СОЗВЕЗДИЕ
КОНЦЕРН

ISSN 1995-7009

ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

2
2026

12+

ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 2/2026

Воронеж 2026

Главный редактор
докт. техн. наук
Ю.В. СИДОРОВ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель
докт. техн. наук, проф., академик РАН
В.И. БОРИСОВ

Заместитель председателя
докт. техн. наук
Ю.В. СИДОРОВ

Члены редакционного совета
докт. техн. наук, доцент
Р.Ю. БОРОДУЛИН (г. Санкт-Петербург)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
В.В. ЗЕЛЕНЕВСКИЙ (г. Серпухов)
докт. техн. наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
В.Г. РАДЗИЕВСКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
А.Ю. САВИНКОВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
А.С. СИГОВ (г. Москва)
докт. техн. наук
М.П. СЛИЧЕНКО (г. Воронеж)
докт. техн. наук, доцент
Н.М. ТИХОМИРОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.А. ЦИМБАЛ (г. Серпухов)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издаётся с 1966 года. Выходит 4 раза в год. В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов АО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки методов совмещения телекоммуникационных, измерительных и управляющих систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 2.2. «Электроника, фотоника, приборостроение и связь»: 2.2.13. Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения; 2.2.14. Антенны, СВЧ-устройства и их технологии; 2.2.15. Системы, сети и устройства телекоммуникаций.

Журнал входит в Перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ для опубликования основных результатов диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук.

Издание зарегистрировано в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций, регистрационный номер ПИ № ФС77-36740 от 01.07.2009.

Подписной индекс 72972 в Интернет-каталоге «Пресса России».

Подписано в печать 16.06.2026. Дата выхода в свет: 22.06.2026.
Формат 60×88 ⅛. Уч.-изд. л. – 7,4. Тираж 200 экз. Заказ № 282. Свободная цена.

Учредитель и издатель: АО «Концерн «Созвездие».

Адрес издателя и редакции: 394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, д. 14;
тел.: +7 (473) 252-52-52, доб. 10113; e-mail: office@sozvezdie.su
(для редакции журнала «Теория и техника радиосвязи»).
Отпечатано в типографии АО «Концерн «Созвездие»,
394062, г. Воронеж, ул. Антокольского, д. 10Б.

Страница издания в сети «Интернет»: https://www.sozvezdie.su/science/journal

© АО «Концерн «Созвездие», 2026

СОДЕРЖАНИЕ

№ 2, 2026

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАДИОСВЯЗИ

Применение структурных функций для расчета живучести сети
с ограничением на задержку передачи пакетов
Д.Ю. Чаркин, С.Ю. Алехин, Е.В. Григорьев, А.Е. Лимарев, В.Е. Прохоров …… 5

Сравнительный анализ алгоритмов двухполяризационного приёма
для систем тропосферной связи
Л.А. Аверина, О.К. Каменцев, В.А. Стёпкин …… 17

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

Синтез модели коротковолнового канала радиосвязи на основе учета
статистических характеристик действующей в канале смеси шум–помеха
В.А. Баранов, А.В. Велигоша, Е.А. Третьяков …… 24

Моделирование системы связи и передачи данных
с многочастотными спектрально-эффективными OFDM-сигналами
и блоками предканального кодирования
А.В. Леньшин, М.Н. Ирмагамбетов, Н.С. Калина …… 29

Разработка робастного алгоритма синтеза диаграммы направленности
адаптивной антенной решетки с управляемым подавлением помех
Е.О. Андреев, А.В. Коровин, А.В. Панков …… 38

РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА РАДИОСВЯЗИ

Стелющиеся антенные системы перспективных комплексов радиосвязи военного назначения, развёртываемых в островной Арктике: к методологии адаптивного синтеза
Р.Ю. Бородулин, М.Р. Бибарсов, А.С. Леонюк, А.С. Юртаев, В.В. Кравченко 47

Модель адаптивной антенной решетки, применяемой в аппаратуре потребителей глобальных навигационных спутниковых систем
А.В. Коровин, Д.А. Юдин, Р.С. Яковлев 57

РАЗНОЕ

Регистрация реликтовых гравитационных волн килогерцового диапазона частот
В.А. Шульгин 66

Исследование металлических материалов на эффективность экранирования
В.В. Глотов, Н.Д. Майков, С.М. Фёдоров 72

Общие вопросы теории радиосвязи

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 5–16. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 5–16. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.391

Применение структурных функций для расчета живучести сети с ограничением на задержку передачи пакетов

Д.Ю. Чаркин[1], С.Ю. Алехин[2], Е.В. Григорьев[3], А.Е. Лимарев[4], В.Е. Прохоров[5]
[1–5]Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
✉office@sozvezdie.su

Аннотация. *Предлагается на основе аппарата структурных функций алгоритм расчета живучести сети при ограничениях на задержку передачи пакетов.*

Ключевые слова: *структурная функция, живучесть сети с ограничениями на задержку.*

Common issues of radio communication theory

Application of structural functions for calculating network survivability with a constraint on packet transmission delay

D.Yu. Charkin[1], S.Yu. Alekhin[2], E.V. Grigoriev[3], A.E. Limarev[4], V.E. Prokhorov[5]
[1–5]Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
✉office@sozvezdie.su

Abstract. *An algorithm for calculating network survivability under constraints on packet transmission delay is proposed based on the apparatus of structural functions.*

Keywords: *structural functions, network survivability under constraints on delay.*

Согласно [1] под живучестью сети понимается вероятность связности соответствующего сетевого графа. В классическом варианте для расчета вероятности связности графа использовались прямые методы, например формулы включения–исключения или суммы независимых произведений с применением минимальных путей (minpaths) или минимальных разрезов (mincuts) [2–5]. Недостатком формулы включения–исключения является то, что она обладает двойной экспоненциальной сложностью. Во-первых, число минимальных путей M имеет экспоненциальную зависимость от числа ребер в графе. Например, в наихудшем случае полного графа с n узлами существует $n(n-1)/2$ ребер, n^{n-2} минимальных путей, $2^{n-1}-1$ минимальных разрезов [6]. Во-вторых, число слагаемых в формуле включения–исключения для M путей равно 2^M-1. В итоге для наихудшего случая полного графа получим, что вычислительная сложность прямого метода имеет порядок $2^{n^{n-2}}-1$ при использовании минимальных путей и $2^{2^{n-1}-1}-1$ при использовании минимальных разрезов. По этой причине прямой метод может применяться для расчета живучести небольших (порядка 20) узлов низкой плотности сетей. Другой подход, основанный на методе факторизации и сокращении размерности, предложенный в [6] и развитый в целом ряде работ [7–10], позволяет уменьшить вычислительную

© Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е., 2026

сложность алгоритма. Несмотря на то, что данный подход имеет длительную историю, авторам неизвестна его программная реализация в открытом доступе. Поэтому из-за отсутствия необходимого программного обеспечения его использование при решении конкретных практических задач затруднительно.

Рассмотренный выше подход касался расчета живучести сети без дополнительных ограничений. Однако в ряде случаев существует ограничение на время передачи данных между двумя узлами. Такое ограничение во времени приводит к ограничению на количество транзитных узлов и снижает живучесть сети. Для анализа живучести сети в этом случае используется вероятность связности сети с ограничением на диаметр [11–13], т.е. вероятность того, что две вершины соответствующего графа соединены путем, состоящим из ограниченного, наперед заданного числа ребер в пути. Однако это ограничение может быть таким, что не существует путей от источника к стоку, удовлетворяющих данному ограничению. Поэтому возникает необходимость в предварительной оценке числа путей между двумя вершинами в графе, которые можно соединить за заданное число скачков. Для нахождения такой оценки предлагается использовать алгебраический метод.

Целью работы является разработка алгоритма расчета живучести сети с учетом ограничения на задержку при передаче пакетов внутри сети на основе структурных функций и с помощью существующего программного обеспечения.

1. Основные обозначения и постановка задачи

1.1. Основные обозначения

Математически пакетную радиосеть можно представить ненаправленным случайным графом $G=(V,\ E,\ K)$, где множеству из N вершин $V=(v_1, v_2, \cdots, v_N)$ соответствуют станции сети (узлы), множеству из M ребер $E=(e_1, e_2, \cdots, e_M)$ соответствуют линии связи (каналы) между вершинами, K – фиксированное подмножество вершин, называемых полюсами или терминалами ($|K|$ – мощность множества). Будем полагать, что узлы сети абсолютно надежны, а каждое ребро e_i, независимо от других ребер, может отказать с вероятностью $q_i=1-r_i$, где r_i – живучесть ребра.

Топология графа задается матрицей смежности $A=(a_{ij})$ размерности $N\times N$, где $a_{ij}=1$, если между вершинами v_i и v_j существует линия связи (ребро) и $a_{ij}=0$ в противном случае. *Маршрутом* от вершины v_1 к вершине v_p в графе G является последовательность $\{v_1, v_2, \cdots, v_p\}$ такая, что любые вершины $\{v_i, v_{i+1}\}$ соединены ребром из E. *Путь* – это такой маршрут, в котором все ребра различны. *Простой или минимальный путь* – это путь, в котором и вершины различны. Пусть заданы две вершины s и t. Путь, начинающийся в s и заканчивающийся в t, будем обозначать как $s\to t$ путь. Длиной $s\to t$ пути называют сумму длин всех ребер в пути. Расстоянием от s к t, обозначаемым как $dis(s,t/G)$, называют длину кратчайшего $s\to t$ пути, т.е. минимальную длину из всех $s\to t$ путей. Диаметром графа $diam(G)$ называется максимальное расстояние между двумя любыми вершинами графа. Классическим критерием живучести сети является вероятность связности сетевого графа [1].

В зависимости от количества сообщающихся узлов рассматриваются следующие формулировки задачи связности сети: двухполюсная (2-terminal network reliability), k-полюсная (k-terminal network reliability) и всеполюсная (all-terminal network reliability). В двухполюсном варианте выбираются два различных узла, условно обозначаемых «истоком» и «стоком». Под событием связности понимается такое событие, когда между «истоком» и «стоком» в работоспособном состоянии существует хотя бы один путь [1]. Для k-полюсных сетей живучесть определяется как вероятность существования пути между каждой парой узлов из выделенного подмножества, состоящего из k узлов сети. Указанная вероятность обозначается как $R_K(G)$. Во всеполюсной сети живучесть определяется вероятностью того, что все узлы сети могут взаимодействовать со всеми узлами.

В двухполюсном варианте под минимальным путем понимается такое множество ребер, работоспособное состояние которых обеспечивает связность терминалов, причем никакое его подмножество этим свойством не обладает. Минимальный разрез – это множество ребер, отказ которых приводит к потере связи между терминалами, и никакое его подмножество этим свойством не обладает.

На практике иногда недостаточно того, чтобы все терминальные узлы были связаны, но и

также необходимо, чтобы длина связывающего пути (число ребер в пути) была меньше некоторого наперед заданного числа. Например, при передаче в каждой линии происходит задержка на величину T и требуется, чтобы общая задержка между двумя узлами не превосходила величины $d \cdot T$. В этом случае число ребер в пути не должно превышать величины d. Следовательно, вероятность связности должна вычисляться при этом ограничении. Для анализа живучести таких сетей в [11] был предложен модернизированный показатель живучести как вероятность связности сети при ограничениях на диаметр (diameter constrained reliability). Вероятность связности графа G с ограничением на диаметр определяется как сумма вероятностей всех реализаций графа, в которых любая пара вершин из множества K связана не более чем d ребрами. Эту вероятность принято обозначать как $R_K(G, d)$. В частном случае для $|K|=2$ искомую вероятность обозначают как $R_{\{s,t\}}(G,d)$, а вероятность связности без ограничений – как $R_K(G)$.

1.2. Постановка задачи

Ставится задача с использованием структурных функций [14] и существующего в открытом доступе программного обеспечения рассчитать вероятность связности фиксированного подмножества узлов с ограничением на задержку доставки пакетов. При этом предполагается, что узлы обладают абсолютной живучестью, а ненадежными являются только ребра. Решение состоит из нескольких этапов. Вначале находится множество всех минимальных (простых) путей и выбирается из него допустимое подмножество, состоящее из путей, удовлетворяющих ограничениям на задержку. На следующем этапе с учетом ограничений на задержку строится структурная функция сети. После ее усреднения получается искомая живучесть как функция живучести ребер графа.

2. Структурная функция и её основные свойства

Предположим, что сеть задана случайным вектором состояний сети $\mathbf{X}=(x_1,x_2,...,x_n)$, где $x_i=1$, если i-й элемент сети работает и $x_i=0$ в случае отказа. Априори считаются известными вероятности (элементарные живучести) каждого элемента $r_i=P_r(x_i=1)$, $q_i=1-r_i=P_r(x_i=0)$ и случайные величины x_i независимыми. Математическое ожидание $E\{x_i\}=1\cdot r_i+0\cdot q_i=r_i$, где $E\{\cdot\}$ означает операцию усреднения, а $P_r\{\cdot\}$ означает вероятность события, указанного в круглых или фигурных скобках. Состояние сети может быть описано бинарной случайной функцией $\phi(\mathbf{X})=\phi(x_1,x_2,...,x_n)$, где $\phi(\mathbf{X})=1$, если сеть работоспособна и $\phi(\mathbf{X})=0$ в противном случае. Функцию $\phi(\mathbf{X})$ принято называть структурной функцией сети [14]. При заданном векторе живучестей ребер $\mathbf{R}=(r_1,r_2,...,r_n)$ живучесть сети определяется через структурную функцию следующим образом [14]:

$$R(r_1,r_2,...,r_n)=P_r\{\phi(\mathbf{X})=1\}=E\{\phi(\mathbf{X})\}. \qquad (1)$$

Приведем некоторые важные свойства структурной функции.

Сеть, которая функционирует тогда и только тогда, когда все n её элементов функционируют, называется последовательной структурой (рис. 1).

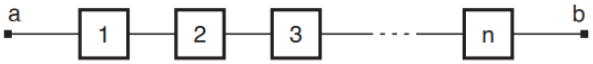


Рис. 1. Блок-схема последовательной структуры

Структурная функция для последовательной сети имеет вид

$$\phi(\mathbf{X})=x_1\cdot x_2\cdots x_n=\prod_{i=1}^{n}x_i. \qquad (2)$$

Функция $\phi(\mathbf{X})=1$ тогда и только тогда, когда все x_i равны 1 и $\phi(\mathbf{X})=0$, если хотя бы одна переменная равна 0. Для параллельной структуры (рис. 2) сеть работоспособна, если хотя бы один элемент работоспособен, т.е. $\phi(\mathbf{X})=1$, если хотя бы одна переменная x_i равна 1 .

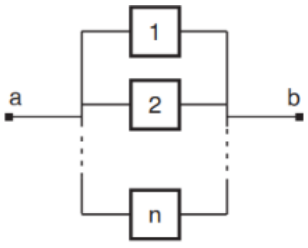


Рис. 2. Блок-схема параллельной структуры

В этом случае структурная функция имеет вид

$$\phi(\mathbf{X})=1-\prod_{i=1}^{n}(1-x_i). \qquad (3)$$

Например, для $n=2$ имеем $\phi(\mathbf{X})=$ $=1-(1-x_1)(1-x_2)=x_1+x_2-x_1x_2$. Для записи па-

раллельной структуры используется символ $\coprod$, т.е. предыдущий пример можно записать в виде

$$\phi(\mathbf{X}) = x_1 \coprod x_2 =$$
$$1-(1-x_1)(1-x_2) = x_1 + x_2 - x_1x_2 . \qquad (4)$$

В общем случае для n параллельных элементов структурную функцию можно записать следующим образом:

$$\phi(\mathbf{X}) = \coprod_{i=1}^{n} x_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1-x_i) . \qquad (5)$$

Рассмотрим более сложную последовательно-параллельную структуру (рис. 3).

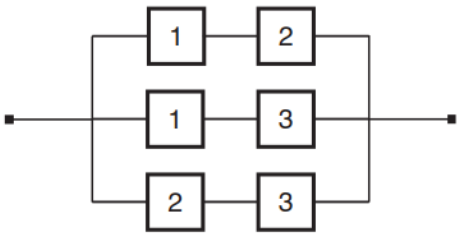


Рис. 3. Блок-схема последовательно-параллельной структуры

Учитывая, что для бинарных переменных $x_i^k = x_i$, структурную функцию для примера на рис. 3 можно записать

$$\phi(\mathbf{X}) = x_1x_2 \coprod x_1x_3 \coprod x_2x_3 = 1-(1-x_1x_2)(1-x_1x_3)(1-x_2x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 - 2x_1x_2x_3 . \qquad (6)$$

В общем случае, если известно множество $P = \{P_1, P_2, ..., P_M\}$ простых путей, то структурная функция сети имеет вид [14]

$$\phi(\mathbf{X}) = \coprod_{j=1}^{M} \prod_{i \in P_j} x_i =$$
$$= 1 - \prod_{j=1}^{M} \left(1 - \alpha_j(\mathbf{X})\right) = 1 - \prod_{j=1}^{M} \left(1 - \prod_{i \in P_j} x_i\right) . \qquad (7)$$

Аналогично при известном множестве минимальных разрезов $C = \{C_1, C_2, ..., C_m\}$ структурную функцию можно записать следующим образом:

$$\phi(\mathbf{X}) = \prod_{j=1}^{m} \beta_j(\mathbf{X}) . \qquad (8)$$

Таким образом, структурная функция может быть записана как в терминах простых путей, так и в терминах минимальных разрезов [14]:

$$\phi(\mathbf{X}) = 1 - \prod_{j=1}^{M} \left(1 - \alpha_j(\mathbf{X})\right) = \prod_{j=1}^{m} \beta_j(\mathbf{X}) . \qquad (9)$$

Приведем пример построения структурной функции для двухполюсной сети, изображенной на рис. 4.

Пример 1. Рассмотрим сеть, изображенную на рис. 4.

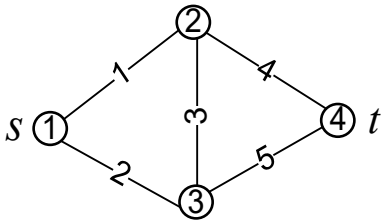


Рис. 4. Схема двухполюсной сети

Как следует из (9), для построения структурной функции сети нужно знать все простые пути или минимальные разрезы. Для их построения можно воспользоваться программами, разработанными в среде MATLAB. Авторам известны из сети интернет три работающие программы [15], предназначенные для построения множества всех простых путей от источника к стоку. Это AllPath(A, s, t), PathFinder(B, StartNode, EndNode), allpaths(wt, startnode, endnode). Программы оформлены в виде процедур-функций (см. Приложения в [15]) и легко преобразуются в *m*-файлы в среде MATLAB. Разработчики этих программ рекомендуют использовать AllPath(A, s, t) для графов с ограниченной степенью узлов, например, не превышающей четырех. Процедуру allpaths(wt, startnode, endnode) рекомендуют применять для разреженных графов. Граф, имеющий малое число ребер, принято называть разреженным (понятие чисто интуитивное).

Функция AllPath(A, s, t) [15] строит множество всех минимальных путей от узла с номером *s* к узлу *t*.

Входными параметрами являются матрица смежности *A* и номера узлов источника *s* и стока *t* из интервала (1: n).

Выходным параметром является *M* мерный массив ячеек *p*, каждая ячейка которого состоит из списка путей, начинающихся в *s* и заканчивающихся в *t*, где *M* – число минимальных путей.

Входными параметрами функции PathFinder(B,StartNode,EndNode) являются матрица перечисления ребер и номера начального и конечного узлов. В случае нашего примера вызов осуществляется следующим образом:

```
s = 1; t = 4
E = [1 2 ; 1 3 ; 2 3 ; 2 4 ; 3 4 ];
PathFinal = PathFinder(E,s,t).
```

Результатами выполнения программы будет массив ячеек всех минимальных путей, где пути в ячейках заданы в виде последовательности узлов

PathFinal =1 3 2 4; 1 2 3 4;1 2 4 0; 1 3 4 0.

В данном примере сеть характеризуется множеством из четырех минимальных реберных путей (minpath): $P_1 = \{1,4\}$, $P_2 = \{2,5\}$, $P_3 = \{1,3,5\}$, $P_4 = \{2,3,4\}$. Каждый простой путь состоит из последовательного соединения ребер. Поэтому структурные функции каждого пути являются произведением булевых переменных:

$$\alpha_1(\mathbf{X}) = x_1x_4,\ \alpha_2(\mathbf{X}) = x_2x_5,$$

$$\alpha_3(\mathbf{X}) = x_1x_3x_5,\ \alpha_4(\mathbf{X}) = x_2x_3x_4. \qquad (10)$$

Сеть функционирует, если хотя бы один путь функционирует. Следовательно, структурную функцию сети можно рассматривать как параллельное соединение характеристических функций путей. После раскрытия скобок с учетом того, что для булевых переменных $x^i = x$, структурную функцию приведем к виду

$$\phi(\mathbf{X}) = x_1x_4 \coprod x_2x_5 \coprod x_1x_3x_5 \coprod x_2x_3x_4 = 1-(1-x_1x_4)(1-x_2x_5)(1-x_1x_3x_5)(1-x_2x_3x_4) =$$

$$= x_1x_4 + x_2x_5 + x_1x_3x_5 + x_2x_3x_4 - x_1x_2x_3x_4 - x_1x_2x_3x_5 - x_1x_2x_4x_5 -$$

$$-x_2x_3x_4x_5 - x_1x_3x_4x_5 + 2x_1x_2x_3x_4x_5.$$

Применив к левой и правой частям операцию усреднения, с учетом независимости переменных в прозведениях получим аналитическое выражение живучести сети:

$$R_{\{s,t\}}(G) = E\{\phi(\mathbf{X})\} = r_1r_4 + r_2r_5 + r_1r_3r_5 + r_2r_3r_4 - r_1r_2r_3r_4 - r_1r_2r_3r_5 -$$

$$-r_1r_2r_4r_5 - r_2r_3r_4r_5 - r_1r_3r_4r_5 + 2r_1r_2r_3r_4r_5. \qquad (11)$$

Для равноживучих элементов ($r_i = r$) (11) превращается в многочлен живучести

$$R_{\{s,t\}}(G) = 2r^2 + 2r^3 - 5r^4 + 2r^5. \qquad (12)$$

Если ограничиться двумя скачками, то имеют место только два простых пути $P_1 = \{1,4\}$ и $P_2 = \{2,5\}$. В этом случае живучесть с ограничением на задержку равна

$$R_{\{s,t\}}(G,2) = E\{\phi(\mathbf{X})\} = r_1r_4 + r_2r_5 - r_1r_2r_4r_5, \quad (13)$$

откуда при одинаковой живучести ребер получается уравнение живучести при ограничениях на задержку для $d = 2$:

$$R_{\{s,t\}}(G,2) = 2r^2 - r^4. \qquad (14)$$

Для $d = 1$ $R_{\{s,t\}}(G,1) = 0$. На рис. 5 приведены зависимости живучести сети для данного примера, где непрерывная кривая соответствует безусловной живучести, а штрихпунктирная линия соответствует условной живучести для *d* = 2.

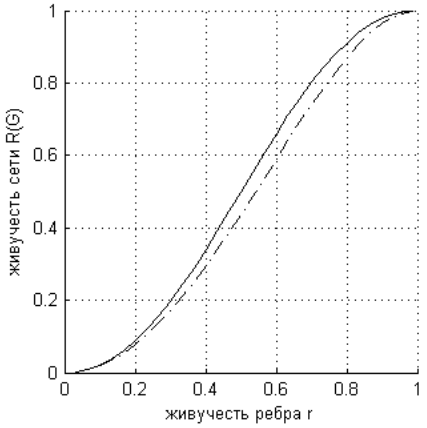


Рис. 5. Зависимость живучести сети (рис. 4) от живучести ребер

В общем случае, если известно множество $P=\{P_1,P_2,...,P_M\}$ всех простых путей, то структурная функция сети имеет вид [14, 15]

$$\phi(\mathbf{X})=\coprod_{j=1}^{M}\prod_{i\in P_j}x_i=$$

$$=1-\prod_{j=1}^{M}\left(1-\alpha_j(\mathbf{X})\right)=1-\prod_{j=1}^{M}\left(1-\prod_{i\in P_j}x_i\right). \quad (15)$$

Таким образом, зная множество всех простых путей, можно не только численно найти живучесть сети, но и получить аналитическую зависимость от живучести ребер [15]. Для получения условной живучести при ограничениях на задержку из множества всех простых путей следует выбрать подмножество $P^*\subset P$, состоящее из допустимых путей, длина которых не превосходит d. Затем проделать стандартную процедуру построения структурной функции с последующим усреднением. В результате этого получим структурную функцию сети с ограничением на задержку.

Пример 2. Рассмотрим сеть, граф которой изображен на рис. 6.

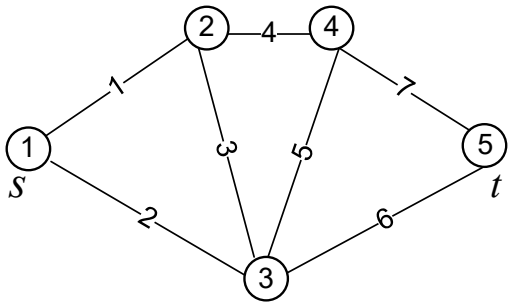


Рис. 6. Пример сети [5]

В рассматриваемом примере определим вначале безусловную живучесть, а затем условную при разных значениях задержки. Определим вначале все минимальные пути с помощью процедуры AllPath(A, s, t). Входными параметрами процедуры являются матрица смежности графа A и номера источника $s = 1$ и стока $t = 5$:

$$A=\begin{Bmatrix}0&1&1&0&0\\1&0&1&1&0\\1&1&0&1&1\\0&1&1&0&1\\0&0&1&1&0\end{Bmatrix},\quad Pt=\begin{Bmatrix}1&0&1&0&1&0&1\\1&0&1&0&0&1&0\\1&0&0&1&1&1&0\\1&0&0&1&0&0&1\\0&1&1&1&0&0&1\\0&1&0&0&1&0&1\\0&1&0&0&0&1&0\end{Bmatrix}.$$

Результатом вычислений являются семь минимальных путей (строк), которые приведены в матрице Pt, где единицами отмечены ребра, включенные в минимальный путь: $P_1=\{1,3,5,7\}$, $P_2=\{1,3,6\}$, $P_3=\{1,4,5,6\}$, $P_4=\{1,4,7\}$, $P_5=\{2,3,4,7\}$, $P_6=\{2,5,7\}$, $P_7=\{2,6\}$.

Структурная функция в соответствии с (15) может быть записана следующим образом:

$$\phi(\mathbf{X})=1-(1-x_2x_6)(1-x_1x_3x_6)(1-x_1x_4x_7)(1-x_2x_5x_7)(1-x_1x_3x_5x_7)(1-x_1x_4x_5x_6)(1-x_2x_3x_4x_7).$$

Затем с использованием символьного вычисления при раскрытии скобок в среде MATLAB с учетом того, что для булевых переменных $x^i=x$, после усреднения получим выражение для живучести сети в аналитическом виде:

$$R_{\{s,t\}}(G)=r_2r_6+r_1r_3r_6+r_1r_4r_7+r_2r_5r_7-r_1r_2r_3r_6+r_1r_3r_5r_7+r_1r_4r_5r_6+r_2r_3r_4r_7-r_2r_5r_6r_7-$$

$$-r_1r_2r_3r_4r_7-r_1r_2r_3r_5r_7-r_1r_2r_4r_5r_6-r_1r_2r_4r_5r_7-r_1r_3r_4r_5r_6-r_1r_2r_4r_6r_7-r_1r_3r_4r_5r_7-r_1r_3r_4r_6r_7-$$

$$-r_2r_3r_4r_5r_7-r_1r_3r_5r_6r_7-r_2r_3r_4r_6r_7-r_1r_4r_5r_6r_7+r_1r_2r_3r_4r_5r_6+2r_1r_2r_3r_4r_5r_7+2r_1r_2r_3r_5r_6r_7+$$

$$+r_1r_2r_3r_5r_6r_7+2r_1r_2r_4r_5r_6r_7+2r_1r_3r_4r_5r_6r_7+r_2r_3r_4r_5r_6r_7-3r_1r_2r_3r_4r_5r_6r_7. \quad (16)$$

Как следует из методики получения выражения, для живучести сети она (живучесть) всегда является полилинейной функцией вероятностей работоспособности ребер. Если живучесть всех ребер одинакова ($r_i = r$), то соотношение (16) превращается в уравнение живучести сети:

$$R = r^2 + 3r^3 + r^4 - 12r^5 + 11r^6 - 3r^7 . \qquad (17)$$

Определим живучесть с ограничением на задержку. Так как нет ребра, напрямую соединяющего источник со стоком, то для $d = 1$

$$R_{\{s,t\}}(G,1) = 0 .$$

Для $d = 2$ существует только один путь $P_7 = \{2,6\}$, удовлетворяющий данному ограничению. Структурная функция $\phi(\mathbf{X}) = 1 - (1 - x_2 x_6) = x_2 x_6$, откуда после усреднения получим

$$R_{\{s,t\}}(G,2) = r_2 r_6 . \qquad (18)$$

Уравнение живучести $R = r^2$.

Для $d = 3$ существует четыре минимальных пути $P_2 = \{1,3,6\}$, $P_4 = \{1,4,7\}$, $P_6 = \{2,5,7\}$, $P_7 = \{2,6\}$, которые удовлетворяют ограничениям. Структурная функция

$$\phi(\mathbf{X}) = 1 - (1 - x_2 x_6)(1 - x_1 x_3 x_6)(1 - x_1 x_4 x_7)(1 - x_2 x_5 x_7) . \qquad (19)$$

После раскрытия скобок и усреднения получаем

$$R_{\{s,t\}}(G) = r_2 r_6 + r_1 r_3 r_6 + r_1 r_4 r_7 + r_3 r_5 r_7 - r_1 r_2 r_3 r_6 - r_1 r_2 r_4 r_6 r_7 - r_1 r_3 r_4 r_5 r_7 - r_1 r_3 r_4 r_6 r_7 -$$

$$- r_1 r_3 r_5 r_6 r_7 - r_2 r_3 r_5 r_6 r_7 + r_1 r_2 r_3 r_4 r_6 r_7 + r_1 r_2 r_3 r_5 r_6 r_7 + r_1 r_3 r_4 r_5 r_6 r_7 , \qquad (20)$$

откуда при равенстве вероятностей отказа ребер получаем уравнение живучести:

$$R = r^2 + 3r^3 - r^4 - 5r^5 + 3r^6 . \qquad (21)$$

На рис. 7 приведены зависимости живучести сети от живучести ребер.

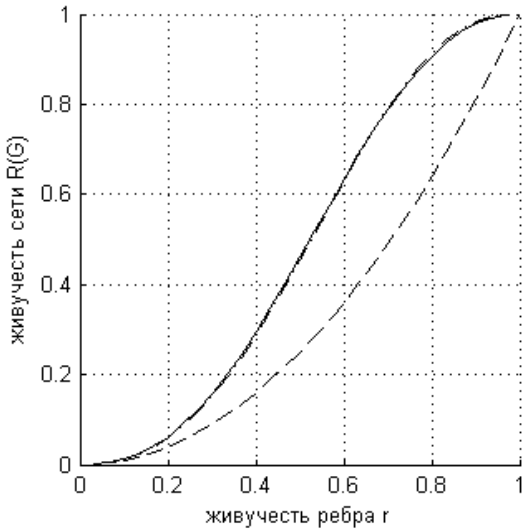


Рис. 7. Зависимость живучести сети от живучести ребер

Непрерывная кривая соответствует живучести без ограничения на задержку ($d = 4$), штрихпунктирная линия соответствует $d = 3$, а штриховая линия соответствует $d = 2$. Как видно из рисунка, штрихпунктирная и непрерывная линии практически совпадают. Это объясняется тем, что в первом случае между источником и стоком существует семь минимальных путей, а во втором – четыре. Однако четыре пути обеспечивают практически такую же живучесть, как и семь путей. Для $d = 2$ живучесть сети резко падает, т.к. в этом случае существует только один минимальный путь.

3. Число простых путей в графе

Как следует из вышеизложенного, живучесть сети существенным образом зависит от числа простых путей, идущих от истока к стоку. Нахождение числа простых путей заданной длины представляет собой самостоятельную задачу. Остановимся на подходе, предложенном в [16].

Маршрутом длины k от узла i к узлу j ($j > i+1$) называется последовательность из k линий $(v_0 \to v_1)(v_1 \to v_2)\cdots(v_{k-1} \to v_k)$, где $v_0 = i$ и $v_k = j$. Первый узел в последовательности есть узел источника v_0 и конечный узел маршрута есть узел назначения v_k.

Простым путем называется маршрут, в котором все узлы и ребра различны. В простом пути длины k в цепочке ребер $(v_0 \to v_1)(v_1 \to v_2)\cdots(v_{k-1} \to v_k)$ нет повторяющихся узлов, т.е. выполняется условие $v_l \neq v_m$ для всех $0 \le l \ne m \le k$. Заметим, что множество простых путей $P[k] \subseteq W[k]$ является относительно малым подмножеством из всех возможных маршрутов длины k, где $W[k]$ – множество всех маршрутов длины k.

Следуя [16], обозначим как $W_{(i,j)}[k]$ множество всех возможных маршрутов длины k от v_i к узлу v_j ($j > i+1$), в которых один и тот же узел встречается по крайней мере дважды. Обозначим как $M(W_{(i,j)}[k])$ $N \times N$ матрицу, элементами которой являются числа таких маршрутов между любой парой узлов.

В [17] доказана теорема о том, что число всех возможных маршрутов длины k от узла v_i к узлу v_j равно элементам матрицы $(A^k)_{ij}$, где A – матрица смежности графа

$$A^k = A^{k-p} \cdot A^p = A^p \cdot A^{k-p}. \qquad (22)$$

Другими словами k-я степень матрицы смежности A^k состоит из чисел маршрутов длины k между каждой парой узлов в графе. Среди маршрутов выделим множество замкнутых маршрутов, в которых маршрут стартует в узле i и через k скачков в него возвращается, т.е. $v_0 = v_k$. Множество всех замкнутых маршрутов длины k обозначим как $W_{(0,k)}[k]$. Соответствующая ему $N \times N$ матрица согласно (22) имеет диагональный вид:

$$M(W_{(0,k)}[k]) = I \times A^k = diag(A^k) = d(A^k), \qquad (23)$$

где I – единичная матрица, символ $\times$ означает произведение Адамара (поэлементное умножение матриц), $diag(A) = diag(a_{11}, a_{22}, \cdots a_{NN})$.

С целью дальнейшего анализа множество всех маршрутов $W_{(i,j)}[k]$ разделим на три подмножества: подмножество всех возможных маршрутов $W[i]$ длины i, множества замкнутых маршрутов $W_{(0,j-i)}[j-i]$ длины $j-i$ и множества маршрутов $W[k-j]$ длины $k-j$. С учетом (22), (23) соответствующая маршрутам матрица может быть записана следующим образом:

$$M(W_{(i,j)}[k]) = A^i \cdot (I \times A^{j-i}) \cdot A^{k-j}. \qquad (24)$$

Введем также в рассмотрение $N \times N$ матрицу $P_k = \left\{ (p_k)_{ij} \right\}$, где элементы обозначают число простых путей между узлами v_i и v_j после k скачков. В [16] получено выражение для матрицы P_k, в котором из общего числа маршрутов длины k A^k вычитается число маршрутов с повторяющимися узлами:

$$P_k = A^k - M\left(\bigcup_{i=0}^{k-2} \bigcup_{j=i+2}^{k} W_{(i,j)}[k] \right). \qquad (25)$$

Применим ко второму члену (25) формулу включения–исключения для множеств

$$M\left(\bigcup_{i=0}^{k-2} \bigcup_{j=i+2}^{k} W_{(i,j)}[k] \right) = \sum_{i_1=0}^{k-2} \sum_{j_1=i_1+2}^{k} M(W_{(i_1,j_1)}[k]) - \sum_{i_1=0}^{k-2} \sum_{j_1=i_1+2}^{k} \sum_{i_2=i_1}^{k-2} \sum_{j_2=q_2}^{k} M(W_{(i_1,j_1)}[k] \cap W_{(i_2,j_2)}[k]) +$$

$$+ \cdots (-1)^{k-1} \sum_{i_1=0}^{k-2} \sum_{j_1=i_1+2}^{k} \cdots \sum_{i_k=i_{k-1}}^{k-2} \sum_{j_k=q_k}^{k} M\left(\bigcap_{s=1}^{k} W_{(i_s,j_s)}[k] \right), \qquad (26)$$

где если $i_m = i_{m-1}$, то $q_m = j_{m-1} + 2$, в противном случае $q_m = i_m + 2$, $1 < m \le k$.

Рассмотрим частные случаи.

Для $k=1$ все пути длины 1 задаются матрицей смежности, т.е.

$$P_1 = A\,. \tag{27}$$

Для $k=2$ второй член в (25) равен $M(W_{(0,2)}[2]) = I \times A^2 = d(A^2)$ и

$$P_2 = A^2 - I \times A^2\,. \tag{28}$$

Для $k=3$ формула включения–исключения (26) принимает вид

$$M\left(\bigcup_{i=0}^{1}\bigcup_{j=i+2}^{3} W_{(i,j)}[3]\right) = M(W_{(0,2)}[3]) + M(W_{(0,3)}[3]) + M(W_{(1,3)}[3]) -$$
$$-M(W_{(0,2)}[3]\cap \mathrm{W}_{(0,3)}[3]) - M(W_{(0,2)}[3]\cap \mathrm{W}_{(1,3)}[3]) - M(W_{(0,3)}[3]\cap \mathrm{W}_{(1,3)}[3]) +$$
$$+M(W_{(0,2)}[3]\cap \mathrm{W}_{(0,3)}[3]\cap \mathrm{W}_{(1,3)}[3])\,. \tag{29}$$

Пересечение множеств маршрутов $(W_{(0,2)}[3]\cap \mathrm{W}_{(0,3)}[3])$ определяет замкнутые маршруты, для которых $v_0 = v_2 = v_3$. Такие маршруты должны вернуться в исходный узел за два и три скачка. Очевидно, что на одном маршруте это невозможно, поэтому таких маршрутов не существует, т.е. $(W_{(0,2)}[3]\cap \mathrm{W}_{(0,3)}[3]) = \varnothing$. Аналогично $(W_{(0,3)}[3]\cap \mathrm{W}_{(1,3)}[3]) = \varnothing$ и $(W_{(0,2)}[3]\cap W_{(0,3)}[3]\cap \mathrm{W}_{(1,3)}[3]) = \varnothing$. С учетом сказанного (29) принимает вид

$$M\left(\bigcup_{i=0}^{1}\bigcup_{j=i+2}^{3} W_{(i,j)}[3]\right) = M(W_{(0,2)}[3]) + M(W_{(0,3)}[3]) + M(W_{(1,3)}[3]) - M(W_{(0,2)}[3]\cap \mathrm{W}_{(1,3)}[3])\,. \tag{30}$$

Из (23) и (24) имеем

$$M(W_{(0,3)}[3]) = d(A^3)\,,\ M(W_{(0,2)}[3]) = d(A^2)\cdot A\,,\ M(W_{(1,3)}[3]) = A\cdot d(A^2)\,, \tag{31}$$

$$M(W_{(0,2)}[3]\cap W_{(1,3)}[3]) = A\times A\times A = A\,. \tag{32}$$

После подстановки (31), (32) в (29) окончательно получим

$$P_3 = A^3 - d(A^2)\cdot A - d(A^3) - A\cdot d(A^2) + A\,. \tag{33}$$

Аналогично получается выражение для матрицы числа простых путей длины $k = 4$ [16]:

$$P_4 = A^4 - d(A^2)\cdot A^2 - d(A^3)\cdot A - d(A^4) - A\cdot d(A^2)\cdot A - A\cdot d(A^3) - A^2\cdot d(A^2) +$$
$$+2\cdot d(A^2)^2 + 3A\times A^2 + d(A\cdot d(A^2)\cdot A) + 2A^2 - 2d(A^2)\,. \tag{34}$$

Формулы для $k = 3, 4, 5$ и $k = 6$ в предположении $i \neq j$, полученные другим способом, представлены в [18, 19]. Приведем их ниже

$$P_3 = A^3 - d(A^2)\cdot A - A\cdot d(A^2) + A\,. \tag{33а}$$

Отличие (33а) от (33) состоит в отсутствии диагональной матрицы $-d(A^3)$:

$$P_4 = A^4 - d(A^2)\cdot A^2 - d(A^3)\cdot A - A\cdot d(A^2)\cdot A - A\cdot d(A^3) - A^2\cdot d(A^2) +$$
$$+3A\times A^2 + (A\cdot d(A^2)\cdot A) + 2A^2\,. \tag{34а}$$

Отличие (34а) от (34) состоит в отсутствии в (34а) диагональной матрицы $-d(A^4) + 2d(A^2)^2 + d(A\cdot d(A^2)\cdot A) - 2d(A^2)$. Таким образом, подходы [16] и [18, 19] приводят к оди-

наковым недиагональным элементам матрицы P_k $(i \neq j)$. Однако если в [16] все диагональные элементы равны нулю $(p_k)_{i,i} = 0$, то в [18, 19] они отличны от нуля $(p_k)_{i,i} \neq 0$.

Аналитическое выражение для P_5 из [18, 19] имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} P_5 = {} & A^5 - d(A^4)\cdot A - A\cdot d(A^4) - A^2\cdot d(A^3) - d(A^3)\cdot A^2 - A^3\cdot d(A^2) - d(A^2)\cdot A^3 + \\ & +2A\times A^3\times A - A\cdot d(A^3)\cdot A + 2d(A^2)^2\cdot A + 2A\cdot d(A^2)^2 + A^2\times A^2\times A + \\ & +2A\times A^2\times A^2 + d(A^2)\cdot A\cdot d(A^2) - A\cdot d(A^2)\cdot A^2 - A^2\cdot d(A^2)\cdot A + \\ & +2(A\times A^2\times A)\cdot A + 2A\cdot(A\times A^2\times A) + d(A\cdot d(A^2)\cdot A)\cdot A + \\ & +A\cdot d(A\cdot d(A^2)\cdot A) - 3A\times(A^2) + A\times A^3 - 4d(A^2)\cdot A - 4A\cdot d(A^2) + \\ & +2A^3 + (A\times A^2)\cdot A + A\cdot(A\times A^2) + A^3 - 2d(A^2)\cdot A - 2A\cdot d(A^2) - A^2\times A + 4A\,. \end{aligned} \tag{35}$$

Аналитическое выражение для P_6 [19] из-за громоздкости здесь не приводится.

Ниже приведены матрицы P_k для сетей, изображенных на рис. 4 (36) и рис. 6 (37). Для сети, изображенной на рис. 4, из вида матриц (36) следует, что между первым и четвертым узлами нет односкачковых путей ($(p_1)_{1,4} = 0$). Существует по два двух- и трехскачковых простых путей ($(p_2)_{1,4} = 2$, $(p_3)_{1,4} = 2$). Четырехскачковых простых путей в данной сети не существует.

$$P_1 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix},\ P_2 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix},\ P_3 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix},\ P_4 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}. \tag{36}$$

Для сети, изображенной на рис. 6, между истоком и стоком не существует пути единичной длины $(p_1)_{1,5} = 0$, существует один двухскачковый путь $(p_2)_{1,5} = 1$, три трехскачковых пути $(p_3)_{1,5} = 3$ и три четырехскачковых пути $(p_4)_{1,5} = 3$:

$$P_1 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix},\ P_2 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix},\ P_3 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix},\ P_4 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix}. \tag{37}$$

Следовательно, используя данный подход, можно алгебраическими методами получить оценки для числа простых путей заданной длины между двумя любыми узлами сети.

Выводы

Расчет живучести сети при ограничениях на задержку распространения пакетов проводится в несколько этапов. На первом этапе с помощью рассмотренного выше алгебраического метода осуществляется проверка количества в сети простых путей заданной длины между интересующими узлами. На втором этапе с помощью существующего программного обеспечения находятся все простые пути и среди них отбираются допустимые, которые удовлетворяют ограничениям на задержку при передаче пакетов. На третьем этапе с помощью аппарата структурных функций и символьного вычисления по допустимым простым путям после усреднения получаются аналитические выражения для условной функции живучести.

Список источников

1. ГОСТ Р 53111 – 2008 Устойчивость функционирования сети связи общего пользования. Требования и методы проверки. М.: Стандартинформ, 2009. 16 с.

2. *Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е.* Оценка живучести телекоммуникационных сетей методом перебора состоя-

ний и сокращения размерности // Теория и техника радиосвязи. 2024. № 4. С. 9–17.

3. *Ahmad S.H.* Simple enumeration of minimal cutsets of acyclic directed graph // IEEE Transactions on Reliability. 1987. Vol. R-27, No. 5. Pp. 484–487.

4. *Locks M.O.* A minimizing algorithm for sum of disjoint products // IEEE Transactions on Reliability. 1987. Vol. R-36, No. 4. Pp. 436–445.

5. *Hariri S., Raghavendra C.S.* SYREL: A symbolic reliability algorithm based on path and cutset methods// IEEE Transactions on Computers. 1987. Vol. C-36, No. 10. Pp. 1224–1232.

6. *Wood R.K.* Factoring Algorithms for Computing K-Terminal Network Reliability // IEEE Transactions on Reliability. 1986. Vol. R-35, No. 3. Pp. 269–278.

7. *Мигов Д.А.* Формулы для быстрого расчета вероятности связности подмножества вершин в графах небольшой размерности // Проблемы информатики. 2010. Т. 6. С. 10–17.

8. *Мигов Д.А.* Декомпозиция сети по сечениям при расчёте её надёжности // Прикладная дискретная математика. 2020. № 47. С. 62–86.

9. *Rebaiaia M-L., Daoud Ait-Kadi, Merlano A.* A Practical Algorithm for Network Reliability Evaluation Based on the Factoring Theorem – A Case Study of a Generic Radiocommunication System // Journal of Quality. 2009. Vol. 16, No. 5. Pp. 323–335.

10. *Burgos J.M., Amoza F.R.* Factorization of network reliability with perfect nodes I: Introduction and statements // Discrete Applied Mathematics. 2016. Vol. 198. Pp. 82–90.

11. *Cancela H., Petingi L.* Diameter constrained network reliability: exact evaluation by factorization and bounds // Proceeding of the International Conference on Industrial Logistics. Japan. 2001. Pp. 349–356.

12. *Cancela H., Petingi L.* Reliability of Communication Networks with Delay Constraints: Computational Complexity and Complete Topologies // International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. 2004. Pp. 1551–1562.

13. *Мигов Д.А., Нестеров С.Н., Родионов А.С.* Методы ускоренного расчета надежности сетей с ограничением на диаметр // Вестник СибГУТИ. № 1. 2014. С. 49–56.

14. *Marichal J.L.* Structure functions and minimal path sets // IEEE Transactions on Reliability. 2016. Vol. 65, No. 2. Pp. 763–768.

15. *Чаркин Д.Ю., Алехин С.Ю., Григорьев Е.В., Лимарев А.Е., Прохоров В.Е.* Оценка живучести телекоммуникационных сетей средствами Matlab // Теория и техника радиосвязи. 2025. № 1. С. 15–29.

16. *Joki´c Ivan, Van Mieghem P.* Number of paths in a graph. [Электронный ресурс]. URL: http:researchgate.netpublication./363667755 (дата обращения: 19.09.2022).

17. *Van Mieghem P.* Graph spectra for complex networks. Cambridge University Press, 2011. 345 p.

18. *Perepechko S.N., Voropaev A.N.* The number of fixed length cycles in an undirected graph. Explicit formulae in case of small lengths // Mathematical Modeling and Computational Physics (MMCP2009), Dubna. 2009. Pp. 7–11.

19. *Ross I. C., Harary F.* On the Determination of Redundancies in Sociometric Chains // Psychometrika. 1952. Vol. 17, No 2. Pp. 195–208.

References

1. State standard R 53111 – 2008 The stability of the public communication network. Verification requirements and methods. Moscow: Standartinform, 2009. 16 p.

2. *Charkin D.Yu, Alekhin S.Yu, Grigoryev E.V., Limarev A.E., Prokhorov V.E.* Assessing the survivability telecommunication networks using condition search and dimension reduction // Theory and Technology of Radio Communication. 2024. No. 4. Pp. 9–17.

3. *Ahmad S.H.* Simple enumeration of minimal cutsets of acyclic directed graph // IEEE Transactions on Reliability. 1987. Vol. R-27, No. 5. Pp. 484–487.

4. *Locks M.O.* A minimizing algorithm for sum of disjoint products // IEEE Transactions on Reliability. 1987. Vol. R-36, No. 4. Pp. 436–445.

5. *Hariri S., Raghavendra C.S.* SYREL: A symbolic reliability algorithm based on path and cutset methods// IEEE Transactions on Computers. 1987. Vol. C-36, No. 10. Pp. 1224–1232.

6. *Wood R.K.* Factoring Algorithms for Computing K-Terminal Network Reliability // IEEE Transactions on Reliability. 1986. Vol. R-35, No. 3. Pp. 269–278.

7. *Migov D.A.* Formulas for quickly calculating the probabilistic connectivity of a subset of vertices in graphs of small dimension // Problemy Informatiki. 2010. Vol. 6. Pp. 10–17.

8. *Migov D.A.* Decomposition of the network by sections when calculating its reliability // Prikladnaya diskretnaya matematika. 2020. No. 47. Pp. 62–86.

9. *Rebaiaia M-L., Daoud Ait-Kadi, Merlano A.* A Practical Algorithm for Network Reliability Evaluation Based on the Factoring Theorem – A Case Study of a Generic Radiocommunication System // Journal of Quality. 2009. Vol. 16, No. 5. Pp. 323–335.

10. *Burgos J.M., Amoza F.R.* Factorization of network reliability with perfect nodes I: Introduction and statements // Discrete Applied Mathematics. 2016. Vol. 198. Pp. 82–90.

11. *Cancela H., Petingi L.* Diameter constrained network reliability: exact evaluation by factorization and bounds // Proceeding of the International Conference on Industrial Logistics. Japan. 2001. Pp. 349–356.

12. *Cancela H., Petingi L.* Reliability of Communication Networks with Delay Constraints: Computational Complexity and Complete Topologies // International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. 2004. Pp. 1551–1562.

13. *Migov D.A., Nesterov S.N., Rodionov A.S.* Methods of speeding up calculation of diameter constraint network reliability // Bulletin of the Siberian State University of Telecommunications and Informatics. 2014. No. 1. Pp. 49–56.

14. *Marichal J.L.* Structure functions and minimal path sets // IEEE Transactions on Reliability. 2016. Vol. 65, No. 2. Pp. 763–768.

15. *Charkin D.Yu., Alekhin S.Yu., Grigoryev E.V., Limarev A.E., Prokhorov V.E.* Estimate the survivability of telecommunication networks using Matlab // Theory and Technology of Radio Communication. 2025. No. 1. Pp. 15–29.

16. *Joki´c Ivan, Van Mieghem P.* Number of paths in a graph. [Electronic resource]. URL: http:researchgate.netpublication./363667755 (date of request: 19.09.2022).

17. *Van Mieghem P.* Graph spectra for complex networks. Cambridge University Press, 2011. 345 p.

18. *Perepechko S.N., Voropaev A.N.* The number of fixed length cycles in an undirected graph. Explicit formulae in case of small lengths // Mathematical Modeling and Computational Physics (MMCP2009), Dubna. 2009. Pp. 7–11.

19. *Ross I.C., Harary F.* On the Determination of Redundancies in Sociometric Chains // Psychometrika. 1952. Vol. 17, No 2. Pp. 195–208.

Информация об авторах

Дмитрий Юрьевич Чаркин, генеральный конструктор
Сергей Юрьевич Алехин, начальник НТУ
Евгений Васильевич Григорьев, начальник сектора
Анатолий Емельянович Лимарев, ведущий конструктор
Владимир Евгеньевич Прохоров, начальник отдела

Information about the authors

Dmitry Yu. Charkin, General Designer
Sergey Yu. Alekhin, Head of Scientific and Technical Department
Evgeny V. Grigoriev, Head of Sector
Anatoly E. Limarev, Leading Design Engineer
Vladimir E. Prokhorov, Head of department

Статья поступила в редакцию 27.04.2026
Одобрена после рецензирования 30.04.2026
Принята к публикации 06.05.2026

The article was submitted 27.04.2026
Approved after reviewing 30.04.2026
Accepted for publication 06.05.2026

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 17–23. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 17–23. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.375

Сравнительный анализ алгоритмов двухполяризационного приёма для систем тропосферной связи

Лариса Ивановна Аверина[1], Олег Константинович Каменцев[2], Владислав Андреевич Стёпкин[3]
[1–3]Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия
[1]l.i.averina@sozvezdie.su, [2]o.k.kamencev@sozvezdie.su, [3]v.a.stepkin@sozvezdie.su

Аннотация. *Приведены аналитические выражения для расчета весовых коэффициентов двухполяризационной приёмной системы тропосферной связи с использованием различных подходов: максимума выходного отношения сигнал/шум и минимума среднеквадратической ошибки. На основе имитационного моделирования проведены исследования эффективности применения алгоритмов при различных условиях функционирования. В качестве изменяемых параметров использовались: отношение сигнал/шум в каждом канале, длина выборки опорного сигнала, тип канала распространения – с белым гауссовским шумом, частотно-селективный.*

Ключевые слова: *двухполяризационный прием, фильтр Винера, метод наименьших квадратов, метод сопряженных градиентов, адаптивный LMS-алгоритм.*

Comparative analysis of dual-polarization reception algorithms for tropospheric communication systems

Larisa I. Averina[1], Oleg K. Kamentsev[2], Vladislav A. Stepkin[3]
[1–3]Concern «Sozvezdie», Voronezh, Russia
[1]l.i.averina@sozvezdie.su, [2]o.k.kamencev@sozvezdie.su, [3]v.a.stepkin@sozvezdie.su

Abstract. *Analytical expressions are presented for calculating the weight coefficients of a dual-polarization receiving system for tropospheric communication using different approaches: maximum output signal-to-noise ratio and minimum mean square error. Based on simulation modeling, the efficiency of the algorithms under various operating conditions was studied. The variable parameters used were the signal-to-noise ratio in each channel, the length of the reference signal sample, and the type of propagation channel - white Gaussian noise or frequency-selective channel.*

Keywords: *dual-polarization reception, Wiener filter, least-squares method, conjugate gradient method, adaptive LMS algorithm.*

Системы связи на основе тропосферного рассеяния занимают уникальную нишу в телекоммуникациях, обеспечивая сверхдальнюю связь за горизонт (от 50 до 800 км) без использования спутников или ретрансляторов, что, в свою очередь, приводит к работе в сложных условиях распространения радиоволн. Сигнал на входе приемника тропосферной станции подвержен быстрым и медленным замираниям и имеет весьма низкое отношение сигнал/шум (ОСШ). В этом случае двухполяризационный прием является одним из ключевых методов обеспечения увеличения энергетического потенциала линии и, соответственно, устойчивой связи.

Основная проблема тропосферной связи – многолучевое распространение. Сигнал от передатчика рассеивается на неоднородностях тропосферы (турбулентности, слоях инверсии) и приходит в точку приема множеством лучей с разными задержками, фазами и амплитудами. Тропосферный канал динамически меняет поляризацию сигнала [1]. Из-за рассеяния на несферических частицах, гидрометеорах (дождь, снег, туман) и явления многолучевости вертикально поляризованная волна на пути к приемнику испытывает деполяризацию, то есть частично преобразуется в горизонтально поляризованную, и наоборот. В результате, если на передаче и приёме используются антенны только вертикальной поляризации, то теряется энергия сигнала, которая «перетекла» в горизонтальную компоненту. Использование на приёме антенн с двойной поляризацией позволяет уловить всю энергию рассеянного сигнала независимо от того, как изме-

© Аверина Л.И., Каменцев О.К., Стёпкин В.А., 2026

нилась его поляризация в процессе распространения, что особенно важно во время дождя или в условиях сильной турбулентности, когда деполяризация максимальна [1]. Также, если используется антенна только одной поляризации, при определенных условиях интерференции волн может произойти их деструктивное сложение, и сигнал практически исчезнет. Вероятность того, что в этот же момент составляющая сигнала с другой поляризацией достигнет такого же глубокого замирания, значительно ниже. В [2, 3] показано, что статистически замирания на ортогональных поляризациях коррелированы слабо. Однако наибольшего эффекта от двухполяризационного приёма можно достигнуть только в условиях синфазного взвешенного сложения сигналов различной поляризации, достигаемого с помощью оптимальной цифровой двухканальной обработки.

Целью работы является оценка эффективности применения различных алгоритмов взвешенного сложения сигналов с двух ортогональных поляризаций для увеличения отношения сигнал/шум на входе демодулятора приемника тропосферной системы связи.

Алгоритмы определения оптимальных весовых коэффициентов

Пусть на входе каждого приёмного канала имеем сигнал

$$x_1(k) = h_1 s(k) + n_1(k),$$
$$x_2(k) = h_2 s(k) + n_2(k),$$

где $s(k)$ – исходный сигнал; $h_i = A_i e^{j\varphi_i}$ – комплексная передаточная характеристика канала, параметры которой для частотно-селективного канала будут зависеть от задержки; $n_i(k)$ – реализация гауссовского шума. Необходимо отметить, что при дальнейшем анализе шумы в каналах считались некоррелированными.

Тогда сигнал после взвешенного суммирования равен

$$y(k) = w_1^* x_1(k) + w_2^* x_2(k).$$

Цель оптимального алгоритма – найти такие весовые коэффициенты w_i, которые оптимизировали бы какой-либо параметр.

В качестве такого параметра можно использовать либо отношение сигнал/шум на выходе суммирующей системы и производить его максимизацию, либо среднеквадратическую ошибку между взвешенным $y(k)$ и опорным $d(k)$ сигналами и производить её минимизацию.

Рассмотрим сначала метод оценки весовых коэффициентов, максимизирующий отношение сигнал/шум на выходе суммирующей системы. Для этого используются различные подходы [4], но наилучшим является метод максимального отношения (Maximal Ratio Combining – MRC). Согласно этому методу весовые коэффициенты определяются следующим соотношением:

$$\mathbf{w}_{MRC} = \frac{\mathbf{H}}{\boldsymbol{\sigma}^2}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{H} = \left[\hat{h}_1, \hat{h}_2\right]$ – вектор оценки характеристик канала, $\boldsymbol{\sigma}^2 = \left[\hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2\right]$ – вектор оценки дисперсии шума в каждом канале. Эти оценки можно получить, зная и принятый в каждом канале опорный сигнал:

$$\hat{h}_i = \frac{E\left[x_i(k) \cdot d^*(k)\right]}{E\left[d(k) \cdot d^*(k)\right]},$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = E\left[\left|x_i(k) - \hat{h}_i^* \cdot d^*(k)\right|^2\right],$$

где $E[...]$ – оператор усреднения.

Рассмотрим теперь метод оценки весовых коэффициентов, минимизирующий среднеквадратическую ошибку между суммарным и опорным сигналами. Подобная обработка основана на теории винеровской фильтрации.

Рассмотрим сначала оптимальный фильтр Винера (LS оценка), для которого минимизируемая функция определяется как

$$\xi = E\left[\left|e(k)\right|^2\right] = E\left[\left(d(k) - y(k)\right) \cdot \left(d(k) - y(k)\right)^*\right], \qquad (2)$$

где $e(k) = d(k) - y(k)$.

Минимум данной параболической функции лежит в точке, где её градиент равен нулю. Подставив выражение для $y(k)$ в (2) и вычислив градиент, получим оптимальный вектор весовых коэффициентов [5]:

$$\mathbf{w}_{LS} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{r}, \qquad (3)$$

где $\mathbf{r} = E\left[\mathbf{x}(k) \cdot d^*(k)\right]$ – вектор взаимной корреляции между входными $\mathbf{x}(k) = \left[x_1(k), x_2(k)\right]$

и опорным сигналами; $\mathbf{R} = E\left[\mathbf{x}(k)\cdot\mathbf{x}^H(k)\right]$ – корреляционная матрица входных сигналов.

Из соотношения (3) видно, что расчёт весовых коэффициентов требует оценки корреляционной матрицы и её обращения, что несёт большую вычислительную сложность. В случае двух каналов обращение матрицы можно представить в виде

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}\cdot\mathbf{K},$$

$$\mathbf{K} = \frac{1}{\left(R_{11}\cdot R_{22} - R_{12}\cdot R_{21}\right)^2}\cdot\begin{bmatrix} R_{22}^2 + R_{12}\cdot R_{21} & -R_{12}\cdot\left(R_{11}+R_{22}\right) \\ -R_{12}\cdot\left(R_{11}+R_{22}\right) & R_{11}^2 + R_{12}\cdot R_{21}\end{bmatrix}.$$

В результате получаем конечный набор арифметических операций, что впоследствии поможет оценить скорость обработки при вычислениях с помощью LS-алгоритма.

Далее рассмотрим наиболее распространённый и простой в реализации метод наименьшего среднего квадрата (LMS). В данном алгоритме точный градиент заменяется его мгновенной оценкой, что уменьшает число необходимых операций, но влечёт за собой стохастический процесс изменения ошибки в установившемся состоянии по сравнению с алгоритмами наискорейшего спуска [2]. Различия зависят от параметров входящего сигнала и значений констант, принятых в ходе решения. В частности, был использован алгоритм наименьших квадратов Уидроу–Хопфа последовательного обновления весовых коэффициентов [3], который можно записать как

$$\mathbf{w}_{LMS}(k+1) = \mathbf{w}_{LMS}(k) - \mu\cdot e^*(k)\cdot\mathbf{x}(k), \qquad (4)$$

где μ – параметр, определяющий устойчивость и скорость сходимости.

Как видно, метод максимально компактен и прост в реализации, но присутствует существенный недостаток – параметр μ задаётся вручную, исключая при этом универсальность и требуя личного вмешательства при изменении внешних условий, а также сходимость может оказаться достаточно продолжительной. В противном случае результат может оказаться непредсказуемым. В итоге можно прийти к выводу, что LMS-алгоритм стоит выбирать в случае отсутствия серьёзных требований к устойчивости или скорости сходимости алгоритма.

Если необходим компромисс между вычислительной сложностью и точностью оценки, то для решения задачи оптимизации можно воспользоваться методом сопряжённых градиентов (CG) – численным методом решения систем линейных алгебраических уравнений вида $\mathbf{R}\cdot\mathbf{w} = \mathbf{r}$. Для его применения необходимо выполнение нескольких условий. Матрица $\mathbf{R}$ должна быть симметрична, положительно определена и вещественна. Из благоприятных свойств можно отметить то, что при использовании данного метода среднеквадратическая ошибка может только уменьшаться, а сам метод выдаёт теоретически точное решение за фиксированное число итераций. В данном алгоритме также используются оценки $\mathbf{R}$ и $\mathbf{r}$. Расчёт весовых коэффициентов на одном шаге работы алгоритма можно представить как

$$\mathbf{w}_{CG}(n+1) = \mathbf{w}_{CG}(n) + \frac{E\left[\mathbf{b}^H(n)\cdot\mathbf{b}(n)\right]}{E\left[\mathbf{p}^H(n)\cdot\mathbf{R}\cdot\mathbf{p}(n)\right]}\cdot\mathbf{p}(n),$$

$$\mathbf{p}(n+1) = \mathbf{b}(n) + \frac{E\left[\mathbf{b}^H(n+1)\cdot\mathbf{b}(n+1)\right]}{E\left[\mathbf{b}^H(n)\cdot\mathbf{b}(n)\right]}\cdot\mathbf{p}(n),$$

$$\mathbf{b}(n+1) = \mathbf{b}(1) - \frac{E\left[\mathbf{b}^H(n)\cdot\mathbf{b}(n)\right]}{E\left[\mathbf{p}^H(n)\cdot\mathbf{R}\cdot\mathbf{p}(n)\right]}\cdot\mathbf{R}\cdot\mathbf{p}(n),$$

$$\mathbf{b}(1) = \mathbf{r} - \mathbf{R}\cdot\mathbf{w}_{CG}(0),\ \mathbf{p}(1) = \mathbf{b}(1). \qquad (5)$$

Работает алгоритм по принципу определения оптимального направления и оптимального шага, благодаря чему сходимость добивается за минимальное количество итераций. Как и для LS-оценки, CG метод позволяет применить два подхода к реализации. Первый подход – накопительный, когда сначала накапливается определённое количество отсчётов и только потом начинаются вычисления. В этом случае появляется возможность регулировать объём выборки, но есть вероятность неоптимального её подбора.

Второй подход заключается в постоянном пополнении выборки (следовательно, и корреляционной матрицы) поступающими отсчётами, что может привести к увеличению числа производимых арифметических операций, но при удачном стечении обстоятельств позволит получить оптимальные весовые коэффициенты ещё на первых шагах.

Результат сравнительного анализа на основе имитационного моделирования

Для оценки эффективности применения рассмотренных выше алгоритмов взвешенного сложения каналов приема для двухполяризационной архитектуры приемника был проведён сравнительный анализ помехоустойчивости систем связи, использующих различные методы определения оптимальных коэффициентов. Для этого в среде MATLAB была построена имитационная модель системы тропосферной связи.

Блок-схема синтезированной имитационной модели приведена на рис. 1. Поток отсчетов сформированного OFDM-сигнала поступает на модель канала, представленную двумя комплексными числами со случайными амплитудами и фазами, после чего на полученные два сигнала накладывается аддитивный белый гауссовский шум. Части двух полученных потоков отсчетов затем поступают на блок оценки весовых коэффициентов, выходы которого поступают на блоки умножителей. Блок оценки весовых коэффициентов реализует методы, описанные соотношениями (1)–(5). Таким образом, на OFDM демодулятор поступает уже взвешенная сумма канальных отсчетов.

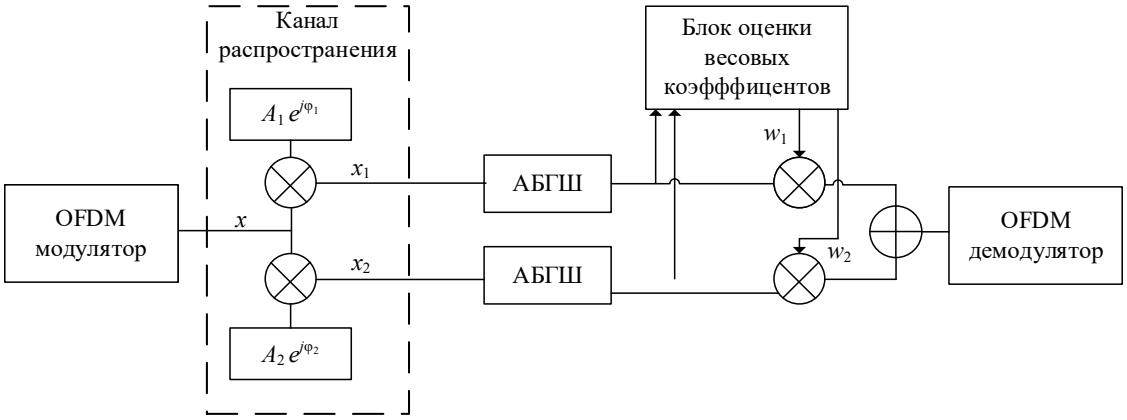


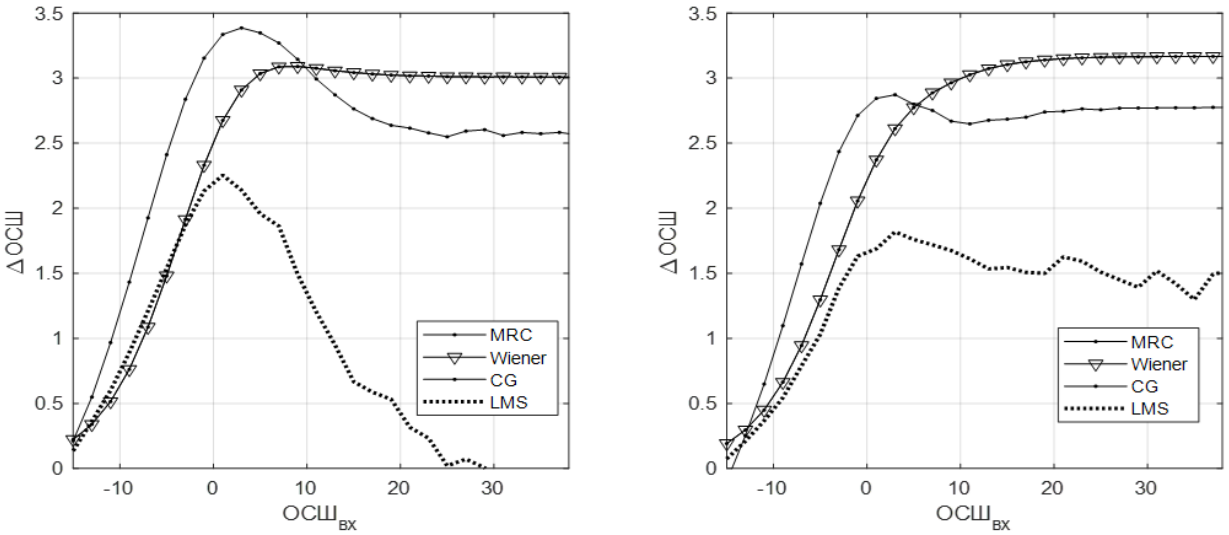
Рис. 1. Блок-схема системы связи

В качестве параметра, количественно оценивающего эффективность рассмотренных алгоритмов взвешенного сложения каналов приема для двухполяризационной архитектуры, использовалась разница между ОСШ в двухканальной и одноканальной системах. ОСШ оценивалось по точкам сигнального созвездия:

$$SNR = 10\lg\left(\frac{\sum_{k=1}^{N}\left[\left(\mathrm{Re}(d(k))-\mathrm{Re}(y(k))\right)^2+\left(\mathrm{Im}(d(k))-\mathrm{Im}(y(k))\right)^2\right]}{\sum_{k=1}^{K}\left[\left(\mathrm{Re}(d(k))\right)^2+\left(\mathrm{Im}(d(k))\right)^2\right]}\right).$$

На рис. 2 представлены графики зависимости разницы ОСШ от истинного значения ОСШ для различных алгоритмов. Рис. 2а соответствует каналам только с белым гауссовским шумом, а рис. 2б – частотно-селективным каналам с различными передаточными характеристиками. Стоит отметить, что при использовании LMS-алгоритма параметр μ был выбран равным 0.01, так как при таком значении сходимость и устойчивость алгоритма были наиболее оптимальными, а для CG метода присвоено условие сходимости за 3 итерации. Число отсчетов опорного сигнала – 1000. Из полученных графиков видно, что, во-первых, метод на основе вине-

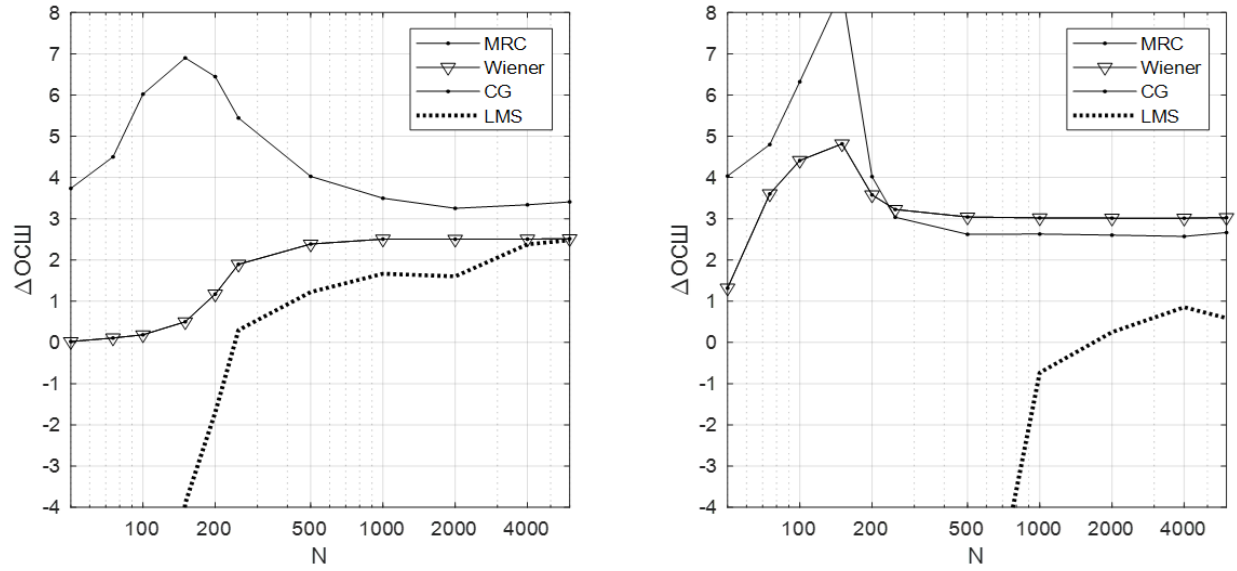
ровской фильтрации более эффективен по сравнению с MRC при ОСШ более 5 дБ. При ОСШ ниже этого значения преимущество в приросте имеет MRC метод. Во-вторых, алгоритмы LS и CG дают идентичные результаты, а при ОСШ более 5 дБ наступает насыщение прироста (3 дБ). В-третьих, алгоритм LMS неплохо отрабатывает в области малых значений ОСШ, но при его увеличении эффективность алгоритма резко падает из-за неустойчивости. Наличие частотной селективности в каналах улучшает работу MRC метода и устойчивость LMS-алгоритма.



а) б)

Рис. 2. Зависимости разницы ОСШ между двухканальной и одноканальной системами от истинного значения ОСШ для различных методов

На рис. 3 представлены зависимости разницы ОСШ от числа отсчетов опорного сигнала при различных значениях входного ОСШ: 0 дБ для демонстрации работы в области малых ОСШ (рис. 3а) и в области больших ОСШ (рис. 3б).



а) б)

Рис. 3. Зависимости разницы ОСШ между двухканальной и одноканальной системами от числа отсчётов опорного сигнала для различных методов

Из анализа зависимостей можно сделать вывод, что для LS и CG алгоритмов необходимо использовать минимум 500 отсчётов. При последующем увеличении выигрыш асимптотически стремится к константе. При этом зависимости для LS и CG ведут себя схожим образом. В свою очередь, LMS алгоритм начинает проявлять свою эффективность лишь при длине обучающей выборки 4000 отсчетов.

В таблице представлена оценка вычислительной сложности описанных алгоритмов для блока из N канальных отсчетов. Для удобства сравнивалось число комплексных умножений и сложений, а также итоговое число операций с плавающей точкой.

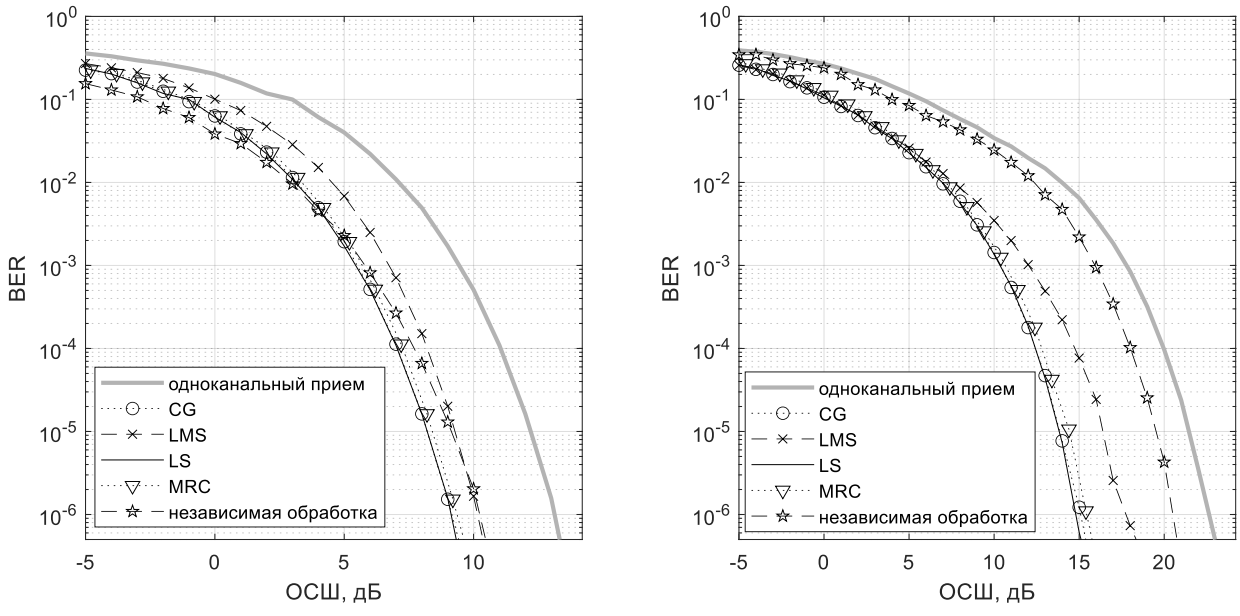
Таблица

Оценка вычислительной сложности

Метод	Число комплексных умножений	Число комплексных сложений	Общее число операций с плавающей точкой
MRC	$11N$	$11N - 9$	$88N - 18$
Wiener (LS)	$8N$	$7N - 6$	$62N - 12$
Wiener (CG)	$8N + O(1)$	$7N + O(1)$	$62N + O(1)$
Wiener (LMS)	$4N$	$4N$	$34N$

Как видно из таблицы, все рассмотренные алгоритмы имеют линейную сложность, при этом LMS требует примерно в 2 раза меньше операций с плавающей точкой, а LS и CG различаются лишь в константной части.

Также были посчитаны кривые помехоустойчивости системы связи, использующей двухполяризационный прием (рис. 4). Для сравнительного анализа была добавлена независимая обработка двух каналов с усреднением точек созвездия после эквализации. Для оценки весовых коэффициентов использовалось 4096 отсчетов. Здесь также рис. 4а соответствует каналам только с белым гауссовским шумом, а рис. 4б – частотно-селективным каналам.



а) б)

Рис. 4. Кривые помехоустойчивости системы при двухполяризационном приёме

Из полученных результатов видно, что в каналах с белым гауссовским шумом (рис. 4а) использование MRC, LS и CG алгоритмов взвешенного суммирования позволяет получить выигрыш в требуемом ОСШ около 1 дБ по сравнению с независимой обработкой обоих каналов с

последующим усреднением. LMS-алгоритм также уступает LS и CG оценкам порядка 1 дБ и соответствует независимой обработке каналов в области высоких ОСШ.

В случае некоррелированных каналов с частотно-селективными замираниями (рис. 4б) выигрыш в требуемом ОСШ для оптимальных алгоритмов взвешенного суммирования каналов составляет уже около 5 дБ по сравнению с независимой обработкой обоих каналов, а LMS-алгоритм уступает им 2 дБ.

Заключение

Результаты исследования показали, что взвешенное суммирование сигналов в двухполяризационных приёмных системах можно осуществлять как методом максимального отношения, так и с помощью винеровской фильтрации с использованием LS или CG оценок. Данные алгоритмы обеспечивают стабильный и значительный выигрыш в отношении сигнал/шум на входе демодулятора при достаточном объеме выборки как в каналах с аддитивным белым гауссовским шумом, так и в каналах с частотно-селективными замираниями. MRC метод оценки весовых коэффициентов обладает большей вычислительной сложностью и дает немного меньший выигрыш в ОСШ по сравнению с оптимальной винеровской оценкой. LMS-алгоритм реализации оценки весовых коэффициентов может рассматриваться лишь как компромиссный вариант при жестких ограничениях на вычислительную сложность системы.

Полученные результаты подтверждают целесообразность применения оптимального взвешенного сложения сигналов для повышения энергетической эффективности систем тропосферной связи с двухполяризационной архитектурой приемника.

Список источников

1. *Wheelon A.D.* Electromagnetic scintillation. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 460 с.

2. *Калинин А.И., Троицкий В.Н., Шур А.А.* Статистические характеристики сигнала при дальнем тропосферном распространении УКВ // Электросвязь. 1964. С. 1–12.

3. *Гусятинский И.А. и др.* Дальняя тропосферная радиосвязь. М.: Связь, 1968. 248 с.

4. *Akuon P.O., Xu H.* Optimal error analysis of receive diversity schemes on arbitrarily correlated Rayleigh fading channels // IET Communications. 2016. No. 10(7). Pp. 854–861.

5. *Джиган В.И.* Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.

References

1. *Wheelon A.D.* Electromagnetic scintillation. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 460 с.

2. *Kalinin A.I., Troitskii V.N., Shchur A.A.* Statistical characteristics of the signal during long-distance tropospheric propagation of ultrashort waves // Elektrosvyaz. 1964. Pp. 1–12.

3. *Gusyatinsky I.A. et al.* Long-range tropospheric radio communication. Moscow: Svyaz, 1968. 248 p.

4. *Akuon P.O., Xu H.* Optimal error analysis of receive diversity schemes on arbitrarily correlated Rayleigh fading channels // IET Communications. 2016. No. 10(7). Pp. 854–861.

5. *Dzhigan V.I.* Adaptive signal filtering: theory and algorithms. Moscow: Tekhnosfera, 2013. 528 p.

Информация об авторах

Л.И. Аверина, д.ф.-м.н., руководитель программ
О.К. Каменцев, к.ф.-м.н., ведущий конструктор
В.А. Стёпкин, к.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник

Information about the authors

L.I. Averina, D.Sc. in Physics and Mathematics, Program Manager
O.K. Kamentsev, Ph.D. in Physics and Mathematics, Leading Design Engineer
V.A. Stepkin, Ph.D. in Physics and Mathematics, Leading Research Engineer

Статья поступила в редакцию 30.03.2026
Одобрена после рецензирования 03.04.2026
Принята к публикации 09.04.2026

The article was submitted 30.03.2026
Approved after reviewing 03.04.2026
Accepted for publication 09.04.2026

Принципы построения и алгоритмы функционирования устройств радиосвязи

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 24–28. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 24–28. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.396.24

Синтез модели коротковолнового канала радиосвязи на основе учета статистических характеристик действующей в канале смеси шум–помеха

Владимир Александрович Баранов[1], Александр Васильевич Велигоша[2], Евгений Александрович Третьяков[3]
[1]Научно-технический центр «Разработка сложных систем», Орёл, Россия
[2,3]Филиал Военной академии РВСН имени Петра Великого, Серпухов, Россия
[1]baranov.va@mail.ru, [2]aveligosha@mail.ru, [3]2923201@mail.ru

Аннотация. *Рассмотрен синтез имитационной модели коротковолнового канала радиосвязи, отличающейся от известных учетом статистических характеристик действующей в канале смеси шум–помеха. Сформированы основные классы смесей шум–помеха. Определен оптимальный объем признакового пространства для задачи классификации. Выбраны признаки, характеризующие сформированные классы.*

Ключевые слова: *канал коротковолновой радиосвязи, смесь шум–помеха, классификация, статистические характеристики, коэффициент асимметрии, коэффициент эксцесса.*

Construction principles and functioning algorithms of radio communication devices

Synthesis of a model of a shortwave radio communication channel based on the statistical characteristics of a noise–interference mixture acting in the channel

Vladimir A. Baranov[1], Alexander V. Veligosha[2], Evgeny A. Tretyakov[3]
[1]Scientific and technical center «Development of Complex Systems», Orel, Russia
[2,3]Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great, Branch in Serpukhov, Russia
[1]baranov.va@mail.ru, [2]aveligosha@mail.ru, [3]2923201@mail.ru

Abstract. *The paper presents the synthesis of a simulation model of a shortwave radio communication channel, which differs from existing models by taking into account the statistical characteristics of the noise-interference mixture operating in the channel. The main classes of noise-interference mixtures are identified. The optimal size of the feature space for the classification problem is determined. Features, which characterizing the resulting classes are selected.*

Keywords: *shortwave radio communication channel, noise-interference mixture, classification, statistical characteristics, skewness coefficient, kurtosis coefficient.*

Основными тенденциями, характеризующими развитие систем коротковолновой радиосвязи, на современном этапе следует считать увеличение позиционности и технической скорости передачи в совокупности с улучшением частотно-энергетической эффективности и переходом к пакетной передаче информации. Известно, что основные модели КВ-каналов, как правило, построены при допущениях, что в канале действует аддитивный квазибелый гауссовский шум – аддитивная флуктуационная помеха ограниченной мощности с равномерным частотным спектром и нормальным распределением амплитуд. Однако множество исследований показывает, что в КВ-канале действует смесь шум–помеха (СШП), характеристики которой весьма

© Баранов В.А., Велигоша А.В., Третьяков Е.А., 2026

далеки от гауссовских, в частности, различного рода сочетания импульсных, флуктуационных и сигнальных помех, по мощности и структуре близких к полезному сигналу. Это приводит к неточности функционирования алгоритмов адаптации параметров сигналов, что особенно остро проявляется в условиях реальной радиоэлектронной обстановки, и в конечном итоге приводит к снижению пропускной способности канала КВ-радиосвязи.

Очевидно, что разработка модели канала КВ-радиосвязи, учитывающей статистические свойства действующей СШП в реальном масштабе времени и на ее основе синтез алгоритма адаптации параметров сигнала, позволит наилучшим образом осуществлять адаптацию параметров сигнала к условиям его распространения и приведет к повышению качества передачи информации в КВ-канале за счет снижения количества перезапросов, что является актуальной научно-технической задачей.

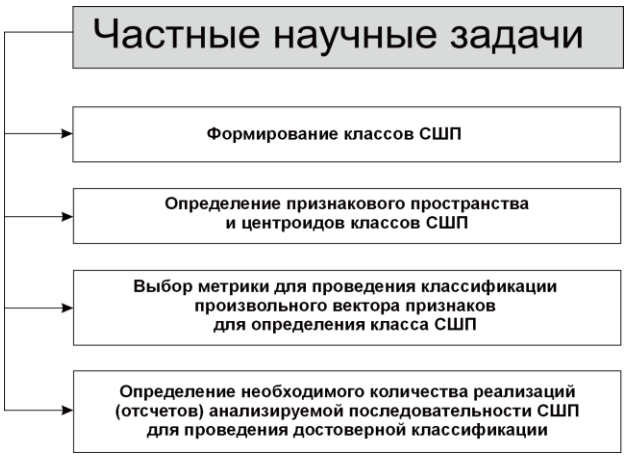
С учетом проведенного анализа моделей аддитивного шума, действующего в КВ-канале, уточним выражение для случая использования OFDM-сигналов и модели Ваттерсона:

$$U(t)=\left(\sum_{i=1}^{I} b_i e^{j2\pi\left(f_c+e_{\text{доп}}\right)\left(t-\tau_i\right)} \sum_{k=0}^{K} a_k p(n) e^{j2\pi\left(f_k+e_{\text{доп}}\right)\left(t-\tau_i\right)}\right)+E_q(n), \qquad (1)$$

где b_i – коэффициент ослабления i-го луча; I – количество лучей; $e_{\text{доп}}$ – абсолютная погрешность оценки доплеровского смещения; τ_i – задержка i-го луча; f_c – частота несущей; f_k – частота k-й поднесущей; a_k – коэффициент передачи k-й поднесущей; $p(n)$ – оконная функция; $E_q(n)$ – действующая в КВ-канале СШП; q – количество классов (видов) СШП.

Анализ выражения (1) позволяет судить о нем как о развитии модели Ваттерсона для OFDM-систем КВ-радиосвязи на современном этапе развития для условий нестационарности поведения параметров канала.

Необходимость уточнения выражения (1) детализирует общую задачу на следующие частные научные задачи, представленные на рисунке.



Формирование частных случаев из общей задачи

Опираясь на результаты экспериментальных исследований, предлагается связать закон распределения с классами основных видов помех, наиболее часто используемых в большинстве исследований, затрагивающих вопросы моделирования КВ-каналов.

При этом необходимо выполнить ограничение на количество классов СШП (для снижения возможного признакового пространства и, соответственно, вычислительной сложности алгоритма адаптации), что, как правило, приводит к снижению адекватности разработанной модели, однако вместе с этим уменьшится время идентификации актуального класса СШП.

В качестве действующих в канале СШП на основе результатов исследований реальных КВ-каналов и известных основных видов помех, используемых во многих исследованиях [1–3], сформируем следующие классы:

1) квазибелый гауссовский шум (КБГШ);

2) смесь КБГШ и «короткой» импульсной помехи ($\text{ИП}_{\text{кор}}$, $t_{\text{ИП}} < 10^{-7}$) с различным отношением спектральных плотностей мощности;

3) смесь КБГШ и «длинной» импульсной помехи ($\text{ИП}_{\text{дл}}$, $t_{\text{ИП}} > 10^{-5}$) с различным отношением спектральных плотностей мощности;

4) смесь КБГШ и широкополосной сигнальной помехи с различным отношением спектральных плотностей мощности;

5) смесь КБГШ и узкополосной сигнальной помехи с различным отношением спектральных плотностей мощности;

6) смесь КБГШ, ИП различной длительности, широкополосной и узкополосной сигнальной помехи ($\text{СП}_{\text{у}}$) с различным отношением спектральных плотностей мощности.

Анализ совокупности сформированных классов СШП позволил сделать вывод, что огра-

ничение количества классов приводит к неполному описанию всевозможных СШП, действующих в КВ-канале, однако характеризует более 95% случаев, встречающихся в реальных каналах связи.

С учетом сформированных классов СШП выполнено определение признакового пространства в задаче классификации многомерных признаковых векторов. В рамках общей задачи распознавания сигналов особую роль отводят формированию признаковых пространств, так как именно с ним в первую очередь связывают общую процедуру оптимизации всего процесса распознавания. Решим задачу оптимизации такой системы относительно параметра объема признакового пространства. Пусть x – размер обучающей выборки (10 с), y – размер контрольной выборки (3 с), α – вероятность ошибки распознавания, p – объем признакового пространства, d^2 – расстояние Махаланобиса:

$$d^2 = \left(\mu_2 - \mu_1\right)^T K^{-1}\left(\mu_2 - \mu_1\right). \qquad (2)$$

Тогда вероятность ошибки распознавания определяется

$$\alpha \approx F\left[\frac{-0{,}5}{\sqrt{\frac{p}{xd^2}\left(\frac{1}{xd^2}+\frac{2}{yd^2}\right)+\left(\frac{1}{xd^2}+\frac{1}{yd^2}\right)}}\right], \qquad (3)$$

где $F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz$ – выражение для интеграла Лапласа.

Из анализа выражения (3) следует, что вероятность ошибки распознавания α убывает с увеличением числа признаков p, если оно сопровождается ростом расстояния Махаланобиса d^2 со скоростью не ниже $\sqrt{p}$. Если это условие не выполняется, то вероятность ошибки распознавания α может как возрастать, так и убывать в зависимости от соотношения p, x, y, d^2. Вероятность ошибки распознавания α убывает с ростом p до тех пор, пока число признаков не достигнет значения p^*. При этом происходит как бы насыщение признакового пространства, и дальнейшее увеличение количества признаков ведет к росту вероятности ошибки распознавания.

Свяжем объем признакового пространства с основными показателями качества распознавания. Определим максимальное число признаков с совокупной разрешающей способностью d^2, обеспечивающих требуемую достоверность распознавания $1-\alpha$ при заданных объемах выборок x и y (x достаточно велико):

$$d_{ij} = \left(\sum_{k=1}^{p}\left|x_{ik}-x_{jk}\right|^r\right)^{1/r}, \qquad (4)$$

$$p^* \approx \left(\frac{x\cdot d^2}{4\left(F^{-1}(1-\alpha)\right)^2}-1-\frac{x}{y}\right)\Big/\left(\frac{1}{x\cdot d^2}+\frac{2}{y\cdot d^2}\right), \qquad (5)$$

где $F^{-1}(1-\alpha)$ – функция, обратная интегралу Лапласа. Для получения целочисленного значения p^* необходимо взять целую часть от выражения справа от знака приближенного равенства.

В результате решения поставленной задачи определено, что для получения достоверности правильной классификации 0,999 оптимальный объем признакового пространства равен 5 признакам [4].

Известны различные способы идентификации случайных процессов [5]. В частности, в качестве признаков, характеризующих класс СШП, были предложены:

1. Коэффициент асимметрии $K_q^{\text{ас}}$:

$$K_q^{\text{ас}} = \frac{\overset{o}{m}_3}{\sigma^3}, \qquad (6)$$

где σ^3 – куб среднего квадратического отклонения; $\overset{o}{m}_3$ – центральный момент третьего порядка.

Этот признак отличает классы различных сочетаний КБГШ и импульсных помех от других классов, при этом является неинформативным для задачи разделения КБГШ и различных его смесей с широкополосной сигнальной помехой.

2. Коэффициент эксцесса $K_q^{\text{экц}}$:

$$K_q^{\text{экц}} = \frac{\overset{o}{m}_4}{\sigma^4}-3, \qquad (7)$$

где σ^4 – квадрат дисперсии; $\overset{o}{m}_4$ – центральный момент четвертого порядка.

Такой признак отличает класс смеси узкополосной сигнальной помехи и КБГШ от других классов, при этом является неинформативным для задачи разделения остальных СШП.

3. Энтропия положительно ограниченного квантованного сигнала (ПОКС) $H_q^{\text{покс}}$ (количество информации по Шеннону для дискретного источника сообщений; допускается, что исход-

ный сигнал до преобразования являлся непрерывным, далее он ограничивается и квантуется так, чтобы количество уровней квантования соответствовало количеству интервалов гистограммы, тогда значения дискретной функции распределения $w_{\text{дис}}$ такого сигнала равны вероятности появления данного дискретного символа), определяемая по формуле энтропии для дискретного источника сообщений:

$$H_q^{\text{покс}}\left(E_q^{\text{покс}}\right) = -\sum_{\xi=1}^{N_{\text{д}}} w_{\text{дис}}(\xi)\cdot \log_2\left(w_{\text{дис}}(\xi)\right), \quad (8)$$

где $w_{\text{дис}}(\xi)$ – вероятность появления дискретного символа ξ; $N_{\text{д}}$ – количество уровней квантования.

Такой признак является информативным и имеет корреляцию с коэффициентом асимметрии, однако дополнительно отличает класс смеси КБГШ и широкополосной сигнальной помехи от других классов.

4. Коэффициент относительного количества знакоперемен $K_q^{\text{знп}}$:

$$K_q^{\text{знп}} = \frac{1}{(N-1)}\cdot \sum_{n=1}^{N-1} \overset{\pm}{\mu}(n), \quad (9)$$

где N – количество отсчетов в анализируемой реализации СШП; $\overset{\pm}{\mu}(n)$ – признак смены полярности, определяемый как

$$\left(E_q(n)<0 \ \&\ E_q(n+1)\geq 0\right)//\left(E_q(n)>0 \ \&\ E_q(n+1)\leq 0\right) \Rightarrow \overset{\pm}{\mu}(n)=1,$$
$$\text{в противном случае} \Rightarrow \overset{\pm}{\mu}(n)=10. \quad (10)$$

Такой признак не имеет корреляцию с ранее рассмотренными и отличает классы смесей КБГШ и широкополосных сигнальных помех от других классов.

5. Коэффициент эксцесса кепстра мощности $K_q^{\text{кпр экц}}$ в полосе 0,3…3,4 кГц:

$$K_q^{\text{кпр экц}} = \frac{\overset{\text{кпр}}{m}_4}{\overset{\text{кпр}}{\sigma}_4} - 3, \quad (11)$$

где $\overset{\text{кпр}}{\sigma}_4$ – квадрат дисперсии кепстра мощности; $\overset{\text{кпр}}{m}_4$ – центральный момент четвертого порядка кепстра мощности. В свою очередь, кепстр мощности равен $\ln\left[A_E^2(f)\right]$, где $A_E^2(f)$ – спектральная плотность мощности.

Такой признак не имеет корреляцию с ранее рассмотренными и отличает классы смесей КБГШ и широкополосных сигнальных помех от других классов.

В соответствии с полученными результатами по кластеризации и классификации СШП, действующих в КВ-канале, уточним выражение (1):

$$U(n) = \left(\sum_{i=1}^{I} b_i e^{j2\pi\left(f_c+\varepsilon_{\text{доп}}\right)(n-\tau_i)} \sum_{k=1}^{K} a_k p(n) e^{j2\pi\left(f_k+\varepsilon_{\text{доп}}\right)(n-\tau_i)}\right) + E_q(n), \quad (12)$$

$$E_q(n) \equiv E_q\left\{K_q^{\text{ас}}, K_q^{\text{экц}}, H_q^{\text{покс}}, K_q^{\text{знп}}, \overset{\text{кпр}}{K}_q^{\text{экц}}\right\}. \quad (13)$$

Анализ выражений (12), (13) позволяет судить о них как об имитационной модели КВ-канала радиосвязи, отличающейся от известных учетом статистических характеристик действующей в канале СШП.

Предложенная модель позволяет идентифицировать переходы из одного класса СШП в другой, т.е. отделить кратковременное ухудшение качества КВ-канала от перехода из одного квазистационарного состояния в другое с изменением отношения сигнал/шум + помеха, и в соответствии с классом (видом) действующей СШП осуществить выбор сигнально-кодовой конструкции с целью повышения качества передачи данных.

Обоснованность полученных результатов подтверждается корректным применением математических преобразований и рациональным выбором исходных данных и ограничений. Сравнение результатов трассовых испытаний и данных, полученных в ходе имитационного мо-

делирования на основе разработанной модели, показывает ее адекватность.

Представленный подход позволяет в значительной степени устранить недостатки существующей модели Ваттерсона и в конечном итоге разработать эффективный алгоритм адаптации параметров сигнала в КВ-канале радиосвязи.

Теоретическая значимость настоящей статьи обоснована тем, что в ней отражено развитие элементов теории помехоустойчивого приема на основе формирования признакового пространства смеси шум–помеха и разработки способов идентификации конкретного класса смеси шум–помеха, позволяющих адаптивно изменять параметры модуляции и кодирования.

Использование полученных результатов позволяет повысить эффективность функционирования радиолиний КВ-радиосвязи за счет выбора параметров сигнала для различных состояний КВ-канала.

Список источников

1. *Головин О.В.* Системы и устройства коротковолновой связи / Под ред. проф. О.В. Головина. М.: Горячая линия–Телеком, 2006. 598 с.: ил.

2. *Березовский В.А.* Современная декаметровая радиосвязь: оборудование, системы и комплексы / Под ред. В.А. Березовского. М.: Радиотехника, 2011. 444 с.: ил.

3. *Баранов В.А., Калинин Р.Н.* Алгоритм адаптации параметров сигнала в КВ-канале, учитывающий комплексный характер оценки действующей смеси шум–помеха // Сборник научных статей. Академия ФСО России. Орёл, 2020. Вып. 41(18). С. 50–59.

4. *Баранов В.А., Калинин Р.Н.* Модель КВ-канала радиосвязи, отличающаяся от известных гибридным способом определения плотности распределения амплитуд действующего в канале шума // Научно-технический сборник АО «Концерн «Системпром». 2018. № 1(9). С. 583–595.

5. *Вентцель Е.С.* Исследование операций: задачи, принципы, методология. М.: Наука, 1988. 208 с.

References

1. *Golovin O.V.* Shortwave communication systems and devices / Edited by Prof. O.V. Golovin. Moscow: Goryachaya liniya–Telecom, 2006. 598 p.: ill.

2. *Berezovsky V.A.* Modern decameter radio communication: equipment, systems and complexes / Edited by V.A. Berezovsky. Moscow: Radio Engineering, 2011. 44 p.: ill.

3. *Baranov V.A., Kalinin R.N.* An algorithm for adapting signal parameters in a shortwave radio channel taking into account the complex character of mark for the operating noise-interference mixture // Collection of scientific articles. Academy of the FSS. Orel, 2020. Iss. 41(18). Pp. 50–59.

4. *Baranov V.A., Kalinin R.N.* A model of a shortwave radio channel that differs from known hybrid methods for determining the amplitude distribution density of channel noise // Scientific and technical collection JSC «Concern «Systemprom». 2018. № 1(9). Pp. 583–595.

5. *Ventsel E.S.* Operations research: problems, principles, methodology. Moscow: Science, 1988. 208 p.

Информация об авторах

В.А. Баранов, д.т.н., доцент
А.В. Велигоша, к.т.н., доцент
Е.А. Третьяков, адъюнкт

Information about the authors

V.A. Baranov, D.Sc. in Engineering Sciences, Associate Professor
A.V. Veligosha, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor
E.A. Tretyakov, Graduate Student

Статья поступила в редакцию 12.01.2026
Одобрена после рецензирования 15.01.2026
Принята к публикации 22.01.2026

The article was submitted 12.01.2026
Approved after reviewing 15.01.2026
Accepted for publication 22.01.2026

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 29–37. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 29–37. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.395.44

Моделирование системы связи и передачи данных с многочастотными спектрально-эффективными OFDM-сигналами и блоками предканального кодирования

Андрей Валентинович Леньшин[1], Максат Нуржанович Ирмагамбетов[2], Никита Сергеевич Калина[3]
[1–3]Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, Воронеж, Россия
[1]andrey-lenshin@yandex.ru, [2]igrmagambetov@mail.ru, [3]nik.kalina.99@mail.ru

Аннотация. *Предложены структурные схемы радиопередающего и радиоприемного устройств системы связи и передачи данных, использующей для уменьшения пик-фактора OFDM-сигнала метод предварительного канального кодирования. Приведены результаты имитационного моделирования и анализа процесса приема многочастотного OFDM-сигнала с различными видами цифровой модуляции при использовании различных видов функций предварительного канального кодирования.*

Ключевые слова: *система связи, OFDM-сигналы, пик-фактор сигнала, имитационное моделирование, предварительное канальное кодирование, коэффициент битовой ошибки.*

Modeling of communication and data transmission systems with multi-frequency spectrally efficient OFDM signals and pre-channel coding units

Andrey V. Lenshin[1], Maksat N. Irmagambetov[2], Nikita S. Kalina[3]
[1–3]Military Air Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin, Voronezh, Russia
[1]andrey-lenshin@yandex.ru, [2]igrmagambetov@mail.ru, [3]nik.kalina.99@mail.ru

Abstract. *Structural schemes of radio transmitting and receiving devices of communication and data transmission system using the method of preliminary channel coding to reduce the peak factor of the OFDM signal are proposed. The results of simulation modeling and analysis of the process of receiving a multi-frequency OFDM signal with various types of digital modulation using various types of pre-channel coding functions are presented.*

Keywords: *communication system, OFDM signals, peak factor of the signal, simulation, pre-channel coding, bit error coefficient.*

В настоящее время развитие и совершенствование современных систем связи осуществляется за счет повышения эффективности использования полосы частот, отведенной для передачи информации. При высоких скоростях передачи информации необходимо обеспечить высокое качество работы систем связи и передачи данных. Современные системы связи и передачи данных требуют прием информации с высокой достоверностью в условиях сложной помеховой обстановки [1].

В настоящее время построение систем высокоскоростной передачи данных все чаще основывается на технологии мультиплексирования с ортогональным частотным разделением каналов (OFDM – Orthogonal Frequency Division Multiplexing) [2]. OFDM-сигналы характеризуются большей частотной эффективностью, чем ортогональные сигналы с частотным разделением. Технология OFDM используется в современных стандартах IEEE 802.11n/ac (Wi-Fi-4,-5, количество поднесущих частот $N = 64$, модуляция 16-QAM), 802.11ad (Wi-Gig), 802.11ax/be (Wi-Fi 6, 7); IEEE 802.16d (WiMAX, $N = 256$, 256-QAM), 802.16e (WiMAX, $N = 512$, 256-QAM); в системах связи LTE, LTE-Advanced ($N = 1024$, модуляция 256-QAM); в современных стандартах цифрового телевидения DVB-T (Digital Video Broadcasting, $N = 6800$, модуляция 64-QAM) и DVB-T2 ($N = 32000$, модуляция 256-QAM), в японском стандарте ISDB-T (Integrated Service Digital Broadcasting – Terrestrial), китай-

© Леньшин А.В., Ирмагамбетов М.Н., Калина Н.С., 2026

ском DTMB (Digital Terrestrial Multimedia Broadcast) и DTMB-A (DTMB-Advanced); в стандартах систем дальней и тактической связи MIL-STD-188-100 [3].

Технологии OFDM присущ существенный недостаток – высокое значение пик-фактора OFDM-сигнала *PAPR* (для парциальных сигналов с «созвездием» ФМ-4 (QPSK) верно соотношение $PAPR = 2N$ [4]), наличие которого существенно повышает требования к линейности используемого участка передаточной характеристики выходного усилителя мощности передатчика для обеспечения неискаженной передачи радиосигналов, что, в свою очередь, повышает вероятность возникновения битовой ошибки принимаемого сигнала и приводит к необходимости применения усилителей с большим динамическим диапазоном усиления, что в конечном итоге ведет к снижению КПД передатчика, а также требует увеличения разрешения цифро-аналоговых (ЦАП) и аналогово-цифровых (АЦП) преобразователей [5].

Постановка задачи

Принцип технологии OFDM состоит в замене последовательной передачи потока данных с помощью одной несущей на параллельную передачу символов с помощью разделения канала на несколько ортогональных поднесущих частот (подканалов), где каждая создает свой отдельный поток. Использование параллельной передачи символов способствует увеличению скорости передачи информации [2, 5].

Амплитуда OFDM-сигнала может быть представлена следующим образом:

$$S_1(t) = \sum_{-N/2}^{N/2-1} A_k \exp[j\omega_k t],\ t \in [0; T_C], \qquad (1)$$

где A_k – комплексная амплитуда *k*-й поднесущей; ω_k – частота; N – количество поднесущих; T_C – длительность информационного символа.

Для обеспечения ортогональности между частотными поднесущими величина частотного сдвига между соседними частотами должна выбираться из условия $\Delta f = 1/T_C$ [6].

Обобщенная структурная схема системы связи с OFDM-сигналами приведена на рис. 1.

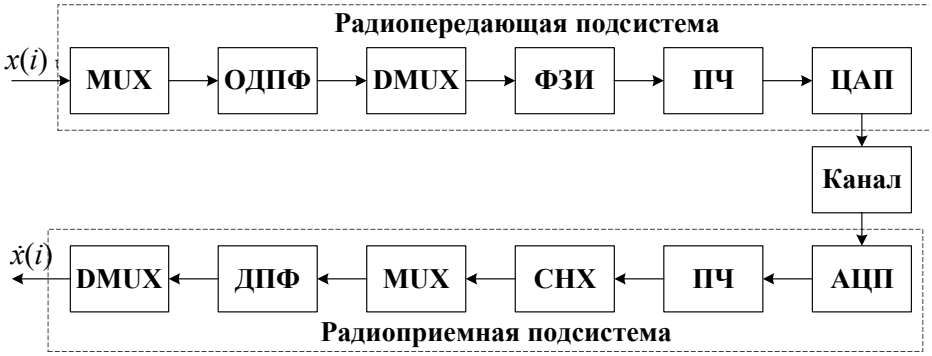


Рис. 1. Обобщенная структурная схема системы связи с OFDM-сигналами

На рис. 1 обозначено: MUX – мультиплексор; ОДПФ – обратное дискретное преобразование Фурье; DMUX – демультиплексор; ФЗИ – формирователь защитных интервалов; ПЧ – преобразование частоты; ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь; АЦП – аналогово-цифровой преобразователь; СНХ – синхронизация; ДПФ – дискретное преобразование Фурье [7].

Важнейшей характеристикой многочастотных сигналов является коэффициент частотного уплотнения поднесущих частот $\alpha = T_C \Delta f = \Delta f / \Delta f_{ORT}$ (Δf_{ORT} – величина разнесения между поднесущими частотами, обеспечивающая их ортогональность). Для сигналов с ортогональным частотным уплотнением (OFDM-сигналов) $\alpha = 1$ [8].

В работе [9] приведены алгоритм оценки и результаты моделирования в среде MATLAB оценки потенциальной помехоустойчивости систем передачи информации, использующих спектрально-эффективные сигналы с неортогональным частотным уплотнением, при использовании квадратурной фазовой манипуляции (QPSK) и квадратурной амплитудной модуляции (QAM). В работе [10] представлены результаты исследований помехоустойчивости приема и демодуляции сигналов BPSK, QPSK с компенсацией неортогональных имитационных помех, приведены результаты оценки вероятности

ошибки демодуляции полезных сигналов в каналах с имитационными помехами и аддитивным белым гауссовским шумом.

Целью настоящей работы является повышение скрытности и помехоустойчивости системы связи и передачи данных, использующей для уменьшения пик-фактора OFDM-сигнала метод предварительного канального кодирования, а также анализ помехоустойчивости системы при использовании различных видов цифровой модуляции и количества поднесущих частот.

Для достижения поставленной цели нужно решить следующие задачи:

1) разработать структурную схему радиоприемного устройства системы связи и передачи данных, обеспечивающего корректное восстановление OFDM-сигнала, переданного с использованием методов снижения пик-фактора [11];

2) провести имитационное моделирование процесса приема OFDM-сигнала с различными видами модуляции при использовании различных видов функций ПКК;

3) провести анализ помехоустойчивости системы связи при использовании различных видов цифровой модуляции, функций ПКК и различных значений количества поднесущих.

Основные результаты исследований

Структурная схема радиопередающего устройства системы связи с OFDM-сигналами, реализующая методику снижения пик-фактора (PAPR) OFDM-сигнала с помощью блоков ПКК и обеспечивающая равномерное распределение мощности на поднесущих без ухудшения качества связи (БПКК$_1$, …, БПКК$_N$ – блоки ПКК; АС – антенная система; УМН – умножитель; УМ – усилитель мощности) показана на рис. 2 [11].

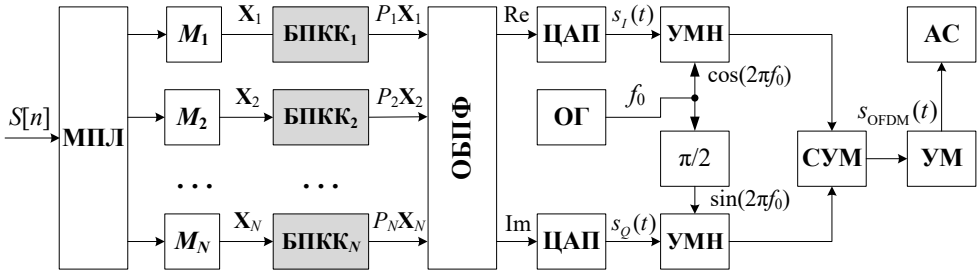


Рис. 2. Радиопередающее устройство системы OFDM с блоками ПКК

Входной информационный поток $S[n]$ с помощью мультиплексора (последовательно-параллельного преобразователя) МПЛ разделяется на параллельные низкоскоростные потоки данных по числу поднесущих. Модуляторы M_1, …, M_N осуществляют модуляцию каждого канала (M-Quadrature Amplitude Modulation (M-QAM) – M-позиционная квадратурная амплитудная модуляция, Binary Phase Shift Keying (BPSK) – двоичная фазовая модуляция, Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) – квадратурная фазовая манипуляция).

Сигнал вида M-QAM способен передавать на длительности символа $N = \log_2 M$ информационных битов. Модуляторы многопозиционных сигналов QAM, как правило, строят на основе способа модуляции наложением (SPM – Supersposed Modulation) [12]: сигналы QAM более высокого порядка формируют на основе сигналов QAM более низкого порядка.

Модулированный символ данных $\mathbf{X}_k$ умножают на соответствующую функцию ПКК $P_k(\exp j\omega)$ на k-й поднесущей $\mathbf{D}_k = P_k(\exp j\omega)\mathbf{X}_k$. OFDM-сигнал с ПКК имеет следующий вид:

$$s_{\text{CODE}}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} D_k \exp\left[j2\pi kt/T_S\right],\ 0 \le t < T_S . \quad (2)$$

Для снижения пик-фактора OFDM-сигнала целесообразно использовать 5 различных функций ПКК, удовлетворяющих критериям Найквиста [13]:

1) дискретное преобразование Хартли (DHT);

2) дискретное косинусное преобразование (DCT);

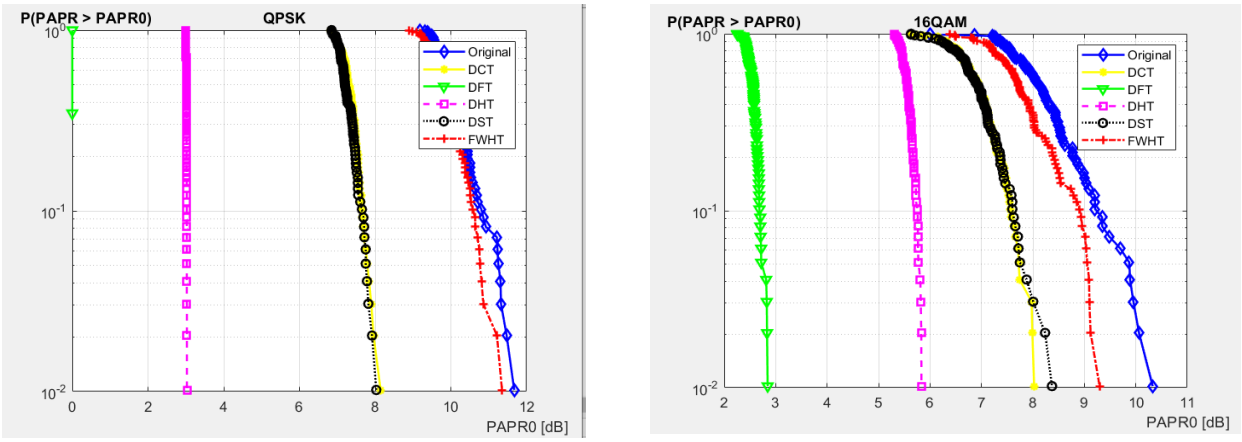
3) дискретное синусное преобразование (DST);

4) дискретное преобразование Фурье (DFT);

5) быстрое преобразование Уолша – Адамара (FWHT) [14].

В среде MATLAB разработана и зарегистрирована программа «Имитационная модель радиопередающей подсистемы OFDM-сигналов с использованием функций предварительного канального кодирования» [15]. В качестве основного показателя целесообразно использовать выборочную функцию распределения пик-фактора (ВФРП), показывающую вероятность $P(PAPR > PAPR_0)$ того, что величина пик-фактора OFDM-сигнала $PAPR$ примет значение больше заданного (величины порога) $PAPR_0$. Основными входными параметрами в имитационной модели радиопередающей подсистемы OFDM-сигналов с использованием функций ПКК являются: 1) количество поднесущих частот N; 2) вид цифровой модуляции (M-QAM, $M = 16,\ 64$; BPSK и QPSK); 3) тип функции ПКК; 4) полоса частот; 5) частотное разнесение соседних поднесущих частот; 6) относительная длина защитного интервала (ЗИ) и др.

В процессе имитационного моделирования процесса формирования OFDM-сигнала установлено, что относительная длина ЗИ не влияет на значение пик-фактора OFDM-сигнала, в процессе моделирования $T_{ЗИ} = 0,25 \cdot T_S$. Результаты моделирования радиопередающего устройства системы связи с OFDM-сигналами (рис. 2) при использовании BPSK, QPSK, 16-QAM и 64-QAM представлены на рис. 3 и в табл. 1 [15].



а) QPSK б) 16-QAM

Рис. 3. Результаты моделирования ВФРП при использовании: а) QPSK и б) 16-QAM

Таблица 1

Мгновенное значение *PAPR*, дБ, при различных видах модуляции

Вид функции ПКК	BPSK		QPSK		16-QAM		64-QAM	
	1024	16384	1024	16384	1024	16384	1024	16384
DFT	0	0	0	0	2,274	2,343	3,456	3,619
DHT	0	0	2,913	2,991	5,113	5,234	5,480	6,626
DST	4,448	5,435	5,626	6,785	6,184	7,034	6,499	7,738
DCT	4,381	4,995	5,614	6,714	6,109	6,942	6,512	7,918
FWHT	6,362	8,548	6,775	8,926	6,778	7,845	6,947	8,899
Без ПКК	6,642	8,695	7,351	8,963	7,141	8,133	7,091	9,362

На основании анализа результатов имитационного моделирования радиопередающего устройства системы связи с OFDM-сигналами (рис. 2) можно сделать вывод, что среди пяти рассмотренных функций – DFT, DHT, DCT, DST, FWHT – наилучшие результаты во всех сценариях показали DFT и DHT. Для модуляций с постоянной огибающей (BPSK и QPSK) они обеспечивают снижение пик-фактора практически до 0 дБ, что делает сигнал однонесу-

щим по структуре. При переходе к 16-QAM минимальный достигаемый PAPR составляет 2…3 дБ (при $N = 512$), а для 64-QAM – 3…4 дБ (при $N = 1024$). Функции DCT и DST оказались наименее эффективными: например, для 16-QAM при том же числе поднесущих PAPR с ними достигает 5…6 дБ, что хуже на 2…3 дБ. FWHT занимает промежуточное положение с результатом около 4 дБ для 16-QAM.

На основании анализа радиопередающего устройства системы OFDM с блоками ПКК (рис. 2) и выражения (2) разработана структурная схема радиоприемного устройства системы связи и передачи данных, использующей для уменьшения пик-фактора OFDM-сигнала метод ПКК, представленная на рис. 4. Радиоприемное устройство выполняет строго обратные операции в зеркальном порядке по отношению к радиопередающему устройству системы OFDM, что обеспечивает корректное восстановление переданной информации.

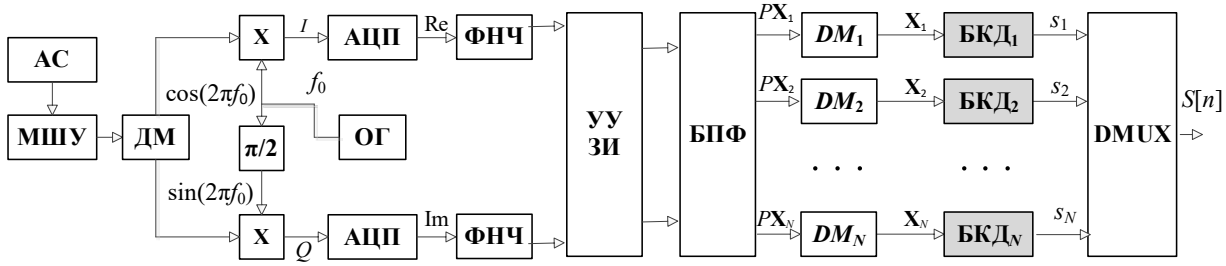


Рис. 4. Структурная схема радиоприемного устройства системы связи и передачи данных, использующей для уменьшения пик-фактора OFDM-сигнала метод ПКК

На рис. 4 приняты следующие обозначения: АС – антенная система; МШУ – малошумящий усилитель; ДМ – делитель мощности; ОГ – опорный генератор; УУ ЗИ – устройство удаления защитного интервала; БПФ – быстрое преобразование Фурье; DM_1,…, DM_N – демодуляторы; $БКД_1$,…, $БКД_N$ – блоки канального декодирования. Принятый сигнал с выхода АС поступает на вход МШУ, который обеспечивает поддержание уровня сигнала в динамическом диапазоне АЦП. Далее осуществляется квадратурная обработка сигнала. Выделенные составляющие преобразуются в цифровую форму в АЦП и с помощью ФНЧ убираются высокочастотные составляющие. Сформированный цифровой сигнал поступает на вход блока БПФ, который выполняет переход из временной области в частотную. Размерность БПФ соответствует количеству используемых поднесущих частот N. С выхода блока БПФ символы $P\mathbf{X}_1$, $P\mathbf{X}_2$, …, $P\mathbf{X}_N$ для каждой поднесущей поступают на демодуляторы (DM_1,…, DM_N), которые осуществляют демодуляцию в соответствии с используемым видом цифровой модуляции (BPSK, QPSK, 16-QAM или 64-QAM).

Помехоустойчивость любой сигнальной конструкции определяется энергией, приходящейся на сигнальный символ [16]. Средняя энергия M-позиционного сигнала QAM равна

$$E_{\text{СР}} = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M}\left[(a_i^2 + b_i^2)E_S\right], \qquad (3)$$

где E_S – энергия символа с наименьшей амплитудой; $(a_i; b_i)$ – пара независимых целых чисел, определяющих амплитудные значения положения символа на фазовой плоскости сигнального созвездия [12].

После демодуляции символы $\mathbf{X}_1$, $\mathbf{X}_2$, …, $\mathbf{X}_N$ поступают на блоки канального декодирования ($БКД_1$,…, $БКД_N$). Каждый БКД выполняет преобразование, обратное использованному на передающей стороне (DHT, DCT, DST, DFT или FWHT). После выполнения обратного декодирования информационные символы S_1, S_2, …, S_N подвергаются параллельно-последовательному преобразованию в демультиплексоре (DMUX).

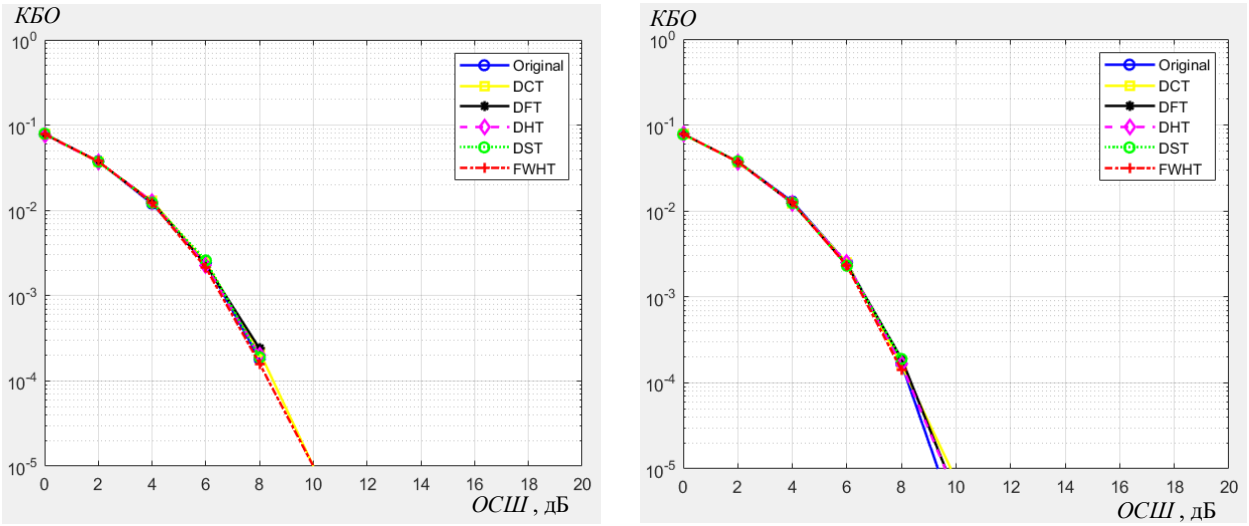
Для оценки эффективности предложенной структурной схемы радиоприемного устройства системы связи и передачи данных (рис. 3), использующей для уменьшения пик-фактора OFDM-сигнала метод ПКК, в среде MATLAB разработана и зарегистрирована программа «Моделирование радиоприемного устройства системы связи с OFDM-сигналами, использующей функции предварительного канального кодирования» [17]. Для оценки помехоустойчиво-

сти системы связи (правильности приема сигнала) в качестве критерия эффективности вводится коэффициент битовой ошибки (КБО), который определяется следующим выражением:

$$K_{\text{БО}} = N_{\text{ОШ}} / N , \qquad (4)$$

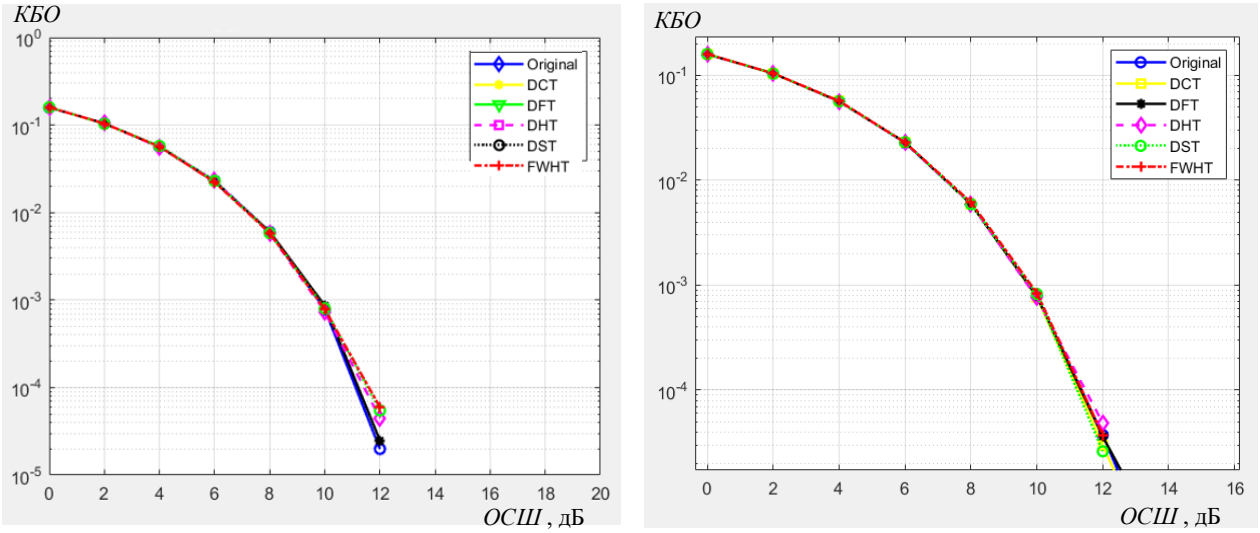
где $N_{\text{ОШ}}$ – количество ошибочно принятых бит; N – общее количество бит.

При моделировании входными параметрами имитационной модели радиоприемного устройства системы связи являются: 1) количество поднесущих; 2) вид цифровой модуляции; 3) вид функции ПКК; 4) длина ЗИ (зафиксирована на уровне $T_{\text{ЗИ}} = 0,25 \cdot T_{\text{С}}$). Результаты моделирования (зависимости КБО от отношения сигнал/шум ОСШ $= E_b / N_0$, где E_b – энергия на бит входного сигнала, N_0 – односторонняя спектральная плотность мощности шума на входе радиоприемного устройства) представлены на рис. 5–7 и в табл. 2 [17].



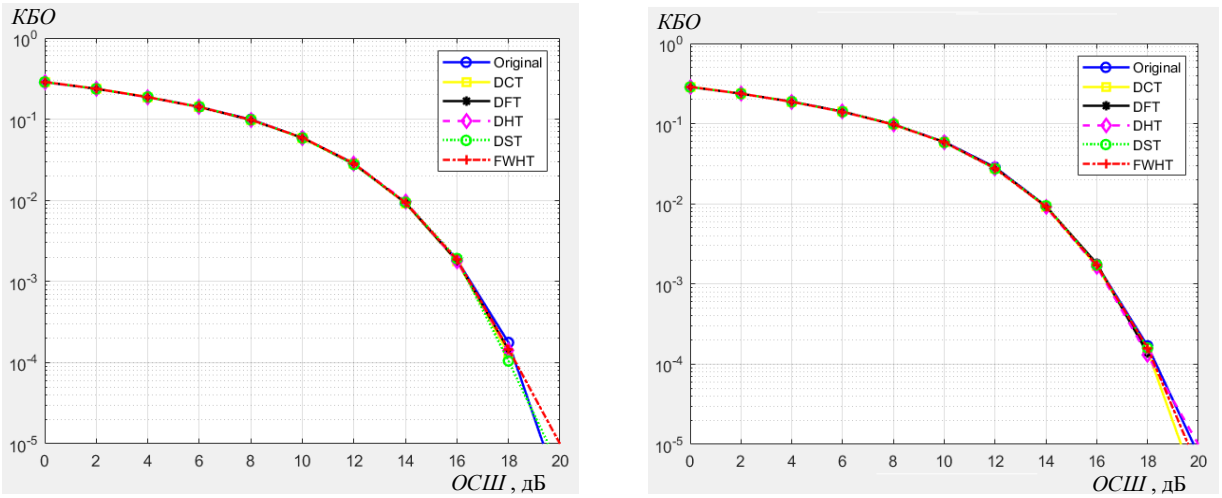
а) $N = 1024$ б) $N = 4096$

Рис. 5. Результаты моделирования КБО для BPSK при: а) $N = 1024$; б) $N = 4096$



а) $N = 1024$ б) $N = 4096$

Рис. 6. Результаты моделирования КБО для QPSK при: а) $N = 1024$; б) $N = 4096$



а) $N = 1024$ б) $N = 4096$

Рис. 7. Результаты моделирования КБО для 16-QAM при: а) $N = 1024$; б) $N = 4096$

Таблица 2

Значение ОСШ при КБО $= 10^{-3}$ для $N = 1024$

Вид функции ПКК	Вид модуляции			
	BPSK	QPSK	16-QAM	64-QAM
Дискретное преобразование Фурье (DFT)	6,712	9,840	16,418	22,320
Дискретное преобразование Хартли (DHT)	6,611	9,930	16,458	22,301
Дискретное синусное преобразование (DST)	6,601	9,741	16,503	22,275
Дискретное косинусное преобразование (DCT)	6,764	9.780	16,454	22,232
Быстрое преобразование Уолша – Адамара (FWHT)	6,604	9,780	16,422	22,213
Без предварительного кодирования	6,767	9,760	16,459	22,314

Анализ результатов моделирования, представленных в табл. 3, показывает, что для всех исследованных видов модуляции – BPSK, QPSK, 16-QAM, 64-QAM – значения требуемого отношения сигнал/шум (ОСШ) при фиксированном коэффициенте битовых ошибок и числе поднесущих практически одинаковы для всех функций предварительного канального кодирования (DFT, DHT, DST, DCT, FWHT), а также для системы без предварительного кодирования. Разброс значений не превышает 0,2 дБ. Таким образом, применение предварительного канального кодирования с целью снижения пик-фактора практически не ухудшает помехоустойчивость системы связи, поскольку требуемое ОСШ остается на том же уровне, что и в классическом OFDM.

Выводы

В настоящей работе представлены структурные схемы радиопередающего и радиоприемного устройств системы связи и передачи данных, использующей для уменьшения пик-фактора OFDM-сигнала метод предварительного канального кодирования. Приведены результаты имитационного моделирования процессов формирования и приема OFDM-сигнала с различными видами цифровой модуляции при использовании различных видов функций предварительного канального кодирования. Сделан вывод о том, что коэффициент битовой ошибки зависит от вида цифровой модуляции, но практически не зависит от количества поднесущих и вида функции ПКК.

Список источников

1. *Леньшин А.В.* Особенности построения и организации сетей радиосвязи специального назначения // Телекоммуникации. 2015. № 8. С. 26–28.

2. *Zhou S., Wang Z.* OFDM for underwater acoustic communications. Chichester: John Wiley & Sons, 2014. 410 p.

3. *Леньшин А.В., Шаталов Е.В.* Помехоустойчивость приема спектрально эффективных сигналов с неортогональным частотным уплотнением // Телекоммуникации. 2021. № 7. С. 18–25.

4. *Liu H., Li G*. OFDM-Based Broadband Wireless Networks. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005. 202 p.

5. *Shulze H., Luders C.* Theory and Applications of OFDM and CDMA. Chichester: John Wiley & Sons, 2005. 421 p.

6. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. 2-е изд., испр. М.: Вильямс, 2003. 1104 с.

7. *Леньшин А.В., Сидорчук В.П., Зезюлин А.А., Лукин А.В.* Использование технологии мультиплексирования с ортогональным частотным уплотнением в системах передачи информации // Фундаментально-прикладные проблемы безопасности, живучести, надежности, устойчивости и эффективности систем: материалы III международной НПК, посвященной 110-летию со дня рождения академика Н.А. Пилюгина. Ч. II. Елец: ЕлГУ им. И.А. Бунина, 2019. С. 58–64.

8. *Леньшин А.В., Зезюлин А.А.* Оценка потенциальной помехоустойчивости систем передачи информации, использующих сигналы с неортогональным частотным уплотнением // Телекоммуникации. 2019. № 11. С. 8–14.

9. *Иванов М.С., Леньшин А.В.* Статистические испытания методики приема и демодуляции сигналов с компенсацией неортогональных имитационных помех // Вестник Воронежского института МВД России. 2023. № 4. С. 149–158.

10. *Ирмагамбетов М.Н., Леньшин А.В.* Анализ методов и способов уменьшения пик-фактора многочастотных сигналов для цифровых комплексов связи // Актуальные проблемы развития вооружения и военной авиационной техники (вертолетов): сборник материалов V Международной ВНК, посвященной памяти конструкторов вертолетов М.Л. Миля и Н.И. Камова (г. Сызрань, 7 ноября 2024 г.) / Науч. ред. *Ю.А. Савченко*. Киров: МЦИТО, 2025. С. 203–210.

11. *Ирмагамбетов М.Н., Леньшин А.В.* Снижение ПИК-фактора многочастотного OFDM-сигнала с помощью блоков предварительного канального кодирования // Актуальные проблемы гуманитарных и социально-экономических наук. Международный электронный научный журнал (специальный выпуск). Актуальные проблемы развития вооружения и военной авиационной техники (вертолетов): материалы VI Международной военно-научной конференции, посвященной памяти конструкторов вертолетов М.Л. Миля и Н.И. Камова (г. Сызрань, 13 ноября 2025 г.). 2026. № 116. С. 76–81.

12. *Дворников С.С.* Модифицированные конструкции сигналов квадратурной модуляции с трансформированными фазовыми диаграммами // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2024. Т. 18, № 2. С. 10–23.

13. *Nyquist H.* Certain topics in telegraph transmission theory // AIEE Trans. 1928. No. 47. Pp. 617–644.

14. *Залманзон Л.А.* Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. М.: Наука, 1989. 496 с.

15. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Имитационная модель радиопередающей подсистемы OFDM-сигналов с использованием функций предварительного канального кодирования / *М.Н. Ирмагамбетов*. № 2025694534 (РФ); зарег. 05.12.2025 г.

16. *Прокис Дж*. Цифровая связь / Под ред. *Д.Д. Кловского*. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.

17. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Моделирование радиоприемного устройства системы связи с OFDM-сигналами, использующей функции предварительного канального кодирования / *М.Н. Ирмагамбетов*. № 2025694987 (РФ); зарег. 09.12.2025 г.

References

1. *Lenshin A.V.* Features of construction and organization of special purpose radio communication networks // Telecommunications. 2015. No. 8. Pp. 26–28.

2. *Zhou S., Wang Z.* OFDM for underwater acoustic communications. Chichester: John Wiley & Sons, 2014. 410 p.

3. *Lenshin A.V., Shatalov E.V.* Noise immunity of reception of spectrally efficient signals with non-orthogonal frequency division multiplexing // Telecommunications. 2021. No. 7. Pp. 18–25.

4. *Liu H., Li G*. OFDM-Based Broadband Wireless Networks. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005. 202 p.

5. *Shulze H., Luders C.* Theory and Applications of OFDM and CDMA. Chichester: John Wiley & Sons, 2005. 421 p.

6. *Sklyar B.* Digital Communications. Theoretical foundations and practical application. 2nd ed., rev. Moscow: Williams, 2003. 1104 p.

7. *Lenshin A.V., Sidorchuk V.P., Zezyulin A.A., Lukin A.V.* The use of orthogonal frequency division multiplexing technology in information transmission systems // Fundamental and applied problems of security, survivability, reliability, stability and efficiency of systems: proceedings of the III International scientific and practical conference dedicated to the 110th anniversary of academician N.A. Pilyugin. Part II. Yelets: Bunin Yelets State University, 2019. Pp. 58–64.

8. *Lenshin A.V., Zezyulin A.A.* Assessment of potential noise immunity of information transmission systems using signals with non-orthogonal frequency division multiplexing // Telecommunications. 2019. No. 11. Pp. 8–14.

9. *Ivanov M.S., Lenshin A.V.* Statistical testing of reception and demodulation techniques for signals with compensation of non-orthogonal imitation interference // Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia. 2023. No. 4. Pp. 149–158.

10. *Irmagambetov M.N., Lenshin A.V.* Analysis of methods and techniques for reducing the peak-to-average power ratio of multi-tone signals for digital communication systems // Current problems of development of weapons and military aviation equipment (helicopters):

collection of materials of the V International Military Scientific Conference dedicated to the memory of helicopter designers M.L. Mil and N.I. Kamov (Syzran, November 7, 2024) / Scientific ed. Yu.A. Savchenko. Kirov: Publishing house of the Interregional Center for Innovative Technologies in Education, 2025. Pp. 203–210.

11. *Irmagambetov M.N., Lenshin A.V.* Peak-to-average power ratio reduction of multi-tone OFDM signal using precoding channel coding blocks // Current problems of humanities and socio-economic sciences. International electronic scientific journal (special issue). Current problems of development of weapons and military aviation equipment (helicopters): materials of the VI International Military Scientific Conference dedicated to the memory of helicopter designers M.L. Mil and N.I. Kamov (Syzran, November 13, 2025). 2026. No. 116. Pp. 76–81.

12. *Dvornikov S.S.* Modified designs of quadrature modulation signals with transformed phase diagrams // T-Comm: Telecommunications and transport. 2024. Vol. 18, No. 2. Pp. 10–23.

13. *Nyquist H.* Certain topics in telegraph transmission theory // AIEE Trans. 1928. No. 47. Pp. 617–644.

14. *Zalmanzon L.A.* Fourier, Walsh, Haar transforms and their application in control, communication and other fields. Moscow: Nauka, 1989. 496 p.

15. Certificate of state registration of computer program. Simulation model of a radio transmitting subsystem of OFDM signals using precoding channel coding functions / *M.N. Irmagambetov*. No. 2025694534 (Russian Federation); reg. 12.05.2025.

16. *Proakis J.* Digital Communications / Ed. by D.D. Klovsky. Moscow: Radio i svyaz, 2000. 800 p.

17. Certificate of state registration of computer program. Simulation of a receiving radio device for a communication system with OFDM signals using precoding channel coding functions / *M.N. Irmagambetov*. No. 2025694987 (Russian Federation); reg. 12.09.2025.

Информация об авторах

А.В. Леньшин, д.т.н., профессор
М.Н. Ирмагамбетов, слушатель
Н.С. Калина, слушатель

Information about the authors

A.V. Lenshin, D.Sc. in Engineering Sciences, Professor
M.N. Irmagambetov, Listener
N.S. Kalina, Listener

Статья поступила в редакцию 20.04.2026
Одобрена после рецензирования 24.04.2026
Принята к публикации 29.04.2026

The article was submitted 20.04.2026
Approved after reviewing 24.04.2026
Accepted for publication 29.04.2026

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 38–46. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 38–46. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.396.67

Разработка робастного алгоритма синтеза диаграммы направленности адаптивной антенной решетки с управляемым подавлением помех

Евгений Олегович Андреев[1], Алексей Вячеславович Коровин[2], Алексей Васильевич Панков[3]
[1]Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия
[2,3]Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, Воронеж, Россия
[1]wkh7yh@gmail.com, [2]htotam2005@yandex.ru, [3]panalex0826@gmail.com

Аннотация. *Предложен и исследован робастный оптимизационный алгоритм синтеза весовых коэффициентов адаптивной антенной решетки, занимающий промежуточное положение между слепыми методами и методами с полным априорным знанием. Алгоритм предназначен для использования в двухэтапной архитектуре с подсистемой пеленгации и решает задачу целенаправленного формирования диаграммы направленности (ДН) с гарантированным подавлением помех в известных направлениях при сохранении заданной формы ДН в рабочем секторе. С помощью теории возмущений выявлены и формализованы фундаментальные причины неустойчивости и пространственных искажений, присущих классическому слепому алгоритму минимизации общей мощности. Для устранения этих причин предложен функционал качества, явно включающий требования к равномерности ДН в рабочем секторе, заданному уровню подавления и регулярности решения. Для минимизации функционала применен метод последовательного квадратичного программирования. Результаты статистического моделирования подтверждают, что предложенный подход обеспечивает управляемый компромисс между глубиной подавления помех и сохранением характеристик ДН, существенно повышая равномерность усиления и робастность решения по сравнению с базовым методом. Показана принципиальная возможность реализации алгоритма в гибридной аппаратной архитектуре «ПЛИС + встроенный процессор».*

Ключевые слова: *адаптивная антенная решетка, пространственная обработка сигналов, подавление помех, диаграмма направленности, робастный алгоритм, оптимизационный синтез, функционал качества, метод SLSQP, гибридная обработка.*

Development of a robust algorithm for radiation pattern synthesis in an adaptive antenna array with controlled interference suppression

Evgeny O. Andreev[1], Alexey V. Korovin[2], Alexey V. Pankov[3]
[1]Voronezh State University, Voronezh, Russia
[2,3]Military Air Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin, Voronezh, Russia
[1]wkh7yh@gmail.com, [2]htotam2005@yandex.ru, [3]panalex0826@gmail.com

Abstract. *A robust optimization algorithm for synthesizing weight coefficients of an adaptive antenna array which occupies an intermediate position between blind methods and methods with complete prior knowledge is proposed and investigated. It is designed for use in a two-stage architecture with a direction-finding subsystem and solves the problem of purposefully forming a radiation pattern (RP) with guaranteed interference suppression in known directions while maintaining a specified RP shape within the operating sector. Using perturbation theory, the fundamental causes of instability and spatial distortions inherent in the classical blind minimum total power algorithm are identified and formalized. To eliminate these causes, a quality functional is proposed that explicitly includes requirements for RP uniformity in the operating sector, a specified level of suppression, and solution regularity. The sequential quadratic programming method is applied to minimize the functional. Statistical simulation results confirm that the proposed approach provides a controlled compromise between interference suppression depth and preservation of RP characteristics, significantly improving gain uniformity and solution robustness compared to the baseline method. The fundamental feasibility of implementing the algorithm in a hybrid hardware architecture "FPGA + embedded processor" is demonstrated.*

Keywords: *adaptive antenna array, spatial signal processing, interference suppression, radiation pattern, robust algorithm, optimization synthesis, quality functional, SLSQP, hybrid processing.*

© Андреев Е.О., Коровин А.В., Панков А.В., 2026

Устойчивая работа спутниковой навигации в условиях интенсивных преднамеренных и непреднамеренных помех остается важной задачей. Классические адаптивные алгоритмы пространственной обработки, такие как MVDR, демонстрируют ограниченную эффективность в динамичной электромагнитной обстановке. Для них характерен фундаментальный компромисс [1]: глубокое подавление помех сопровождается неконтролируемыми искажениями диаграммы направленности (ДН) в рабочем секторе. Особенно проблематичны полностью слепые алгоритмы, минимизирующие общую выходную мощность. Несмотря на способность формировать глубокие нули ДН, они приводят к деградации равномерности усиления в области прихода полезных сигналов, росту уровня боковых лепестков и высокой чувствительности к ошибкам оценивания ковариационной матрицы.

Требование сохранения заданной формы ДН в рабочем секторе (например, 30–90° по углу места) является критическим для глобальных навигационных спутниковых систем, поскольку искажения ДН приводят к потере слежения за спутниками. Следовательно, недостатки классических алгоритмов в данном применении недопустимы. Необходим подход, обеспечивающий управляемый синтез ДН с явным подавлением в известных направлениях помех при гарантированном сохранении ее характеристик в секторе полезных сигналов.

Целью настоящей работы является разработка оптимизационного алгоритма синтеза весовых коэффициентов адаптивной антенной решетки, занимающего промежуточное положение между слепыми методами и методами с полным априорным знанием. Алгоритм позиционируется как управляемый модуль в двухэтапной архитектуре, где подсистема пеленгации идентифицирует направления на мощные помехи и решается задача целенаправленного формирования ДН с учетом этих данных.

При разработке алгоритма ключевыми стали следующие требования:

1. Подавление помех: обеспечение коэффициента подавления (ISL) не хуже –30 дБ в заданных направлениях.

2. Рабочий сектор: поддержание равномерности усиления в рабочем секторе ($\Delta D \le 3$ дБ для углов места $\beta \ge 30^\circ$).

3. Робастность и реализуемость: обеспечение устойчивости к ошибкам оценивания и ограниченная вычислительная сложность, допускающая реализацию во встраиваемых системах.

Основные научные и практические результаты, представленные в работе, заключаются в следующем:

1. С помощью теории возмущений формализованы причины неустойчивости и пространственных искажений при использовании типичного слепого алгоритма, минимизирующего общую выходную мощность.

2. Разработан расширенный параметризованный функционал качества, включающий взаимоувязанные компоненты равномерности ДН в рабочем секторе, подавления в заданных направлениях и регулярности весовых коэффициентов.

3. Путем статистического моделирования подтверждена способность алгоритма обеспечивать эффективный компромисс между подавлением помех и сохранением ДН, что выражается в улучшении равномерности на 75,8% относительно базового метода при гарантированном подавлении не хуже –39 дБ.

4. Обоснована практическая реализуемость подхода в гибридной аппаратной архитектуре «ПЛИС + встроенный процессор», что определяет путь его промышленного внедрения.

Математическая модель и методы анализа

Модель антенной системы и сигналов. Для построения алгоритма пространственной фильтрации используется модель плоской волны и эквидистантной планарной решетки $M \times N$ элементов. Координаты элемента (m,n) задаются вектором $\mathbf{r}_{mn} = (md, nd, 0)^T$, где d – шаг решетки.

Волновой вектор для сигнала, приходящего с азимутом θ и углом места β, имеет вид

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\cos\beta\cos\theta,\ \cos\beta\sin\theta,\ \sin\beta\right)^T,$$

где λ – длина волны. Фазовое распределение определяется скалярным произведением:

$$\varphi_{mn} \equiv \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_{mn} = 2\pi\rho\cos\beta\left(m\cos\theta + n\sin\theta\right),$$

где $\rho = d/\lambda$.

При наличии $N_\text{П}$ источников помех сигнал на элементе представляется как

$$x_{mn}(k) = \sum_{i=1}^{N_\text{П}} A_i \exp\left\{ j\left[2\pi f_i \left(kt_\text{Д}\right) - \varphi_{mn}\left(\rho_i,\theta_i,\beta_i\right)\right]\right\} + n\left(kt_\text{Д}\right),$$

где $A_i, f_i, \theta_i, \beta_i$ – амплитуда, частота и углы прихода i-й помехи, $n(\cdot)$ – белый гауссовский шум, $t_Д$ – шаг дискретизации.

Модель диаграммы направленности элемента. В качестве элемента решетки выбрана патч-антенна, модель которой учитывает частотную и угловую зависимость:

$$D_{element}(f,\theta,\beta) = D_f(f)\cdot D_\theta(\theta)\cdot D_\beta(\beta).$$

Типичный вариант задания множителей в данной модели можно представить в следующем виде:

$$D_f(f) = \exp\left[-\frac{(f-f_0)^2}{2(\Delta f/2)^2}\right],$$

$$D_\theta(\theta) = 0{,}98 + 0{,}02\cdot\cos 2\theta,$$

$$D_\beta(\beta) = \cos^n\left|90^\circ - \beta\right|,\ n = 1{,}8,$$

где f_0 – центральная частота, Δf – эффективная полоса пропускания. Выходной сигнал решётки формируется с помощью комплексных весовых коэффициентов w_{mn}:

$$y(k) = \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} w_{mn}^* x_{mn}(k) = \mathbf{w}^H\mathbf{x}(k),$$

где $\mathbf{w}\in\mathbb{C}^{MN}$ – вектор весов, $\mathbf{x}(k)$ – вектор входных отсчётов. В дальнейшем предполагается, что направления на мощные помехи (θ_i,β_i) известны (оценены подсистемой пеленгации), и задача сводится к синтезу весового вектора $\mathbf{w}$, обеспечивающего подавление в этих направлениях при сохранении заданных свойств ДН в рабочем секторе.

Анализ устойчивости базового алгоритма. Исходя из введенной модели, задача синтеза весов $\mathbf{w}$ формулируется как задача минимизации мощности выходного сигнала: $P_{вых} = \left\langle |y(k)|^2 \right\rangle = \mathbf{w}^H\mathbf{R}\mathbf{w}$, где $\mathbf{R} \equiv \left\langle \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)\right\rangle$ – ковариационная матрица входных данных. Здесь угловыми скобками обозначено усреднение по времени. Этот подход является основой для класса слепых алгоритмов, не требующих априорного знания направлений на полезные сигналы. При условии нормировки весов $\|\mathbf{w}\| = 1$ (исключающей тривиальное решение $\mathbf{w} = 0$) оптимизационная задача принимает вид

$$\begin{cases} \mathbf{w}^H\mathbf{R}\mathbf{w} \to \min, \\ \mathbf{w}^H\mathbf{w} = 1. \end{cases} \qquad (1)$$

Как известно [1], решение (1) определяется собственным вектором $\mathbf{v}_{\min}$ ковариационной матрицы $\mathbf{R}$, соответствующим её минимальному собственному числу $\lambda_{\min}$:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{v}_{\min}.$$

Данный алгоритм эффективно формирует нули в ДН в направлениях мощных помех, однако, как показала практика его применения, обладает существенными недостатками: высокой чувствительностью к ошибкам оценивания матрицы $\mathbf{R}$ и склонностью к неконтролируемым искажениям ДН в рабочем секторе.

Рассмотрим формальное возмущение матрицы:

$$\mathbf{R}_\varepsilon = \mathbf{R} + \varepsilon\mathbf{E},$$

где $\mathbf{E}$ – фиксированная матрица возмущения с $\|\mathbf{E}\|_2 = 1$, а $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр. Согласно теории возмущений [2], собственный вектор, соответствующий минимальному собственному числу, может быть представлен в виде ряда:

$$\mathbf{v}_{\min}(\varepsilon) = \mathbf{v}_{\min}^{(0)} + \varepsilon\mathbf{v}_{\min}^{(1)} + O\left(\varepsilon^2\right),$$

где $\mathbf{v}_{\min}^{(0)}$ – собственный вектор невозмущённой матрицы $\mathbf{R}$.

Поправка первого порядка $\mathbf{v}_{\min}^{(1)}$ имеет вид

$$\mathbf{v}_{\min}^{(1)} = \sum_{i\neq\min} \frac{\mathbf{v}_i^H\mathbf{E}\mathbf{v}_{\min}^{(0)}}{\lambda_{\min} - \lambda_i}\mathbf{v}_i.$$

Отсюда непосредственно следует оценка нормы погрешности:

$$\|\Delta\mathbf{v}_{\min}\| \equiv \left\|\mathbf{v}_{\min}(\varepsilon) - \mathbf{v}_{\min}^{(0)}\right\| \le$$

$$\le \varepsilon\sum_{i\neq\min} \frac{\left|\mathbf{v}_i^H\mathbf{E}\mathbf{v}_{\min}^{(0)}\right|}{\left|\lambda_{\min} - \lambda_i\right|}\mathbf{v}_i + O\left(\varepsilon^2\right).$$

Применяя неравенство Коши – Буняковского $\left|\mathbf{v}_i^H\mathbf{E}\mathbf{v}_{\min}^{(0)}\right| \le \|\mathbf{E}\|$ и вводя спектральный разрыв

$\delta_R = \min\limits_{i \neq \min} \left|\lambda_{\min} - \lambda_i\right|$ [3], получаем итоговую фундаментальную оценку:

$$\left\|\Delta \mathbf{v}_{\min}\right\| \le \frac{\varepsilon \left\|\mathbf{E}\right\|}{\delta_R} + O\left(\varepsilon^2\right).$$

Воспользуемся полученной оценкой, чтобы получить аналогичную для ДН. Для этого введём направляющий вектор решётки в направлении (θ,β):

$$\mathbf{a}(\theta,\beta) \equiv \left(e^{j\varphi_{00}(\theta,\beta)}, \ldots, e^{j\varphi_{M-1,N-1}(\theta,\beta)}\right)^T.$$

Идеальная ДН, соответствующая точному решению – $D_0(\theta,\beta) = \mathbf{v}_{\min}^H \mathbf{a}(\theta,\beta)$. ДН с учётом возмущений первого порядка:

$$D_\varepsilon(\theta,\beta) =$$

$$= \left(\mathbf{v}_{\min} + \varepsilon \mathbf{v}_{\min}^{(1)}\right)^H \mathbf{a}(\theta,\beta) = D_0(\theta,\beta) + \varepsilon D_1(\theta,\beta),$$

где

$$D_1(\theta,\beta) = \sum_{i \neq \min} \frac{\left(\mathbf{v}_i^H \mathbf{E} \mathbf{v}_{\min}\right)^*}{\lambda_{\min} - \lambda_i} \mathbf{v}_i^H \mathbf{a}(\theta,\beta). \qquad (2)$$

Полученная оценка (2) может быть переформулирована в терминах числа обусловленности, так как спектральный разрыв δ_R является обратной мерой обусловленности данной подзадачи.

В контексте адаптивной пространственной обработки плохая обусловленность ковариационной матрицы – типичная, а не исключительная ситуация. Она является следствием как объективных свойств помеховой обстановки (значительный разброс мощностей источников, их взаимная корреляция), так и ограничений практической реализации (конечный объём выборки, дискретность представления чисел), следовательно, неустойчивость и пространственные искажения ДН – не случайный дефект реализации, а фундаментальное свойство базовой постановки задачи (1). Алгоритм, сводящийся к решению плохо обусловленной спектральной задачи, оказывается критически зависимым от неуправляемых и трудно предсказуемых характеристик входных данных (помеховой обстановки) [3, 4].

Из анализа следует, что для обеспечения устойчивости необходимо отказаться от слепой минимизации $\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}$ как единственного критерия. Требуется принципиально иная постановка оптимизационной задачи, в которой устойчивость (робастность) была бы встроена явно, через дополнительные регуляризующие члены в функционале качества [4], и управление компромиссом между подавлением помех, равномерностью ДН и обусловленностью решения осуществлялось бы с помощью управляемых параметров, а не зависело от неуправляемого числа обусловленности матрицы. Этот вывод служит прямой мотивацией для перехода к разработке оптимизационного алгоритма с расширенным функционалом, представленного в следующем разделе.

Разработка модифицированного алгоритма

Расширенный функционал качества. Предлагается следующий составной функционал $J(\mathbf{w})$, минимизация которого определяет оптимальный весовой вектор [4, 5]:

$$J(\mathbf{w}) = \mu_1 J_u(\mathbf{w}) + \mu_2 J_s(\mathbf{w}) + \mu_3 J_w(\mathbf{w}), \qquad (3)$$

где $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \ge 0$ – управляющие коэффициенты, задающие компромисс между противоречивыми требованиями. Компоненты функционала определены следующим образом.

1. Компонент равномерности диаграммы направленности J_u. Предназначен для обеспечения равномерного усиления в рабочем секторе $\left(\beta \ge 30^\circ\right)$ и стабилизации формы ДН:

$$J_u(\mathbf{w}) = \sum_{k=1}^{K} \left(\left|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_k,\beta_k;f_0)\right| - J_1\right)^2,$$

где $\left\{(\theta_k,\beta_k)\right\}_{k=1}^K$ – равномерная сетка направлений в рабочем секторе, $\mathbf{a}(\theta_k,\beta_k;f_0)$ – вектор направленности решётки на центральной частоте, J_1 – целевой уровень усиления.

2. Компонент подавления помех J_s. Обеспечивает формирование нулей ДН в заданных направлениях на помехи $\left\{(\theta_k,\beta_k)\right\}_{k=1}^{N_\Pi}$, информация о которых поступает от подсистемы пеленгации:

$$J_s(\mathbf{w}) = \sum_{k=1}^{N_\Pi} \left[\max\left(0, \left|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_k,\beta_k;f_i)\right| - J_2\right)\right]^2.$$

Вектор направленности рассчитывается на собственной частоте каждой помехи f_i. Параметр J_2 задаёт допустимый порог остаточного

усиления. Функция $\max(0, \cdot)$ обеспечивает активность штрафа только при превышении порога.

3. Компонент регулярности весов J_w. Направлен на улучшение обусловленности задачи и повышение робастности за счёт борьбы с экстремальными значениями амплитуд весов:

$$J_w(\mathbf{w}) = \frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{MN}\left(|w_i| - \mu(|\mathbf{w}|)\right)^2,$$

$$\mu(|\mathbf{w}|) = \frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{MN}|w_i|.$$

Этот член способствует балансировке нагрузки на элементы решётки и снижению чувствительности алгоритма к ошибкам реализации.

Параметры μ_i позволяют в явном виде управлять балансом между подавлением помех (μ_2), равномерностью ДН (μ_1) и робастностью решения (μ_2), переводя задачу из области неуправляемой минимизации мощности в область целенаправленного синтеза требуемых пространственно-частотных характеристик.

Метод оптимизации. Задача синтеза весов формулируется как задача условной оптимизации:

$$\begin{cases} J(\mathbf{w}) \to \min, \\ \|\mathbf{w}\|^2 = 1. \end{cases} \tag{4}$$

Ограничение нормы $\|\mathbf{w}\|^2 = 1$ исключает тривиальное решение и фиксирует общий уровень усиления. Для решения задачи (4) выбран метод последовательного квадратичного программирования (SLSQP) [5, 6]. Его ключевыми преимуществами для данной задачи являются:

1) точный учёт ограничений типа равенства, что критично для выполнения условия нормировки весов;

2) сверхлинейная скорость сходимости в окрестности решения;

3) эффективная работа с нелинейными целевыми функциями, такими как (3).

Для применения метода комплекснозначный вектор $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{MN}$ преобразуется в вещественный путём разделения на действительную и мнимую части:

$$\mathbf{w}_{\mathbb{R}} = \left[\mathrm{Re}(\mathbf{w})^T, \mathrm{Im}(\mathbf{w})^T\right]^T \in \mathbb{R}^{2MN}.$$

Градиент $\nabla J(\mathbf{w})$ вычисляется численно методом конечных разностей, что исключает необходимость трудоёмкого аналитического вывода для составного функционала [6].

Анализ устойчивости решения. Устойчивость алгоритма к малым возмущениям исходных данных и параметров является критически важным свойством, определяющим его применимость в реальных условиях. Для её анализа рассматривается матрица, которая в этой работе называется матрицей Каруша – Куна – Таккера (ККТ-матрица) задачи (4) [7] и характеризует поведение решения в окрестности точки локального минимума.

Как и при применении метода SLSQP, комплекснозначный весовой вектор представляется в вещественном виде:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(\mathbf{w}) \\ \mathrm{Im}(\mathbf{w}) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2MN}.$$

Целевой функционал $J(\mathbf{w})$ и ограничение $c(\mathbf{w}) = \|\mathbf{w}\|^2 - 1 = 0$ переписываются как функции от $\mathbf{V}$: $\tilde{J}(\mathbf{V})$ и $\tilde{c}(\mathbf{V}) = \|\mathbf{V}\|^2 - 1$. Функция Лагранжа $\mathcal{L}$ имеет вид

$$\mathcal{L}(\mathbf{V}, \lambda) = \tilde{J}(\mathbf{V}) + \lambda\tilde{c}(\mathbf{V}), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Пусть $(\mathbf{V}_{\mathrm{opt}}, \lambda_{\mathrm{opt}})$ – точка, удовлетворяющая условиям ККТ первого порядка [7]:

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{V}}\mathcal{L}(\mathbf{V}_{\mathrm{opt}}, \lambda_{\mathrm{opt}}) = \nabla\tilde{J}(\mathbf{V}_{\mathrm{opt}}) + 2\lambda_{\mathrm{opt}}\mathbf{V}_{\mathrm{opt}} = 0, \\ \tilde{c}(\mathbf{V}_{\mathrm{opt}}) = \| \mathbf{V}_{\mathrm{opt}} \|^2 - 1 = 0. \end{cases}$$

Рассмотрим возмущённый лагранжиан $\mathcal{L}_\delta(\mathbf{V}, \lambda) = \mathcal{L}(\mathbf{V}, \lambda) + \delta F(\mathbf{V}, \lambda)$, где δ – малый параметр, а $F(\mathbf{V}, \lambda)$ – функционал возмущения, моделирующий, например, нелинейность аппаратуры, ошибки квантования или изменение параметров антенны. Возмущённое решение $(\tilde{\mathbf{V}}, \tilde{\lambda})$ ищем в виде $\mathbf{H} = \nabla^2_{\mathbf{VV}}\mathcal{L}(\mathbf{V}_{\mathrm{opt}}, \lambda_{\mathrm{opt}})$:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}} &= \mathbf{V}_{\mathrm{opt}} + \varepsilon\mathbf{V}_1 + O(\varepsilon^2), \\ \tilde{\lambda} &= \lambda_{\mathrm{opt}} + \varepsilon\lambda_1 + O(\varepsilon^2), \end{aligned} \tag{5}$$

где ε – малый параметр того же порядка, что и δ.

Подставляя (5) в условие стационарности для $\mathcal{L}_\delta(\mathbf{V}, \lambda)$ и ограничение и разлагая в ряд

Тейлора в окрестности $\left(\mathbf{V}_{\text{opt}},\lambda_{\text{opt}}\right)$, получаем систему первого порядка:

$$\begin{cases}\mathbf{H}\varepsilon\mathbf{V}_1+2\varepsilon\lambda_1\mathbf{V}_{\text{opt}}+\delta\nabla F_{\mathbf{V}}\left(\mathbf{V}_{\text{opt}},\lambda_{\text{opt}}\right)=0,\\ \mathbf{V}_{\text{opt}}^T\mathbf{V}_1=0,\end{cases} \quad (6)$$

где $\mathbf{H}=\nabla^2_{\mathbf{VV}}\mathcal{L}\left(\mathbf{V}_{\text{opt}},\lambda_{\text{opt}}\right)=\nabla^2\tilde{J}\left(\mathbf{V}_{\text{opt}}\right)+2\lambda_{\text{opt}}\mathbf{I}_{2MN}$ – гессиан лагранжиана.

Введем обозначение $\gamma\equiv\delta/\varepsilon$ (параметр, характеризующий относительную силу возмущения) и перепишем систему (6) в блочном виде:

$$\begin{pmatrix}\mathbf{H} & 2\mathbf{V}_{\text{opt}}\\ 2\mathbf{V}_{\text{opt}}^T & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{v}_1\\ \lambda_1\end{pmatrix}=-\gamma\begin{pmatrix}\nabla F_{\mathbf{V}}\left(\mathbf{V}_{\text{opt}},\lambda_{\text{opt}}\right)\\ 0\end{pmatrix}.$$

Матрица в левой части – это матрица Каруша – Куна – Таккера (ККТ):

$$\mathbf{K}\equiv\begin{pmatrix}\mathbf{H} & 2\mathbf{V}_{\text{opt}}\\ 2\mathbf{V}_{\text{opt}}^T & 0\end{pmatrix}.$$

Поскольку $\mathbf{K}$ невырожденна для строгого локального минимума, можно записать:

$$\begin{pmatrix}\mathbf{v}_1\\ \lambda_1\end{pmatrix}=-\gamma\mathbf{K}^{-1}\begin{pmatrix}\nabla F_{\mathbf{V}}\left(\mathbf{V}_{\text{opt}},\lambda_{\text{opt}}\right)\\ 0\end{pmatrix}.$$

Переходя к нормам и используя свойство спектральной нормы:

$$\left\|\begin{pmatrix}\mathbf{v}_1\\ \lambda_1\end{pmatrix}\right\|_2\le|\gamma|\,\|\mathbf{K}^{-1}\|_2\left\|\begin{pmatrix}\nabla F_{\mathbf{V}}(\mathbf{V}_{\text{opt}},\lambda_{\text{opt}})\\ 0\end{pmatrix}\right\|_2.$$

Норма обратной матрицы равна обратной величине минимального сингулярного числа исходной матрицы:

$$\|\mathbf{K}^{-1}\|_2=\frac{1}{\sigma_{\min}\left(\mathbf{K}\right)},$$

где $\sigma_{\min}\left(\mathbf{K}\right)>0$ – наименьшее сингулярное число ККТ-матрицы.

Для вещественной индефинитной матрицы $\mathbf{K}$ минимальное сингулярное число связано с её собственными числами $\left\{\lambda_i\left(\mathbf{K}\right)\right\}$ следующим образом:

$$\sigma_{\min}\left(\mathbf{K}\right)=\min_i|\lambda_i\left(\mathbf{K}\right)|\equiv\lambda_{\min}\left(\mathbf{K}\right),$$

т.е. $\sigma_{\min}\left(\mathbf{K}\right)$ равно минимальному по модулю собственному числу ККТ-матрицы. Таким образом, окончательная оценка принимает вид

$$\left\|\begin{pmatrix}\mathbf{V}_1\\ \lambda_1\end{pmatrix}\right\|_2\le\frac{\gamma}{\lambda_{\min}\left(\mathbf{K}\right)}\|\nabla F_{\mathbf{V}}\left(\mathbf{V}_{\text{opt}},\lambda_{\text{opt}}\right)\|_2. \quad (7)$$

Анализируя неравенство (7), приходим к следующим ключевым выводам:

1. *Сравнение с базовым алгоритмом*. В базовом алгоритме чувствительность определялась величиной δ_R^{-1}, которая может быть неограниченно большой (при $\delta_R\to0$). В оптимизационном алгоритме роль этого «знаменателя» играет строго положительная величина $\lambda_{\min}^{-1}\left(\mathbf{K}\right)$.

2. *Слабая зависимость от параметров* μ_i. Как показывают вычислительные эксперименты, величина $\lambda_{\min}\left(\mathbf{K}\right)$ остаётся существенно положительной и меняется незначительно при варьировании коэффициентов μ_i на порядки величин. Это обусловлено тем, что структура ККТ-матрицы, особенно блок $2\mathbf{V}_{\text{opt}}$, обеспечивает встроенную регуляризацию задачи за счёт жёсткого ограничения нормы $\|\mathbf{V}\|^2=1$. Указанное свойство означает, что при практической настройке алгоритма параметры μ_i можно выбирать, ориентируясь исключительно на требуемые характеристики ДН, почти не опасаясь дестабилизации решения. Алгоритм обладает автоматическим запасом робастности.

3. *Защищённость от аппаратурных возмущений*. Возмущение $\delta F\left(\mathbf{V},\lambda\right)$ может моделировать неидеальности реальной аппаратуры: нелинейность усилителей, фазовые сдвиги, ошибки квантования весов в ЦАП/АЦП. Конечное и устойчивое значение $\lambda_{\min}\left(\mathbf{K}\right)$ гарантирует, что такие возмущения приведут лишь к ограниченным, прогнозируемым искажениям ДН и весов, в отличие от катастрофической неустойчивости базового алгоритма, где малые погрешности оценки ковариационной матрицы могли вызвать неконтролируемые изменения решения.

Результаты и обсуждение

Критерии оценки эффективности алгоритма. Для объективной сравнительной оценки базового и разработанного алгоритмов вводится система количественных метрик.

Метрики пространственно-частотных характеристик:

1. Коэффициент подавления помех (Interference Suppression Level, ISL): максимальный уровень остаточной мощности в направлениях заданных помех. Учитывает работу алгоритма на собственной частоте каждой помехи f_i:

$$\mathrm{ISL} = \max_{i=1,\ldots,N_{\Pi}} 20\log_{10} |D(\theta_i,\beta_i;f_i)| \text{ [дБ]},$$

где $D(\theta_i,\beta_i;f_i)$ – коэффициент усиления (значение ДН) в направлении i-й помехи. Целевой порог равен $\mathrm{ISL} \le -30$ дБ.

2. Равномерность диаграммы направленности в рабочем секторе: мера стабильности усиления в области прихода полезных сигналов ($\beta \ge 30^\circ$) на центральной частоте рабочего диапазона f_0:

$$U = 1 - \frac{\sigma\left(D_{\text{раб}}\right)}{\mu\left(D_{\text{раб}}\right)},$$

где $D_{\text{раб}}$ – множество значений коэффициента усиления в равномерной сетке направлений рабочего сектора, $\sigma(\cdot)$ и $\mu(\cdot)$ – стандартное отклонение и математическое ожидание, $U \in [0,1]$, увеличение значения свидетельствует об улучшении равномерности.

3. Средний коэффициент усиления в рабочем секторе. Отражает общий энергетический выигрыш в целевом секторе:

$$G_{\text{avg}} = 20\log_{10}\left(\mu\left(|D_{\text{раб}}|\right)\right) \text{ [дБ]}.$$

Рост G_{avg} при сохранении или улучшении равномерности U является желательным.

Метрики качества решения и его робастности:

1. Индекс качества весовых коэффициентов. Характеризует степень неравномерности распределения амплитуд весов $|w_{mn}|$ между элементами решетки:

$$Q_w = \sigma^2(|\mathbf{w}|) = \frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{MN}\left(|w_i| - \mu(|\mathbf{w}|)\right)^2.$$

Большое значение Q_w указывает на решение с экстремальными значениями весов, что повышает требования к динамическому диапазону трактов, увеличивает чувствительность к ошибкам реализации и снижает общую робастность системы.

2. Статистическая стабильность (дополнительный критерий). Для учёта стохастической природы оценки ковариационной матрицы каждый эксперимент повторяется многократно ($N = 100$) с различными реализациями шума. Результаты по всем метрикам представляются в виде «среднее значение ± стандартное отклонение».

Замечание. Оценка проводится раздельно для наглядности на центральной частоте f_0 и на собственных частотах f_i. На центральной рассчитываются метрики, характеризующие качество ДН в рабочем секторе (U, G_{avg}) и свойства решения (Q_w), а на собственных – целевая метрика подавления (ISL).

Сравнительный анализ характеристик

Эксперименты проводились в среде Python с использованием библиотек NumPy и SciPy. Параметры оптимизации установлены следующие: $\mu_1 = 10$, $\mu_2 = 1000$, $\mu_3 = 0{,}01$, $J_1 = 0{,}75$, $J_2 = 0{,}001$. Параметр J_2 соответствует подавлению –60 дБ, что на 30 дБ строже формального требования (–30 дБ). Такое ужесточение порога подавления обусловлено необходимостью компенсации противоречивости критериев равномерности ДН и глубины подавления. Для статистической верификации выполнено 100 независимых запусков. Полученные результаты представлены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Статистические характеристики на центральной частоте $f_0 = 1{,}60$ ГГц

Метрика	Базовый алгоритм	Оптимизационный алгоритм	Улучшение
Равномерность ДН U	0,447 ± 0,010	0,711 ± 0,010	+75,8%
Среднее усиление G_{avg}, дБ	–9,33 ± 2,64	–3,82 ± 0,14	+5,51 дБ
Индекс качества весов Q_w	0,0124 ± 0,0035	0,0101 ± 0,0011	+11,2%

Примечание: для Q_w знак «+» означает уменьшение значения (улучшение).

Таблица 2

Подавление помех на их собственных частотах

Помеха	Частота, ГГц	Базовый алгоритм, дБ	Оптимизационный алгоритм, дБ
1	1,550	–52,33 ± 5,25	–49,52 ± 9,92
2	1,650	–53,76 ± 5,87	–39,75 ± 2,68

Анализ результатов:

1. Выполнение требований по подавлению. Оба алгоритма обеспечивают подавление ниже требуемого порога −30 дБ. Несмотря на некоторое ухудшение абсолютных значений у оптимизированного алгоритма (на 2,81 дБ и 14,77 дБ), уровень подавления остаётся более чем достаточным (−39,75 дБ), что подтверждает выполнение формального требования.

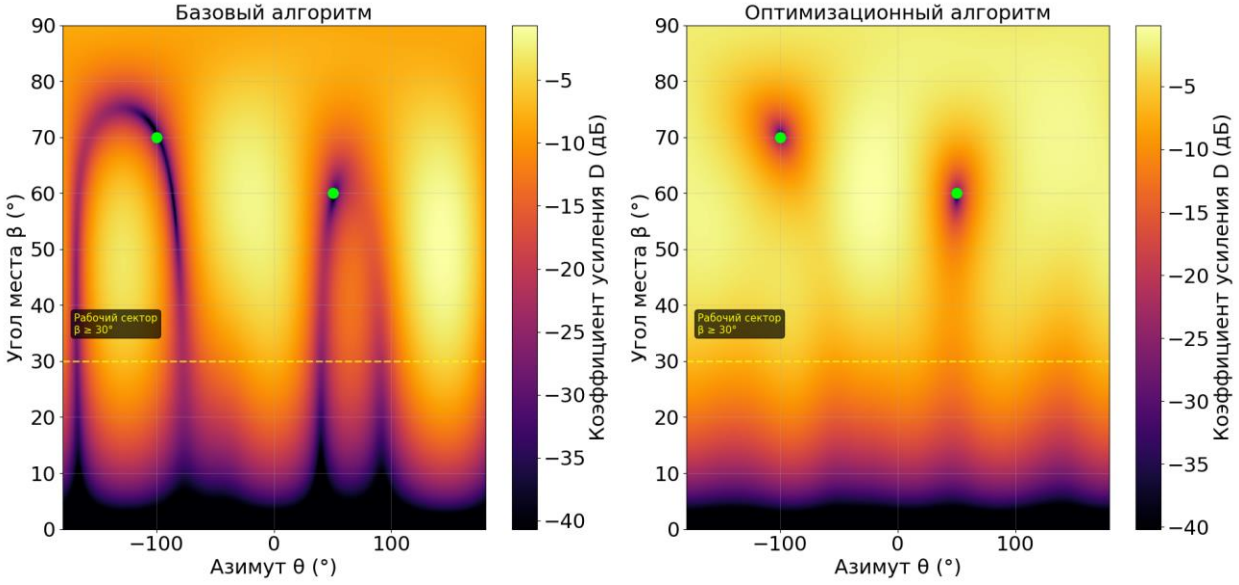
2. Качество диаграммы направленности. Ключевым достижением является улучшение равномерности U на 75,8%. Одновременно наблюдается рост среднего усиления на 5,51 дБ и значительное (в 5 и 19 раз соответственно) снижение дисперсии этих показателей. Это свидетельствует о формировании стабильной и эффективной ДН в рабочем секторе.

3. Робастность решения. Улучшение индекса Q_w на 11.2% и трёхкратное снижение его дисперсии указывают на переход к более сбалансированному распределению весов. Это снижает требования к динамическому диапазону аппаратуры и повышает устойчивость системы к погрешностям реализации, что подтверждает теоретический вывод о встроенном запасе робастности.

На рисунке представлены ДН, синтезированные базовым и предложенным алгоритмами, для антенной решётки размером 4 × 4 элемента с шагом $d = 0{,}05$ м, $f_0 = 1{,}6$ ГГц. Углы места помех выбраны равными 60° и 70°, что позволяет наглядно наблюдать формирование глубоких нулей в направлениях помех при сохранении равномерного усиления в рабочем секторе 30–90°. Алгоритм работоспособен при любых углах прихода помех; выбор высоких углов продиктован лишь наглядностью иллюстрации.

Из рисунка видно, что предложенный алгоритм обеспечивает:

- сохранение равномерного усиления в рабочем секторе $(\beta > 30^\circ)$;
- формирование устойчивых и достаточно глубоких нулей в направлениях помех;
- отсутствие неконтролируемых провалов и искажений ДН, характерных для базового алгоритма.



а) б)

ДН, синтезированные базовым алгоритмом (а) и предложенным оптимизационным алгоритмом (б)

Оценка физической реализуемости

Переход к аппаратной реализации требует учёта вычислительной специфики алгоритма. Итерационный метод SLSQP, лежащий в основе оптимизации, имеет переменную сложность, что затрудняет его прямую реализацию в ПЛИС, ориентированных на детерминированные потоки.

В качестве эффективного решения предложена гибридная архитектура «ПЛИС + встроенный процессор» [8]:

- ПЛИС (например, Xilinx Artix-7): выполнение детерминированных операций с высокой скоростью – применение весовых коэффициентов, умножение матриц, формирование выходного сигнала;
- встроенный процессор (например, MicroBlaze): выполнение задачи оптимизации (SLSQP). Это позволяет абстрагироваться от временной неопределённости алгоритма и использовать стандартные программные библиотеки.

Такая архитектура обеспечивает баланс между производительностью, стоимостью и гибкостью. Дальнейшая оптимизация (например, переход с численного на аналитический градиент) может быть выполнена на программном уровне, не затрагивая аппаратную часть, что упрощает разработку и адаптацию.

Список источников

1. *Монзинго Р.А., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решетки: введение в теорию. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.

2. *Като Т.* Теория возмущений линейных операторов / Пер. с англ.; под ред. В.П. Маслова. М.: Мир, 1972. 740 с.

3. *Хорн Р., Джонсон Ч.* Матричный анализ. Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 655 с.

4. *Тихонов А.Н.*, *Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. 2-е изд. М.: Наука, 1979. 288 с.

5. *Nocedal J., Wright S.J.* Numerical Optimization. 2nd ed. New York: Springer, 2006. 664 p. (Springer Series in Operations Research).

6. *Kraft D.* A Software Package for Sequential Quadratic Programming: tech. rep. Cologne: DFVLR, 1988.

7. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002. 824 с.

8. Zynq 7000 SoC Technical Reference Manual: tech. rep. San Jose, CA: Xilinx (AMD), 2023.

References

1. *Monzingo R.A., Miller T.W.* Adaptive antenna arrays: an introduction to theory. Translated from English. Moscow: Radio and Communications, 1986. 448 p.

2. *Kato T.* Theory of perturbations of linear operators / Translated from English; edited by V.P. Maslov. Moscow: Mir, 1972. 740 p.

3. *Horn R.. Johnson C.* Matrix analysis. Translated from English. Moscow: Mir, 1989. 655 p.

4. *Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya.* Methods of solving ill–posed problems. 2nd ed. Moscow: Nauka, 1979. 288 p.

5. *Nocedal J., Wright S.J.* Numerical Optimization. 2nd ed. New York: Springer, 2006. 664 p. (Springer Series in Operations Research).

6. *Kraft D.* A Software Package for Sequential Quadratic Programming: tech. rep. Cologne: DFVLR, 1988.

7. *Vasiliev F.P.* Optimization methods. Moscow: Factorial Press, 2002. 824 p.

8. Zynq 7000 SoC Technical Reference Manual: tech. rep. San Jose, CA: Xilinx (AMD), 2023.

Информация об авторах

Е.О. Андреев, студент ВГУ
А.В. Коровин, к.т.н., доцент, профессор кафедры
А.В. Панков, адъюнкт

Information about the authors

E.O. Andreev, student (VSU)
A.V. Korovin, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor, Professor of the Department
A.V. Pankov, Graduate Student

Статья поступила в редакцию 09.04.2026
Одобрена после рецензирования 15.04.2026
Принята к публикации 21.04.2026

The article was submitted 09.04.2026
Approved after reviewing 15.04.2026
Accepted for publication 21.04.2026

Радиоэлектронные компоненты и функциональная электроника радиосвязи

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 47–56. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 47–56. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.396.67

Стелющиеся антенные системы перспективных комплексов радиосвязи военного назначения, развёртываемых в островной Арктике: к методологии адаптивного синтеза

Р.Ю. Бородулин[1], М.Р. Бибарсов[2], А.С. Леонюк[3], А.С. Юртаев[4], В.В. Кравченко[5]
[1–4]Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, Санкт-Петербург, Россия
[5]Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия
[1]borodulroman@yandex.ru, [2]bibarsovmr@rambler.ru, [3]leonuck@yandex.ru, [4]ant8720@yandex.ru, [5]vik41.66@mail.ru

Аннотация. *Обоснована актуальность разработки методологии проектирования стелющихся антенных систем для перспективных комплексов радиосвязи военного назначения, развёртываемых в зоне островной Арктики. Проанализированы существующие методы синтеза антенн, выявлен их ключевой недостаток – ориентация на разовое проектирование для статичных условий, что не соответствует требованию устойчивой работы стелющихся антенных систем в динамично меняющихся условиях островной Арктики. Сформулированы научная проблема и фундаментальное противоречие, для разрешения которого предложена новая методология адаптивного структурно-параметрического синтеза. Её ядром является синтез библиотеки дискретных конфигураций антенны, конструктивно интегрированных в единое устройство с общей точкой питания, и алгоритм переключения между ними. Приведены структурно-логическая схема исследования и исходные данные. Определены направления дальнейших исследований, требующие численного обоснования.*

Ключевые слова: *стелющиеся антенны, арктическая зона, структурно-параметрический синтез, дискретная адаптация, вложенная антенная система, комплексы радиосвязи специального назначения, устойчивость радиолиний, нестационарная слоистая среда.*

Radioelectronic components and functional electronics of radio communication

Creeping antenna systems of prospective military radio communication complexes deployed in the island part of the Arctic zone: towards a methodology of adaptive synthesis

R.Yu. Borodulin[1], M.R. Bibarsov[2], A.S. Leonyuk[3], A.S. Yurtaev[4], V.V. Kravchenko[5]
[1–4]Military Academy of Communication named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny, Saint-Petersburg, Russia
[5]Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint-Petersburg, Russia
[1]borodulroman@yandex.ru, [2]bibarsovmr@rambler.ru, [3]leonuck@yandex.ru, [4]ant8720@yandex.ru, [5]vik41.66@mail.ru

Abstract. *The relevance of developing a methodology for designing creeping antenna systems for prospective military radio communication complexes deployed in the island part of the Arctic zone is substantiated. The existing methods of antenna synthesis are analyzed, and their key disadvantage is identified – their focus on one-time design for static conditions, which does not meet the requirement for stable operation of creeping antenna systems in the dynamically changing conditions of the island part of the Arctic zone. A scientific problem and a fundamental contradiction are formulated, and a new methodology of adaptive structural and parametric synthesis is proposed to resolve them. The core of this methodology is the synthesis of a library of discrete antenna configurations that are structurally integrated into a single device with a common power supply point, and an algorithm for switching between them. The structural and logical scheme of the research and the initial data are presented. The directions for further research that require numerical justification are identified.*

Keywords: *creeping antennas, Arctic zone, structural-parametric synthesis, discrete adaptation, nested antenna system, special-purpose radio communication systems, stability of radio lines, non-stationary layered environment.*

В соответствии с тенденциями развития системы связи одним из приоритетных направлений является создание мобильных, технологически автономных комплексов радиосвязи нового поколения, способных гарантированно выполнять задачи в экстремальных климатических и физико-географических условиях. Особую актуальность эта задача приобретает в Арктической зоне.

Согласно Указу Президента РФ от 2 мая 2014 г. № 296, Арктическая зона Российской Федерации включает как материковые территории, так и островные архипелаги. В настоящем исследовании рассматриваются сухопутные участки островной зоны: Земля Франца-Иосифа, Новая Земля, Северная Земля, Новосибирские острова, о. Врангеля, где подстилающий объем представлен слоистой структурой «снег – лёд – вечная мерзлота – горная порода» с относительно низкой электропроводностью σ.

Эффективное управление группировками войск (сил) в зоне островной Арктики невозможно без устойчивой связи. Спутниковые системы связи, безусловно, вносят вклад в обеспечение связи, однако их применение в высокоширотных районах ограничено: геостационарные спутники наблюдаются с территории островной Арктики под слишком малыми углами места, что снижает помехоустойчивость каналов связи; использование низкоорбитальных группировок сопряжено с высокой энергетической стоимостью терминалов. Кроме того, уязвимость космического сегмента в условиях вооружённого противодействия не позволяет рассматривать спутниковые системы как единственное и достаточное решение, поэтому ключевая роль в обеспечении устойчивой связи в островной Арктике по-прежнему принадлежит комплексам КВ-радиосвязи.

Ключевым элементом любого комплекса радиосвязи является антенная система. Эксплуатация антенно-мачтовых устройств (АМУ) в условиях островной Арктики сопряжена с рядом системных ограничений, которые формируют непреодолимое противоречие между необходимостью в связи и физической невозможностью её надёжного обеспечения традиционными средствами. Предлагается системные ограничения разбить на три группы:

1) физико-климатические: экстремальные ветровые и ледовые нагрузки создают критическую парусность и массу конструкций, а вечная мерзлота и сложный рельеф исключают быстрое и устойчивое размещение высотных сооружений;

2) логистико-эксплуатационные: сложная транспортная логистика островной Арктики делает доставку, развёртывание и обслуживание комплексов радиосвязи крайне затратным и длительным процессом;

3) оперативно-тактические: комплексы радиосвязи в совокупности с высокими мачтами служат идеальным демаскирующим ориентиром для разведки противника, а их статичность и уязвимость превращают узел связи в маложивущую цель [1, 2].

В качестве альтернативы рассматриваются стелющиеся антенные системы (САС). Низкий профиль, ветроустойчивость и мобильность делают их привлекательными для островной Арктики. Однако главным недостатком САС является критическая зависимость их электрических характеристик (согласования, диаграммы направленности, КПД) от электрофизических параметров слоистого подстилающего объёма, которые в островной Арктике изменяются в широких пределах – не только сезонно и суточно, но и в течение нескольких часов (переходы «снег – лёд – талая вода», изменение влажности) [3], а также при смене узлом связи позиции. Это может привести к нестабильности радиолиний, что имеет особое значение в свете перехода от традиционных узлов связи к компактным высокомобильным средствам [4–6].

Для количественной демонстрации критической зависимости КСВ стелющейся антенны от параметров слоистого подстилающего объема островной Арктики был проведён специализированный вычислительный эксперимент. С использованием разработанного алгоритма адаптивного сканирования и верифицированной методики расчёта входных характеристик приземных антенн [7] была исследована трёхлучевая стелющаяся антенна с длиной плеча $l = 10$ м и углом между плечами $\alpha = 45°$ (рис. 1).

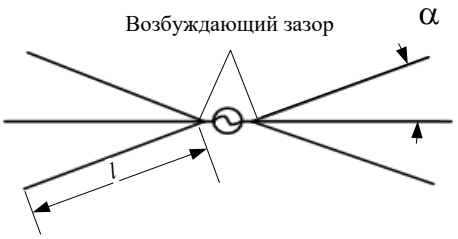


Рис. 1. Схема трехлучевой стелющейся антенны

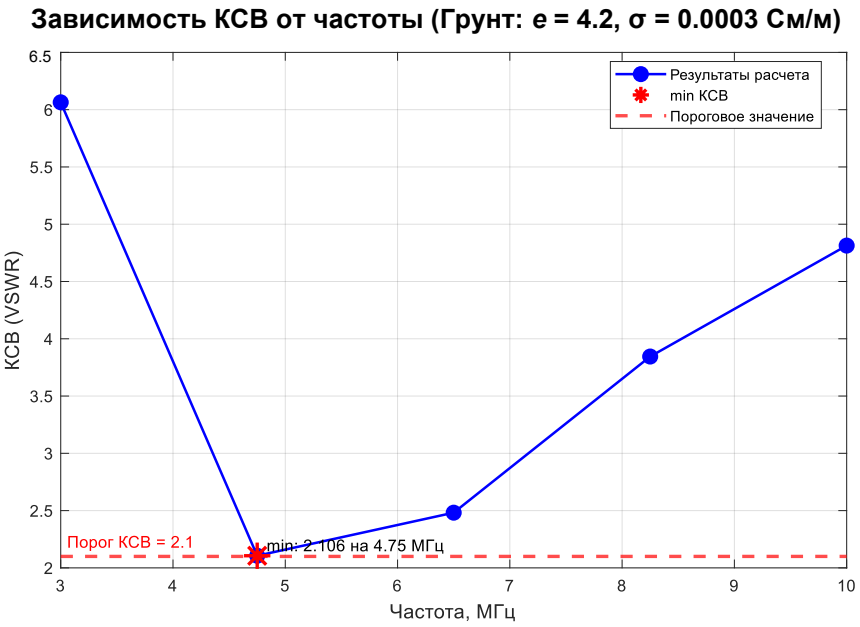
Антенна размещалась на границе раздела «воздух – снег» в трёх различных трёхслойных моделях арктического подстилающего объема,

© Бородулин Р.Ю., Бибарсов М.Р., Леонюк А.С., Юртаев А.С., Кравченко В.В., 2026

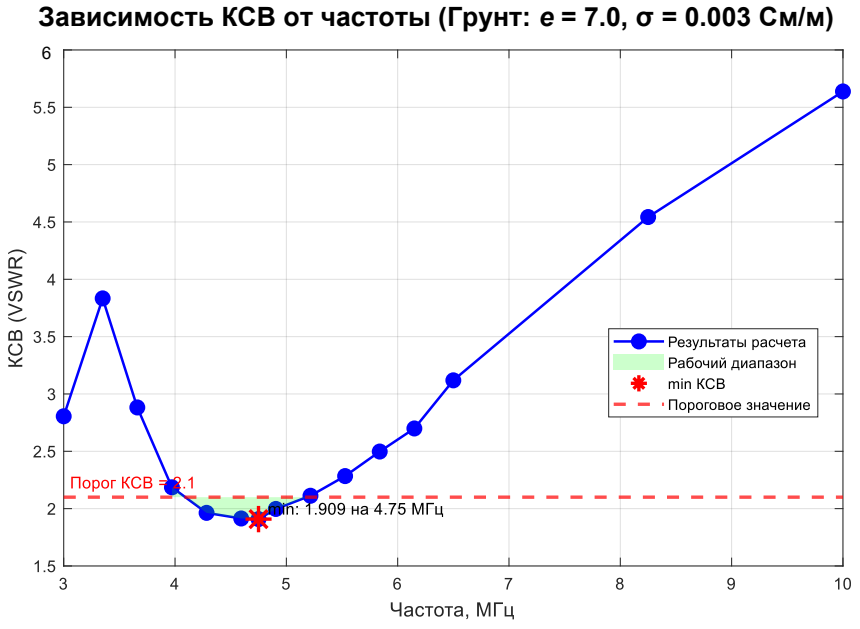
которые отличались электрофизическими параметрами грунта и снега. Расчёт КСВ производился относительно стандартного для комплексов радиосвязи волнового сопротивления фидера ρ = 75 Ом.

Результаты моделирования, представленные на рис. 2, демонстрируют три принципиально различных сценария поведения одной и той же антенны в целевом диапазоне частот 3–10 МГц:

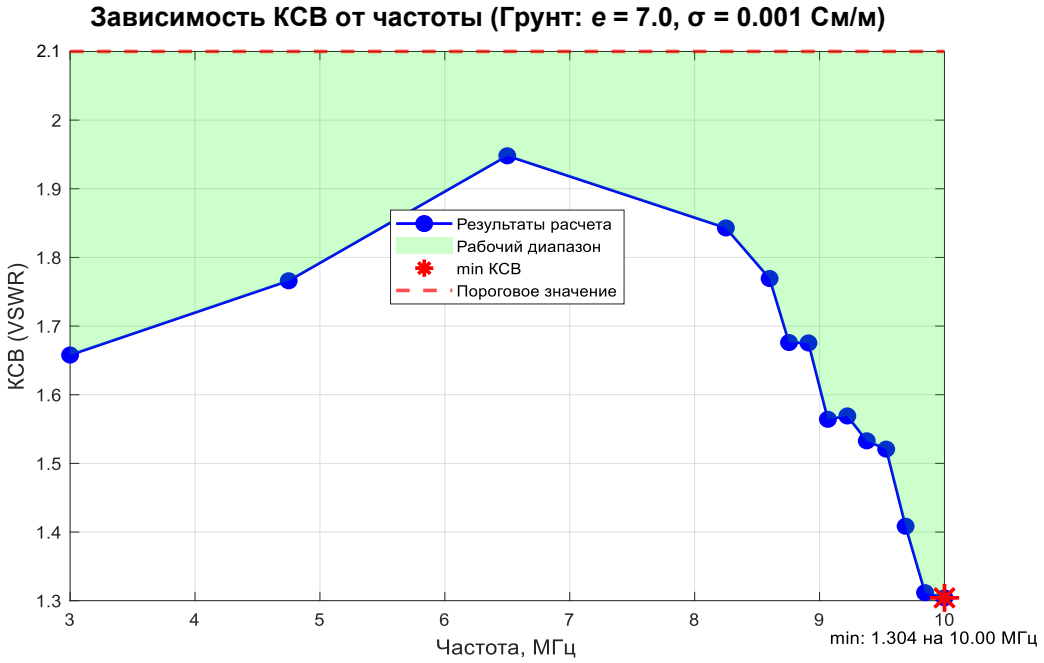
- для первой модели среды (рис. 2а) рабочая полоса частот, где коэффициент стоячей волны (КСВ) не превышает порогового значения, отсутствует полностью;
- для второй модели (рис. 2б) наблюдается узкая полоса согласования шириной 1,09 МГц;
- для третьей модели (рис. 2в) антенна стабильно согласована во всём диапазоне 3–10 МГц, демонстрируя полосу шириной не менее 7 МГц.



а)



б)



в)

Рис. 2. Графики зависимости КСВ от частоты трехлучевой стелющейся антенны в трехслойном подстилающем объеме с различными электрическими параметрами

Проведённое моделирование наглядно иллюстрирует, что даже для одной и той же геометрии антенны смена электрофизических параметров подстилающего объема может приводить как к полной потере работоспособности, так и к устойчивому функционированию в широкой полосе частот. Данный контраст однозначно доказывает, что прогнозирование и обеспечение работоспособности стелющихся антенных систем в островной Арктике невозможны без детального учёта текущего состояния подстилающего объема.

Однако наличие рабочей полосы частот по КСВ само по себе не гарантирует высокого качества связи. Для оценки реальной помехоустойчивости цифровой радиолинии необходимо установить количественную связь между рассогласованием антенны и вероятностью битовой ошибки (*BER*). Воспользуемся стандартными соотношениями, связывающими КСВ, потери из-за рассогласования (mismatch loss, *ML*) и отношение сигнал/шум (*SNR*) на входе приёмника.

Коэффициент отражения по напряжению $|\Gamma|$ определяется через КСВ [6]:

$$|\Gamma| = \frac{\text{КСВ} - 1}{\text{КСВ} + 1}, \qquad (1)$$

а потери из-за рассогласования (в децибелах) – как [7]:

$$ML = -10\log_{10}\left(1 - |\Gamma|^2\right). \qquad (2)$$

Примем исходное отношение сигнал/шум в идеально согласованном тракте (КСВ = 1) равным $SNR_0 = 12$ дБ, что соответствует типовому значению для цифровых систем связи с помехоустойчивым кодированием и обеспечивает вероятность битовой ошибки $BER < 10^{-5}$ для сигналов BPSK/QPSK [8, 9]. При наличии потерь *ML* новое значение *SNR* составит

$$SNR = SNR_0 - ML\,(\text{дБ}). \qquad (3)$$

На основе минимальных и максимальных значений КСВ, взятых из графиков на рис. 2, проведём расчёт для трёх рассмотренных моделей подстилающего объема. Результаты сведены в табл. 1.

Полученные оценки показывают следующее: изменение электрофизических параметров подстилающего объема в арктических условиях приводит не только к изменению полосы согласования антенны, но и к прямо пропорциональному ухудшению помехоустойчивости цифровой радиолинии. В наиболее неблагоприятных

случаях (модели 1 и 2) связь возможна лишь в очень узкой полосе. Это служит весомым обоснованием необходимости разработки адаптивной антенной системы, способной в реальном времени подстраивать свою конфигурацию к текущему состоянию среды для гарантированного обеспечения помехоустойчивости радиолинии.

Таблица 1

Параметр	Модель 1 (рис. 2а)	Модель 2 (рис. 2б)	Модель 3 (рис. 2в)
КСВ (мин/макс)	2,1/6,0	1,9/5,6	1,3/1,95
$\lvert\Gamma\rvert$ (мин/макс)	0,355/0,714	0,310/0,697	0,130/0,322
ML, дБ (мин/макс)	0,58/3,10	0,44/2,89	0,075/0,48
SNR на входе, дБ (мин/макс)	11,4/8,9	11,6/9,1	11,9/11,5
Оценка качества связи	при мин. КСВ – умеренные ошибки ($BER \sim 10^{-4}$); при макс. КСВ – связь крайне ненадёжна ($BER > 10^{-3}$)	в узкой полосе (КСВ = 1,9) – умеренные ошибки ($BER \sim 10^{-4}$); вне полосы (КСВ = 5,6) – связь крайне ненадежна ($BER > 10^{-3}$)	высокое качество ($BER < 10^{-5}$) во всём диапазоне

Таким образом, возникает острая потребность не просто в антеннах, рассчитанных на «среднестатистическую» Арктику, а в стелющихся антенных системах, способных адаптировать свою структуру и геометрические параметры элементов САС к текущему состоянию подстилающего объема, обеспечивая устойчивость радиолиний военного назначения на заданном уровне.

Возможным альтернативным подходом к решению проблемы нестабильности характеристик стелющихся антенн является использование нескольких пространственно разнесённых антенн, каждая из которых оптимизирована для определённого диапазона частот или типа среды. Для количественной оценки эффективности такого подхода было проведено моделирование пяти вариантов трёхлучевой стелющейся антенны с шунтирующими элементами, отличающихся длиной плеч (рис. 3).

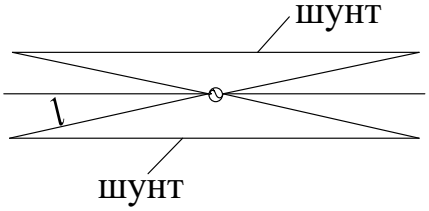


Рис. 3. Схема трехлучевой стелющейся антенны с шунтами

Все антенны размещались в одной и той же модели трёхслойной арктической среды (параметры снежного покрова и грунта соответствуют модели 1, рис. 2а). Рабочая полоса частот для каждой антенны определялась по условию КСВ ≤ 2,1. Результаты сведены в табл. 2.

Таблица 2

Длина плеч, м	Рабочие полосы частот, МГц
16	3,00 – 4,02; 4,46 – 5,75
14	5,27 – 6,61
11	4,74 – 4,79; 6,81 – 8,61
9	6,10 – 7,44; 9,73 – 10,00
8	7,66 – 8,44; 9,83 – 10,00

Как видно из таблицы, ни одна из рассмотренных антенн не перекрывает весь целевой диапазон 3–10 МГц. Для обеспечения сплошного покрытия потребовалось бы одновременное развёртывание не менее четырёх антенн (например, с длиной плеч 16 м, 14 м, 11 м и 9 м), а для гарантированного резервирования – не менее пяти. При этом каждая антенна имеет собственную точку питания, требует индивидуального фидера и места на позиции, что в условиях островной Арктики многократно увеличивает время развёртывания, трудозатраты личного состава и количество демаскирующих признаков. Кроме того, при ограниченных размерах позиции неиз-

бежно возникает неконтролируемое взаимное электродинамическое влияние между антеннами, которое становится паразитным фактором, дополнительно снижающим эффективность системы и препятствующим её предсказуемому функционированию. Даже незначительное изменение электрофизических параметров подстилающего объема (например, переход от сухого снега к влажному) приведёт к смещению рабочих полос всех антенн, и потребуется либо новая оптимизация геометрии, либо ещё большее число антенн.

Таким образом, набор разнесённых в пространстве антенн не только не решает проблему адаптации к изменчивому подстилающему объёму островной Арктики, но и приводит к увеличению времени развёртывания, росту числа демаскирующих признаков и неконтролируемому взаимному электродинамическому влиянию. В отличие от этого, предлагаемая идея адаптивной вложенной антенной системы позволяет за счёт изменения геометрии единой конструкции обеспечить перекрытие всего диапазона частот при сохранении всех преимуществ стелющихся антенн.

Анализ существующих методов синтеза и их ограничения

Современный научный арсенал предлагает множество методов синтеза антенных систем. Однако их анализ в контексте работы в динамичной арктической среде выявляет фундаментальные ограничения.

Классический синтез излучающих систем и ДН. Традиционная теория, разработанная в трудах Л.Д. Бахраха, А.Ф. Чаплина и других, рассматривает синтез как определение амплитудно-фазового распределения (АФР) в раскрыве антенны известной геометрии для получения заданной диаграммы направленности [9, 10]. Данный подход исходит из допущения о работе в свободном пространстве или на идеально проводящей плоскости. Задача компенсации искажений, вносимых реальной неоднородной, диссипативной и динамичной средой, в исходной постановке отсутствует.

Конструкционный и структурно-параметрический синтез. Ближе к решаемой задаче находятся теория конструкционного синтеза, где объектом оптимизации является геометрия излучателя [11], и структурно-параметрического синтеза, определяющего и структуру, и параметры объекта [12]. Эти методы позволяют учитывать влияние среды в модели, а их практическая реализация, как правило, осуществляется с использованием эволюционных алгоритмов – генетических алгоритмов, методов роя частиц и других метаэвристик, доказавших эффективность в поиске неочевидных, высокопродуктивных геометрий антенн [13]. Однако, несмотря на мощный инструментарий, все эти подходы объединяет фундаментальное ограничение: они ориентированы на разовый поиск единственного оптимального решения для фиксированного набора граничных условий. Целевая функция в таких задачах либо не включает электродинамическое взаимодействие с многослойной средой с потерями, либо рассматривает его как постоянный, неизменный фактор. В условиях Арктики, где среда изменчива и непредсказуема, применение этих методов в «прямом» виде потребовало бы непрерывного, невозможного в реальном времени пересчёта и переконструирования антенны. Они решают задачу для статичного «снимка» среды, но не для процесса её динамичного изменения, что противоречит самому требованию адаптивности.

Синтез согласующих устройств для приземных антенн. Отечественная школа (Айзенберг Г.З., Муравьев Ю.К.) глубоко проработала методы согласования антенн КВ-диапазона с нестабильным входным сопротивлением [14, 15]. Однако фокус этих работ смещён на оптимизацию фидерного тракта, в то время как геометрия самой антенны остаётся неизменной. Таким образом, решается вспомогательная задача компенсации последствий, а не радикального повышения эффективности через оптимизацию самой излучающей структуры.

Проектирование низкопрофильных и подземных антенн. Фундаментальные работы по моделированию таких антенн учитывают влияние среды [16, 17]. Однако их основная цель – обеспечение работоспособности в заданных, но подразумеваемо статичных условиях. Задача систематической адаптации электродинамических характеристик в реальном времени к оперативно меняющимся параметрам основания не является центральной.

Таким образом, все существующие методологии объединяет общий недостаток: они решают задачу для статичного «снимка» среды, но не для процесса её изменения. Обнаруживается чёткий научно-методический пробел – отсутствие методологии, которая позволяла бы осуществлять структурно-параметрический синтез стелющихся антенных систем, изначально закладывая в их конструкцию возможность опера-

тивной дискретной реконфигурации для поддержания их электрических характеристик в заданных пределах при изменениях электрофизических параметров подстилающего объема, характерных для островной Арктики. Заполнение данного пробела требует не просто модификации известных подходов, а выработки принципиально новых научных решений, что и составляет содержание предлагаемой методологии.

Научная проблема, противоречие и предлагаемый подход

Научная проблема заключается в разработке методологии структурно-параметрического синтеза адаптивных стелющихся антенных систем для перспективных комплексов радиосвязи военного назначения, развертываемых в зоне островной Арктики. Такая методология должна быть основана на принципе дискретной адаптации и, что принципиально, обеспечивать устойчивость радиолиний в условиях динамично меняющегося подстилающего объема, где традиционные подходы оказываются несостоятельными.

Фундаментальное противоречие, вскрывающее суть проблемы, состоит в следующем. С одной стороны, хаотически меняющиеся граничные условия зоны островной Арктики объективно требуют дискретного адаптивного управления антенной системой. С другой стороны, классический электродинамический синтез по своей природе опирается на детерминированные принципы и нацелен на создание единственной оптимальной геометрии для статичных условий. Именно здесь коренится главное препятствие, которое необходимо преодолеть.

Разрешение этого противоречия возможно только через смену парадигмы проектирования, а именно – через переход от синтеза единичной антенны к синтезу адаптивной системы. В рамках такого подхода объектом оптимизации становится не одна фиксированная геометрия, а множество дискретных состояний (конфигураций), конструктивно интегрированных в единое устройство с общей точкой питания, и детерминированный алгоритм перехода между ними.

Объектом исследования выступает процесс проектирования и обеспечения устойчивого функционирования адаптивных стелющихся антенных систем для перспективных комплексов радиосвязи военного назначения, развертываемых в условиях нестационарного подстилающего объема островной Арктики. Предметом исследования, в свою очередь, являются методология и алгоритмы структурно-параметрического синтеза, реализующие принцип дискретной адаптации. Это достигается путём формирования управляемого множества конфигураций, учёта их взаимного влияния как управляемого параметра и разработки алгоритма переключения между конфигурациями.

Предлагаемая методология представляет собой целостную систему, реализуемую в ходе последовательных этапов и включающую три взаимосвязанных компонента, каждый из которых нацелен на обеспечение устойчивости радиолиний.

Первый компонент – электродинамическая основа. Он формируется на этапе выбора базовой конфигурации и представляет собой набор верифицированных моделей взаимодействия прототипа стелющегося элемента антенной системы со слоистым подстилающим объемом. Цель этого компонента – создание инструмента прогнозирования изменения электрических характеристик элемента САС (импеданса, ДН, КПД) при вариациях параметров подстилающего объёма, диапазон и дискретный характер которых определяются на основе известных геофизических данных, что является необходимым условием для последующего синтеза адаптивных решений, гарантирующих обеспечение устойчивости радиолиний.

Второй компонент – критерий устойчивости и процедура синтеза библиотеки конфигураций. Он базируется на методах многокритериальной оптимизации, а его целевой функционал включает не только экстремизацию характеристик в номинальной точке, но и минимизацию их деградации во всём диапазоне изменений параметров подстилающего объема. Принципиальным здесь является учёт взаимного влияния конфигураций как оптимизируемого параметра, что позволяет превратить его из паразитного фактора в управляемый. Результатом работы этого компонента становится библиотека дискретных геометрических конфигураций, каждая из которых обеспечивает требуемые показатели устойчивости радиолинии в своей области состояний подстилающего объема.

Третий компонент – алгоритм адаптации. Это детерминированная процедура выбора и переключения на оптимальную конфигурацию на основе данных мониторинга подстилающего объема. Реализуется она в единой точке питания с использованием современной элементной базы (PIN-диоды, bias-tee), что обеспечивает микросекундное переключение с потерями не более 0,3 дБ. Цель данного компонента – автоматическая адаптация антенной системы к текущему состоянию подстилающего объема, гарантирующая непрерывное обеспечение устойчивости радиолинии.

В совокупности эти три компонента трансформируют традиционную задачу разовой оптимизации в синтез адаптивной надсистемы «антенна – алгоритм», обладающей внутренним свойством гарантировать устойчивость радиолиний в условиях, характерных для островной Арктики.

Структурно-логическая схема и методология исследования

Логика исследования выстроена как последовательность этапов, реализующих описанные компоненты:

Этап 1. Выбор базовой структурно-геометрической конфигурации элемента вложенной антенной системы и разработка его электродинамической модели. Проводятся анализ тактико-технических требований к перспективным комплексам радиосвязи специального назначения и обобщение геофизических данных по островной Арктике, на основе которых создаётся классификатор дискретных состояний подстилающего объёма с известными диапазонами изменения его электрофизических параметров.

Проводится сравнительный анализ потенциально пригодных классов стелющихся антенн (симметричный вибратор, двухлучевые, трёхлучевые структуры, антенны бегущей волны, антенны с шунтирующими элементами) по критериям параметрической гибкости, технологичности и потенциальной способности минимизировать число итоговых конфигураций при обязательном покрытии всего заданного диапазона изменений подстилающего объёма.

Для каждого из отобранных кандидатов с использованием метода конечных разностей во временной области строится электродинамическая модель, описывающая зависимость электрических характеристик (входной импеданс, диаграмма направленности, КПД) от вариаций параметров подстилающего объёма. На основе сравнительного анализа результатов моделирования и планируемых натурных экспериментов производится верификация моделей и окончательный выбор базового структурно-геометрического класса (например, трёхлучевая стелющаяся антенна), который ляжет в основу дальнейшего синтеза.

Этап 2. Синтез библиотеки дискретных конфигураций. Опираясь на верифицированную электродинамическую модель выбранного базового класса и применяя методы многокритериальной оптимизации (генетические алгоритмы, метод Парето), формируется библиотека дискретных геометрических конфигураций. На данном этапе объектом оптимизации выступают уже не тип структуры, а варьируемые геометрические параметры внутри выбранного класса: длины лучей, углы между ними, наличие и параметры шунтирующих элементов.

Каждая полученная конфигурация ставится в соответствие определённому диапазону состояний подстилающего объёма, обеспечивая помехоустойчивость радиолинии. Ключевым условием является минимизация числа таких конфигураций при гарантированном покрытии всего заданного диапазона изменений подстилающего объёма. На этом же этапе взаимное электродинамическое влияние между конфигурациями, возникающее из-за их конструктивной интеграции в едином устройстве с общей точкой питания, переводится из разряда паразитных факторов в разряд управляемых параметров синтеза.

Этап 3. Разработка алгоритма адаптивного управления. Создание детерминированного алгоритма, который на основе данных оперативного мониторинга (эквивалентная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{экв}$ верхних слоёв подстилающего объёма) обеспечивает автономный выбор оптимальной конфигурации из библиотеки и быстродействующее переключение на неё в единой точке питания вложенной системы (с использованием PIN-диодных ключей и bias-tee устройств). Время переключения не должно превышать единиц микросекунд, а вносимые потери – не более 0,3 дБ.

Этап 4. Комплексная оценка эффективности. Проводятся имитационное моделирование функционирования радиолиний с адаптивными стелющимися антенными системами перспективных комплексов радиосвязи военного назначения в типовых сценариях развёртывания сил и средств в районах островной Арктики, а также сравнительный анализ предложенной адаптивной системы с традиционными решениями (неадаптивная антенна, набор пространственно разнесённых антенн) по ключевым показателям устойчивости радиолиний.

Исходные данные и ожидаемый научный вклад

Исходные данные:

– тактико-технические требования к перспективным комплексам радиосвязи специального назначения;

– данные об электрофизических параметрах типичных арктических подстилающих объёмов (сухой и мокрый снег, лёд, многолетняя мерзлота) с указанием граничных значений и диапазонов их возможных изменений;

– базовые модели (прототипы) стелющихся антенн;

– программные средства электродинамического моделирования (matlab, CST Microwave Studio, FEKO или аналоги).

В рамках научного исследования предполагается получить следующие результаты:

1. Методологию структурно-параметрического синтеза вложенных адаптивных стелющихся антенных систем с единой точкой питания для перспективных комплексов радиосвязи военного назначения, обеспечивающую устойчивость радиолиний в условиях нестационарного слоистого подстилающего объёма островной Арктики.

2. Методику структурно-параметрического синтеза, объединяющую в едином процессе:

– электродинамический расчёт электрических характеристик (входной импеданс, диаграмма направленности, КПД) каждой потенциальной конфигурации вложенной антенной системы с учётом реальных параметров слоистого подстилающего объёма;

– количественную оценку и минимизацию взаимного электродинамического влияния между различными конфигурациями, возникающего из-за их конструктивной интеграции в едином устройстве с общей точкой питания, причём это влияние рассматривается как один из оптимизируемых параметров при формировании библиотеки;

– разработку схемотехнических решений для быстродействующей коммутации (переключения) между конфигурациями непосредственно в единой точке питания, обеспечивающих микросекундное время переключения с вносимыми потерями не более 0,3 дБ за счёт применения PIN-диодов и bias-tee устройств.

3. Комплексную модель оценки эффективности, устанавливающую прямую количественную связь между электродинамическими характеристиками адаптивной вложенной антенной системы и показателями устойчивости радиолиний в условиях островной Арктики.

Заключение

В настоящей статье сформулирована научная проблема создания адаптивных стелющихся антенных систем для перспективных комплексов радиосвязи военного назначения в зоне островной Арктики. Показана ограниченность существующих методов, работающих лишь для статичных сред, и обоснована необходимость смены парадигмы. В качестве решения предложена концепция методологии адаптивного структурно-параметрического синтеза вложенных стелющихся антенных систем с библиотекой конфигураций, единой точкой питания и алгоритмом управления, где взаимное влияние элементов переведено в разряд оптимизируемых параметров. Определены направления дальнейших исследований, требующие численного моделирования и экспериментальной апробации. Реализация данной методологии позволит создать комплексы радиосвязи нового поколения, обладающие принципиально новым уровнем устойчивости в стратегически важной части арктического региона – зоне островной Арктики.

Список источников

1. *Стародубцев Ю.И, Липатников В.А., Парфиров В.А.* Проблема повышения разведывательной защищенности элементов военной системы связи // Военная мысль. 2023. № 7. С. 88–99.

2. *Костарев С.В., Воробьев И.Г.* Современные подходы к обеспечению разведывательной защищенности и живучести системы связи объединения в операциях (боевых действиях) // Военная мысль. 2019. № 11. С. 58–68.

3. *Петров В.В.* Электрофизические свойства арктических грунтов и их влияние на распространение радиоволн. М.: Наука, 2018.

4. *Иванов В.Г., Гудков М.А., Лукьянчик В.Н.* Единое информационное пространство ВС РФ – основа информационного обеспечения войск в международных вооруженных конфликтах // Военная мысль. 2023. № 5. С. 85–95.

5. *Леонюк А.С., Васильев Н.А.* Исследование широкополосных свойств трёхлучевой стелющейся антенны, размещённой в слоистой среде арктической зоны // Антенны и распространение радиоволн: сборник научных трудов Всероссийской научно-технической конференции. СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2019. С. 117–121.

6. *Зырянов Ю.Т., Федюнин П.А., Белоусов О.А., Рябов А.В., Головченко Е.В.* Антенны: учебник. 4-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2020. 412 с.

7. *Хейкин С.* Цифровая связь: пер. с англ. / Под ред. В.И. Журавлёва. М.: Вильямс, 2006. 928 с.

8. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: пер. с англ. 2-е изд., испр. М.: Вильямс, 2007. 1104 с.

9. *Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д.* Синтез излучающих систем. М.: Советское радио, 1974. 232 с.

10. *Чаплин А.Ф.* Методы синтеза антенных систем и устройств СВЧ. М.: Радио и связь, 1990.

11. *Бородулин Р.Ю.* Конструкционный синтез электрически малых антенн: теория и алгоритмы. СПб: СПбГУТ, 2015.

12. *Акимов С.В.* Структурно-параметрический синтез радиотехнических систем: автореф. дис. … докт. техн. наук. М., 2010.

13. *Haupt R.L., Werner D.H.* Genetic Algorithms in Electromagnetics. Wiley-IEEE Press, 2007.

14. *Айзенберг Г.З.* Антенны ультракоротких волн. М.: Связь, 1957.

15. *Муравьев Ю.К. (ред.).* Широкополосные антенны и фидерные устройства. М.: Радио и связь, 1984.

16. *Ключко А.В.* Подземные и скрытые антенны. М.: Энергия, 1975.

17. *King R.W.P., Smith G.S.* Antennas in Matter: Fundamentals, Theory, and Applications. MIT Press, 1981.

References

1. *Starodubtsev Yu.I., Lipatnikov V.A., Parfirov V.A.* The Problem of Enhancing the Intelligence Security of Military Communication System Elements // Military Thought. 2023. No. 7. Pp. 88–99.

2. *Kostarev S.V., Vorobyov I.G.* Modern Approaches to Ensuring the Intelligence Security and Survivability of the Communication System of a Military Unit in Operations (Combat Actions) // Military Thought. 2019. No. 11. Pp. 58–68.

3. *Petrov V.V.* Electrophysical Properties of Arctic Soils and Their Influence on the Propagation of Radio Waves. Moscow: Nauka, 2018.

4. *Ivanov V.G., Gudkov M.A., Lukyanchik V.N.* The Unified Information Space of the Russian Armed Forces as the Basis for Information Support of Troops in International Armed Conflicts // Military Thought. 2023. No. 5. Pp. 85–95.

5. *Leonyuk A.S., Vasilyev N.A.* Investigation of the Broadband Properties of a Three-Beam Grounded Antenna Placed in a Layered Environment of the Arctic Zone // Antennas and Radio Wave Propagation: Proceedings of the All-Russian Scientific and Technical Conference. St. Petersburg: SPbGETU «LETI», 2019. Pp. 117–121.

6. *Zyryanov Yu.T., Fedyunin P.A., Belousov O.A., Ryabov A.V., Golovchenko E.V.* Antennas: Textbook. 4th ed. St. Petersburg: Lan, 2020. 412 p.

7. *Haykin S.* Digital Communications: Translated from English. Moscow: Williams, 2006, 928 p.

8. *Sklyar B.* Digital Communications. Theoretical Foundations and Practical Applications: Translated from English. 2nd edition, revised. Moscow: Williams, 2007. 1104 p.

9. *Bakhrakh L.D., Kremenetsky S.D.* Synthesis of Radiation Systems. Moscow: Sovetskoe Radio, 1974. 232 p.

10. *Chaplin A.F.* Methods of Synthesis of Antenna Systems and Microwave Devices. Moscow: Radio and Communications, 1990.

11. *Borodulin R.Yu.* Design Synthesis of Electrically Small Antennas: Theory and Algorithms. St. Petersburg: SPbGUT, 2015.

12. *Akimov S.V.* Structural and Parametric Synthesis of Radio Engineering Systems. Abstract of Doctoral Dissertation in Technical Sciences. Moscow, 2010.

13. *Haupt R.L., Werner D.H.* Genetic Algorithms in Electromagnetics. Wiley-IEEE Press, 2007.

14. *Eisenberg G.Z.* Ultrawideband Antennas. Moscow: Svyaz, 1957.

15. *Muravyov Yu.K. (ed.)* Broadband Antennas and Feeder Devices. Moscow: Radio and Communications, 1984.

16. *Klyuchko A.V.* Underground and Hidden Antennas. Moscow: Energiya, 1975.

17. *King R.V.P., Smith G.S.* Antennas in Matter: Fundamentals, Theory, and Applications. MIT Press, 1981.

Информация об авторах

Роман Юрьевич Бородулин, д.т.н., доцент, профессор кафедры радиосвязи
Марат Рашидович Бибарсов, к.т.н., доцент, ст. преподаватель
Антон Сергеевич Леонюк, к.т.н., доцент кафедры радиосвязи
Антон Сергеевич Юртаев, адъюнкт
Виктория Викторовна Кравченко, к.т.н., доцент кафедры радиотехнических и оптоэлектронных комплексов

Information about the authors

Roman Yu. Borodulin, D.Sc. in Engineering Sciences, Associate Professor, Professor of the Departmen of Radio Communications
Marat R. Bibarsov, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor, Senior Lecturer
Anton S. Leonyuk, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor of the Departmen of Radio Communications
Anton S. Yurtaev, Graduate Student
Viktoria V. Kravchenko, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor at the Department of Radio Engineering and Optoelectronic Systems

Статья поступила в редакцию 23.04.2026
Одобрена после рецензирования 29.04.2026
Принята к публикации 06.05.2026

The article was submitted 23.04.2026
Approved after reviewing 29.04.2026
Accepted for publication 06.05.2026

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 57–65. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 57–65. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 629.056.8

Модель адаптивной антенной решетки, применяемой в аппаратуре потребителей глобальных навигационных спутниковых систем

Алексей Вячеславович Коровин[1], Дмитрий Алексеевич Юдин[2], Роман Сергеевич Яковлев[3]
[1–3]Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, Воронеж, Россия
[1]korovin.alexey@mail.ru, [2]dmitr.yudin@mail.ru, [3]roman_yakovlev@mail.ru

Аннотация. *Рассматривается разработка математической и имитационной модели адаптивной антенной решетки (ААР) компенсаторного типа, интегрируемой в общую модель «ААР – навигационный приемник». Приводится описание работы модели по функциональной схеме, детализирующее работу каждого блока: от формирования входных сигналов и помех до расчета вектора весовых коэффициентов и построения диаграммы направленности. Моделируется поведение ААР в условиях помех на основе реализации алгоритма, использующего собственное разложение ковариационной матрицы сигналов. Показана способность алгоритма избирательно подавлять помехи, количество которых превышает число степеней свободы системы, за счет игнорирования маломощных источников. Результаты моделирования, включая диаграммы направленности и спектральные характеристики, подтверждают адекватность модели и ее применимость для оценки эффективности помехозащиты аппаратуры потребителей глобальных навигационных спутниковых систем.*

Ключевые слова: *глобальные навигационные спутниковые системы, адаптивная антенная решетка, компенсатор помех, имитационная модель, собственное разложение, диаграмма направленности.*

Model of an adaptive antenna array for a global navigation satellite system user equipment

Alexey V. Korovin[1], Dmitry A. Yudin[2], Roman S. Yakovlev[3]
[1–3]Military Air Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin, Voronezh, Russia
[1]korovin.alexey@mail.ru, [2]dmitr.yudin@mail.ru, [3]roman_yakovlev@mail.ru

Abstract. *The development of mathematical and simulation models for a compensatory-type adaptive antenna array (AAA) integrated into a general «AAA – navigation receiver» model is discussed. The operation of the model is described via its functional diagram, detailing the function of each block: from the formation of input signals and interferences to the calculation of the weight vector and the construction of the radiation pattern. The behavior of the AAA in jamming conditions is simulated based on the implementation of an algorithm using eigen decomposition of the signal covariance matrix. The algorithm's ability to selectively suppress jamming exceeding the number of system's freedom degrees by ignoring low-power sources is demonstrated. Simulation results, including radiation patterns and spectral characteristics, confirm the model's adequacy and its applicability for evaluating the jamming resistance of global navigation satellite system (GNSS) user equipment.*

Keywords: *global navigation satellite systems, adaptive antenna array, interference canceller, simulation model, eigen decomposition, radiation pattern.*

Широкое распространение мультисистемной многодиапазонной аппаратуры потребителей (АП) глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) с адаптивными антенными решетками (ААР) в современных системах вооружения значительно снижает эффективность средств РЭБ. Это связано со способностью ААР формировать провалы в диаграмме направленности в сторону источников помех.

Существующие математические модели ААР, как правило, рассматривают только пространственную фильтрацию и не учитывают влияние структуры помех. Кроме того, их алгоритмы на основе обращения ковариационных матриц не позволяют точно управлять характеристиками формируемых нулей. Важным упущением является и рассмотрение ААР в отрыве от навигационного приемника, хотя некоторые типы помех (например, имитационные), будучи

© Коровин А.В., Юдин Д.А., Яковлев Р.С., 2026

эффективными против приемника, могут быть успешно скомпенсированы ААР, и наоборот.

Целью настоящей статьи является разработка математической модели ААР, интегрируемой в общую модель «ААР-навигационный приемник». Разрабатываемая модель должна учитывать не только пространственное положение источников помех, но и структуру их излучения для выявления потенциальных уязвимостей ААР.

В качестве показателя, характеризующего эффективность функционирования ААР в условиях помех, рассматривается выигрыш B [1], численно равный

$$B = q_{\text{вх}} - q_{\text{вых}}, \qquad (1)$$

где $q_{\text{вх}}$, $q_{\text{вых}}$ – отношения помеха–сигнал на входе и выходе ААР соответственно, дБ.

Адаптивные антенные решётки, применяемые в АП ГНСС, по виду формируемой диаграммы направленности разделяют на формирователи лучей (англ. «*Beamformer*») и формирователи нулей (англ. «*Adaptive digital nulling*», также используется термин компенсатор помех).

Типовые ААР из состава АП ГНСС имеют малые габариты (порядка длины волны) и небольшое число антенных элементов (обычно от двух до восьми), вследствие чего эффективность фокусировки формирователей лучей в направлении навигационного космического аппарата (НКА) невысока (в смысле ширины сформированной диаграммы направленности антенны (ДНА) и, как следствие, обеспечиваемого коэффициента усиления, составляющего примерно 8 дБ). В то же время компенсаторы помех позволяют формировать глубокие «провалы» (нули) ДНА, величина которых в реальных устройствах лежит в диапазоне 40...110 дБ.

Еще одним фактором, влияющим на выбор типа адаптивной обработки, является сложность технической реализации. Формирователь лучей должен непрерывно сопровождать НКА, а для этого в АП ГНСС необходимо использовать корреляционную обратную связь между навигационным приемником и ААР. Наличие корреляционной обратной связи приводит к дополнительному усложнению аппаратуры, а также накладывает ряд ограничений на совместное использование ААР и типовых навигационных приемников.

Указанные факты приводят к преобладанию ААР компенсационного типа [1, 2]. В рамках данной статьи рассматривается вопрос моделирования такой ААР, обеспечивающей формирование нулей на источники помех. Функциональная схема имитационной модели ААР компенсационного типа представлена на рис. 1.

Функционирование имитационной модели ААР компенсационного типа, представленной на функциональной схеме, реализовано в виде последовательности взаимосвязанных алгоритмических блоков. Рассмотрим работу каждого представленного блока более подробно.

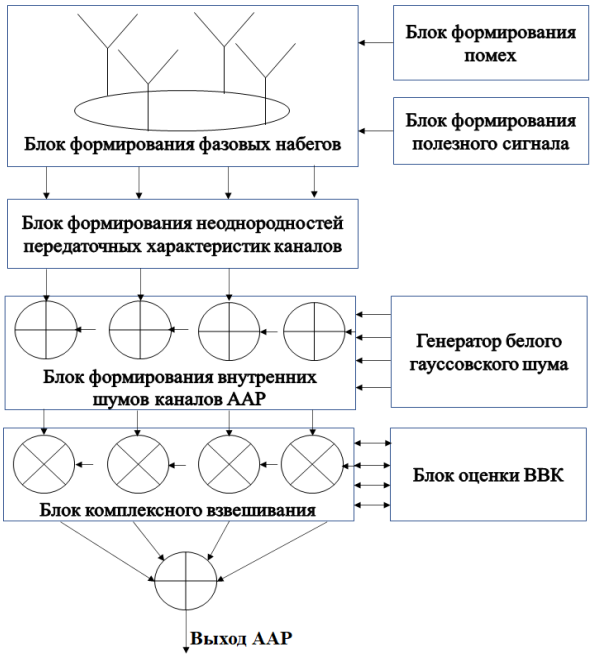


Рис. 1. Функциональная схема имитационной модели ААР компенсационного типа

Работа начинается с блоков формирования полезных сигналов и помех, которые генерируют математические модели сигналов НКА и источников помех в виде дискретных отсчетов, имитирующих оцифрованный сигнал после аналогово-цифрового преобразования. Полезные навигационные сигналы формируются в соответствии со структурой и параметрами, определенными в Интерфейсных контрольных документах (ИКД) соответствующих систем. Помехи генерируются отдельно и могут иметь различную структуру: узкополосные, широкополосные, линейно-частотно-модулированные (ЛЧМ), с фазовой манипуляцией (ФКМ) и другие, – что позволяет исследовать эффективность ААР против разнообразных типов помеховых воздействий. Сформированные дискретные отсчеты сигналов и помех поступают в блок формирования фазовых набегов, имитирующий антенную систему адаптивной антенной решетки.

Блок формирования фазовых набегов имитирует отсчеты с выхода антенной системы с учетом запаздывания сигналов, обусловленного распространением электромагнитной волны в пределах раскрыва антенной системы. Антенная система в ААР выполнена в виде решётки, состоящей из N приёмных элементов, размещённых на поверхности раскрыва.

На выходе блока формирования фазовых набегов (приёмной N-элементной антенной системы) формируются отклики сигналов $x_1(t)$, $x_2(t)$, …, $x_N(t)$ от источников радиоизлучения, представляемые в виде вектора общего сигнала:

$$\mathbf{X}(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ ... \\ x_n(t) \\ x_N(t) \end{bmatrix} \text{ для } 0<t\le T, \qquad (2)$$

где [0, T] – интервал наблюдения.

Вектор общего сигнала с выхода антенной системы ААР можно представить в виде суммы векторов [3]:

$$\mathbf{X}(t)=\mathbf{S}(t)+\sum_{K}^{i=0}\mathbf{G}_i(t)+\mathbf{Z}(t) \text{ при } 0\le t\le T, \quad (3)$$

где $\mathbf{S}(t)$ – вектор полезного сигнала; $\mathbf{G}_i(t)$ – вектор помехи от i-го источника $i=1\ldots L$; $\mathbf{Z}(t)$ – внутренний шум приемных каналов; L – количество точечных источников помех. Так как полезный сигнал $\mathbf{S}(t)$ находится ниже уровня внутреннего шума приемных каналов, его, как правило, учитывают только при формировании направляющего вектора, при этом указанный вектор формируется исходя из предположения, что НКА находится в зените. Указанное допущение позволяет рассматривать вектор навигационного сигнала $\mathbf{S}(t)$ только для одного НКА.

Выражения для описания векторов сигналов и помех, создаваемых точечными источниками излучения, а также внутреннего шума приемных каналов принято представлять следующим образом [3]:

$$\mathbf{S}(t)=\begin{bmatrix} s_1(t-\tau_1) \\ s_2(t-\tau_2) \\ \cdots \\ s_n(t-\tau_n) \\ s_N(t-\tau_N) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_i(t)=\begin{bmatrix} g_{i,1}(t-\tau_{i,1}) \\ g_{i,2}(t-\tau_{i,2}) \\ \cdots \\ g_{i,n}(t-\tau_{i,n}) \\ g_{i,N}(t-\tau_{i,N}) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Z}(t)=\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \cdots \\ z_n(t) \\ z_N(t) \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где $s_n(t-\tau_n)$, $g_{i,n}(t-\tau_{i,n})$ – отклики сигналов и помех на выходе n-х антенных элементов (АЭ) соответственно; $z_n(t)$ – внутренний шум n-го приемного канала; τ_n – задержка сигнала между фазовым центром и n-м элементом ААР, обусловленная пространственным распространением электромагнитной волны (ЭМВ). Схема формирования задержки сигнала, обусловленной пространственным распространением ЭМВ в пределах поверхности раскрыва ААР, представлена на рис. 2.

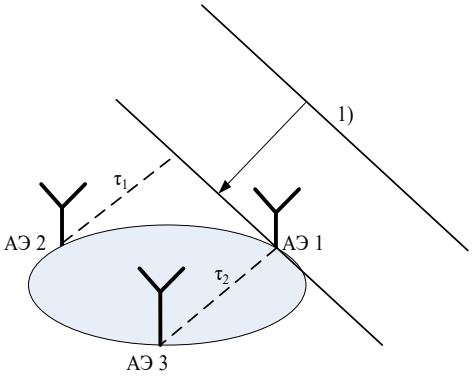


Рис. 2. Схема формирования задержки сигнала, обусловленной пространственным распространением электромагнитных волн (ЭМВ) в пределах поверхности раскрыва ААР:
1) – фронт падающей электромагнитной волны

Для узкополосного сигнала (что справедливо для ГНСС) с несущей частотой f_c временная задержка τ_n проявляется как фазовый сдвиг $\Delta\varphi_n$ при соответствующей длине волны [4]:

$$\Delta\varphi_n = -\frac{\pi}{\lambda} * \left[x_n \cos(\alpha)\sin(\theta) + y_n \sin(\alpha)\sin(\theta) + z_n \cos(\theta) \right], \quad (5)$$

где n – номер АЭ $(n = 1 \ldots N)$; x_n, y_n, z_n – пространственные координаты АЭ; α – направление прихода электромагнитной волны в горизонтальной плоскости, θ – в вертикальной.

Чтобы смоделировать отклики с выхода ААР, необходимо умножить сигнал $s(t)$, создаваемый точечным источником с угловыми координатами (α, θ), на соответствующий комплексный фазовый множитель [2]:

$$s_n(t-\tau_n) = s(t) \cdot e^{j\Delta\varphi_n}. \quad (6)$$

Существенное влияние на эффективность адаптивной обработки оказывают декоррелирующие факторы, такие как внутренние шумы приемных каналов и неидентичности их передаточных характеристик.

При отсутствии внешних помех приемник АП ГНСС работает в условиях воздействия только своего внутреннего шума, спектральная плотность которого составляет минус 200 дБВт/Гц для гражданской и минус 202,2 дБВт/Гц для военной АП ГНСС [5] при типовых условиях применения.

Внутренний шум приемных каналов моделируется в блоке формирования внутреннего шума с использованием генератора случайных чисел, позволяющего сформировать случайный процесс с заданными статистическими характеристиками.

Сигналы, принимаемые элементами антенной решётки, проходят через каскады малошумящих усилителей, смесителей и фильтров, каждый из которых вносит свои искажения амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристик. Разброс параметров этих характеристик между каналами приводит к рассогласованию амплитудно-фазового распределения, что в конечном счёте ограничивает глубину формируемых нулей в ДНА и сужает эффективную полосу обработки сигнала.

Неоднородности АЧХ и ФЧХ моделируются в блоке формирования неоднородностей передаточных характеристик каналов. Для каждого канала и для каждой частотной компоненты генерируется комплексный передаточный коэффициент

$$K_n = A_n e^{j\phi_n}, \quad (7)$$

где A_n – амплитудная ошибка, ϕ_n – фазовая ошибка.

Процесс внесения ошибок осуществляется в частотной области следующим образом.

Осуществляется прямое преобразование Фурье сигнала $x_n(t)$ для n-го ($n=1\ldots N$) канала:

$$Xfft_n(f) = F\{x_n(t)\}. \quad (8)$$

Осуществляется добавление ошибок к каждой частотной компоненте:

$$Xfft_n'(f) = |Xfft_n(f)| * K_n. \quad (9)$$

Осуществляется обратное преобразование Фурье для возврата во временную область:

$$x_n(t) = F^{-1}\{Xfft_n'(f)\}. \quad (10)$$

Абсолютная величина амплитудных и фазовых ошибок является переменной величиной и зависит от характеристик аналогового тракта реальных ААР. Во многих реализациях ААР в качестве аналоговых трактов используются трансиверы в интегральном исполнении. Как правило, в технической документации на микросхему трансивера приводятся АЧХ и ФЧХ, которые могут быть использованы как исходные данные для моделирования амплитудно-фазовых неоднородностей каналов ААР.

Смесь сигнала, шума и помех с выхода блока формирования неоднородностей передаточных характеристик каналов поступает в блок комплексного взвешивания, сопряженный с блоком оценки вектора весовых коэффициентов (ВВК). Указанные блоки являются ядром системы и реализуют алгоритм пространственно-временной обработки.

Наиболее изученным и широко распространённым способом пространственно-временной обработки является линейная обработка, заключающаяся в вычислении взвешенной суммы комплексных огибающих сигналов в каналах ААР [3, 6]:

$$Y(t)_{\text{ААР}} = \mathbf{X}^H(t)\mathbf{W}(t), \quad (11)$$

где $\mathbf{X}(t)$ – вектор сигнала на выходе АЭ; H – операция Эрмитова сопряжения; $\mathbf{W}$ – вектор комплексных весовых коэффициентов; $Y(t)_{\text{ААР}}$ – выходной сигнал адаптивной антенной решетки.

Работа адаптивного процессора заключается в непрерывной оценке вектора весовых коэффициентов $\mathbf{W}$. Главное отличие в работе ААР, применяемых в АП ГНСС, заключается в методе вычисления вектора весовых коэффициентов (ВВК) $\mathbf{W}$ в адаптивном процессоре [6].

В указанных ААР в качестве критерия оценки ВВК используется критерий минимума выходной мощности. Использование критерия минимизации выходной мощности обусловлено тем, что навигационные сигналы принимаются значительно ниже уровня внутреннего шума навигационного приемника (10…20 дБ) [7].

Математически рассматриваемый критерий выражается как

$$\arg\min_{\mathbf{W}} M\left\{\left|\mathbf{X}\cdot\mathbf{W}^H\right|^2\right\} \text{ при } \mathbf{W}^H\cdot\mathbf{D}, \quad (12)$$

где $\mathbf{D}$ – вектор фокусировки в направлении k-го сопровождаемого НКА.

В рамках настоящей статьи рассматривается подход к оценке ВВК на основе собственных значений и векторов ковариационной матрицы помех. Оценка ВВК осуществляется следующим образом.

Проводится оценка матрицы ковариации путем усреднения по K-выборкам принимаемых сигналов:

$$\mathbf{R}_{xx} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{X}(k)\cdot\mathbf{X}(k)^H(k). \quad (13)$$

Выполняется собственное разложение матрицы ковариации:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{U}\cdot\mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{U}^H, \quad (14)$$

где $\mathbf{\Lambda}$ – диагональная матрица собственных значений $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\ldots\lambda_N)$; $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_N$ – собственные значения, отсортированные по убыванию; $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2,\ldots\mathbf{u}_N]$ – матрица собственных векторов.

Выделяется помеховое подпространство путем сравнения собственных значений с некоторым порогом h (определяемым уровнем внутренних шумов каналов обработки).

Формируется матрица $\mathbf{U}_{\text{пом}}$, состоящая из собственных векторов, соответствующих помеховому подпространству. Указанные собственные векторы соответствуют собственным значениям, превышающим оцененный на предыдущем шаге порог h:

$$\mathbf{U}_{\text{пом}} = [\mathbf{u}_{\text{пом}1}\ldots\mathbf{u}_{\text{пом}N}]. \quad (15)$$

Проводится вычисление проекционной матрицы для исключения помехового подпространства:

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{U}_{\text{пом}}\cdot\mathbf{U}_{\text{пом}}^H, \quad (16)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица.

Проводится оценка вектора весовых коэффициентов следующим образом:

$$\mathbf{W} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{D}, \quad (17)$$

где $\mathbf{D}$ – направляющий вектор (вектор фокусировки в направлении сопровождаемого навигационного космического аппарата).

$$\mathbf{D} = \left[e^{j\Delta\varphi_1}, e^{j\Delta\varphi_2} \ldots e^{j\Delta\varphi_n} \ldots e^{j\Delta\varphi_N} \right], \quad (18)$$

где $\Delta\varphi_n$ – фазовый набег на n-м антенном элементе, создаваемый навигационным сигналом от НКА с заданными угловыми координатами.

Указанный алгоритм обеспечивает явное формирование нулей, так как напрямую работает с подпространством помех, создавая глубокие нули в ДНА ААР именно в тех направлениях, откуда приходят помехи. Кроме того, данный алгоритм обеспечивает лучшую численную устойчивость по отношению к алгоритмам, основанным на обращении ковариационной матрицы.

Наглядно работу компенсатора помех демонстрирует сформированная диаграмма направленности ААР. Математическое выражение для расчета диаграммы направленности антенны представлено как

$$G(\alpha,\theta) = y^2(\alpha,\theta) = \left| \mathbf{W}^H \mathbf{E}(\alpha,\theta) \right|^2, \quad (19)$$

где $\mathbf{W}$ – вектор весовых коэффициентов в установившемся режиме; $\mathbf{E}$ – вектор напряженности электромагнитного поля, создаваемого источником единичной мощности с азимутом α и углом места θ [3].

Описанная выше методика была реализована в виде имитационной модели на ЭВМ. Функциональная схема модели представлена на рис. 3.

На имитационной модели был проведен ряд экспериментов по оценке выигрыша четырехэлементной ААР при различных условиях воздействия помех. Графическая интерпретация результатов моделирования представлена на рис. 3–7.

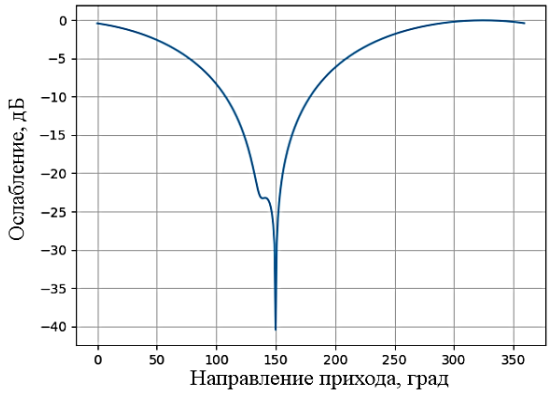


Рис. 3. Внешний вид диаграммы направленности адаптивной ААР в азимутальной плоскости при воздействии одного источника помех с азимутального направления 150°. Вид помехи – *BPSK*, мощность помехи в полосе 2 МГц – минус 10,5 дБВт

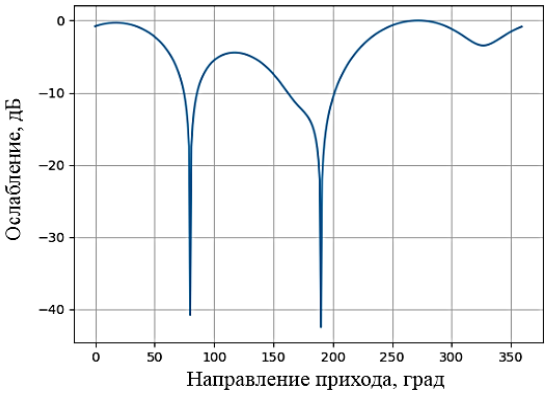


Рис. 4. Внешний вид диаграммы направленности ААР в азимутальной плоскости при воздействии двух источников помех с азимутальных направлений 80° и 190°. Вид помехи – *BPSK*, мощность каждой помехи в полосе 2 МГц – минус 10,5 дБВт

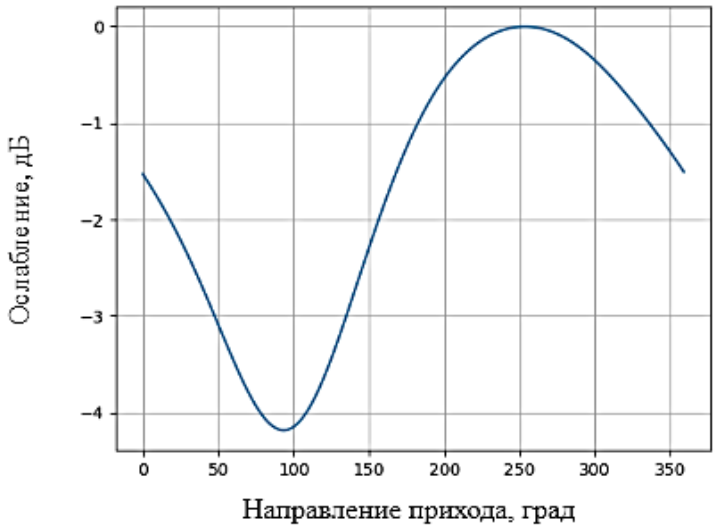


Рис. 5. Внешний вид диаграммы направленности ААР в азимутальной плоскости при воздействии четырех источников помех с азимутальных направлений 50°, 80°, 190°, 240°. Вид помехи – *BPSK*, мощность каждой помехи в полосе 2 МГц – минус 10,5 дБВт

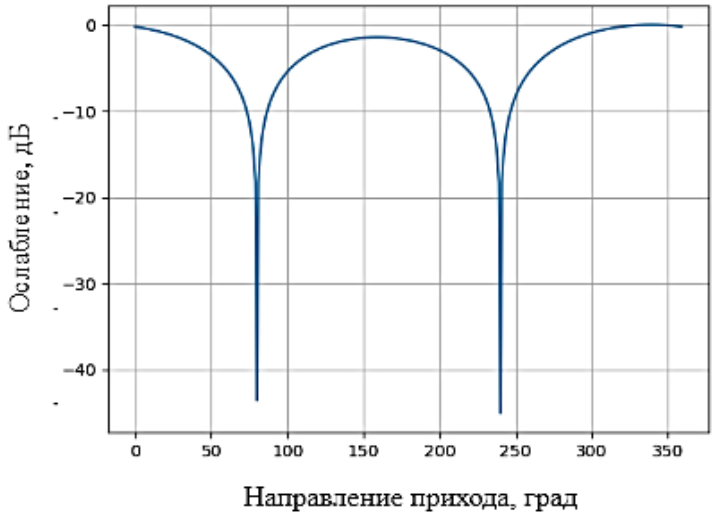


Рис. 6. Внешний вид диаграммы направленности ААР в азимутальной плоскости при воздействии четырех источников помех с азимутальных направлений 50°, 80°, 190°, 240°. Вид помехи – *BPSK*, мощность каждой помехи в полосе 2 МГц: –13,5 дБВт, –10,5 дБВт, –12,5 дБВт, –10,5 дБВт соответственно

Спектральное представление навигационного сигнала, а также двух помех представлено на рис. 7. На рисунке показано, как две помехи, помеха № 1 (а) и помеха № 2 (б), приходящие с разных направлений с разной мощностью, компенсируются до уровня внутреннего шума (рис. 7в) каналов ААР. При этом сигнал находится ниже уровня внутреннего шума (рис. 7г).

Анализ результатов моделирования показал, что сформированные диаграммы направленности, а также спектральное представление сигналов и помех до и после адаптации не противоречат результатам практических измерений. Воздействие на ААР нескольких источников, количество которых превышает количество антенных элементов ААР, приводит к невозможности компенсации помех (рис. 6). Однако при воздействии помех с различным уровнем мощности может возникнуть ситуация, когда некоторые направления прихода помех будут проигнориро-

ваны алгоритмом (например, относительно маломощные источники). Они не будут включены в матрицу помехового подпространства $U_{\text{пом}}$ и не будут учитываться при расчете вектора весовых коэффициентов **W**. На рис. 6 показано, что алгоритм ААР проигнорировал два относительно маломощных источника и сформировал нули в диаграмме направленности антенны в направлении наиболее мощных источников помех. То есть ААР продолжает функционировать даже при превышении количества источников помех над числом степеней свободы ААР.

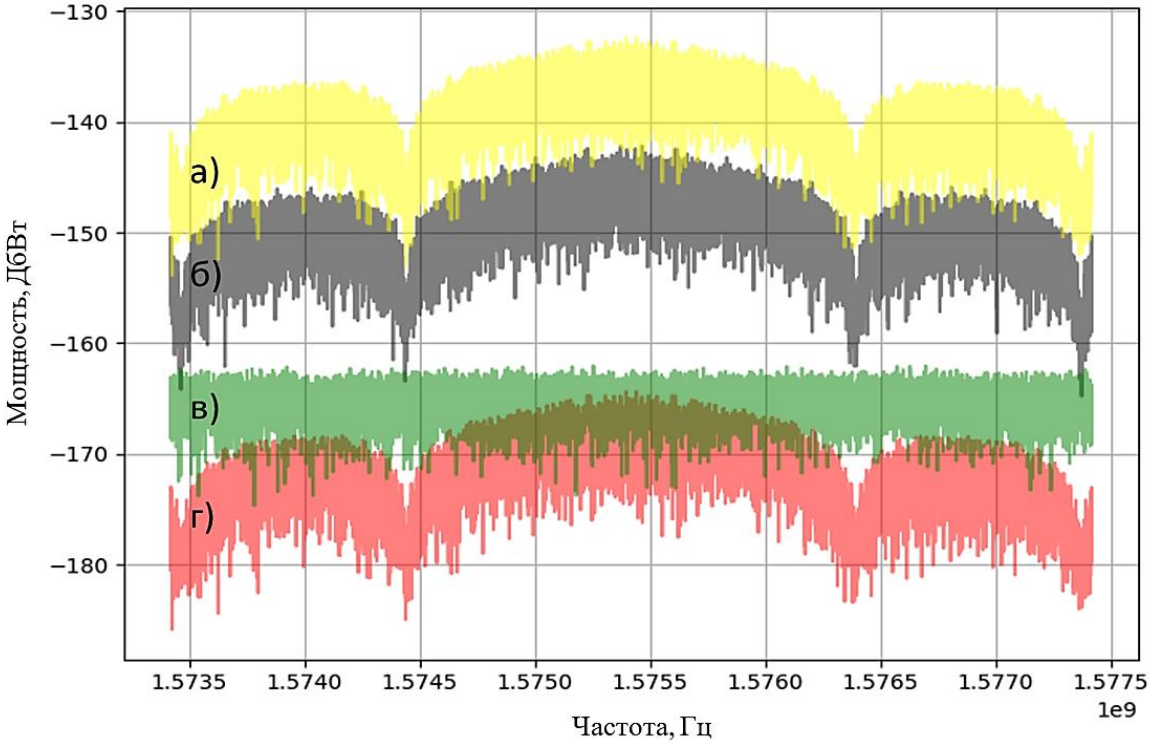


Рис. 7. Спектральное представление сигналов и помех на входе и выходе ААР

Таким образом, в рамках настоящей работы реализована имитационная модель ААР, позволяющая:

– оценить глубину формируемых нулей в зависимости от уровня внутренних шумов, уровня навигационного сигнала и помех, взаимного углового размещения передатчиков помех;

– оценить влияние помех с различными видами и параметрами на величину их ослабления;

– провести анализ переходных процессов ААР в зависимости от времени наблюдения, скорости оценки ВВК и параметров нестационарной помехи.

Указанные возможности следует использовать при проведении оценки эффективности помехозащиты аппаратуры потребителей глобальных навигационных спутниковых систем, оснащенной адаптивными антенными решетками, в условиях помех.

Список источников

1. *Камнев Е.А.* Радиоподавление помехозащищенной навигационной аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем в интересах объектово-территориальной защиты: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.12.14 «Радиолокация и радионавигация». М.: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2018. 215 с.

2. *Бакитько Р.В.*, *Харисов В.Н.* ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова. М.: Радиотехника, 2005. 685 с.

3. *Павлов В.А.* Адаптивные пространственно-поляризационные методы обработки сигналов и помех в условиях радиоэлектронного конфликта. Воронеж: ВВАИУ, 2007. 244 с.

4. *Братчиков А.Н., Васин В.И., Василенко О.О.* Активные фазированные антенные решётки / Под ред. Д.И. Воскресенского. М.: Радиотехника, 2004. 487 с.

5. *Мищенко В.Н.* Системы спутниковой навигации: учебно-методическое пособие. Минск: БГУИР, 2011. 56 с.

6. *Монзинго Р.А., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решётки. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.

7. *Перов А.И.* Методы и алгоритмы оптимального приема сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем. М.: Радиотехника, 2012. 234 с.

References

1. *Kamnev E.A*. Radio Interference Suppression of Noise-Resistant Navigation Equipment for Satellite Radio Navigation Systems in the Interests of Object-Territory Protection: Dissertation for the Degree of Candidate of Technical Sciences: 05.12.14 «Radar and Radio Navigation». Moscow: Moscow Aviation Institute (National Research University), 2018. 215 p.

2. *Bakitko R.V., Kharisov V.N.* GLONASS. Principles of construction and functioning // Ed. by A.I. Perov. Moscow: Radioengineering, 2005. 685 p.

3. *Pavlov V.A*. Adaptive spatial-polarization methods of signal processing and interference in the conditions of electronic conflict. Voronezh: Military Air Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin, 2007. 244 p.

4. *Bratchikov A.N., Vasin V.I., Vasilenko O.O.* Active phased array antennas / Ed. by D.I. Voskresensky. Moscow: Radioengineering, 2004. 487 p.

5. *Mishchenko V.N.* Satellite Navigation Systems: Educational Guide. Minsk: Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2011. 56 p.

6. *Monzingo R.A., Miller T.U.* Adaptive Antenna Arrays. Moscow: Radio and connection, 1986. 448 p.

7. *Petrov A.I.* Methods and Algorithms for Optimal Signal Reception in the Equipment of Satellite Navigation Systems. Moscow: Radioengineering, 2012. 234 p.

Информация об авторах

А.В. Коровин, к.т.н., доцент, профессор кафедры
Д.А. Юдин, адъюнкт
Р.С. Яковлев, к.т.н., доцент, начальник отдела

Information about the authors

A.V. Korovin, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor, Professor of the Department
D.A. Yudin, Graduate Student
R.S. Yakovlev, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor, Head of department

Статья поступила в редакцию 19.01.2026
Одобрена после рецензирования 23.01.2026
Принята к публикации 28.01.2026

The article was submitted 19.01.2026
Approved after reviewing 23.01.2026
Accepted for publication 28.01.2026

Разное

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 66–71. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 66–71. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 52.6, 52.7

Регистрация реликтовых гравитационных волн килогерцового диапазона частот

Владимир Алексеевич Шульгин
Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия
shulgin@cs.vsu.ru

Аннотация. *Разработан метод регистрации реликтовых гравитационных волн окружающего пространства, преобразованных при рассеянии на материи квазичастиц солитонов Френкеля – Конторовой конденсированной среды. Возникает масса и излучение с понижением частоты. Для электромагнитных волн подобное преобразование известно как эффект Комптона – перераспределение энергии между волной и частицей. Излучение гравитационных волн преобразуется в материю. При поглощении части излучения планетами гравитационные волны возбуждают акустические колебания и приобретают скорость звука. Поглощенная энергия преобразуется в массу, увеличивая общую массу среды.*

Ключевые слова: *рассеяние реликтовых гравитационных волн планетами, регистрация взаимодействия гравитационных волн с квазичастицами солитонов Френкеля – Конторовой.*

Miscellaneous

Registration of relic gravitational waves in the kilohertz frequency range

Vladimir A. Shulgin
Voronezh State University, Voronezh, Russia
shulgin@cs.vsu.ru

Abstract*. A method has been developed for registering the relic gravitational waves of the surrounding space, which are transformed when scattered on the matter of the quasiparticles of the Frenkel – Kontorova solitons of the condensed medium. This results in the creation of mass and radiation with a lower frequency. For electromagnetic waves, this transformation is known as the Compton effect, which involves the redistribution of energy between a wave and a particle. The radiation of gravitational waves is converted into matter. When a portion of the radiation is absorbed by planets, the gravitational waves generate acoustic vibrations and acquire the speed of sound. The absorbed energy is converted into mass, increasing the total mass of the medium.*

Keywords: *scattering of relic gravitational waves by planets, registration of the interaction of gravitational waves with quasiparticles of Frenkel – Kontorova solitons.*

В исследованиях, посвященных модели Пульсирующей Вселенной [1], значительная роль отведена реликтовым гравитационным волнам (РГВ). Известные практические результаты этого направления относятся в основном к диапазону низких частот. Гравитационные волны, зарегистрированные LIGO, достигают максимума частоты 100 Гц. Предполагается, что основная энергия содержится в главном пике килогерцовых гравитационных волн. Накопление этой энергии допускает модель замкнутой Вселенной. Этой модели противоречат некоторые результаты современных исследований, на основе которых нобелевский лауреат Филипп Андерсен в 2017 г. сделал следующий вывод: объем материи

© Шульгин В.А., 2026

Вселенной частично преобразуется в РГВ и рассеивается. Вселенная подлежит распаду. В модели циклической Вселенной Н. Горькавого [1], в которой не обсуждается механизм распада, предлагается модель ее существования в неизменном виде устоявшихся циклов.

В настоящей работе проведены исследования, основанные на эксперименте по регистрации РГВ килогерцового диапазона. В этом диапазоне, согласно модели Пульсирующей Вселенной [1], за много циклов накоплена значительная энергия, соизмеримая с потерей массы при слиянии черных дыр. Экспериментальным исследованиям взаимодействия искусственно созданных квазичастиц – солитонов Френкеля–Конторовой (СФК) [2] с РГВ килогерцового диапазона – посвящена настоящая работа.

Постановка задачи и методы ее реализации

Известна работа по передаче информации с помощью солитонов электромагнитного излучения, возбуждаемого в оптическом волокне. Акира Хасегава в 1984 г. опубликовал подробные численные расчеты распространения солитонов в оптическом волноводе и показал, что оптические солитоны могут пробегать тысячи километров без серьезного искажения их формы [3]. В 1988 г. этот вывод был полностью подтвержден на опыте сотрудниками лабораторий Белла. Результат был достигнут в условиях самофокусировки света при модуляции нелинейности показателя преломления, что привело к отсутствию фазовой дисперсии при распространении светового сигнала на большие расстояния (4000 км). В данном способе передачи информации используется баланс между дисперсией и самофокусировкой как условие существования квазичастицы – солитона. Передача информации в данном случае осуществляется ключевой модуляцией наличия и отсутствия солитона.

В отличие от ключевого варианта применения солитонов, возбужденных для передачи информации, в настоящей работе предложен аналоговый метод модуляции параметров солитона. Известен метод Комптона, основанный на неупругом рассеянии излучения электромагнитных волн на частицах вещества. Происходит перераспределение энергии между волной и частицей, заключающееся в увеличении скорости ее движения.

Эффект Комптона [4] имеет экспериментальное подтверждение. Комптон установил, что при прохождении рентгеновских лучей через вещество происходит увеличение длины волны рассеянного электромагнитного излучения по сравнению с длиной волны падающего излучения.

Законы сохранения энергии и импульса для системы фотон–электрон:

$$h\mathbf{v} + m_0c^2 = h\mathbf{v}' + mc^2,$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}' + m\mathbf{V}, \qquad (1)$$

где m_0c^2 – энергия неподвижного электрона; $h\mathbf{v}$ – энергия фотона до столкновения; $h\mathbf{v}'$ – энергия фотона после столкновения; $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$ – импульсы фотона до и после столкновения; $m\mathbf{V}$ – импульс электрона после столкновения с фотоном.

Решение системы уравнений для энергии и импульса, с учетом того что

$$mc^2 = m_0c^2 + p^2c^2,$$

дает формулу для измерения длины волны при рассеянии фотона на неподвижных электронах:

$$\Delta\lambda = \frac{h(1-\cos\varphi)}{m_0c}, \quad \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}, \qquad (2)$$

где λ_0 – комптоновская длина волны.

Взаимодействие световой волны и частицы обладает двумя свойствами:

- При распространении свет проявляет волновые свойства.
- При взаимодействии с веществом проявляет корпускулярные свойства. Его свойства не сводятся ни к волнам, ни к частицам. То, как проявляет себя фотон – как волна или как частица, – зависит от характера проводимого над ним исследования [4].

В настоящей работе проведено исследование, свидетельствующее о неупругом рассеянии гравитационных волн на материи планет солнечной системы. Зарегистрировано обратное преобразование дефекта масс – снижение скорости света при неупругом рассеянии на планетах солнечной системы РГВ. Возникает масса, количество которой эквивалентно величине освободившейся энергии. Возникающая масса в виде протонов суммируется с массой материальной среды. Материей, поглощающей эту массу в условиях данного эксперимента, являются квазичастицы СФК [2].

Часть излучения РГВ, рассеиваемого и поглощаемого веществом, преобразуется в массу в виде атомов водорода *H*, распространяющихся в среде со скоростью звука (рис. 1).

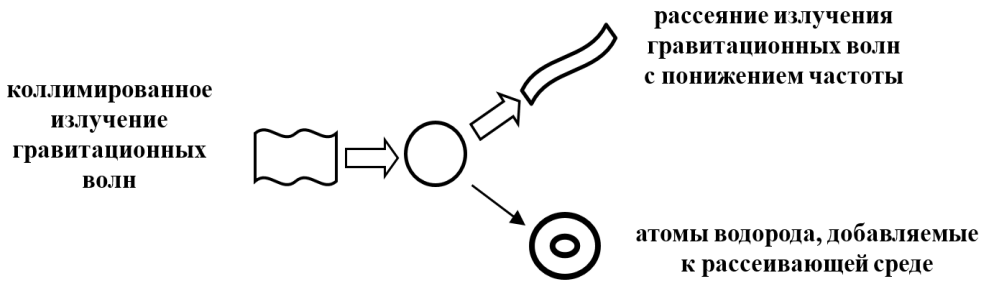


Рис. 1. Рассеяние гравитационных волн материей среды с образованием дополнительной массы

В эксперименте, приведенном в настоящей работе, зарегистрировано поглощение и рассеяние Солнцем и планетами РГВ. Возникает угловой спектр рассеянных гравитационных волн с понижением частоты. Зарегистрированная величина угла рассеяния находится в пределах 1° для диапазона килогерцовых частот, обладающего максимальной энергией. Эффекты рассеяния регистрировались в координатах развертки по фазе на частоте солитонного резонанса. Резонансная частота возбуждения акустических солитонов резонатора в 8 раз ниже частоты продольных звуковых колебаний в среде распространения. Вариации положений резонансов фазового спектра рассеянных планетами РГВ имеют случайный характер, медленно меняющийся с течением времени. Регистрация эволюции этого процесса осуществлялась средствами измерений, представленными в работе [2] (рис. 2).

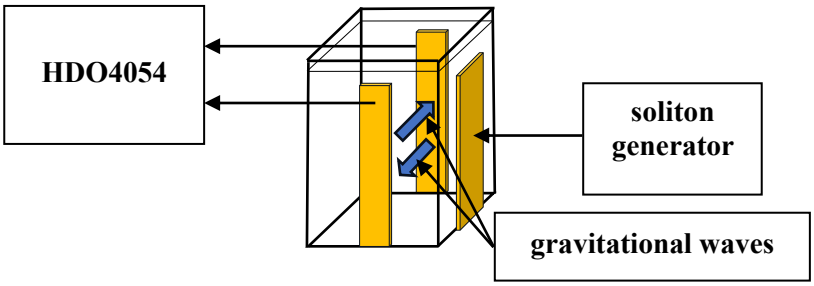


Рис. 2. Схема регистрации реликтовых гравитационных волн килогерцового диапазона по результатам рассеяния на квазичастицах солитонов Френкеля – Конторовой, возбужденных в ртути

Экспериментальные результаты регистрации реликтовых гравитационных волн

В проводимом эксперименте поглощающей средой представлена ртуть [2]. При нормальной температуре и отсутствии полей, влияющих на ее структуру, ртуть находится в жидком состоянии. При понижении температуры до –38,83 °С формируется кристаллическая структура α-Hg. В данном эксперименте солитон возбуждается при температуре 25 °С и имеет по своей природе напряженную решетку деформаций, компенсирующих дефекты вакансий и лишних атомов квазикристалла. В условиях резонанса акустических колебаний возникает устойчивое пространственное распределение деформаций в α-Hg, преобразующее данное состояние в домен квазикристалла [5].

Рассеяние РГВ приводит к понижению частоты и возникновению простых по строению частиц материи – атомов водорода, – преобразуемых в воду при взаимодействии с кислородом атмосферы. В объеме Земли рассеяние части РГВ создает атомарный водород, изменяющий состав материи, включая создание воды и нефти. Количество воды и нефти увеличивается, как и объем Земли. При образовании молекулы водорода из двух атомов выделяется энергия, равная энергии диссоциации этой связи [6]:

$$H_2 \leftrightarrow 2H + 453{,}6 \text{ [кДж / моль]}. \qquad (3)$$

При изменении поля РГВ в сторону увеличения и уменьшения энергии потока поглощаемого излучения возникают вариации в активности Солнца и погодных изменениях на Земле. Нарушается стационарная картина осадков из-за

преобразования потока протонов и кислорода атмосферы в воду. Преобразование (3) свидетельствует об изменении температурных градиентов атмосферы на поверхности Земли.

В настоящей работе предложен вариант использования солитонов килогерцового диапазона, возбужденных в конденсированной среде [2], в качестве квазичастиц, взаимодействующих с РГВ окружающего космического пространства. Принцип регистрации основан на модели, предполагающей рассеяние РГВ на квазичастицах СФК. Эксперимент, выполненный в настоящей работе, показал, что в режиме акустической деформации ртути в кварцевом резонаторе 10 × 10 × 40 мм (рис. 2) возбуждаются два акустических резонанса: первый – на частоты продольных акустических колебаний (75 кГц) при уровне сигнала возбуждения 1 *V* на входе электроакустического преобразователя, второй высокодобротный резонанс – на частоте 9475 Гц [2] при температуре термостата 25 °С. Данное преобразование состояния среды из жидкости в квазикристаллическую структуру было выполнено в переходном элементе (80) таблицы Менделеева, имеющем расположение валентных электронов на разных энергетических уровнях. Регистрировалась амплитуда РГВ двумя акустоэлектрическими преобразователями, формирующими сигнал с ортогонального направления к вектору деформации среды. Внутренние электроды всех преобразователей, приклеенных к резонатору, соединены с нулевым потенциалом.

Таким образом, связь между акустическим сигналом, возбужденным генератором солитонов, и принимаемыми акустическими сигналами с ортогонального направления осуществлялась через объем ртути. Схема балансировки фазочастотных характеристик позволяла регистрировать свертку симметричных встречных сигналов с противоположных направлений. Регистрировался резонанс амплитуды свертки на рабочей частоте при сложении встречных сигналов $\varphi_1 + \varphi_2$ только с ортогонального направления. Из-за ограниченной апертуры датчиков и углового рассеяния резонансы вне окрестности свертки не регистрировались из-за нарушения условия ($\varphi_1 - \varphi_2 = 0$).

Акустические сигналы с встречных направлений, преобразованные боковыми электродами в свертку электрических сигналов, регистрировались осциллографом HDO4054 в виде развертки по фазе в окрестности резонансной частоты φ_0. Для симметричных сигналов боковых электродов регистрировался максимальный сигнал напряжения на резонансной частоте. Для отличных от $\varphi_0 = 0$ значений сигнал не должен регистрироваться. В диапазоне развертки по фазе наблюдался вариант регистрации резонанса, связанный с внешним возбуждением той же частоты и фазы в пределах диапазона регистрации. Возбуждался резонанс при условии $\Sigma\varphi_i = 0$. Возникал спектр резонансов, возбуждаемых планетами и Солнцем. Фаза принимаемого сигнала компенсировалась фазой развертки противоположного знака. Узкополосный прием позволил не учитывать шумовой фактор. Энергии принимаемых РГВ было достаточно, без дополнительного усиления, для регистрации взаимодействия с квазичастицей СФК (рис. 3).

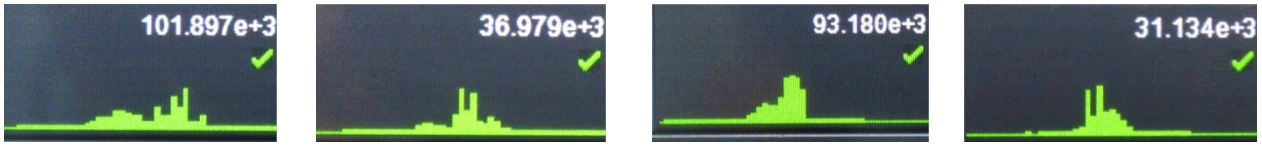


Рис. 3. Регистрация динамики изменения фазового положения планет солнечной системы при регистрации рассеяния реликтовых гравитационных волн на частоте 9467 Гц в период «парада планет»

На рисунке представлен цикл регистрации изменений в фазовых положениях планет при рассеянии РГВ на объектах материи большой массы – планетах Солнечной системы. На изображении отражено количество циклов накопления данных. В окрестности значений фазы φ_0 наблюдался шумовой сигнал.

Угловой сканер, с контролем угла поворота в горизонтальной плоскости, регистрировался системой сканирования пространства (рис. 4).

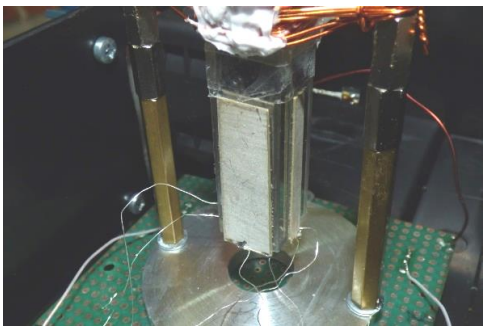
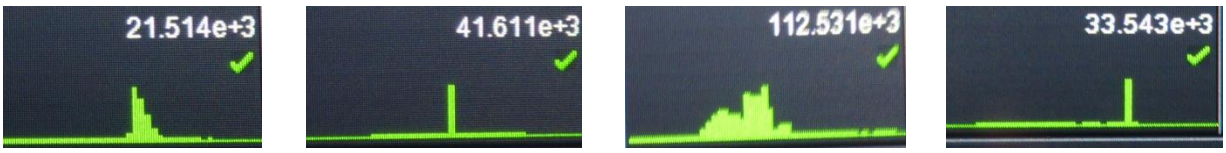


Рис. 4. Сканер с резонатором, закрепленным в подвешенном состоянии, для исключения деформации пьезодатчиков

Возбужденным акустическим полем СФК регистрировалось рассеяние планетами солнечной системы принимаемых РГВ. Визуализация результатов рассеяния формировалась средствами обработки данных осциллографа HDO4054. Регистрировалась гистограмма числа событий по шкале развертки фазы.

В амплитуде спектра рассеяния доминирует Солнце, поэтому регистрировались объекты в период, когда рассеянное излучение РГВ поглощалось городскими строениями в утренние и вечерние часы, при отсутствии аномально высокого уровня РГВ. В период спокойного Солнца зарегистрирован фазовый портрет «парада планет» (рис. 3).

Извержение вулкана Шивелуч (Камчатка, 17–18 августа 2024 г.) сопровождалось аномально высоким уровнем РГВ, зарегистрированным в последующие дни в данной работе. Рассеяние Солнцем и планетами реликтового излучения в период 16–22 августа 2024 г. представлено на рис. 5. Уровень сигнала существенно возрос и не зависел от времени суток.



16.08.2024, 10:51 | 19–20.08.2024 | 21.08.2024, 11:51 | 22.08.2024, 11:33

Рис. 5. Регистрация увеличения уровня реликтового гравитационного излучения в период извержения вулкана Шивелуч

Необходимым условием выполнения подобных исследований является отсутствие фона мощных электромагнитных помех. Гравитационные волны лишь частично поглощаются материей Земли, поэтому целесообразно проводить измерения под поверхностью Земли или под водой в отсутствии электромагнитных помех. Для РГВ поглощение в этих средах незначительно.

Заключение

Предложен метод регистрации планет солнечной системы по рассеянию коллимированного излучения реликтовых гравитационных волн космического пространства на фиксированной частоте. Рассеяние гравитационных волн килогерцового диапазона свидетельствует о наличии источника пополнения массы Земли в виде воды на поверхности и углеводородов и воды в ее объеме.

Роль гравитационных волн в космологии определяется не только их прямым воздействием на вещество в момент их возникновения, но и тем, что фон гравитационного излучения служит энергетическим резервуаром, восполняющим потерю массы Вселенной.

Одновременность двух событий – поглощение Землей аномально высокой энергии реликтовых гравитационных волн в виде дополнительной массы и извержение вулкана Шивелуч, зарегистрированные в настоящей работе, – определила с большой вероятностью характер причинно-следственной связи между ними. Поглощение Землей реликтовых гравитационных

волн – причина; стимулированная релаксация напряженной структуры при добавлении образующейся массы, выраженная в извержении вулкана, – следствие.

Список источников

1. *Горькавый Н.* Пульсирующая Вселенная. СПб.: Питер, 2024. С. 238.

2. *Шульгин В.А.* Солитоны Френкеля − Конторовой в регистрации малых физических поле // Письма в журнал технической физики. 2024. Т. 50, Вып. 11. С. 24–27. doi: 10.61011/PJTF.2024.11.57905.19611.

3. *Akira Hasegawa.* Numerical study of optical soliton transmission amplified periodically by the stimulated Raman process // Applied Optics. 1984. Vol. 23, Iss. 19. Pp. 3302–3309. doi: 10.1364/AO.23.003302.

4. URL:https://www.eduspb.com/node/1998.

5. *Браун О.М., Кившарь Ю.С.* Модель Френкеля – Конторовой. Концепции, методы, приложения. М.: Физматлит, 2008. 536 с.

6. URL:https://www.rusnauka.com/TIP/All/Phyzika/9.html.

References

1. *Gorkaviy N.* The Pulsating Universe. St. Petersburg: Piter, 2024. Pp. 238.

2. *Shulgin V.A.* Frenkel – Kontorova Solitons in the Registration of Small Physical Fields // Letters to the Journal of Technical Physics. 2024. Vol. 50, Iss. 11. doi: 10.61011/PJTF.2024.11.57905.19611

3. *Akira Hasegawa.* Numerical study of optical soliton transmission amplified periodically by the stimulated Raman process // Applied Optics. 1984. Vol. 23, Iss. 19. Pp. 3302–3309. doi: 10.1364/AO.23.003302.

4. URL:https://www.eduspb.com/node/1998.

5. *Brown O.M., Kivshar Y.S.* Frenkel – Kontorova model. Concepts, methods, applications. Moscow: Fizmatlit, 2008. 536 p.

6. URL:https://www.rusnauka.com/TIP/All/Phyzika/9.html.

Информация об авторе

В.А. Шульгин, к.т.н., заведующий лабораторией волоконной оптики кафедры оптики и спектроскопии

Information about the author

V.A. Shulgin, Ph.D. in Engineering Sciences, Head of the Fiber Optics Laboratory at the Department of Optics and Spectroscopy

Статья поступила в редакцию 24.02.2026
Одобрена после рецензирования 27.02.2026
Принята к публикации 04.03.2026

The article was submitted 24.02.2026
Approved after reviewing 27.02.2026
Accepted for publication 04.03.2026

Теория и техника радиосвязи. 2026. № 2. С. 72–81. ISSN 1995-7009 (print)
Theory and Technology of Radio Communication. 2026. No. 2. Pp. 72–81. ISSN 1995-7009 (print)

Научная статья
УДК 621.396.67

Исследование металлических материалов на эффективность экранирования

Вадим Валерьевич Глотов[1], Никита Дмитриевич Майков[2], Сергей Михайлович Фёдоров[3]
[1–3]Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия
✉В.В. Глотов, vadik-livny@mail.ru

Аннотация. *Представлены результаты исследования эффективности экранирования на основе стандарта IEEE-STD-299 и натурного эксперимента. Выполнена сравнительная оценка экранирующих свойств металлических материалов (медь, алюминий и нержавеющая сталь). Теоретический анализ показал, что общая эффективность экранирования складывается из трех основных механизмов: потерь на отражение, потерь на поглощение и поправки на многократное отражение. Определено, что потери на отражение играют доминирующую роль на низких частотах и зависят от проводимости материала, тогда как потери на поглощение становятся определяющими на высоких частотах и зависят от магнитной проницаемости и толщины экрана.*

Ключевые слова: *эффективность экранирования, электрическое поле, магнитное поле, электромагнитная волна, экран.*

***Благодарности*:** *работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания «Молодежная лаборатория» № FZGM-2024-0003.*

Investigation of metallic materials for shielding efficiency

Vadim V. Glotov[1], Nikita D. Maykov[2], Sergey M. Fedorov[3]
[1–3]Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia
✉V.V. Glotov, vadik-livny@mail.ru

Abstract. *The results of a shielding efficiency study based on IEEE-STD-299 and a field experiment are presented. A comparative assessment of shielding properties of metallic materials (copper, aluminum and stainless steel) is performed. A theoretical analysis revealed that overall shielding efficiency was determined by three main mechanisms: reflection loss, absorption loss, and multiple reflection correction. Reflection loss is found to be dominant at low frequencies and depends on the material's conductivity, while absorption loss becomes dominant at high frequencies and depends on the magnetic permeability and shield thickness.*

Keywords: *shielding efficiency, electric field, magnetic field, electromagnetic wave, shield.*

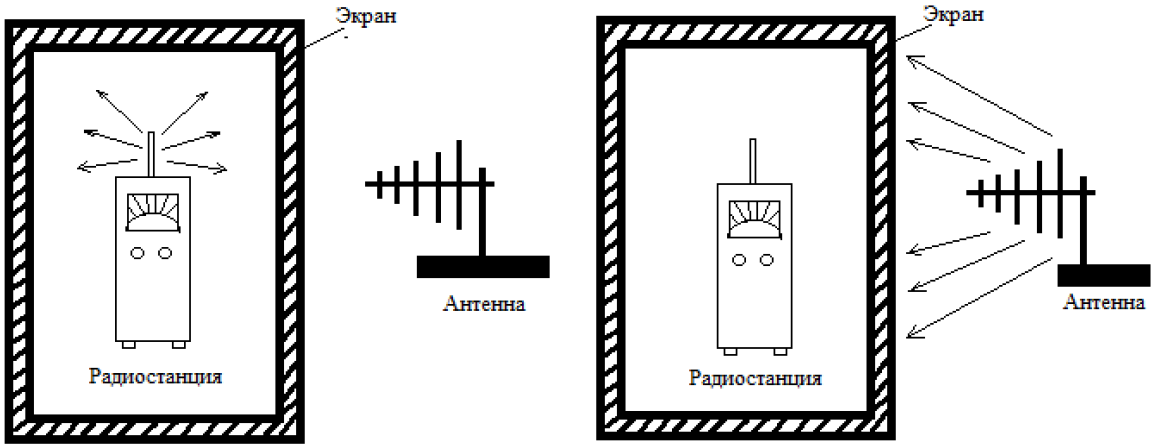
Acknowledgements: *the work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of the state assignment «Youth laboratory» No. FZGM-2024-0003.*

Рост радиоэлектронной промышленности и повсеместное внедрение радиоэлектронных средств в таких сферах, как телекоммуникации, вычислительная техника, автоматизация производств, привели к серьезному обострению проблемы электромагнитной совместимости. Высокая плотность размещения работающего оборудования стала причиной возникновения интенсивных взаимных помех, которые снижают эффективность и надежность функционирования сложных радиоэлектронных комплексов. Для обеспечения удовлетворительной работы радиоэлектронных устройств в присутствии электромагнитных помех и предотвращения их помех требуется экранирование [1–3].

Электромагнитный помехозащищенный экран представляет собой барьер, регулирующий передачу электромагнитной волны через его корпус. В радиоэлектронике электромагнитный экран – это металлический корпус, который охватывает электронный узел или прибор целиком. Его основная функция – ослабление внешних электромагнитных полей и предотвращение их проникновения внутрь защищаемого объема. Он препятствует возникновению сбоев в работе электронных схем, а также улучшает эксплуатационные и электронные параметры устройства [4].

© Глотов В.В., Майков Н.Д., Фёдоров С.М., 2026

На рис. 1а показана графическая модель работы экранирующего корпуса, который не пропускает помехи от изделия, находящегося внутри себя, а на рис. 1б – графическая модель работы экранирующего корпуса, защищающего изделие внутри себя от внешних помех.



а) б)

Рис. 1. Графическая модель работы экранирующего корпуса:
а) экранирующий корпус не пропускает помехи от изделия, находящегося внутри себя;
б) экранирующий корпус защищает изделие внутри себя от внешних помех

Эффективность экранирования

Эффективность экранирования является ключевым параметром, характеризующим способность экрана ослаблять электромагнитное поле. Количественно она определяется как степень уменьшения напряженности электрической и магнитной составляющих поля под действием защитного барьера. Результирующее ослабление помех зависит от целого ряда факторов: частоты излучения, расстояния между экраном и источником помех, а также от толщины, геометрии и электромагнитных свойств – проводимости и магнитной проницаемости материала экрана. На практике эффективность экранирования выражается в децибелах (дБ) и рассчитывается как логарифмическая мера отношения напряженности поля в данной точке при отсутствии экрана к напряженности поля после установки экрана. Например, для электрической составляющей это отношение имеет вид

$$SE_{dB} = 20\log_{10}\left|\frac{E_i}{E_t}\right|. \qquad (1)$$

Эффективность экранирования в отношении магнитного поля можно вычислить по следующей формуле:

$$SE_{dB} = 20\log_{10}\left|\frac{H_i}{H_t}\right|. \qquad (2)$$

По аналогии с электрической составляющей, эффективность экранирования магнитного поля определяется как логарифм отношения падающей и прошедшей электромагнитных волн. Вычисление производится по формуле

$$SE_{dB} = 20\log_{10}\left|\frac{P_i}{P_t}\right|, \qquad (3)$$

где E_i, H_i, P_i и E_t, H_t, P_t – мощность, интенсивность напряженности электрического или магнитного поля, падающих и прошедших электромагнитных волн.

Взаимодействие электромагнитного поля с экраном включает четыре основных процесса: часть волны отражается от внешней поверхности, часть поглощается материалом с выделением тепла, часть многократно переотражается между внутренними границами экрана и, наконец, некоторая доля проникает сквозь барьер [6]. Если толщина экрана достаточно велика по сравнению с глубиной проникновения поля в материал, то переотражённые волны практически полностью затухают, не достигая противоположной стенки. В этом случае поправка на многократные отражения (M) не требуется и общая эффективность экранирования определяется просто суммой поглощения (A) и отраже-

ния (R). На рис. 2 показан основной механизм электромагнитного экранирования:

$$SE_{dB} = R_{dB} + A_{dB} + M_{dB}. \quad (4)$$

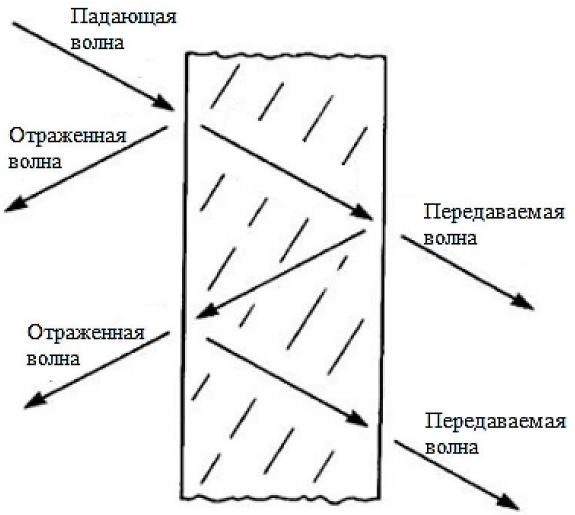


Рис. 2. Основной механизм электромагнитного экранирования

Потери на отражение связаны с относительным несоответствием импеданса между поверхностью экрана и распространяющейся волной. Величина потерь на отражение при плоской волне (в условиях дальнего поля) может быть выражена следующим образом:

$$R_{dB} = 168 + 10\log_{10}\left|\frac{\sigma}{\mu f}\right|. \quad (5)$$

Как показано на рис. 2, когда электромагнитная волна проходит через среду, ее амплитуда уменьшается экспоненциально. Это затухание, или потери на поглощение, происходит потому, что токи, индуцированные в среде, вызывают омические потери и нагрев материала. Поэтому потери на поглощение можно выразить следующим образом:

$$A_{dB} = 20\log_{10} e^{\frac{t}{\delta}}. \quad (6)$$

В случае тонких экранов, когда их толщина соизмерима с глубиной проникновения или меньше её, возникает эффект многократного внутреннего отражения. Волна, прошедшая сквозь первую границу, частично отражается от второй, возвращается к первой, вновь отражается и так далее. Данный процесс схематически представлен на рис. 2. Эти повторные отражения приводят к дополнительному перераспределению энергии внутри материала. Суммарное затухание, обусловленное данным механизмом, может быть выражено формулой

$$M_{dB} = 20\log_{10}\left(1 - e^{\frac{-2t}{\delta}}\right). \quad (7)$$

Проволочные сетки потенциально привлекательны для использования в качестве электромагнитных экранов из-за их меньшего веса на единицу площади по сравнению с металлическими листами. Их физическая гибкость также делает их удобными для использования в приложениях экранирования для модернизации крупных объектов. Рассматривается экранирующее поведение сетчатых экранов, где отдельные ячейки имеют квадратную форму и малый размер по сравнению с длиной волны в свободном пространстве. Используется эквивалентный оператор импеданса листа для описания локального поведения сетки и исследуется базовый набор задач экранирования для количественной оценки поведения плоских экранов и экранирующих оболочек, изготовленных из сетки. Благодаря своей периодической структуре, сетчатый экран под воздействием электромагнитного поля несет реактивное поле, которое ограничено окрестностями поверхности сетки [7]. В ситуациях, рассматриваемых здесь, когда отдельные ячейки электрически малы, реактивное поле затухает по мере удаления от поверхности сетки с экспоненциальным множителем. Эффективность экранирования проволочной сетки зависит не только от частоты работы и размеров сетки, но и от угла падения плоской волны.

Отдельные ячейки сетки имеют квадратную форму, а соединения проволок считаются скрепленными. На рис. 3 представлены геометрические параметры ячейки сетки: a_s обозначает длину стороны квадратной апертуры (размер ячейки в свету), а r_w – радиус проволоки, из которой выполнена сетка. Для плоского проволочного экрана с электрически соединёнными между собой перекрестиями эффективность экранирования может быть описана через понятие эквивалентного поверхностного сопротивления сетки. Такой подход справедлив при условии, что размеры ячейки малы по сравнению с длиной волны падающего излучения. В этом случае эффективность экранирования не зависит от поляризации падающей волны. Соответствующее выражение для эффективности экранирования, а также связанный с ней коэффициент

передачи мощности через сетку с квадратными ячейками, имеющими указанные параметры, могут быть записаны следующим образом:

$$SE(\omega,\theta) = -10\log_{10}\left[\frac{1}{2}\left|T_1(\omega,\theta)\right|^2 + \frac{1}{2}\left|T_2(\omega,\theta)\right|^2\right], \quad (8)$$

$$T_{tot}(\omega,\theta) = -SE(\omega,\theta). \quad (9)$$

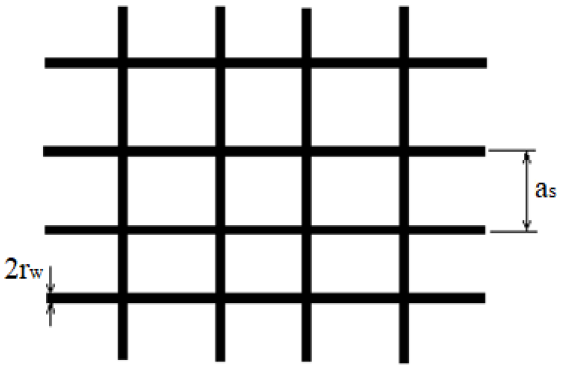


Рис. 3. Геометрия проволочной сетки

$T_1(\omega)$ и $T_2(\omega)$ – коэффициенты пропускания (для разных частот и углов падения) для поляризации мод TE и TM соответственно, заданные формулами:

$$T_1(\omega,\theta) = \frac{\left(\frac{2Z_{S1}(\omega)}{Z_0}\right)\cos\theta}{1+\left(\frac{2Z_{S1}(\omega)}{Z_0}\right)\cos\theta}, \quad (10)$$

$$T_2(\omega,\theta) = \frac{\left(\frac{2Z_{S2}(\omega)}{Z_0}\right)\cos\theta}{1+\left(\frac{2Z_{S2}(\omega)}{Z_0}\right)\cos\theta}. \quad (11)$$

Угол падения θ отсчитывается от нормали к поверхности плоского листа. В выражения, описывающие взаимодействие волны с экраном, помимо импеданса свободного пространства Z_0, входят также параметры, зависящие от этого угла, поскольку условия отражения и прохождения волны определяются направлением её распространения относительно границы раздела сред:

$$Z_{S1}(\omega) = Z_w(a) + j\omega L_s, \quad (12)$$

$$Z_{S2}(\omega) = Z_{S1} + \frac{j\omega L_S}{2}\sin^2\theta, \quad (13)$$

где Z_{S1} и Z_{S2} – это собственные значения оператора импеданса поверхности, которые характеризуют отклик листа на падающее излучение с TE- и TM-поляризацией. Также индуктивность листа L_S и импеданс провода на единицу длины Z_W задаются формулами

$$L_S = \frac{\mu_0}{4\pi}\ln\left[\left(1-e^{\frac{-2\pi r}{a}}\right)^{-1}\right], \quad (14)$$

$$Z_w = \left(\pi r^2\sigma\right)^{-1}. \quad (15)$$

Использование сопротивления постоянного тока в проводе вместо импеданса провода обусловлено тем фактом, что при добавлении скин-эффекта не наблюдается заметного влияния исследуемых здесь частот и структур. Таким образом, для заданной сетки (с квадратными отверстиями) становится проще рассчитать эффективность экранирования для различных ситуаций (ω, θ).

Для определения эффективной площади рассеяния материала используется формула, в которой потери на отражение, потери на поглощение и многократные потери на отражение определяются согласно представленным ниже формулам.

Потери на отражение:

$$R_{dB} = 168 + 10\log_{10}\left|\frac{\sigma}{\mu f}\right|. \quad (16)$$

Потери на поглощение:

$$A_{dB} = 20\log_{10} e^{\frac{t}{\delta}} = 131.4t\sqrt{f\mu\sigma}. \quad (17)$$

Потери на многократное отражение, вычисляются по формуле (7).

Потери на отражение (R) достигают своих максимальных значений в области низких частот, а также при использовании материалов с высокой удельной проводимостью. Это объясняется тем, что на низких частотах и в хорошо проводящих средах наблюдается наибольшее рассогласование волновых сопротивлений экрана и свободного пространства. Применение материалов с высокой магнитной проницаемостью $\mu_r >> 1$ приводит к снижению отражающей способности экрана, поскольку такие материалы частично согласуют импеданс среды и способствуют проникновению поля внутрь. Что касается потерь на поглощение (A), то их величина, в отличие от отражения, растёт с повышением частоты электромагнитной волны – это связано с уменьшением глубины скин-слоя и, как следствие, с более интенсивным затуханием поля в

толще материала. Если толщина экрана ($t >> \delta$), то потерями на многократное отражение можно пренебречь.

Экспериментальное исследование

В данной работе для расчета эффективности экранирования используется стандарт IEEE-STD-299. Данный метод измерения основан на сравнении уровней сигнала, прошедшего через тракт с экраном и без него. В ходе испытаний передающая и приемная антенны размещаются на фиксированном расстоянии друг относительно друга, при этом их ориентация обеспечивает максимальный прием сигнала. Измерения проходят в два этапа: сначала приемник регистрирует уровень мощности, прошедшей через свободное пространство, а затем – уровень мощности при установке тестируемого образца в заданное фиксированное положение между антеннами. Разность этих величин характеризует эффективность экранирования исследуемого материала. Эффективность экранирования, рассчитанная этим методом, может быть получена следующим образом (на рис. 4 показана идеальная установка для расчета эффективности экранирования):

$$SE_{dB} = 10\log_{10}\frac{E_1}{E_2}, \qquad (18)$$

где E_1 – энергия, полученная без экрана; E_1 – энергия, полученная с экраном.

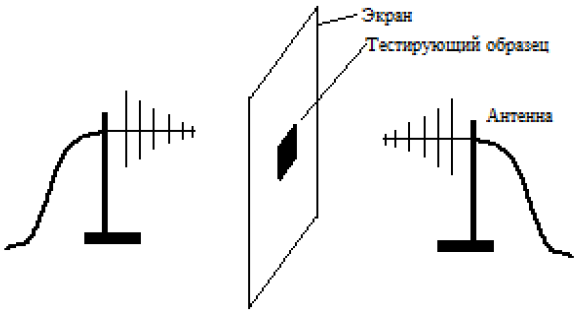


Рис. 4. Измерение эффективности экранирования в соответствии со стандартом IEEE-STD-299

На рис. 5 показана экспериментальная установка для расчета эффективности экранирования. В качестве передающей и приемной антенн используется синфазная антенна с воздушной подложкой. Экспериментальные исследования проводились в частотном диапазоне от 750 МГц до 1,2 ГГц. В качестве первого тестового образца (экрана) применялся прямоугольный лист из нержавеющей стали габаритами 150 × 150 мм и толщиной 0,5 мм. Для сравнительного анализа эффективности различных материалов в том же частотном диапазоне были подготовлены образцы из алюминиевой фольги и медного листа с идентичными геометрическими параметрами. Несмотря на простоту реализации, используемый метод измерения обладает рядом существенных ограничений. К основным недостаткам относятся критическая зависимость результатов измерений от точности позиционирования антенн (даже незначительное смещение влияет на величину регистрируемой мощности), а также возникновение паразитных переотражений электромагнитных волн от стен, потолка и оборудования внутри лабораторного помещения, что вносит дополнительные погрешности в результаты.

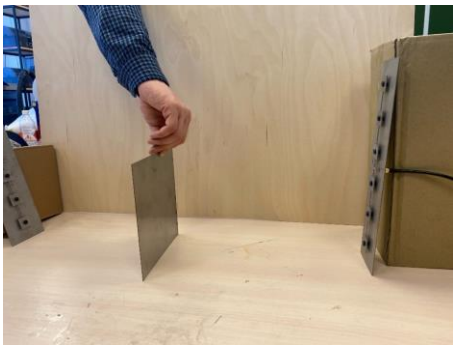


Рис. 5. Экспериментальная установка для измерения эффективности экранирования

Результаты

Целью настоящей статьи было исследование экранирующего корпуса для частоты 2 ГГц с коэффициентом звукового усиления от 20 до 30 дБ. В табл. 1 представлены результаты расчёта составляющих эффективности экранирования для медного экрана толщиной 0,5 мм в диапазоне частот от 10 Гц до 10 МГц. Анализ данных показывает, что потери на поглощение начинают преобладать на частотах выше 2 МГц. Для наглядного представления частотной зависимости в области низких и средних частот в таблице приведены значения в интервале от 10 Гц до 1 МГц. Характерно, что для данного материала (медь) потери на отражение являются преобладающим механизмом лишь в области очень низких частот – ниже 20 кГц. Это полностью согласуется с теоретическими представлениями: на низких частотах эффективность экранирования определяется главным образом отражательной способностью материала. На рис. 6 приведён график, построенный по данным таблицы в логарифмическом масштабе, который показывает описанные закономерности и подтверждает теоретические положения об экранировании.

В табл. 2 показана эффективность экранирования для алюминия толщиной 0,5 мм в зависимости от частоты от 10 Гц до 10 МГц. На более высоких частотах эффективность экранирования быстро возрастает по сравнению с более низкими частотами. На рис. 7 показан график эффективности экранирования алюминия в логарифмическом масштабе.

Таблица 1

Полученные результаты эффективности экранирования для меди толщиной 0,5 мм

Частота, КГц	Потери на поглощение, дБ	Потери на отражение, дБ	Эффективность экранирования, дБ
0,01	2,1	158	160,1
0,1	6,6	148	154,6
1	21,1	138	159,1
10	66,7	128	194,7
100	211	118	329
1000	667,5	108	775,5
10000	2110,8	98	2208,8

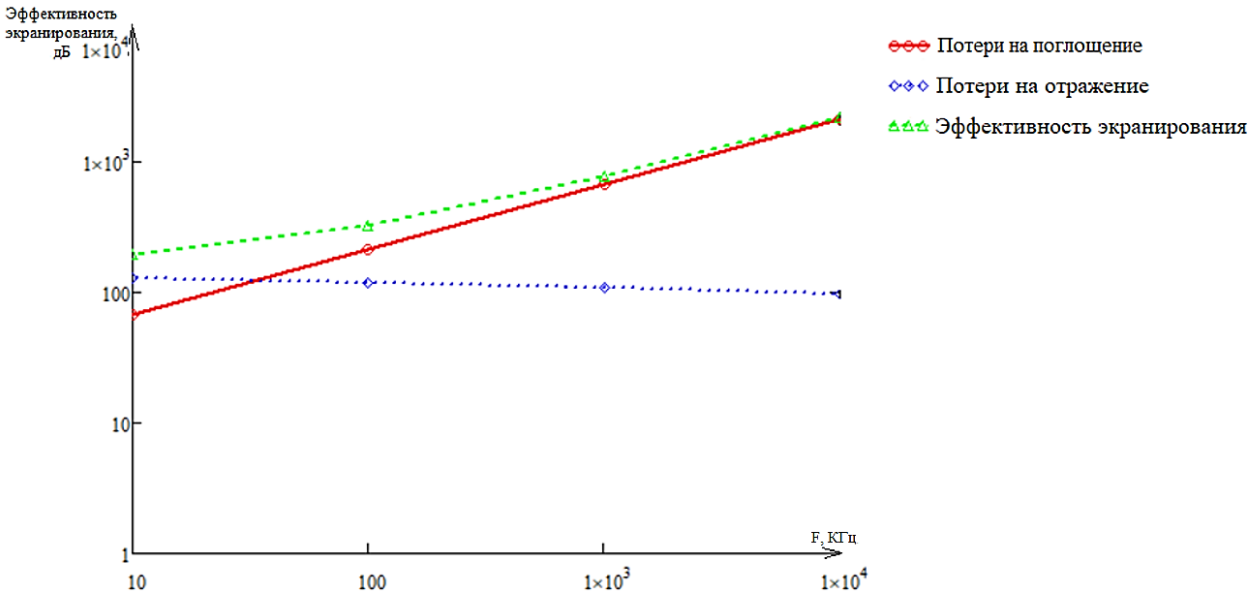


Рис. 6. График зависимости эффективности экранирования от частоты для меди толщиной 0,5 мм

Таблица 2

Полученные результаты эффективности экранирования для алюминия

Частота, КГц	Потери на поглощение, дБ	Потери на отражение, дБ	Эффективность экранирования, дБ
0,01	1,6	155,8	157,5
0,1	5,2	145,8	151
1	16,4	135,8	152,3
10	52,1	125,8	177,9
100	164,8	115,8	280,7
1000	521,3	105,8	627,1
10000	1648,6	95,8	1744,4

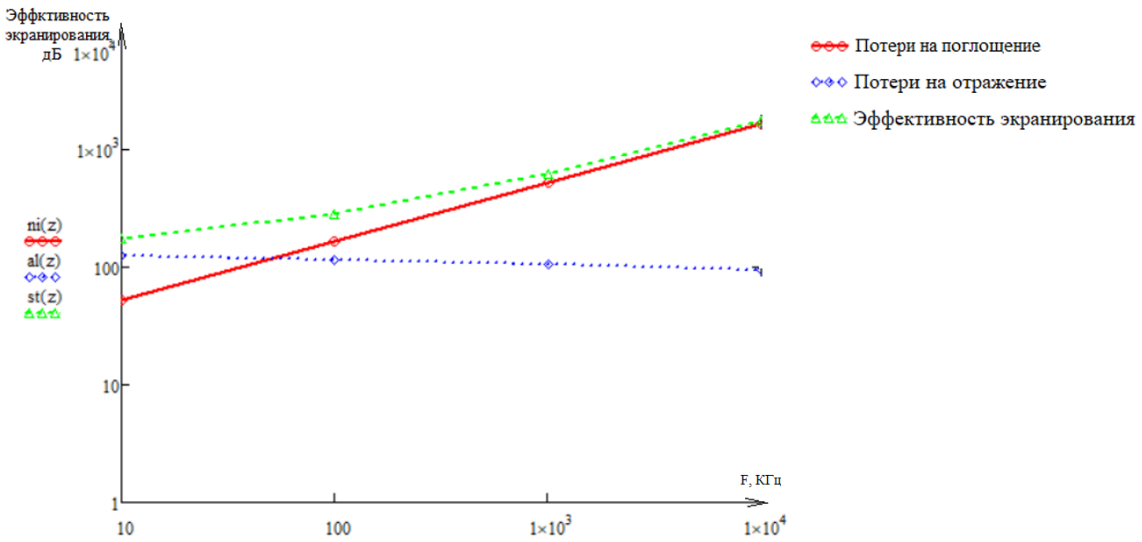


Рис. 7. График зависимости эффективности экранирования от частоты для алюминия

В табл. 3 показана эффективность экранирования для нержавеющей стали толщиной 0,5 мм в зависимости от частоты от 10 Гц до 10 МГц. На более высоких частотах эффективность экранирования быстро возрастает по сравнению с более низкими частотами. На рис. 8 показан график эффективности экранирования нержавеющей стали в логарифмическом масштабе. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что в области низких частот определяющий вклад в эффективность экранирования вносят потери на отражение, причём эта закономерность справедлива как для ферромагнитных материалов, так и для неферромагнитных проводников. Однако с ростом частоты у материалов, обладающих высокой магнитной проницаемостью, происходит существенное увеличение потерь на поглощение. Это обусловлено тем, что на высоких частотах, несмотря на снижение отражательной способности, ферромагнетики обеспечивают более интенсивное затухание волны в толще материала за счёт магнитных потерь.

Таблица 3

Полученные результаты эффективности экранирования для нержавеющей стали

Частота, КГц	Потери на поглощение, дБ	Потери на отражение, дБ	Эффективность экранирования, дБ
0,01	6,6	114	120,6
0,1	21,1	104	125,1
1	66,7	94	160,7

Продолжение таблицы 3

Частота, КГц	Потери на поглощение, дБ	Потери на отражение, дБ	Эффективность экранирования, дБ
10	211	84	295,1
100	667,5	74	741,5
1000	2110,8	64	2174,8
10000	6675,1	54	6729,1

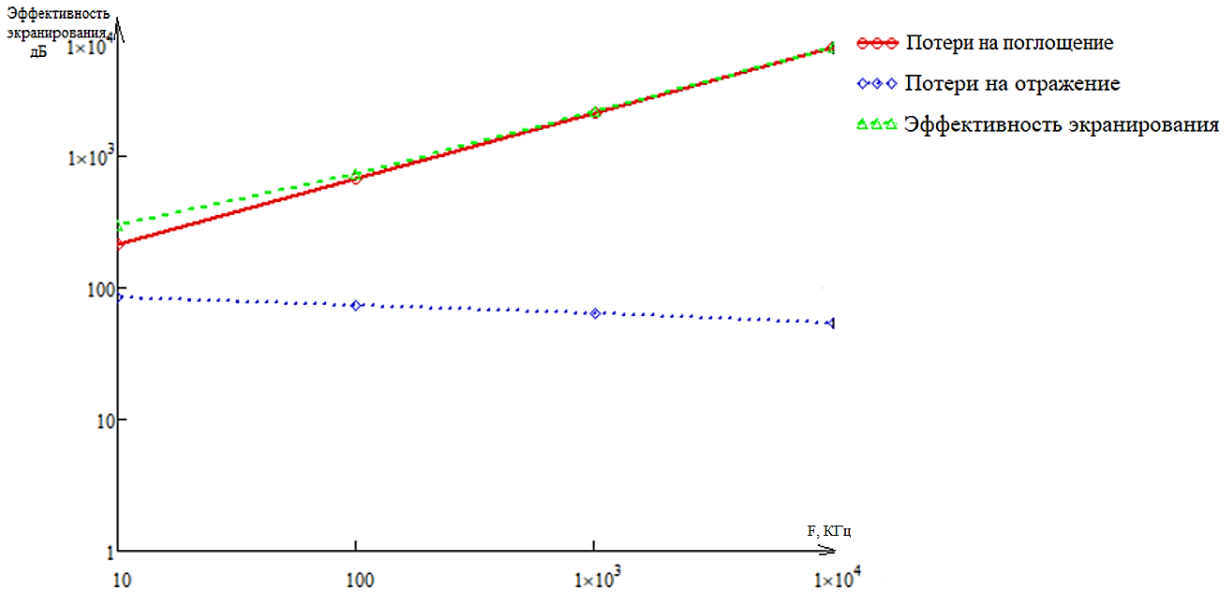


Рис. 8. График зависимости эффективности экранирования от частоты для нержавеющей стали

В табл. 4 приведено сравнение всех материалов, выбранных для целей экранирования. Эти результаты показывают, что при одинаковой толщине листа (0,5 мм) экранирование меди лучше, чем у алюминия и нержавеющей стали.

Таблица 4

Сравнение эффективности экранирования материалов

Частота, КГц	Медь	Алюминий	Нержавеющая сталь
0.01	160,1	157,5	120,6
0.1	154,6	151	125,1
1	159,1	152,3	160,7
10	194,7	177,9	295,1
100	329	280,7	741,5
1000	775,5	627,1	2174,8
10000	2208,8	1744,4	6729,1

В табл. 5 показана эффективность экранирования алюминиевого листа размерами 150 × × 150 × 0,5 мм. Эффективность экранирования рассчитана по стандарту IEEE-STD-299. В этом методе мощность, принимаемая на входе, измерялась в точке наблюдения, т.е. в центре передающей и приемной антенн без экрана и с экраном соответственно. Полученные данные были нанесены на логарифмическую шкалу и показали, что эффективность экранирования имеет минимум на частоте 930 МГц.

Таблица 5

Эффективность экранирования рассчитана по стандарту IEEE-STD-299

Частота, МГц	Полученная мощность		Эффективность экранирования, дБ
	Без экрана	С экраном	
750	51	37	14
780	49,6	36,3	13,3
810	45,1	36,2	8,9
840	47,6	34,1	13,5
870	36,5	30,9	5,6
900	45,1	29,8	15,3
930	23,4	28,7	5,3
960	48,1	24,6	23,5
990	51	43,4	7,6
1020	50,1	42,1	8
1050	54	40	14
1080	53,6	45,4	8,2
1110	55,3	43,1	12,2
1140	53,1	42,8	10,3
1170	57,2	41,2	16
1200	59,7	31,8	27,9
1230	57,6	32	25,6
1260	53,9	41	12,9
1290	56,8	41,6	15,2

В результате проведенного анализа и экспериментальных исследований были подтверждены основные закономерности и факторы, определяющие эффективность электромагнитного экранирования. Актуальность проблемы электромагнитной совместимости обусловлена повсеместным распространением электронных устройств, работающих в непосредственной близости друг от друга. Экранирование является ключевым методом защиты оборудования от внешних помех и подавления нежелательного излучения.

Выбор материала и конструкции экрана должен осуществляться с учетом рабочего диапазона частот, требуемой степени подавления помех, а также физических и геометрических параметров экрана (толщина, наличие отверстий). Магнитные материалы, такие как никель, обеспечивают наилучшее экранирование на высоких частотах, в то время как высокопроводящие материалы эффективны в области низких частот.

Список источников

1. *Кечиев Л.Н.* Проектирование печатных плат для цифровой быстродействующей аппаратуры. М.: Группа ИДТ, 2007. 616 с.

2. *Ромащенко М.А., Чураков П.П.* Моделирование ближнего электромагнитного поля конструкций электронных систем с использованием численных методов // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2012. Т. 8, № 3. С. 109–112.

3. *Макаров О.Ю., Муратов А.В., Ромащенко М.А.* Методы обеспечения внутриаппаратурной электромагнитной совместимости и помехоустойчивости в конструкциях электронных средств: монография. Воронеж: Воронежский государственный технический университет, 2013. 234 с.

4. *Ашихмин А.В., Федоров С.М., Негробов В.В., Пастернак Ю.Г., Авдюшин А.С.* Антенна Вивальди с печатной линзой на единой диэлектрической подложке. Патент на изобретение RU 2593910 C2. 10.08.2016. Заявка № 2014128331/28 от 11.07.2014.

5. *Зеленин И.А., Рыжиков А.Г., Фёдоров С.М.* Антенная решетка на основе линзы Ротмана // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2012. Т. 8, № 11. С. 102–105.

6. *Рыжиков А.Г., Слинчук С.А., Фёдоров С.М., Чугуевский В.И.* Исследование характеристик антенной решетки на основе линзы Ротмана и антенн с эллиптическими плечами // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2013. Т. 9, № 2. С. 49–52.

7. *Ашихмин А.В., Першин П.В., Фёдоров С.М.* Пеленгование с использованием модели, в которой наблюдаемое поле является суперпозицией плоской падающей волны и рассеянных сферических волн, создаваемых блестящими точками на корпусе рассеивателя // Вестник Воронежского института МВД России. 2018. № 3. С. 70–76.

References

1. *Kechiev L.N.* Design of Printed Circuit Boards for High-Speed Digital Equipment. Moscow: IDT Group, 2007. 616 p.

2. *Romashchenko M.A., Churakov P.P.* Modeling the Near Electromagnetic Field of Electronic System Designs Using Numerical Methods // Bulletin of the Voronezh State Technical University. 2012. Vol. 8, No. 3. Pp. 109–112.

3. *Makarov O.Yu., Muratov A.V., Romashchenko M.A.* Methods for Ensuring Intra-Hardware Electromagnetic Compatibility and Noise Immunity in Electronic Designs: A Monograph. Voronezh: Voronezh State Technical University, 2013. 234 p.

4. *Ashikhmin A.V., Fedorov S.M., Negrobov V.V., Pasternak Yu.G., Avdyushin A.S.* Vivaldi antenna with a printed lens on a single dielectric substrate. Invention patent RU 2593910 C2.10.08.2016. Application No. 2014128331/28 dated 11.07.2014.

5. *Zelenin I.A., Ryzhikov A.G., Fedorov S.M.* Antenna array based on a Rothman lens // Bulletin of the Voronezh State Technical University. 2012. Vol. 8, No. 11. Pp. 102–105.

6. *Ryzhikov A.G., Slinchuk S.A., Fedorov S.M., Chuguevsky V.I.* Study of the characteristics of an antenna array based on a Rothman lens and antennas with elliptical arms // Bulletin of the Voronezh State Technical University. 2013. Vol. 9, No. 2. Pp. 49–52.

7. *Ashikhmin A.V., Pershin P.V., Fedorov S.M.* Direction finding using a model in which the observed field is a superposition of a plane incident wave and scattered spherical waves generated by shiny dots on the diffuser body // Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia. 2018. No. 3. Pp. 70–76.

Информация об авторах

В.В. Глотов, к.т.н., доцент кафедры радиоэлектронных устройств и систем
Н.Д. Майков, студент
С.М. Фёдоров, к.т.н., доцент

Information about the authors

V.V. Glotov, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor of Radio Electronic Devices and Systems Chair
N.D. Maykov, student
S.M. Fedorov, Ph.D. in Engineering Sciences, Associate Professor

Статья поступила в редакцию 13.03.2026
Одобрена после рецензирования 19.03.2026
Принята к публикации 25.03.2026

The article was submitted 13.03.2026
Approved after reviewing 19.03.2026
Accepted for publication 25.03.2026

ДЛЯ ЗАМЕТОК