с.

4. ГОСТ 24.702-85. Единая система стандартов автоматизированных систем управления. Эффективность автоматизированных систем управления. Основные положения.

Статья поступила в редакцию 27 марта 2018 года

УДК 681.3

# СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ПОДСТРОЙКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ В АДАПТИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРАХ

© Авторы, 2018

**А.В. Велигоша**, к.т.н., доцент, Военная академия РВСН имени Петра Великого (филиал в г. Серпухове Московской области), e-mail: aveligosha@mail.ru
**И.А. Калмыков**, д.т.н., профессор, Институт информационных технологий и телекоммуникаций Северо-Кавказского федерального университета, e-mail: kia762@yandex.ru
**Е.П. Степанова**, аспирантка, Института информационных технологий и телекоммуникаций Северо-Кавказского федерального университета, e-mail: cherry-sweet@yandex.ru

*Проведено обоснование целесообразности применения в ЦФ модулярных кодов. При обработке данных большой разрядности увеличиваются аппаратурные затраты на реализацию ЦФ, функционирующих в СОК. Для снижения аппаратурных затрат предложено уменьшать диапазон представления данных за счет проведения операции масштабирования в вычислительных каналах модулярного ЦФ, что также обеспечивает уменьшение аппаратных затрат, требуемых для ЦФ СОК, за счет упрощения алгоритма обратного преобразования данных из СОК в позиционную систему счисления по сравнению с существующими методами.*

***Ключевые слова**: цифровой фильтр, ортогональные базисы, система остаточных классов, модулярные коды, система оснований, рабочие основания, контрольные основания, ранг числа, диапазон представления, выходной отсчет, способ, адаптивный цифровой фильтр.*

# METHOD OF INCREASING HIGH-SPEED RESPONSE OF TUNING COEFFICIENTS IN ADAPTIVE DIGITAL FILTERS

© Authors, 2018

**A.V. Veligosha**, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great (Branch in Serpukhov, Moscow region), e-mail: aveligosha@mail.ru
**I.A. Kalmykov**, D.Sc. in Engineering Science, Professor, Institute of Information Technologies and Telecommunications of North-Caucasus Federal University, e-mail: kia762@yandex.ru
**E.P. Stepanova**, Postgraduate Student, Institute of Information Technologies and Telecommunications of North-Caucasus Federal University, e-mail: cherry-sweet@yandex.ru

*A rationale for using modular codes in digital filters has been provided. The hardware costs for implementation of digital filters functioning in residue number systems (RNS) are increase in the course of processing data of big digit capacity. In order to reduce hardware costs, it was proposed to reduce data provision range due to scaling operation carried out in the computational channels of modular digital filter. It also ensures reduction of hardware costs required for digital filters of RNS due to simplifying of back data conversion algorithm from RNS to positional numbering system in comparison with the existing methods.*

***Key words:** digital filter, orthogonal bases, residual number system, modular codes, system of bases, working bases, control bases, number rank, range of representation, output count, method, adaptive digital filter.*

Адаптивные устройства – это неотъемлемые элементы оборудования современных радиотехнических систем и систем связи, характеристики которых в ряде случаев недостижимы без использования адаптивной обработки сигналов. При этом основой искусственного адаптивного устройства является адаптивный фильтр [1]. Адаптивный фильтр в процессе работы изменяет свои параметры, набор которых во многом зависят от критерия его работы. Как правило, в приложениях цифровой обработки сигналов (ЦОС) адаптивный фильтр содержит КИХ-фильтр, и процесс изменения параметров состоит в подборе значений вектора его коэффициентов таким образом, чтобы выходной сигнал адаптивного фильтра был «близок» к требуемому сигналу. Приближение выходного сигнала адаптивного фильтра к требуемому сигналу удается получить путем достижения минимума некоторой целевой функции. Целевой функцией является функция ошибок между выходным сигналом и требуемым [1, 2].

Таким образом, функционирование адаптивного фильтра состоит в изменении значений вектора коэффициентов КИХ-фильтра, вычислении его выходного отсчета и сравнении полученного результата с требуемым значением. Если при этом полученный выходной отсчет отличается от требуемого сигнала, то процесс подстройки вектора коэффициентов КИХ-фильтра продолжается до получения требуемого значения, имеющего минимально допустимую ошибку.

В ряде работ с целью повышения эффективности обработки сигналов при ЦОС предлагается использовать систему остаточных классов (СОК) [3–6]. В [7, 8] показано, что модулярные коды обеспечивают повышение эффективности функционирования адаптивных цифровых фильтров (АЦФ) за счет улучшения показателей качества используемых в них КИХ-фильтров. В настоящее время отсутствуют быстродействующие алгоритмы, обеспечивающие подстройку коэффициентов АЦФ, реализованных в СОК. Поэтому целью настоящей статьи является разработка алгоритма адаптации ЦФ, использующего коды СОК и отвечающего предъявляемым требованиям по производительности.

Известно, что большинство алгоритмов подстройки коэффициентов АЦФ используют теорию оптимальной винеровской фильтрации. В работах [1, 2] представлен алгоритм, который основан на поиске минимума целевой функции на основе применения метода наискорейшего спуска (LMS). В этом случае в качестве целевой функции применяется квадрат ошибки

$$e^2(k) = (d(k) - u^T(k)w)^2, \qquad (1)$$

где $d(k)$ – эталонный (образцовый) сигнал; $u(k) = [x(k), x(k-1),..., x(k-N)]^T$ – вектор-столбец, определяющий содержимое линии задержки адаптивного цифрового фильтра на $k$-м шаге; $w = [w_0, w_1, ..., w_N]^T$ – коэффициенты цифрового фильтра; $N$ – порядок цифрового фильтра.

Для адаптивного ЦФ необходимо найти такие значения коэффициентов, которые позволяют определить значение выходного отсчета с минимально допустимой ошибкой. Другими словами, подобранные коэффициенты фильтра $w = [w_0, w_1, ..., w_N]^T$ должны способствовать максимальному приближению выходного сигнала ЦФ к эталонному образу $d(k)$. При применении алгоритма LMS обновление коэффициентов адаптивного цифрового фильтра происходит рекурсивно:

$$w(k+1) = w(k) - \frac{\mu}{2} gradJ(w(k)) = w(k) + \mu p - \mu R w(k), \qquad (2)$$

где $J(w) = \overline{e^2(k)}$ – усредненный квадрат ошибки; $R$ – корреляционная матрица сигнала; $p$ – вектор-столбец взаимных корреляций между $k$-м отсчетом и содержимым линии задержки ЦФ; $\mu$ – размер шага изменения коэффициентов (шаг сходимости алгоритма).

На практике для построения адаптивного фильтра, использующего алгоритм LMS, используют рекурсивную формулу

$$w(k+1) = w(k) + \mu e(k) u(k). \qquad (3)$$

В работах [9–11] показано, что данный алгоритм адаптации коэффициентов ЦФ обладает приемлемой вычислительной сложностью. Так, для подстройки коэффициентов на основе алгоритма LMS требуется выполнение $N+1$ пар операций типа «умножение–сложение» на каждой итерации. Однако данному алгоритму присущи и недостатки. В качестве основного недостатка можно отметить низкую сходимость алгоритма. При этом может возникнуть ситуация, когда адаптируемые коэффициенты будут флуктуировать возле оптимальных значений, что негативно влияет на уровень выходного шума.

Устранить данные недостатки позволяет алгоритм адаптации RLS, который описан в [1, 2, 12]. В основу данного алгоритма адаптации коэффициентов ЦФ положен обобщенный метод наименьших квадратов. В этом случае цифровая фильтрация представляет собой детерминированный аналог винеровской фильтрации. Алгоритм включает несколько этапов. На первом этапе производится фильтрация входного вектора с помощью текущих коэффициентов фильтра $w(k-1)$:

$$y(k) = u^T(k) w(k-1). \qquad (4)$$

При этом ошибка отклика ЦФ составит

$$e(k) = d(k) - y(k). \qquad (5)$$

На втором этапе алгоритма RLS происходит расчет вектора-столбца коэффициентов

$$K(k) = \frac{P(k-1)u(k)}{1 + u^T(k)P(k-1)u(k)}, \qquad (6)$$

где $P(k)$ – обратная корреляционная матрица сигнала.

На третьем этапе происходит обновление оценки обратной корреляционной матрицы в

соответствии с выражением

$$P(k) = P(k-1) - K(k)u^T(k)P(k-1). \qquad (7)$$

На четвертом этапе производится подстройка коэффициентов ЦФ в соответствии с выражением

$$w(k) = w(k-1) + K(k)e(k). \qquad (8)$$

В работе [1] показано, что вычислительная сложность RLS-алгоритма составляет $3N^2 + 3N$ операций умножения и $2N^2 + 3N$ операций сложения. В результате значительного увеличения вычислительных затрат алгоритм RLS демонстрирует более высокую скорость сходимости, но при определенных условиях он может стать неустойчивым.

С целью повышения эффективности алгоритма подстройки коэффициентов КИХ-фильтра, принадлежащего к АЦФ, в работах [8, 13] предлагается использовать коды системы остаточных классов. Модулярные коды СОК задаются набором оснований, в качестве которых используют взаимно простые числа $\{m_1, m_2, ..., m_k\}$ [3–8]. Двоичный позиционный код числа $A$ можно представить в виде многомерного вектора вида

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_k), \qquad (9)$$

где $\alpha_i \equiv A \bmod m_i$ – остаток, полученный при делении числа $A$ на основание $m_i$; $i = 1, ..., k$; наименьший общий делитель $(m_i, m_j) = 1, i \neq j$.

Для эффективной работы кода СОК необходимо, чтобы значение числа $A$, представленное в модулярном коде, не превышало значения рабочего диапазона, которое задается равенством

$$P_{\text{раб}} = \prod_{i=1}^{k} m_i, \qquad (10)$$

где $k$ – количество информационных рабочих оснований СОК.

Модулярные коды СОК относятся к непозиционным кодам. Поэтому вычислительные системы классов вычетов в качестве обязательных подсистем содержат преобразователи из позиционного кода в код СОК и обратно. Для обратного преобразования из модулярного кода в позиционный используется китайская теорема об остатках, определяемая равенством

$$A = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i B_i \bmod P_{\text{раб}}, \qquad (11)$$

где $B_i = M_i^{-1} M_i = \left| M_i^{-1} \right|_{m_i}^{+} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{k} m_j$ – ортогональный базис $i$-го основания кода СОК; $\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}^{+}$ – вес ортогонального базиса; $B_i \equiv 1 \bmod m_i$.

Основным недостатком адаптивного ЦФ, функционирующего в СОК, является необходимость выполнения на каждой итерации при подстройке коэффициентов фильтра преобразования из модулярного кода в код позиционной системы счисления (ПСС). Данная процедура необходима для того, чтобы сравнить значение выходного отсчета АЦФ с эталонным значением после подстройки коэффициентов фильтра на текущей итерации. Преобразование выполняется по причине того, что значение в модулярном коде имеет непозиционное представление, т.е. код СОК относится к непозиционным кодам. Операция преобразования данных из модулярного кода в позиционное представление является немодульной и требует дополнительных временных и аппаратных затрат, что с учетом вычислительной сложности алгоритма адаптации RLS не обеспечит требуемой эффективности алгоритма адаптации.

Для исключения данного недостатка в настоящей статье представлен алгоритм, позволяющий выполнять процедуру подстройки коэффициентов фильтра, модулярного АЦФ без обратного преобразования в позиционный код. В основу данного алгоритма положен итерационный алгоритм последовательного вычисления коэффициентов АЦФ. Данный алгоритм содержит $N$ этапов, число которых совпадает с порядком цифрового КИХ-фильтра.

Пусть задан набор оснований кода СОК $\{m_1, m_2, ..., m_k\}$. Тогда отклик КИХ-фильтра, функционирующего в модулярном коде, определяется выражениями

$$\begin{aligned} y_1(n) &= \left( \sum_{s=0}^{N} w_1(s) x_1(n-s) \right) \bmod m_1, \\ y_2(n) &= \left( \sum_{s=0}^{N} w_2(s) x_2(n-s) \right) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ y_k(n) &= \left( \sum_{s=0}^{N} w_k(s) x_k(n-s) \right) \bmod m_k, \end{aligned} \qquad (12)$$

где $x = \{x(0), x(1),..., x(N)\}$ – входной вектор сигналов фильтра; $w = \{w(0), w(1),..., w(N)\}$ – коэффициенты фильтра; $y_i(n) \equiv y(n) \bmod m_i$; $x_i(n-s) \equiv x(n-s) \bmod m_i$; $w_i(s) \equiv w(s) \bmod m_i$; $i = 1, 2,\ldots, k$.

Так как коэффициенты фильтра $w = \{w(0), w(1),..., w(N)\}$ подобраны произвольным образом (определены на основе решения аппроксимационной задачи), то отклик цифрового фильтра $y(n)$ будет отличаться от образцового сигнала $d(n)$. В этом случае ошибка отклика фильтра составит

$$\begin{aligned} e_1(n) &= (d_1(n) - y_1(n)) \bmod m_1, \\ e_2(n) &= (d_2(n) - y_2(n)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ e_k(n) &= (d_k(n) - y_k(n)) \bmod m_k, \end{aligned} \qquad (13)$$

где $d_i(n) \equiv d(n) \bmod m_i$; $i = 1, 2,\ldots, k$.

Рассмотрим первый этап разработанного алгоритма подстройки коэффициентов фильтра. Пусть $n = 0$. Тогда ошибка отклика адаптивного цифрового фильтра равна

$$\begin{aligned} e_1(0) &= (d_1(0) - w_1(0)x_1(0)) \bmod m_1, \\ e_2(0) &= (d_2(0) - w_2(0)x_2(0)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ e_k(0) &= (d_k(0) - w_k(0)x_k(0)) \bmod m_k, \end{aligned} \qquad (14)$$

где $w(0)$ – случайный нулевой коэффициент АЦФ.

Для подстройки коэффициентов АЦФ задается точность (допустимая ошибка) схождения полученного отклика $y(n)$ и идеального сигнала $d(n)$. Для ее оценки необходима операция сравнения полученного отклика $y(n)$ и идеального сигнала $d(n)$. Данная операция достаточно легко реализуется в ПСС. Для модулярных кодов необходимо выполнить немодульную операцию преобразования отклика $y(n)$, представленного в коде СОК, в позиционный код и сравнить вычисленную ошибку отклика фильтра с заданным ограничением, что, как показано выше, является нецелесообразным.

Чтобы исключить процедуру преобразования данных из кода СОК в позиционное представление, предлагается использовать приближенный алгоритм сравнения чисел, представленных в коде СОК [14]. Приближенный метод сравнения модулярных чисел основан на использовании относительных величин $\frac{A}{P}$. Число $A$ анализируется относительно полного диапазона $P = \prod_{i=1}^{k} m_i$ системы остаточных классов. Из доказательства китайской теоремы об остатках [3] следует, что позиционное представление числа $A$ связано с представлением в остатках $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ формулой

$$A = \left| \sum_{i=1}^{k} \frac{P}{m_i} \left| M_i^{-1} \right|_{m_i} \alpha_i \right|_P, \qquad (15)$$

где $\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}$ – мультипликативная инверсия $M_i$ относительно основания $m_i$, которая определяется как $M_i = \frac{P}{m_i} = m_1 m_2 ... m_{i-1} m_{i+1} ... m_k$.

Разделим (15) на полный диапазон СОК, получим приближенное значение

$$\frac{A}{P} = \left| \sum_{i=1}^{k} \frac{\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}}{m_i} \alpha_i \right|_1 = \left| \sum_{i=1}^{k} k_i \alpha_i \right|_1, \qquad (16)$$

где $k_i = \frac{\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}}{m_i}$ – константы СОК.

Заметим, что величина, полученная с помощью выражения (16), не превосходит единицу, так как число $A$, представленное в коде СОК, не может быть больше диапазона $P$. При этом целая часть выражения $\sum_{i=1}^{k} \frac{\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}}{m_i} \alpha_i$ является рангом числа $A$ – непозиционной характеристикой, показывающей, сколько раз диапазон $P$ был пройден при переходе от представления $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_k)$ в системе остаточных классов к его позиционному представлению.

Из выбранного набора оснований СОК выберем $z$ младших оснований, произведение которых определит диапазон точности

$$P_{\text{точ}} = \prod_{i=1}^{z} m_i. \qquad (17)$$

Тогда оставшиеся $(k - z)$ оснований будем считать контрольными основаниями.

Если значение ошибки отклика адаптивного цифрового фильтра, представленное в виде кода СОК, $e(n) = (e_1(n), e_2(n), ..., e_k(n))$ будет меньше заданной точности, то есть $e(n) < P_{\text{точ}}$, то можно сказать, что данный код принадлежит диапазону

точности $P_{\text{точ}}$. Данная ситуация означает, что вычисленную ошибку отклика АЦФ можно считать приемлемой.

В противном случае, когда $e(n) > P_{\text{точ}}$, вычисленная ошибка отклика цифрового фильтра не достигла требуемой точности. Значит, необходимо продолжать подстройку вектора коэффициентов фильтра.

Чтобы выполнить алгоритм приближенного сравнения кодов СОК, вычислим значение константы

$$\frac{P_{\text{точ}}}{P} = \left| \sum_{i=1}^{k} \frac{\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}}{m_i} b_i \right|_1 . \qquad (18)$$

Полученное значение ошибки отклика адаптивного цифрового фильтра, представленное в виде кода СОК, $e(n) = (e_1(n), e_2(n), ..., e_k(n))$ используется для вычисления приближенного значения

$$\frac{e(n)}{P} = \left| \sum_{i=1}^{k} \frac{\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}}{m_i} e_i(n) \right|_1 . \qquad (19)$$

Если справедливо неравенство

$$\frac{e(n)}{P} < \frac{P_{\text{точ}}}{P}, \qquad (20)$$

то требуемая точность коэффициентов фильтра достигнута. В противном случае процедура подстройки коэффициентов АЦФ продолжается. Очевидно, что ошибка отклика АЦФ определяется неправильным (неточным) значением коэффициента $w(0)$. Вычислим значение коррекции нулевого коэффициента фильтра по выбранным модулям в соответствии с выражениями

$$\begin{aligned} w_1'(0) &= (e_1(0) / x_1(0)) \bmod m_1, \\ w_2'(0) &= (e_2(0) / x_2(0)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ w_k'(0) &= (e_k(0) / x_k(0)) \bmod m_k. \end{aligned} \qquad (21)$$

Тогда подстроенное значение нулевого коэффициента фильтра будет равно

$$\begin{aligned} w_1^*(0) &= (w_1(0) + w_1'(0)) \bmod m_1, \\ w_2'(0) &= (w_2(0) + w_2'(0)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ w_k'(0) &= (w_k(0) + w_k'(0)) \bmod m_k. \end{aligned} \qquad (22)$$

Если имеет место ситуация, когда $x_j = 0$, то для вычисления подстроенного значения коэффициента $w_j(0)$ можно воспользоваться алгоритмом расширения системы оснований модулярного кода, представленным в работе [15]. В результате первого этапа разработанного итерационного последовательного алгоритма адаптации было получено требуемое значение нулевого коэффициента АЦФ, представленное в коде СОК, $w^*(0) = (w_1^*(0), w_2^*(0), ..., w_k^*(0))$. Рассмотрим второй этап разработанного алгоритма подстройки коэффициентов фильтра. На втором этапе ($n$ = 1) отклик цифрового фильтра будет определяться как

$$\begin{aligned} y_1(1) &= (w_1^*(0) x_1(1) + w_1(1) x_1(0)) \bmod m_1, \\ y_2(1) &= (w_2^*(0) x_2(1) + w_2(1) x_2(0)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ y_2(1) &= (w_k^*(0) x_k(1) + w_k(1) x_k(0)) \bmod m_k. \end{aligned} \qquad (23)$$

Тогда ошибка выходного отклика фильтра по выбранным основаниям определяется как

$$\begin{aligned} e_1(1) &= \left| d_1(1) - y_1(1) \right|_{m_1}^{+} = \\ &= \left| d_1(1) - w_1^*(0) x_1(1) - w_1(1) x_1(0) \right|_{m_1}^{+}, \\ e_2(1) &= \left| d_2(1) - y_2(1) \right|_{m_2}^{+} = \\ &= \left| d_2(1) - w_2^*(0) x_2(1) - w_2(1) x_2(0) \right|_{m_2}^{+}, \\ &\vdots \\ e_k(1) &= \left| d_k(1) - y_k(1) \right|_{m_k}^{+} = \\ &= \left| d_k(1) - w_k^*(0) x_k(1) - w_k(1) x_k(0) \right|_{m_k}^{+}, \end{aligned} \qquad (24)$$

где $w(1)$ – первый коэффициент АЦФ; $w_i(1) \equiv w(1) \bmod m_i$.

Так как нулевой коэффициент фильтра $w^*(0) = (w_1^*(0), w_2^*(0), ..., w_k^*(0))$ является уже точным, то очевидно, что ошибка отклика АЦФ определяется неверным значением $w(1)$ первого коэффициента АЦФ. Тогда справедливо

$$\begin{aligned} e_1(1) &= \left| w_1'(1) x_1(0) \right|_{m_1}^{+}, \\ e_2(1) &= \left| w_2'(1) x_2(0) \right|_{m_2}^{+}, \\ &\vdots \\ e_k(1) &= \left| w_k'(1) x_k(0) \right|_{m_k}^{+}. \end{aligned} \qquad (25)$$

Вычислим значение коррекции первого коэффициента фильтра согласно

$$\begin{aligned} w_1^{'}(1) &= (e_1(1)/x_1(0)) \bmod m_1, \\ w_2^{'}(1) &= (e_2(1)/x_2(0)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ w_k^{'}(1) &= (e_k(1)/x_k(0)) \bmod m_k. \end{aligned} \quad (26)$$

Тогда адаптированное значение первого коэффициента будет равно

$$\begin{aligned} w_1^{*}(1) &= (w_1(1) + w_1^{'}(1)) \bmod m_1, \\ w_2^{'}(1) &= (w_2(1) + w_2^{'}(1)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ w_k^{'}(1) &= (w_k(1) + w_k^{'}(1)) \bmod m_k. \end{aligned} \quad (27)$$

В результате второго этапа разработанного итерационного последовательного алгоритма адаптации получим истинное значение первого коэффициента АЦФ, представленное в коде СОК, $w^*(1) = (w_1^*(1), w_2^*(1), ..., w_k^*(1))$. В результате выполнения двух этапов были получены два коэффициента фильтра, имеющие значения после подстройки $w^*(0)$ и $w^*(1)$. Аналогичным образом происходит подстройка всех оставшихся $N-1$ коэффициентов фильтра.

На $N+1$-м этапе происходит подстройка последнего коэффициента фильтра. В этом случае отклик цифрового фильтра будет определяться как

$$\begin{aligned} y_1(N) &= \\ &= \left( \sum_{s=0}^{N-1} w_1^*(s) x_1(N-1-s) + w_1(N) x_1(0) \right) \bmod m_1, \\ y_2(N) &= \\ &= \left( \sum_{s=0}^{N-1} w_2^*(s) x_2(N-1-s) + w_2(N) x_2(0)) \right) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ y_k(N) &= \\ &= \left( \sum_{s=0}^{N-1} w_k^*(s) x_k(N-1-s) + w_k(N) x_k(0)) \right) \bmod m_k. \end{aligned} \quad (28)$$

Тогда ошибка выходного отклика определяется как

$$\begin{aligned} e_1(N) &= \\ &= \left( d_1(N) - \sum_{s=0}^{N-1} w_1^*(s) x_1(N-1-s) - w_1(N) x_1(0) \right) \bmod m_1, \\ e_2(N) &= \\ &= \left( d_2(N) - \sum_{s=0}^{N-1} w_2^*(s) x_2(N-1-s) - w_2(N) x_2(0)) \right) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ e_k(N) &= \\ &= \left( d_k(N) - \sum_{s=0}^{N-1} w_k^*(s) x_k(N-1-s) + w_k(N) x_k(0)) \right) \bmod m_k, \end{aligned} \quad (29)$$

где $w(N)$ – первоначальное значение коэффициента КИХ-фильтра; $w_i(N) \equiv w(N) \bmod m_i$.

Так как коэффициенты $\{w^*(0), w^*(1), w^*(2), ..., w^*(N-1)\}$ являются измененными (исправленными), то очевидно, что ошибка отклика АЦФ определяется первоначальным значением коэффициента $w(N)$. Тогда для определения ошибки справедливы соотношения

$$\begin{aligned} e_1(N) &= \left| w_1^{'}(N)) x_1(0) \right|_{m_1}^{+}, \\ e_2(N) &= \left| w_2^{'}(N) x_2(0) \right|_{m_2}^{+}, \\ &\vdots \\ e_k(N) &= \left| w_k^{'}(N) x_k(0) \right|_{m_k}^{+}. \end{aligned} \quad (30)$$

Вычислим значение величины коррекции коэффициента $w(N)$ в соответствии с выражениями

$$\begin{aligned} w_1^{'}(N) &= (e_1(N)/x_1(0)) \bmod m_1, \\ w_2^{'}(N) &= (e_2(N)/x_2(0)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ w_k^{'}(N) &= (e_k(N)/x_k(0)) \bmod m_k. \end{aligned} \quad (31)$$

Тогда измененное значение коэффициента $w(N)$ будет равно

$$\begin{aligned} w_1^{*}(N) &= (w_1(N) + w_1^{'}(N)) \bmod m_1, \\ w_2^{'}(N) &= (w_2(N) + w_2^{'}(N)) \bmod m_2, \\ &\vdots \\ w_k^{'}(N) &= (w_k(N) + w_k^{'}(N)) \bmod m_k. \end{aligned} \quad (32)$$

В результате $N + 1$ последовательных итераций были откорректированы (подстроены) все коэффициенты АЦФ. Полученные значения позволяют получить значение выходного отсчета фильтра с допустимой величиной ошибки.

Таким образом, представлен алгоритм, позволяющий выполнять процедуру подстройки коэффициентов фильтра, модулярного АЦФ без обратного преобразования в позиционный код. Рассмотрим механизм его действия на примере.

Пусть заданы основания СОК $m_1 = 2$, $m_2 = 5$, $m_3 = 7$, $m_4 = 11$, $m_5 = 13$, $m_6 = 19$, $m_7 = 23$, $m_8 = 29$, $m_9 = 31$; $m_{10} = 37$. Данный набор модулей был предложен в работе [16] для реализации модулярного КИХ-фильтра с 16-разрядными коэффициентами, обрабатывающего 16-разрядные входные данные. Так как при выполнении операции умножения двух 16-разрядных операндов результат становится 32-разрядным, а операции округления или усечения к промежуточным результатам не применяются, то для получения правильного результирующего отклика фильтра СОК был предложен расширенный набор оснований. Диапазон представления данных в соответствии с выражением (10) для данной системы оснований равен $P = 145504669310$.

Для простоты выберем порядок фильтра $N = 2$. Тогда отклик адаптивного цифрового фильтра, функционирующего в СОК, определяется выражением

$$y_i(n) = \left( \sum_{s=0}^{2} w_i(s) x_i(n-s) \right) \bmod m_i, \qquad (33)$$

где $n = 0,1,2$; $x = \{x(0), x(1), x(2)\}$ – вектор входных сигналов; $w = \{w(0), w(1), w(2)\}$ – коэффициенты фильтра; $y_i(n) \equiv y(n) \bmod m_i$; $x_i(n-s) \equiv x(n-s) \bmod m_i$; $w_i(s) \equiv w(s) \bmod m_i$; $i = 1, 2, \ldots, k$.

Пусть вектор входных сигналов задается отсчетами $x = \{61, 41, 29\}$. Эталонный (идеальный) сигнал определяется набором отсчетов $d = \{-10401, 12935, 107610\}$. В качестве коэффициентов АЦФ выбираем значения $w = \{-150, 311, 1601\}$, то есть импульсная характеристика цифрового КИХ-фильтра имеет как положительные, так и отрицательные коэффициенты. Для представления отрицательных чисел в СОК предлагается разбить диапазон на две части, как описано в [15, 17]. Положительные числа будут содержаться в первой половине (от 0 до $P/2-1$), а отрицательные – во второй половине диапазона (от $P/2$ до $P-1$). Так, число $-150$ в выбранной системе оснований представляется как $-150 = P - 150 = 145504669160 = (0, 0, 4, 4, 6, 2, 11, 24, 5, 35)$. В табл. 1 представлены кодовые комбинации выбранных данных.

Таблица 1

Модулярные коды исходных данных

| Модули | Входные отсчеты $x(s)$ | | | Коэффициенты $w(s)$ | | | Идеальный сигнал $d(s)$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 61 | 41 | 29 | –150 | 311 | 1601 | –10401 | 12935 | 107610 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 4 | 0 | 1 | 1 | 4 | 0 | 0 |
| 7 | 5 | 6 | 1 | 4 | 3 | 5 | 1 | 6 | 6 |
| 11 | 6 | 8 | 7 | 4 | 3 | 6 | 5 | 10 | 8 |
| 13 | 9 | 2 | 3 | 6 | 12 | 2 | 12 | 0 | 9 |
| 19 | 4 | 3 | 10 | 2 | 7 | 5 | 11 | 15 | 13 |
| 23 | 15 | 18 | 6 | 11 | 12 | 14 | 18 | 9 | 16 |
| 29 | 3 | 12 | 0 | 24 | 21 | 6 | 10 | 1 | 20 |
| 31 | 30 | 10 | 29 | 5 | 1 | 20 | 15 | 8 | 9 |
| 37 | 24 | 4 | 29 | 35 | 15 | 10 | 33 | 22 | 14 |

*Первый этап алгоритма.* Вычислим отклик КИХ-фильтра, функционирующего в коде СОК, $i = 1, \ldots, k$:

$$y_i(0) = \left( \sum_{s=0}^{0} w_i(s) x_i(n-s) \right) \bmod m_1 =$$

$$= x_i(0) w_i(0) \bmod m_i .$$

Так как коэффициенты фильтра подобраны произвольным образом, то ошибка его отклика $y(0)$ от образцового сигнала $d(0)$ будет определяться как

$$e_i(0) = (d_i(0) - y_i(0)) \bmod m_i .$$

Вычислим значение величины коррекции нулевого коэффициента фильтра:

$$w_i^{'}(0) = (e_i\ (0) \big/ x_i\ (0)) \bmod m_i\ .$$

Тогда подстроенное значение нулевого коэффициента будет равно

$$w_i^{*}(0) = (w_i\ (0) + w_i^{'}(0)) \bmod m_i\ .$$

Рассмотрим выполнение алгоритма для модуля $m_7 = 23$. При этом отклик фильтра определяется как

$$y_7(0) = x_7(0) w_7(0) \bmod 23 = (15 \cdot 11) \bmod 23 = 4\,.$$

Ошибка отклика цифрового фильтра $y_7(0)$ от образцового сигнала $d_7(0)$ определяется как

$$e_7(0) = (d_7(0) - y_7(0)) \bmod 23 = \\ = (18 - 4) \bmod 23 = 14\,.$$

Значение обратного элемента

$$x_7^{-1}(0) \bmod 23 = (1/15) \bmod 23 = 20\,.$$

Вычислим значение коррекции нулевого коэффициента фильтра:

$$w_7^{'}(0) = (e_7(0) \big/ x_7(0)) \bmod 23 = \\ = (14 \cdot 20) \bmod 23 = 4\,.$$

Тогда подстроенное значение нулевого коэффициента фильтра будет определяться как

$$w_7^{*}(0) = (w_7(0) + w_7^{'}(0)) \bmod m_7 = \\ = (11 + 4) \bmod 23 = 15\,.$$

Вычислим отклик фильтра после подстройки нулевого коэффициента:

$$y_7^{*}(0) = x_7(0) w_7^{*}(0) \bmod 23 = (15 \cdot 15) \bmod 23 = 18\,.$$

Результаты подстройки коэффициента $w(0)$ в коде СОК представлены в табл. 2.

Таблица 2

Подстройка нулевого коэффициента фильтра

| Модули | $x(0) = 61$ | $w(0) = -150$ | $y(0)$ | $d(0) = 10401$ | $e(0)$ | $x^{-1}(0)$ | $w^{'}(0)$ | $w^{*}(0)$ | $y^{*}(0)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 4 | 4 | 1 | 4 | 4 | 4 |
| 7 | 5 | 4 | 6 | 1 | 2 | 3 | 6 | 3 | 1 |
| 11 | 6 | 4 | 2 | 5 | 3 | 2 | 6 | 10 | 5 |
| 13 | 9 | 6 | 2 | 12 | 10 | 3 | 4 | 10 | 12 |
| 19 | 4 | 2 | 8 | 11 | 3 | 5 | 15 | 17 | 11 |
| 23 | 15 | 11 | 4 | 18 | 14 | 20 | 4 | 15 | 18 |
| 29 | 3 | 24 | 14 | 10 | 25 | 10 | 18 | 13 | 10 |
| 31 | 30 | 5 | 26 | 15 | 20 | 30 | 11 | 16 | 15 |
| 37 | 24 | 35 | 26 | 33 | 7 | 17 | 8 | 6 | 33 |

В последней колонке табл. 2 представлены результаты отклика фильтра с учетом откорректированного значения нулевого коэффициента $w^{*}(0)$.

*Второй этап алгоритма.* На данном этапе имеем набор коэффициентов $w = \{w^{*}(0), 311, 1601\}$, среди которых есть уже подстроенный $w^{*}(0) = (1, 4, 3, 10, 10, 17, 15, 13, 16, 6)$. В этом случае отклик цифрового фильтра в коде СОК определяется как

$$y_i\ (1) = (w_i^{*}(0) x_i\ (1) + w_i\ (1) x_i\ (0)) \bmod m_i\ .$$

Тогда ошибка выходного отклика фильтра, представленная в коде СОК, определяется как

$$e_i\ (1) = \left| d_i\ (1) - y_i\ (1) \right|_{m_i}^{+} = \\ = \left| d_i\ (1) - w_i^{*}(0) x_i\ (1) - w_i\ (1) x_i\ (0) \right|_{m_i}^{+}\ ,$$

где $w(1)$ – первоначальное значение первого коэффициента фильтра; $w_i\ (1) \equiv w(1) \bmod m_i$ .

Так как подстройка нулевого коэффициента $w^{*}(0) = (1, 4, 3, 10, 10, 17, 15, 13, 16, 6)$ уже проведена, то имеем следующее соотношение для ошибки для первого коэффициента:

$$e_i\ (1) = \left| w_i^{'}(1) x_i\ (0) \right|_{m_i}^{+}\ .$$

Тогда подстроенное значение первого коэффициента будет равно

$$w_i^{*}(1) = (w_i\ (1) + w_i^{'}(1)) \bmod m_i\ .$$

Рассмотрим выполнение алгоритма для модуля $m_7 = 23$. При этом отклик фильтра определяется как

$$y_7(1) = (w_7^*(0)x_7(1) + w_7(1)x_7(0)) \bmod m_7 = \\ = (15 \cdot 18 + 12 \cdot 15) \bmod 23 = 13.$$

Тогда ошибка выходного отклика фильтра, представленная в коде СОК, определяется как

$$e_7(1) = \left| d_7(1) - w_7^*(0)x_7(1) - w_7(1)x_7(0) \right|_{m_7}^+ = \\ = \left| 9 - 13 \right|_{23}^+ = 19.$$

Значение обратного элемента $x_7^{-1}(0) \bmod 23 = (1/15) \bmod 23 = 20$.

Вычислим значение коррекции первого коэффициента фильтра согласно выражению

$$w_7'(1) = (e_7(1) / x_7(0)) \bmod 23 = \\ = (19 \cdot 20) \bmod 23 = 12.$$

Тогда подстроенное значение первого коэффициента для модуля $m_7 = 23$ будет равно

$$w_7^*(1) = (w_7(1) + w_7'(1)) \bmod m_7 = \\ = (12 + 12) \bmod 23 = 1.$$

Вычислим отклик фильтра для модуля $m_7 = 23$ с учетом подстройки первого и второго коэффициентов:

$$y_7^*(1) = (w_7^*(0)x_7(1) + w_7^*(1)x_7(0)) \bmod m_7 = \\ = (15 \cdot 18 + 1 \cdot 15) \bmod 23 = 9.$$

Результаты адаптации коэффициента $w(1)$ в коде СОК представлены в табл. 3.

Таблица 3

Подстройка первого коэффициента $w^*(1)$ фильтра

| Модули | $x(1) = 41$ | $w^*(0)$ | $x(0) = 61$ | $w(1) = 311$ | $y(1)$ | $d(1) = 12935$ | $e(1)$ | $x^{-1}(0)$ | $w'(1)$ | $w^*(1)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 7 | 6 | 3 | 5 | 3 | 5 | 6 | 1 | 3 | 3 | 6 |
| 11 | 8 | 10 | 6 | 3 | 10 | 10 | 0 | 2 | 0 | 3 |
| 13 | 2 | 10 | 9 | 12 | 11 | 0 | 2 | 3 | 6 | 5 |
| 19 | 3 | 17 | 4 | 7 | 3 | 15 | 12 | 5 | 3 | 10 |
| 23 | 18 | 15 | 15 | 12 | 13 | 9 | 19 | 20 | 12 | 1 |
| 29 | 12 | 13 | 3 | 21 | 16 | 1 | 14 | 10 | 24 | 16 |
| 31 | 10 | 16 | 30 | 1 | 4 | 8 | 4 | 30 | 27 | 28 |
| 37 | 4 | 6 | 24 | 15 | 14 | 22 | 8 | 17 | 25 | 3 |

*Третий этап алгоритма.* На данном этапе имеем набор коэффициентов $w = \{w^*(0), w^*(1), 1601\}$. При этом первый адаптированный коэффициент $w^*(1) = (0, 1, 6, 3, 5, 10, 1, 16, 28, 3)$, а второй коэффициент $w(2) = 1601 = (1, 1, 5, 6, 2, 5, 14, 6, 20, 10)$.

В этом случае отклик цифрового фильтра в коде СОК определяется как

$$y_i(2) = \\ = (w_i^*(0)x_i(2) + w_i^*(1)x_i(1) + w_i(2)x_i(0)) \bmod m_i.$$

Тогда ошибка выходного отклика фильтра, представленная в коде СОК, определяется как

$$e_i(2) = \left| d_i(2) - y_i(2) \right|_{m_i}^+ = \\ = \left| d_i(2) - w_i^*(0)x_i(2) - w_i^*(1)x_i(1) - w_i(2)x_i(0) \right|_{m_i}^+,$$

где $w(2)$ – первоначальное значение второго коэффициента фильтра; $w_i(2) \equiv w(2) \bmod m_i$.

Так как подстройка нулевого $w^*(0) = (1, 4, 3, 10, 10, 17, 15, 13, 16, 6)$ и первого $w^*(1) = (0, 1, 6, 3, 5, 1, 1, 16, 28, 3)$ коэффициентов уже проведена, то имеем соотношение для ошибки по второму коэффициенту фильтра

$$e_i(2) = \left| w_i'(2)x_i(0) \right|_{m_i}^+.$$

Тогда подстроенное значение второго коэффициента будет определяться как

$$w_i^*(2) = (w_i(2) + w_i'(2)) \bmod m_i.$$

Результаты подстройки коэффициента фильтра $w(2)$ в коде СОК представлены в табл. 4.

Таблица 4

Адаптация первого коэффициента $w^*(2)$ АЦФ

| $m_i$ | $x(2)$ | $w^*(0)$ | $x(1)$ | $w^*(1)$ | $x(0)$ | $w(2)$ | $y(2)$ | $d(2)$ | $e(2)$ | $x^{-1}(0)$ | $w'(1)$ | $w^*(2)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 5 | 4 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 0 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| 7 | 1 | 3 | 6 | 6 | 5 | 5 | 1 | 6 | 5 | 3 | 1 | 6 |
| 11 | 7 | 10 | 8 | 3 | 6 | 6 | 9 | 8 | 10 | 2 | 9 | 4 |
| 13 | 3 | 10 | 2 | 5 | 9 | 2 | 6 | 9 | 3 | 3 | 9 | 11 |
| 19 | 10 | 17 | 3 | 10 | 4 | 5 | 11 | 13 | 2 | 5 | 10 | 15 |
| 23 | 6 | 15 | 18 | 1 | 15 | 14 | 19 | 16 | 20 | 20 | 9 | 0 |
| 29 | 0 | 13 | 12 | 16 | 3 | 6 | 7 | 20 | 13 | 10 | 14 | 20 |
| 31 | 29 | 16 | 10 | 28 | 30 | 20 | 11 | 9 | 29 | 30 | 2 | 22 |
| 37 | 29 | 6 | 4 | 3 | 24 | 10 | 19 | 14 | 32 | 17 | 26 | 36 |

Рассмотрим выполнение алгоритма для модуля $m_7 = 23$. При этом отклик фильтра определяется как

$$y_7(2) = \left| w_7^*(0)x_7(2) + w_7(1)x_7(0) + w_7(1)x_7(0) \right|_{23}^{+} =$$

$$= \left| 15 \cdot 6 + 1 \cdot 18 + 15 \cdot 14 \right|_{23}^{+} = 19 .$$

Тогда ошибка выходного отклика фильтра, представлена в коде СОК, определяется как

$$e_7(2) = \left| d_7(2) - y_7(2) \right|_{m_7}^{+} = \left| 16 - 19 \right|_{23}^{+} = 20 .$$

Значение обратного элемента $x_7^{-1}(0) \bmod 23 =$ $= (1/15) \bmod 23 = 20$.

Вычислим значение коррекции второго коэффициента фильтра:

$$w_7'(2) = (e_7(2) / x_7(0)) \bmod 23 =$$

$$= (20 \cdot 20) \bmod 23 = 9 .$$

Тогда подстроенное значение второго коэффициента фильтра будет определяться как

$$w_7^*(2) = (w_7(2) + w_7'(2)) \bmod m_7 =$$

$$= (14 + 9) \bmod 23 = 0 .$$

Вычислим отклик фильтра после подстройки третьего коэффициента для модуля $m_7 = 23$:

$$y_7^*(2) = \left| w_7^*(0)x_7(2) + w_7(1)x_7(0) + w_7(1)x_7(0) \right|_{23}^{+} =$$

$$= \left| 15 \cdot 6 + 1 \cdot 18 + 15 \cdot 0 \right|_{23}^{+} = 16 .$$

Таким образом, после выполнения третьего этапа разработанного алгоритма были получены следующие значения подстроенных коэффициентов фильтра, представленные в СОК:

- $w^*(0)$ = (1, 4, 3, 10, 10, 17, 15, 13, 16, 6);
- $w^*(1)$ = (0, 1, 6, 3, 5, 1, 1, 16, 28, 3);
- $w^*(2)$ = (1, 3, 6, 4, 11, 15, 0, 20, 22, 36).

Используя данные коэффициенты, получаем выходной отклик АЦФ СОК:

- отклик $y^*(0)$ = (1, 4, 1, 5, 12, 11, 18, 10, 15, 33) = –10401;
- отклик $y^*(1)$ = (1, 0, 6, 10, 0, 15, 9, 1, 8, 22) = = 12935;
- отклик $y^*(2)$ = (0, 0, 6, 8, 9, 13, 16, 20, 9, 14) = = 107610.

В результате применения разработанного алгоритма подстройки коэффициентов цифрового КИХ-фильтра, функционирующего в коде СОК, были получены значения отсчетов заданного идеального сигнала $d$ = {–10401, 12935, 107610}.

Основным преимуществом адаптивных цифровых фильтров является минимальная ошибка выходного отклика цифрового фильтра. Это достигается путем пересчета значений его коэффициентов по одному из известных алгоритмов. Проведенные исследования показали, что известные алгоритмы подстройки коэффициентов адаптивного цифрового фильтра использовать нецелесообразно ввиду сложности их реализации. В традиционных АЦФ алгоритм подстройки коэффициентов имеет высокую вычислительную сложность или низкую степень схождения алгоритма. При построении АЦФ, функционирующих в кодах СОК, имеет место недостаток, заключающийся в том, что в процессе реализации алгоритма адаптации возникает необходимость выполнять немодульные операции преобразования данных из СОК в позиционное представление. Для устранения данного недостатка в настоящей статье представлен новый последовательный алгоритм пересчета коэффициентов фильтра, применение которого позволяет проводить подстройку коэффициен-

тов модулярных цифровых КИХ-фильтров с минимальными временными затратами. При этом для проведения пересчета каждого коэффициента фильтра необходимо выполнить одну операцию вычитания, одну операцию умножения и одну операцию сложения по модулю СОК, т.е. время пересчета пропорционально порядку фильтра. Таким образом, очевидно, что использование разработанного алгоритма позволяет сократить временные и аппаратурные затраты по сравнению с ранее известными алгоритмами адаптации.

***Литература***


1. *Джиган В.И.* Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.

2. Адаптивные фильтры: пер. с англ. / Под ред. К.Ф.Н. Коуэна и П.М. Гранта. М.: Мир, 1988. 392 с.

3. *Cardarilli G.C., Del Re A., Lojacono R., Nannarelli A., and Re M.* RNS Implementation of High Performance Filters for Satellite Demultiplexing // Proc. of IEEE Aerospace Conference. Mar. 2003. Vol. 3. Pp. 1365–1379.

4. *Cardarilli G.C., Del Re A., Nannarelli A., Re M.* Low power and low leakage implementation of RNS FIR filters // Proc. of 39th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. Pp. 1620–1624.

5. *Veligosha A.V., Kalmykov I.A., Kaplun D.I., Klionskiy D.M., Gulvanskiy V.V.* Parallel-pipeline implementantation of digital signal processing techniques based on modular codes // Proceedings of XIX conference on Soft Computing and Measurements (SCM-2016). Pp. 213–214.

*6. Велигоша А.В., Калмыков И.А., Каплун Д.И. и др.* Реализация методов и алгоритмов цифровой обработки сигналов на основе модулярных кодов // Компоненты и технологии. 2017. № 6. С. 88–91.

7. *Велигоша А.В.* Обоснование и выбор эффективного метода реализации адаптивного цифрового фильтра // Теория и техника радиосвязи. 2012. № 1. С. 66–73.

8. *Велигоша А.В.* Способ определения оптимального набора коэффициентов адаптивного цифрового фильтра // Теория и техника радиосвязи. 2013. №1. С. 40–42.

9. *Сергиенко А.Б.* Алгоритмы адаптивной фильтрации: особенности реализации в MATLAB // Математика в приложениях. 2003. № 1. С. 18–28.

10. *Jenkins W.K., Schnaufer B.A.* Fault Tolerant Adaptive Filters Based on the Block LMS Algorithm // IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 3–6 May 1993. Pp. 862–865.

11. *Lopez J.V., Sanchez J.C., Meana H.P.* Adaptive echo canceller using a modified LMS algorithm // Proceedings of the 2nd International Conference on Electrical and Electronics Engineering, 7–9 Sept 2005. Pp. 93–96.

12. *Джиган В.И.* Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи // Современная электроника. 2009. № 9. С. 56–63.

13. *Bernocchi G.L., Cardarilli G.C., Del Re A., Nannarelli A. and Re M.* Low-power adaptive filter based on RNS components // IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS 2007). 2007. Pp. 325–332.

14. *Калмыков И.А., Юрданов Д.В., Лавриненко А.В.* Усовершенствование метода обнаружения и локализации ошибок в системе остаточных классов // Международное научно-периодическое издание по итогам Международной научно-практической конференции «Новая наука: проблемы и перспективы» (4 марта 2016 г., г. Стерлитамак). Ч. 2. Стерлитамак: РИЦ АМИ, 2016. 262 с.

15. *Червяков Н.И., Коляда А.А., Ляхов П.А.* Модулярная арифметика и приложение в инфокоммуникационных технологиях. М.: Физматлит, 2017. 400 с.

16. *Велигоша А.В., Калмыков М.И., Калмыков И.А.* Метод уменьшения диапазона представления данных в модулярных цифровых фильтрах // Теория и техника радиосвязи. 2016. № 1. С. 52–57.

17. *Molahosseini A.S., Leonel Seabra de Sousa, Chip-Hong Chang* Embedded Systems Design with Special Arithmetic and Number Systems. Springer International Publishing AG 2017. 390 p.


Статья поступила в редакцию 12 марта 2018 года

УДК 621.3

# К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТОЧЕК БИФУРКАЦИИ В ИНФОКОММУНИКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ В УСЛОВИЯХ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОТИВОБОРСТВА

© Авторы, 2018

**И.В. Дементьев**, конструктор, e-mail: pochta_dem@mail.ru
**Д.Ю. Чаркин**, директор НТЦ, e-mail: office@sozvezdie.su
АО «Концерн «Созвездие»

*Рассматриваются подходы к прогнозированию поведения инфокоммуникационной системы на основе теории бифуркаций и теории выбросов случайных процессов.*

***Ключевые слова:*** *информационный конфликт, аттрактор, бифуркация, выброс случайного процесса.*

# REVISITED DETERMINATION OF BIFURCATION POINTS IN INFORMATION AND COMMUNICATION UNDER CONDITIONS OF INFORMATIONAL CONFRONTATION

© Authors, 2018

**I.V. Dementev**, Designer, e-mail: pochta_dem@mail.ru
**D.Yu. Charkin**, Director of R&D Center, e-mail: office@sozvezdie.su
JSC Concern «Sozvezdie»

*The approaches to predicting behaviour of information and communication system on the basis of bifurcations theory and theory of surges of random processes are described.*

***Key words:*** *informational confrontation, attractor, bifurcation, surges of random processes.*

В настоящее время развитие инфокоммуникационных систем происходит параллельно с развитием средств информационного воздействия на эти системы. Это привело к появлению терминов «кибервойна» (англ. cyberwarfare) [1] и «информационный конфликт» [2]. Резко возрастает актуальность определения состояний инфокоммуникационной системы, в особенности переходных состояний, представляющих собой точки бифуркации показателя, оценивающего качество функционирования этой инфокоммуникационной системы.

Инфокоммуникационная система является нелинейной. Поведение инфокоммуникационной системы зачастую может быть представлено как хаотический процесс – любые незначительные изменения начальных условий, весовых коэффициентов или внешних воздействий (даже самых малые по своим абсолютным или относительным значениям) приводят со временем к значительному расхождению траекторий продвижения систем. Одним из важнейших явлений, наблюдаемых в нелинейных системах, является бифуркация. Точки бифуркации – особые точки на фазовой траектории инфокоммуникационной системы, после прохождения которых система может быть разрушена или приобретет новые заранее неизвестные качества. Поэтому возможно оценивание поведения инфокоммуникационных систем с использованием бифуркационного подхода [3], а также теории выбросов случайных процессов [4].

Точки бифуркации в фазовом пространстве можно предсказывать:

– по определенным изменениям в спектральных характеристиках шумов в системе [5];

– основываясь на явлении роста собственных шумов системы [6].

На основании явления роста и насыщения уровня шума по мере приближения к точке бифуркации была поставлена и решена обратная задача [3] – по наблюдаемому изменению шума (характер роста, уровень насыщения, плотность распределения) определить положение точки предстоящей бифуркации и её тип.

 ISSN 1995-7009

В [3] приведены следующие типы точек локальных бифуркаций коразмерности 1 (в системе один бифуркационный параметр):

– Особая точка 1-го типа – «седло–узел». Устойчиво развивающаяся система после бифуркации подвергается неизбежному разрушению. При этом, поскольку отсутствуют даже положения неустойчивого равновесия, разрушение происходит быстро. Таким образом, не остаётся шансов ни на устойчивое продвижение, ни на продление существования системы хотя бы на короткое время. Единственная возможность избежать разрушения – обращение направления изменения (бифуркационного?) параметра. Однако, во-первых, это не всегда возможно, а во-вторых, если точка бифуркации пройдена – всё равно бесполезно (система уже разрушена). Отметим попутно, что в условиях шумового воздействия разрушение системы возможно ещё до прохождения точки бифуркации (случай шумового разрушения).

– Особая точка 2-го типа – «транскритическая бифуркация». Данный тип бифуркаций можно считать относительно безопасным, так как существует лишь опасность шумового разрушения в окрестности точки бифуркации. Альтернативы устойчивого продвижения в данном случае отсутствуют, и бифуркацию можно рассматривать как «период нестабильности». Таким образом, желательно сократить время пребывания в окрестности точки бифуркации и/или приложить управляющее воздействие, направленное на парирование разрушающего действия шума.

– Особая точка 3-го типа – «суперкритическая «вилка». Для данного типа бифуркаций опасность разрушения отсутствует, зато имеются разные варианты послебифуркационного продвижения. Для выбора варианта могут применяться управляющие воздействия, сравнимые по интенсивности с шумом.

– Особая точка 4-го типа – «субкритическая «вилка». Как и в случае бифуркации типа «седло–узел», система разрушается. Этот тип бифуркации менее опасен, так как вместо неизбежного разрушения мы имеем разрушение шумовое. После прохождения точки бифуркации система теряет возможность устойчивого продвижения, но остаются шансы удержаться вблизи неустойчивого положения равновесия за счёт управляющих воздействий. В конце концов, это не удержит систему от разрушения (по мере дальнейшего изменения параметра положение равновесия становится всё более неустойчивым), но, по крайней мере, продлит её существование. За счёт этого обращение направления изменения параметра (если оно возможно) позволит вернуть систему в устойчивое состояние «из-за точки бифуркации». Если обращение невозможно, следует попытаться остановить или хотя бы замедлить изменение параметра.

Под разрушением системы в данном случае следует понимать невыход её на аттрактор, то есть переход от циклического функционирования к некоторому стабильному состоянию (точка–фокус) или бесконечное движение (что невозможно в реальной системе без ее разрушения).

Применительно к инфокоммуникационной системе необходимо обеспечить возможность управлять функционированием инфокоммуникационной системы во избежание возможного разрушения системы по причине «информационных шумов» (кибервоздействий) – или продлить её функционирование. Если, согласно расчетам, разрушение инфокоммуникационной системы неизбежно, то необходимо как можно быстрее изменить её конфигурацию и обеспечить её скорейшее восстановление.

Если предполагается наличие после бифуркации на фазовой траектории устойчивых решений или если систему ожидает период нестабильности, то задачей управления будет вывести систему к наилучшему варианту развития в этот период или ускорить прохождение системой бифуркации.

Рассмотрение качества функционирования инфокоммуникационной системы с точки зрения теории выбросов случайных процессов [4] предполагает оценивание вероятности появления выбросов такой амплитуды, которая характеризовала бы выход системы из области «нормального» функционирования. Оценка данной вероятности определяется корреляционными (спектральными) характеристиками случайного процесса, характеризующего состояние в динамике качества функционирования инфокоммуникационной системы, а также его энергетических показателей. В предыдущей работе [7] для хаотически функционирующей системы (аттрактора Лоренца) динамика комплексного показателя качества $Q$, являющегося функцией от частных показателей $X$, $Y$, $Z$, принимает вид, представленный на рис. 1.

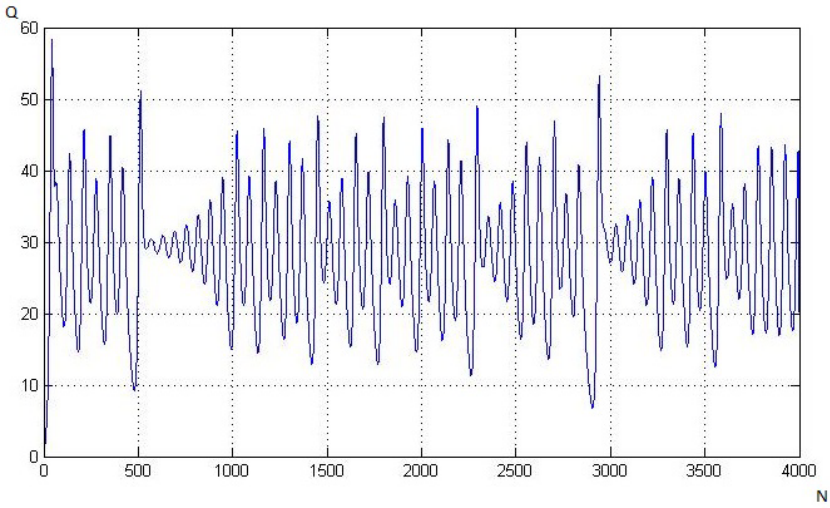



Рис. 1. Изменение во времени комплексного показателя качества $Q$ для модели аттрактора Лоренца

Динамику комплексного показателя качества $Q$ можно рассматривать как случайный процесс, имеющий выбросы. Его можно рассматривать как узкополосный случайный процесс и применить для его исследования теоретические наработки, изложенные в [4].

Следует отметить, что вносимые шумы в модель аттрактора Лоренца (аддитивные и мультипликативные) отсутствуют.

Исходные данные модели аттрактора Лоренца: отображение, вычисляющее значения координат $X$, $Y$, $Z$ на $n+1$ шаге по значениям этих координат на предыдущем шаге:

$$X_{n+1} = X_n + dt \cdot \sigma \cdot (Y_n - X_n), \qquad (1)$$

$$Y_{n+1} = Y_n + dt \cdot (X_n \cdot (r - Z_n) - Y_n), \qquad (2)$$

$$Z_{n+1} = Z_n + dt \cdot (X_n \cdot Y_n - b \cdot Z_n), \qquad (3)$$

где $dt$ – шаг по времени в модели, $dt$=0.01; $n$ – номер шага моделирования, изменяется от 1 до $N$=4000 (число шагов моделирования); $\sigma$=10, $r$=28, $b$=8/3 (параметры классического аттрактора Лоренца); $X_0$=1, $Y_0$=$Z_0$=0 – начальное положение точки в фазовом пространстве для классического аттрактора Лоренца; $Q_n$ – комплексный показатель качества, вычисляемый как корень из суммы квадратов частных показателей качества $X$, $Y$, $Z$. Показатель $Q_n$ имеет физический смысл расстояния от точки в фазовом пространстве, характеризующей инфокоммуникационную систему, до точки начала координат в этом фазовом пространстве (в данной точке эффективность функционирования системы равна 0):

$$Q_n = \sqrt{X_n^2 + Y_n^2 + Z_n^2}. \qquad (4)$$

Рассматривая динамику компонент $X$, $Y$, $Z$, приведенную на рис. 2, можно сделать выводы:

– показатели $X$ и $Y$ ведут себя сходным образом;

– выбросы комплексного показателя качества определяются выбросами частных показателей качества (в районе отсчета с номером 500);

– выбросы частных показателей качества могут компенсировать друг друга (в районе отсчета с номером 1150 изменение показателя $Z$ компенсировалось изменением показателей $X$ и $Y$);

– комбинация показателей $X$, $Y$, $Z$, не имеющих выбросов, может при вычислении комплексного показателя качества сформировать выброс (в районе отсчета с номером 2900).

Анализируя динамику частных показателей качества, а также комплексного показателя качества $Q$, можно отметить, что:

– комплексный показатель качества $Q$ колеблется относительно некоторого среднего значения (в данной модели $\overline{Q} \approx 30$), амплитуда этих колебаний после выбросов резко уменьшается, а потом плавно восстанавливается, до выбросов она не имеет устоявшегося значения;

– частные показатели качества характеризуются набором значений, относительно которых происходят колебания (для показателей $X$ и $Y$ имеющие смысл центров орбит, что хорошо видно на проекции комплексного показателя качества на плоскость $XY$, см. рис. 3). Выбросы показателей $X$ и $Y$ означают переходы между орбитами (количество выбросов равно количеству переходов между орбитами), а колебания около среднего – движение по орбите без переходов. Амплитуда колебаний непрерывно возрастает, пока не происходит переход между орбитами.

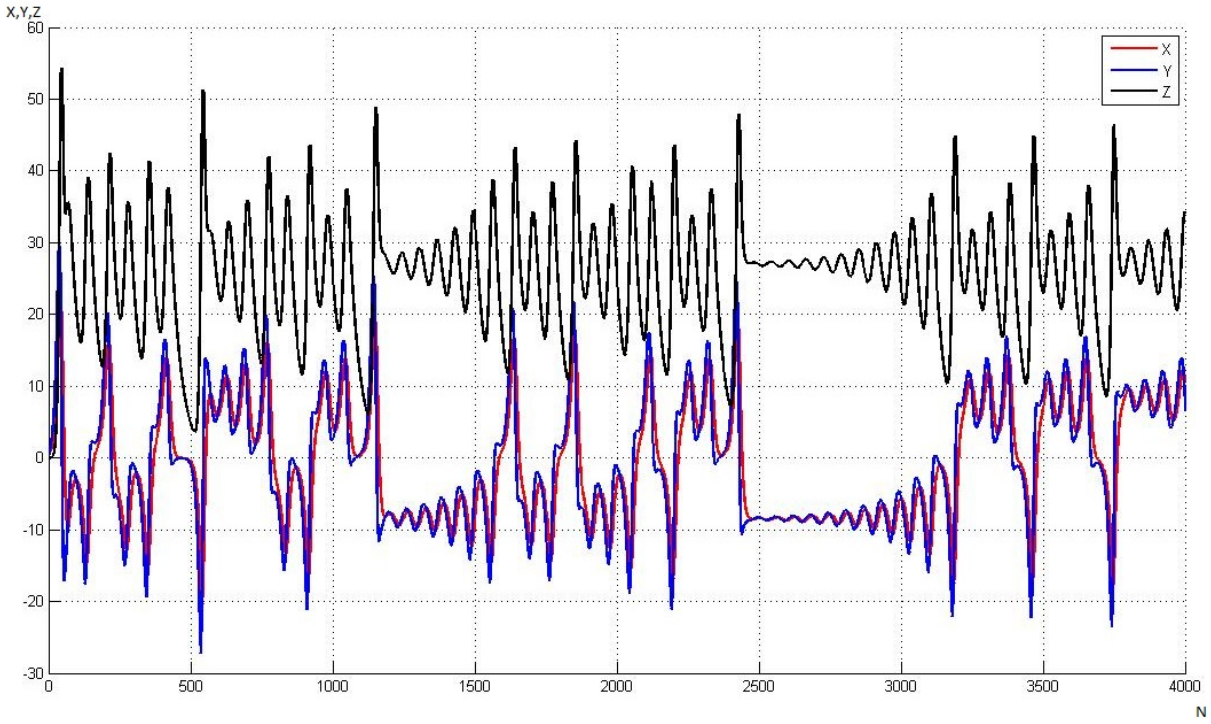



Рис. 2. Динамика частных показателей качества *X*, *Y*, *Z* хаотического процесса, описываемого аттрактором Лоренца

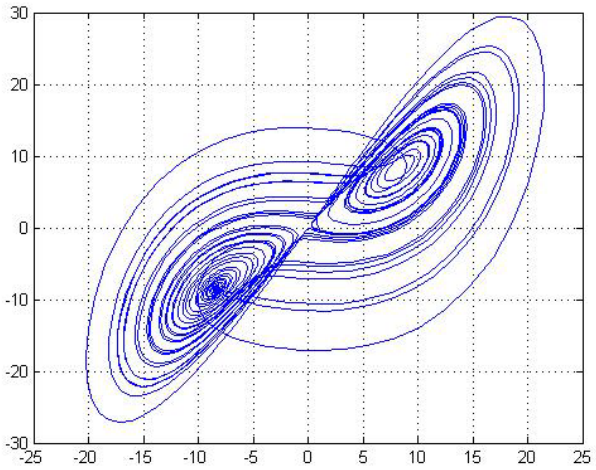


Рис. 3. Проекция аттрактора на плоскость *XY*

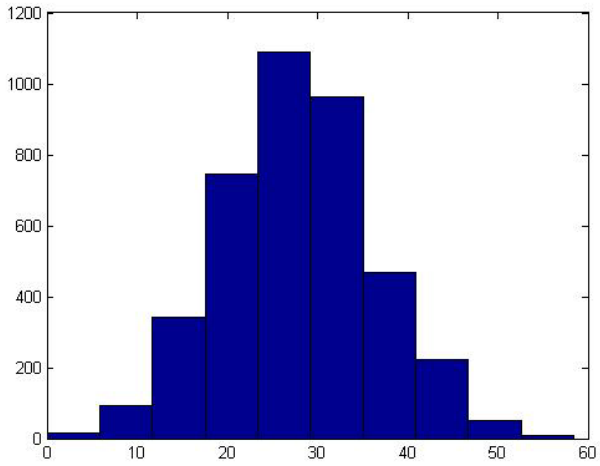


Рис. 4. Гистограмма комплексного показателя качества *Q*

У комплексного показателя качества, вероятно, имеется энергетический смысл, поскольку колебания происходят относительно некоторого неотрицательного среднего значения. Поставив для модели другие точки начальных условий (1, 0, 1), (10, 10, 10), (1, 0, –1), (1, 0, –10), (70, 1, 15), было обнаружено, что показатель *Q* колеблется относительно некоторого уровня, не меняющегося от изменения начальных условий.

Гистограмма показателя *Q* приведена на рис. 4.

Проверив показатель *Q* по критерию χ-квадрат с доверительной вероятностью 95%, можно полагать данный показатель нормально распределенным. Корреляционная функция данного показателя имеет вид, представленный на рис. 5.

Математическое ожидание и автокорреляционная функция однозначно определяют гауссовский случайный процесс, к которому, вероятно, можно отнести динамику комплексного показателя качества *Q* согласно приведенной модели.

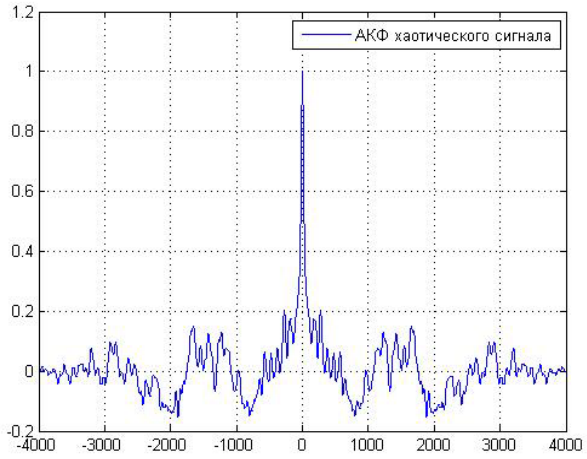



Рис. 5. АКФ комплексного показателя качества *Q*

### *Заключение*

Точки бифуркации для инфокоммуникационной системы характеризуют её переход в другое состояние (на другую орбиту) или период нестабильности, который может закончиться разрушением системы – невыходом системы на аттрактор точки бифуркации в фазовом пространстве.

Система управления инфокоммуникационной системой должна предсказывать точки бифуркации инфокоммуникационной системы и позволять системе проходить их с наименьшими потерями.

Бифуркационный метод не может считаться всеобъемлющим, поскольку нестабильность в системе может присутствовать даже без внешних воздействий и шумовой составляющей, как, например, в рассмотренной модели аттрактора Лоренца. Однако даже в такой системе для частных показателей качества наблюдается рост амплитуды колебаний частных показателей качества относительно некоторого среднего, предшествующий переходу на другую орбиту (т.е. в некотором роде на коротком промежутке времени возрастает дисперсия колебаний показателя относительно своего среднего значения за несколько предыдущих колебаний после ранее зафиксированного перехода). Вероятно, в данном случае целесообразно проводить сравнение амплитуды последующего колебания частного показателя качества с предыдущим (относительно их общего среднего).

Бифуркационный метод и теория выбросов случайных процессов являются взаимно дополняющими и в ряде случаев могут давать коррелированные результаты.

Проведенный анализ показателя качества *Q* для хаотически функционирующей системы, основанной на аттракторе Лоренца и алгоритме расчета *Q* по формуле (4), позволяет предположить, что этот процесс является гауссовским.

### *Литература*

1. Электронный ресурс. Режим доступа: http://army-news.ru/2013/12/cifrovaya-ili-kiber-vojna-kak-realnost.

2. *Толстых Н.Н.* Программно-аппаратные средства обеспечения информационной безопасности: уч. пособие. Воронеж: ВГТУ, 2013. 190 с.

3. Электронный ресурс. Режим доступа: http://keldysh.ru/papers/2005/prep39/prep2005_39.pdf

4. *Тихонов В.И., Хименко В.И.* Выбросы траекторий случайных процессов. М.: Наука, 1987.

5. *Wiesenfeld K.* Virtual Hopf phenomenon: A new precursor of period-doubling bifurcations. Physical Review A. Vol. 32. No. 3. September 1985. Pp. 1744–1751.

6. *Кравцов Ю.А., Бильчинская С.Г., Бутковский О.Я., Рычка И.А., Суровяткина Е.Д.* Предбифуркационное усиление шума в нелинейных системах // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2001. Т. 120, вып. 6 (12). С. 1527–1534.

7. *Дементьев И.В., Чаркин Д.Ю.* К вопросу о модельном представлении хаотически функционирующих инфокоммуникационных систем // Теория и техника радиосвязи. 2017. №3. С. 5–10.

Статья поступила в редакцию 29 сентября 2017 года

УДК 621.396.98

# МНОГОПОЗИЦИОННАЯ РАДИОЛОКАЦИОННАЯ СИСТЕМА НА ОСНОВЕ СТАЦИОНАРНОГО ПЕРЕДАТЧИКА И СЕТИ ВЫНЕСЕННЫХ В СТОРОНУ ЦЕЛИ МОБИЛЬНЫХ ПРИЕМНИКОВ НА БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТАХ

© Авторы, 2018

**В.В. Кирюшкин**, начальник кафедры, к.т.н., доцент, e-mail: kiryushkin.vlad@mail.ru
**Н.С. Волков**, курсант, e-mail: nickeloden96@mail.ru
**А.В. Супрунов**, курсант, e-mail: suprunov.96@mail.ru
ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

*Исследована возможность повышения точностных и тактических характеристик наземных радиолокационных станций в заданном направлении обзора за счет применения сети вынесенных в сторону цели мобильных приемников на беспилотных летательных аппаратах, реализации кооперативного приема и позиционных методов определения координат.*

***Ключевые слова:*** *многопозиционная система наблюдения, вынесенные приемники, беспилотные летательные аппараты, кооперативный прием, позиционные методы определения координат.*

# MULTIPOSITION RADAR SYSTEM BASED ON STATIONARY TRANSMITTER AND NETWORK OF MOBILE RECEIVERS MOVED TOWARDS A TARGET ON UNMANNED AERIAL VEHICLES

© Authors, 2018

**V.V. Kiryushkin**, Head of Department, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, e-mail: kiryushkin.vlad@mail.ru
**N.S. Volkov**, Cadet, e-mail: nickeloden96@mail.ru
**A.V. Suprunov**, Cadet, e-mail: suprunov.96@mail.ru
Air Force Military Educational and Scientific Center «Air Force Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A.Gagarin» (Voronezh)

*A possibility of improving accuracy and tactical characteristics of the ground radar stations in a preset direction of survey due to application of a network of mobile receivers moved towards a target on unmanned aerial vehicles and implementation of co-operative reception and position finding methods have been investigated.*

***Key words:*** *multiposition observation system, receivers moved forward, unmanned aerial vehicles, co-operative reception, position finding methods.*

В последнее время специалисты, конструкторы, исследователи уделяют пристальное внимание беспилотным летательным аппаратам (БПЛА), особенно в режиме их группового применения. Сетевое применение БПЛА открывает новые возможности в различных областях прикладной науки [1].

Перспективным направлением является исследование возможностей создания многопозиционных систем наблюдения [2] на основе подвижных позиций на борту БПЛА. Так, в [3] рассмотрена возможность обнаружения и определения координат малозаметных целей в многопозиционных радиолокационных системах с размещением позиций на борту БПЛА. Однако в таких системах проблемой становится «погоня за импульсом» узкой диаграммой направленности (ДН) антенн приемных позиций. Использование позиционных навигационных методов определения координат совместно с широкой ДН антенн приемных позиций позволит избежать этой проблемы.

В настоящей работе исследована возможность повышения точностных и тактических характеристик наземных радиолокационных станций (РЛС) в заданном направлении обзора за счет применения сети мобильных приемников, вынесенных в сторону цели, на БПЛА. При этом реализуется кооперативный прием отраженного от цели сигнала РЛС на всей сети приемников сформированной многопозиционной системы и централизованная обработка результатов приема с использованием навигационных позиционных методов определения координат [4, 5].

Таким образом, целью настоящей работы является разработка алгоритма определения ко-

ординат воздушных целей, основанного на навигационных позиционных методах, исследование точностных характеристик и характеристик сходимости этого алгоритма, а также оценка влияния характеристик алгоритма на тактические характеристики наземных РЛС.

***Постановка задачи***

Рассмотрим многопозиционную систему наблюдения, состоящую из передатчика ПД стационарной РЛС с известными координатами $\left(x_{\text{П}}, y_{\text{П}}, z_{\text{П}}\right)$ и $N$ вынесенных в сторону цели мобильных приемников ПМ$_i$ на БПЛА с известными текущими координатами $\left(x_i, y_i, z_i\right)$, где $i = 1, 2, \ldots, N$ – номер ПМ (рис. 1). Все приемники синхронизированы между собой и объединены в сеть передачи данных. Синхронизация приемников с передатчиком осуществляется по зондирующему сигналу с учетом известных расстояний между передатчиком ПД и приемниками ПМ$_i$.

Передатчик излучает радиолокационный сигнал с базой $B$ и периодичностью $T$. База $B$ определяется требованиями к энергетике сигнала, а периодичность $T$ – требованиями к диапазону однозначно измеряемой дальности до цели [6].

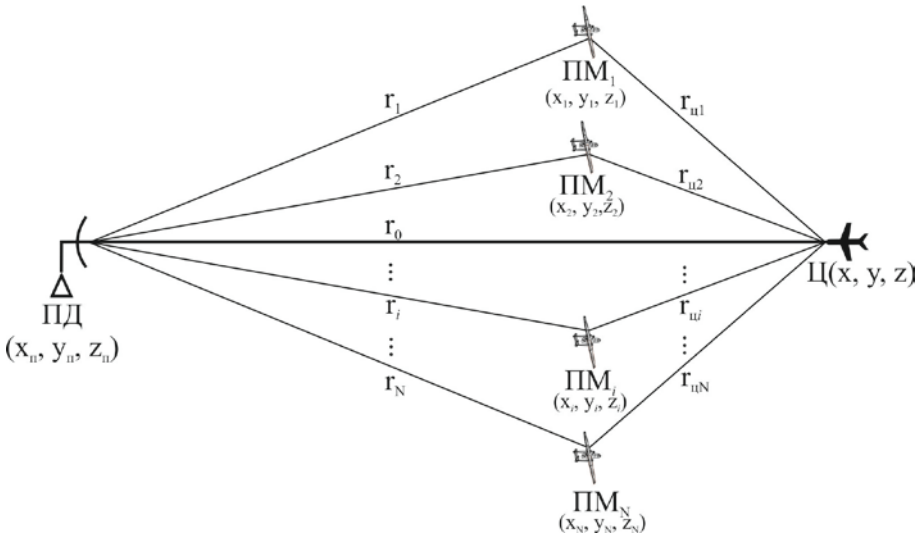



Рис. 1. Конфигурация многопозиционной системы наблюдения в горизонтальной плоскости

Цель Ц с неизвестными координатами $(x, y, z)$ находится вне зоны действия стационарной РЛС, но энергетика отраженного сигнала достаточна для его приема мобильными приемниками, вынесенными на БПЛА в сторону цели.

Каждый приемник ПМ, размещенный на БПЛА, включает два канала (рис. 2): канал прямого сигнала (КПС) и канал отраженного целью сигнала (КОС). Канал прямого сигнала обеспечивает прием зондирующего сигнала передатчика на ненаправленную антенну, запуск этим сигналом когерентного гетеродина (КГ) и запуск этим же сигналом временного счетчика (ВС). При этом все ПМ на БПЛА должны одновременно попадать в ДН антенны передатчика стационарной РЛС.

Сигнал КГ используется во втором канале ПМ для обеспечения когерентного приема отраженного от цели сигнала на направленную антенну с широкой ДН в переднюю полусферу. Принятый во втором канале отраженный от цели сигнал обеспечивает остановку ВС.

Таким образом, в каждом ПМ$_i$ временной счетчик обеспечивает измерение временного интервала $\Delta t_i$ между моментами прихода прямого зондирующего сигнала ПД и сигнала, отраженного от цели.

Каждый приемник ПМ$_i$ через терминал передачи данных (ТПД) транслирует в сеть передачи данных (СПД) измеренное значение $\Delta t_i$, а также свои текущие координаты $\left(x_i, y_i, z_i\right)$, измеренные с помощью навигационной аппаратуры потребителей (НАП) по навигационным сигналам (НС) глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) на борту БПЛА. При этом один из приемников сети, например ПМ$_1$, определяется как центр обработки информации.

На основании централизованной обработки результатов кооперативного приема отраженного от цели сигнала на всех приемниках сети необходимо определить неизвестные координаты воздушной цели $(x, y, z)$.

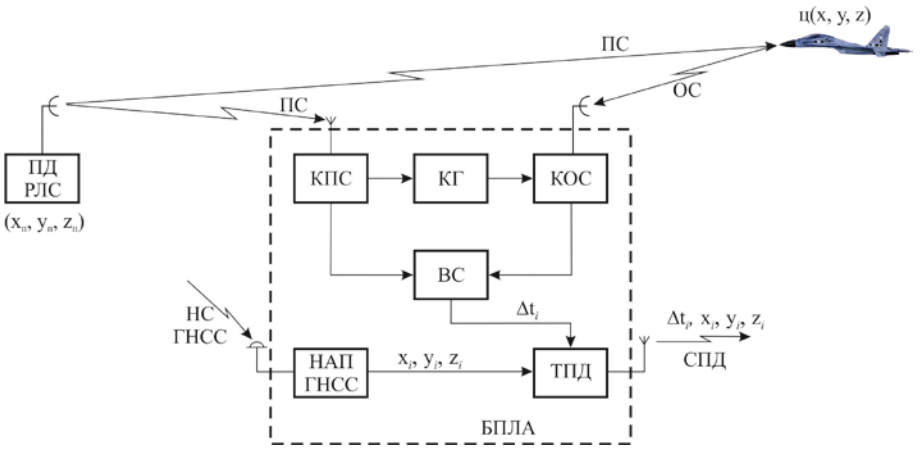



Рис. 2. Структурная схема приемника на БПЛА

***Разработка алгоритма определения координат, основанного на навигационных позиционных методах***

Теоретической основой разрабатываемого алгоритма является решение итерационным методом наименьших квадратов [4, 5] системы нелинейных уравнений, записанных с использованием навигационных позиционных методов определения координат.

Для синтеза алгоритма и записи системы нелинейных уравнений рассмотрим более подробно структуру полученной многопозиционной системы наблюдения в горизонтальной плоскости (рис. 1).

В каждом приемнике $ПМ_i$ измеряется временной интервал $\Delta t_i$, определяемый как разность времени, затраченного на прохождение сигнала от передатчика ПД до цели Ц ($r_0$) и далее от цели Ц до приемника $ПМ_i$ ($r_{цi}$), и времени, затраченного на прохождение сигнала напрямую от передатчика ПД до приемника $ПМ_i$ ($r_i$):

$$\Delta t_i c + \varepsilon = r_0 + r_{цi} - r_i, \qquad (1)$$

где $r_0 = \left[(x - x_П)^2 + (y - y_П)^2 + (z - z_П)^2\right]^{1/2}$ – неизвестная дальность «ПД–Ц»; $r_{цi} = \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2\right]^{1/2}$ – неизвестная дальность «Ц–$ПМ_i$»; $r_i = \left[(x_П - x_i)^2 + (y_П - y_i)^2 + (z_П - z_i)^2\right]^{1/2}$ – дальность «ПД–$ПМ_i$», вычисляемая на основе известных координат $ПМ_i$ и ПД; $c$ – скорость света, $\varepsilon$ – случайная погрешность измерения временного интервала $\Delta t_i$, выраженная в единицах дальности.

Для реализации разностно-дальномерного метода определения координат измерения одного, например первого, приемника вычитаются из измерений всех остальных приемников [4, 5]. Тогда для $N$ приемников получают систему из $N - 1$ уравнений

$$(\Delta t_i - \Delta t_1)c + \varepsilon = (r_{цi} - r_{ц1}) - (r_i - r_1), \qquad (2)$$

где $i = 2, 3, \ldots, N$ – номер приемника.

Для формирования разностно-дальномерных измерений от цели до $ПМ_i$ и до $ПМ_1$ запишем уравнение (2) в более удобном виде, перенеся все вычисленные и измеренные члены в левую сторону:

$$(\Delta t_i - \Delta t_1)c + (r_i - r_1) + \varepsilon = r_{цi} - r_{ц1}. \qquad (3)$$

Для удобства дальнейших записей обозначим левую часть уравнения (3) через $\Delta r_i$ (разность скорректированных измерений $i$-го и 1-го приемника) и запишем его в виде

$$\Delta r_i^R + \varepsilon = r_{цi} - r_{ц1}. \qquad (4)$$

Тогда в обобщенном виде систему нелинейных уравнений (4) можно представить как

$$\mathbf{R}^R = \mathbf{R}^R(\mathbf{q}, \mathbf{q}_П, \mathbf{Q}), \qquad (5)$$

где $\mathbf{R}^R$ – ($N$–1)-мерный вектор разностей измерений приемников; $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ – вектор истинных координат воздушной цели; $\mathbf{q}_\Pi = \begin{bmatrix} x_\Pi & y_\Pi & z_\Pi \end{bmatrix}^T$ – вектор координат передатчика ПД; $\mathbf{Q}$ – матрица координат мобильных приемников на БПЛА.

Для разностно-дальномерных измерений на сети мобильных приемников элементы вектора невязок $\delta\mathbf{R}_{k-1}^R$ в выражении для метода наименьших квадратов будут вычисляться по формулам

$$\delta\left(\Delta r_{i,k-1}^R\right) = \Delta r_i^R - \hat{r}_{i,k-1} + \hat{r}_{1,k-1}, \qquad (6)$$

$$\hat{r}_{i,k-1} =$$

$$= \left[\left(x_i - \hat{x}_{k-1}\right)^2 + \left(y_i - \hat{y}_{k-1}\right)^2 + \left(z_i - \hat{z}_{k-1}\right)^2\right]^{1/2}, \qquad (7)$$

$$\hat{r}_{1,k-1} =$$

$$= \left[\left(x_1 - \hat{x}_{k-1}\right)^2 + \left(y_1 - \hat{y}_{k-1}\right)^2 + \left(z_1 - \hat{z}_{k-1}\right)^2\right]^{1/2}. \qquad (8)$$

Матрица наблюдений $\mathbf{C}_{k-1}^R$ для разностно-дальномерного метода имеет размерность ($N$ – 1) x 3 и определяется по формулам

$$\mathbf{C}_{k-1}^R = \left[\mathbf{C}_{21,k-1}^R ... \mathbf{C}_{i1,k-1}^R ... \mathbf{C}_{N1,k-1}^R\right]^T, \qquad (9)$$

$$\mathbf{C}_{i1,k-1}^R =$$

$$= \left[\left(\cos\alpha_i - \cos\alpha_1\right)\left(\cos\beta_i - \cos\beta_1\right)\left(\cos\gamma_i - \cos\gamma_1\right)\right], \qquad (10)$$

$$\cos\alpha_i = \frac{x_i - \hat{x}_{k-1}}{\hat{r}_{i,k-1}},\ \cos\beta_i = \frac{y_i - \hat{y}_{k-1}}{\hat{r}_{i,k-1}},$$

$$\cos\gamma_i = \frac{z_i - \hat{z}_{k-1}}{\hat{r}_{i,k-1}}, \qquad (11)$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{x_1 - \hat{x}_{k-1}}{\hat{r}_{1,k-1}},\ \cos\beta_1 = \frac{y_1 - \hat{y}_{k-1}}{\hat{r}_{1,k-1}},$$

$$\cos\gamma_1 = \frac{z_1 - \hat{z}_{k-1}}{\hat{r}_{1,k-1}}. \qquad (12)$$

Для реализации суммарно-дальномерного метода определения координат необходимо скорректировать измерения (1) каждого $\text{ПМ}_i$ на известную величину $r_i$. Тогда для $N$ приемников получают систему из $N$ уравнений [4]

$$\Delta t_i c + r_i + \varepsilon = r_0 + r_{\text{ц}i}, \qquad (13)$$

где $i$ = 1, 2, …, $N$ – номер приемника.

Для удобства дальнейших записей обозначим левую часть уравнения (13) через $\Delta r_i^S$ (скорректированные измерения $i$-го приемника) и запишем его в виде

$$\Delta r_i^S + \varepsilon = r_0 + r_{\text{ц}i}. \qquad (14)$$

Запишем полученную систему нелинейных уравнений (14) в обобщенном виде

$$\mathbf{R}^S = \mathbf{R}^S(\mathbf{q}, \mathbf{q}_\Pi, \mathbf{Q}), \qquad (15)$$

где $\mathbf{R}^S$ – $N$-мерный вектор суммарных измерений приемников.

Для суммарно-дальномерных измерений элементы вектора невязок $\delta\mathbf{R}_{k-1}^S$ в выражении для метода наименьших квадратов будут вычисляться по формулам

$$\delta\left(\Delta r_{i,k-1}^S\right) = \Delta r_i^S - \hat{r}_{i,k-1} - \hat{r}_{\Pi,k-1}, \qquad (16)$$

$$\hat{r}_{\Pi,k-1} =$$

$$= \left[\left(x_\Pi - \hat{x}_{k-1}\right)^2 + \left(y_\Pi - \hat{y}_{k-1}\right)^2 + \left(z_\Pi - \hat{z}_{k-1}\right)^2\right]^{1/2}. \qquad (17)$$

Матрица наблюдений $\mathbf{C}_{k-1}^S$ для суммарно-дальномерного метода имеет размерность $N$x3 и определяется по формулам [4]

$$\mathbf{C}_{k-1}^S = \left[\mathbf{C}_{1,k-1}^S ... \mathbf{C}_{i,k-1}^S ... \mathbf{C}_{N,k-1}^S\right]^T, \qquad (18)$$

$$\mathbf{C}_{i,k-1}^S =$$

$$= \left[\left(\cos\alpha_i + \cos\alpha_\Pi\right)\left(\cos\beta_i + \cos\beta_\Pi\right)\left(\cos\gamma_i + \cos\gamma_\Pi\right)\right], \qquad (19)$$

$$\cos\alpha_\Pi = \frac{x_\Pi - \hat{x}_{k-1}}{\hat{r}_{\Pi,k-1}},\ \cos\beta_\Pi = \frac{y_\Pi - \hat{y}_{k-1}}{\hat{r}_{\Pi,k-1}},$$

$$\cos\gamma_\Pi = \frac{z_\Pi - \hat{z}_{k-1}}{\hat{r}_{\Pi,k-1}}. \qquad (20)$$

Итоговый алгоритм определения координат воздушной цели в полученной многопозиционной радиолокационной системе использует как

разностные, так и суммарные измерения приемников. Тогда метод наименьших квадратов для этого алгоритма может быть записан с учетом изложенных ниже замечаний.

Совокупный вектор измерений будет представлять собой вектор размерности 2x1, элементами которого являются векторы измерений $\mathbf{R}^R$ и $\mathbf{R}^S$ полученной многопозиционной системы наблюдения:

$$\mathbf{R} = \left[ \mathbf{R}^R \ \mathbf{R}^S \right]^T. \quad (21)$$

Аналогично, совокупный вектор невязок измерений запишется в виде

$$\delta\mathbf{R}_{k-1} = \left[ \delta\mathbf{R}_{k-1}^R \ \delta\mathbf{R}_{k-1}^S \right]^T, \quad (22)$$

а совокупная матрица наблюдений будет включать в себя матрицы направляющих косинусов $\mathbf{C}_{k-1}^R$ и $\mathbf{C}_{k-1}^S$:

$$\mathbf{C}_{k-1} = \left[ \mathbf{C}_{k-1}^R \ \mathbf{C}_{k-1}^S \right]^T. \quad (23)$$

Тогда сам алгоритм определения координат воздушной цели на основе метода наименьших квадратов [4] запишется в привычном виде

$$\hat{\mathbf{q}}_k = \hat{\mathbf{q}}_{k-1} + \mathbf{dq}_k, \quad (24)$$

$$\mathbf{dq}_k = \left( \mathbf{C}_{k-1}^T \mathbf{P} \mathbf{C}_{k-1}^T \right)^{-1} \mathbf{C}_{k-1}^T \mathbf{P} \delta\mathbf{R}_{k-1}. \quad (25)$$

При этом совокупная матрица $\mathbf{P}$, обратная корреляционной матрице погрешностей измерений дальностей, будет представлять собой диагональную матрицу

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}^S \end{bmatrix}, \quad (26)$$

где $\mathbf{0}$ – нулевые матрицы соответствующих размеров.

Точность оценки вектора $\hat{\mathbf{q}}$ координат воздушной цели в этом случае определяется корреляционной матрицей погрешностей [4]

$$\mathbf{K}_q = \left( \left( \mathbf{C}_{k-1} \right)^T \mathbf{P} \ \mathbf{C}_{k-1} \right)^{-1}. \quad (27)$$

***Методика исследования***

Исследование точности оценки координат воздушной цели в многопозиционной системе наблюдения было проведено методом имитационного моделирования.

Для этого введена локальная система координат O*XYZ*, начало которой совпадает с точкой установки наземного передатчика ПД (рис. 3). Координата *X* определяет линейное удаление объекта от передатчика и совпадает с горизонтальным направлением ДН антенны ПД, координата *Y* определяет боковое смещение относительно оси *X*, а координата *Z* эквивалентна высоте объекта над поверхностью земли.

На удалении $x_{\text{ПМ}} = 100$ км размещены 9 приемников ПМ на БПЛА. Приемники расположены в узлах равномерной сетки (3x3) с координатами по оси *Z* $z_{\text{ПМ}} = 0.5$ км, $z_{\text{ПМ}} = 1.0$ км, $z_{\text{ПМ}} = 1.5$ км и координатами по оси *Y* $y_{\text{ПМ}} = -1.0$ км, $y_{\text{ПМ}} = 0$ км, $y_{\text{ПМ}} = 1.0$ км (рис. 3).

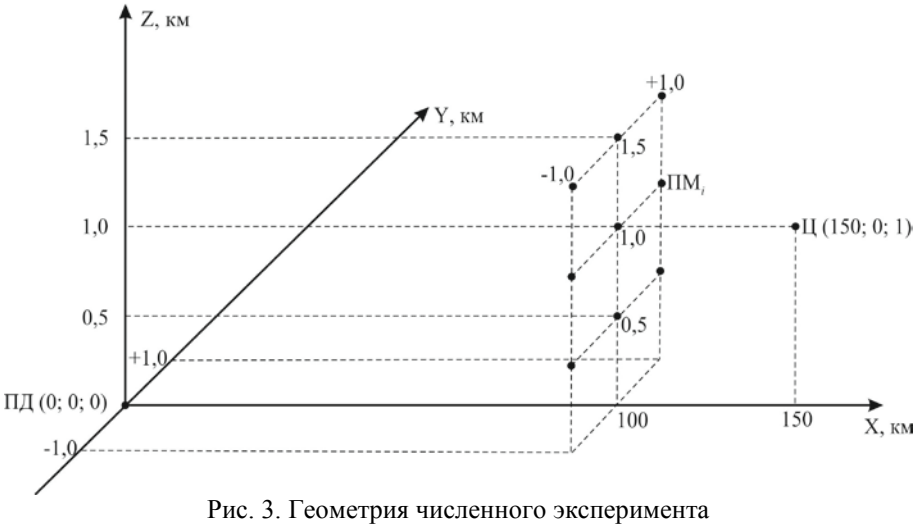



Рис. 3. Геометрия численного эксперимента

Для выполнения условия одновременного попадания всех приемников ПМ в ДН антенны передатчика ПД необходимо, чтобы ширина ДН передатчика ПД в азимутальной плоскости составила $\theta = arctg\left(\frac{\Delta y_{\text{ПМ}}}{x_{\text{ПМ}}}\right) = arctg\left(\frac{2}{100}\right) = 1.15°$ (где $\Delta y_{\text{ПМ}}$ – ширина сети ПМ по оси *Y*), что значительно меньше ширины ДН антенны современных наземных РЛС [6].

Цель была задана центральной точкой с координатами Ц (150; 0; 1), см. рис. 3. Далее цель перемещалась в предположительной зоне действия полученной многопозиционной системы наблюдения в следующих пределах координат: $x = 120...180$ км с шагом 1 км, $y = -10...+10$ км с шагом 0.5 км, $z = 0.5...2.0$ км с шагом 0.1 км.

В каждой точке расположения цели с использованием описанного выше позиционного алгоритма решалась задача определения координат цели. При реализации метода наименьших квадратов использовалось $k$ = 10 итераций обработки. Среднеквадратическое отклонение (СКО) случайной погрешности измерения дальности было выбрано равным $\sigma_\varepsilon = 10$ м.

В качестве показателя точности решения задачи определения координат выбраны значения СКО ошибки полученной оценки местоположения цели по соответствующей координате $\sigma_x$, $\sigma_y$, $\sigma_z$, где $\sigma_x^2$, $\sigma_y^2$, $\sigma_z^2$ – диагональные элементы формируемой ковариационной матрицы $\mathbf{K}_q$ погрешностей.

Кроме того, для иллюстрации текущей ошибки оценки местоположения цели в каждой точке вычислялось значение абсолютной радиальной погрешности определения координат воздушной цели $\Delta R = \left[\left(\hat{x} - x\right)^2 + \left(\hat{y} - y\right)^2 + \left(\hat{z} - z\right)^2\right]^{1/2}$, где $\hat{\mathbf{q}} = \left(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\right)^T$ – итоговая оценка вектора координат цели.

### *Результаты исследований*

Результаты исследований, проведенных с использованием описанного выше алгоритма, приведены на рис. 4, где показаны двумерные (в координатах *X*-*Y*) графики значений СКО ошибки оценки местоположения цели по координате *X* (панель а), *Y* (панель б), высоте (панель в), а также абсолютной радиальной погрешности определения координат $\Delta R$ (панель г).

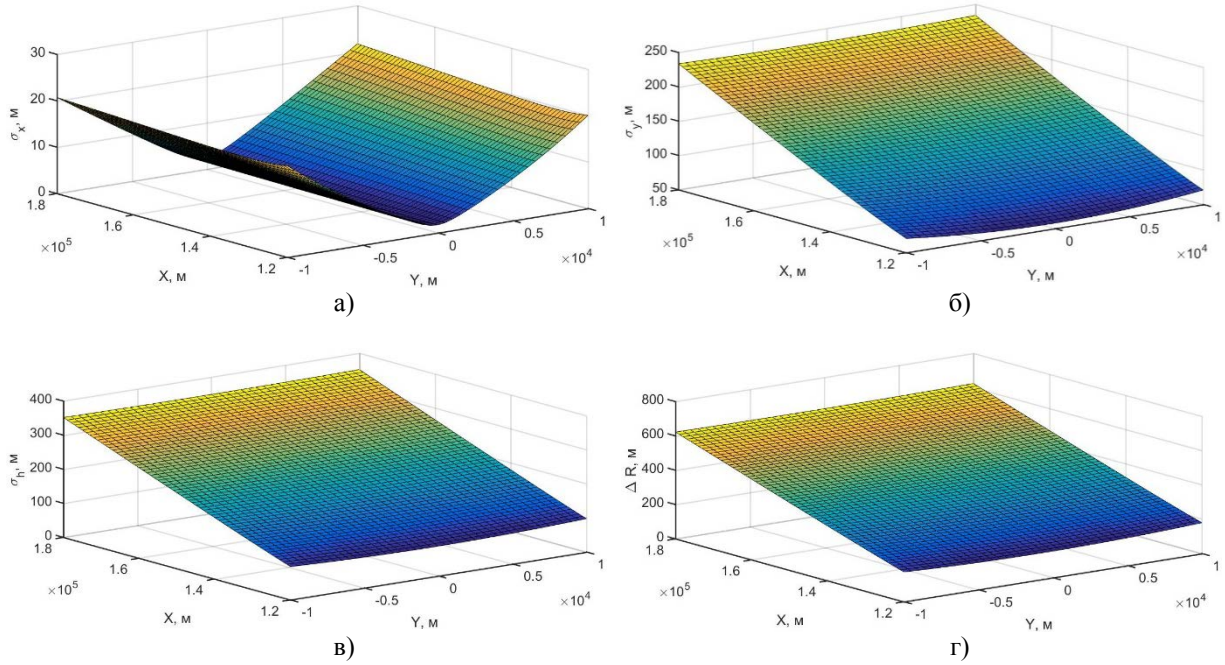



Рис. 4. Точность определения координат цели:
а) по координате *X*; б) по координате *Y*; в) по высоте; г) по радиальной ошибке

Анализ рис. 4 показывает, что во всей исследуемой зоне обзора обеспечивается решение задачи определения координат цели, что говорит о сходимости алгоритма во всей зоне обзора.

СКО ошибки по координате *Y* и по высоте увеличиваются практически линейно с увеличением удаления цели от сети приемников и от бокового смещения цели практически не зависят, а значение $\sigma_x$ увеличивается с увеличением координаты *Y* и практически не зависит от координаты *X*.

Учет одновременно суммарных и разностных измерений позволил получить точное решение задачи по всем координатам. Так, СКО ошибки по высоте не превышает 350 м при наибольшем удалении цели (рис. 4в), СКО по координате *Y* в наихудшем случае составило 230 м (рис. 4б), а значение $\sigma_x$ не превысило 20 м (рис. 4а).

Основной вклад в ошибку $\Delta R$ вносят ошибки по координате *Y* и по высоте. На максимальном удалении значение $\Delta R$ составило 600 м.

Для исследования сходимости разработанного алгоритма метод наименьших квадратов был представлен в виде дискриминатора, для которого были построены дискриминационные характеристики в виде зависимости $dx(\Delta X)$, $dy(\Delta Y)$, $dz(\Delta h)$, где *dx*, *dy*, *dz* – элементы поправочного вектора $\mathbf{dq}_k$ в формуле (24), а $\Delta X$, $\Delta Y$, $\Delta h$ – отклонение по соответствующим координатам начального значения вектора $\hat{\mathbf{q}}_{k-1}$ от истинного местоположения цели $\mathbf{q}$, определяющее величину невязки $\delta\mathbf{R}_{k-1}$ в формуле (25) на первой итерации вычислений (рис. 5).

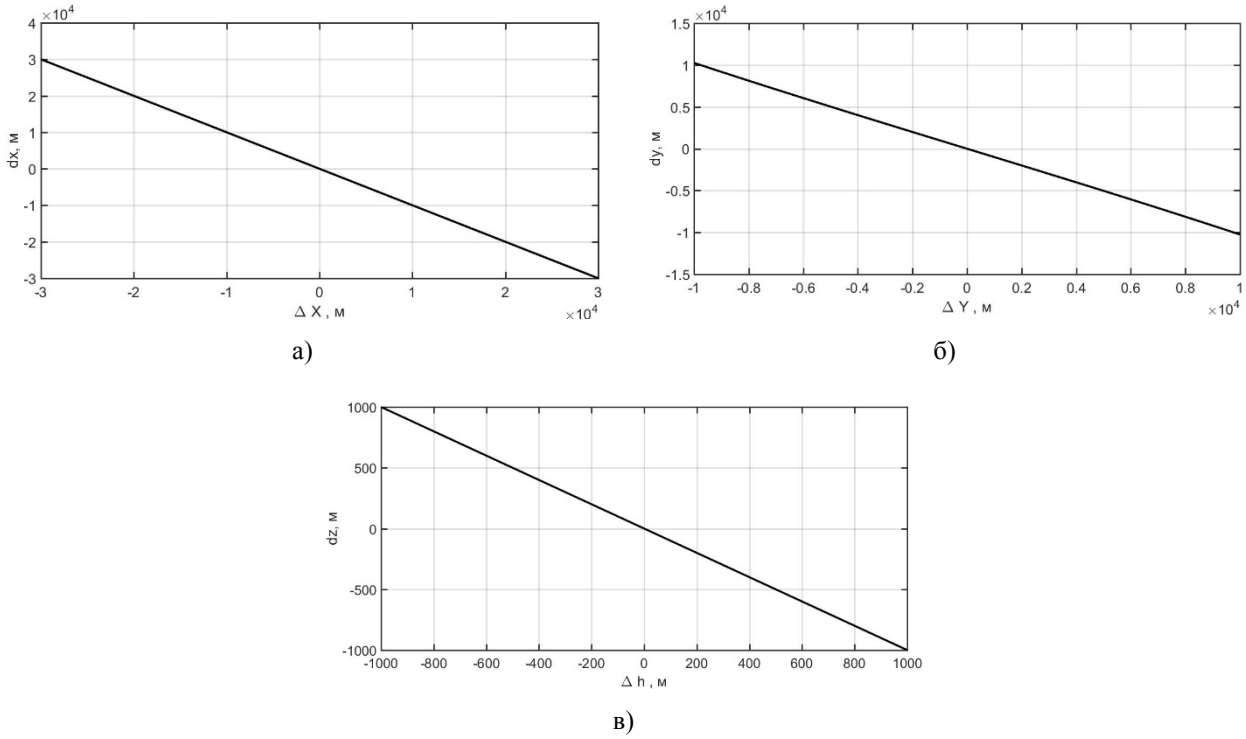



Рис. 5. Дискриминационные характеристики разработанного алгоритма:
а) по координате *X*; б) по координате *Y*; в) по высоте

Анализ рис. 5 показывает, что дискриминационные характеристики разработанного алгоритма по каждой координате представляют собой несмещенные знакопеременные линейные зависимости с отрицательным коэффициентом наклона, что обеспечивает надежную сходимость алгоритма во всем диапазоне исследуемой зоны обзора полученной многопозиционной РЛС.

***Оценка влияния характеристик алгоритма на тактические характеристики наземных РЛС***

Полученное максимальное значение радиальной ошибки определения координат $\Delta R = 600$ м эквивалентно обострению луча диаграммы направленности антенны наземной РЛС как по азимуту, так и по углу места до значения $\theta = arctg\left(\dfrac{\Delta R}{x_{\max}}\right) = arctg\left(\dfrac{0.6}{180}\right) = 0.2°$, что на поря-

док меньше ширины диаграммы направленности антенны существующих наземных РЛС [6].

Для грубой оценки степени увеличения зоны действия наземной РЛС за счет применения вынесенных приемников на БПЛА рассмотрим основное уравнение радиолокации [6].

Для моностатической РЛС оно запишется в традиционном виде

$$P_{\text{ПМ}} = \frac{P_{\text{ПД}} G_{\text{ПД}} G_{\text{ПМ}} \lambda^2 \sigma_{\text{Ц}}}{(4\pi)^3 D^4}, \qquad (28)$$

где $P_{\text{ПД}}$, $\lambda$, $G_{\text{ПД}}$ – мощность излучения, длина волны и коэффициент направленного действия антенны передатчика, $P_{\text{ПМ}}$ $G_{\text{ПМ}}$ – мощность на входе и коэффициент направленного действия антенны приемника, $\sigma_{\text{Ц}}$ – эффективная площадь отражения цели, $D$ – дальность действия моностатической РЛС (рис. 6а).

Для многопозиционной РЛС уравнение радиолокации запишется в виде [2]

$$P_{\text{ПМ}} = \frac{P_{\text{ПД}} G_{\text{ПД}} G_{\text{ПМ}} \lambda^2 \sigma_{\text{Ц}}}{(4\pi)^3 D_{\text{ПДЦ}}^2 D_{\text{ПМЦ}}^2}, \qquad (29)$$

где $D_{\text{ПДЦ}}$ – дальность «передатчик РЛС – цель», $D_{\text{ПМЦ}}$ – дальность «вынесенный приемник – цель» (рис. 6б).

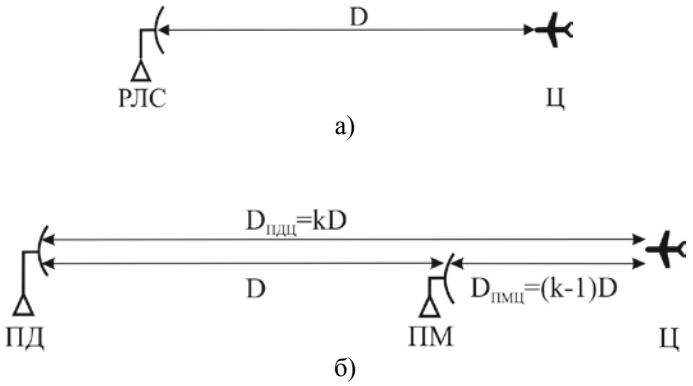



Рис. 6. Соотношение дальности действия моностатической (а) и многопозиционной (б) РЛС

Тогда для частного случая, когда вынесенные приемники находятся на границе зоны действия моностатической РЛС, обозначая коэффициент увеличения зоны многопозиционной РЛС в сравнении с моностатической РЛС через $k$, можно записать

$$D_{\text{ПДЦ}} = kD, \qquad (30)$$

$$D_{\text{ПМЦ}} = (k-1)D. \qquad (31)$$

В этом случае, считая равными все одноименные характеристики, входящие в уравнения (28) и (29), и приравнивая мощности на входе приемников моностатической и многопозиционной РЛС, запишем выражение

$$k^2 (k-1)^2 = 1, \qquad (32)$$

решая которое, получим, что коэффициент увеличения зоны многопозиционной РЛС в сравнении с моностатической РЛС составляет $k \approx 1.62$.

***Заключение***

Таким образом, проведенные исследования показали, что применение вынесенных в сторону цели мобильных приемников на БПЛА позволяет существенно повысить точностные и тактические характеристики наземных РЛС в заданном направлении обзора.

Так, использование позиционного суммарно-разностно-дальномерного метода определения координат позволило снизить значение абсолютной радиальной погрешности оценки местоположения цели $\Delta R$ до 600 м на удалении до 180 км. Для наземной РЛС это эквивалентно обострению луча диаграммы направленности антенны как по азимуту, так и по углу места до значения $\theta = 0.2°$.

При этом, по грубой оценке, дальность действия полученной многопозиционной системы наблюдения в заданном направлении обзора увеличивается в $k \approx 1.62$ раза в сравнении с моностатической РЛС.

***Литература***

1. *Кошкин Р.П.* Беспилотные авиационные системы. М.: Стратегические приоритеты, 2016. 676 с.

2. *Черняк В.С.* Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993. 416 с.

3. *Фадеев Р.С., Мякиньков А.В., Буров В.Н., Огурцов А.Г.* Возможности обнаружения и определения координат малозаметных целей в многопозиционных радиолокационных системах с размещением позиций на борту беспилотных летательных аппаратов // Известия ВУЗов России. Радиоэлектроника. 2014. Вып. 6. С. 29–35.

4. *Шабшеевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др.* Сетевые спутниковые радионавигационные системы / Под ред. П.П. Дмитриева и В.С. Шабшеевича. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

5. *Кирюшкин ВВ., Черепанов Д.А., Дьяконов Е.А.* Повышение точности определения координат воздушных целей в многопозиционной системе наблюдения с внешним подсветом сигналами глобальных навигационных спутниковых систем за счет использования сигналов псевдоспутников // Теория и техника радиосвязи. 2017. №3. С. 32–41.

6. *Дудник П.И., Чересов Ю.И.* Авиационные радиолокационные устройства. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1986. 533 с.

Статья поступила в редакцию 3 апреля 2018 года

УДК 621.391

# АВТОМАТИЧЕСКОЕ УСТАНОВЛЕНИЕ СОЕДИНЕНИЯ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ ДЕКАМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА С ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

© Авторы, 2018

**Д.А. Ковальков**, к.т.н., доцент, начальник кафедры
**А.А. Крикунов**, к.т.н., преподаватель
**Е.А. Гаврилин**, адъюнкт, e-mail: evgeni813@yandex.ru
Филиал ВА РВСН им. Петра Великого в г. Серпухове
**А.Б. Муравник**, д.ф.-м.н., руководитель проекта, АО «Концерн «Созвездие»

*Проведено исследование интегральных показателей качества функционирования канала вызова, предназначенного для процедуры автоматического установления соединения (ALE) в системах связи декаметрового диапазона, функционирующего по протоколу случайного множественного доступа (СМД), в условиях динамики нагрузки. Также проведена оценка влияния нагрузки на его производительность и выработаны рекомендации по повышению качества канала.*

***Ключевые слова:*** *процедура автоматического установления соединения (ALE), случайный множественный доступ, коллизия, относительная пропускная способность, среднее время задержки установления соединения, интервал вызова.*

# ESTABLISHING AUTOMATIC CONNECTION IN COMMUNICATION SYSTEMS OF DECAMETER RANGE WITH DYNAMIC LOAD

© Authors, 2018

**D.A. Kovalkov**, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Head of Department
**A.A. Krikunov**, Ph.D. in Engineering Science, Teacher
**E.A. Gavrilin**, Junior Scientific Assistant, e-mail: evgeni813@yandex.ru
The Military Academy of Strategic Rocket Troops after Peter the Great, Serpukhov branch
**A.B. Muravnik**, D. Sc. in Physics and Mathematics, Project Manager, JSC Concern «Sozvezdie»

*The integrated quality indicators of the call channel functioning, which is intended for the automatic connection establishment (ALE) procedure in decameter communication systems operating according to the random multiple access (RMA) protocol under conditions of a dynamic load, have been investigated. An assessment of the load impact on its performance and recommendations for improving the channel quality has been performed also.*

***Key words****: automatic connection establishment (ALE) procedure, random multiple access, collision, relative throughput, connection establishment average delay time, call interval.*

В связи с возросшей потребностью в средствах коммуникации, обеспечивающих безопасную и оперативную передачу данных и речи на большие расстояния, все большее внимание начинает уделяться системам связи, работающим в ДКМ диапазоне и использующим процедуру ALE [1].

Основными этапами организации связи, имеющими место в рассматриваемых системах, являются:

1. Установление связи.
2. Организация канала передачи данных.

В таких системах существует две схемы установления связи и обмена данными:

– с разнесенными по частоте каналами вызова и передачи данных, когда каждому каналу вызова ставится в соответствие один или несколько каналов передачи данных, функционирующих на частотах, достаточно близких для обеспечения идентичности характеристик распространения сигнала;

– с каналами вызова и передачи данных, организованными на одной частоте.


ISSN 1995-7009

Поскольку в случае интенсивного трафика использование канала как для вызова, так и для трафика уменьшает эффективность таких систем связи, рассмотрим процедуру автоматического установления связи, когда каналы вызова и передачи данных разнесены по частоте.

Качество доведения информации в таких системах связи в большей степени будет зависеть от качества канала вызова, который, в силу использования протокола СМД, является неустойчивым к увеличению нагрузки. В отличие от него канал передачи данных используется монопольно абонентами, установившими соединение. Это позволяет планировать передачу и использовать в нем соответствующий протокол (HDL или LDL), обеспечивающий заданные требования по оперативности и достоверности передачи информации [1].

Реализация процедуры (протокола) установления связи в различных условиях обстановки требует оценки ее эффективности и, самое главное, обоснования ее параметров, улучшающих в конечном счете качество информационного обмена. Это, в свою очередь, требует разработки математических моделей радиоканала, использующего данную процедуру установления связи.

Для построения математической модели рассмотрим процедуру установления связи синхронным методом систем ДКМ радиосвязи 3-го поколения (3G-ALE) [1]. Синхронный метод предполагает, что все станции одной группы вызова (dwell group) синхронно передают свой вызов в периоде вызова, что предполагает наличие коллизий в канале. Этот метод, в отличие от асинхронного, является наиболее предпочтительным, поскольку обеспечивает более высокую производительность сети.

Структура синхронного периода вызова представлена на рис. 1.

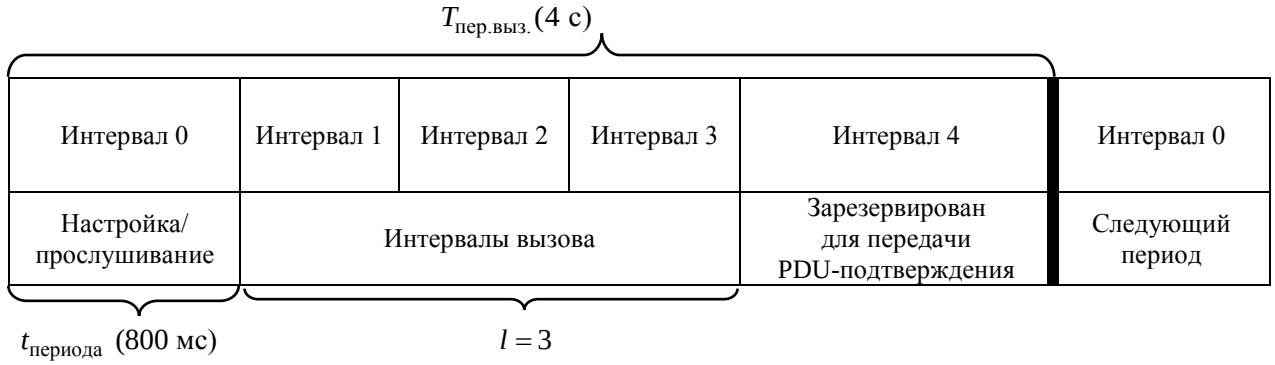



Рис. 1. Структура синхронного периода вызова

При необходимости установления соединения с какой-то определенной станцией вызывающая станция выбирает один из интервалов с номерами от 1 до 3 периода вызова (обозначим его $n$). Если $n \neq 1$, то вызывающая стация прослушивает канал вызова в течение интервала прослушивания с целью выяснения, велась ли по нему передача, и если канал вызова был свободен, начинает передачу своего PDU-запроса (PDU – Protocol Data Units) в выбранном интервале вызова и в интервале $(n+1)$ ожидает ответ на него от вызываемой станции (PDU-подтверждение), в котором может содержаться информация о подходящем для обмена данными канале. Если $n \neq 1$ и в интервалах с номерами $k_i$, где $i < n$, производился обмен блоками PDU-процедуры вхождения в связь другими станциями, то данная станция откладывает свой вызов (отправку своего собственного запроса) и пытается установить соединение уже на следующей по порядку следования частоте.

Если для вызова был выбран интервал с номером $n = 1$, вызывающая станция просто отправляет свой PDU-запрос в течение этого интервала и ожидает ответ на него от вызываемой станции (PDU-подтверждение) во 2-м интервале вызова.

Последний, четвертый интервал вызова используется исключительно для передачи PDU-

подтверждения вызываемой станцией, и PDU-запрос в нем не передается.

В том случае если на PDU-запрос от вызываемой станции пришло PDU-подтверждение, станции завершают процедуру вхождения в связь и немедленно приступают к организации канала передачи данных. В противном случае, если PDU-подтверждение не пришло (коллизия PDU-запросов или вследствие динамики нагрузки), процедура вхождения в связь повторяется в следующем периоде вызова с вероятностью, равной 1.

В системах связи 3G-ALE интервалы вызова (в рамках периода вызова) выбираются не равновероятно с целью обеспечения приоритетности вызовов (более приоритетным вызовам с большей вероятностью соответствуют более ранние интервалы), однако слишком сильное отличие в вероятностях может привести к перегрузке вызовами как в кризисных, так и в обычных условиях, поэтому в предлагаемой модели предполагается равновероятный выбор интервала прослушивания. Кроме того, для того чтобы сделать модель более универсальной, введем параметр $pr \in (0,1]$, который представляет собой вероятность того, что абонент «настаивает» на своей повторной передаче PDU-запроса в следующем периоде вызова [7, с. 444].

Для построения аналитической модели функционирования канала вызова воспользуемся аппаратом теории КМЦ [2, 5, 6]. Будем считать, что поток вызовов от абонентов является простейшим, тогда вероятность появления PDU-запроса от одного абонента в текущем периоде вызова $p_0$ определяется по формуле

$$p_0 = 1 - e^{-\lambda \cdot T_{\text{пер.выз}}}, \qquad (1)$$

где $\lambda$ – интенсивность поступления запросов на установление соединения от одного абонента,

$T_{\text{пер.выз}}$ – длительность периода вызова (в стандарте MIL-STD-188-141B $T_{\text{пер.выз}} = 4$ с).

Обозначим:

$N$ – общее количество абонентов одной группы вызова (dwell group),

$P_{\text{пер.запр.}}$ – вероятность успешной передачи PDU-запроса,

$P_{\text{пер.подтв}}$ – вероятность успешной передачи PDU-подтверждения,

$P_{\text{усп.обмен}} = P_{\text{пер.запр.}} \cdot P_{\text{пер.подтв}}$ – вероятность успешного обмена служебной информацией при установлении соединения,

$P_{\text{ош.уст}} = 1 - P_{\text{усп.обмен}}$ – вероятность возникновения ошибки при установлении соединения. Возникновение ошибки при передаче PDU-запроса либо PDU-подтверждения ведет к повторной попытке установления соединения, что в нашем случае аналогично возникновению коллизии. $P_{\text{пер.запр.}}$ и $P_{\text{пер.подтв}}$ в общем случае зависят от вида модуляции, типа кодирования, длины передаваемого сообщения, отношения сигнал/шум и других параметров. Для их расчета существует несколько методик, например, представленных в [3, 4].

Модель канала вызова можно представить конечной марковской цепью, граф состояний которой представлен на рис. 2.

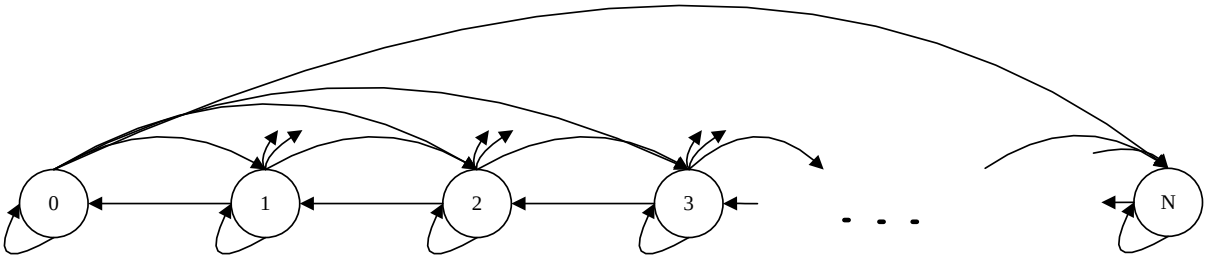



Рис. 2. Граф состояний и переходов математической модели канала вызова систем связи с ALE

В качестве состояния канала $n = \{0, 1, 2, \ldots, N\}$ принимается число абонентов, находящихся в режиме повторной передачи. Тогда матрица вероятностей переходов между состояниями задается выражением

$$p_{nm}=\begin{cases}0, & m\le n-2,\\ \left(1-P_{\text{ош.уст}}\right)\cdot P_0^n\sum\limits_{k=0}^{n}P_{\text{пер}}^k\cdot P_{\text{повт.}k}^n, & m=n-1,\\ P_{m-n}^n\left(\sum\limits_{k=0}^{n}P_{\text{повт.}k}^nP_{\text{колл}}^{m-n+k}+P_{\text{ош.уст}}\sum\limits_{k=0}^{n}P_{\text{повт.}k}^n\cdot P_{\text{пер}}^{m-n+k}\right)+ & \\ +P_{m-n+1}^n\left(1-P_{\text{ош.уст}}\right)\sum\limits_{k=0}^{n}P_{\text{повт.}k}^n\cdot P_{\text{пер}}^{m-n+k+1}, & n\le m\le N-1,\\ P_{m-n}^n\left(\sum\limits_{k=0}^{n}P_{\text{повт.}k}^nP_{\text{колл}}^{m-n+k}+P_{\text{ош.уст}}\sum\limits_{k=0}^{n}P_{\text{повт.}k}^n\cdot P_{\text{пер}}^{m-n+k}\right), & n\le m=N,\end{cases} \tag{2}$$

где $P_k^n$ – вероятность возникновения ровно $k$ запросов на установление соединения на периоде вызова при нахождении канала в состоянии $n$:

$$P_k^n=C_{N-n}^k\cdot p_0^k\cdot(1-p_0)^{N-n-k}; \tag{3}$$

$P_{\text{повт.}k}^n$ – вероятность возникновения ровно $k$ запросов на установление соединения на периоде вызова от абонентов, находящихся в состоянии повторной передачи PDU-запроса:

$$P_{\text{повт.}k}^n=C_n^k\cdot p_r^k\cdot(1-p_r)^{n-k}; \tag{4}$$

$P_{\text{пер}}^k$ – вероятность того, что один из абонентов выберет интервал вызова с меньшим порядковым номером, чем остальные $(k-1)$ абонентов при равновероятном выборе интервала вызова;

$P_{\text{колл}}^k$ – вероятность того, что коллизия при передаче запроса возникнет в интервале вызова с наименьшим порядковым номером (в этом случае не будет передано ни одного запроса):

$$P_{\text{колл}}^k=1-P_{\text{пер}}^k,\ \ k=\overline{1,N}. \tag{5}$$

*Утверждение 1.* Вероятность того, что один из абонентов выберет интервал вызова с меньшим порядковым номером, чем остальные $(k-1)$ абонентов при равновероятном выборе интервала вызова определяется выражением

$$P_{\text{пер}}^k=\begin{cases}\dfrac{k}{l}\cdot\sum\limits_{z=1}^{l-1}\left(\dfrac{l-z}{l}\right)^{k-1}, & k=\overline{2,N},\\ 1, & k=1.\end{cases} \tag{6}$$

*Доказательство.* Предположим, что в периоде вызова $k$ абонентов решили передавать запросы на установление соединения. Тогда вероятность того, что первый абонент успешно передаст свой запрос, выбрав интервал вызова с меньшим порядковым номером, чем остальные $(k-1)$ абонентов, при равновероятном выборе интервала вызова равна

$$P_{\text{пер}_1}^k=\frac{1}{l}\cdot\left(\frac{l-1}{l}\right)^{k-1}+\frac{1}{l}\cdot\left(\frac{l-2}{l}\right)^{k-1}+\frac{1}{l}\cdot\left(\frac{l-3}{l}\right)^{k-1}+\ldots$$

$$\ldots+\frac{1}{l}\cdot\left(\frac{1}{l}\right)^{k-1}=\frac{1}{l}\cdot\sum_{z=1}^{l-1}\left(\frac{l-z}{l}\right)^{k-1}. \tag{7}$$

Аналогично производится расчет для 2-го, 3-го, $k$-го абонента. Так как эти события несовместные, то вероятность наступления одного из них будет равна сумме этих вероятностей, т.е.

$$P_{\text{пер}}^k=k\cdot P_{\text{пер}_1}^k=\frac{k}{l}\cdot\sum_{z=1}^{l-1}\left(\frac{l-z}{l}\right)^{k-1},$$

что и требовалось доказать.

В том случае, когда $k=1$, считаем, что абонент однозначно передаст запрос в периоде вызова, и коллизий не возникнет.

*Утверждение 2.* Матрица $p_{nm}$ является стохастической.

*Доказательство.* Матрица $p_{nm}$ является стохастической, когда ее элементы неотрицательны и сумма элементов каждой строки равна 1, т.е. для каждого $n$ матрицы (2) (где $n$ – номер строки):

$$\sum_{m=0}^{N}p_{nm}=1. \tag{8}$$

Для любой строки матрицы (2) с номером $n\in[1;N-1]$ имеем

$$\sum_{m=0}^{N} p_{nm} = \left(1 - P_{\text{ош.уст}}\right) \cdot P_0^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{пер}}^k \cdot P_{\text{повт}.k}^n +$$

$$+ \sum_{m=n}^{N-1} \left( P_{m-n}^n \left( \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n P_{\text{колл}}^{m-n+k} + P_{\text{ош.уст}} \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot P_{\text{пер}}^{m-n+k} \right) + P_{m-n+1}^n \left(1 - P_{\text{ош.уст}}\right) \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot P_{\text{пер}}^{m-n+k+1} \right) +$$

$$+ P_{m-n}^n \left( \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n P_{\text{колл}}^{m-n+k} + P_{\text{ош.уст}} \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot P_{\text{пер}}^{m-n+k} \right). \quad (9)$$

Раскрыв скобки, с учетом выражения (5) в каждом слагаемом искомой суммы, т.е. для каждого элемента матрицы (2), получим:

– для элемента с номером $n, m = n-1$

$$p_{n,n-1} = \left(1 - P_{\text{ош.уст}}\right) \cdot P_0^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{пер}}^k \cdot P_{\text{повт}.k}^n =$$

$$= P_0^n \sum_{k=0}^{n} \left(1 - P_{\text{колл}}^k\right) \cdot P_{\text{повт}.k}^n -$$

$$- P_{\text{ош.уст}} P_0^n \sum_{k=0}^{n} \left(1 - P_{\text{колл}}^k\right) \cdot P_{\text{повт}.k}^n; \quad (10)$$

– для элемента с номером $n, m = n$

$$p_{n,n} = P_0^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n P_{\text{колл}}^k + P_0^n P_{\text{ош.уст}} \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \times$$

$$\times \left(1 - P_{\text{колл}}^k\right) + P_1^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+1}\right) -$$

$$- P_{\text{ош.уст}} P_1^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+1}\right); \quad (11)$$

– для элемента с номером $n, m = n+1$

$$p_{n,n+1} = P_1^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n P_{\text{колл}}^{k+1} + P_1^n P_{\text{ош.уст}} \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \times$$

$$\times \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+1}\right) + P_2^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+2}\right) -$$

$$- P_{\text{ош.уст}} P_2^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+2}\right); \quad (12)$$

– для элемента с номером $n, m = n+2$

$$p_{n,n+2} = P_2^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n P_{\text{колл}}^{k+2} + P_2^n P_{\text{ош.уст}} \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \times$$

$$\times \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+2}\right) + P_3^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+3}\right) -$$

$$- P_{\text{ош.уст}} P_3^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+3}\right) \quad (13)$$

и т.д.;

– для элемента с номером $n, m = n + (N - n - 1)$

$$p_{n,n+(N-n-1)} = P_{N-n-1}^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n P_{\text{колл}}^{k+N-n-1} +$$

$$+ P_{N-n-1}^n P_{\text{ош.уст}} \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+N-n-1}\right) +$$

$$+ P_{N-n}^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+N-n}\right) -$$

$$- P_{\text{ош.уст}} P_{N-n}^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+N-n}\right); \quad (14)$$

– для элемента с номером $n, m = n + (N - n)$

$$p_{n,N} = P_{N-n}^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n P_{\text{колл}}^{k+N-n} +$$

$$+ P_{N-n}^n P_{\text{ош.уст}} \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n \cdot \left(1 - P_{\text{колл}}^{k+N-n}\right). \quad (15)$$

Суммируя элементы строки $n$ матрицы (2), задаваемые выражениями (10)–(15), мы видим, что для каждого слагаемого со знаком «–» есть аналогичное со знаком «+», следовательно, их сумма равна 0.

Далее рассмотрим пары слагаемых, у которых одинаковые значения $P_i^n$, $\left(i = \overline{0, N-n}\right)$.

Так, для $i = 0$

$$P_0^n \sum_{k=0}^{n} \left(1 - P_{\text{колл}}^k\right) \cdot P_{\text{повт}.k}^n + P_0^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n P_{\text{колл}}^k = P_0^n \left( \left(1 - P_{\text{колл}}^0\right) P_{\text{повт}.0}^n + \left(1 - P_{\text{колл}}^1\right) P_{\text{повт}.1}^n + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + \left(1 - P_{\text{колл}}^n\right) P_{\text{повт.n}}^n + P_{\text{колл}}^0 P_{\text{повт}.0}^n + P_{\text{колл}}^1 P_{\text{повт}.1}^n + \ldots + P_{\text{колл}}^n P_{\text{повт}.n}^n \right) = P_0^n \sum_{k=0}^{n} P_{\text{повт}.k}^n . \quad (16)$$

В силу выражения (4) $\sum_{k=0}^{n} P^n_{\text{повт}.k} = 1$, тогда

$$P^n_0 \sum_{k=0}^{n} \left(1 - P^k_{\text{колл}}\right) \cdot P^n_{\text{повт}.k} + P^n_0 \sum_{k=0}^{n} P^n_{\text{повт}.k} P^k_{\text{колл}} = P^n_0 .$$

И таких слагаемых будет $(N - n + 1)$.

Следовательно, искомая сумма с учетом (3) примет вид

$$\sum_{i=0}^{N-n} P^n_i = \sum_{i=0}^{N-n} C^i_{N-n} \cdot p^i_0 \cdot (1 - p_0)^{N-n-i} = 1. \quad (17)$$

Аналогично рассуждая для строк с номерами $n = 0$ и $n = N$, получаем, что сумма элементов каждой строки матрицы (2) равна 1, что и требовалось доказать.

В силу эргодичности и регулярности цепи Маркова [1] существует стационарный вектор вероятностей состояний канала $\Pi = (\pi_0, \pi_1, \ldots, \pi_N)$, удовлетворяющий уравнениям

$$\pi_m = \sum_{n=0}^{N} \pi_n p_{nm}, \quad m = \overline{0, N}, \quad \sum_{n=0}^{N} \pi_n = 1. \quad (18)$$

Качество функционирования канала можно оценить по таким показателям, как пропускная способность $C$ канала (в запросах на период вызова) и среднее время $\overline{T}$ задержки установления соединения (в периодах вызова), которые определяются выражениями

$$C = (N - \overline{n}) \cdot p_0, \quad (19)$$

$$\overline{T} = \overline{n} / C = \overline{n} / (N - \overline{n}) p_0, \quad (20)$$

где $\overline{n} = \sum_{i=0}^{N} \pi_i \cdot i$ – среднее число абонентов, находящихся в режиме повторной передачи PDU-запроса. График зависимости относительной пропускной способности канала $C$ от суммарной нагрузки $G = \lambda N$ представлен на рис. 3.

График зависимости среднего времени задержки установления соединения в секундах (обозначено через $T[\text{сек}]$) от интенсивности поступающей нагрузки и количества интервалов вызова $l$ для систем связи с ALE представлен на рис. 4, где

$$T[\text{сек}] = \overline{T} \cdot T_{\text{пер.выз.}}. \quad (21)$$

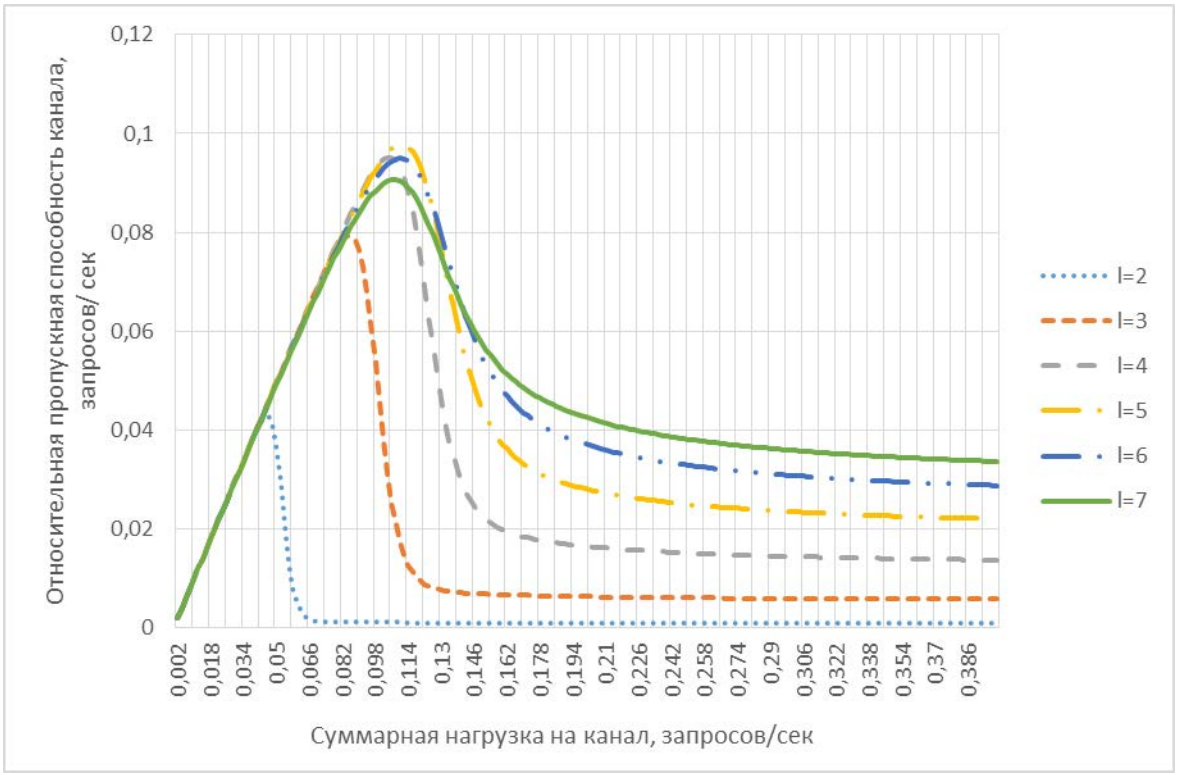



Рис. 3. График зависимости относительной пропускной способности от интенсивности поступающей нагрузки и количества интервалов вызова для протокола типа ALE

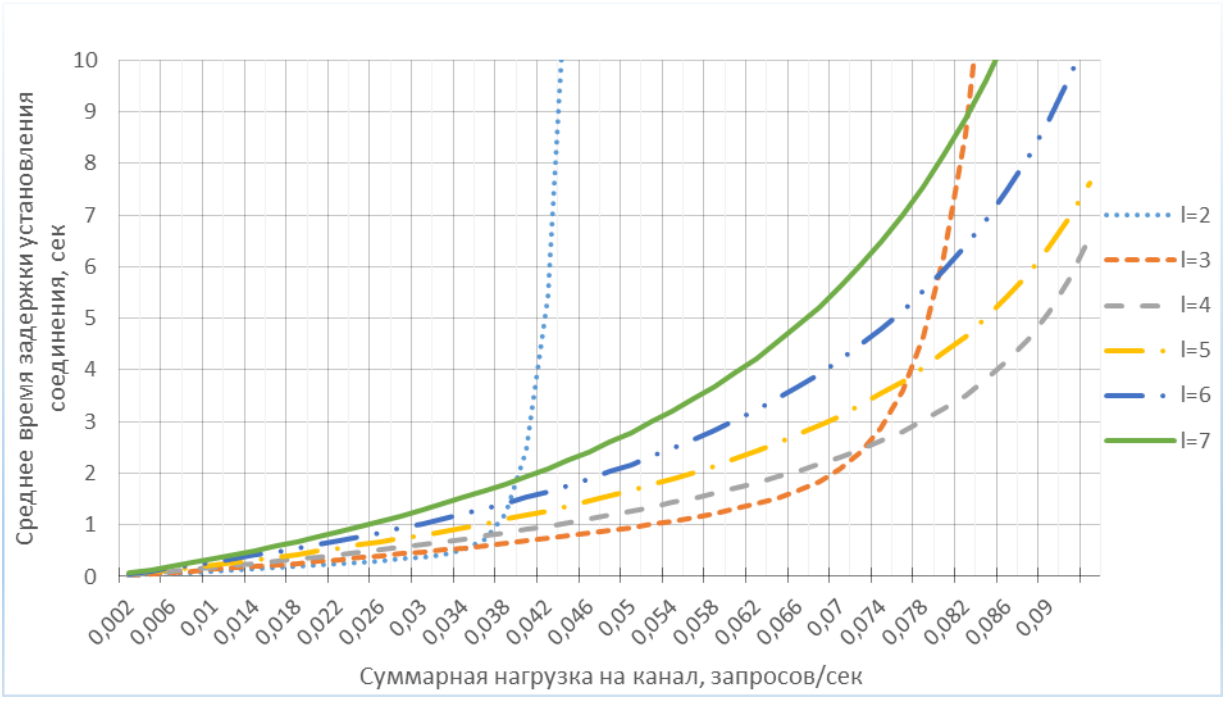



Рис. 4. График зависимости среднего времени задержки установления соединения от интенсивности поступающей нагрузки и количества интервалов вызова $l$ для систем связи с ALE

Сравнивая два последних рисунка, можно заметить, что резкий рост среднего времени задержки установления соединения отстает от пика относительной пропускной способности канала (особенно это заметно для значений $l$=2 и $l$=3): к моменту начала указанного роста относительная пропускная способность канала уже близка к устойчивому минимуму. Это явление обусловлено тем, что линейный участок зависимости относительной пропускной способности канала от суммарной нагрузки на канал заканчивается раньше, чем достигается максимальное значение указанной пропускной способности.

Из графика (рис. 4) видно, что для протокола ALE для каждого значения суммарной нагрузки $G$ существует оптимальное значение $l$, минимизирующее среднее время задержки установления соединения. Связано это, в первую очередь, с тем, что при увеличении количества интервалов вызова уменьшается вероятность возникновения коллизии между абонентами в периоде вызова, а следовательно, уменьшается среднее время задержки установления соединения.

Однако при этом увеличивается первичная нагрузка на канал, что, в свою очередь, увеличивает среднее время задержки установления соединения. Следовательно, для функции $T[\text{сек}] = f(l)$ есть оптимум (см. рис. 5).

Анализ поведения данной функции при изменении нагрузки $G$ позволяет сделать следующие выводы:

$l_{opt} = 2$ при суммарной нагрузке на канал $G \in (0; 0,036)$ запросов в секунду,

$l_{opt} = 3$ при суммарной нагрузке на канал $G \in (0,036; 0,072)$ запросов в секунду,

$l_{opt} = 4$ при суммарной нагрузке на канал $G \in (0,072; 0,098)$ запросов в секунду,

$l_{opt} = 5$ при суммарной нагрузке на канал $G \in (0,098; 0,124)$ запросов в секунду.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет получить интегральные показатели качества функционирования процедуры автоматического установления соединения (ALE), оценить влияние параметра протокола (количество интервалов вызова) на эти показатели и выбрать оптимальное значение $l$ для обеспечения минимального времени задержки установления соединения. Результаты исследований могут быть использованы при разработке систем связи с автоматическим установлением соединения.

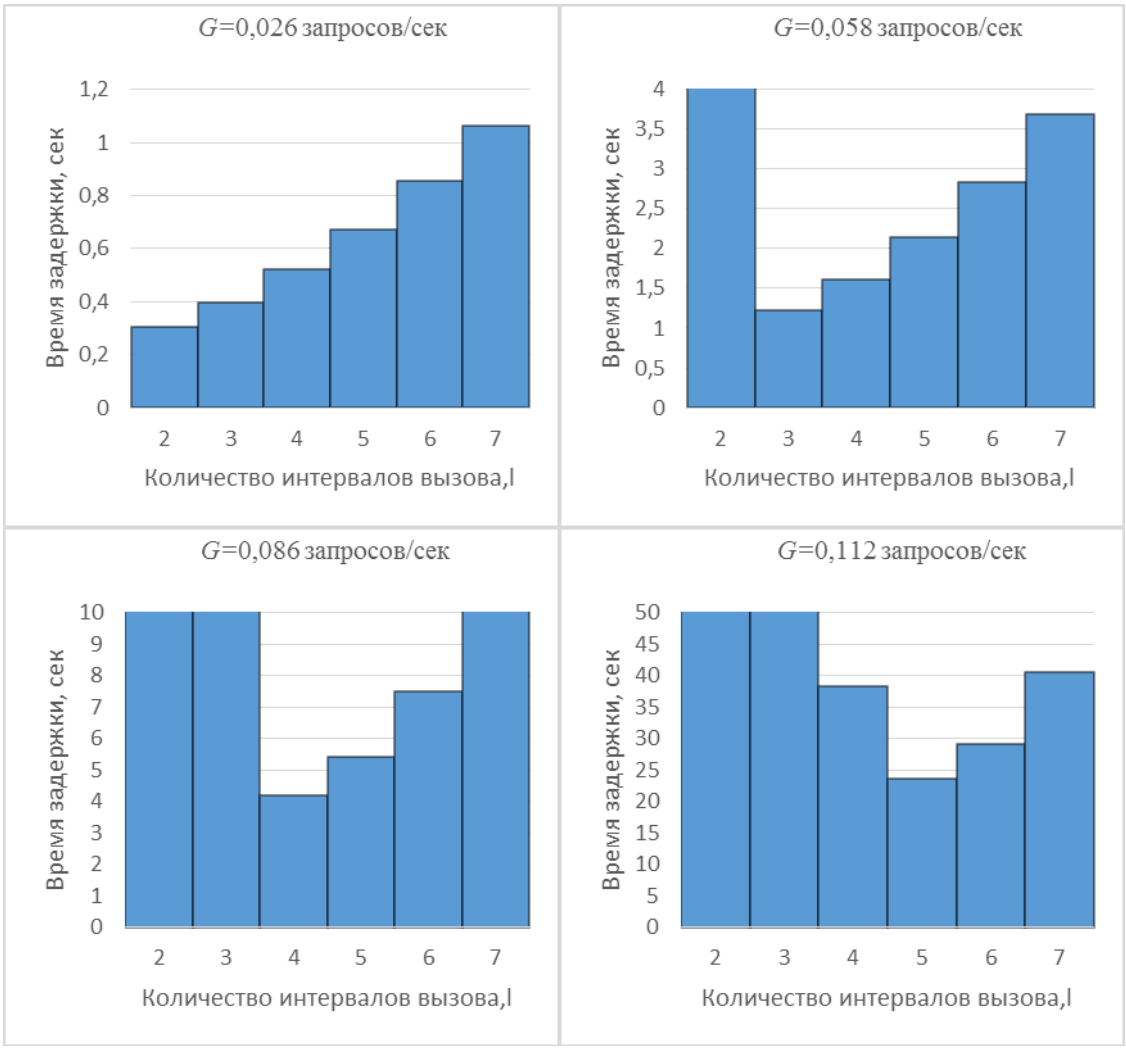



Рис. 5. График зависимости среднего времени задержки установления соединения от количества интервалов вызова $l$ при фиксированном значении суммарной нагрузки для систем связи с ALE

В заключение следует отметить, что повысить качество процедуры установления 3G-ALE, описанной в [1], можно путем введения параметра $pr$, а также уменьшением длительности периода вызова. Однако уменьшение длительности периода вызова требует решения задачи минимизации времени прослушивания канала при заданных вероятностях пропуска сигнала и ложной тревоги, что является предметом дальнейших исследований.

***Литература***

1. MIL-STD-188-141B, Interoperability and Performance Standards for Medium and High Frequency Radio Systems, Notice 1, 31.08.2001; Appendix C «Third-Generation HF Automation».

2. *Кемени Д.Д., Снелл Д.Л.* Конечные цепи Маркова: пер. с англ. М.: Наука, 1970. 272 с.

3. *Сердюков П.Н.* Защищенные радиосистемы цифровой передачи информации. М.:АСТ, 2006. 403 с.

4. *Гвоздь К.И., Ковальков Д.А., Лещинский А.В., Шуточкин Е.А.* Энергетическая эффективность помехоустойчивого кодирования информации в цифровых каналах передачи информации // Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова. Серия: Научные конференции, посвященные Дню радио. Вып. LXIX. М., 2014. С. 363–366.

5. *Гаврилин Е.А., Ковальков Д.А., Крикунов А.А.* Приближенный метод оценки вероятностно-временных характеристик доведения информации в канале случайного множественного доступа // Труды XVI Российской научно-технической конференции «Новые информационные технологии в системах связи и управления». Калуга: Ноосфера, 2017. 426 с.

6. *Цимбал В.А.* Информационный обмен в сетях передачи данных. Марковский подход: монография. М.: Вузовская книга, 2014. 144 с.: ил.

7. *Клейнрок Л.* Вычислительные системы с очередями. М.: Мир, 1979. 600 с.

Статья поступила в редакцию 12 февраля 2018 года

УДК 621.372.018.78

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНИЙ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ РЕГУЛЯТОРА, ФОРМИРУЮЩЕГО ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ФМн СИГНАЛ В УЗКОПОЛОСНОЙ НАГРУЗКЕ

© Автор, 2018

**Н.М. Назаров**, начальник сектора, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: nicksx@rambler.ru

*Выполняется построение линий переключения в пространстве состояний последовательного колебательного контура. Регулятор, выполняющий переключение входного напряжения при пересечении линий переключения, формирует корректное заполнение тактовых импульсов несущей частотой.*

***Ключевые слова:*** *высокоэнергетичный тракт, последовательный колебательный контур, высокая добротность, широкополосный сигнал, линии переключения, регулятор.*

# DETERMINING SWITCHING LINES OF CONTROLLER SHAPING A WIDEBAND PHASE-SHIFT KEYED SIGNAL IN A NARROWBAND LOAD

© Author, 2018

**N.M. Nazarov**, Head of Section, JSC Concern «Sozvezdie», e-mail: nicksx@rambler.ru

*The plotting of switching lines in the space of states of series-oscillation circuit has been performed. A controller which performs switching over the input voltage in case of crossing the switching lines, shapes correct timing pulses stuffing with carrier frequency.*

***Key words:*** *high-energy section, series-oscillation circuit, high Q-factor, wideband signal, switching lines, controller.*

В работе [1] было показано, что результат построения мощного подвижного широкополосного низкочастотного передающего средства в части его высокоэнергетичного тракта (ВЭТ) является следствием компромисса по отношению к противоречащим друг другу требованиям. Одним из таких компромиссных решений является соединение выхода усилителя мощности (УМ) передатчика со входом антенно-фидерного устройства (АФУ) с помощью простейшего двухполюсника в виде катушки индуктивности. Получившийся таким образом последовательный контур обладает высокой добротностью и, как следствие, узкой полосой пропускания. Согласно классическим представлениям такой контур не способен пропустить через себя широкополосный сигнал и поэтому негоден для применения в разрабатываемом передающем средстве. Однако расчёты и построения, приведённые в [1], показали, что на выходе высокодобротного контура можно сформировать широкополосный сигнал. Для этого на вход контура должен быть подан сигнал, сформированный по специальному алгоритму. Этот алгоритм описан в [1] и является алгоритмом формирования синусоидального колебания на выходе контура путём подачи на его вход многоуровневых импульсов. Вычисления, с помощью которых определяются параметры входного воздействия на контур, не просты. Они требуют использования специального устройства – регулятора, которое принимает решение о формировании управляющих импульсов в реальном масштабе времени, пользуясь данными о желаемом и реальном положении контура в заданные моменты. Это устройство ставит в соответствие областям пространства состояний системы уровни управляющего воздействия. Границы таких областей являются линиями переключения. Настоящая работа посвящена поиску и построению этих линий переключения. Исследование проводится по несколько ограниченному множеству возможных ситуаций. Причины ограничений кроются в некоторых особенностях рассматриваемого алгоритма. Он имеет дискретную природу. Дискретными являются уровни входного воздействия контура. Дискретными же являются и моменты приложения управляющих воздействий. В качестве дискрет времени выбраны отрезки длиной полпериода частоты свободных колебаний, начала которых совпадают с началами соответствующих полупериодов. В начале

 ISSN 1995-7009

каждого полупериода на основании разницы между текущим положением контура и желаемым определяются параметры импульса входного воздействия. Формирование импульса завершается к моменту начала следующего полупериода. Далее следует формирование импульса управления следующего полупериода. Определение параметров импульсов управления осуществляется единожды за полупериод в его начале, и далее в течение всей дискреты времени эти параметры не изменяются, а текущее положение контура не измеряется. Если внутри дискреты движение контура по каким-либо причинам нарушится, то реакция на это событие наступит только в начале следующего полупериода. Такое движение называется возмущённым. В конце полупериода, на котором движение было возмущено, контур уклонится от расчётного положения. Будем различать два случая такого уклонения. Во-первых, случай, когда, несмотря на возникшее возмущение, ток, протекающий через контур, в конце полупериода стал равен нулю. Это случай возмущения без искажения фазы. Во-вторых, случай, когда возмущение привело к искажению фазы. При таком развитии событий в конце полупериода ток, протекающий через контур, будет отличен от нулевого. Второй случай есть возмущение с искажением фазы. Он имеет особенности, усложняющие понимание, и поэтому требует отдельного рассмотрения. В настоящей работе производится построение линий переключения для невозмущённого движения и возмущения без искажений фазы.

### *Модель высокоэнергетичного тракта*

ВЭТ рассматривается как последовательный колебательный контур (рис. 1).

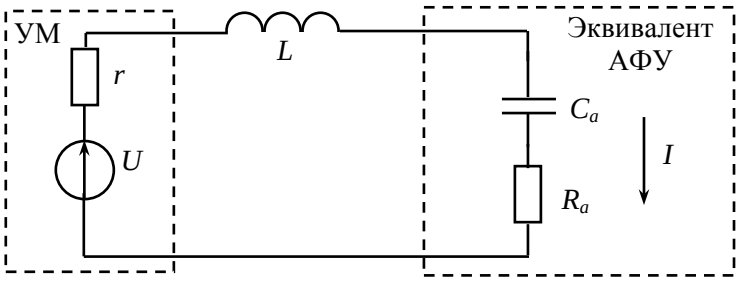



Рис. 1.

Выходной ток $i$ связан с входным напряжением $U$ дифференциальным уравнением второго порядка

$$i'' + a_1 \cdot i' + a_0 \cdot i = b_1 \cdot U', \qquad (1)$$

где

$$a_0 = \frac{1}{L \cdot C_a},\ a_1 = \frac{R_\Sigma}{L},\ R_\Sigma = r + R_a,\ b_1 = \frac{1}{L}.$$

Если принять в качестве независимых переменных величины

$$x_1 = i' + a_1 \cdot i - b_1 \cdot U,\quad x_2 = i, \qquad (2)$$

то движение ВЭТ в пространстве состояний будет описываться системой дифференциальных уравнений первого порядка в виде

$$\begin{cases} \vec{X}' = \mathbf{A} \cdot \vec{X} + \mathbf{B} \cdot U, \\ i = \mathbf{C} \cdot \vec{X}, \end{cases} \qquad (3)$$

где $\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 0 & -a_0 \\ 1 & -a_1 \end{vmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ b_1 \end{vmatrix}$, $\mathbf{C} = |0 \quad 1|$, $\vec{X} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}$.

Решение системы дифференциальных уравнений (3) для однородного случая, когда $U$=0, имеет вид

$$x_1(t) = e^{\alpha \cdot t} \cdot \left( -\frac{\alpha \cdot x_{10} + a_0 \cdot x_{20}}{\beta} \cdot \sin(\beta \cdot t) + x_{10} \cdot \cos(\beta \cdot t) \right),$$

$$x_2(t) = e^{\alpha \cdot t} \cdot \left( \frac{(\beta^2 + \alpha^2) \cdot x_{10} + \alpha \cdot a_0 \cdot x_{20}}{a_0 \cdot \beta} \cdot \sin(\beta \cdot t) + x_{20} \cdot \cos(\beta \cdot t) \right). \qquad (4)$$

Если воспользоваться найденной в [2] матрицей

$$\mathbf{T} = \begin{vmatrix} \dfrac{\alpha^2+\beta^2}{a_0\cdot\beta} & \dfrac{\alpha}{\beta} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \qquad (5)$$

где α – действительная часть корней характеристического уравнения выражения (1), а β – модуль мнимой части, и преобразовать с её помощью систему отсчёта пространства состояний, то описание движения (4) в новой системе отсчёта упростится:

$$x_1 = e^{\alpha\cdot t}\cdot\left(x_{01}\cdot\cos(\beta\cdot t) - x_{02}\cdot\sin(\beta\cdot t)\right),$$

$$x_2 = e^{\alpha\cdot t}\cdot\left(x_{01}\cdot\sin(\beta\cdot t) + x_{02}\cdot\cos(\beta\cdot t)\right). \qquad (6)$$

Если движение начинается с оси $OX_1$, то закон (6) принимает особенно простую форму

$$x_1 = x_{01}\cdot e^{\alpha\cdot t}\cdot\cos(\beta\cdot t),$$

$$x_2 = x_{01}\cdot e^{\alpha\cdot t}\cdot\sin(\beta\cdot t). \qquad (7)$$

Выражения (4), (6), (7) являются параметрическим описанием логарифмической спирали, наматывающейся на фокус, расположенный в начале координат. В случае кусочно-постоянного входного воздействия характер движения остаётся прежним – в виде логарифмической спирали, но фокус смещается вдоль оси $OX_1$. Для исходной системы отсчёта фокус имеет координаты

$$\vec{F} = \begin{vmatrix} -b_1\cdot U \\ 0 \end{vmatrix}. \qquad (8)$$

В системе отсчёта, упрощающей описание движения, после преобразования (5) фокус имеет координаты

$$\vec{F} = \begin{vmatrix} -\dfrac{\left(\alpha^2+\beta^2\right)\cdot b_1}{a_0\cdot\beta} \\ 0 \end{vmatrix}. \qquad (9)$$

В работах [3, 4] было обнаружено, что если в начальный момент времени система находится в точке $X_0$ и далее на её вход подаются различные постоянные значения напряжения, то к концу последнего участка времени, на котором это напряжение постоянно, координаты системы будут описываться выражением

$$\vec{X}_n = \mathbf{M}(t_n)\cdot\left[\vec{X}_0 + \sum_{i=1}^{n}\left(\mathbf{M}(-t_i) - \mathbf{M}(-t_{i-1})\right)\cdot\vec{F}_i\right], \qquad (10)$$

где

$$\mathbf{M}(t) = e^{\alpha\cdot t}\cdot\begin{vmatrix} \cos(\beta\cdot t) & -\sin(\beta\cdot t) \\ \sin(\beta\cdot t) & \cos(\beta\cdot t) \end{vmatrix}, \qquad (11)$$

$X_0$ – координаты положения контура в начальный момент времени; $X_n$ – координаты конечного положения контура; $t_i$ – моменты времени, в которые происходит изменение входного напряжения.

Сумма

$$\vec{S} = \sum_{i=1}^{n}\left(\mathbf{M}(-t_i) - \mathbf{M}(-t_{i-1})\right)\cdot\vec{F}_i \qquad (12)$$

была названа вектором смещения. Этот вектор может принимать значения только из своей области значений, которая названа областью смещения и для наиболее распространённого случая трёхинтервального управления исследована в [3, 4]. На основании введённых понятий в работе [3] были получены формулы, позволяющие определить параметры управляющего импульса, поступающего на вход последовательного колебательного контура на каждом полупериоде несущей частоты и обеспечивающего поддержание заданной фазы колебаний. Опираясь на описанную модель, можно построить линии переключения.

***Линии переключения***

Рассмотрим выражение (12) для трёхинтервального управления

$$\vec{S} = \left(\mathbf{M}(-t_2) - \mathbf{M}(-t_1)\right)\cdot\vec{F}_i. \qquad (13)$$

Предполагается, что моменты времени $t_1 < T_h$, $t_2 \le T_h$, $t_1 < t_2$, где $T_h$ – длительность полупериода:

$$T_h = \frac{\pi}{\beta}. \qquad (14)$$

На интервалах времени $t\in[0,t_1)$, $t\in[t_2,T_h)$ входное напряжение $U = 0$. На интервале $t\in[t_1,t_2)$ входное напряжение имеет постоянное значение $U$. Перепишем выражение (13) в виде

$$\mathbf{M}(-t_2)\cdot\vec{F} = \vec{S} + \mathbf{M}(-t_1)\cdot\vec{F}. \qquad (15)$$

В развёрнутой форме, с учётом (9) и (11)

$$e^{-\alpha\cdot t_2}\cdot\begin{vmatrix} \cos(\beta\cdot t_2) & \sin(\beta\cdot t_2) \\ -\sin(\beta\cdot t_2) & \cos(\beta\cdot t_2) \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} f_1 \\ 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} s_1 \\ s_2 \end{vmatrix} + e^{-\alpha \cdot t_1} \cdot \begin{vmatrix} \cos(\beta \cdot t_1) & \sin(\beta \cdot t_1) \\ -\sin(\beta \cdot t_1) & \cos(\beta \cdot t_1) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} f_1 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (16)$$

где $s_1$ и $s_2$ – координаты вектора $\vec{S}$. Их можно определить из выражения (10). Согласно ему

$$\vec{X}_n = \mathbf{M}(t_n) \cdot \left[ \vec{X}_0 + \vec{S} \right], \quad (17)$$

откуда

$$\vec{S} = \mathbf{M}(-t_n) \cdot \vec{X}_n - \vec{X}_0. \quad (18)$$

Для перехода от выражения (17) к (18) использовано свойство матрицы *M*:

$$\mathbf{M}^{-1}(t) = \mathbf{M}(-t). \quad (19)$$

В связи с тем, что, как было сказано выше, процесс управления завершается в конце полупериода, согласно (14)

$$t_n = T_h = \frac{\pi}{\beta}. \quad (20)$$

А так как рассматриваются движения без искажения фазы (возмущённые либо нет), то в начальный и конечный моменты подачи управляющего напряжения вторые координаты положения контура в пространстве состояний нулевые:

$$\vec{X}_0 = \begin{vmatrix} x_{01} \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \vec{X}_2 = \begin{vmatrix} x_{21} \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (21)$$

Используя закономерности (18) и (21), можно получить, что $s_2 = 0$, и вектор смещения в выражении (16) имеет вид

$$\vec{S} = \begin{vmatrix} s_1 \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (22)$$

Найти аналитическое решение системы уравнений (16) затруднительно, поэтому воспользуемся вспомогательными построениями. Рассмотрим отдельно функцию

$$D(t) = f_1 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \begin{vmatrix} \cos(\beta \cdot t) \\ -\sin(\beta \cdot t) \end{vmatrix}. \quad (23)$$

Для $f > 0$ и $t \in [0, T_h]$ функция (23) описывает на плоскости дугу (рис. 2).

Равенство (16) описывает две дуги, одна из которых смещена на вектор $\vec{S}$ (рис. 3).

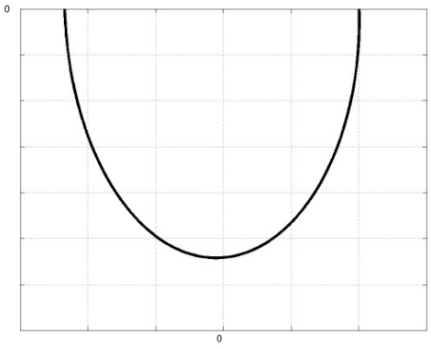


Рис. 2.

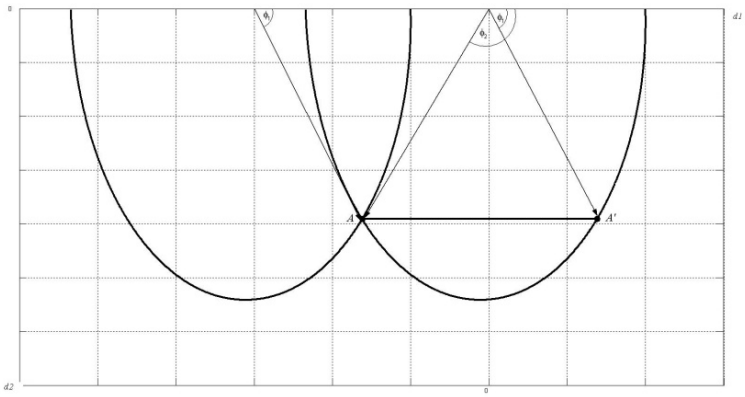


Рис. 3.

Точка $A$ является решением уравнения (16). Углы $\varphi_1$ и $\varphi_2$ задают моменты $t_1$ и $t_2$ :

$$t_1 = \frac{\varphi_1}{\beta}, \quad t_2 = \frac{\varphi_2}{\beta}. \tag{24}$$

Точка $A'$ расположена на дуге без смещения в том же месте, где точка $A$ расположена на дуге со смещением. Координаты $d_2$ у обеих точек одинаковы, а разница между координатами $d_1$ составляет величину $s_1$. Таким образом, моменты подачи и съёма управляющего напряжения внутри полупериода определяются хордой дуги (23), построенной на интервале $t \in [0, T_h]$. Хорда обладает двумя свойствами:

1) она горизонтальна;

2) её длина является размером вектора смещения $s_1$.

Получив эти факты, можно построить схему алгоритма поиска моментов включения и выключения входного напряжения. Для этого в рассмотрение вводится функция

$$y(t) = e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta \cdot t). \tag{25}$$

1. Задав $t_1 \in [0, T_{max})$, где

$$T_{max} = \frac{1}{\beta} \cdot \left[ arctg\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) + \pi \right] \tag{26}$$

есть такая величина параметра $t$ в формуле (25), которой соответствует максимальное значение $Y_{max} = y(T_{max})$, определяем значение $Y_0$ по формуле

$$Y_0 = y(t_1). \tag{27}$$

2. На интервале $\left(T_{max}, \frac{\pi}{\beta}\right)$ осуществляется поиск такого $t_2$, чтобы удовлетворялось условие

$$Y_0 = y(t_2). \tag{28}$$

То есть осуществляется вычисление обратной функции $y^{-1}(t)$. Это делается, например, с помощью хорошо известного метода половинного деления:

$$t_2 = y^{-1}(y(t_1)). \tag{29}$$

3. Зная $t_1$ и $t_2$, по формуле

$$x(t) = e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta \cdot t) \tag{30}$$

определим ширину

$$w(t_1) = |x(t_2) - x(t_1)|. \tag{31}$$

4. Приняв в качестве искомого соотношения выражение

$$s_1 = w(t_1), \tag{32}$$

методом половинного деления определяем функцию

$$t_1 = w^{-1}(s_1), \tag{33}$$

откуда по формуле (29) находится $t_2$.

Вычислив таким образом моменты $t_1$ и $t_2$ , легко построить линии переключения. Их вид приведён на рис. 4.

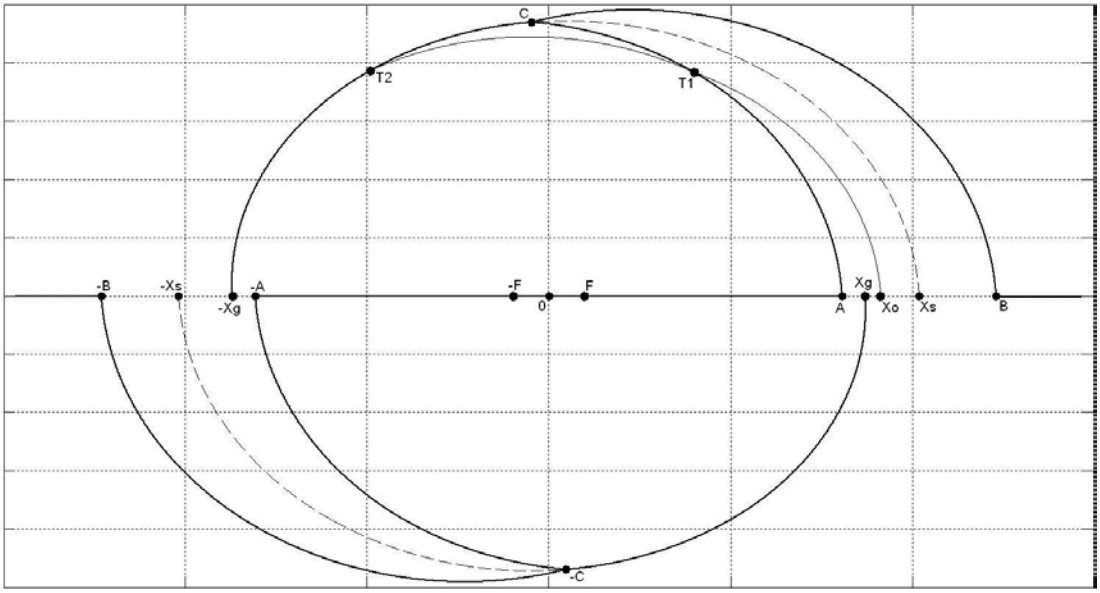



Рис. 4.

Здесь введены обозначения $F$, $-F$ – фокусы; $X_g$ – целевое (желаемое) положение; $X_g$ и $-X_g$ являются результатом управления; $X_s$, $-X_s$ – вспомогательные точки, центр области смещения. Свободное движение, начавшееся из этих точек, через полпериода завершается в точке задания $-X_g$ или $X_g$ соответственно. Отрезки, ограниченные точками $AB$ и $–A$-$B$, являются областями смещения относительно точек $X_g$ и $-X_g$. На рис. 4 выделяются восемь областей, оказавшись в которых, система, двигаясь невозмущённо или с возмущением без искажений фазы, должна получать на вход постоянное напряжение. В частности, если в некоторый момент наблюдатель системы формирования сигнала обнаруживает, что контур находится в области выше, чем линия $–B$-$X_gCB$, то регулятор должен подавать на вход высокоэнергетичного тракта отрицательное напряжение $U < 0$. Соответственно, если положение контура оказывается ниже линии $–B$-$CX_gB$, то $U > 0$. Если мгновенное положение находится внутри области, ограниченной замкнутой линией $–X_gAC$, то подаваемое на вход напряжение должно быть $U > 0$. Любое положение внутри области, ограниченной линией $–A$-$CX_g$, соответствует напряжению $U < 0$. Внутри замкнутых областей, ограниченных линиями $ABC$ и $–A$-$B$-$C$, выполняется условие $U = 0$. Ещё две области вырождены и изображены в виде линий $C$-$X_g$ и $–CX_g$. Они являются одновременно и линиями переключения и траекториями движения в целевую точку $X_g$ или $-X_g$. Следует обратить внимание, что линии $C$-$X_g$ и $–CX_g$ существуют только если движение началось из отрезков $AB$ или $–A$-$B$ соответственно. В теории автоматического управления пространства состояний с такого рода линиями переключения называются многолистными [5]. Находясь на линии $C$-$X_g$ или $–CX_g$, система двигается под действием напряжения $U = 0$. Управление на полупериоде для движений, начавшихся на отрезке $AB$ или $–A$-$B$, будет трёхуровневым. Во всех остальных случаях на вход контура подаётся меандр (в фазе либо в противофазе по отношению к существующим в контуре колебаниям). Линии свободного движения $X_sC$-$X_g$ и $–X_s$-$CX_g$ разграничивают области возбуждения колебаний в контуре, когда энергия потребляется контуром, и затухания, когда контур отдаёт ранее накопленную энергию в источник.

В качестве примера на рис. 4 изображена траектория движения системы, которая в начале полупериода находилась внутри области смещения в точке $X_0$. Участок пути $X_0T1$ расположен внутри фигуры $ABC$ и поэтому сформирован под действием напряжения $U = 0$. После преодоления линии переключения $AC$, которое произошло в точке $T1$, система оказалась внутри области $–X_gAC$. Здесь управляющее воздействие приняло постоянное положительное значение $U > 0$. Так был сформирован участок $T1T2$. В точке $T2$ система зашла на линию $-X_gC$, и входное напряжение было снято $U = 0$. Двигаясь свободно из точки $T2$, система оказалась в целевой точке $–X_g$. Линии переключения построены таким образом, что весь путь $X_0T1T2$-$X_g$ был пройден ровно за полпериода свободных колебаний.

По такому же принципу строятся и траектории на других полупериодах. Так, на рис. 5 показан результат построения управления в процессе формирования двух тактов, в одном из которых фаза нулевая, а в другом смещена на 90°. Движение начинается из состояния покоя, когда в контуре нет энергии и в пространстве состояний он находится в точке 0 (см. рис. 4). Первый полупериод протекает в области $–X_gAC$ под действием напряжения $U > 0$. В конце полупериода система оказывается на линии $–A$-$F$. Здесь осуществляется переход в область $–A$-$CX_g$, которой соответствует уровень $U < 0$. Так формируется меандр, возбуждающий колебания с заданной фазой в контуре. В конце каждого полупериода система оказывается всё дальше от точки 0, приближаясь к целевым точкам $X_g$ и $–X_g$. На рис. 5 это время продолжается семь полупериодов. В начале восьмого полупериода контур оказывается на отрезке $–B$-$A$ (рис. 4). Это – область смещения, из которой достижимо заданное положение $X_g$ через полпериода с помощью трёхуровневого сигнала. Так формируется восьмой полупериод. В начале девятого полупериода контур находится в области смещения в целевой точке $X_g$. Далее, в течение трёх полупериодов формируется трёхуровневый управляющий сигнал, обеспечивающий переход в точку $X_g$ или $–X_g$ в конце каждого полупериода.

В конце одиннадцатого полупериода точки заданного положения изменяются. Целью становится положение фокуса. Линии переключения, подобные изображённым на рис. 4, выстраиваются относительно этих целевых точек. Текущее положение системы оказывается слева от точки $–B$. Подаётся меандр, противофазно текущему колебанию контура. Он длится два полупериода. В начале четырнадцатого полупериода система оказывается в области смещения относительно фокуса и через полупериод под действием трёхуровневого сигнала оказывается в фокусе $F$. В

этот момент на вход подаётся напряжение $U < 0$, которому и соответствует фокус $F$. Таким образом, контур оказывается в точке равновесия. В ней ток через сопротивление нагрузки не течёт, на обкладках конденсатора присутствует некоторое напряжение, которое равно подаваемому со входа $U$. В фокусе, являющемся устойчивым, система может пребывать сколь угодно долго. В рассматриваемом примере состояние покоя длилось четверть периода. Далее заданные координаты $X_g$ вновь были перемещены из фокусов в изначальное положение, и процесс формирования такта повторился. Фаза колебаний второго такта отстала от фазы первого на четверть периода, то есть начальная фаза стала -90°. Для переключения на движение с начальной фазой +90° ожидание должно составить три четверти периода.

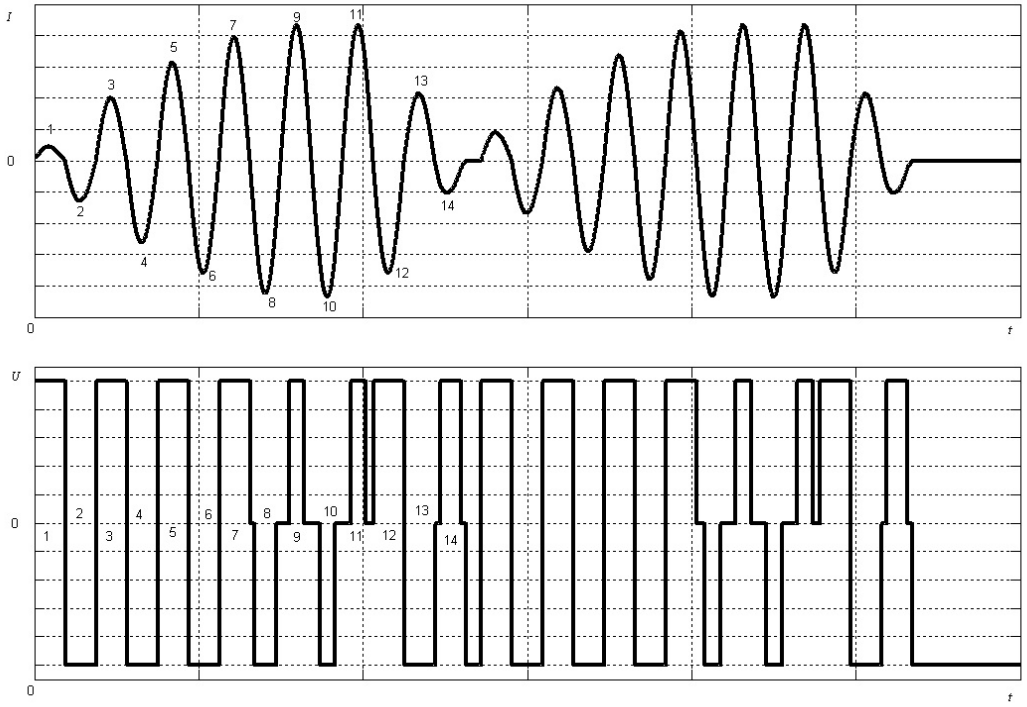



Рис. 5.

### *Выводы*

В результате проведённого исследования удалось построить в пространстве состояний линии переключения, реализуя которые, устройство управления высокоэнергетичным трактом может формировать широкополосный фазоманипулированный сигнал для случая невозмущённого движения либо возмущений без искажений фазы. Обнаружено, что пространство состояний, с которым работает регулятор, имеет сложную многолистную структуру. Построены два такта, начальная фаза которых отличается на 90°.

### *Литература*

1. *Назаров Н.М.* Выбор параметров управления в процессе формирования плоской вершины в последовательном колебательном контуре // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 4. С. 79–89.

2. *Назаров Н.М.* Упрощение описания траекторий движения последовательного колебательного контура в пространстве состояний // Теория и техника радиосвязи. 2014. № 4. С. 84–88.

3. *Назаров Н. М.* Определение конечного положения последовательного колебательного контура после произвольного количества переключений // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 2. С. 66–70.

4. *Дубровский А.Ю., Назаров Н.М.* Описание области значений вектора смещения для одного интервала управления // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 2. С. 22–25.

5. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления. Мн.: Вышэйшая школа, 1973.

Статья поступила в редакцию 31 января 2018 года

УДК.621.372.018.78

# ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫСОКОДОБРОТНОГО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА

© Авторы, 2018

**Н.М. Назаров**, начальник сектора, e-mail: nicksx@rambler.ru
**Р.В. Каланчин**, консультант, e-mail: 192.168.1.4@mail.ru
АО «Концерн «Созвездие»

*Исследованы временные характеристики широкополосного фазоманипулированного сигнала, сформированного на выходе узкополосного колебательного контура с помощью специального алгоритма.*

***Ключевые слова:*** *высокоэнергетичный тракт, последовательный колебательный контур, высокая добротность, широкополосный сигнал.*

# TIME-RESPONSE CHARACTERISTICS OF HIGH-QUALITY SERIES-OSCILLATING CIRCUIT

© Authors, 2018

**N.M. Nazarov**, Head of Section, e-mail: nicksx@rambler.ru
**R.V. Kalanchin**, Consultant, e-mail: 192.168.1.4@mail.ru
JSC Concern «Sozvezdie»

*The time-response characteristics of the wideband phase-shift keyed signal shaped at the output of the narrowband oscillating circuit by means of special algorithm have been investigated.*

***Key words:*** *high-energy section, series-oscillating circuit, high Q-factor, wideband signal.*

Проектировщик, разрабатывающий мощные широкополосные низкочастотные передающие средства, сталкивается с необходимостью разрешать целое множество технических и физических противоречий. Часть их описана в [1]. Одним из способов разрешения является использование в качестве связи между выходом передатчика и входом антенно-фидерного устройства катушки индуктивности в сочетании с реализацией специального алгоритма формирования заданного сигнала в антенне. Линии переключения для регулятора, обеспечивающего формирование широкополосного фазоманипулированного (ФМн) сигнала на выходе получившегося последовательного колебательного контура, были построены в [2]. Использование такого регулятора позволяет построить систему автоматического управления (САУ), выполняющую формирование заданного ФМн сигнала. И, хотя с практической точки зрения этот результат не является конечным, всё же он позволяет обратиться к постановке и решению задачи анализа качества САУ. Традиционно интерес представляют такие параметры качества, как устойчивость, точность, величина перерегулирования, время регулирования [3]. Каждый из них требует отдельного рассмотрения. Опираясь на предположение о том, что построенная САУ устойчива, в настоящей работе выполняется анализ времени регулирования, зная которое, можно определить предельные скорости передачи информации через высокодобротный колебательный контур.

### *Определение времени возбуждения колебаний*

Пусть в начальный момент времени система находится в пространстве состояний на оси $OX_1$ в точке

$$X_0 = \begin{vmatrix} x_{01} \\ 0 \end{vmatrix}, \qquad (1)$$

$x_{01}>0$. Желаемое положение

$$G = \begin{vmatrix} g_1 \\ 0 \end{vmatrix}. \qquad (2)$$

Для желаемого положения выполнено условие

$$|g_1| < \left| \frac{1+e^{-\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi}}{1-e^{-\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi}} \cdot \frac{\alpha^2+\beta^2}{a_0\cdot\beta} \cdot b_1 \cdot E \right|, \qquad (3)$$

где α и β – действительная и мнимая части корней характеристического уравнения модели контура в виде обыкновенного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка; $a_0$, $b_1$ – коэффициенты дифференциального уравнения; $E$ – напряжение внутреннего источника ЭДС в модели выходного усилителя мощности передатчика. Кроме того, алгоритм возбуждения колебаний предполагает, что выполняется условие

$$|g_1| > x_{01}. \qquad (4)$$

В процессе возбуждения на вход контура подаётся меандр, за исключением случая, когда начальное значение $x_0$ входит в область смещения. Из неё заданный уровень $g_1$ достигается за полпериода при подаче на вход трёхуровневого сигнала. Рассмотрим случай, когда движение начинается вне области смещения. Пусть из начального положения $x_0$ система двигалась вокруг фокуса

$$F = \begin{vmatrix} -f \\ 0 \end{vmatrix}, \qquad (5)$$

где $f = \left| \frac{\alpha^2 + \beta^2}{a_0 \cdot \beta} \cdot b_1 \cdot E \right|$, что соответствует режиму возбуждения колебаний. Тогда через полпериода контур вновь окажется на оси $OX_1$. Первая координата положения в этот момент будет

$$x_1 = -\left( x_0 \cdot e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi} + \left(1 + e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi}\right) \cdot f \right). \qquad (6)$$

Достигнутый уровень будет

$$У_1 = |x_1| = x_0 \cdot e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi} + \left(1 + e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi}\right) \cdot f. \qquad (7)$$

Далее, изменим начальные условия. Пусть теперь в начальный момент система находится на оси $OX_1$ в точке $x_1$=У$_1$. Тогда через полпериода движения вокруг фокуса (5) она переместится в точку $x_2$ на оси $OX_1$ с первой координатой

$$x_2 = -e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi} \cdot x_1 - e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi} \cdot f - f. \qquad (8)$$

Уровень для этого случая

$$У_2 = |x_2| = e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi} \cdot x_1 + e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi} \cdot f + f. \qquad (9)$$

Для упрощения дальнейших выкладок введём обозначение

$$z = e^{\frac{\alpha}{\beta}\cdot\pi}. \qquad (10)$$

Раскроем величину $x_1$ как выражение (7), тогда после упрощений выражение (9) примет вид

$$У_2 = z^2 \cdot x_0 + z^2 \cdot f + 2 \cdot z \cdot f + f. \qquad (11)$$

То же для третьего уровня:

$$У_3 = z^3 \cdot x_0 + z^3 \cdot f + 2 \cdot z^2 \cdot f + 2 \cdot z \cdot f + f. \qquad (12)$$

И вообще для уровня $n$

$$У_n = z^n \cdot x_0 + \left[ 2 \cdot \sum_{i=1}^{n} z^i - z^n + 1 \right] \cdot f. \qquad (13)$$

Сумма, стоящая в квадратных скобках, является геометрической прогрессией:

$$\sum_{i=1}^{n} z^i = z \cdot \frac{1 - z^n}{1 - z}. \qquad (14)$$

Подставляя (14) в (13) и производя упрощения, можно получить

$$У_n = z^n \cdot x_0 + \frac{1+z}{1-z} \cdot \left(1 - z^n\right) \cdot f. \qquad (15)$$

Имея в виду, что целью возбуждения колебаний является достижение заданного уровня У$_n$=|$g_1$|, на основании выражения (15) можно получить количество полупериодов $n$, требующееся для выполнения этой задачи:

$$n = n_r = \frac{\beta}{\alpha \cdot \pi} \cdot \ln\left( \frac{(1-z) \cdot |g_1| - (1+z) \cdot f}{(1-z) \cdot x_0 - (1+z) \cdot f} \right). \qquad (16)$$

Обратим внимание на некоторые свойства полученных выражений.

1. Величины $n$ в выражениях (15) и (16) имеют разные области определения. В выражении (15) $n$ является натуральным числом, поэтому и область значений уровня У$_n$ изоморфна множеству натуральных чисел. Результат же вычислений по формуле (16) может быть любым действительным числом, поэтому для него введено другое обозначение – $n_r$. Его целая часть является числом полупериодов подачи меандра, под воздействием которых система переходит из начального положения $x_0$ в некоторую точку $x_M$, находящуюся на оси $OX_1$ и принадлежащую области смещения. Из точки $x_M$ система может быть переведена в заданную точку $G$ за полпериода путём подачи на вход контура трёхуров-

невого сигнала. Таким образом, общее время достижения заданного уровня $У_n=|g_1|$ составляет

$$n_в = \mathrm{int}(n_r) + 1, \qquad (17)$$

где int($x$) – функция, областью определения которой является множество действительных чисел, а областью значений – натуральный ряд и которая состоит в выделении целой части числа $x$. В том редком случае, когда для достижения заданного уровня требуется лишь меандр, дробная часть $n_r$ равна нулю, и в формуле (17) слагаемое в виде единицы пропадает.

2. Алгоритм формирования ФМн сигнала подразумевает, что всякий такт начинается и заканчивается в одном из фокусов. Это означает, что $x_{01} = f$. В этом случае формула (16) принимает вид

$$n_r = \frac{\beta}{\alpha \cdot \pi} \cdot \ln\left( \frac{-|g_1| \cdot (1-z) + (1+z) \cdot f}{2 \cdot z \cdot f} \right). \qquad (18)$$

***Определение времени затухания колебаний***

Алгоритм вывода закономерности, связывающей желаемый уровень, фокусы и количество полупериодов, необходимых для достижения заданного уровня, для случая затухания похож на вышеизложенный алгоритм для случая возбуждения. Отличие состоит в том, что события рассматриваются в обратном порядке.

Пусть в конечный момент система оказалась в фокусе с первой координатой $–f$ (вторая координата фокуса – нулевая). Если весь предшествующий этому событию полупериод осуществлялось затухание, то, следовательно, движение происходило вокруг фокуса $f$. В начале этого полупериода первая координата положения контура в пространстве состояний имела значение $У_1>0$:

$$-f = -e^{\frac{\alpha}{\beta} \cdot \pi} (У_1 - f) + f, \qquad (19)$$

что, с учётом принятого ранее обозначения (10), имеет вид

$$-f = -z \cdot (У_1 - f) + f, \qquad (20)$$

откуда

$$У_1 = (2 \cdot z^{-1} + 1) \cdot f. \qquad (21)$$

Предположим теперь, что в конечный момент времени контур находится на оси $OX_1$ в точке с первой координатой $–У_1$. Тогда

$$-У_1 = -z \cdot (У_2 - f) + f, \qquad (22)$$

где $У_2$ – первая координата точки, в которой система находилась за полпериода до того, как оказалась в конечной точке $У_1$, двигаясь при этом вокруг фокуса с положительной первой координатой $f$ (затухание). Откуда, с учётом (21),

$$У_2 = (2 \cdot z^{-2} + 2 \cdot z^{-1} + 1) \cdot f. \qquad (23)$$

Аналогичные рассуждения для достижения уровня $У_2$ даёт перевод координат начального положения для трёх полупериодов затухания меандром в фокус

$$У_3 = (2 \cdot z^{-3} + 2 \cdot z^{-2} + 2 \cdot z^{-1} + 1) \cdot f, \qquad (24)$$

и в общем случае

$$У_n = f \cdot \left( 2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \left( z^{-1} \right)^i + 1 \right). \qquad (25)$$

Сумма, стоящая в скобках, есть геометрическая прогрессия

$$\sum_{i=1}^{n} \left( z^{-1} \right)^i = z^{-1} \cdot \frac{1 - z^{-n}}{1 - z^{-1}}, \qquad (26)$$

откуда

$$У_n = f \cdot \left( \frac{-2 \cdot z^{-(n+1)} + z^{-1} + 1}{1 - z^{-1}} \right). \qquad (27)$$

Из уравнения (27) в явном виде выражается $n$:

$$n = n_l = -\frac{\beta}{\alpha \cdot \pi} \times$$
$$\times \ln\left( \frac{1}{2 \cdot f} \cdot \left( \left(1 + z^{-1}\right) \cdot f - \left(1 - z^{-1}\right) \cdot |g_1| \right) \right) - 1, \qquad (28)$$

где принято, что переход в фокус осуществлялся с заданного уровня $У_n=|g_1|$.

Так же, как и для случая возбуждения, формула (28) имеет область значений – действительные числа. Поэтому введено новое обозначение $n_l$. Целая часть числа $n_l$ есть количество полупериодов затухания, на которых длительность импульсов входного напряжения равна длительности полупериода (режим «меандр в противофазе»). Если дробная часть $n_l$ отличается от нуля, то это свидетельствует о том, что один из импульсов управляющего напряжения должен быть трёхуровневым. Таким образом, длительность перехода с уровня $|g_1|$ в один из ненулевых фокусов

$$n_з = \mathrm{int}(n_l) + 1. \qquad (29)$$

Так же, как и для случая возбуждения, существуют условия, при которых слагаемое в виде единицы отсутствует. Это тот случай, когда для перехода в фокус требуется лишь меандровое колебание.

***Максимизация скорости передачи***

Зная количество импульсов, требующееся для перехода из состояния покоя на заданный уровень колебаний $|g_1|$, а также количество импульсов, требующееся для обратного перехода, можно определить длительность всего процесса формирования сигнала на тактовом интервале. Если формирования плоской вершины не производить, а сразу по достижении заданного уровня отработать алгоритм затухания, то получившийся тактовый импульс будет иметь минимальную длительность. Она является суммой времён возбуждения и затухания. Суммарное количество импульсов возбуждения и затухания

$$N_{\text{вз}} = n_{\text{в}} + n_{\text{з}} + 2\,. \qquad (30)$$

Согласно предложенному в [2] алгоритму система управления, вернув контур с заданного уровня $|g_1|$ в фокус, ожидает наступления момента, подходящего для начала развития колебания в новой фазе. В случае четырёхфазной манипуляции самое долгое ожидание соответствует изменению фазы на +90° и составляет величину 1,5 полупериода. Отсюда вытекает, что система, для которой задан желаемый уровень сигнала $|g_1|$, будет успевать менять фазу выходного колебания, если она будет происходить не раньше чем через $N_T$ полупериодов частоты свободных колебаний:

$$N_T = \text{int}\left(n_r\right) + \text{int}\left(n_l\right) + 3{,}5\,. \qquad (31)$$

Таким образом, минимальная длительность такта

$$T_T = \frac{\pi \cdot N_T}{\beta}\,, \qquad (32)$$

а максимальная тактовая частота

$$F_T = \frac{2 \cdot f_0}{N_T}\,, \qquad (33)$$

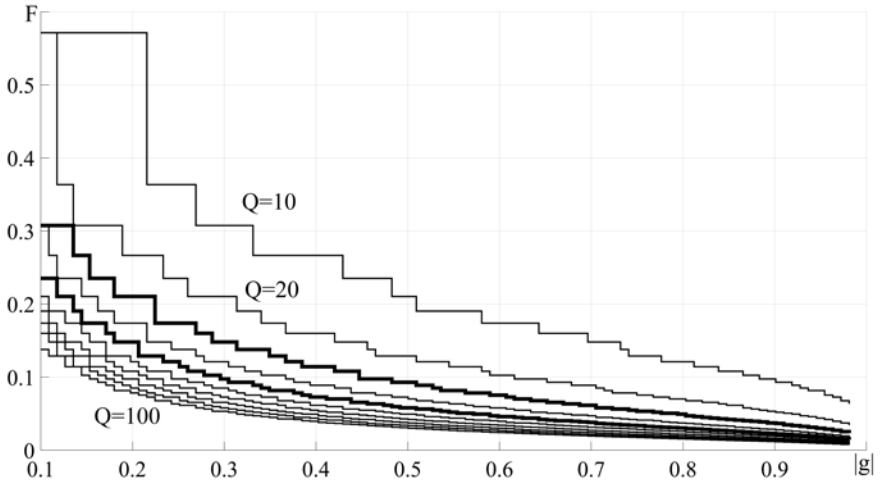
где $f_0$ – несущая частота сигнала, равная частоте свободных колебаний контура.

Отдельного рассмотрения требует предельный случай. Пусть система находится в одном из фокусов. В течение одного полупериода частоты свободных колебаний на вход подаётся возбуждающее напряжение. Точку, в которой система находится в конце этого полупериода, будем считать желаемым уровнем. Тогда целая часть $n_r$ равна единице, а дробная – нулю. Далее осуществляется затухание колебаний в фокус. Это делается с помощью одиночного трёхуровневого импульса. В этом случае целая часть $n_l$ равна нулю, а дробная – нет. Тогда $n_з = 1$. Оказавшись в фокусе, система ожидает смены фазы 1,5 полупериода. Таким образом, общее время формирования такта составляет 3,5 полупериода, откуда на основании (33) получаем

$$Q_c = \frac{f_0}{F_T} = \frac{N_T}{2} = \frac{3{,}5}{2} = 1{,}75\,, \qquad (34)$$

где $Q_c$ – добротность эквивалентного контура. То есть, имея контур с произвольной добротностью, на выходе можно получить ФМн сигнал, соответствующий отклику контура, добротность которого составляет 1,75. И это предельно достижимая добротность.

На рисунке изображено семейство графиков максимальной тактовой частоты, нормированной относительно несущей, при различных добротностях.



По горизонтальной оси отложен желаемый уровень выходного сигнала, нормированный относительно максимально достижимого (максимально достижимый уровень определяется по формуле (3)). По вертикальной оси отложена тактовая частота, нормированная относительно несущей.

Получающийся в антенне сигнал обладает значительной амплитудной модуляцией (АМ). Пик-фактор сигнала сильно отличается от единицы. Принято считать, что энергетическая эффективность такого сигнала существенно ниже, чем сигнала с прямоугольной огибающей. Однако каналы связи, в интересах которых производится исследование и разработка рассматриваемого передающего средства, обладают особенностями, вносящими коррекцию в общую взаимосвязь между энергетической эффективностью сигнала и пик-фактором.

Дело в том, что используемые в канале приёмные средства имеют на входе полосовой фильтр (блок защиты – БЗ). Его полоса пропускания такова, что на выходе появляется лишь б*о*льшая часть основного лепестка спектра входного сигнала. Все боковые лепестки сильно подавляются. Известно, что боковые лепестки основного лепестка спектра формируются крутыми фронтами огибающей. Если боковые лепестки подавлены, то и фронты огибающей пологие. Поэтому и ФМн сигнал на выходе БЗ имеет пологие фронты огибающей, то есть является АМ сигналом. Если сигнал, появившийся на выходе БЗ, вновь подать на его вход, то сигнал пройдёт через БЗ без искажений и появится на выходе в том же виде, как и после подачи на вход БЗ ФМн сигнала с прямоугольной огибающей. Другими словами, одному и тому же сигналу на выходе БЗ соответствует множество сигналов на входе. Среди сигналов этого множества есть как сигналы с прямоугольной огибающей, так и с АМ. С точки зрения коррелятора, на вход которого работает БЗ, все сигналы из этого множества эквивалентны и обрабатываются с одинаковым результатом.

В настоящей работе принято, что АМ, возникающая при переводе контура из положения покоя на заданный уровень и обратно, в первом приближении эквивалентна в описанном выше смысле прямоугольной огибающей, и дополнительных потерь в звеньях обработки принятого сигнала не возникает. Энергетически же такой сигнал более выгоден, поскольку в нём уменьшены затраты мощности на формирование ненужных боковых лепестков.

### *Выводы*

В результате проделанной работы найдена формула для вычисления количества полупериодов несущей частоты, необходимых для достижения выходным сигналом заданного уровня (17). Найдено количество полупериодов, необходимое для перевода контура с заданного уровня колебаний в фокус (29). Эти количества задают времена фронтов огибающей ФМн сигнала.

На основании найденных времён, опираясь на знание общего алгоритма формирования ФМн сигнала, получена формула для определения минимального времени тактового импульса, которое может обеспечить этот алгоритм. Обнаружено, что в пределе на выходе высокодобротного контура может быть получен ФМн сигнал, эквивалентный реакции контура, добротность которого составляет 1,75, что соответствует относительной ширине полосы частот сигнала 57%. Обоснована применимость полученного сигнала, несмотря на наличие существенной АМ.

### *Литература*

1. *Назаров Н.М.* Выбор параметров управления в процессе формирования плоской вершины в последовательном колебательном контуре // Теория и техника радиосвязи. Воронеж. 2015. №4. С. 79–89.

2. *Назаров Н.М.* Определение линий переключения регулятора, формирующего широкополосный ФМн сигнал в узкополосной нагрузке // Теория и техника радиосвязи. Воронеж. 2018. № 3. С. 54–60.

3. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления. Мн.: Вышэйшая школа, 1973.

Статья поступила в редакцию 27 февраля 2018 года

УДК 621.396.21

# ОБОСНОВАНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К ЧИСЛУ ЧАСТОТНЫХ КАНАЛОВ СИСТЕМ РАДИОСВЯЗИ С ППРЧ

© Автор, 2018

**В.Е. Прохоров**, начальник отдела, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: pve@sozvezdie.su

*Выведена система уравнений, позволяющая получить коэффициент расширения спектра сигналов с ППРЧ для обеспечения требуемой помехоустойчивости в условиях воздействия шумовой заградительной помехи и помехи в части полосы. Проведен анализ затухания помехи с учетом сферичности Земли и электрических свойств подстилающей поверхности. Проведены численные расчеты.*

***Ключевые слова:*** *сигналы с ППРЧ, заградительная помеха, помеха в части полосы, коэффициент расширения спектра.*

# SUBSTANTIATION OF REQUIREMENTS TO A NUMBER OF FREQUENCY CHANNELS OF SYSTEMS OF RADIO COMMUNICATION WITH FREQUENCY-HOPPING SPREAD SPECTRUM

© Author, 2018

**V.E. Prokhorov**, Head of Department, JSC Concern «Sozvezdie», e-mail: pve@sozvezdie.su

*A system of equations has been obtained, which helps get the expansion factor of spectrum of signals with FHSS for providing the required interference immunity under conditions of barrage jamming noise effect and interference in part of band. The analysis taking into account interference spherical-earth attenuation and electrical properties of underlying terrain has been carried out. Numerical calculations have been made.*

***Key words:*** *signals with frequency-hopping spread spectrum, barrage jamming, interference in part of band, spectrum expansion factor.*

Задача оценки помехозащищенности систем радиосвязи, использующих сигналы с ППРЧ при воздействии различных видов помех достаточно подробно изучена [1–3]. Полученные в указанных работах выражения для вероятности ошибки на бит при использовании сигналов с ППРЧ зависят от коэффициента расширения спектра, который опосредованно связан с количеством частот (частотных каналов), используемых сигналами. В зависимости от вероятности ошибки на бит от числа пользователей сети число выделенных частот является основным ограничивающим фактором при генерировании ансамбля ортогональных последовательностей ППРЧ [4, 5]. Поэтому возникает задача обоснованного выбора количества частот, обеспечивающих заданную вероятность ошибки после подавления при известной мощности станции помех. Предполагается, что станция помех располагается на самолете, удаленном от радиолинии на расстояние порядка 100…200 км.

Целью данной статьи является обоснование требований к числу частотных каналов, обеспечивающих заданную среднюю вероятность ошибки после подавления.

## *1. Оценка помехоустойчивости сигналов с ППРЧ при воздействии заградительных помех и помех в части полосы*

Наиболее универсальной и устойчивой к различным способам повышения помехоустойчивости, применяемым в радиолиниях, является шумовая заградительная помеха (рис. 1), модель которой представляет собой ограниченный по полосе аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ) со спектральной плотностью мощности $G_j$:

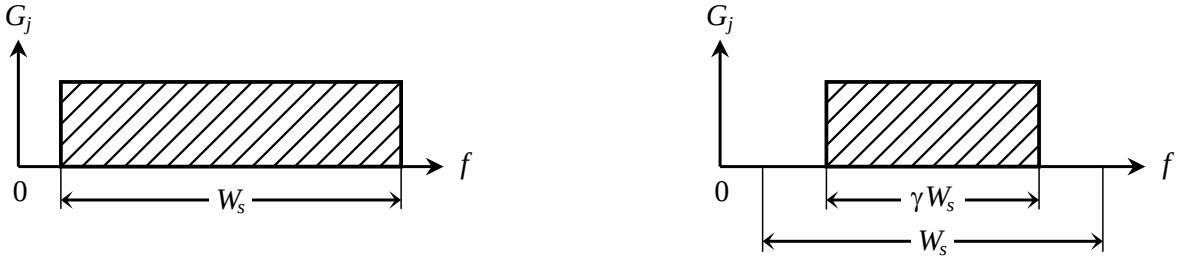
$$G_j = P_j/W_s, \qquad (1.1)$$

где $P_j$ – мощность помехи; $W_s$ – частотный диапазон, занимаемый сигналами с ППРЧ.

Заградительная помеха должна перекрывать частотный диапазон $W_s$ радиолинии сигналов с ППРЧ полностью и при соответствующей мощности станции помех (СП) должна быть в состоянии подавить радиолинию при любых способах перестройки рабочей частоты. Ввиду значительного частотного диапазона радиолинии с ППРЧ мощность передатчика помех должна быть достаточно большой. В связи с этим помеха заградительного вида представляет большую опасность с точки зрения обеспечения электромагнитной совмести-

 ISSN 1995-7009

мости (ЭМС) для других радиоэлектронных средств, работающих в том же диапазоне частот. При этом сама СП становится радиозаметной и, в силу этого, уязвимой целью для самонаводящихся по радиоизлучению ракет. Наряду с заградительной помехой используется помеха в части полосы (рис. 1б) с коэффициентом перекрытия γ – долей полосы, занимаемой помехой.




а) б)

Рис. 1. Заградительная помеха и помеха в части полосы помехи, воздействующие на системы связи с ППРЧ

В целях повышения эффективности СП, целесообразно скачкообразно по случайному закону перемещать спектр шумовой помехи в части полосы по всему диапазону частот, занимаемому системой радиосвязи (СРС) с ППРЧ. При наличии помехи в части полосы для любого отношения сигнал–помеха $P_s/P_j$ ($P_s$, $P_j$ – мощности сигнала и помехи соответственно) существует такое $\gamma_{\text{опт}}$, при котором средняя вероятность ошибки (СВО) на бит $P_E(\gamma_{\text{opt}})$ имеет максимальное значение. Помеха с такими параметрами является наихудшей для СРС. Приведем краткое обоснование. С этой целью воспользуемся выражением для средней вероятности ошибки на бит при воздействии шумовой помехи в части полосы с коэффициентом перекрытия γ [1]

$$P_E = \frac{1}{2}\gamma \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{G_0}{E_s}+\frac{P_j}{\gamma K_s P_s}\right)^{-1}\right]+ \\ +\frac{1}{2}(1-\gamma)\exp\left(-\frac{E_s}{2G_0}\right), \qquad (1.2)$$

где для рассматриваемого случая $K_s = W_s/R_b$ – коэффициент расширения спектра, $R_b = 1/T_b$ – скорость передачи данных, $T_b$ – длительность информационного бита, $P_j$ – мощность помехи, $G_0$ – спектральная плотность мощности белого шума, $E_s$ – энергия сигнала.

В целях упрощения выкладок и выявления эффекта воздействия преднамеренной помехи предположим вначале, что спектральная плотность помехи $G_j$ значительно превосходит спектральную плотность мощности собственного шума: $G_j \gg G_0$, $E_s \gg G_0$. В этом случае вероятностью ошибки до подавления и отношением $G_0/E_s$ в формуле (1.2) можно пренебречь. С учетом этого среднюю вероятность ошибки (1.2) можно представить следующим образом:

$$P_E \approx \frac{1}{2}\gamma \exp\left[-\frac{\gamma P_s K_s}{2P_j}\right]. \qquad (1.3)$$

Необходимое условие экстремума получается дифференцированием (1.3) по γ:

$$\frac{dP_E}{d\gamma} = \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{\gamma P_s K_s}{2P_j}\right]+ \\ +\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{\gamma P_s K_s}{2P_j}\right]\left(-\frac{\gamma P_s K_s}{2P_j}\right)= \\ =\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{\gamma P_s K_s}{2P_j}\right]\left(1-\frac{\gamma P_s K_s}{2P_j}\right)=0,$$

откуда с учетом смены знака производной с плюса на минус получаем

$$\gamma_{\text{opt}} = \begin{cases} \dfrac{2P_j}{K_s P_s}, & \text{если} \quad \dfrac{2P_j}{K_s P_s} \le 1, \\ 1, & \text{если} \quad \dfrac{2P_j}{K_s P_s} > 1. \end{cases} \qquad (1.4)$$

Максимальная СВО на бит при двоичной ЧМ получается из (1.3) при подстановке оптимального значения γ:

$$P_{E\max} \approx \begin{cases} \dfrac{P_j\, e^{-1}}{K_s P_s} & \text{при } \dfrac{2P_j}{K_s P_s} \le 1 \text{ и } \gamma = \gamma_{\text{opt}}, \quad (1.4\text{а}) \\ \dfrac{1}{2}\exp\left[-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{K_s P_s}{P_j}\right)\right] & \text{при } \dfrac{2P_j}{K_s P_s} > 1 \text{ и } \gamma = 1, \quad (1.4\text{б}) \end{cases}$$

где $e$ – второй замечательный предел ($e$ = 2,71828…).

Как следует из (1.4а), при $\gamma = \gamma_{\text{opt}}$ экспоненциальный характер зависимости СВО на бит $P_E$ (1.2) изменяется на линейный. Шумовая помеха, имеющая оптимальное значение подавляемой полосы частот $\gamma_{\text{opt}}$, с точки зрения помехоустойчивости радиолинии является наихудшей.

### *2. Определение требуемого коэффициента расширения спектра*

Формула (1.2) позволяет определить среднюю вероятность ошибки на бит после подавления преднамеренной помехой при заданном коэффициенте расширения спектра и известной вероятности ошибки на бит до подавления. Поставим теперь обратную задачу: определить коэффициент расширения спектра, обеспечивающий требуемую вероятность ошибки после подавления, при известной мощности помехи. Как и в предыдущем случае, с целью упрощения выкладок сначала ограничимся представлением (1.3). После логарифмирования (1.3) получим

$$\ln(2P_E) = \ln(\gamma) - \frac{\gamma P_s K_s}{2P_j}, \quad (2.1)$$

откуда находим требуемый для обеспечения заданной вероятности ошибки коэффициент расширения спектра:

$$K_s = \frac{2P_j \ln(\gamma / 2P_E)}{\gamma P_s} = k(\gamma)\frac{P_j}{P_s}. \quad (2.2)$$

Из (2.2) следует, что коэффициент расширения спектра пропорционален отношению $P_j/P_s$ с коэффициентом пропорциональности

$$k(\gamma) = 2\ln(\gamma / 2P_E)/\gamma. \quad (2.3)$$

Коэффициент пропорциональности зависит от требуемой средней вероятности ошибки после подавления $P_E$ и доли спектра $\gamma$, пораженного помехой. Как следует из (2.2), коэффициент расширения спектра положителен для $\gamma > 2P_E$.

Для каждой требуемой вероятности $P_E$ существует такое значение $\gamma^*$, при котором коэффициент пропорциональности $k$ максимален. Продифференцировав (2.3) по $\gamma$ и приравняв к нулю производную, получим уравнение для $\gamma$

$$\ln(\gamma / 2P_E) = 1, \quad (2.4)$$

откуда следует, что

$$\gamma^* = e \cdot 2P_E,\ k_{\max} = 2/\gamma^* = 1/(eP_E). \quad (2.5)$$

После подстановки (2.5) в (2.2) получим максимальное значение коэффициента расширения спектра

$$K_{s\max} = \frac{P_j}{P_s e P_E}. \quad (2.6)$$

Следует обратить внимание на то, что данный коэффициент совпадает с коэффициентом расширения спектра для оптимальной в части полосы помехи (1.4а).

Для заградительной помехи во всей полосе значение для коэффициента пропорциональности получается при $\gamma = 1$ и равно $k(1) = -2\ln(2P_E)$. Отношение требуемых коэффициентов расширения спектра для оптимальной и заградительной помех определяется соотношением

$$\eta = k_{\max} / k(1) = 1/(-2\ln(2P_E) e P_E),$$

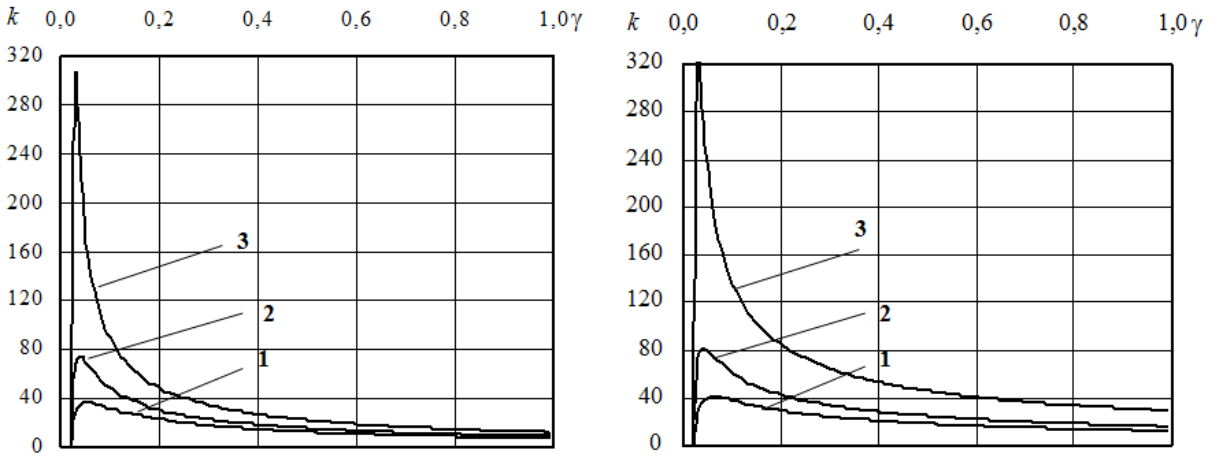
а их значения приведены в таблице.

Таблица

| $P_E$ | 0.01 | 0.005 | 0.001 | 0.0005 | 0.0001 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\eta$ | 4.7 | 8 | 29.5 | 53.2 | 216 |
| $\gamma^*$ | 0.055 | 0.027 | 0.0055 | 0.0027 | 0.00055 |

На рис. 2а приведены зависимости коэффициента пропорциональности $k$, вычисленного по формуле (2.3), от доли перекрытия спектра помехой в части полосы $\gamma$.

Кривая 1 соответствует средней вероятности ошибки на бит после подавления $P_E$ = 0.01. Аналогично кривые 2 и 3 соответствуют вероятностям $P_E$ = 0.005 и $P_E$ = 0.001.




а) б)

Рис. 2. Зависимость коэффициента пропорциональности от доли перекрытия γ

Для того чтобы воспользоваться более точным представлением (1.2), учитывающим вероятность ошибки до подавления линии радиосвязи помехой, выразим через вероятность ошибки отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности собственного шума. С этой целью предположим, что вероятность ошибки на бит до подавления помехой была известна и равнялась

$$P_{E0} = \frac{1}{2}\exp\left\{-\frac{P_s / R_b}{2G_0}\right\}, \qquad (2.7)$$

откуда после логарифмирования получим

$$P_s / G_0 R_b = -2\ln(2P_{E0}),$$

$$P_s = -2\ln(2P_{E0})G_0 R_b. \qquad (2.8)$$

После подстановки (2.8) в (1.2) и выполнения необходимых преобразований получим выражение для коэффициента расширения спектра с учетом вероятности ошибки до подавления:

$$K_s = \frac{P_j}{P_s}\left(\frac{2\ln(\gamma / A)\ln(2P_{E0})}{\gamma\ln(2\gamma P_{E0} / A)}\right) = k(\gamma)\frac{P_j}{P_s}, \qquad (2.9)$$

где $A = 2\left[P_E - (1-\gamma)P_{E0}\right]$, коэффициент пропорциональности

$$k(\gamma) = \frac{2\ln(\gamma / A)\ln(2P_{E0})}{\gamma\ln(2\gamma P_{E0} / A)}. \qquad (2.10)$$

Как следует из (2.10), коэффициент пропорциональности положителен для $\gamma > 2(P_E - P_{E0}) / (1 - 2P_{E0}) \approx 2P_E$. Если устремить вероятность ошибки до подавления $P_{E0}$ к нулю, то, как это нетрудно видеть, (2.10) стремится к (2.3). На рис. 2б приведены кривые, аналогичные рис. 2а, но вычисленные с учетом вероятности ошибки на бит до подавления $P_{E0} = 10^{-5}$. Из сравнения рис. 2а и 2б следует, что учет вероятности ошибки до подавления приводит к увеличению коэффициента пропорциональности. Данный результат согласуется с выводами статьи [6].

*Выбор числа частот*

Рассматриваемый коэффициент расширения спектра $K_s = W_s / R_b$ можно выразить через необходимое число частот (частотных каналов). С этой целью обозначим через $M_f$ число частот, $T_h$ – длительность скачка частоты, $L$ – число бит, передаваемых на одном скачке. С учетом введенных обозначений общая выделенная полоса частот для ППРЧ должна удовлетворять неравенству

$$W_s \geq M_f \cdot L \cdot \alpha / T_h, \qquad (2.11)$$

где $\alpha / T_h$ – ширина полосы одного частотного канала, если бы за время $T_h$ передавался один бит. Поскольку для медленной ППРЧ за время $T_h$ передается $L$ бит, то полоса должна быть расширена по крайней мере в $L$ раз. Параметр $\alpha$ выбирается из условия ортогональности каналов, т.е. исключения влияния смежных каналов друг на друга. Как правило, значения $\alpha$ выбираются из интервала 1…2. Для идеальных канальных фильтров параметр $\alpha = 1$. Разделив правую и левую части (2.11) на скорость передачи данных $R_b$, получим выражение для коэффициента расширения спектра в виде

$$K_s = \frac{L \cdot M_f}{T_h R_b}, \qquad (2.12)$$

откуда получаем выражение для числа частотных каналов

$$M_f = \frac{K_s T_h R_b}{L} = \frac{K_s L}{L} = K_s, \qquad (2.13)$$

где $L = T_h R_b$ – число передаваемых бит на одном скачке частоты. Таким образом, для быстрой ППРЧ, когда на одном скачке частоты передается один бит (побитовая ППРЧ), и медленной ППРЧ, когда на одном скачке частоты передается $L$ бит, при $\alpha = 1$ число используемых частотных каналов равно коэффициенту расширения спектра. Формула (2.13) совместно с (2.9) и (2.10) при известном отношении мощности помехи к мощности сигнала на входе приемника радиолинии позволяют выбрать необходимое число частотных каналов для обеспечения заданной помехоустойчивости в условиях преднамеренных помех, создаваемых самолетами. Чтобы определить отношение мощностей, необходимо оценить затухание преднамеренной помехи в канале самолет–земля.

### *3. Модель затухания сигналов в канале самолет–земля*

Рассмотрим воздействие помех, создаваемых самолетом наземным станциям. В идеальной геометрической модели канала самолет–земля предполагается, что поверхность Земли представляет собой гладкую сферу [7]. В точку приема приходят два луча: прямой луч и единственный отраженный (рис. 3). На рис. 3 $h_t$ и $h_r$ – это реальные высоты передатчика над поверхностью земли, а $h_{t'}$ и $h_{r'}$ – это приведенные высоты.

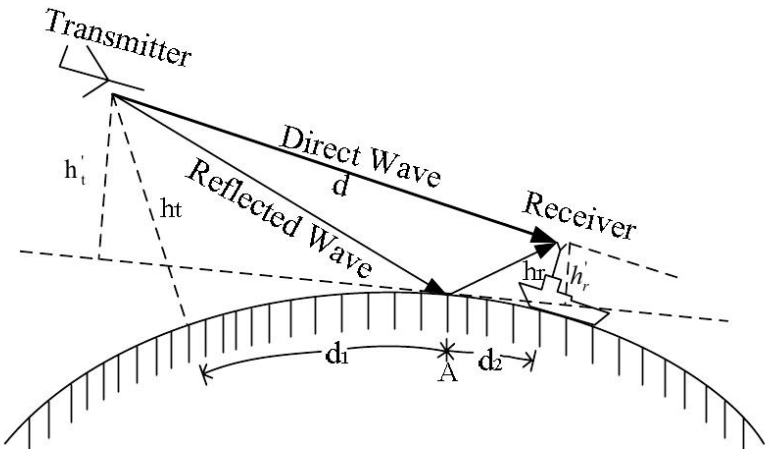



Рис. 3. Идеальная геометрическая модель канала самолет–земля

Прежде чем построить модель для сферической подстилающей поверхности, приведем основные положения распространения УКВ в свободном пространстве и плоской подстилающей поверхности в условиях прямой видимости.

#### *3.1. Модель затухания сигналов в свободном пространстве*

Затухание в свободном пространстве определяется геометрической расходимостью волны, поэтому мощность принимаемого сигнала обратно пропорциональна квадрату расстояния между передатчиком и приемником и определяется соотношением [6, 7]

$$P_r = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2, \qquad (3.1)$$

где $G_t$ и $G_r$ – коэффициенты усиления передающей и приемной антенны, $P_t$ и $P_r$ – мощности передатчика и приемника соответственно, $\lambda = c/f$ – длина волны, $c$ – скорость света, $d$ – расстояние между передающей и приемной антеннами. Потери при распространении определяются как разность переданной и принятой мощности сигнала, выраженной в децибелах:

$$L_{db} = 10 \log \frac{P_r}{P_t} = -20 \log \frac{c}{4\pi d f} - G_{t,db} - G_{r,db}. \qquad (3.2)$$

Для свободного пространства потери при распространении получаются из (3.2) при единичных коэффициентах усиления антенн (изотропное излучение) и равны

$$L_{0,db} = 10 \log L_0 = -20 \log \frac{c}{4\pi d f} =$$

$$= -32,45 - 20\log f - 20\log d, \qquad (3.3)$$

где $L_0 = (\lambda/4\pi d)^2$ – затухание в свободном пространстве, частота $f$ выражена в МГц, $d$ – в км. Здесь и далее $\log(\cdot)$ берется по основанию 10.

Основным недостатком модели распространения радиоволн в свободном пространстве является отсутствие учета влияния подстилающей поверхности и, как следствие, возможности учёта рельефа и застройки местности, а также других дополнительных факторов, вызывающих затухание радиоволн.

### *3.2. Двулучевая модель затухания сигналов в УКВ диапазоне*

*Классическая двулучевая модель для плоской Земли* [7–9]. Рассмотрим модель двулучевого распространения гармонического сигнала. Она применяется тогда, когда передающая и приемная антенны подняты над землей и разнесены на расстояние, превышающее десятки длин волн. Соответствующая схема передачи сигнала изображена на рис. 4 [7, 8]. Как видно из рисунка, в точку приема попадают два сигнала двумя различными путями: прямой сигнал проходит расстояние $R_0$, а отраженный от земной поверхности, которая предполагается идеально плоской, – расстояние $(R_1 + R_2)$, где высоты передающей и приемной антенн обозначены через $h_t$ и $h_r$.

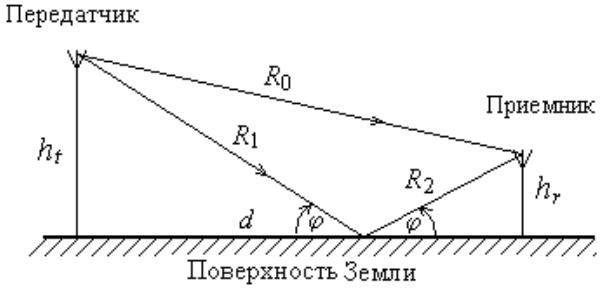



Рис. 4. Двулучевая модель распространения сигнала

В силу своей простоты достаточно широкое применение получила модель для идеальной отражающей поверхности, которую и рассмотрим вначале. Для идеальной отражающей поверхности коэффициент отражения Френеля предполагается равным –1. В реальных условиях такую аппроксимацию можно использовать, когда угол скольжения φ достаточно мал [7, 8]. Будем также предполагать, что амплитуды прямого и отраженного сигналов равны, хотя в действительности амплитуда отраженного сигнала всегда немного меньше (во-первых, из-за того, что расстояние $(R_1 + R_2)$ больше расстояния $R_0$, и, во-вторых, из-за поглощения части энергии падающей волны в земле). Как будет показано ниже, это предположение выполняется тем точнее, чем меньше угол φ. Таким образом, с учетом сделанных предположений сумма прямого и отраженного сигналов в точке приема может быть представлена в виде

$$s(t) = s_0(t)\left[1 - \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\right)\right], \qquad (3.4)$$

где $\Delta = [(R_1+R_2) - R_0]$ – разность хода лучей, $j$ – мнимая единица. Мощность принятого сигнала можно записать в виде [6, 7]

$$P_r = P_0\left|1 - \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\right)\right|^2 = 4P_0\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\Delta\right), \qquad (3.5)$$

где $P_0 = |s_0(t)|^2$ – мощность прямого сигнала на входе приемника. Разность хода Δ в зависимости от расстояния $d$ и высот передающей и приемной антенн $h_t$ и $h_r$ определяется из геометрии рис. 1, где расстояния связаны между собой соотношениями

$$R_0 = \sqrt{d^2 + (h_t - h_r)^2},$$
$$R_1 + R_2 = \sqrt{d^2 + (h_t + h_r)^2}. \qquad (3.6)$$

Преобразовывая (2.6), получаем следующие выражения:

$$R_0 = d\sqrt{1 + \frac{(h_t - h_r)^2}{d^2}},$$
$$R_1 + R_2 = d\sqrt{1 + \frac{(h_t + h_r)^2}{d^2}}. \qquad (3.7)$$

Предполагается, что расстояние между передающей и приемной антеннами настолько большое, что $d^2 \gg (h_t + h_r)^2$. Ограничиваясь главным членом разложения в ряд Тейлора квадратного корня, получаем из (3.7) приближенные равенства

$$R_0 \approx d\left(1 + \frac{(h_t - h_r)^2}{2d^2}\right),$$
$$R_1 + R_2 \approx d\left(1 + \frac{(h_t + h_r)^2}{2d^2}\right). \qquad (3.8)$$

Подставляя приближенные значения (3.8) в выражение для разности хода прямого и отраженного лучей, получим

$$\Delta = (R_1 + R_2) - R_0 \approx$$

$$\approx \frac{(h_t + h_r)^2 - (h_t - h_r)^2}{2d} = \frac{2h_t h_r}{d} . \quad (3.9)$$

После подстановки (3.8) в (3.5) получаем выражение для результирующей мощности сигнала в точке приема:

$$P_r = 4P_0 \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d}\right). \quad (3.10)$$

Мощность сигнала прямого луча находится в соответствии с законом затухания в свободном пространстве и равна

$$P_0 = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2. \quad (3.11)$$

С учетом изложенного получаем выражение для мощности принятого сигнала в рамках двулучевой модели

$$P_r = 4P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d}\right). \quad (3.12)$$

Функцию $g(d) = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d}\right)$ принято называть функцией ослабления земли или интерференционным множителем ослабления [7, 8]. В поведении функции g($d$) можно выделить две области: область интерференции прямого и отраженного сигналов, где мощность принятого сигнала имеет колебательный характер, и область регулярного затухания сигнала, где мощность сигнала непрерывно уменьшается с расстоянием. Граница между этими областями принимается на расстоянии, где наблюдается первый максимум функции g($d$), если двигаться в направлении уменьшения дистанции $d$. Это условие выполняется, когда аргумент $\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d} = \frac{\pi}{2}$. Отсюда находим, что граница между указанными областями определяется как

$$d_{\text{гр}} = \frac{4h_t h_r}{\lambda}.$$

Когда расстояние до приемника значительно больше расстояния $d_{\text{гр}}$, аргумент синуса становится много меньше единицы. Учитывая, что для малых значений аргумента синус можно аппроксимировать линейной функцией, т.е.

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d}\right) \approx \left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{h_t h_r}{d}\right),$$

из (3.12) получим соотношение, связывающее мощности передатчика $P_t$ и приемника $P_r$ [7, 8] (формула Б.А. Введенского):

$$P_r = P_t G_t G_r \left(\frac{h_t h_r}{d^2}\right)^2, \quad (3.13)$$

где $G_t$ и $G_r$ – коэффициенты усиления передающей и приемной антенн.

Следует подчеркнуть, что формула (3.13) справедлива в условиях прямой видимости с границей $d_0 = 3{,}57(\sqrt{h_{\text{т}}} + \sqrt{h_{\text{г}}})$ [км], где $h_t$ и $h_r$ [м].

Таким образом, для УКВ диапазона для двулучевой модели мощность сигнала в области регулярного затухания убывает с расстоянием обратно пропорционально четвертой степени и не зависит от длины волны, тогда как для свободного пространства мощность прямо пропорциональна квадрату длины волны и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния.

*Влияние сферичности земли.*

Влияние кривизны земной поверхности сказывается, прежде всего, в уменьшении разности хода между прямой и отраженной волнами по сравнению со случаем плоской земной поверхности. Для учета этого влияния в формулы для разности хода вместо истинных высот антенн $h_t$ и $h_r$ вводят так называемые «*приведенные высоты*» антенн $h_t'$ и $h_r'$, т.е. высоты антенн над плоскостью, касательной к земной поверхности в точке отражения. При такой замене будет получено более точное значение разности хода между прямым и отраженным от поверхности Земли лучами, а следовательно, и более точное значение напряженности поля в точке приема. Обозначим

$$h_t' = h_t - \Delta h_t , \; h_r' = h_r - \Delta h_r , \quad (3.14)$$

где $\Delta h_t$ и $\Delta h_r$ – разница между физическими и приведенными высотами.

Если теперь ввести «относительную координату» к точки отражения $\kappa = \frac{d_1}{d}$, где $d_1$ [км] – расстояние от передатчика до точки отражения, то получим для нее кубическое уравнение следующего вида [9]:

$$\kappa^3 - \frac{3}{2}\kappa^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{h_t R_0}{d^2} - \frac{h_r R_0}{d^2}\right)\kappa + \frac{h_t R_0}{d^2} = 0 , \quad (3.15)$$

где $R_0$ – радиус земли ($R_0$=6370 км).

Введением новой переменной $y = \kappa - \frac{1}{2}$ это уравнение приводится к стандартной форме

$$y^3 + Py + Q = 0, \qquad (3.16)$$

где

$$P = -\left(\frac{1}{4} + \frac{R_0(h_t + h_r)}{d^2}\right),\ Q = \frac{R_0(h_t - h_r)}{2d^2}. \qquad (3.17)$$

Решение этого кубического уравнения может быть найдено, например, с помощью формул Кардана. Несложно показать, что дискриминант $D = \left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3 < 0$. Поэтому данное уравнение имеет три действительных корня

$$y_i = 2\sqrt{\frac{-P}{3}}\cos\left(\frac{\varphi + 2\pi i}{3}\right), (i=0, 1, 2), \qquad (3.18)$$

где

$$\varphi = arctg\left(\frac{\sqrt{-D}}{\frac{-Q}{2}}\right) \text{ для } Q<0,$$

$$\varphi = arctg\left(\frac{\sqrt{-D}}{\frac{-Q}{2}}\right) + \pi \text{ для } Q>0 \text{ и } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ для } Q=0.$$

По физическому смыслу значение $\kappa$ должно лежать в пределах от нуля до единицы. С учетом этого условия и выбирается данный корень [9]. Например, когда $h_t$=$h_r$, величина $Q$=0. В этом случае из (3.17) следует, что существует удовлетворяющий данному требованию корень $y$=0, который достигается для $i$=2 при $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Поэтому для равных высот независимо от расстояния между ними $\kappa = \frac{1}{2}$.

По найденному значению $\kappa$ вычисляются величины

$$\Delta h_t = R_0 \frac{d_1^2}{2R_0^2} = \frac{(\kappa d)^2}{2R_0}, \qquad (3.19)$$

$$\Delta h_r \approx R_0 \frac{d_2^2}{2R_0} = \frac{((1-\kappa)d)^2}{2R_0}, \qquad (3.20)$$

что и позволяет по (3.14) определить искомые приведенные высоты.

*Отражающая поверхность с учетом электрических характеристик Земли* (полная модель). Для реальной плоской подстилающей поверхности множитель ослабления $g(d)$ рассчитывается по формуле [7, 8]

$$g(d) = \sqrt{1 + R^2 + 2R\cos\left(\frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d} + \theta\right)}, \qquad (3.21)$$

где $R$ – модуль коэффициента отражения, $\theta$ – фаза коэффициента отражения [град.], $\lambda$ – длина волны [м]. В случае сферической подстилающей поверхности в (3.21) реальные высоты следует заменить на приведенные в соответствии с (3.14). Для расчета интерференционного множителя ослабления необходимо определить модуль коэффициента отражения $R$ и его фазу $\theta$. Для этого необходимы данные об электрических характеристиках земли – диэлектрической проницаемости $\varepsilon$ и проводимости подстилающей поверхности $\sigma$, а точнее, о соотношении между $\varepsilon$ и величиной $\eta = 60\lambda\sigma$. Величина $\varepsilon/\eta$ представляет собой отношение тока смещения к току проводимости.

Для $60\lambda\sigma << \varepsilon$ (почва – диэлектрик); для $60\lambda\sigma \approx \varepsilon$ (почва – полупроводник); для $60\lambda\sigma >> \varepsilon$ (почва проводник). Например, для сухой земли ($\sigma = 10^{-2}$ См/м, $\varepsilon = 10$) при $\lambda \le 4$ м почва – диэлектрик, при $4\text{ м} < \lambda \le 400$ м почва – полупроводник и при $400\text{ м} < \lambda$ почва – проводник. Кроме электрических параметров поверхности коэффициент отражения зависит также от вида поляризации. Для *вертикальной поляризации* коэффициент отражения имеет вид [7, ф-ла (2.43)]

$$R_в = \frac{\varepsilon_1 \sin(\varphi) - \sqrt{\varepsilon_1 - \cos^2(\varphi)}}{\varepsilon_1 \sin(\varphi) + \sqrt{\varepsilon_1 - \cos^2(\varphi)}}, \qquad (3.22)$$

где $\varepsilon_1 = \varepsilon - j\eta$ – относительная комплексная диэлектрическая проницаемость.

Когда почва – диэлектрик и величина $\varepsilon/\eta$ значительно превосходит единицу, то (3.22) можно аппроксимировать действительной величиной [7, ф-ла (2.44)]

$$R_в = \frac{\varepsilon \sin(\varphi) - \sqrt{\varepsilon - \cos^2(\varphi)}}{\varepsilon \sin(\varphi) + \sqrt{\varepsilon - \cos^2(\varphi)}}; \qquad (3.23)$$

угол скольжения $\varphi$ для плоской земли находится из условия

$$\mathrm{tg}(\varphi)=(h_t+h_r)/d. \qquad (3.24)$$

Как следует из (3.22), при $\varphi \to 0$ и любом конечном $\varepsilon$ коэффициент отражения $R_в \to -1$. Формула (3.24) справедлива для плоской подстилающей поверхности, а для сферической подстилающей поверхности высоты в (3.24) следует заменить на приведенные высоты (3.14).

В качестве примера на рис. 5 приведены кривые идеальной модели затухания $L_{db}$ мощности узкополосного сигнала от дальности $d$ для следующих параметров: центральная частота $f$ = 300 МГц; электрические характеристики земли, соответствующие сухому грунту, $\sigma = 0.01$, $\varepsilon = 10$; высота самолета $h_t$=10000 м, высоты принимающих антенн $h_r$=1.5 м (кривая 2, прямая видимость 361 км), 15 м (кривая 3, прямая видимость 371 км), 30 м (кривая 4, прямая видимость 376 км), 60 м (кривая 5, прямая видимость 384 км); кривая 1 соответствует затуханию в свободном пространстве.

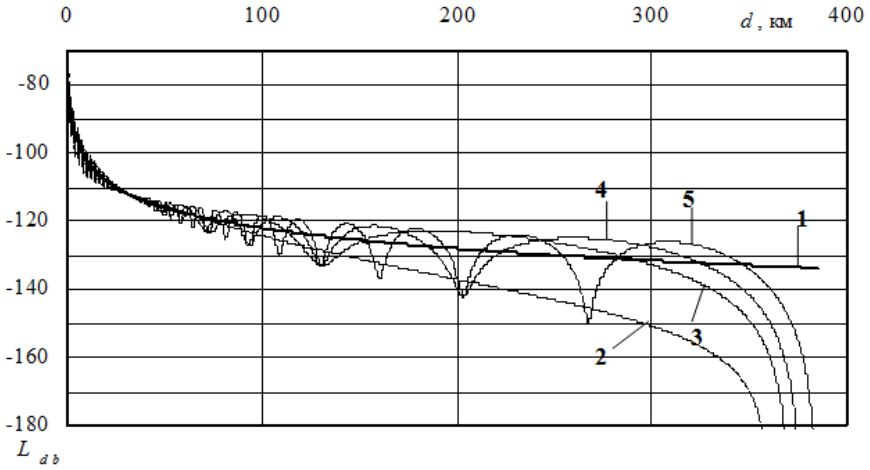



Рис. 5. Кривые затухания мощности сигнала в дБ
для идеальной геометрической модели канала самолет–земля

Для сравнения приведены кривые затухания для центральной частоты $f$ = 300 МГц; из рекомендаций ITU [10] для аналогичных условий (рис. 6).

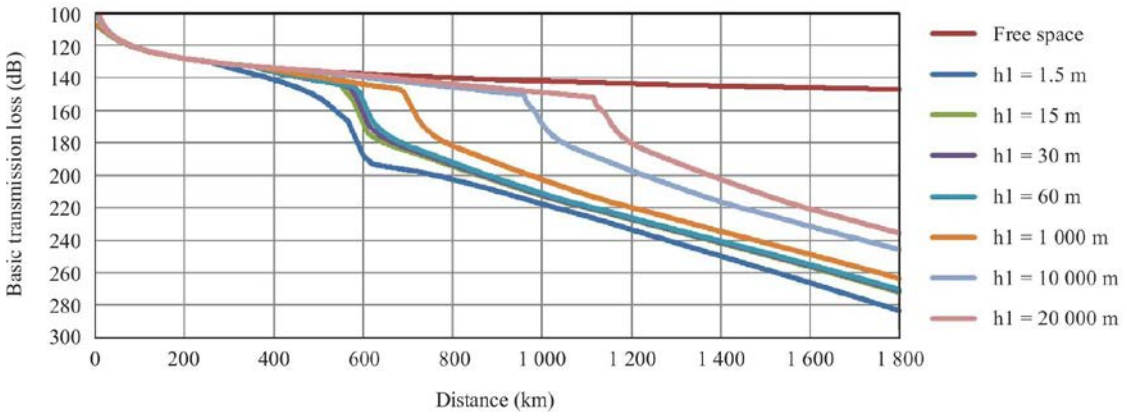



Рис. 6. Кривые затухания из рекомендаций ITU [10]

Из сравнения кривых, полученных по идеальной двулучевой модели с учетом сферичности подстилающей поверхности и рекомендаций ITU, следует, что в рамках интересующих нас расстояний до 200 км они близки и близки к затуханию в свободном пространстве. На рис. 7 приведены кривые затухания для частоты $f$ = 50 МГц и принимающих высот h=30 м (кривая 2, расстояние прямой видимости 376.5 км) и $h$=4.4 м (кривая 3, расстояние прямой видимости 364.5 км); кривая 1 соответствует затуханию в свободном пространстве.

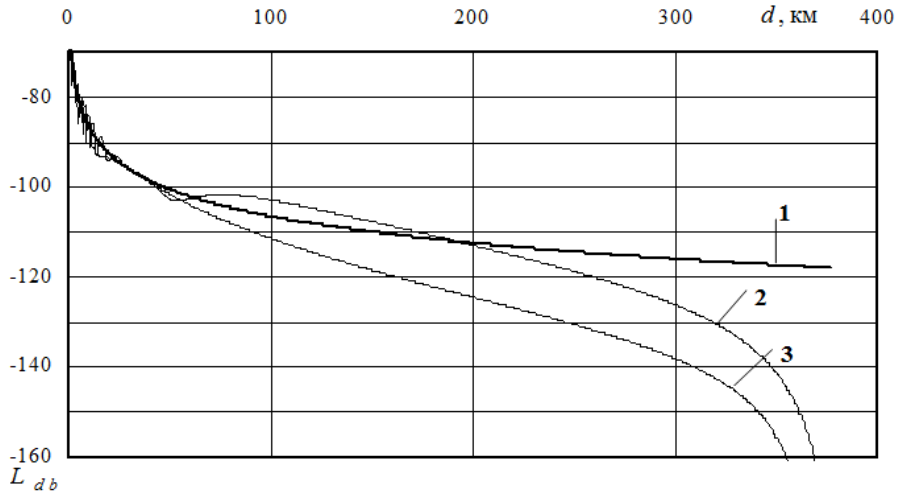



Рис. 7. Кривые затухания для $h_t$=10000 м
и высот приемных антенн $h_r$=30 м (кривая 2), $h_r$=4.4 м (кривая 3).

### *4. Численные результаты*

*Характеристики постановщика помех:* высота $h_t$=10000 м, дальность вдоль земли $d$=200 км, мощность помехи изменяется от 10 до 1000 Вт. Постановщик помех априори осведомлен о всем выделенном для ППРЧ диапазоне частот и, исходя из заданной мощности, генерирует шумовую помеху с равномерной спектральной плотностью мощности в выбранном частотном диапазоне.

*Характеристики канала подавления.* Из проведенного анализа затухания помехи можно предположить, что шумовая помеха затухает по закону свободного пространства, т.к. в ней отсутствует фазовая интерференция между прямым и отраженным от земли лучом. Затухание узкополосной помехи можно описать идеальной геометрической моделью лучевой оптики, которая для средних высот антенн наземных станций также близка к затуханию в свободном пространстве.

*Характеристики радиолинии.* В качестве сигналов используются сигналы с ППРЧ и бинарной частотной модуляцией, для которой вероятность ошибки до подавления $P_{E0}$=$10^{-8}$. Предполагается, что допустимые средние вероятности ошибок после подавления преднамеренной помехой равны $P_E$=$10^{-2}$, $10^{-3}$, $10^{-4}$. Высоты антенн $h_r$ = 4.4, 30 м; скорость данных $R_b$=19200 бит/с, число бит на скачок $L$=16, скорость ППРЧ $R_h$=1200 скачков/с, центральная частота $f_c$=50 МГц. Коэффициент фильтра $\alpha = 1.3$, ширина одного канала $\Delta f = 0.025$ МГц.

Мощность входного сигнала радиолинии определяется по вероятности ошибки в радиолинии без преднамеренных помех исходя из (2.8)

$$P_s = -2G_0\, R_b \cdot \ln(2P_{E0}), \qquad (4.1)$$

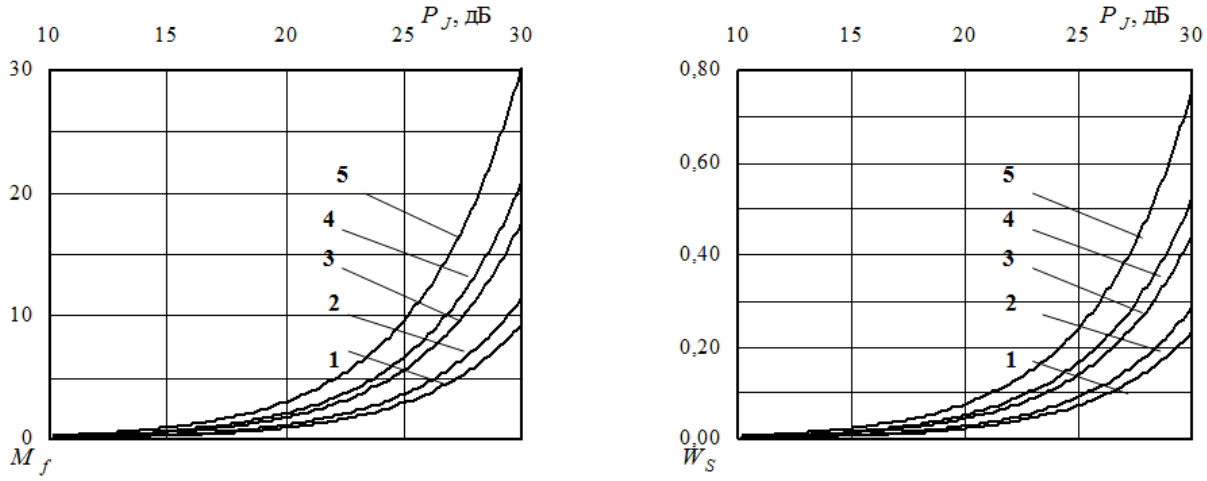
или в децибелах

$$P_{s,db} = G_{0,db} + R_{b,db} + \\ +10\log_{10}(-2\cdot\ln(2P_{E0})), \qquad (4.1a)$$

где спектральная плотность мощности теплового шума $G_0$=$N_F kT$, или в децибелах $G_{0,db}$=$N_{F,db}$–228.6+ +10lg$T$, дБВт/Гц = $N_{F,db}$–168.6 +10lg$T$, дБВт/МГц, $N_F$ – коэффициент шума приемника $N_F$=3 дБ, $k$=$1.38\cdot10^{-23}$ [Вт·с/К] – постоянная Больцмана, $T$ – абсолютная температура входной цепи ($T$=290) [11].

Мощность преднамеренной помехи на входе приемника сигналов с ППРЧ определяется в соответствии с моделью затухания. Как следует из результатов расчета (рис. 7), для высоты приемной антенны 30 м затухания узкополосного сигнала и шумового сигнала практически совпадают и подчиняются закону затухания в свободном пространстве, составляя при этом 113 дБ, а для антенны 4.4 м затухание узкополосного сигнала составляет 124 дБ, а шумового – 113 дБ. Таким образом, для шумовой помехи мощность помехи на входе приемника сигналов с ППРЧ будет уменьшена на 113 дБ по сравнению с исходной, генерируемой постановщиком помех.

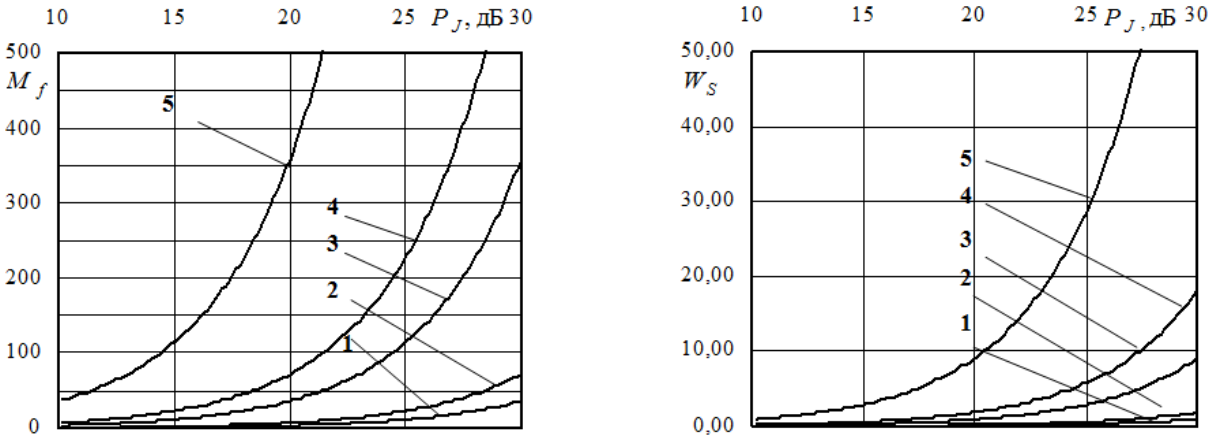
На рис. 8. приведены зависимости необходимого числа частотных каналов $M_f$ при воздействии шумовой помехи во всей полосе (рис. 8а) и необходимой глобальной полосы $W_S$ МГц (рис. 8б) от мощности постановщика помех $P_J$ в Вт, дБ для обеспечения заданной вероятности ошибки. Предполагается, что вероятность без воздействия помех радиоэлектронного подавления $P_{E0}=10^{-8}$. Кривая 1 соответствует вероятности ошибки после подавления $P_E=10^{-2}$; аналогично, кривые 2, 3, 4, 5 соответствуют вероятностям ошибки после подавления $P_E$=0.005, 0.001, 0.0005, 0.0001.




а) б)

Рис. 8. Зависимости необходимого числа частот сигнала с ППРЧ
(а) и выделенной полосы в МГц; (б) от мощности станции заградительных помех в Вт дБ

На рис. 9. приведены зависимости необходимого числа частотных каналов $M_f$ (рис. 9а) и глобальной полосы $W_S$ МГц (рис. 9б) от мощности постановщика помех в Вт, дБ для оптимальных помех в части полосы с параметром $\gamma^*$, заданным в таблице. Нумерация кривых как на рис. 8.




а) б)

Рис. 9. Зависимости необходимого числа частот сигнала с ППРЧ
(а) и выделенной полосы в МГц; (б) от мощности оптимальных помех в части полосы

***Выводы***

Рассмотрена возможность достижения заданной помехоустойчивости сигналов с ППРЧ только за счет расширения спектра при воздействии шумовой помехи во всей выделенной для ППРЧ полосе и помехи, оптимальной в части полосы. Наименее эффективной с точки зрения постановщика помех является шумовая помеха

во всей полосе. При ее воздействии для обеспечения заданной вероятности ошибки на бит после подавления требуется наименьший коэффициент расширения спектра, а при оптимальной в части полосы – наибольший. Отношение этих величин возрастает с уменьшением допустимой вероятности ошибки на бит после подавления (см. таблицу). Поэтому достижение требуемой помехоустойчивости при воздействии оптимальных в части полосы помех только за счет расширения спектра нецелесообразно, т.к. в данном случае необходим большой спектральный ресурс. Следовательно, при воздействии оптимальных помех в части полосы рационально использовать комбинированные с расширением спектра методы – адаптивную ППРЧ, исключая из допустимых частот пораженные каналы, а также помехоустойчивое кодирование (например, коды Рида – Соломона).

***Литература***

1. *Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Мухин Н.П., Шестопалов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. М.: Радио и связь, 2000. 384 с.

2. *Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е.* Сравнительный анализ помехоустойчивости и скрытности различных методов расширения спектра сигналов. Часть 1. Помехоустойчивость // Теория и техника радиосвязи. 2017. № 4. С. 18–25.

3. *Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е.* Сравнительный анализ помехоустойчивости и скрытности различных методов расширения спектра сигналов. Часть 2. Скрытность // Теория и техника радиосвязи. 2017. № 4. С. 25–33.

4. *Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е.* Конструирование оптимального ППРЧ ансамбля на основе М-последовательностей // Теория и техника радиосвязи. 2017. № 1. С. 41–49.

5. *Борисов В.И.,* Лимарев А.Е., Лепендин А.В., Маркин В.Г., Шестопалов В.И., Чаркин Д.Ю. Вероятность ошибки на бит при множественном доступе в сетях с ППРЧ // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 4. С. 36–46.

6. *Дворников С.В., Домбровский Я.А., Гулидов А.А., Семисошенко М.А., Иванов Р.А.* Оценка помехозащищенности линий радиосвязи с медленной псевдослучайной перестройкой рабочей частоты // Информация и Космос. 2016. № 4. С. 11–14.

7. *Черный Ф.Б.* Распространение радиоволн. Изд. 2-е, доп. и переработ. М.: Сов. радио, 1972. 464 с.

8. *Долуханов М.П.* Распространение радиоволн. М.: Связь, 1972. 336 с.

9. *Пермяков В.А., Солодухов В.В., Бодров В.В., Исаков М.В.* Распространение радиоволн: учеб. пособие / Под ред. В.А. Пермякова, В.В. Солодухова. М.: Издательство МЭИ, 2006. 184 с.

10. Recommendation ITU-R P.528-3 Propagation curves for aeronautical mobile and radio navigation services using the VHF, UHF, SHF bands (02/2012).

11.*Прокис Дж.* Цифровая связь / Пер. с англ. Под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.

Статья поступила в редакцию 16 апреля 2018 года

УДК 621.391

# ОЦЕНКА СКОРОСТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ОТ ДАЛЬНОСТИ СВЯЗИ В НЕОДНОРОДНОМ КАНАЛЕ ЧАСТЬ 1. ОЦЕНКА ОСЛАБЛЕНИЯ СИГНАЛА

© Авторы, 2018

**В.Е. Прохоров**, начальник отдела, e-mail: pve@sozvezdie.su
**С.Ю. Алехин**, начальник НТУ
**Е.В. Григорьев**, начальник сектора
**А.Е. Лимарев**, ведущий конструктор, e-mail: limarev@sozvezdie.su
**И.И. Малышев**, д.т.н., советник ген. директора
АО «Концерн «Созвездие»

*Для тропосферного канала получены в замкнутом виде уравнения оценки ослабления мощности сигнала в зависимости от расстояния между передающей и принимающей антеннами. Оценка ослабления в канале вычисляется методом Фурье с раздельным шагом применительно к параболическому уравнению распространения радиоволн в слоисто-неоднородной среде. Для стандартной тропосферы проведены численные расчеты и сравнение с результатами других исследований.*

***Ключевые слова:*** *индекс рефракции, метод Фурье с раздельным шагом, параболическое уравнение, стандартная атмосфера.*

# ASSESSING DATA TRANSMISSION RATE DEPENDING ON COMMUNICATION RANGE IN A NONHOMOGENEOUS CHANNEL PART 1. ASSESSING SIGNAL DECAY

© Authors, 2018

**V.E. Prokhorov**, Head of Department, e-mail: pve@sozvezdie.su
**S.Yu. Alekhin**, Head of R&D Department
**E.V. Grigorev**, Head of Section
**A.E. Limarev**, Lead Designer, e-mail: limarev@sozvezdie.su
**I.I. Malyshev**, D.Sc. in Engineering Science, Adviser to CEO
JSC Concern «Sozvezdie»

*The equations of assessing signal power decay depending on distance between transmitting and receiving antennas have been obtained in closed form for troposcatter channel. The assessment of decay in a channel will be calculated by means of Fourier method with separate pitch in the context of parabolic equation of radio waves propagation in the stratiform nonuniformity medium. The numerical calculations and comparison with the results of other investigations have been given for standard troposphere.*

***Key words:*** *refractive modulus, Fourier method with separate pitch, parabolic equation, standard atmosphere.*

Распространение радиоволн в атмосфере описывается в общем случае векторными уравнениями Максвелла [1]. Однако на практике с учетом слоистости структуры атмосферы широкое распространение получил метод параболического уравнения [1–3]. Суть метода параболического уравнения состоит в сведении векторных уравнений Максвелла, описывающих распространение радиоволн в слоистой тропосфере в сферической системе координат, к одному скалярному уравнению в декартовой системе координат. Это достигается с помощью преобразования координат следующего вида [1]:

$$x = R\vartheta, \quad z = R\log(1 + h/R),$$

где $R$ = 6370 км – радиус Земли. На рис. 1 проиллюстрировано преобразование спрямления Земли радиуса $R$. При таком преобразовании различие между высотами $h$ и $z$ (рис. 1) удовлетворяет неравенству [1]

$$0 \le h - z \le \frac{h^2}{2R}.$$


ISSN 1995-7009

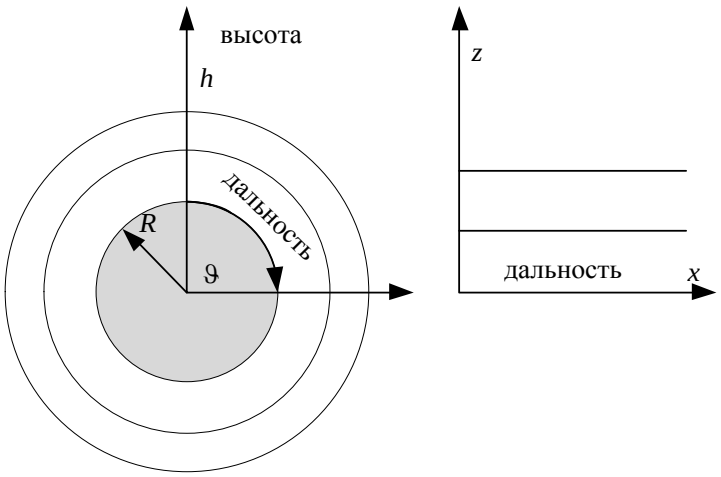



Рис. 1. Иллюстрация преобразования спрямления Земли

Теоретически данный подход позволяет рассчитать поле и, как следствие, потери при распространении для любого профиля зависимости индекса рефракции (коэффициента преломления) $n(z)$ от высоты $z$.

Современное состояние подходов к распространению радиоволн в тропосфере представлено в обзорных работах [2, 3]. Особенность распространения в тропосфере состоит в том, что индекс рефракции радиоволны в атмосфере $n$ только в первом приближении можно считать равным единице. Точное значение $n$ несколько больше единицы и изменяется в зависимости от атмосферного давления, температуры и влажности воздуха согласно соотношению [1]

$$n = 1 + \frac{77.6}{T}\left(P + \frac{4800e}{T}\right)\cdot 10^{-6}, \qquad (1)$$

где $e$ – парциальное давление водяного пара в миллибарах, $P$ – давление сухого воздуха (миллибарах), $T$ – температура в градусах Кельвина. Для учета кривизны Земли в уравнении распространения производится замена индекса рефракции $n(z)$ модифицированным индексом $m(z) = n(z) + z/R$. На практике удобнее измерять приведенный модифицированный индекс рефракции

$$M(z) = (n(z) - 1 + z/R)\times 10^6 \text{ (в } M\text{-единицах)}, \qquad (2)$$

где высота $z$ в км. В зависимости от градиента по высоте приведенного модифицированного индекса рефракции лучи имеют различную геометрию распространения. Рефракцию разделяют на 4 категории: субрефракцию ($dM/dz > 118$ $M$-единиц/км); стандартную рефракцию ($dM/dz = 118$ $M$-единиц/км); суперрефракцию ($0 < dM/dz < 118$ $M$-единиц/км); волновод: ($dM/dz < 0$ $M$-единиц/км).

*Целью данной статьи* является разработка методики оценки затухания мощности сигнала в тропосферном канале в зависимости от расстояния между передающей и приемной антеннами.

### *1. Постановка задачи оценки затухания в тропосферном канале*

Комплексная амплитуда волны над поверхностью сферической Земли удовлетворяет параболическому уравнению следующего вида [1–5]:

$$\frac{\partial^2 u(x,z)}{\partial z^2} + 2jk\frac{\partial u(x,z)}{\partial x} + k^2\left(n^2 - 1 + \frac{2z}{R}\right)u(x,z) = 0, \qquad (3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, $x$ – дистанция горизонтального распространения, соответствующая сферической дальности, $z$ – возвышение над поверхностью Земли; $R$ = 6370 км – радиус Земли. Кроме уравнения распространения (3) комплексная амплитуда поля также должна удовлетворять граничным и начальным условиям.

*Начальные и краевые условия*. Начальное распределение вертикального поля $u(0,z) = W(z)$ при $x = 0$ должно выбираться в соответствии с параметрами модели антенны. В рассматриваемом нами случае антенна характеризуется тремя параметрами: высотой $z_a$, шириной луча по уровню 3 дБ $\theta_W$ и углом направления луча (углом места) $\theta_{titl}$. Начальное распределение поля в $p$-области ($p = k\sin\theta$ – вертикальное волновое число или

пространственная частота) определяется через диаграмму направленности антенны $f(p)$ как [6–9]

$$U(0,p) = f(p)\exp(-jpz_a) - f^*(-p)\exp(jpz_a). \quad (4)$$

Значения поля в $p$- и $z$-плоскостях связаны между собой парой интегральных преобразований Фурье

$$U(x,p) = F[u(x,z)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(x,z)e^{-jpz}dz,$$

$$u(x,z) = F^{-1}[U(x,p)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U(x,p)e^{jpz}dp.$$

Функция $f(p)$ в (4) для широкого круга антенн (в том числе и параболических) определяется гауссовской зависимостью [6]

$$f(p) = \exp(-p^2w^2/4), \quad \text{где } w = \frac{\sqrt{2\ln 2}}{k\sin(\theta_W/2)}. \quad (5)$$

Угол направления луча учитывается сдвигом в аргументе функции $f(p)$, т.е. $f(p) \Rightarrow f(p - k\sin\theta_{titl})$. Для всенаправленной антенны в (4) следует положить $f(p) = 1$. В общем случае краевые условия на границе раздела сводятся к следующему выражению [5]:

$$\left[\alpha_1\frac{\partial}{\partial z} + \alpha_2\right]u(x,z) = 0, \quad (6)$$

где для горизонтальной поляризации $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = jk(\varepsilon_r + j60\sigma\lambda)^{1/2}$ и $\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = jk(\varepsilon_r + j60\sigma\lambda)^{-1/2}$ для вертикальной поляризации соответственно. Здесь $\sigma, \varepsilon_r$ – проводимость и относительная электрическая проницаемость Земли, $k$ – волновое число. Кроме начальных и граничных условий должно еще выполняться условие отсутствия источников на бесконечности, которое запишется в виде $|u(x,z)| \to 0$ при $|z| \to \infty$.

### *2. Решение краевой задачи*

Для неоднородной среды краевая задача (3)–(6) может быть решена численными методами. Для численного решения может использоваться либо конечно-разностная методика [1], либо подход, основанный на вычислении прямого и обратного преобразования Фурье, так называемый метод Фурье с разделенным шагом (split-step Fourier method) [1]. Суть метода состоит в следующем. Задается максимальная высота $z_{\max}$, определяющая область, в которой будет находиться решение краевой задачи. Далее область $[0, z_{\max}]$ с использованием метода мнимых источников расширяется до симметричной области $[-z_{\max}, z_{\max}]$. Алгоритм осуществляет преобразование Фурье между переменными $z$ и $p$ (пара в преобразовании Фурье). В численной реализации происходит также усечение переменной $p$ до $p_{\max}$. Число отсчетов в дискретном преобразовании Фурье $N$ выбирается исходя из критерия Найквиста $p_{\max} \times z_{\max} = \pi N$. Следует заметить, что $p_{\max} = k\sin\theta_{\max}$, где допустимый угол места для узконаправленной антенны удовлетворяет ограничению $|\theta_{\max}| < 15°$. Величина шага разбиения по высоте $\Delta z$ и число отсчетов $N$ в соответствии с критерием Найквиста удовлетворяют условию $\Delta z = z_{\max}/N = \lambda/2\sin\theta_{\max}$. Шаг квантования по оси $x$ связан с шагом квантования по высоте соотношением $\Delta x = \Delta z/\sin\theta_{\max}$. С учетом усечения бесконечной области до конечной пара интегральных преобразований Фурье с бесконечными пределами заменяется интегралами с конечными пределами:

$$U(x,p) = F[u(x,z)] = \int_{-z_{\max}}^{z_{\max}} u(x,z)e^{-jpz}dz;$$

$$u(x,z) = F^{-1}[U(x,p)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-p_{\max}}^{p_{\max}} U(x,p)e^{jpz}dp. \quad (7)$$

В методе Фурье с раздельным шагом решение параболического уравнения получается рекуррентным переходом от предыдущего вертикального слоя к следующему по формулам [5–9]:

$$u(x+\Delta x, z) = \exp\left\{j\frac{k}{2}\left(n(z)^2 - 1 + 2z/R\right)\Delta x\right\} \times$$

$$\times F^{-1}\left[F\{u(x,z)\}\exp\left\{-jp^2\frac{\Delta x}{2k}\right\}\right] \quad (7а)$$

для узконаправленной антенны и

$$u(x+\Delta x, z) = \exp\left\{j\frac{k}{2}\left(n(z)^2 - 1 + 2z/R\right)\Delta x\right\} \times$$

$$\times F^{-1}\left[F\{u(x,z)\}\exp\left\{jk\left(\sqrt{1-\frac{p^2}{k^2}} - 1\right)\Delta x\right\}\right] \quad (7б)$$

для широконаправленной антенны. Рекуррентные формулы (7) построения решения путем перехода от одного вертикального слоя к следующему проиллюстрированы на рис. 2.

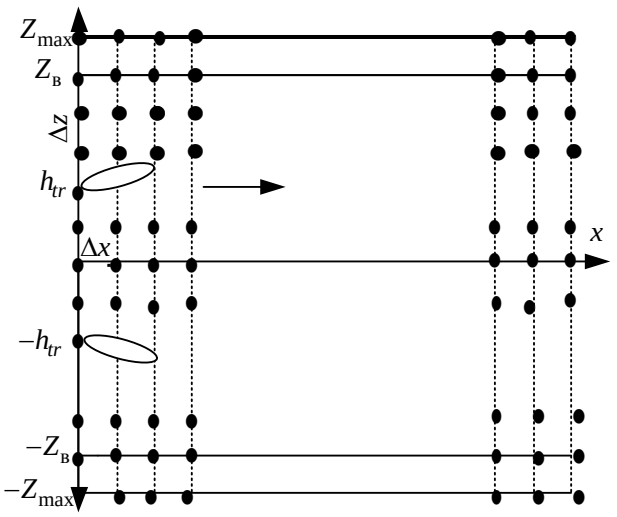



Рис. 2. Иллюстрация послойного split-step метода решения параболического уравнения

Для использования алгоритмов (7а), (7б) необходимы модификации начальных и граничных условий. Будем считать, что начальное распределение поля при $x = 0$ является известным и определяется параметрами антенны (4), (5), а на поверхности Земли вместо краевого условия (6) выполняется условие Дирихле. Такое допущение является вполне приемлемым, поскольку на больших расстояниях между передающей и принимающей антеннами падение радиоволн на земную поверхность можно считать скользящим [8, 9].

Ограничение расчетной области приводит к отражению волн от искусственной границы, расположенной на высоте $z_{max}$. Поэтому для вычислительных алгоритмов необходимо дополнительное условие, гарантирующее отсутствие источников поля на бесконечности. Данное требование выполняется за счет искусственного введения поглощающего слоя. Поглощающий слой представляет собой фильтр, подавляющий поле в области $z_в < |z| < z_{max}$. Вычислительно это реализуется применением весовых окон при выполнении преобразования Фурье, например, таких как окно Хэмминга [8, 9]:

$$w(z) = \begin{cases} 1, & |z| \le z_в, \\ 1 - a + a\cos\left(\dfrac{\pi(|z| - z_в)}{z_{max} - z_в}\right), & z_в < |z| < z_{max}, \end{cases} \quad (8)$$

где $a$ = 0.05…0.5 (в стандартном окне $a$ = 0.4516), или весовой функции вида [10]

$$w(z) = \begin{cases} 1, & |z| \le z_в, \\ e^{-b(|z| - z_в)^2}, & z_в < |z| < z_{max}, \end{cases} \quad (9)$$

где множитель $b$ выбирается из условия $2bN\Delta z^2 \le \Delta x$, ($b \le \Delta x/(2N\Delta z^2)$).

Потери при распространении $L_{trop}$ в дБ определяются следующим образом [1, 7]:

$$L_{trop} = 20\log\left(\frac{4\pi\sqrt{x}}{\lambda^{3/2}|u(x,z)|}\right) =$$

$$= -20\log|u(d,z)| + 10\log d - 30\log\lambda + 20\log(4\pi), \quad (10)$$

где $x = d$ – расстояние между передающей и принимающей антеннами, $\lambda$ – длина волны.

Для проведения сравнительного анализа рассмотрим затухание в свободном пространстве. Затухание в свободном пространстве определяется геометрической расходимостью волны, поэтому мощность принимаемого сигнала обратно пропорциональна квадрату расстояния между передатчиком и приемником и определяется соотношением

$$P_r = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2, \quad (11)$$

где $G_t$ и $G_r$ – коэффициенты усиления передающей и приемной антенны, $P_t$ и $P_r$ – мощности на выходе передатчика и на входе приемника соответственно, $\lambda = c/f$ – длина волны, $c$ – скорость света, $d$ – расстояние между передающей и приемной антеннами, $d$ и $\lambda$ вычислены в одинаковых величинах. Множитель $L = \left(\dfrac{\lambda}{4\pi d}\right)^2$ или в децибелах $L_{db} = 20\lg\lambda - 20\lg 4\pi - 20\lg d$ характеризует ослабление сигнала в свободном пространстве.

### 3. *Траектории лучей*

В общем случае траектория луча в плоскости $x$, $z$, когда коэффициент преломления зависит только от высоты, задается парой уравнений [1, 11–13]:

$$\frac{d}{ds}\left(n(z)\frac{dx}{ds}\right)=0,\quad \frac{d}{ds}\left(n(z)\frac{dz}{ds}\right)=\frac{dn(z)}{dz}, \quad (12)$$

где $s$ – длина дуги вдоль луча. Так как в рассматриваемом случае индекс рефракции не зависит от координаты x, то из первого уравнения (12) следует

$$n(z)\frac{dx}{ds}=n(z)\cos(\theta)=const, \quad (13)$$

где $\theta$ – угол наклона касательной луча в точке $(x, z)$ к горизонту. Радиус кривизны $R(s)$ луча [14]

$$1/R(s)=\frac{1}{n(z)}\frac{dn(z)}{dz}\cos(\theta). \quad (14)$$

Для учета сферичности Земли индекс рефракции $n(z)$ следует заменить на модифицированный $m(z)=n(z)+z/R$. Для малых углов наклона луча к горизонту из (13) получаем $ds \approx dx$. Для атмосферы с постоянным градиентом индекса рефракции $n(z)=n_0+\delta z$, где $\delta=dn(z)/dz\big|_{z=0}$, $n_0 = 1.0003$, второе уравнение (12) можно записать следующим образом:

$$\frac{d^2z}{d^2x}=\delta. \quad (15)$$

Интегрируя уравнение (15) с начальными условиями $z(0)=h_{tr}$, $z'(0)=tg(\theta_{titl})=K$, получим траекторию луча в декартовой системе координат:

$$z=\frac{1}{2}\delta x^2+Kx+h_{tr}. \quad (16)$$

Формула (16) определяет траекторию луча как функцию расстояния от передатчика $x$, тангенса угла наклона $K$ и высоты антенны передатчика $h_{tr}$. Градиент модифицированного индекса рефракции $\delta=dm(z)/dz=dn(z)/dz+0.157\cdot10^{-6}$.

*Выбор первоначального направления луча*

При известном расстоянии между передатчиком и приемником $d_r$ и высотах передающей $h_{tr}$ и принимающей антенны $h_r$ начальный угол места направления луча можно определить как решение уравнения (16), положив $z = h_r$. Однако существует два возможных варианта решения (рис. 3). В первом случае луч напрямую (не отражаясь) соединяет антенны. В этом случае к (16) следует добавить ограничение $z > 0$ для $0 \le x \le d_r$, и решение принимает вид

$$\theta_{titl}=arctg((h_r-h_{tr})/d_r-\delta\cdot d_r/2). \quad (17)$$

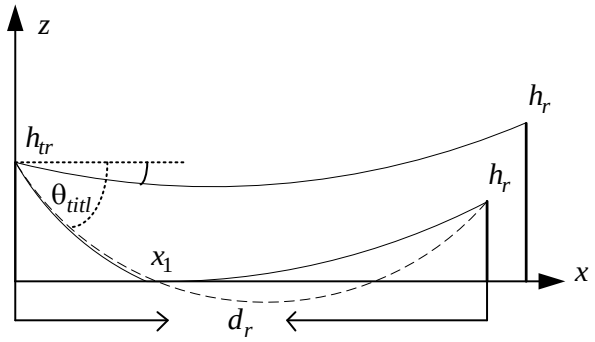



Рис. 3. Прямой и отраженный луч

Второй вариант распространения луча основан на решении двух уравнений:

$$\frac{1}{2}\delta x^2+Kx+h_{tr}=0, \quad (18)$$

$$h_r=\frac{1}{2}\delta(d_r-x)^2-(\delta\cdot x+K)(d_r-x). \quad (19)$$

Неизвестными являются две величины: $K$ и расстояние от передатчика до точки отражения луча $x_1$ (меньшего корня уравнения (18)). Определим из (18) наименьший корень:

$$x_1=-K/\delta-\sqrt{(K/\delta)^2-2h_{tr}/\delta}. \quad (20)$$

После подстановки в (19) получим иррациональное уравнение относительно одной пере-

менной $K$. Из (20) также получается дальность прямой видимости с учетом рефракции. Условие касания лучом земной поверхности соответствует равенству нулю дискриминанта квадратного уравнения (18). Отсюда $K = -\sqrt{2h_{tr}\delta}$. После подстановки в (20) получим расстояние от передатчика до точки касания $x_{1,2} = \sqrt{2h_{tr}/|\delta|}$. Используя принцип взаимности, получим выражение для дальности прямой видимости с учетом рефракции для двух антенн:

$$d_0 = \sqrt{2/|\delta|}(\sqrt{h_{tr}} + \sqrt{h_r}). \qquad (21)$$

Например, множитель $k_0 = \sqrt{2/|\delta|}$ равен 3.57 для однородной тропосферы и 4.117 для стандартной тропосферы (градиент вычисляется в км, высоты – в м). Это свойство приводит к повышению дальности прямой видимости на 15.5% при одинаковом расположении антенн.

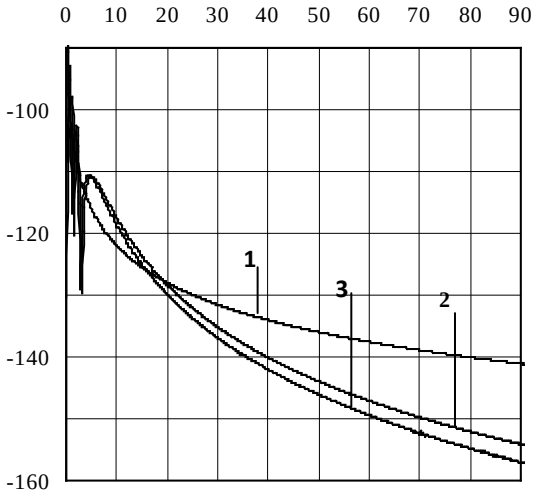
### *4. Численное решение*

Вначале рассмотрим однородную атмосферу и сравним результаты вычислений ослабления сигнала в рамках двулучевой модели [15], затуханием в свободном пространстве (11) и аналогичными результатами, полученными как решение параболического уравнения с учетом функции ослабления (10). Затем рассмотрим распространение в стандартной атмосфере с модифицированным индексом рефракции $M = 340 + 0.118z$, где $z$ в метрах. Высоты передающей и приемной антенн указаны в надписях к рисункам, частота 3 ГГц; максимальный угол $\theta_{\max}$, определяющий $p_{\max}$, равен 3°; максимальная высота атмосферного слоя $z_{\max}$ = 1000 м. Число отсчетов в преобразовании Фурье $N \geq \left[\frac{2z_{\max}\sin\theta_{\max}}{\lambda}\right]$, $\Delta z = 2z_{\max}/N$, $\Delta p = 2\pi/(\Delta z N)$.

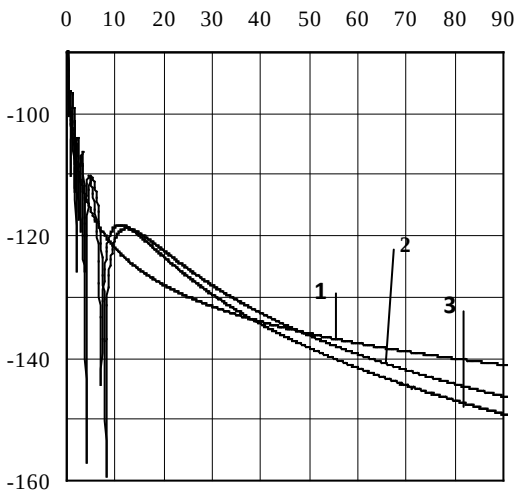
На рис. 4а и 4б приведены кривые затухания для однородной атмосферы и плоской Земли. Рисунки (а) и (б) отличаются выбором высот. На рис. 4в приведены кривые затухания для однородной атмосферы сферической Земли. На всех рисунках кривая 1 соответствует затуханию в свободном пространстве, кривая 2 – двулучевой модели сферической Земли, кривая 3 получена решением параболического уравнения.

Как следует из рис. 4, кривые 2 и 3 близки. Однако кривая 3 показывает несколько большее затухание. Это, по всей видимости, можно объяснить наличием искусственного поглощающего слоя при численном решении задачи.

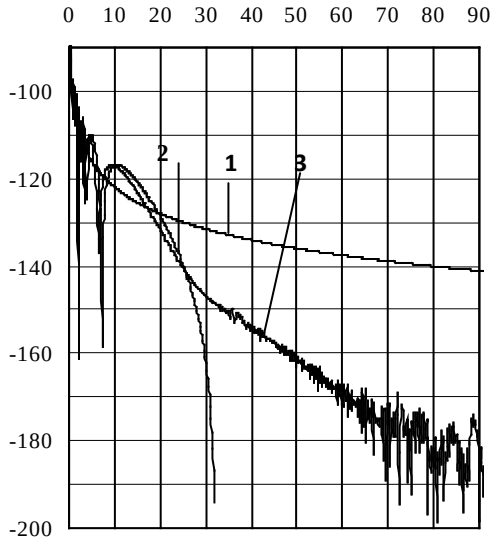
На рис. 5 приведены кривые затухания для стандартной атмосферы. Как и в предыдущем случае, кривая 1 – затухание в свободном пространстве, кривая 2 – двулучевая модель для плоской Земли, кривая 3 – двулучевая модель с учетом сферичности Земли, кривая 4 характеризует затухание, полученное решением параболического уравнения методом Фурье с разделенным шагом. Рис. 5а отличается от рис. 5б только высотой искусственного поглощающего слоя. Высота искусственного слоя на рис. 5а – 1 км, а на рис. 5б – 3 км. Чем больше высота поглощающего слоя, тем меньше разница в освещенной зоне между решением параболического уравнения и двулучевой моделью. Однако в области полутени и тени различие становится заметным. Это, в первую очередь, объясняется погрешностью двулучевой модели.




а)




б)



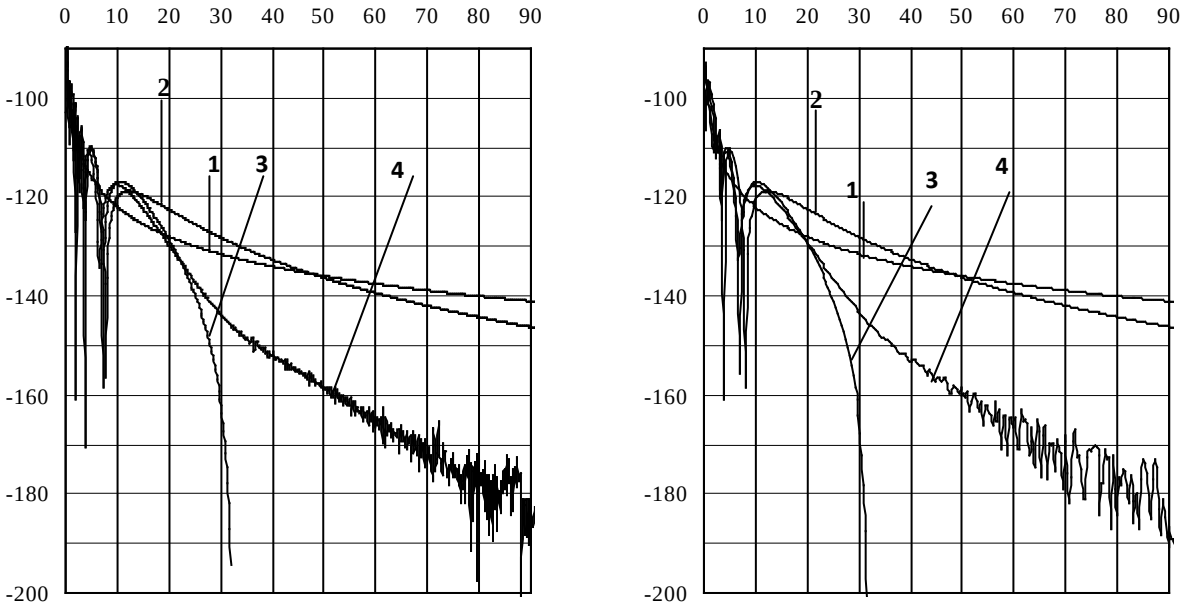

в)

Рис. 4. Кривые затухания для однородной атмосферы:

а) $h_1 = 8$ м, $h_2 = 20$ м, $z_{\max} = 1000$ м, $z_b = 900$ м, $\theta_{\max} = \pi/60$, $\theta_w = \pi/2$;

б) $h_1 = 20$ м, $h_2 = 20$ м, $z_{\max} = 1000$ м, $z_b = 900$ м, $\theta_{\max} = \pi/60$, $\theta_w = \pi/2$;

в) $h_1 = 20$ м, $h_2 = 20$ м, $z_{\max} = 1000$ м, $z_b = 900$ м, $\theta_{\max} = \pi/60$, $\theta_w = \pi/2$




а) б)

Рис. 5. Кривые затухания для стандартной атмосферы:

а) $h_1 = h_2 = 20$ м, $z_{\max} = 1$ км, $z_b = 0.9$ км, $d0 = 36.85$ км, $\theta_{\max} = \pi/60$, $\theta_w = \pi/2$, $f = 3$ ГГц;

б) $h_1 = h_2 = 20$ м, $z_{\max} = 3$ км, $z_b = 2.9$ км, $d0 = 36.85$ км, $\theta_{\max} = \pi/60$, $\theta_w = \pi/2$, $f = 3$ ГГц

### *5. Сравнение с другими результатами и экспериментальными данными*

В [16, 17] приведены результаты численных расчетов и экспериментальные данные для стандартной атмосферы. На рис. 6а, б, в приведены кривые затухания при тех же высотах антенн и несущих частотах, что и в [16] (рис. 3, 5, 4), полученные другими методами. Рис. 6г соответствует данным из [17] (рис. 2).

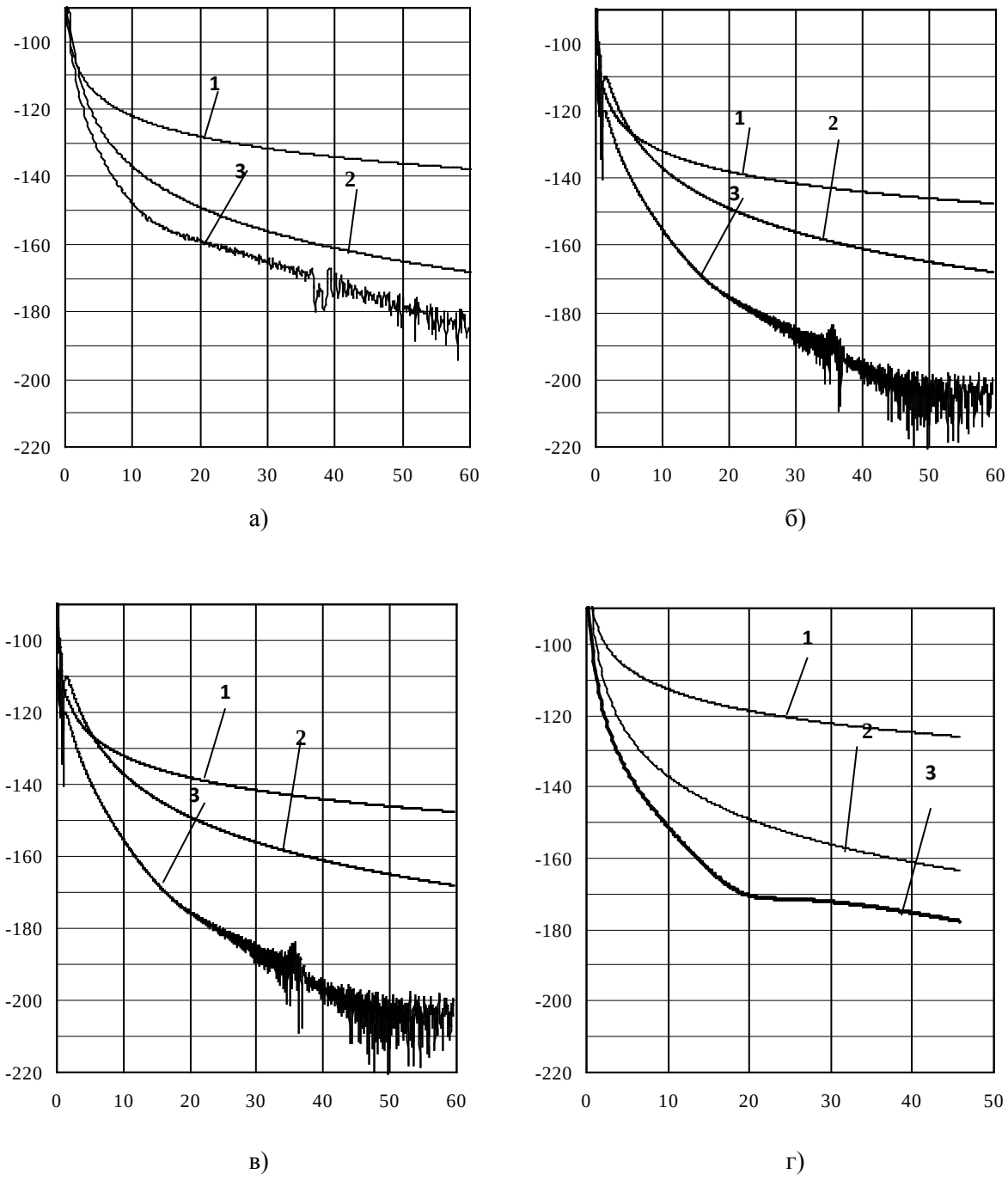



Рис. 6. Сравнительный анализ кривых затухания с [16]:

а) $h_1 = 3$ м, $h_2 = 4.7$ м, $\theta_{\max} = \pi/60$, $\theta_w = \pi/2$, $f = 1031$ МГц [16, рис. 5];

б) $h_1 = 3$ м, $h_2 = 4.7$ м, $\theta_{\max} = \pi/60$, $\theta_w = \pi/2$, $f = 3037$ МГц [16, рис. 4];

в) $h_1 = 3$ м, $h_2 = 4.7$ м, $\theta_{\max} = \pi/60$, $\theta_w = \pi/2$, $f = 9653$МГц [16, рис. 3]

Из анализа кривых на рис. 6 для стандартной атмосферы можно сделать вывод, что предлагаемый подход позволяет получить адекватную оценку затухания в стандартном тропосферном канале.

### *Выводы*

Метод параболического уравнения совместно с split-step Fourier методом его решения позволяет получить оценку затухания мощности сигнала в зависимости от расстояния между передающей и приемной антеннами при известном индексе рефракции тропосферы. В отличие от лучевых методов геометрической оптики данный метод позволяет получить адекватные оценки затухания как в освещенной зоне, так и в зоне полутени и тени. Однако поскольку метод базируется на преобразовании Фурье, то ему присущи все недостатки преобразования, возникающие при усечении бесконечной области до конечной. Введение искусственного поглощающего слоя уменьшает величину отраженной от границы усечения волны лишь частично. Кроме этого, послойный последовательный метод нахождения решения приводит к накапливанию ошибок вычисления, возникающих на предыдущих слоях. К этим ошибкам относится и ослабленная отраженная от искусственного слоя волна. Наличие ошибок вычисления особенно сказывается при малых значениях амплитуды волны и может привести к потере численной устойчивости на больших дальностях.

### *Литература*

1. *Levy M.F.* Parabolic Equation Method for Electromagnetic Wave Propagation. London: IEEE, 2000. 336 p.

2. *Sirkova I.* Brief Review on PE Method Application to Propagation Channel Modeling in Sea Environment. Review Article // Cent. Eur. J. Eng. 2012. Vol. 2(1). Pp. 19–38.

3. *Акулиничев Ю.П., Захаров Ф.Н., Пермяков В.А., Михайлов М.С.* Состояние и перспективы развития методов численного решения параболического уравнения // Известия вузов. Физика. 2016. Т. 59, № 12/3. С. 169–177.

4. *Kuttler J.R., Dockery G.D.* Theoretical Description of the Parabolic Approximation/Fourier Split-Step Method of Representing Electromagnetic Propagation in the Troposphere // Radio Science. March–April 1991. Vol. 26, No. 2. Pp. 381–393.

5. *Dockery G.D., Kuttler J.R.* An Improved Impedance-Boundary Algorithm for Fourier Split-Step Solutions of the Parabolic Wave Equation // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. December 1996. Vol. 44, No. 12. Pp. 1592–1599.

6. Ozguna O., Apaydinb G., Kuzuogluc M., Sevgi L. PETOOL: Matlab-Based One-Way and Two-Way Split-Step Parabolic Equation Tool for Radio Wave Propagation Over Variable Terrain // Computer Physics Commun. 2011. Vol. 182. Pp. 2638–2654.

7. *Yung-Hsiang Chou and Jean-Fu Kiang* Ducting and Turbulence Effects on Radio-Wave Propagation in an Atmospheric Boundary Layer // Progress in Electromagnetics Research B. 2014. Vol. 60. Pp. 301–315.

8. *Ахияров В.В.* Решение задачи дифракции радиоволн над земной поверхностью методом параболического уравнения // IV Всероссийская конференция «Радиолокация и радиосвязь», ИРЭ РАН, 29 ноября – 3 декабря 2010 г. С. 762–771.

9. *Ахияров В.В.* Вычисление множителя ослабления над земной поверхностью методом параболического уравнения // Журнал радиоэлектроники. 2012. № 1. С. 1–16.

10. *Levy M.F.* Perfectly Matched Layer Truncation For Parabolic Wave Equation Models // Proc. the Royal Society. 2001. Pp. 2609–2624.

11. *Valtr P., Pechač P.* Tropospheric Refraction Modeling Using Ray-Tracing and Parabolic Equation // Radioengineering. December 2005. Vol. 14, No. 4. Pp. 98–104.

12. *Dinc J.E., Akan O.B.* Channel Model For The Surface Ducts: Large-Scale Path-Loss, Delay Spread, and AOA // IEEE Trans. Antennas Propag. Jun. 2015. Vol. 63, No. 6. Pp. 2728–2738.

3. *Dinc J.E., Akan O.B.* Correction to «Channel Model for the Surface Ducts: Large-Scale Path-Loss, Delay Spread, and AOA» // IEEE Trans. Antennas Propag. 2016. Vol. 64, No. 8. Pp. 3735–3736.

14. *Арсеньян Т.И.* Распространение электромагнитных волн в тропосфере: учебное пособие. Томск: Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2006. 170 с.

5. *Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е.* Зависимость дальности связи от скорости передачи данных в условиях прямой видимости // Теория и техника радиосвязи. 2017. № 1. С. 23–33.

16. *Hitney H.V.* A Practical Tropospheric Scatter Model Using the Parabolic Equation // IEEE Trans. on Antennas and Propag. July I993. Vol. 41, No. 1. Pp. 905–909.

17. *Wang Y., Guo L., Li O.* A Narrow-Angle Parabolic Equation Model in Atmospheric Ducts // Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE). 2016. Pp. 404–407.

Статья поступила в редакцию 29 ноября 2017 года

УДК 621.391

# ОЦЕНКА СКОРОСТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ОТ ДАЛЬНОСТИ СВЯЗИ В НЕОДНОРОДНОМ КАНАЛЕ. ЧАСТЬ 2. ОЦЕНКА СКОРОСТИ ПЕРЕДАЧИ

© Авторы, 2018

**В.Е. Прохоров**, начальник отдела, e-mail: pve@sozvezdie.su
**С.Ю. Алехин**, начальник НТУ
**Е.В. Григорьев**, начальник сектора
**А.Е. Лимарев**, ведущий конструктор, e-mail: limarev@sozvezdie.su
**И.И. Малышев**, д.т.н., советник ген. директора

АО «Концерн «Созвездие»

*Для тропосферного канала получены в замкнутом виде уравнения для оценки зависимости от скорости передачи информации OFDM/QAM сигналами дальности связи при фиксированном ее качестве. Проведены численные расчеты.*

***Ключевые слова:*** *скорость передачи, OFDM сигнал, OFDM/QAM сигнал, вероятность ошибки на бит.*

# ASSESSING DATA TRANSMISSION RATE DEPENDING ON COMMUNICATION RANGE IN A NONHOMOGENEOUS CHANNEL. PART 2. ASSESSING TRANSMISSION RATE

© Authors, 2018

**V.E. Prokhorov**, Head of Department, e-mail: pve@sozvezdie.su
**S.Yu. Alekhin**, Head of R&D Department
**E.V. Grigoriev**, Head of Section
**A.E. Limarev**, Lead Designer, e-mail: limarev@sozvezdie.su
**I.I. Malyshev**, D.Sc. in Engineering Science, Adviser to CEO

JSC Concern «Sozvezdie»

*The equations in closed form have been obtained for assessing dependence from OFDM/QAM information transmission rate by communication ranging signals with its fixed quality for troposcatter channel. Numerical calculations have been made.*

***Key words:*** *transmission rate, OFDM signal, OFDM/QAM signal, probability of error per bit.*

Обычно под дальностью связи понимается расстояние, на котором обеспечивается обмен информацией между передатчиком и приемником с заданным качеством. Из теории передачи аналоговых сигналов известно, что одним из критериев качества приема является отношение сигнал–шум по мощности, определяемое как отношение средней мощности сигнала $P_s$ к средней мощности шума $P_n$. В цифровых системах качество связи задается вероятностью ошибки на бит, которая однозначно определяется другой версией отношения сигнал–шум, обозначаемой как $E_b/N_0$, где $E_b$ – энергия бита, $N_0$ – односторонняя спектральная плотность мощности шума. Мощность шума можно выразить как произведение спектральной плотности мощности $N_0$ и ширины полосы приемника $W$, т.е. $P_n = WN_0$. Энергия бита равна произведению мощности сигнала $P_s$ и времени передачи информационного бита $T_b$. Учитывая, что скорость передачи данных $R_b = 1/T_b$, выражение для отношения сигнал–шум цифровых систем можно записать в виде

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_s}{P_n} \cdot \frac{W}{R_b}, \qquad (1)$$

откуда получаем необходимое значение отношения сигнал–шум по мощности, используемое в дальнейшем для определения дальности связи:

$$\frac{P_s}{P_n} = \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b}{W}, \qquad (2)$$

где величина $S_f = R_b/W$ [бит/сек/Гц] определяет отнесенную к полосе скорость передачи и характеризует спектральную эффективность вида модуляции. Предельное значение для скорости передачи $C$ определяется формулой Шеннона [1]:

$$C = W\log_2(1+\frac{P_s}{P_n}) = W\log_2(1+\frac{E_b}{N_0}\cdot S_f)\,. \quad (3)$$

Как следует из формулы Шеннона, пропускная способность канала, а следовательно, и скорость передачи зависят от ширины полосы, величины $E_b/N_0$ и спектральной эффективности вида модуляции. Меняя указанные параметры, можно управлять скоростью передачи. Однако следует обратить внимание на то, что данные параметры нельзя менять независимо, т.к. они связаны дополнительным ограничением, гарантирующим качество связи (вероятностью ошибки на бит). Кроме этого, значение полосы $W$ [Гц] выбирается согласно теореме Найквиста:

$$W = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{\log_2 M \cdot T_b} = \frac{R_b}{\log_2 M}, \quad (4)$$

где $T_s$ – длительность символа. Из формул (3), (4) следует, что скорость передачи данных может изменяться как непрерывно с изменением полосы при фиксированном числе позиций $M$, так и скачкообразно при изменении $M$ в фиксированной полосе $W$.

Мощность теплового шума на входе приемника определяется по формуле [1] $P_n = N_0 W = N_F kTW$, где $N_0=N_F kT$ – спектральная плотность мощности шума, $N_F$ – коэффициент шума приемника, $k$=1.38·10$^{-23}$ [Вт·с/К] – постоянная Больцмана, $T$ – абсолютная температура входной цепи [$K$], $W$ – ширина полосы [Гц], или в децибелах

$$P_n, \text{ дБВт} = N_F - 228.6 + 10\lg T + 10\lg W, \text{ дБВт}. \quad (5)$$

Аналогично для спектральной плотности мощности в децибелах

$$N_0 = N_F - 228.6 + 10\lg T, \text{ дБВт/Гц}. \quad (6)$$

### *1. Постановка задачи*

Имеется задающий качество связи уровень вероятности ошибки на бит $P_{E\max}$, который не может быть превышен. Например, при передаче речи приемлемой может оказаться вероятность ошибки $P_E<10^{-3}$, а для систем межкомпьютерного обмена допустимой может оказаться вероятность ошибки не менее $10^{-6}...10^{-9}$. В общем случае вероятность ошибки на бит зависит не только от $E_b/N_0$, но и от видов модуляции и числа позиций (уровней модуляции), т.е. для выбранного вида модуляции и числа позиций определены соотношения, связывающие вероятность ошибки на бит и $E_b/N_0$:

$$P_E = f(E_b/N_0)\,. \quad (7)$$

С учетом монотонного убывания функции $f$ из (7) находим

$$(E_b/N_0)_{\min} = f^{-1}(P_{E\max})\,. \quad (8)$$

Минимальное отношение мощности сигнала к спектральной плотности мощности шума, необходимое для достижения на расстоянии $d$ от передатчика порогового уровня отношения сигнал–шум, в соответствии с (2) имеет вид

$$(P_r/N_0)_{\min} = (E_b/N_0)_{\min} R_b\,.$$

Откуда, переходя к децибелам, получаем

$$R_{b,db} = (P_r/N_0)_{\min,db} - (E_b/N_0)_{\min,db}\,. \quad (9)$$

Формула (9) совместно с уравнением затухания сигнала при распространении [2] позволяет получить зависимость скорости передачи информации от расстояния между передающей и приемной антеннами. Зависимости скорости передачи от дальности для разных распространенных видов модуляции, кроме OFDM, при распространении УКВ в условиях прямой видимости и плоской Земли получены в [3]. Оценка затухания сигнала в тропосферном канале получена в первой части настоящей работы [2], вероятность ошибки на бит для OFDM/QAM сигналов – в [4].

*Целью настоящей работы* является получение замкнутой системы уравнений и проведение расчетов для оценки скорости передачи данных OFDM сигналами в тропосферном канале в условиях воздействия теплового шума.

### *2. Основные соотношения для оценки скорости передачи OFDM сигналами*

*OFDM* (Orthogonal Frequency Division Multiplexing – ортогональное частотное разделение каналов с мультиплексированием) является цифровой схемой модуляции, которая использует большое количество субканалов (подканалов, поднесущих). Каждая из поднесущих может использовать любую модуляцию (например, КАМ, ФМ) на низкой символьной скорости, сохраняя общую скорость передачи, как в обычных схемах модуляции одной несущей в той же полосе пропускания. Алгоритмически OFDM сигналы конструируются с использованием прямого и обратного быстрого преобразования Фурье (БПФ, ОБПФ) (рис. 1), где ЦП – циклический префикс.

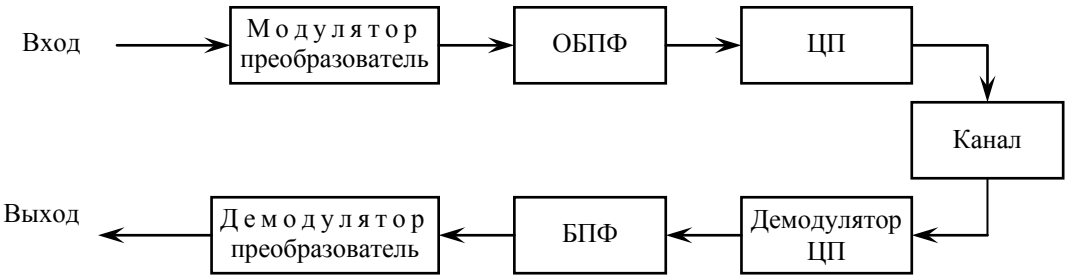



Рис. 1. Блок-схема приемно-передающего устройства OFDM, КАМ сигналов

Схема с многими поднесущими способна противостоять межсимвольной интерференции, затуханиям в канале и доплеровскому смещению частоты. На рис. 2 представлен OFDM сигнал с пилот-сигналом и защитными интервалами во временной и частотной областях. Использование защитного интервала во времени позволяет бороться с межсимвольной интерференцией, а защитного интервала в частотной области – бороться с эффектом Доплера и замираниями.

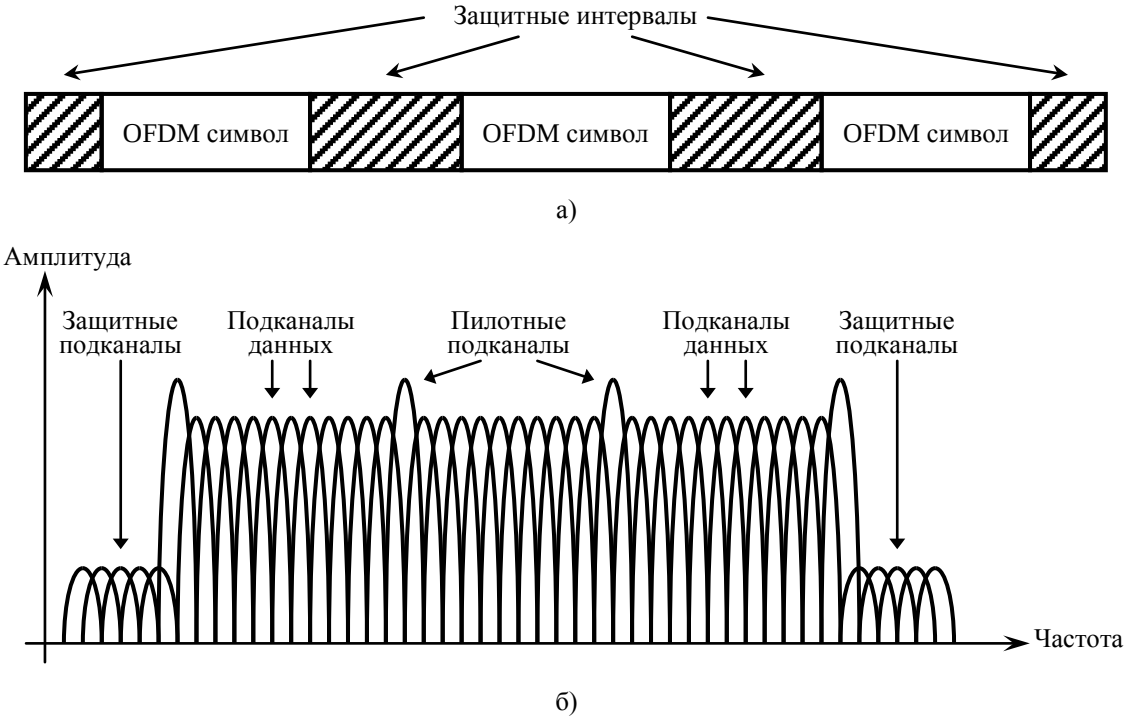



Рис. 2. Временная и частотная характеристики OFDM сигнала:
а) временной слот OFDM сигнала, б) спектр OFDM сигнала

Вероятность ошибки на бит при применении OFDM/QAM сигналов хорошо может быть аппроксимирована следующими соотношениями [4]:

$$P_E = Q\{\sqrt{2\alpha(N)\gamma_b}\},\ \text{для } M\text{=4}, \qquad (10)$$

$$P_E = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}}\,Q\left\{\sqrt{\alpha(N)\gamma_b\frac{3\log_2 M}{(M-1)}}\right\}$$

для $M$=16, 64, 256, (11)

где $N$ – число подканалов и $\gamma_b = E_b/N_0$ – отношение сигнал–шум в подканале; $\alpha(N) = (2^{\sqrt{N}}-1)/2^{\sqrt{N}-1}$; $Q$-функция Гаусса

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^\infty e^{-t^2/2}\,dt. \qquad (12)$$

Решим уравнения (10) относительно отношения сигнал–шум. С этой целью применим к правой и левой части (10) функцию, обратную $Q$-функции Гаусса. В результате проделанной операции получим соотношение $Q^{-1}(P_E) = \sqrt{2\alpha(N)\gamma_b}$, откуда после возведения правой и левой части в квадрат и деления на

$2\alpha(N)$ получим необходимое значение отношения сигнал–шум:

$$\gamma_{b\min} = \left(E_b / N_0\right)_{\min} = \frac{1}{2\,\alpha(N)}[Q^{-1}(P_E)]^2$$

для $M$=4. (13)

Проделав аналогичные преобразования с (11) , получим

$$\gamma_{b\min} = \left(E_b / N_0\right)_{\min} =$$

$$= \frac{M-1}{\alpha(N) 3\,\log_2\sqrt{M}}\left[Q^{-1}\left(\frac{P_E\sqrt{M}\,\log_2(\sqrt{M})}{2(\sqrt{M}-1)}\right)\right]^2,$$

$M$=16, 64, 256, (14)

где$Q^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная к $Q(x)$ .

Наличие многих поднесущих позволяет бороться с замираниями. Для оценки эффективности применения OFDM сигналов рассмотрим случай, когда основной высокоскоростной канал подвергается замираниям. В канале с замираниями отношение сигнал–шум является случайной величиной, которая при быстрых замираниях чаще всего описывается распределением Релея или обобщающим его распределением Накагами-*m*, а при медленных замираниях – распределением Райса. Для релеевских замираний плотность распределения отношения сигнал–шум $\gamma_b$ имеет вид [1]

$$f(x) = \frac{1}{\overline{\gamma}} e^{-x/\overline{\gamma}}, \qquad x>0, \qquad (15)$$

где $\overline{\gamma}$ – среднее значение отношения сигнал–шум. Полагая $\gamma_b$=$x$, выражение для средней вероятности ошибки в канале с замираниями можно записать в виде

$$\overline{P}_E = \int_0^\infty P_E(x)\, f(x)\, dx. \qquad (16)$$

Релеевские замирания устанавливают верхнюю границу вероятности ошибки, а канал без замирания – нижнюю. Все остальные замирания будут занимать помехоустойчивость между этими предельными случаями. Для вычисления средней вероятности ошибки применим операцию усреднения (16) к (10), (11) и воспользуемся интегралом [5]:

$$\int_0^\infty e^{\beta x} Q(\sqrt{2\alpha x})\, dx = \frac{1}{2\beta}\left[\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha-\beta}} - 1\right]. \qquad (17)$$

Полагая для $M$=4 $\alpha$=1 и для $M$>4 $\alpha = \frac{3\log_2 M}{2(M-1)}, \beta = -\frac{1}{\overline{\gamma}}$, с учетом (15), (17) получим выражение для средней вероятности ошибки $M$-QAM сигнала в канале с релеевскими замираниями:

$$\overline{P}_E = \frac{1}{2}\left[1 - \sqrt{\frac{\overline{\gamma}}{1+\overline{\gamma}}}\right], M=4; \qquad (18)$$

$$\overline{P}_E = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}\,\log_2\sqrt{M}}\left[1 - \sqrt{\frac{3\overline{\gamma}\log_2 M}{2(M-1)+3\overline{\gamma}\log_2 M}}\right],$$

$M$=16, 64, 256… (19)

Из (18), (19) после преобразований находим необходимый минимум среднего значения отношения сигнал–шум:

$$\overline{\gamma}_{\min} = \frac{(1-2\overline{P}_E)^2}{1-(1-2\overline{P}_E)^2}, M=4;$$

$$\overline{\gamma}_{\min} = \frac{2C(M-1)}{3\log_2 M(1-C)}, M=16, 64, 256, \qquad (20)$$

где $C = \left[1 - \frac{P_E\sqrt{M}\,\log_2(\sqrt{M})}{2(\sqrt{M}-1)}\right]^2$.

Зависимость скорости передачи в децибелах получается из (9) с учетом затухания мощности сигнала при распространении. Например, при распространении в свободном пространстве выражение для скорости передачи в децибелах может быть записано следующим образом [3]:

$$R_{b,db} = P_{t,db} + G_{t,db} + G_{r,db} +$$
$$+ L_{db} - (E_b / N_0)_{\min,db} - N_{0,db}, \qquad (21)$$

где $P_{t,db}$ – мощность передатчика; $G_{t,db}, G_{r,db}$ – коэффициенты усиления передающей и принимающей антенны; $L_{db}$ – потери при распространении в свободном пространстве:

$$L_{db} = 20\lg\lambda - 20\lg 4\pi - 20\lg d, \qquad (22)$$

$\lambda$ – длина волны в метрах, $d$ – расстояние между передающей и приемной антеннами в километрах. Для тропосферного канала аналогичное уравнение имеет вид

$$R_{b,db} = P_{t,db} + G_{t,db} + G_{r,db} +$$
$$+ L_{trop,db} - (E_b / N_0)_{\min,db} - N_{0,db}, \qquad (23)$$

где согласно первой части статьи [2]

$$L_{trop,db} = -20\log(|u(d,z)|) + 10\log d - 30\log\lambda + 20\log(4\pi), \qquad (24)$$

$u(d, z)$ – решение параболического уравнения.

Формулы (21)–(24) позволяют рассчитать скорость передачи, исходя только из энергетических требований. При этом ограничения на ширину полосы приемника не накладываются, кроме того что она не превышает 10% несущей.

### *3. Численные расчеты*

При проведении численных расчетов использовались результаты оценки затухания мощности сигнала из первой части работы [2]. На рис. 3 приведены зависимости скорости передачи (в Мбит/с) от дальности для вероятности ошибки на бит $P_E = 10^{-3}$ (верхние кривые) и $P_E = 10^{-5}$ (нижние кривые), мощности передатчика 100 Вт, высот передающей и принимающей антенн 20 м при числе подканалов несущей $N = 64$ (рис. 3а) и $N = 256$ (рис. 3б), числе позиций сигнала $M = 16$, частоте несущей $f = 3000$ МГц. При указанных высотах антенн дальность прямой видимости для однородной тропосферы составляла 32.25 км и для стандартной тропосферы 36.85 км.

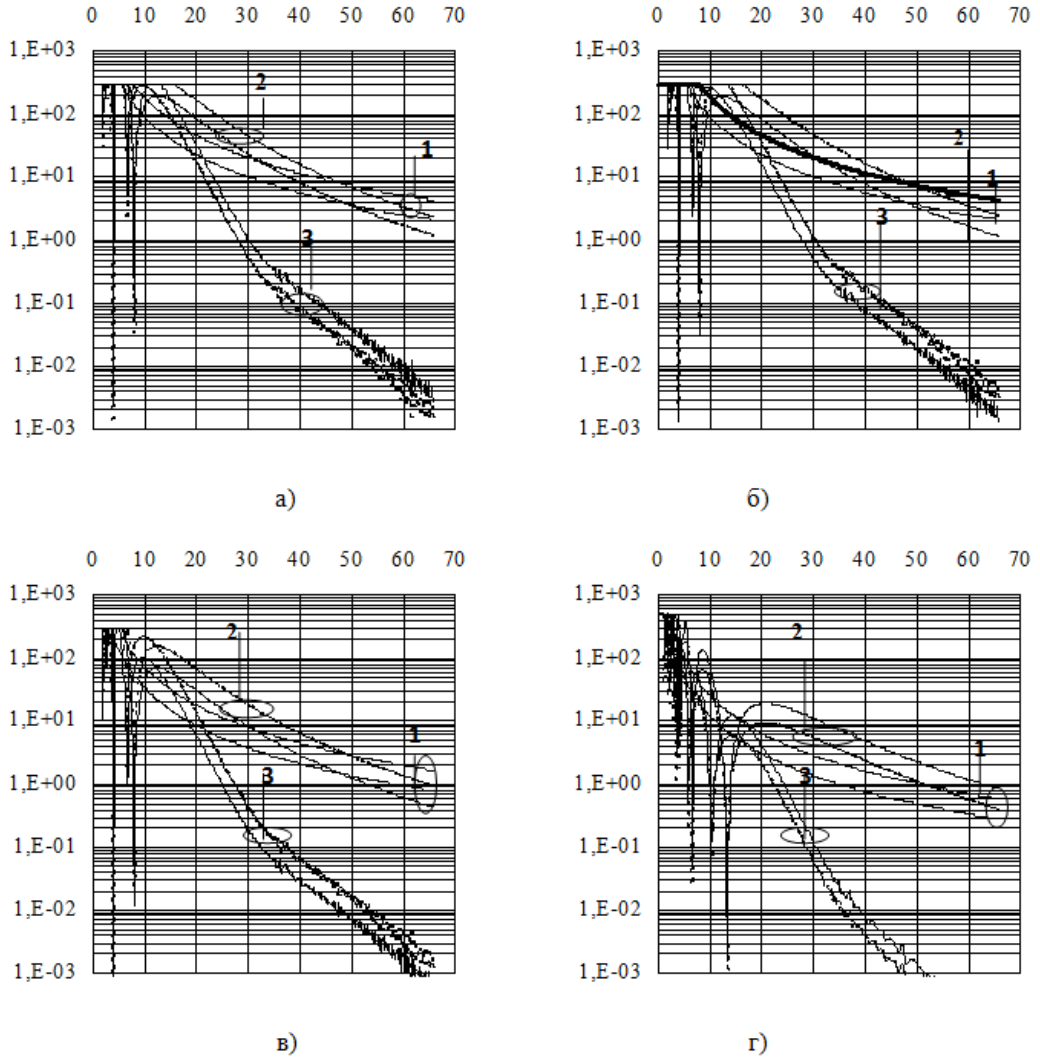



Рис. 3. Зависимость скорости передачи от дальности

На рис. 3 кривые 1 соответствуют затуханию в свободном пространстве, кривые 2 – затуханию по двулучевой модели для плоской Земли, кривые 3 – стандартной тропосфере для сферической Земли. Максимальная ширина полосы не превышала 10% от частоты несущей. При по-

вышении требований к помехоустойчивости с $P_E$=$10^{-3}$ до $P_E$=$10^{-5}$ дальность связи для модели стандартной тропосферы уменьшилась более чем на 2.3 км. Повышение числа поднесущих с 64 до 256 практически не сказывается на скорости передачи. На рис. 3в представлены зависимости для $N$ = 256, $M$ = 64. По сравнению с рис. 3б за счет увеличения числа позиций с $M$ = 16 до $M$ = 64 дальность при одинаковой скорости передачи сократилась приблизительно на 2 км. Рис. 3г отличается от рис. 3в только частотой несущей $f$ = 5000 МГц. Как видно из рисунка, увеличение частоты несущей привело к уменьшению скорости передачи. На рис. 4 приведены зависимости для скорости передачи (в Мбит/с) OFMD – $M$-QAM сигналами в канале без замираний (семейство верхних кривых) и $M$-QAM сигналами ($M$ = 16, $f$ = 3000 МГц) в канале с релеевскими замираниями (семейство нижних кривых).

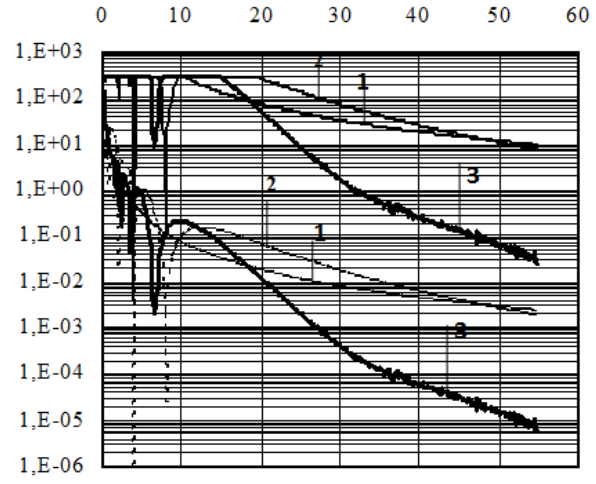



Рис. 4. Влияние замираний на скорость передачи

Кривая 1 на рис. 4 соответствует затуханию среднего значения отношения сигнал–шум в свободном пространстве, кривая 2 – затуханию среднего значения по модели Введенского, а кривая 3 получена с использованием решения параболического уравнения для стандартной атмосферы и сферической Земли.

Как следует из вида кривых, потенциальный выигрыш в скорости передачи от применения OFDM сигналов в каналах с замираниями может составить три порядка.

### *Выводы*

Оценки скорости передачи в стандартной атмосфере, полученные на основе решения параболического уравнения распространения радиоволн в зоне полутени и тени, значительно ниже оценок, полученных на основе модели затухания в свободном пространстве и двулучевой модели для плоской Земли.

### *Литература*

1. *Прокис Дж.* Цифровая связь / Пер. с англ. Под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000, 800 с.

2. *Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Малышев И.И., Прохоров В.Е.* Оценка скорости передачи данных от дальности связи в неоднородном канале. Часть 1. Оценка ослабления сигнала // Теория и техника радиосвязи. №3. 2018. С. 78–86.

3. *Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е.* Зависимость дальности связи от скорости передачи данных в условиях прямой видимости // Теория и техника радиосвязи. № 1. 2017. С. 23–33.

4. *Wyk J., Linde L.* Bit Error Probability for a M-ary QAM OFDM-based System // IEEE Trans. on Wireless Commun. 2007. Pp. 1–5.

5. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 1100 с.

Статья поступила в редакцию 29 ноября 2017 года

УДК 621.391.3

# ГЕНЕРАЦИЯ КОДА ГОЛДА СДВИГОВЫМИ РЕГИСТРАМИ

© Автор, 2018

**А.С. Щеголеватых**, к.т.н., вед. инженер, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: pshchegolevatykh@gmail.com

*Рассмотрен алгоритм построения экономичного способа генерации кода Голда сдвиговыми регистрами, удовлетворяющего оптимальным корреляционным и спектральным характеристикам генерируемого сигнала.*

***Ключевые слова**: код Голда, М-последовательность, индекс децимации.*

# GOLD CODE GENERATION BY SHIFT REGISTERS

© Author, 2018

**A.S. Schegolevatykh**, Ph.D. in Engineering Science, Leading Engineer, JSC Concern «Sozvezdie»,
e-mail: pshchegolevatykh@gmail.com

*The paper addresses an algorithm of building economical way of Gold code generation by shift registers complying with optimal correlated and spectral characteristics of a generated signal.*

***Key words:** Gold code, M-sequence, decimation index.*

Решение широкого круга задач в области радиосвязи связано с использованием множества сигналов, обладающих следующими свойствами:

– каждый из сигналов данного множества легко отличим от своей сдвинутой во времени копии, то есть должен иметь автокорреляционную функцию (АКФ) с малыми значениями боковых выбросов;

– каждый из сигналов данного множества легко отличим от любого другого сигнала этого множества, то есть взаимно-корреляционная функция (ВКФ) любой пары несовпадающих сигналов множества должна быть минимальной;

– множество используемых сигналов должно составлять достаточно обширный ансамбль.

Этими свойствами обладают коды Голда, используемые для широкополосных сетей связи. Широкополосные системы связи активно используются для создания сотовых и специальных сетей связи.

Основой для построения кодов Голда являются М-последовательности, обладающие хорошими АКФ [1–5]. М-последовательности – это линейные рекуррентные двоичные последовательности $n$-го порядка, которые имеют максимальное значение минимального периода $T = 2^n - 1$. Число элементов в периоде $T$ (длина $N$ М-последовательности) определяется по формуле [1]

$$N = 2^n - 1. \qquad (1)$$

М-последовательности генерируются сдвиговыми регистрами с линейными обратными связями, осуществляемыми сумматорами по модулю 2. Возможно 2 варианта включения сумматоров по модулю 2 (рис. 1):

а) со встроенными сумматорами по модулю 2 (форма Галуа);

б) с вынесенными сумматорами по модулю 2 (форма Фибоначчи).

Схемы а и б на рис. 1 эквивалентны. Генерируемые линейные М-последовательности имеют одинаковую форму. Число М-последовательностей степени $m$ $L_N$ совпадает с числом примитивных многочленов степени $m$ и определяется по формуле [1]

$$L_N + \frac{\varphi(N)}{\log_2(N+1)}, \qquad (2)$$

где $\varphi(N)$ – фи-функция Эйлера, которая определяется числом взаимно простых чисел с $N$.

Указанные многочлены сведены в таблицы, которые можно найти в [1, 2]. Генераторы М-последовательностей на сдвиговых регистрах описываются с помощью матрицы $n$-го порядка $A$, имеющей следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_{n-1} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & .. & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

где $c_i \in \overline{0,1}$, $i \in \overline{1,n-1}$ – некоторые коэффициенты, принимающие значение «1», если вход сумматора по модулю 2 имеет контакт с перемножителем, отмеченным на рис. 1 значком «$\otimes$», и значение «0», если вход сумматора по модулю 2 не имеет контакт с перемножителем.

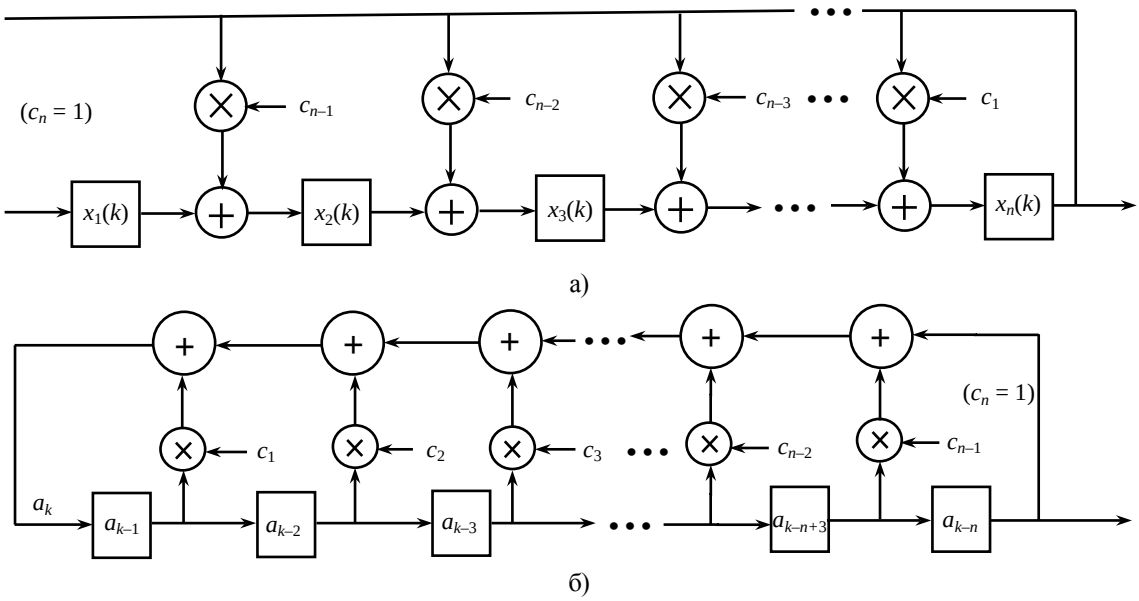



Рис. 1. Генераторы М-последовательностей: а – со встроенными сумматорами по модулю 2, б – с вынесенными сумматорами по модулю 2

Вектор состояния сумматора по модулю 2 $X(j)$ можно представить в виде

$$X(j) = \begin{bmatrix} x_1(j) \\ x_2(j) \\ x_3(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(j) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $x_i \in \overline{0,1}$, $i \in \overline{1,n}$ – сигнал на выходе ячейки сдвигового регистра.

Изменение состояния на выходе ячейки сдвигового регистра в момент времени $j+1$ происходит по правилу

$$X(j+1) = AX(j). \quad (5)$$

Отсюда после $m$ тактов новое состояние будет

$$X(j+m) = A^m X(j). \quad (6)$$

Учитывая периодичность *М*-последовательности, должно выполняться следующее условие:

$$A^n = E, \quad (7)$$

где $E$ – единичная матрица.

Обычно М-последовательность описывают характеристическим уравнением или характеристическим полиномом. Характеристическое уравнение определяется следующим образом:

$$F(\lambda) = |A - \lambda E|, \quad (8)$$

где $\lambda$ – двоичная переменная.

Следовательно, характеристическое уравнение имеет вид

$$F(\lambda) = \sum_{k=0}^{n} c_k \lambda^{n-k}, \; c_0 = c_1 = 1. \quad (9)$$

Характеристический полином $f(\lambda)$ определяется по формуле

$$f(\lambda) = \sum_{k=0}^{n} c_k \lambda^{k}, \; c_0 = c_1 = 1. \quad (10)$$

Каждая М-последовательность имеет свой номер [1, 2]. Номер М-последовательности совпадает с номером примитивного многочлена, являющегося характеристическим многочленом М-последовательности. Из соответствующих

таблиц [1, 2] для многочлена степени $n = 6$ имеются многочлены с номерами 1, 3 и 5, для которых указаны характеристические многочлены: 103F = 1000011, 127B = 1010111 и 147H = 1100111. Для определения примитивных неприводимых многочленов, соответствующих ненулевым элементам начальной ячейки сдвигового регистра, использованы буквы E, F, H; буквы A, B, C и D указывают на то, что данные многочлены являются непримитивными.

Чтобы получить М-последовательность с другим номером, используют децимацию исходной М-последовательности. Децимация последовательности – это циклическая перестановка номеров элементов исходной М-последовательности $i$ по правилу [1]

$$j = (q \cdot i) \bmod N,$$

где $q$ – индекс децимации, $j$ – номер элемента результирующей М-последовательности.

Если индекс децимации $q$ исходной М-последовательности взаимно прост с её длиной $N$, то длина результирующей М-последовательности будет равна исходной. В противном случае результирующая М-последовательность будет состоять из фрагментов меньшей длины [1]. При этом номер результирующей М-последовательности $r$ находится из выражения

$$r = (q \cdot p) \bmod N, \qquad (11)$$

где $p$ – номер исходной М-последовательности.

Если в качестве исходного значения взять полином с номером 1 (103F), который является примитивным, то, взяв индекс децимации $q = 3$, получим М-последовательность, соответствующую полиному с номером 3, т.е. 127B.

Заметим, что полином 127B является непримитивным, а НОД(63,3) = 3≠1. Следовательно, длина результирующей последовательности будет $N = 63/3 = 21$.

Если взять индекс децимации $q = 5$, получим М-последовательность, соответствующую полиному с номером 5, т.е. 147H. Так как НОД(63,5) = 1, то длина результирующей последовательности будет равна исходной, т.е. $N = 63$, а полученная последовательность будет максимальной длины, т.е. будет М-последовательностью.

Для описания выходной последовательности сдвигового генератора используют производящую функцию. Определим выходную последовательность в виде

$$\{a_m\} = \{a_0, a_1, a_2, ...\}, \qquad (12)$$

где индекс $m$ означает момент времени; то есть вначале появляется $a_0$, затем $a_1$ и так далее.

Отметим, что начальные условия не влияют на выходную последовательность сдвигового регистра, поскольку начало предполагается как время, когда начальные условия уже будут выведены из регистра сдвига. Тогда производящая функция выходной последовательности $G(x)$ задается в виде

$$G(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k. \qquad (13)$$

Начальное состояние регистра сдвига определяется как $a_{-1}, a_{-2}, a_{-3}, ..., a_{-n+1}, a_{-n}$. Тогда выходная последовательность $a_0, a_1, a_2, ...$ определяется линейным рекуррентным соотношением

$$a_m = \sum_{i=1}^{n} c_i a_{m-i}, \ m = 0,1,2,..., \qquad (14)$$

так что последовательность определяется начальными условиями при синхронизации регистра. Подставляя (13) в формулу (12), получим

$$G(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{n} c_i a_{k-i} x^k. \qquad (15)$$

Изменяя порядок суммирования, получим

$$G(x) = \sum_{i=0}^{n} c_i x^i \sum_{k=0}^{\infty} a_{k-i} x^{k-i}$$

или $G(x) =$

$$= \sum_{i=0}^{n} c_i x^i \left[ a_{-i} x^{-i} + a_{-i+1} x^{-i+1} + ... + a_{-1} x^{-1} + \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right]. \qquad (16)$$

Подставляя в формулу (16) выражение (13), получим

$$G(x) =$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i x^i \left[ a_{-i} x^{-i} + a_{-i+1} x^{-i+1} + ... + a_{-1} x^{-1} \right]}{\sum_{i=0}^{n} c_i x^i} = \frac{g(x)}{f(x)}. \qquad (17)$$

Коды Голда являются важным классом периодических последовательностей, которые обеспечивают достаточно широкий класс множества кодов, обладающих хорошими периодическими АКФ и ВКФ. Количество кодов Голда во множестве составляет $N+2$, а их период равен $T=2^n-1$. Образуются коды Голда суммированием М-последовательностей. Если М-последовательности образуют предпочтительные пары, то результирующая последовательность Голда будет трехуровневой, как показано в [5]: а) $-t(n)$, б) –1 и в) $t(n)-2$, где $t(n)=1+2^{(n+1)/2}$, если $n$ – чётное и не кратно 4.

Рассмотрим основные правила, по которым должны формироваться последовательности Голда. На рис. 2 приведено устройство генерации кодов Голда. Результирующая последовательность Голда $G(x)$ определяется как сумма производящих функций двух М-последовательностей:

$$G(x)=G_1(x)\oplus G_2(x), \tag{18}$$

где $G_1(x)$ и $G_2(x)$ – производящие функции М-последовательностей верхнего и нижнего сдвиговых регистров соответственно; $\oplus$ – знак суммирования по модулю 2.

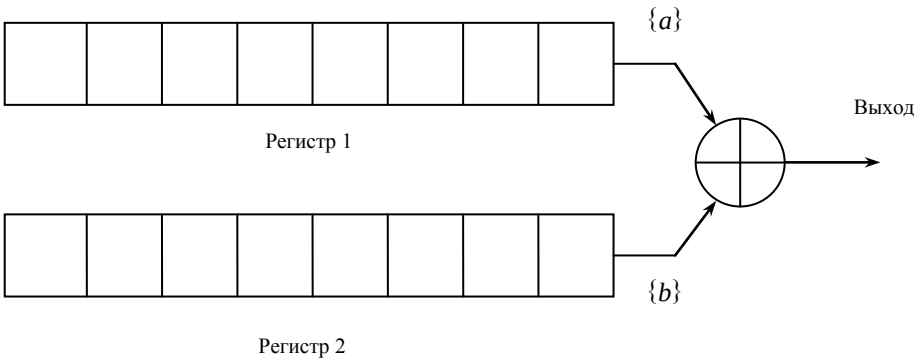



Рис. 2. Схема формирования последовательности Голда из двух М-последовательностей

В случае, когда две М-последовательности одинаковы, но различаются начальными условиями, производящие функции описываются так:

$$G_1(x)=\frac{\sum_{i=1}^{n}c_ix^i\left[a_{-i}x^{-i}+a_{-i+1}x^{-i+1}+\ldots+a_{-1}x^{-1}\right]}{\sum_{i=0}^{n}c_ix^i}, \tag{19}$$

$$G_2(x)=\frac{\sum_{i=1}^{n}c_ix^i\left[b_{-i}x^{-i}+b_{-i+1}x^{-i+1}+\ldots+b_{-1}x^{-1}\right]}{\sum_{i=0}^{n}c_ix^i}. \tag{20}$$

Подставляя выражения (19) и (20) в формулу (18), получим

$$G_1(x)=\frac{\sum_{i=1}^{n}c_ix^i\left[(a_{-i}\oplus b_{-i})x^{-i}+(a_{-i+1}\oplus b_{-i+1})x^{-i+1}+\ldots+(a_{-1}\oplus b_{-1})x^{-1}\right]}{\sum_{i=0}^{n}c_ix^i}. \tag{21}$$

В результате получается та же самая М-последовательность, но начальные условия определяются как поразрядная сумма по модулю 2. Поэтому два сдвиговых регистра в этом случае можно заменить одним, но начальные условия выставлять по сформулированному правилу.

В случае использования различных М-последовательностей для формирования кода Голда необходимо найти предпочтительные пары. Первую М-последовательность выбирают исходя из условия, что она описывается примитивным двоичным полиномом степени *n*. Для выбора предпочтительных пар существуют следующие правила: если для формирования последовательности Голда используются сдвиговые регистры длины *N*, то предпочтительная пара выбирается из М-последовательностей длины $N = 2^n - 1$. Одним из способов получения М-последовательностей является децимация исходной М-последовательности.

При выборе предпочтительных пар следует придерживаться следующих правил:

1) $n \neq 0 \bmod 4$, т. е. $n$ либо нечетно, либо $n = 2 \bmod 4$;

2) элементы второй последовательности $b$ выбираются по правилу $b = a[q]$, где $q$ – индекс децимации. Для нечетного $q$ любой, а для четного $q$ индекс децимации выбирают исходя из альтернативы

$$q = 2^k + 1 \text{ либо } q = 2^{2k} - 2 \ ,$$

$$\text{НОД}(n,k) = \begin{cases} 1, n = 2j - 1 \\ 2, n = 2 \bmod 4 \end{cases}, \ j = 1, 2, 3 \ldots \quad (22)$$

Необходимо найти предпочтительные пары М-последовательностей, представимых характеристическими полиномами степени $n = 10$. При этом длина М-последовательности будет $N = 1023$.

Из таблиц полиномов, приведенных в [1, 2], выделим полиномы степени 10. Для удобства расположим указанные полиномы в виде диаграммы (рис. 3).

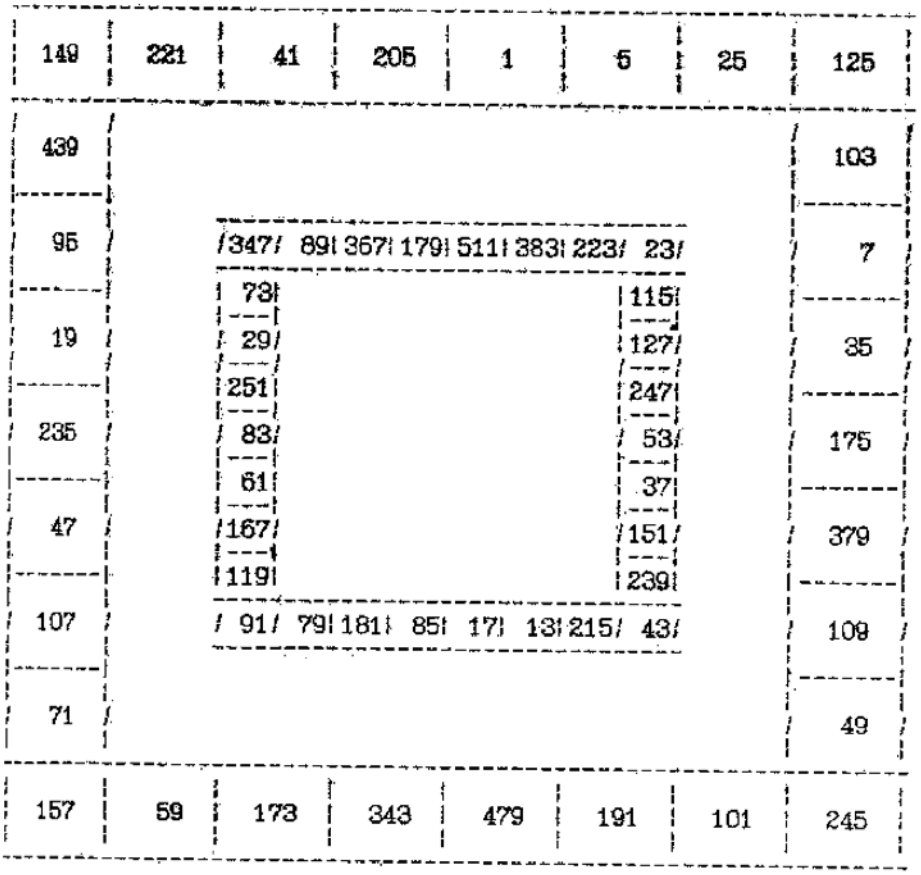



Рис. 3. Диаграмма расположения номеров полиномов для последовательности, генерируемой 10-разрядным сдвиговым регистром

Выберем в качестве исходного полином с номером 1 – 2011E = 10000001001. Этот полином примитивный, ему соответствует некоторая М-последовательность длиной $N = 1023$. Следовательно, можно сформировать 1025 последовательностей Голда.

Выберем индекс децимации $q = 5$. Для этого случая НОД(1023,5) = 1. Следовательно, последовательности Голда будут максимальной длины. В результате децимации по индексу $q = 5$ полином с номером 1 переходит в полином с номером 5, т.е. 2415E. Децимация полинома с номером 5 по индексу 5 дает полином с номером 25, т.е. 2443F. А децимация полинома с номером 125 по индексу 5 дает полином с номером 625.

Полином с номером 625 не существует [1, 2]. Тогда необходимо подобрать такое целое $k$, чтобы получился номер существующего в таблицах [1, 2] полинома с номером $r = (p \cdot 2^k) \bmod N$. Для этого необходимо последовательно произвести вычисления, начиная с $k = 1$, следующего вида:

$$625 \cdot 2 \bmod 1023 = 227,$$

$$227 \cdot 2 \bmod 1023 = 454,$$

$$454 \cdot 2 \bmod 1023 = 908,$$

$$908 \cdot 2 \bmod 1023 = 793,$$

$$793 \cdot 2 \bmod 1023 = 563,$$

$$563 \cdot 2 \bmod 1023 = 103.$$

Полином с номером 103 имеется в таблицах [1, 2]. Он равен 3575G = 11101111101. Поэтому он будет составлять предпочтительную пару с полиномом с номером 125 для получения последовательности Голда.

Далее будем искать предпочтительный полином для полинома с номером 103. Умножив его номер на 5, получим 515. Полинома с таким номером нет в таблицах. Поэтому производим следующую операцию:

$$515 \cdot 2 \bmod 1023 = 7.$$

Полином с таким номером существует в таблицах [1, 2]. Продолжая выполнять умножения, получим последовательно номера полиномов: 35, 175, … Последовательность найденных полиномов приведена на рис. 3. Наконец, полином с номером 205 переходит в полином с номером $1025 \bmod 1023 = 2$. Такого полинома в таблицах [1, 2] нет. Но если этот номер умножить на девятую степень 2, то получим $512 \cdot 2 \bmod 1023 = 1$. А это номер исходного полинома. Следовательно, круг номеров полиномов, образующих предпочтительные пары, замкнулся. Следует отметить, что номера полиномов, различающихся на степени 2 по модулю длины последовательности, образуют один смежный класс. Поэтому полиномы с номерами 1 и 2 образуют один смежный класс, а перейти от номера 2 к номеру 1 можно было бы простым делением на два.

Согласно формуле (2) число примитивных полиномов степени $n = 10$ должно составлять 60. Согласно рис. 3 было получено 30 полиномов. Но существуют как прямые, так и обратные полиномы. Причем примитивные прямые полиномы имеют примитивные обратные полиномы. То же относится и к непримитивным полиномам.

Обратные полиномы к приведенным во внешнем квадрате указаны во внутреннем квадрате. Поэтому прямому полиному с номером 1 соответствует обратный полином с номером 511. Таким образом, следующим номером полинома по индексу децимации $q = 5$ будет полином

$$511 \cdot 5 \cdot 2^8 \bmod 1023 = 383.$$

Далее номера многочленов определяются аналогичным образом. В таблицах обычно приводятся не все номера многочленов, но у каждого многочлена есть обратный. Поэтому следует постоянно проверять, есть ли в таблице обратный многочлен. В табл. 1 приведены все прямые и обратные многочлены степени 10.

Не все получающиеся последовательности Голда обладают желаемыми спектрами. Р. Голд [6] показал, что коды Голда можно разделить на три класса по балансу. Балансный код – это код, в котором число «единиц» превышает число «нулей» на единицу. Два других класса имеют превышение и недостаток «единиц». Голд показал, что для нечетного $n$ число «единиц» и количество кодов с этим числом «единиц» одинаково.

Из данных табл. 2 видно, что в первом классе число «единиц» составляет $2^{n-1}$, а число «нулей» на единицу меньше, что означает, что первый класс сбалансирован. Второй и третий классы явно несбалансированны. Чтобы сгенерировать сбалансированный код Голда, необходимо выбрать относительный сдвиг по фазе между исходными выбранными М-последовательностями для получения предпочтительных пар.

Таблица 1

Номера многочленов степени 10

| Прямые | Обратные | Прямые | Обратные |
|---|---|---|---|
| 1 | 511 | 53 | 175 |
| 5 | 383 | 59 | 79 |
| 7 | 127 | 71 | 119 |
| 13 | 191 | 73 | 439 |
| 17 | 479 | 83 | 235 |
| 19 | 251 | 85 | 343 |
| 23 | 125 | 89 | 221 |
| 25 | 223 | 91 | 157 |
| 29 | 95 | 101 | 215 |
| 35 | 247 | 103 | 115 |
| 37 | 379 | 107 | 167 |
| 43 | 245 | 109 | 151 |
| 41 | 367 | 149 | 347 |
| 49 | 239 | 179 | 205 |
| 47 | 61 | 173 | 181 |

Таблица 2

Номера многочленов степени 10

| Класс | Число «единиц» в последовательности | Число «нулей» в последовательности |
|---|---|---|
| 1 | $2^{n-1}$ | $2^{n-1}+1$ |
| 2 | $2^{n-1}+2^{(n-1)/2}$ | $2^{n-2}-2^{(n-3)/2}$ |
| 3 | $2^{n-1}-2^{(n-1)/2}$ | $2^{n-2}+2^{(n-3)/2}$ |

Определим характеристическую фазу последовательности. Особенностью характеристической фазы М-последовательностей является то, что когда она квантуется на каждом другом элементе исходной последовательности, то в результате получается та же М-последовательность. Пусть $f(x)$ является характеристическим полиномом степени $n$ некоторой М-последовательности. Соотношением (17) можно представить любую фазу М-последовательности, где числитель $g(x)$ является производящей функцией степени меньшей, чем $n$.

В результате деления $f(x)/g(x)$ получается формальный многочлен, двоичные коэффициенты которого являются элементами последовательности, генерируемой сдвиговым регистром. Формула для полинома $g(x)$, что определяет характеристическую фазу М-последовательности, получена Голдом

$$g(x)=\frac{d\left[xf(x)\right]}{dx}, \qquad (23а)$$

если $f(x)$ нечетной степени;

$$g(x)=f(x)+\frac{d\left[x\cdot f(x)\right]}{dx}, \qquad (23б)$$

если $f(x)$ четной степени.

Дифференцирование производится обычным способом с учетом того, что коэффициенты берутся по модулю 2.

Найдем относительную фазу, с которой предпочтительная пара М-последовательностей должна суммироваться, чтобы попасть в первый класс. Пусть $a$ и $b$ составляют предпочтительную пару М-последовательностей в их характеристической фазе. Если характеристический полином $f(x)$ нечетной степени, то производящий полином имеет вид

$$G(x)=\frac{1+c(x)}{1+d(x)}, \qquad (24)$$

где степень $d(x)$ составляет $n$, а степень $c(x)$ – не выше $n-1$.

Первым символом частного от деления по формуле (24) будет 1. Схема формирования последовательности Голда из двух М-последовательностей приведена на рис. 2. Далее опишем

процедуру генерации сбалансированных кодов Голда.

1. Сначала выбирают предпочтительную пару М-последовательностей $a$ и $b$ длиной $N = 2^n - 1$, выбрав характеристические полиномы $f_1(x)$ и $f_2(x)$ из таблиц [1, 2].

2. Начальные условия для регистра 2 аналогичны начальным условиям для М-последовательности $b$, которые определяют характеристическую фазу согласно выражениям (23а) и (23б). Они определяются делением по формуле (17). При этом учитываются только первые $n$ членов частного, которые определяют начальные условия сдвигового регистра 2.

3. Начальные условия для регистра 1 (последовательность $a$) с соответствующим характеристическим полиномом $f_1(x)$ устанавливаются таким образом, чтобы в крайней правой ячейке устанавливалась «единица», а начальные условия остальных ячеек регистра произвольны. Всего возможных комбинаций начальных условий регистра 1 будет $2^{n-1}$.

Рассмотрим пример получения сбалансированного кода Голда для 10-разрядного регистра, имеющего период 1023. Выберем из таблиц [1, 2] полиномы 1 и 5 (индекс децимации $q = 5$). Это полиномы 2011F и 2415E. Эти два характеристических полинома можно представить двоичными кодами с соответствующими полиномами:

$$10{,}000{,}001{,}001$$
$$1\ 2011\text{F} \quad f_1(x) = 1 + x^3 + x^{10}$$
$$10{,}100{,}001{,}101$$
$$5\ 2415\text{E} \quad f_2(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^8 + x^{10}.$$

Для четной степени полинома $f_2(x)$ получим

$$g(x) = f_2(x) + \frac{d\left[x \cdot f_2(x)\right]}{dx} =$$
$$= 1 + x^2 + x^3 + x^8 + x^{10} +$$
$$+ \frac{d\left[x^1 + x^3 + x^4 + x^9 + x^{11}\right]}{dx} = x^3.$$

Характеристическая последовательность, генерируемая сдвиговым регистром 2, соответствующая полиному 2415E, представима выражением

$$G(x) = \frac{g(x)}{1 + x^2 + x^3 + x^8 + x^{10}} =$$
$$= \frac{x^3}{1 + x^2 + x^3 + x^8 + x^{10}} =$$
$$= x^3 + x^5 + x^6 + x^7 + x^9 + x^{10} + x^{11} + \ldots$$

Начальные условия характеристической фазы для сдвигового регистра 2 будут [1011101000]. Следовательно, в трёх крайних правых ячейках сдвигового регистра 2 должны устанавливаться нулевые начальные условия. Таких сбалансированных последовательностей Голда для $n = 10$ можно получить 512.

Использование несбалансированных последовательностей Голда ухудшает корреляционные и частотные характеристики генерируемого сигнала, что приводит к снижению вероятности доведения информации. Этим вопросам уделяется большое внимание в научно-технической литературе [1, 7].

***Литература***

1. *Бессарабова А.А.* М-последовательности / ОАО «Концерн «Созвездие». Воронеж, 2010. 223 с.

2. *Питерсон У., Уэлдон Э.* Коды, исправляющие ошибки: пер. с англ. / Под ред. Р.Л. Добрушина, С.И. Самойленко. М.: Мир, 1976. 594 с.

3. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985. 384 с.

4. *Дядюнов Н.Г., Сенин А.И.* Ортогональные и квазиортогональные сигналы. М.: Связь, 1977. 224 с.

5. *Сарвате Д.В., Персли М.Б.* Взаимнокорреляционные свойства псевдослучайных и родственных последовательностей // ТИИЭР. 1980. Т. 68, № 5. С. 59–90.

6. *Gold R.* Characteristic linear sequences and their coset functions // SIAM J, Appl. Math. 1966. Vol. 14. Pp. 980–985.

7. *Бессарабова А.А., Давыдов И.В.* Сдвиги М-последовательностей // Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. 1987. № 7. С. 30–34.

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2017 года

УДК 621.372.54

# ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ПО СОСТАВУ И КОЛИЧЕСТВУ СЛОЕВ ЭЛЕКТРОДНЫХ СТРУКТУР НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАВ-ФИЛЬТРОВ*

© Авторы, 2018

**А.С. Багдасарян**, д.т.н., академик НАН РА, научный консультант, ФГУП НИИР, e-mail: bas@niir.ru
**Т.В. Синицына**, к.т.н., главный конструктор ООО «БУТИС», e-mail: sinicina59@mail.ru
**А.Т. Гарифулина**, главный контролер ООО «БУТИС», e-mail: alis@ro.ru
**А.С. Груздев**, научный сотрудник ООО «БУТИС», e-mail: sasha141181@rambler.ru
**С.С. Дорофеева**, старший инженер ООО «БУТИС», e-mail: rabbit-house@mail.ru

*Исследуется влияние многослойных электродных структур Ti-Al и V-A на характеристики фильтров на поверхностных акустических волнах, предназначенных для обработки радиочастотных сигналов высокой мощности.*

***Ключевые слова:*** *поверхностная акустическая волна, встречно-штыревой преобразователь, устройство на ПАВ, многослойная структура, мощность радиосигнала.*

# INFLUENCE OF LAYERS OF ELECTRODE STRUCTURES DIFFERENT BY COMPOSITION AND QUANTITY ON CHARACTERISTICS OF SURFACE-ACOUSTIC-WAVE FILTERS*

© Authors, 2018

**A.S. Bagdasaryan**, D.Sc. in Engineering Science, Academician of National Academy of Sciences of the Republic of Armenia, Scientific Adviser, FSUE Radio Research and Development Institute, e-mail: bas@niir.ru
**T.V. Sinitsyna**, Ph. D. in Engineering Science, Lead Designer, BUTIS Ltd., e-mail: sinicina59@mail.ru
**A.T. Garifulina**, Chief Inspector, BUTIS Ltd., e-mail: alis@ro.ru
**A.S. Gruzdev**, Research Engineer, BUTIS Ltd., e-mail: sasha141181@rambler.ru
**S.S. Dorofeeva**, Senior Engineer, BUTIS Ltd., e-mail: rabbit-house@mail.ru

*The influence of multilayer electrode structures of Ti-Al and V-A on the characteristics of surface-acoustic-wave filters intended for processing high-power RF signals.*

***Key words:*** *surface acoustic wave, interdigital transducer, SAW-based device, multilayer structure, radio signal power.*

Фильтры на поверхностных акустических волнах (ПАВ) широко применяются в современных системах связи различного функционального назначения благодаря уникальным эксплуатационным характеристикам (высокие технические показатели при минимальных массогабаритных характеристиках, стойкость к воздействию специальных и внешних воздействующих факторов, малое время готовности и длительный срок службы) и высокой технологичности [1, 2]. Применение нового конструктивного подхода к реализации ПАВ-фильтров, основанного на использовании совокупности Г-, П- и Т-образных резонаторных звеньев [3–9], обеспечило возможность обработки радиочастотных (РЧ) сигналов большой мощности (до 2 Вт). Преимуществом таких фильтров, получивших название импедансных или лестничных, является большая протяженность электродных структур во встречно-штыревых преобразователях (ВШП) – до 400 электродов. Это позволяет распределить воздействие сигнала по гораздо большей площади пьезоэлектрической подложки и по большей площади структуры ВШП и, как следствие, уменьшить локальные напряжения в электродных структурах преобразователей даже при больших мощностях РЧ сигнала.

Для уменьшения эффекта миграции атомов алюминия при воздействии сигнала большой мощности в мировой практике применяют более сложные по составу и геометрии пленочные слои в ВШП [10, 11]. Это приводит к изменению массовой нагрузки на поверхность пьезоэлектрика и, как следствие, к изменению эффективной скорости волны и интенсивности ее отраже-

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-07-01372А.

ния от электрода, что вызывает значительные искажения амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик ПАВ-фильтров.

Целью настоящей работы было проведение исследований влияния различных по составу и количеству слоев электродных структур на характеристики преобразователя и устройства в целом и разработка на основе полученных результатов оптимизационного алгоритма проектирования, обеспечивающего высокую сходимость теоретических и экспериментальных характеристик ПАВ-фильтров с высокой входной мощностью на основе многослойных структур.

***Результаты исследований***

Для проведения исследований влияния многослойных структур на характеристики устройства была разработана топология ПАВ-фильтра импедансного типа на номинальную частоту 655 МГц (ширина полосы пропускания 5%). Структурная схема конструкции, включающая прямое и обратное Г-образные резонаторные звенья, приведена на рис. 1.

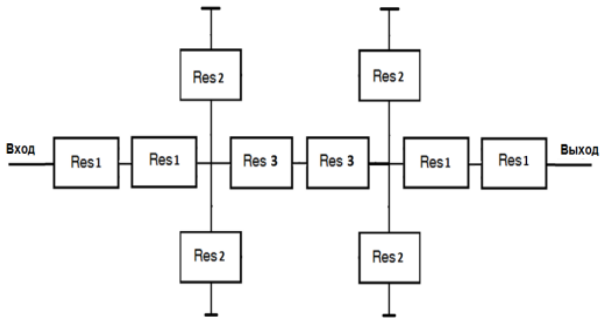
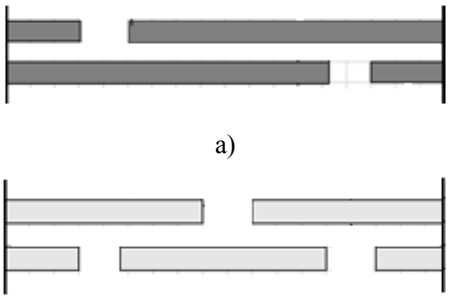



Рис. 1. Структурная схема ПАВ-фильтра с высокой входной мощностью на номинальную частоту 655 МГц

Для реализации оптимального соотношения импедансов последовательного и параллельного резонаторов и улучшения равномерности распределения проходящей энергии по площади пьезоэлемента резонаторы выполнены в виде идентичных пар резонаторов, включенных последовательно (Res1-Res1; Res3-Res3) и параллельно (Res2-Res2). При этом последовательно включенные резонаторы Res1 и Res3 выполнены в виде секционированных ВШП, что позволяет примерно в четыре раза увеличить импеданс данных элементов [12] (рис. 2). Использование такой оригинальной конструкции позволило реализовать даже на основе стандартной двухслойной структуры Ti-Al и V-Al ПАВ-фильтры, обеспечивающие обработку РЧ сигналов мощностью до 12 Вт.



а)

б)

Рис. 2. Фрагмент электродной структуры типового ВШП (а) и ВШП с последовательно включенными секциями (б)

Фильтр реализован на основе YXl/-41°-среза ниобата лития (коэффициент электромеханической связи $k^2$=17,4%). Основные конструктивные параметры элементов фильтра, полученные на основе оптимизационной программы синтеза LADDER_VC_mod [13–15], приведены в табл. 1. В основе программы использована макромодель, учитывающая как основные, так и вторичные акустические факторы, зависящие от свойств пьезоэлектрика, состава и геометрии используемых пленочных слоев, а также влияние паразитных элементов конструкции и электромагнитных связей в пьезоэлементе и корпусе [16–22].

Таблица 1

Конструктивные параметры элементов импедансного ПАВ-фильтра на номинальную частоту 655 МГц

| Элемент | Число штырей в решетке | Число электродов в ВШП | Апертура, мкм | Коэффициент металлизации | Период электродов, мкм |
|---|---|---|---|---|---|
| Res 1 | 10 | 379 | 212 | 0,42 | 3,198 |
| Res 2 | 3 | 258 | 112 | 0,42 | 3,464 |
| Res 3 | 15 | 185 | 212 | 0,42 | 3,194 |

С целью подтверждения физической обоснованности используемой макромодели и разработанного программного обеспечения были изготовлены и исследованы несколько вариантов конструктивного исполнения фильтра, различающихся по количеству (от 2 до 6) и материалам слоев (Ti/V, Al) в электродных структурах ВШП и количеству отражательных решеток (табл. 2). В отличие от зарубежных исследователей, использующих алюминиевые пленки с различными присадками либо очень сложные пленочные структуры, в данной работе в качестве основных материалов были использованы Al, Ti и V, поскольку именно такие материалы используются для формирования электродных структур ВШП других типов фильтров (два последних – в качестве подслоя). Преимущество данного метода заключается в высокой технологичности конструкции. Правомерность такого конструктивно-технологического решения подтверждена результатами исследований, представленных в работах [23, 24].

Размеры акустоэлектронной схемы составили 3,3x2,9 мм, что позволило применить для монтажа металлокерамический SMD корпус размером 5x5 мм. Резонаторные структуры сформированы методом обратной фотолитографии с применением электронно-лучевого вакуумного напыления.

Таблица 2

Типы многослойных структур, использованные для реализации импедансных ПАВ-фильтров на номинальную частоту 655 МГц

| Количество слоев | Толщина слоев | Общая* толщина пленки |
|---|---|---|
| 2 слоя | Ti-300Å/Al-2700Å (Ti – 10% от общей толщины) | 3000Å |
| 2 слоя | V-300Å/Al-2500Å (V – 11%) | 2800Å |
| 2 слоя | Ti-600Å/Al-2200Å (Ti – 21%) | 2800Å |
| 4 слоя | Ti-300Å/Al-1100Å/Ti-300Å/Al-1100Å (Ti – 21%) | 2800Å |
| 6 слоев | Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-1100Å (Ti – 10%) | 3000Å |
| 6 слоев | Ti-300Å/Al-600Å/Ti-100Å/Al-600Å/Ti-100Å/Al-1200Å (Ti – 17%) | 2900Å |
| Примечание: * – общая толщина пленки соответствует идентичной массовой нагрузке на поверхность пьезоэлектрика для разных типов многослойных структур. | | |

На рис. 3–9 представлены полученные экспериментальные характеристики импедансных ПАВ-фильтров, реализованных на 6 типах многослойных структур (объем выборки для каждого типа многослойных структур – 3 шт.).

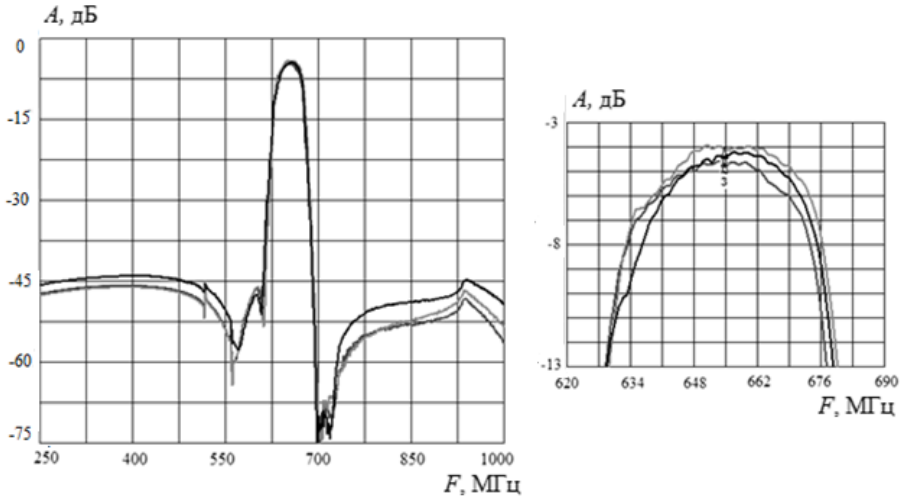



Рис. 3. Экспериментальные АЧХ импедансных ПАВ-фильтров, реализованных на основе двухслойной структуры Ti-300Å/Al-2700Å

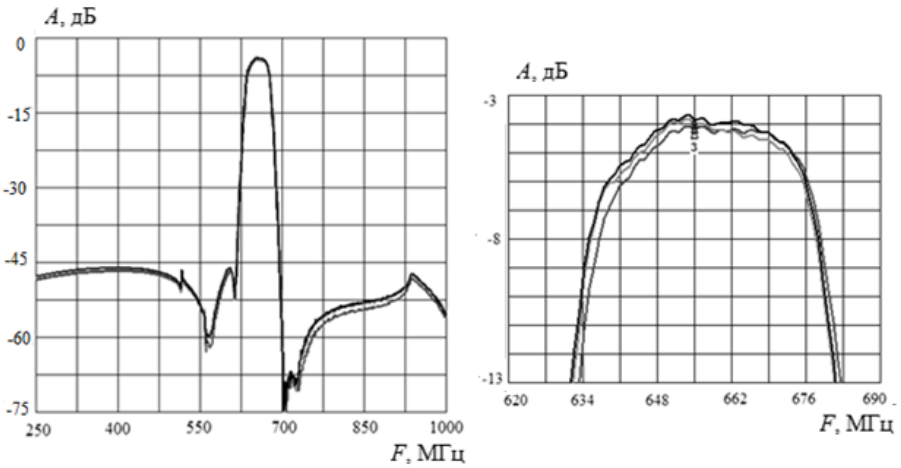



Рис. 4. Экспериментальные АЧХ импедансных ПАВ-фильтров, реализованных на основе двухслойной структуры V-300Å/Al-2500Å

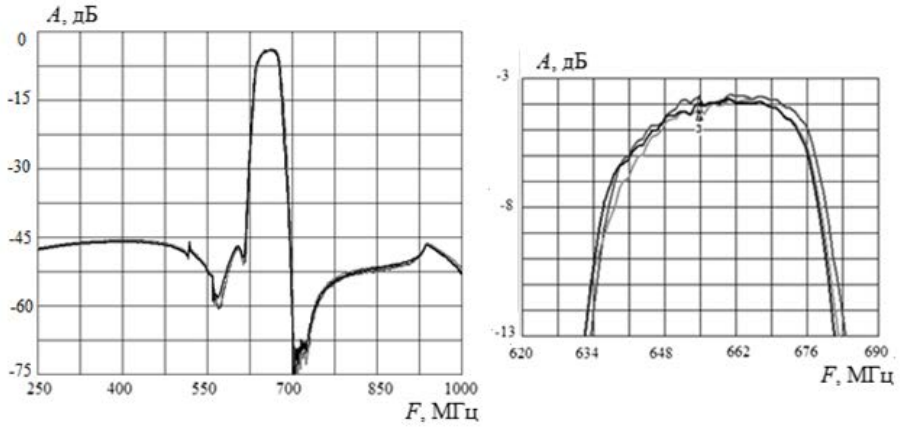



Рис. 5. Экспериментальные АЧХ импедансных ПАВ-фильтров, реализованных на основе двухслойной структуры Ti-600Å/Al-2200Å

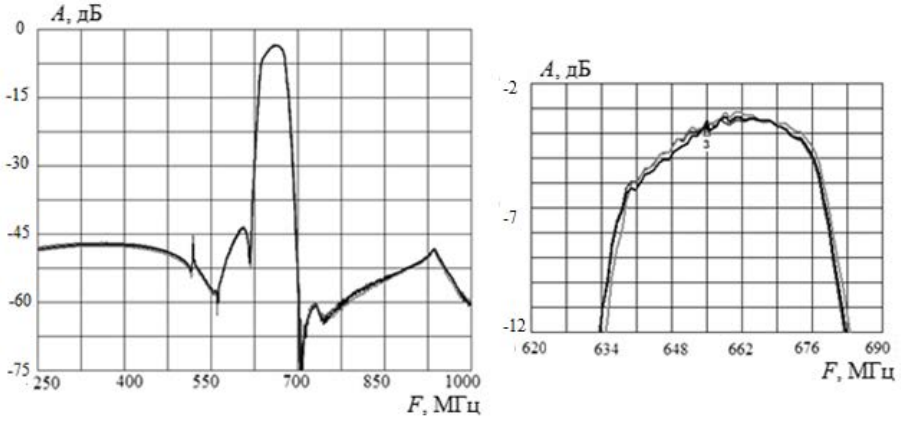



Рис. 6. Экспериментальные АЧХ импедансных ПАВ-фильтров, реализованных на основе четырехслойной структуры Ti-300Å/Al-1100Å/Ti-300Å/Al-1100Å

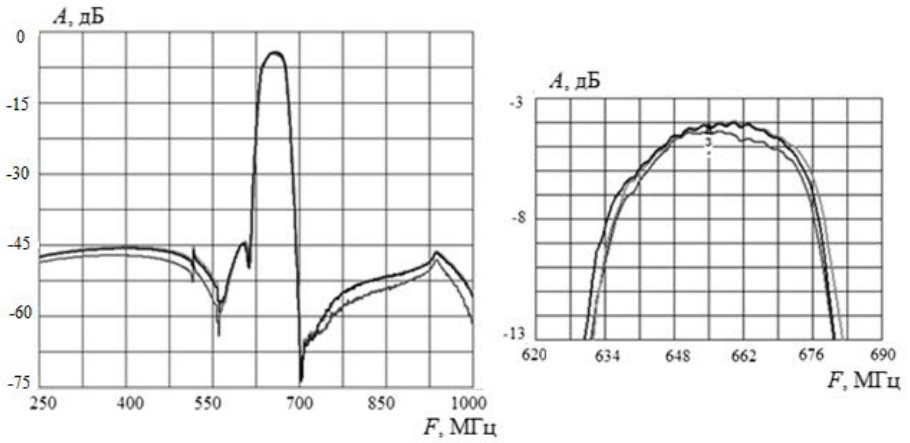



Рис. 7. Экспериментальные АЧХ импедансных ПАВ-фильтров,
реализованных на основе шестислойной структуры Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-1100Å

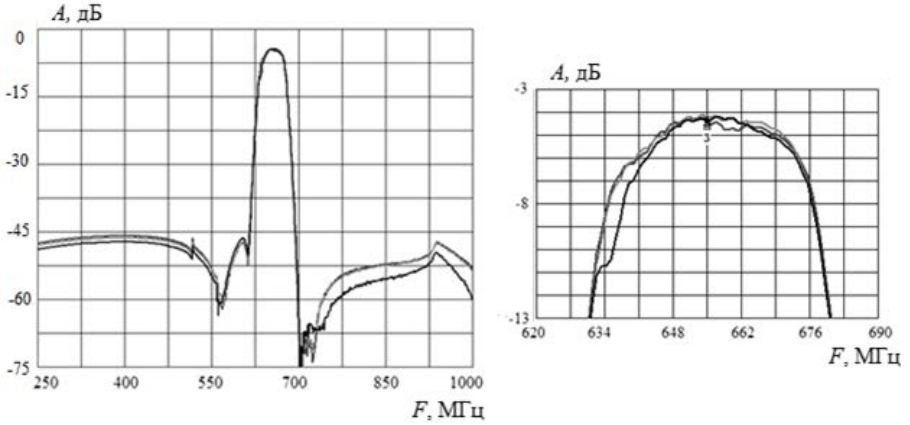



Рис. 8. Экспериментальные АЧХ импедансных ПАВ-фильтров,
реализованных на основе шестислойной структуры Ti-300Å/Al-600Å/Ti-100Å/Al-600Å/Ti-100Å/Al-1200Å

Из приведенных графиков видно, что все варианты конструктивного исполнения ПАВ-фильтра на номинальную частоту 655 МГц имеют идентичные характеристики и лишь незначительно различаются по уровню вносимого затухания в полосе пропускания (в пределах 0,5 дБ, рис. 9).

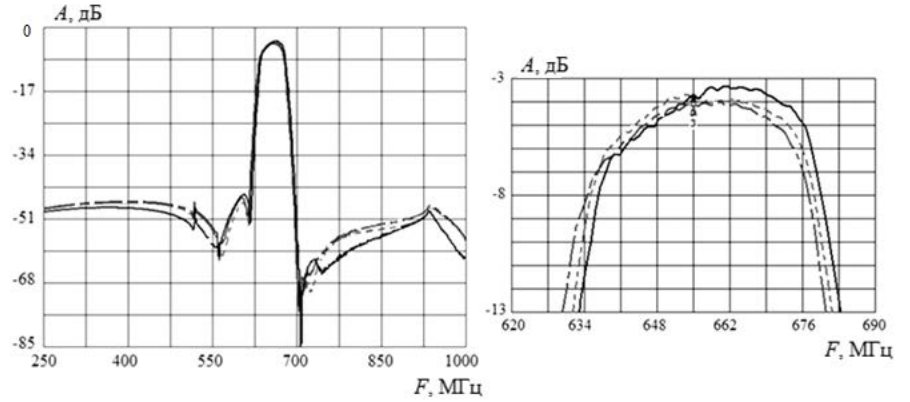
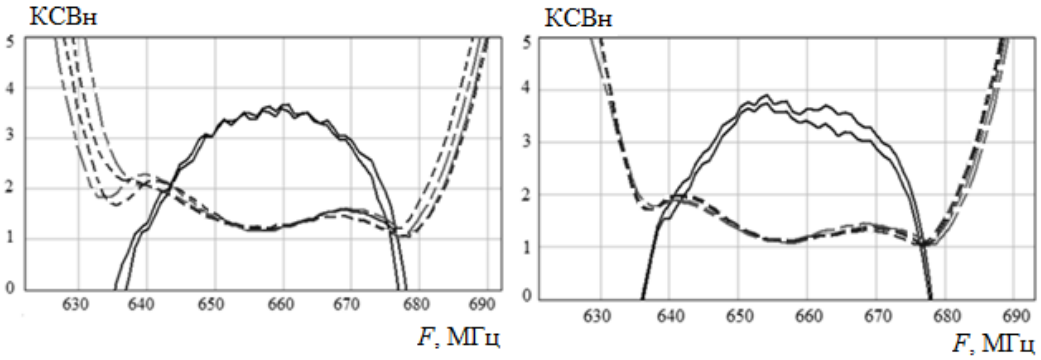



Рис. 9. Сравнение АЧХ трех вариантов конструктивного исполнения импедансного ПАВ-фильтра
на номинальную частоту 655 МГц (положение маркера 3):
пунктирная линия – два слоя V-300Å/Al-2500Å,
сплошная линия – четыре слоя Ti-300Å/Al-1100Å/Ti-300Å/Al-1100Å,
штрихпунктирная линия – шесть слоев Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-1100Å

Данный эффект связан с изменением проводимости электродов ВШП при многослойном напылении, что обусловлено различным удельным электрическим сопротивлением используемых металлов (Ti – $55{,}6\cdot10^{-8}$ Ом·м, V – $24{,}8\cdot10^{-8}$ Ом·м, Al – $2{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м), и как следствие, с изменением акустического адмитанса ПАВ-фильтра в целом. Это приводит к изменению условий его согласования с радиочастотным трактом (см. характеристики коэффициента стоячей волны по напряжению (КСВн) на рис. 10 – выборка 2 шт.). При необходимости этот эффект может быть скомпенсирован соответствующим изменением длины электродов ВШП. Сводные параметры многослойных ПАВ-фильтров приведены в табл. 3.




а) б)

Рис. 10. АЧХ и КСВн ПАВ-фильтров
на основе шестислойной структуры Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-1100Å (а)
и двухслойной структуры V-300Å/Al-2500Å (б): сплошная линия – АЧХ в полосе пропускания,
пунктирная линия – КСВн по входу фильтра, штрихпунктирная линия – КСВн по выходу фильтра

Таблица 3

Сводные параметры многослойных импедансных ПАВ-фильтров

| Тип многослойной структуры | Вносимое затухание, А, дБ | Ширина полосы пропускания по уровню минус 3 дБ, МГц |
|---|---|---|
| 1. Ti-300Å/Al-2700Å (Ti – 10%) | 4,15 | 36,0 |
| 2. V-300Å/Al-2500Å (V – 11%) | 3,95 | 38,5 |
| 3. Ti-600Å/Al-2200Å (Ti – 21%) | 3,95 | 38,5 |
| 4. Ti-300Å/Al-1100Å/Ti-300Å/Al-1100Å (Ti – 21%) | 3,56 | 38,5 |
| 5. Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-1100Å (Ti – 10%) | 4,17 | 38,5 |
| 6. Ti-300Å/Al-600Å/Ti-100Å/Al-600Å/Ti-100Å/Al-1200Å (Ti – 17%) | 4,27 | 38,5 |

Из анализа данных табл. 3 следует, что при одинаковой относительной толщине пленок Ti и V (поз. 1 и 2) лучшую совокупность параметров обеспечивает подслой V, поскольку он обладает меньшим удельным электрическим сопротивлением (в 2 раза). Увеличение толщины пленки Ti в два раза скомпенсировало разницу в удельном сопротивлении пленок, что позволило обеспечить полную идентичность характеристик ПАВ-фильтров (поз. 2 и 3). Фильтры на основе шестислойных структур имеют максимальное вносимое затухание, что обусловлено увеличением резистивных потерь, поскольку для сохранения идентичной массовой нагрузки была существенно уменьшена толщина промежуточных слоев Al (в 3–4 раза, за исключением верхнего слоя Al, толщина которого не может быть меньше 1000Å для обеспечения надежности сварного соединения методом термокомпрессионной сварки). Оптимальные параметры были реализованы при использовании четырехслойной структуры Ti-300Å/Al-1100Å/Ti-300Å/Al-1100Å (поз. 4).

Испытания на стойкость различных вариантов конструктивного исполнения фильтра к воздействию РЧ сигналов большой мощности были проведены на специализированном стенде [23], обеспечивающем максимальную мощность выходного сигнала 20 Вт в диапазоне частот от 20 до 4000 МГц. В качестве частотозадающего устройства использовался генератор СВЧ сигнала GS-8. Для контроля уровня выходной мощности СВЧ сигнала, подаваемой на вход фильтра, использовались стандартные методы и прибор для измерения уровня сигнала – ваттметр поглощаемой мощности М3-56. Испытания проводились в наиболее жестком режиме эксплуатации – при температуре +85°С. Уровень мощности увеличивался ступенчато:

– для фильтров на основе структуры Ti-300Å/Al-2700Å – через 0,2 Вт до уровня 3Вт, далее через 0,5 Вт до уровня 7 Вт и через 1 Вт до уровня 12 Вт. Время выдержки на каждой контрольной точке – 30 мин., при уровне мощности 4,2 Вт – 2 часа, при 12 Вт – 6 часов;

– для фильтров на основе структуры V-300Å/Al-2500Å – через 0,5 Вт до уровня 4,2 Вт. Время выдержки на каждой контрольной точке – 2 часа;

– для фильтров на основе структур 600Å/Al-2200Å и Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-1100Å – через 1,0 Вт до уровня 4,2 Вт. Время выдержки на каждой контрольной точке – 2 часа.

Все варианты конструктивного исполнения фильтра выдержали испытания на воздействие РЧ сигнала большой мощности. Результаты испытаний приведены на рис. 11.

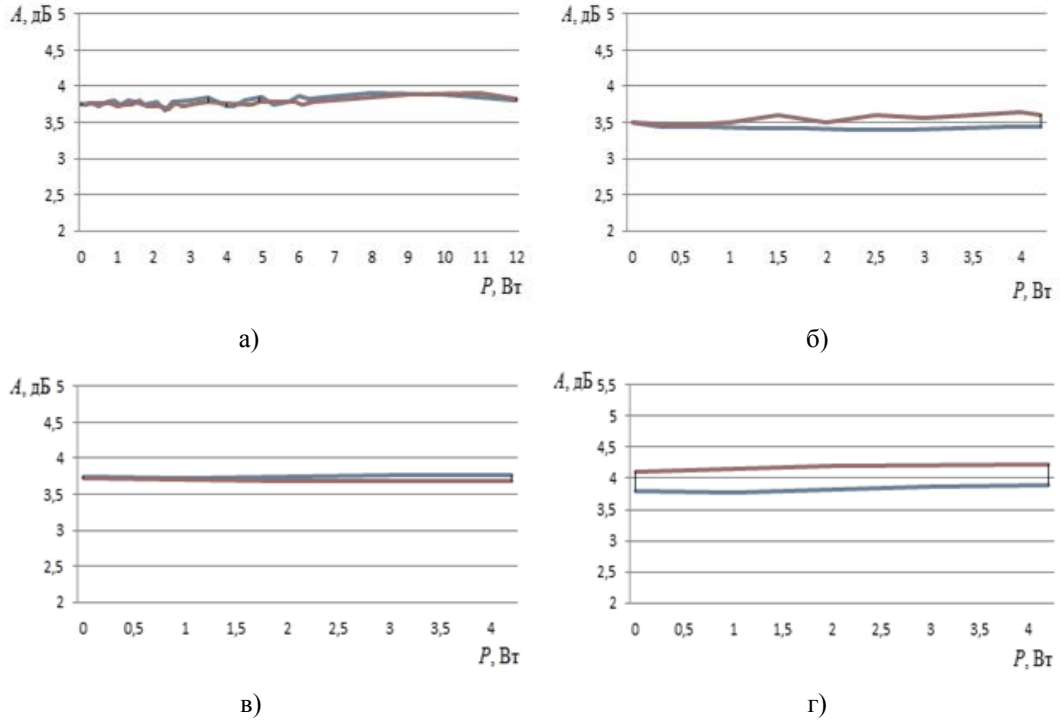



Рис. 11. Результаты испытаний ПАВ-фильтров на воздействия РЧ-сигналов большой мощности, реализованных на основе: а) двухслойной структуры Ti-300Å/Al-2700Å; б) двухслойной структуры V-300Å/Al-2500Å; в) двухслойной структуры Ti-600Å/Al-2200Å; г) шестислойной структуры Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-800Å/Ti-100Å/Al-1100Å

***Выводы***

1. При условии идентичной массовой нагрузки на поверхность пьезоэлектрика влияние различных по составу и количеству слоев многослойных структур на характеристики ВШП и ПАВ-фильтра в целом незначительно.

2. Использование в качестве подслоя ванадия (V), обладающего меньшим по сравнению с титаном (Ti) удельным электрическим сопротивлением ($24{,}8\cdot10^{-8}$ и $55{,}6\cdot10^{-8}$ Ом·м соответственно), обеспечивает выигрыш в уровне вносимого затухания и избирательности фильтра. При увеличении количества слоев происходит незначительное ухудшение уровня вносимого затухания (на 0,5 дБ).

3. Использование модификации оптимизационной программы синтеза LADDER_VC_mod обеспечило полную сходимость результатов в

пределах одной итерации, что подтверждает правильность примененных методологических подходов к проектированию многослойных импедансных ПАВ-фильтров.

4. Результаты исследований стойкости разработанных ПАВ-фильтров к воздействию РЧ сигналов большой мощности показали, что в первую очередь использование оригинальных конструктивных приемов, основанных на применении секционированных ВШП или их параллельном/последовательном включении, позволяет реализовать ПАВ-устройства, обеспечивающие обработку РЧ сигналов большой мощности. Влияние геометрии и состава многослойных электродных структур на эксплуатационные параметры устройства не так очевидно и может быть установлено после завершения длительных испытаний на воздействие сигналов большой мощности.

***Литература***


1. *Гуляев Ю.В., Багдасарян А.С., Синицына Т.В., Машинин О.В., Прапорщиков В.В., Орлов М.М., Егоров Р.В.* ПАВ-фильтры во входный каскадах приемопередающих устройств // Наука и технологии в промышленности. 2006. № 4. С. 82–88.

2. *Багдасарян А., Синицына Т., Машинин О., Иванов П., Егоров Р.* Устройства частотной селекции в современных системах связи, радиолокации и телекоммуникации // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. 2013. № 8 (131). С. 128–136.

3. *Багдасарян А., Багдасарян С., Карапетьян Г., Машинин О., Синицына Т.* Импедансные фильтры на ПАВ для телекоммуникационных систем. Российский приоритет // Электроника: Наука, Технология, Бизнес». 2014. № 7 (139). С. 48–65.

4. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Кондратьев С.Н., Машинин О.В.* Фильтры на поверхностных акустических волнах с высокой входной мощностью для радиотехнических систем связи: конструктивно-технологические особенности // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 3. С. 40–45.

5. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Кондратьев С.Н., Машинин О.В., Егоров Р.В.* Фильтры с высокой входной мощностью для радиотехнических систем: фильтр на ПАВ на номинальную частоту 216 МГц // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 3. С. 28–39.

6. *Никитов С.А., Багдасарян А.С., Кондратьев С.Н., Синицына Т.В., Машинин О.В., Груздев А.С.* Фильтры на поверхностных акустических волнах с высокой входной мощностью для систем связи, радиолокационной и телекоммуникационной аппаратуры на номинальную частоту 2170 МГц // Радиотехника и электроника. 2016. № 4. С. 389–394.

7. *Багдасарян А.С., Синицына Т.В., Машинин О.В., Егоров Р.В.* СВЧ фильтры на ПАВ с высокой входной мощностью для систем и аппаратуры передачи и обработки информации // Труды НИИР. 2016. № 1. С. 26–31.

8. *Багдасарян А.С., Синицына Т.В.* Фильтры на ПАВ, выдерживающие входную мощность радиосигнала 1–2 Вт, для телекоммуникационной аппаратуры // Техника радиосвязи. 2016. №3 (30). С. 80–89.

9. *Синицына Т.В., Гарифулина А.Т.* Конструктивно-технологические особенности реализации фильтров на ПАВ с высокой входной мощностью // Информатика и технологии. Инновационные технологии в промышленности и информатике: Сборник научных трудов международной научно-технической конференции. Московский технологический университет, Физико-технологический институт. 2016. С. 191–194.

10. *Nakagawara O., Saeki M., Teramoto A., Hasegawa M., Ieki H.* High Power Durable SAW Filter with Epitaxial Aluminium Electrodes on 38.5 Rotated Y-X LiTaO3 by Two-Step Process Sequence in Titanium Intermediate Layer // Proc. IEEE Ultrason. Symp. 2003. Pp. 1734–1737.

11. *Pekarˇc´ıkov´a M., Hofmann M., Menzel S., Schmidt H., Gemming T., Wetzig K.* Investigation of High Power Effects on Ti/Al and Ta-Si-N/Cu/Ta-Si-N Electrodes for SAW Devices // Proc. IEEE Ultrason. Symp. 2005. Pp. 911–914.

12. *Багдасарян А.С., Синицына Т.В., Груздев А.С., Гарифулина А.Т.* Базовые конструкции фильтров на ПАВ с высокой входной мощностью для радиотехнических систем связи // Высокие технологии в промышленности России. Тонкие пленки в электронике. Наноинженерия: Сборник научных трудов XXI Международной научно-технической конференции, XXVIII Международного симпозиума и VIII Международной научно-технической конференции. 2016. С. 35–41.

13. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Бутенко В.В., Данилов А.Л., Иванов П.Г.* Синтез фильтров на ПАВ для систем связи, радиолокационной и телекоммуникационной аппаратуры // Электросвязь. 2016. № 11. С. 81–86.

14. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С.* Синтез фильтров на поверхностных акустических волнах: система автоматизированного проектирования (САПР) // Теория и техника радиосвязи. 2017. № 4. С. 84–92.

15. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Гарифулина А.Т., Груздев А.С., Прапорщиков В.В.* Система автоматизированного проектирования фильтров на поверхностных акустических волнах с высокой входной мощностью // Наукоемкие технологии. 2018. № 3.

16. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Гарифулина А.Т., Груздев А.С., Дорофеева С.С.* Конструктивно-технологические особенности устройств на ПАВ для обработки радиочастотных сигналов высокой мощности: исследования способов минимизации потерь в резонаторах для условий многослойного напыления // Наукоемкие технологии. 2018. № 2. С. 112–116.

17. *Синицына Т.В., Бутенко В.В., Багдасарян А.С., Гарифулина А.Т., Груздев А.С., Дорофеева С.С.* Минимизация искажений характеристик ПАВ-устройств, обусловленных наличием паразитных мод высших порядков // Электросвязь. 2018. № 2.

18. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Николаев В.И.* Особенности проектирования устройств на поверхностных акустических волнах волноводного типа // Теория и техника радиосвязи. 2016. № 2. С. 92–104.

19. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Николаев В.И., Гарифулина А.Т., Груздев А.С., Дорофеева С.С.* Минимизация искажений характеристик ПАВ-устройств, обусловленных наличием паразитных элементов конструкции // Теория и техника радиосвязи. 2018. № 1. С. 112–116.

20. *Багдасарян А.С., Синицына Т.В.* Анализ ВШП методом связанных мод // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. 2003. № 1–2. С. 11–15.

21. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Бутенко В.В., Данилов А.Л., Иванов П.Г.* Фильтры на ПАВ с высокой входной мощностью: базовые модели для анализа электродных структур // Электросвязь. 2015. № 10. С. 65–70.

22. *Синицына Т.В., Багдасарян А.С., Прапорщиков В.В.* Методы моделирования устройств на поверхностных акустических волнах // Международная научно-техническая конференция «Информатика и технологии. Инновационные технологии в промышленности и информатике» («МНТК ФТИ-2017») / Сборник научных трудов. Под редакцией Булатова М.Ф. 2017. С. 259–261.

23. *Синицына Т.В., Машинин О.В., Багдасарян А.С., Львов В.Ф., Гарифулина А.Т.* Испытания ПАВ-фильтров на воздействие сигнала с высокой входной мощностью // Труды НИИР. 2015. № 4. С. 9–13.

24. *Синицына Т.В., Гарифулина А.Т., Груздев А.С., Багдасарян А.С.* Исследование эксплуатационных характеристик ПАВ фильтров в условиях повышенной мощности входного сигнала // В сборнике: Международная научно-техническая конференция «Информатика и технологии. Инновационные технологии в промышленности и информатике» («МНТК ФТИ-2017») / Сборник научных трудов. Под редакцией Булатова М.Ф.. 2017. С. 253–256.

Статья поступила в редакцию 16 марта 2018 года

УДК 004.932.72'1

# РАСЧЕТ И ПОСТРОЕНИЕ МАССИВА ЭЛЕМЕНТОВ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ СЖАТИЯ ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

© Авторы, 2018

**А.В. Пономарев**, к.т.н., доцент, e-mail: cycloid@mail.ru
**Д.С. Юдаков**, к.т.н., доцент, e-mail: yds12345@rambler.ru
**Е.А. Богословский**, к.т.н., доцент, профессор
ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

*Показано, что энергетический спектр финитного по пространству сигнала содержит информацию о положении объекта на изображении. Предложена модель энергетических характеристик, выявляющих характерные особенности, позволяющие использовать их в системах технического зрения при решении задач сжатия объемов информации при передаче по каналам связи. Описан подход, позволяющий по полученным выражениям и измеряемым зависимостям определить характеристики объекта на изображении, такие как его размер, контраст относительно фона, местоположение объекта на поле изображения.*

***Ключевые слова:*** *изображение, энергетические характеристики изображения, пространственная ограниченность сигнала, функция автокорреляции.*

# CALCULATION AND PLOTTING AN ARRAY OF ELEMENTS OF ENERGY CHARACTERISTIC FOR DETERMINING MOTION PARAMETERS WHEN SOLVING PROBLEMS OF COMPRESSING VIDEO SEQUENCES

© Authors, 2018

**A.V. Ponomarev**, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, e-mail: cycloid@mail.ru
**D.S. Yudakov**, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, e-mail: yds12345@rambler.ru
**E.A. Bogoslovskij**, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Professor
Air Force Military Educational and Scientific Center «Air Force Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A.Gagarin» (Voronezh)

*It is shown in this work that the energy spectrum of finite signal in terms of space contains information on the position of an object in the image. A model of energy characteristics demonstrating specific features, which help use them in technical vision systems when solving problems of compressing information volumes in the course of transferring it via communication channels has been suggested. An approach has been described, which allows defining the object characteristics in an image, such as size, contrast with respect to a background, object location in the image field with regard to obtained expressions and measured dependences.*

***Key words:*** *image, image energy characteristics, signal limitation in space, autocorrelation function.*

Системы технического зрения являются основой современных комплексов безопасности, управления, навигации, разведки и представляют собой программно-аппаратные устройства, формирующие видеоряд – временную последовательность 2D-изображений (кадров). Повышение объемов информации, формируемое всеми видами датчиков, приводит к необходимости согласования потока информации с характеристиками канала связи.

Большинство современных кодеков видеоинформации в своей основе содержат алгоритмы компенсации движения, поэтому задача качественного определения параметров движения объекта на изображении является актуальной при модернизации алгоритмов сжатия видеоинформации при передаче по каналам связи.

Для получения устойчивого результата при анализе движения и (или) выделения объектов интереса необходима пространственно-временная обработка в реальном масштабе времени, т.к. применения двумерной пространственной фильтрации одного кадра для этих целей недостаточно [1–2]. Кроме этого, применение комплексов, работающих с использованием систем технического зрения, часто происходит в ограниченной видимости и при наличии различных помех, а для мобильных систем решение задачи

 ISSN 1995-7009

детектирования движущихся объектов существенно осложняется за счет появления дополнительных искажений [3].

В работах [4–7] описаны алгоритмы, позволяющие повысить качество обнаружения движения объектов, которые созданы для обработки именно видеопоследовательностей, что попрежнему оставляет актуальной проблему применения единых подходов и методов обработки изображений и видеопоследовательностей. Исследования, приведенные в работах [8–11], открывают возможность создания единых методов, основанных на получении энергетических характеристик изображений и видеопоследовательностей.

Цель статьи – показать возможности энергетической характеристики изображения, учитывая, что изображение по своей физической природе ограничены по пространственным координатам для определения положения объекта на изображении, его относительного контраста, а также выделения параметров движения путем анализа межкадрового изменения.

Примем следующие исходные условия.

Теоретический подход состоит в том, что изображение имеет естественную систему координат, где центр изображения совпадает с системой отсчета. Тогда, пусть изображение имеет количество строк, нумеруемых от $-N$ до $N$ и количество столбцов от $-M$ до $M$, в соответствии с чем размерность изображения определяется как $(2M+1)\times(2N+1)$. Введем в рассмотрение $k_1$ – переменную, характеризующую координату по оси абсцисс (столбец), и $k_2$ – переменную, характеризующую координату по оси ординат (строка).

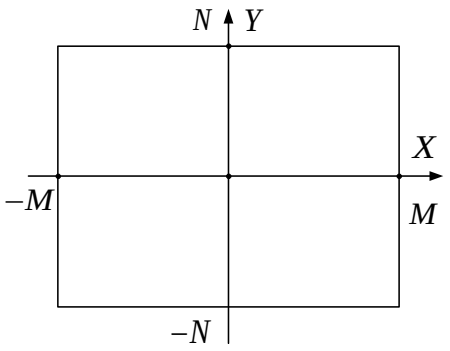



Рис. 1. Модель изображения

Модель энергетической характеристики можно описать следующим образом.

Коэффициенты $S(k_1,k_2)$ образуют энергетическую характеристику изображения и могут быть рассчитаны по выражениям:

$$S(k_1,k_2)=\sum_{i=-M}^{M-k_1}\sum_{j=-N}^{N-k_2} f_{i,j}\cdot f_{i+k_1,j+k_2} \qquad \text{при } k_1,k_2\ge 0 \tag{1}$$

$$S(k_1,k_2)=\sum_{i=-M}^{M-k_1}\sum_{j=-N-k_2}^{N} f_{i,j}\cdot f_{i+k_1,j+k_2} \qquad \text{при } k_1\ge 0, k_2<0, \tag{2}$$

где $f_{i,j}$ – отсчеты видеосигнала изображения, при этом для $k_1<0$ элементы можно получить, зная, что энергетический спектр обладает центральной симметрией

$$S(k_1,k_2)=S(-k_1,-k_2). \tag{3}$$

Пределы суммирования определены таким образом, чтобы учесть финитность поля зрения.

При реализации данной модели на ЭВМ необходимо произвести трансформацию пределов суммирования, а также индексов изображения. Так, в модели изображения (рис. 1) координата оси X возрастает слева направо, Y – снизу вверх, а на ЭВМ матрица изображения имеет индексацию с левого верхнего угла с номерами (1,1), тем самым выражения (1), (2) будут интерпретированы следующим образом:

$$S(k_1,k_2)=\sum_{i=-M}^{M-k_1}\sum_{j=-N+k_2}^{N} f_{j+N+1,i+M+1}\cdot f_{j+N+1-k_2,i+M+1+k_1} \text{ при } k_1,k_2\ge 0; \tag{4}$$

$$S(k_1,k_2)=\sum_{i=-M+k_1}^{M}\sum_{j=-N-k_2}^{N} f_{j+N+1,i+M+1}\cdot f_{j+N+1+k_2,i+M+1-k_1} \text{ при } k_1\ge 0, k_2<0. \tag{5}$$

Для построения массива примем, что нулевой элемент $S(0,0)=S_{0,0}$ расположен в центре матрицы (рис. 2). Реализация рассматриваемого массива на ЭВМ обусловливает введение системы координат с положительными индексами. Тогда массив элементов энергетической характеристики будет нумероваться с верхнего левого угла с индексами (1,1) и иметь размерность $(4M+1)\times(4N+1)$.

Для получения элементов энергетической характеристики коэффициенты, рассчитанные по выражениям (4), (5), сводятся в правую часть массива, а реализуя симметрию (3), получим левую часть массива.

Для исследования изображений целесообразно введение поправочного коэффициента, который обеспечит равномерный отклик характеристики в случае, когда изображение представлено равномерным фоном, т.е. объект на изображении отсутствует.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $S_{-M+1,N-1}$ | ... | $S_{-2,N-1}$ | $S_{-1,N-1}$ | $S_{0,N-1}$ | $S_{1,N-1}$ | $S_{2,N-1}$ | ... | $S_{M-1,N-1}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $S_{-M+1,2}$ | ... | $S_{-2,2}$ | $S_{-1,2}$ | $S_{0,2}$ | $S_{1,2}$ | $S_{2,2}$ | ... | $S_{M-1,2}$ |
| $S_{-M+1,1}$ | ... | $S_{-2,1}$ | $S_{-1,1}$ | $S_{0,1}$ | $S_{1,1}$ | $S_{2,1}$ | ... | $S_{M-1,1}$ |
| $S_{-M+1,0}$ | ... | $S_{-2,0}$ | $S_{-1,0}$ | $S_{0,0}$ | $S_{1,0}$ | $S_{2,0}$ | ... | $S_{M-1,0}$ |
| $S_{-M+1,-1}$ | ... | $S_{-2,-1}$ | $S_{-1,-1}$ | $S_{0,-1}$ | $S_{1,-1}$ | $S_{2,-1}$ | ... | $S_{M-1,-1}$ |
| $S_{-M+1,-2}$ | ... | $S_{-2,-2}$ | $S_{-1,-2}$ | $S_{0,-2}$ | $S_{1,-2}$ | $S_{2,-2}$ | ... | $S_{M-1,-2}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $S_{-M+1,-N+1}$ | ... | $S_{-2,-N+1}$ | $S_{-1,-N+1}$ | $S_{0,-N+1}$ | $S_{1,-N+1}$ | $S_{2,-N+1}$ | ... | $S_{M-1,-N+1}$ |

Рис. 2. Массив элементов энергетической характеристики

Если каждый элемент модели поделить на число, равное количеству слагаемых его формирующих, то это приведет к тому, что отклик характеристики при отсутствии объекта будет равен квадрату яркости фона. В общем виде поправочный коэффициент для представленной модели можно представить как

$$(M-|i|)\cdot(N-|j|). \qquad (6)$$

Если необходима нормировка энергетической характеристики (максимальное значение характеристики при отсутствии объекта на равномерном фоне равно 1), то необходимо поправочный коэффициент (6) дополнить множителем, равным квадрату яркости фона.

Поскольку реальный массив не имеет отрицательных индексов, то для реализации правила (6) на ЭВМ необходимо рассмотреть четыре характерных случая с соответствующими поправочными коэффициентами (табл. 1).

Таблица 1

Коэффициенты нормировки

| № | Область массива | Поправочный коэффициент |
|---|---|---|
| 1. | $(i\le 2M+1)\ \cup\ (j\le 2N+1)$ | $(i)\ \cdot\ (j)$ |
| 2. | $(i>2M+1)\ \cup\ (j\le 2N+1)$ | $(4M+2-i)\cdot(j)$ |
| 3. | $(i\le 2M+1)\ \cup\ (j>2N+1)$ | $(i)*(4N+2-j)$ |
| 4. | $(i>2M+1)\ \cup\ (j>2N+1)$ | $(4M+2-i)\cdot(4N+2-j)$ |

Моделирование простейшего случая проводилось для следующих исходных данных. Пусть мы имеем изображение размерностью 10 на 15 пикселей в виде равномерного фона с яркостью 5, что будет соответствовать матрице, изображенной на рис. 3.

A

10x15 double

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 3 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 8 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 9 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 10 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

Рис. 3. Массив изображения (равномерный фон)

Рассчитав по выражениям (4), (5) массив элементов энергетической характеристики, получим следующее графическое представление (рис. 4). Использовав поправку в соответствии с табл. 1, получим «нормированную» двумерную энергетическую характеристику (рис. 5).

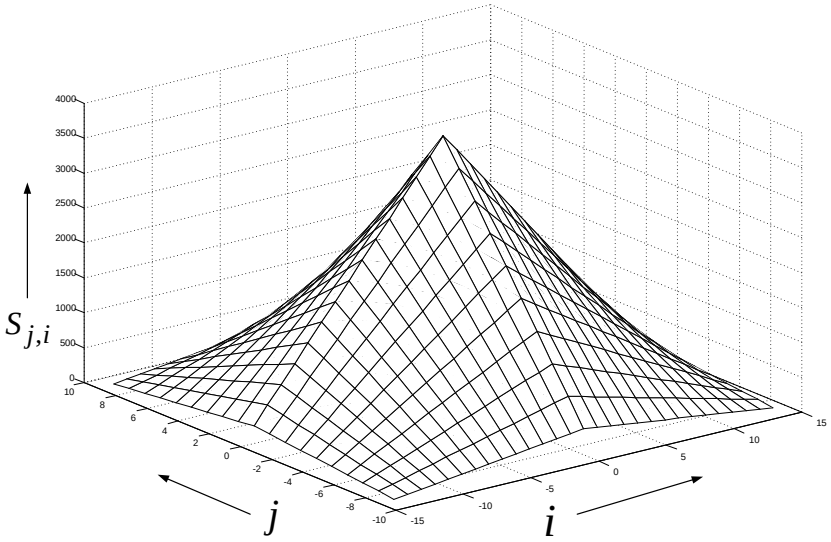



Рис. 4. Двумерная энергетическая характеристика

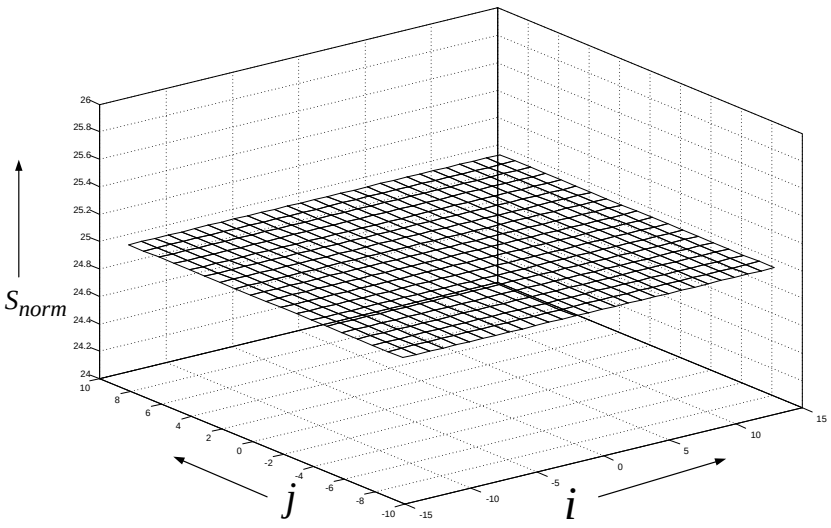



Рис. 5. Нормированная двумерная энергетическая характеристика

Далее для анализа изображения будем использовать только «нормированную» двумерную энергетическую характеристику. Рассмотрим реакцию «нормированной» характеристики для изображений, соответствующих рис. 3, в котором изменена яркость пикселя с координатами (1,1) (рис. 6) и яркость пикселя с координатами (5,7) (рис. 7) со значения, равного 5, на значение, равное 6.

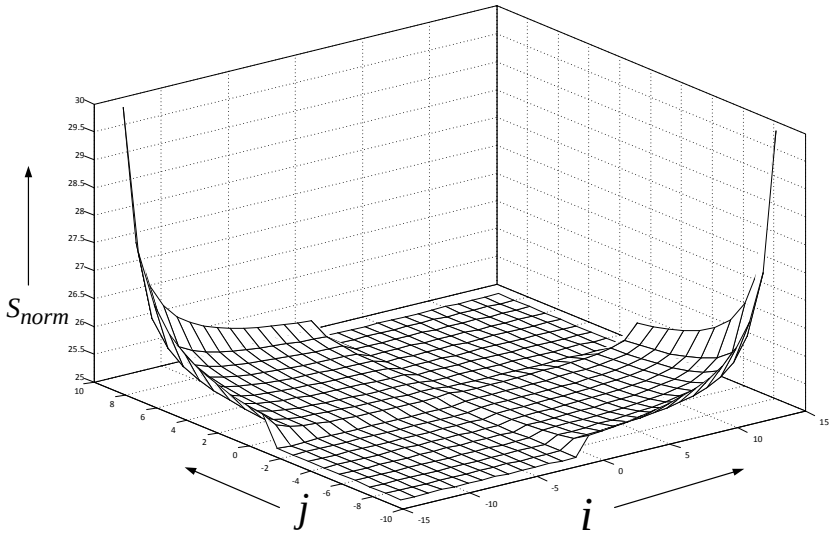



Рис. 6. Нормированная двумерная энергетическая характеристика для случая, когда изменена яркость пикселя (1,1)

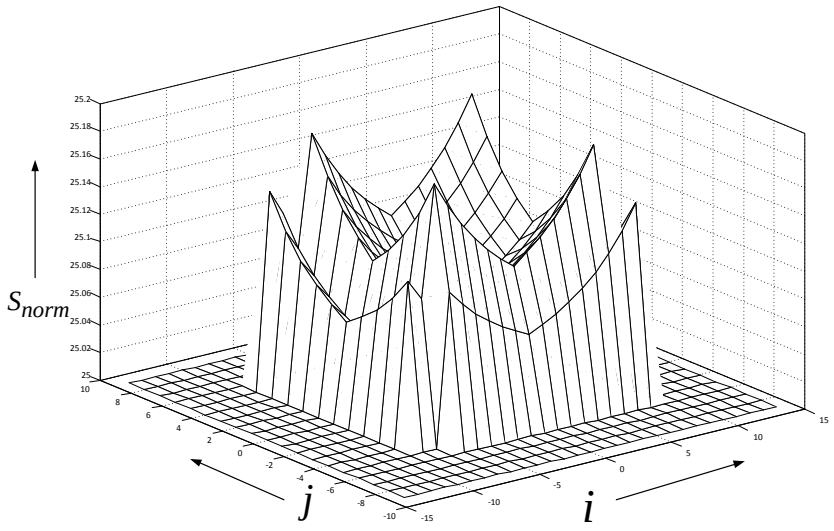



Рис. 7. «Нормированная» двумерная энергетическая характеристика для случая, когда изменена яркость пикселя (5,7)

Анализ результатов показал, что, используя «нормированную» энергетическую характеристику, можно получить информацию о положении объектов на изображении относительно его границ, а также определить относительный контраст. Путем анализа межкадрового изменения энергетических характеристик доступна информация о характеристиках движения объектов, таких как величина и направление перемещения. Предложенный подход, основанный на учете финитности поля зрения, позволяет унифицировать методы обработки изображений и видеоинформации.

***Литература***

1. *Лукьяница А.А., Шишкин А.Г.* Цифровая обработка видеоизображений. М.: Ай-Эс-Эс Пресс, 2009. 511 с.

2. *Кузнецов П.К.* Математическая модель формирования видеоданных, получаемых с использованием сканирующей съемки / П.К. Корнейчук, Б.В. Мартемьянов // Известия Самарского науч. центра РАН. 2014. Т. 16, №6. С. 292–299.

3. *Богословский А.В., Жигулина И.В., Васильев В.В., Пономарев А.В.* Линейный смаз // Радиотехника. 2015. № 12. С. 147–153.

4. Бионические информационные системы и их практические применения / Под ред. Л.А. Зинченко, В.М. Курейчика, В.Г. Редько. М.: Физматлит, 2011. 288 с.

5. *Дворкович В.П., Дворкович А.В.* Цифровые видеоинформационные системы (теория и практика). М.: Техносфера, 2012. 1008 с.

6. *Кравченко В.Ф.* Адаптивная цифровая обработка многомерных сигналов. М.: Физматлит, 2009. 360 с.

7. *Фаворская М.Н.* Методы распознавания изображений и видеопоследовательностей. Красноярск: Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т, 2010. 176 с.

8. *Богословский А.В., Жигулина И.В., Копылов О.Е., Яковлев В.А.* Биологически подобные алгоритмы для определения движения в системах технического зрения // Радиотехника. 2011. №5. С. 41–45.

9. Bogoslovsky A., Zhigulina I. A way of energy analysis for image and video sequence processing / M.N. Favorskaya, L.C. Jain (eds.) // Computer vision in control systems-1. ISRL. Springer, Switzerland. 2015. Vol. 73. Pp. 183–210.

10. *Bogoslovsky A., Zhigulina I., Maslov I., Mordovina T.* Frequency Characteristics for Video Sequences Processing // Smart Innovation, Systems and Technologies. Springer, Switzerland. 2015. Vol. 40. Intelligent Interactive Multimedia Systems and Services. Pp. 149–160.

11. *Богословский А.В., Сухарев В.А., Жигулина И.В., Пономарев А.В.* Корреляционный анализ финитных по пространству одномерных сигналов // Радиотехника. 2017. № 12. С. 123–127.

Статья поступила в редакцию 12 марта 2018 года

УДК 656.7:338; 656.7:658

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕГРАДАЦИИ ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ПАРАМЕТРА РАДИОЭЛЕКТРОННОГО ОБОРУДОВАНИЯ

© Автор, 2018

**В.А. Цуприян**, адъюнкт, ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), e-mail: thuper14041987@mail.ru

*Рассмотрены основные вопросы, связанные с моделированием диагностического параметра радиоэлектронных устройств с целью прогнозирования их технического состояния. Разработаны математическая и имитационная модели процесса деградации диагностического параметра.*

***Ключевые слова:*** *радиоэлектронное устройство, аналитическое прогнозирование, диагностический параметр, интерполирующая функция, математическая модель, имитационная модель.*

# SIMULATION OF DEGRADATION OF DIAGNOSTIC PARAMETER OF RADIOELECTRONIC EQUIPMENT

© Author, 2018

**V.A. Tsupriyan**, Junior Scientific Assistant, Air Force Military Educational and Scientific Center «Air Force Academy named after Professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin» (Voronezh), e-mail: thuper14041987@mail.ru

*The work gives consideration to the basic issues related to simulating diagnostic parameter of radio-electronic devices with the aim of forecasting technical condition thereof. The mathematical and simulation models of process of degradation of diagnostic parameter have been developed.*

***Key words:*** *radio-electronic device, analytical forecasting, diagnostic parameter, interpolation function, mathematical model, simulation model.*

При техническом обслуживании радиоэлектронного оборудования наиболее целесообразно использовать прогнозирующий контроль постепенных отказов. В этом случае диагностируемый параметр возрастает или монотонно убывает во времени. Способы количественного описания процессов накопления неисправностей радиоэлектронных устройств во времени базируются на знании закономерности изменения их параметров во время эксплуатации. Поскольку процесс изменения параметров является случайным, задача описания накопления неисправностей сводится к определению времени $t_1$, $t_2$, ... , $t_n$ пересечения реализаций случайной функции $\xi(t)$, описывающей изменение параметра, с уровнем допуска на этот параметр $\xi_{ДОП}(t)$. При техническом обслуживании авиационного радиоэлектронного оборудования (АРЭО) наиболее целесообразно использовать прогнозирующий контроль постепенных отказов, накопление которых обусловлено относительно медленными изменениями диагностических параметров.

*Целью статьи* является разработка математической и имитационной модели деградации диагностического параметра радиоэлектронных устройств.

## *Постановка задачи*

При решении данной задачи необходимо учитывать, что параметр $\xi(t)$ в каждый момент времени имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $\bar{\xi}(t)$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma_\xi(t)$, а вероятность того, что элемент исправен, равна вероятности того, что значение параметра $\xi(t_i)$ в данный момент времени $t_i$ превышает уровень допуска

$$P(t_i) = P\left[\xi(t_i) > \xi_{ДОП}\right] = \int_{\xi_{доп}}^{\infty} f(\xi,t)d\xi, \quad (1)$$

где $f(\xi,t)$ – плотность распределения параметра $\xi$ в момент времени $t$ [1].

Подобная постановка задачи справедлива в предположении, что процесс инерционен во времени и все изменения, происходящие в прошлом, постепенно накапливаются, т.е. существует явная необратимость диагностируемого процесса. В этом варианте рассматриваемая задача может быть решена методами аналитического прогнозирования.

 ISSN 1995-7009

Методы аналитического прогнозирования используют, прежде всего, приемы численного анализа и особенно такие его разделы, как ряды и теорию приближения функций. В теорию приближения функций в качестве подраздела входит теория интерполяции [1], многие приемы и методы которой трансформируются для целей экстраполяции. Накопление постепенных отказов при техническом обслуживании АРЭО обусловлено относительно медленными изменениями диагностических параметров (ДП) ее элементов под влиянием различных факторов [2]. При этом ДП возрастает или монотонно убывает во времени и в итоге выходит за пределы эксплуатационных допусков.

В таких случаях для прогнозирования технического состояния оборудования целесообразно применять аппарат численного анализа, когда вместо контролируемой функции параметра $\xi(t)$ выбирают достаточно простую для вычисления интерполирующую функцию $F(t)$ таким образом, чтобы ее значения были равны значениям функции $\xi(t)$ в одинаковые моменты времени. Чаще всего функцию $F(t)$ отыскивают в виде алгебраического многочлена, получая при этом на небольших отрезках времени достаточно хорошее приближение [3].

Задача выбора аналитического выражения функции, описывающей ДП АРЭО, сводится к выбору оптимальной функции из числа конкурирующих при условии выполнения следующих требований [4, 5]:

– минимальное значение среднеквадратического отклонения и максимальное значение коэффициента корреляции;

– точность аппроксимации;

– количество существенных параметров аппроксимирующей функции;

– трудоемкость определения аппроксимирующей функции и ожидаемая точность прогноза технического состояния;

– ожидаемая точность прогноза технического состояния.

### *Результаты исследования*

Для нахождения функции, описывающей изменения ДП в качестве экспериментальных данных, были использованы статистические данные диагностики РЭУ (табл. 1). Зависимости изменения мощности сигнала [Вт] на выходе четырех однотипных радиопередающих устройств, применяемых в составе авиационного радиоэлектронного оборудования, приведены на рис. 1.

Таблица 1

Экспериментальные данные изменения мощности сигнала на выходе однотипных радиопередающих устройств

| № ус-ва | Интервал между измерениями $\Delta t = 90$ дн, $P_{ДОП} > 25$ [Вт] | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 90 | 180 | 270 | 360 | 450 | 540 | 630 | 720 | 810 |
| | Мощность сигнала $P$ [Вт] | | | | | | | | |
| 1 | 70 | 71 | 70 | 70 | 68 | 69 | 70 | 64 | 66 |
| 2 | 51 | 55 | 54 | 50 | 49 | 49 | 50 | 46 | 47 |
| 3 | 44 | 42 | 43 | 44 | 43 | 42 | 45 | 38 | 39 |
| 4 | 34 | 32 | 31 | 29 | 30 | 28 | 27 | 23 | 22 |

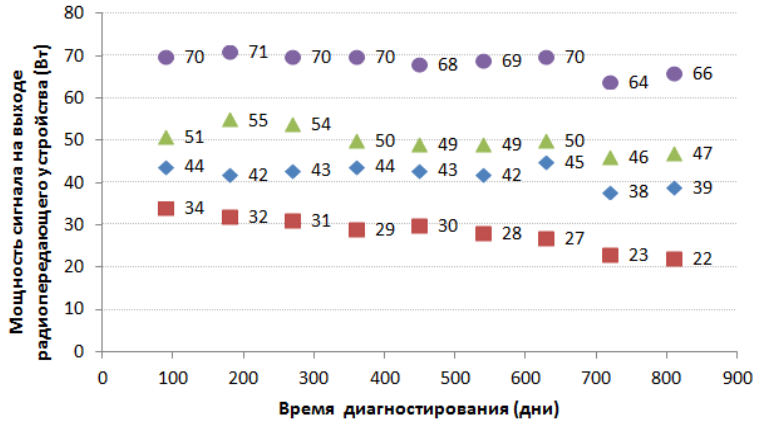



Рис. 1. Графики изменения мощности сигнала на выходе четырех однотипных радиопередающих устройств

Выбирая аналитическое выражение функции деградации ДП, исследовались следующие функции:

1) экспоненциальная;
2) линейная;
3) логарифмическая;
4) степенная.

В табл. 2 приведены уравнения аппроксимирующих функций значений изменения рассматриваемого параметра во времени и значения коэффициентов их достоверности $R^2$, полученные регрессионным анализом в Microsoft Excel.

Таблица 2

Уравнения функций и показатели достоверности аппроксимации

| № ус-ва | Экспоненциальная | Линейная | Логарифмическая | Степенная |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $y = 71{,}917e^{-0{,}009x}$<br>$R^2 = 0{,}5683$ | $y = -0{,}6333x + 71{,}833$<br>$R^2 = 0{,}673$ | $y = -2{,}057\ln(x) + 71{,}593$<br>$R^2 = 0{,}417$ | $y = 71{,}658x^{-0{,}03}$<br>$R^2 = 0{,}4124$ |
| 2 | $y = 54{,}551e^{-0{,}017x}$<br>$R^2 = 0{,}6639$ | $y = -0{,}8667x + 54{,}444$<br>$R^2 = 0{,}6542$ | $y = -2{,}869\ln(x) + 54{,}192$<br>$R^2 = 0{,}4944$ | $y = 54{,}274x^{-0{,}057}$<br>$R^2 = 0{,}5009$ |
| 3 | $y = 44{,}839e^{-0{,}012x}$<br>$R^2 = 0{,}3554$ | $y = -0{,}5x + 44{,}722$<br>$R^2 = 0{,}3444$ | $y = -1{,}555\ln(x) + 44{,}434$<br>$R^2 = 0{,}2298$ | $y = 44{,}518x^{-0{,}038}$<br>$R^2 = 0{,}2363$ |
| 4 | $y = 36{,}322e^{-0{,}051x}$<br>$R^2 = 0{,}9099$ | $y = -1{,}4x + 35{,}444$<br>$R^2 = 0{,}9317$ | $y = -4{,}964\ln(x) + 35{,}505$<br>$R^2 = 0{,}8078$ | $y = 36{,}223x^{-0{,}176}$<br>$R^2 = 0{,}7589$ |
| Среднее значение $\overline{R^2}$ | 0,624 | **0,651** | 0,487 | 0,477 |

По данным табл. 2 можно сделать вывод, что наиболее достоверно описывает процесс деградации ДП РЭУ линейная функция, соответственно общим аналитическим выражением функции будет выражение

$$F(t) = a_0 - a_i t\,. \qquad (2)$$

В табл. 3 рассмотрен отдельный случай изменения уровня сигнала на выходе генератора шума $A$ [дБ] во времени в соответствии с методологией работ [5, 6]. Статистические данные были получены при выполнении регламентных работ радиоэлектронного оборудования воздушных судов.

Таблица 3

Статистические данные об изменении уровня сигнала на выходе генератора шума (интервал между измерениями $\Delta t = 90$ дн)

| $t_i$, дни | 90 | 180 | 270 | 360 | 450 | 540 | 630 | 720 | 810 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$, дБ | –24,9 | –25,08 | –25,83 | –26,34 | –26,92 | –29,29 | –28,9 | –29,85 | –33,37 |
| $t_i$, дни | 900 | 990 | 1080 | 1170 | 1260 | 1350 | 1440 | 1530 | – |
| $A$, дБ | –33,88 | –35,46 | –38,59 | –39,43 | –42,78 | –45,98 | –57,55 | –59,64 | – |

На временном участке от 100 до 1170 дн параметр $A(t)$ планомерно убывает, но в момент времени диагностирования $t \approx 1260$ дн его величина начинает устойчиво деградировать. Выход данного параметра за пределы нижнего допуска ($A_{\text{ДОП}} \geq -60$ дБ) может произойти в момент времени ($t_{\text{ДОП}}$), с наступлением которого диагностируемая система перейдет в неработоспособное состояние.

Изменение уровня сигнала на выходе генератора шума показано на рис. 2.

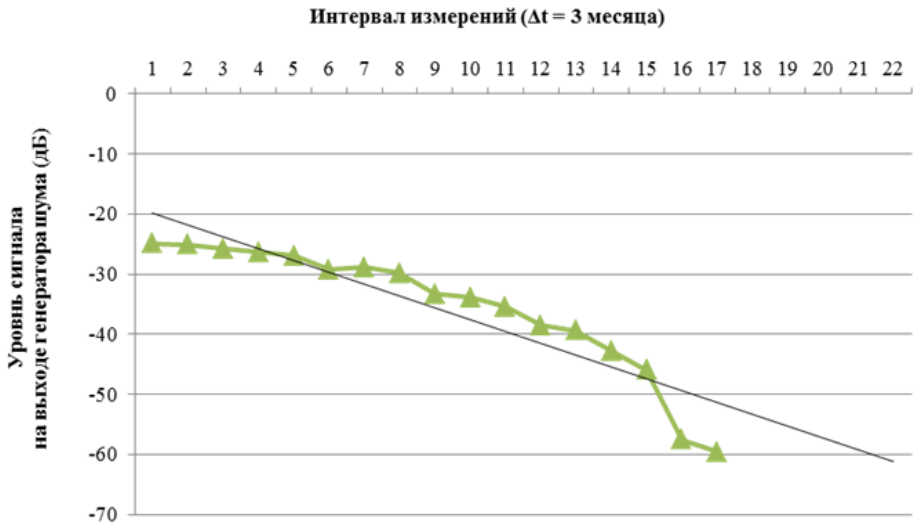



Рис. 2. Изменение уровня сигнала на выходе генератора шума во времени

Согласно полученным результатам прогноза экстраполяцией линейной функции, выход определяющего параметра за пределы установленных допусков произойдет в момент времени $t_{\text{ДОП}} \approx 1900$ дн, который находится дальше по временной оси, чем действительный момент выхода объекта диагностирования из состояния работоспособности (рис. 2, сплошной линией изображена аппроксимирующая линейная функция $y = -0,0219x - 17,795$; $R^2 = 0,8552$; $\Delta t = 90$ дн). Если разбить рассматриваемый интервал времени на два участка (например, первый от 100 до 1170 дн, а второй от 1260 до 1530 дн) и анализировать их по отдельности, то точность нахождения $t_{\text{ДОП}}$ можно повысить. Что показывают зависимости, представленные на рис. 3 и 4.

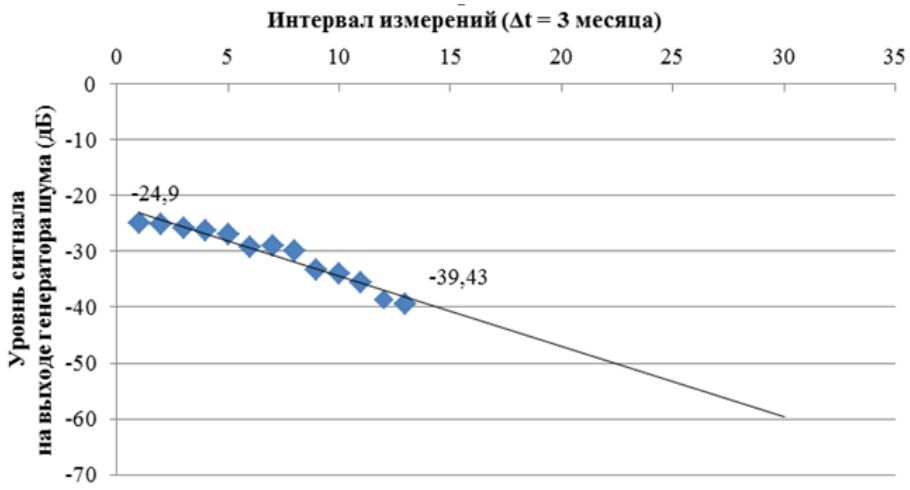



Рис. 3. Интервал измерений от 100 до 1170 дн ($\Delta t = 90$ дн, $t_{\text{ДОП}} \approx 2700$ дн)

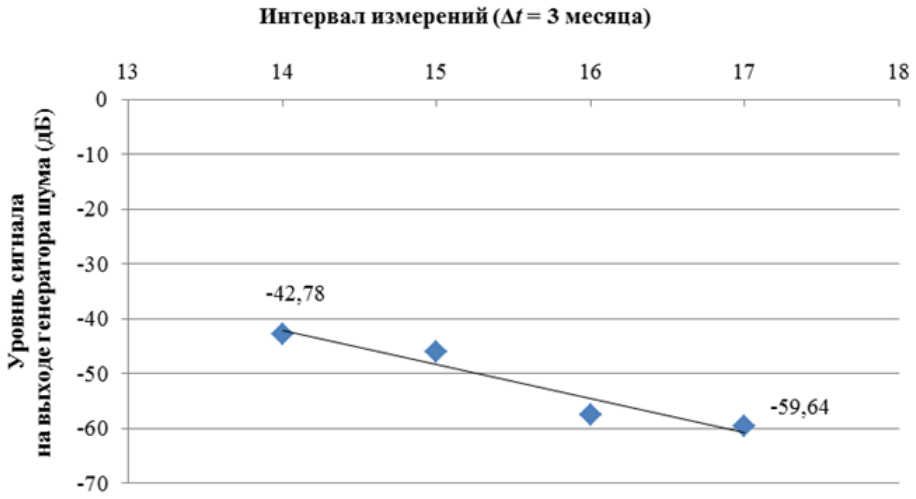



Рис. 4. Интервал измерений от 1260 до 1530 дн ( $\Delta t = 90$ дн, $t_{ДОП} \approx 1530$ дн)

Обобщенной моделью для описания процессов износа и старения, протекающих в РЭО, может служить модель вида

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = -kF(\xi), \qquad (3)$$

где $\xi$ – определяющий параметр АРЭО; $k$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от скорости протекания процесса износа или старения; $F(\xi)$ – функция, определяемая принятой гипотезой о характере процессов износа или старения аппаратуры.

Для линейной зависимости $\xi(t)$ выражение (3) принимает вид

$$\frac{d(a_0 - a_i t)}{dt} = -kF(\xi). \qquad (4)$$

Взяв производную в левой части выражения (4) и проведя преобразования, получим функции $F(\xi)$ в виде

$$F(\xi) = \frac{a_1}{k} = const. \qquad (5)$$

В основу операции задания начальных условий решения уравнения (3) заложен переход от начального значения параметра $\xi_0$ к его предельному значению $\xi_{ДОП}$. При этом учитывается, что каждому предельному значению параметра $\xi_{ДОП}$ соответствует момент $t_{ДОП}$ достижения параметром $\xi(t)$ предельного состояния

$$\xi(t_{ДОП}) = \xi_{ДОП}. \qquad (6)$$

Уравнение (3) с учетом полученной зависимости (5) и начального условия (6) принимает вид

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = -k \cdot \frac{a_1}{k} = -a_1. \qquad (7)$$

Полученное выражение (7) является линейным дифференциальным уравнением. Решив его относительно $\xi(t)$, получим

$$\xi(t) = C_1 - a_1 \cdot t, \qquad (8)$$

где $C_1 = const$ – коэффициент, имеющий размерность $\xi(t)$.

Значение $C_1$ найдем из выражения (8) с учетом условия (6). В результате получим

$$C_1 = \xi_{ДОП} + a_1 t_{ДОП}. \qquad (9)$$

После подстановки (9) в (8), проведя преобразования, уравнение представим в виде

$$\xi(t) = \xi_{ДОП} - a_1(t - t_{ДОП}). \qquad (10)$$

Уравнение (10) связывает между собой время достижения параметром состояния $t_{ДОП}$, текущее время $t$, значение параметра в текущий момент времени $\xi(t)$. Сравнение расчетов по выведенному уравнению и реальных данных из табл. 1 показано на рис. 5 (расчетные данные – штриховая линия, реальные – сплошные). При расчетах в уравнение (10) вместо $a_1$ подставляли угловой коэффициент соответствующей линейной функции из табл. 2 и $t_{ДОП}$, полученному экстраполяцией этой же функции.

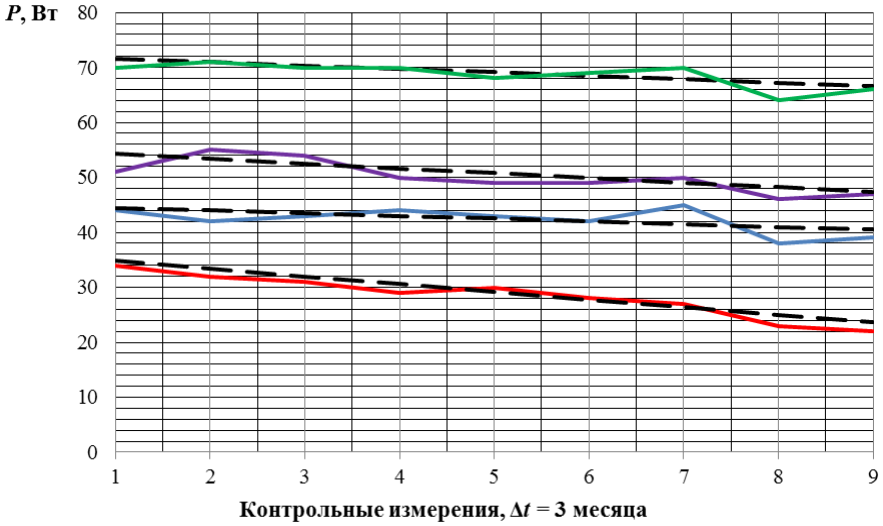



Рис. 5. Сравнение расчетных и реальных данных

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что расчеты по выведенному уравнению достаточно точно отражают реальные изменения параметров РЭО.

Кроме численного моделирования была разработана имитационная модель (ИМ) процесса деградации ДП РЭО. Имитационное моделирование является экспериментальной и прикладной методологией, имеющей целью описать поведение систем и построить теории и гипотезы, которые могут объяснить наблюдаемое поведение, а также использовать эти теории для предсказания будущего поведения системы, т.е. тех воздействий, которые могут быть вызваны изменениями в системе или изменениями способов ее функционирования [6].

При рассмотрении целесообразности применения имитационного моделирования учитывались следующие условия [7]: 1) учет всех источников погрешности прогнозирования в единой аналитической модели затруднен; 2) аналитические методы имеются, но имитационное моделирование дает более простой способ решения задачи; 3) аналитические решения существуют, но их реализация затруднена вследствие недостаточной математической подготовки персонала; 4) кроме оценки определенных параметров желательно осуществить на имитационной модели наблюдение за ходом процесса в течение определенного периода; 5) имитационное моделирование может оказаться единственной возможностью вследствие трудностей постановки экспериментов и наблюдения явлений в реальных условиях; 6) для долговременного действия систем или процессов может понадобиться сжатие временной шкалы.

Разработанная ИМ реализована при помощи программного продукта MathLab в системе Simulink [8–10]. Схема, отражающая процесс прогнозирования с использованием разработанной ИМ, представлена на рис. 6.

Процедура имитации изменения ДП РЭО с течением времени включает:

1) задание базовых характеристик РЭО;

2) задание условий прогнозирования;

3) задание функции, описывающей процесс деградации показателей;

4) формирование флуктуационной составляющей;

5) определение времени достижения определяющего параметра предельных значений;

6) сохранение данных.

В качестве базовой характеристики задавалась мощность сигнала при помощи стандартного блока Simulink «Источник постоянного сигнала Constant». Функция, описывающая процесс деградации ДП РЭО, задавалась при помощи блока «Источник линейно изменяющегося воздействия Ramp». Флуктуационная составляющая формировалась блоком «Источник случайного сигнала с нормальным распределением Random Number». Для определения $t_{ДОП}$ использовался «Блок ограничения скорости изменения сигнала Rate Limiter». Визуализация имитации осуществлялась блоком «Осциллограф Scope» [9, 10]. На рис. 7 показаны основные функциональные элементы ИМ.

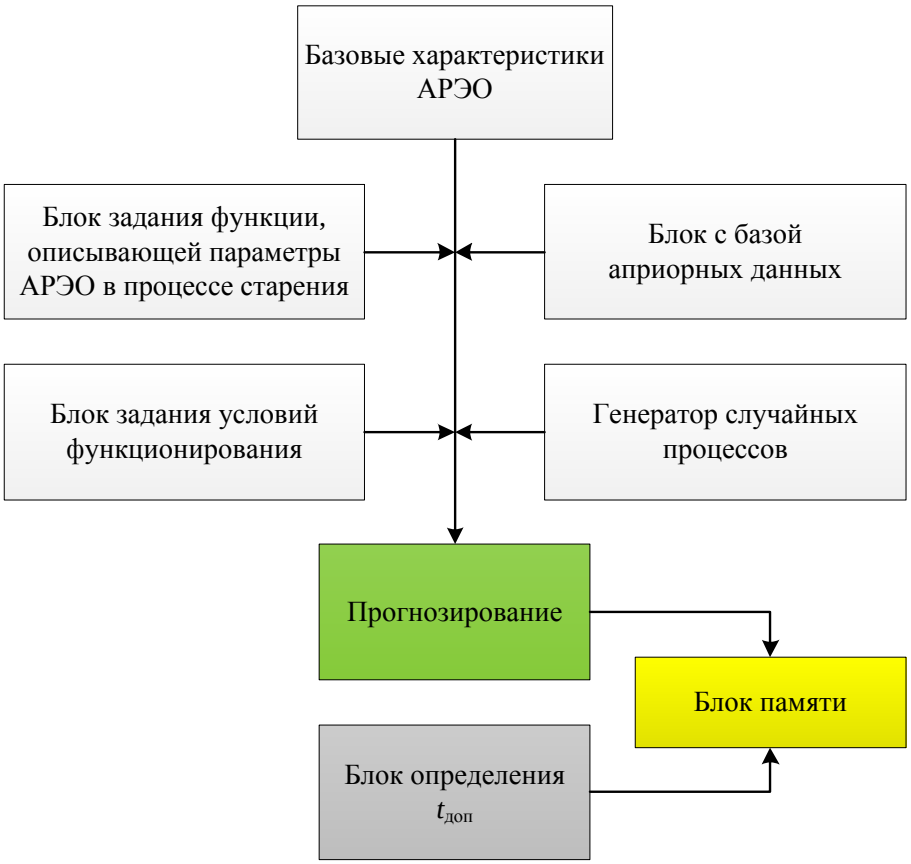



Рис. 6. Схема прогнозирования с использованием ИМ

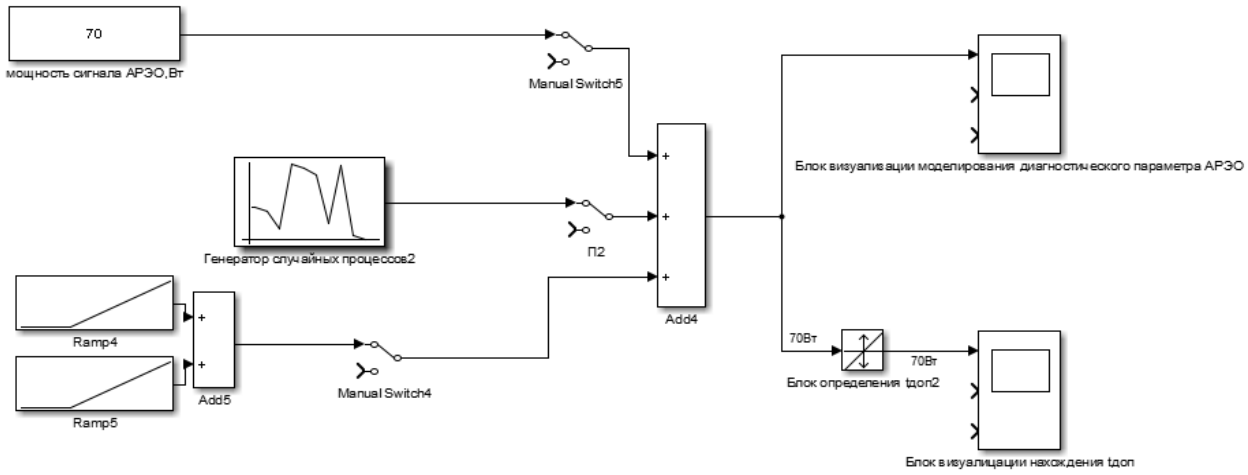



Рис. 7. Элементы ИМ деградации ДП АРЭО в Simulink

Примеры результатов имитационного моделирования деградации мощности сигнала на выходе радиопередающего устройства показаны на рис. 8 и 9.

На рис. 8, 9: вариант № 1 – $\xi_{исходное} = 70$ Вт, среднеквадратичное отклонение – 5; вариант № 2 – среднеквадратичное отклонение – 10; вариант № 3 – $\xi_{исходное} = 40$ Вт, среднеквадратичное отклонение – 5.

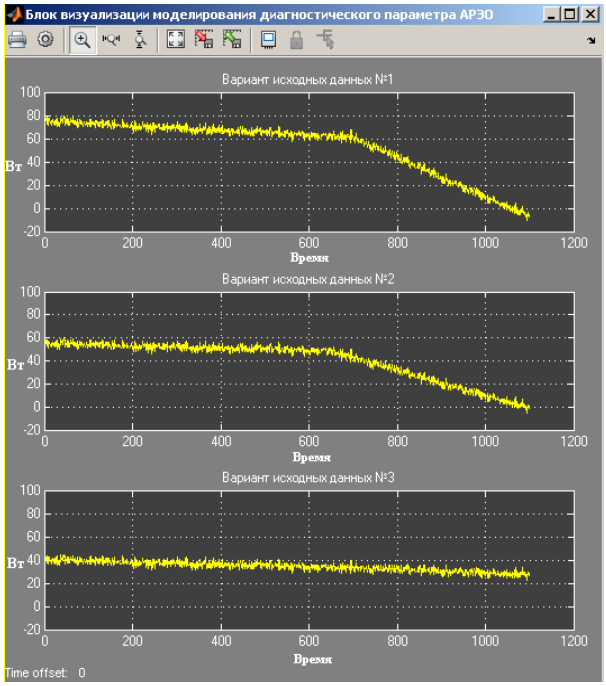



Рис. 8. Имитация деградации мощности сигнала на выходе радиопередающего устройства в процессе старения

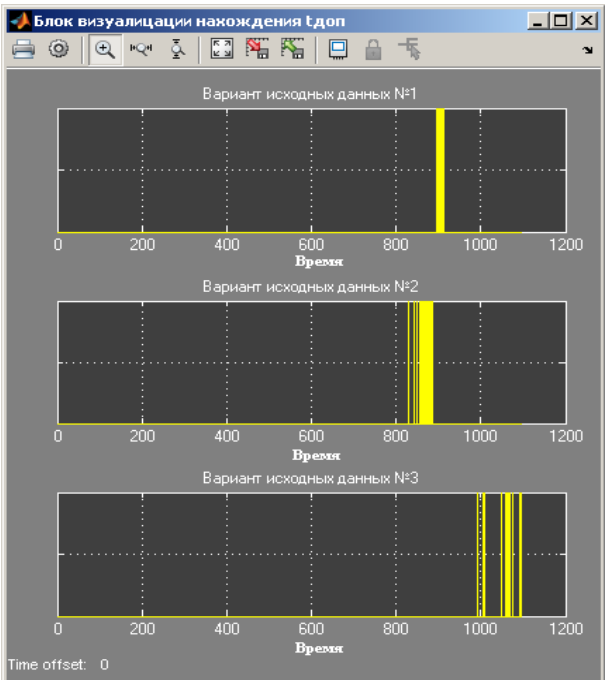



Рис. 9. Сигнал с блока определения $t_{\text{ДОП}}$ мощности сигнала на выходе радиопередающего устройства

Из анализа рис. 8, 9 видно, что для различных исходных данных начало устойчивой деградации диагностического параметра исследуемой системы начинается через различные промежутки времени: вариант № 1 – 700 дней, время начала устойчивой деградации вариант № 2 – 650 дней, а в варианте № 3 наблюдается планомерная деградация, что позволяет решать задачу прогнозирования технического состояния радиоэлектронного оборудования.

## *Вывод*

Таким образом, в данной работе было определено аналитическое выражение для функции состояния АРЭО в процессе старения, позволяющее решить задачу прогнозирования состояния объекта в заданный момент времени (характер изменения $\xi(t)$), выведена математическая модель, связывающая между собой время достижения параметром предельного состояния $t_{\text{ДОП}}$, текущее время $t$, значение параметра в текущий момент времени $\xi(t)$, а также предельно допустимое значение параметра $\xi_{\text{ДОП}}$. Разработанная имитационная модель деградации диагностического параметра радиопередающего устройства позволяет решать задачи прогнозирования технического состояния радиоэлектронных устройств АРЭО, учитывать влияние случайных процессов, исследовать различные функции, описывающие деградацию диагностического параметра, и проводить параллельно несколько имитаций.

## *Литература*

1. *Новиков В.С.* Техническая эксплуатация авиационного радиоэлектронного оборудования: учеб. для вузов. М.: Транспорт, 2007. 261 с.

2. *Цуприян В.А., Сидорчук В.П.* Прогнозирование технического состояния радиоэлектронного оборудования // Радиотехника. 2017. № 11. С. 104–110.

3. *Цуприян В.А., Сидорчук В.П.* Методы прогнозирования технического состояния радиоэлектронного оборудования // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2017. № 10. С. 35–41.

4. *Дмитриевский Е.С.* Конструкторско-технологическое обеспечение эксплуатационной надежности авиационного радиоэлектронного оборудования: учеб. пособие. СПб.: СПбГУАП, 2001. 88 с.

5. *Моисеев С.А., Тихонов Б.Н.* Управление состоянием сложных радиоэлектронных изделий, находящихся в эксплуатации: монография / Под общ. ред. Б.Н. Тихонова. Орел: ОВГТУ, 2016. 165 с.

6. *Калявин В.П., Рыбаков Л.М.* Надежность и диагностика элементов электроустановок. СПб: Элмор, 2009. 336 с.

7. *Проскуренко Р.Н.* Имитационное моделирование систем – искусство и наука: практ. пособие. М.: Наука, 2012. 84 с.

8. *Черных И.В.* SIMULINK 5/6/7: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. В.Г. Потемкина. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2016. 496 с.

9. *Бадриев И.Б., Бандеров В.В., Задворнов О.А.* Разработка графического пользовательского интерфейса в среде MATLAB: учеб. пособие. Казань: КГУ, 2010. 113 с.

10. *Смоленцев Н.К.* Создание Windows-приложений с использованием математических процедур MATLAB. М.: ДМК-Пресс, 2008. 456 с.

Статья поступила в редакцию 19 февраля 2018 года

**Правила оформления рукописей, представляемых к публикации в научно-техническом журнале «Теория и техника радиосвязи»**

1. Рукопись представляется в напечатанном (2 экземпляра на листах формата А4) и электронном виде (файл, созданный в редакторе Microsoft Word). Оптимальный объём статьи – 0,5–0,7 авторских листа.

2. К рукописи прилагаются экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати, рецензия, а также на отдельном листе – сведения об авторах, включающие **фамилию, имя, отчество полностью**, ученую степень, ученое звание, область научных интересов, занимаемую должность, полное официальное наименование места работы, контактный телефон и адрес электронной почты.

3. **Плата с аспирантов за публикацию статей не взимается.**

4. На первой странице рукописи располагаются:

– индекс УДК;

– заголовок статьи, инициалы и фамилия автора, аннотация, ключевые слова **на русском и английском языках**.

5. Для текста используется шрифт Times New Roman №12 без стилевого оформления, междустрочный интервал – полуторный, абзацный отступ – 0,75 см от левого края, выравнивание текста – по ширине страницы. Задается автоматический перенос слов. Латинские обозначения в тексте должны быть набраны курсивом, русские, греческие обозначения и цифры – прямым шрифтом.

6. Формулы должны быть созданы в редакторе **MathType**. При наборе формул используются следующие параметры:

| **Size (Размер)** | | **Написание обозначений** |
|---|---|---|
| Full (обычный) | 11 pt | латинские – *курсив* |
| Subscript/Superscript (индекс) | 8 pt | греческие – прямой шрифт |
| Sub-Subscript/Superscript (малый индекс) | 7 pt | матрицы, векторы – **прямой, жирный** |
| Symbol (символ) | 15,5 pt | сокращения от русских слов в индексах – |
| Sub-Symbol (малый символ) | 13 pt | прямой шрифт, от английских – *курсив* |

Формулы, на которые в тексте есть ссылки, должны быть набраны отдельной строкой и пронумерованы в круглых скобках. Расположение формул – по центру, номер располагается по правому краю.

7. Иллюстрации должны быть чёткими, контрастными и включены в текст статьи; все надписи в иллюстрациях должны быть читаемыми. Обозначения в рисунках, созданных в Microsoft Word или Microsoft Visio, должны быть набраны шрифтом Times New Roman № 9. Каждый рисунок должен сопровождаться подрисуночной надписью, набранной 10-м шрифтом и включающей номер рисунка (например, Рис. 1) и краткое название.

8. Таблицы должны быть набраны 10-м шрифтом, пронумерованы (например, Таблица 1) и иметь тематический заголовок.

Таблицам и рисункам должны предшествовать ссылки на них в тексте статьи.

9. Библиографические ссылки нумеруются в квадратных скобках. Библиографический список оформляется в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5–2008.

**Адрес редакции:**

394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, 14
АО «Концерн «Созвездие»,
редакция журнала «Теория и техника радиосвязи»
Тел.: (473) 259-37-05
Факс: (473) 235-50-88
E-mail: tnn@sozvezdie.su