ISSN 1995-7009

# ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

ОАО КОНЦЕРН СОЗВЕЗДИЕ

3 2010

# ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 3/2010

Воронеж 2010

**Главный редактор**
докт.техн.наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

**РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:**

**Председатель**
докт.техн.наук, проф., чл.-кор. РАН
В.И. БОРИСОВ

**Зам. председателя**
докт.техн.наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

докт.физ.-мат.наук, проф.
Э.К. АЛГАЗИНОВ (г.Воронеж)
докт.техн.наук, проф.
А.С. БАГДАСАРЯН (г.Москва)
докт.физ.-мат.наук, проф.
Ю.С. БАЛАШОВ (г.Воронеж)
докт.техн.наук, проф., академик РАН
А.С. БУГАЕВ (г.Москва)
докт.техн.наук, проф.
В.И. ВЛАДИМИРОВ (г.Воронеж)
докт.физ.-мат.наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г.Москва)
докт.техн.наук, проф.
Ю.В. ЗАВРАЖНОВ (г.Воронеж)
докт.техн.наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г.Воронеж)
докт.техн.наук, проф.
В.И. КУЗНЕЦОВ (г.Воронеж)
докт.техн.наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г.Москва)
докт.техн.наук, с.н.с.
И.И. МАЛЫШЕВ (г.Воронеж)
докт.физ.-мат.наук, проф.
Ю.Б. НЕЧАЕВ (г.Воронеж)
докт.техн.наук, проф.
В.Н. ПОВЕТКО (г.Воронеж)
докт.техн.наук, проф.
Ю.С. СУХОРУКОВ (г.Воронеж)
докт.техн.наук, проф., академик РАЕН
Б.И. ШАХТАРИН (г.Москва)
докт.техн.наук, проф.
А.П. ЯРЫГИН (г.Воронеж)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издается с 1966 года.

Выходит 4 раза в год.

В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов ОАО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки интегрированных информационных и телекоммуникационных систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 05.12.00 «Радиотехника и связь» и смежным специальностям группы 05.13.00 «Информатика, вычислительная техника и управление».

**Учредитель и издатель:**

**ОАО «Концерн «Созвездие»**

Издание зарегистрировано
в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-36740 от 1 июля 2009 г.

Подписной индекс
по «Каталогу российской прессы
«Почта России» – 72972

Сайт в Интернете:
www.sozvezdie.su

Набор и верстка компьютерные
Формат 60×88 ⅛. Уч.-изд.л. 11
Тираж 200 экз. Заказ № 50
Подписано в печать 02.09.2010 г.

© ОАО «Концерн «Созвездие», 2010

**СОДЕРЖАНИЕ**

***№ 3, 2010***

## ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАДИОСВЯЗИ

Сравнительный анализ эффективности воздействия различных видов помех на системы связи с ППРЧ
***В.М. Зинчук, Н.М. Радько, А.Е. Лимарев, А.В. Немчилов*** ..... 5

Метод ранжирования показателей дерева принятия решений при оценке качества данных в автоматизированных телекоммуникационных системах
***И.В. Сальтевский*** ..... 18

Теоретическое влияние турбулентных флуктуаций атмосферы в приземном слое на отношение сигнал–шум при лазерном лоцировании оптико-электронных средств
***А.Н. Глушков, А.Л. Митрофанов*** ..... 23

Анализ возможностей повышения эффективности работы автономной навигационной системы наземных мобильных объектов
***Е.К. Кичигин*** ..... 30

## ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

Виды представления частот сигнала в цифровом радиоприемном устройстве и переходы между ними
***В.А. Маковий*** ..... 36

Эффективность работы линии связи с импульсной модуляцией при наличии естественных и преднамеренных помех
***А.В. Аниканов, А.Л. Митрофанов, Н.С. Рогатнев*** ..... 46

Новый метод представления данных в модулярных кодах для цифровой обработки сигналов
***А.В. Велигоша*** ..... 52

Экспериментальное исследование характеристик сейсмосигналов в приповерхностном слое почвы при ударном воздействии
***И.В. Блинова, А.Б. Медведев, С.М. Огреб*** …… 59

Обеспечение целостности данных при передаче по КВ каналу
***В.А. Маковий, С.А. Чупеев*** …… 64

Математическая модель лазерной линии связи с учетом выстраивания молекул в лазерном поле
***С.В. Артыщенко, В.А. Дубинкин, О.В. Николаев*** …… 75

## АНТЕННЫ И ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА

Расчет характеристик излучения одно- и двухслойных микрополосковых антенн с использованием скалярных потенциалов Герца
***Ю.Б. Нечаев, Д.Н. Борисов, Е.Н. Каширская*** …… 86

Двенадцатисекторная коммутационная антенная решетка диапазона 1,5–1,9 ГГц на основе широкополосных микрополосковых излучателей
***Ю.Б. Нечаев, Е.С. Макаров*** …… 91

Оптимизация фильтра нижних частот на полусосредоточенных элементах при помощи САПР
***Д.В. Осьминин*** …… 98

Об интегральных уравнениях криволинейных щелевых антенн, расположенных на криволинейных поверхностях летательных аппаратов
***Ю.Ю. Радциг, М.А. Хаванова*** …… 104

Пространства состояний линейной системы фазовой автоподстройки частоты
***С.К. Романов, Н.М. Тихомиров, Д.Н. Рахманин*** …… 108

УДК 621.391.372.019

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВОЗДЕЙСТВИЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ПОМЕХ НА СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ППРЧ

**В.М. Зинчук**, нач. отд., тел.: (4732) 52-58-22
**Н.М. Радько**, зам. ген. дир. по науч. работе, тел.: (4732) 52-36-25
**А.Е. Лимарев**, нач. сект., тел.: (4732) 52-58-22
**А.В. Немчилов**, нач. НТО, тел.: (4732) 52-20-22
ОАО «Концерн «Созвездие»

*Проведена сравнительная оценка эффективности воздействия сплошной по спектру заградительной помехи, оптимальной полосно-заградительной и ответной шумовой помехи на радиолинии связи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты. Показателем выбрана мощность помехи, обеспечивающая одну и ту же вероятность ошибки на бит передаваемой информации в радиолинии.*

***Ключевые слова:*** *помеха в части полосы, ответная помеха, вероятность ошибки на бит, медленная ППРЧ.*

# EFFICIENCY COMPARATIVE ANALYSIS OF DIFFERENT JAM TYPES IMPACT UPON FH COMMUNICATION SYSTEMS

**V.M. Zinchuk**, head of department, tel.: (4732) 52-58-22
**N.M. Radko**, deputy general director on science, tel.: (4732) 52-36-25
**A.E. Limarev**, head of sector, tel.:(4732) 52-58-22
**A.V. Nemchilov**, head of Scientific and Technical Department, tel.: (4732) 52-20-22
JSC «Sozvezdie» Concern»

*Efficiency comparative estimate of spectrum-continuous barrage jamming, continuous barrage and repeater noise jamming over the Frequency Hopping radio lines is carried out. Jamming power is chosen to be the efficiency index which provides the same error probability per transmitted data bit over the radio line.*

***Key words:*** *partial-band jamming, repeater jamming, bit error probability, slow FH.*

## *Введение*

Одним из эффективных путей обеспечения помехоустойчивости (ПУ) разрабатываемых систем радиосвязи (СРС) в условиях воздействия преднамеренных или непреднамеренных помех является применение сигналов с расширенным спектром: шумоподобных сигналов (ШПС), сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ), псевдослучайной перестройкой времени (ППВ) и их комбинаций [1–2]. Концепции, теоретические и технические аспекты проектирования помехоустойчивых СРС, использующих сигналы с расширенным спектром, а также вопросы их помехоустойчивости изложены, например, в [1–14]. Наиболее широкое распространение как в военных, так и в коммерческих системах связи получили сигналы с ППРЧ.

В зависимости от соотношения времени работы на одной частоте и длительности информационного бита передаваемой информации ППРЧ может быть классифицирована на межбитовую, побитовую и внутрибитовую [5, 9]. При межбитовой ППРЧ два или более информационных бита передаются на одном скачке частоты (рис. 1а). При побитовой ППРЧ передача каждого бита производится на одной частоте (рис. 1б). При внутрибитовой ППРЧ передача осуществляется путем разнесения информационного бита на независимые частотные элементы (субсимволы), каждый из которых передается на своей частоте. При межбитовой ППРЧ скорость передачи данных $R_b = 1/T_b$ больше скорости перестройки рабочей частоты $R_h = 1/T_h$, где $T_b$, $T_h$ – длительности информационного бита и скачка частоты. Поэтому межбитовую ППРЧ принято называть медленной (slow-frequency hopping – SFH). Для побитовой и внутрибитовой ППРЧ $R_h \geq R_b$, поэтому их принято называть быстрой ППРЧ (fast-frequency hopping – FFH).

Для подавления систем радиосвязи с ППРЧ применяются различные виды организованных помех: широкополосная шумовая помеха, шумовая помеха в части полосы, многотональная гармоническая помеха, прицельная ответная помеха [5, 9]. Анализу помехоустойчивости демодуляторов к воздействию перечисленных видов помех посвящено значительное количество публикаций, например [17–21]. Однако в указанных работах отсутствует сравнительный анализ в оценке их эффективности и рекомендации постановщику помех по их применению.

Целью настоящей работы является проведение сравнительного анализа эффективности воздействия ответных помех и шумовых помех в части полосы на системы радиосвязи с ППРЧ. Показателем эффективности является мощность помехи, обеспечивающая одну и ту же среднюю вероятность ошибки на бит передаваемой информации в радиолинии с ППРЧ.

### *1. Модель сигнала и помех*

Рассмотрим сначала сигналы с медленной ППРЧ и двоичной частотной модуляцией (ЧМ). Такой сигнал, соответствующий символу «единица» или «ноль», можно рассматривать как последовательность радиоимпульсов со случайной начальной фазой, частоты которых перестраиваются в соответствии с заданной псевдослучайной последовательностью (ПСП) в выделенном частотном диапазоне $W_s$. Модель такого сигнала за время $j$-го скачка частоты длительностью $T_h$ может быть представлена в виде

$$s(t)=\sqrt{2P_s}\cos\left[\left(\omega_j+i\Omega\right)t+\varphi_i\right]g\left(t-jT_h\right),\ i=0,1, \tag{1}$$

где $i=0$ соответствует символу «ноль», $i=1$ соответствует символу «единица»; $P_s$ – мощность сигнала; $\omega_j$ – одна из $M$ рабочих частот в диапазоне $W_s$; $\Omega$ – частота модуляции; $\varphi_i\in[0,2\pi]$ – начальная фаза скачка частоты ($i=0,1$); $g(t)$ – прямоугольный импульс:

$$g(t)=\begin{cases}1 & \text{при} \quad 0\le t\le T_h,\\ 0 & \text{при} \quad t<0,\ t>T_h.\end{cases} \tag{2}$$

Частотно-временная матрица такого сигнала с неслучайной ЧМ, при которой полосы пропускания каналов «единицы» и «нуля» соприкасаются по частоте, изображена на рис. 1б.

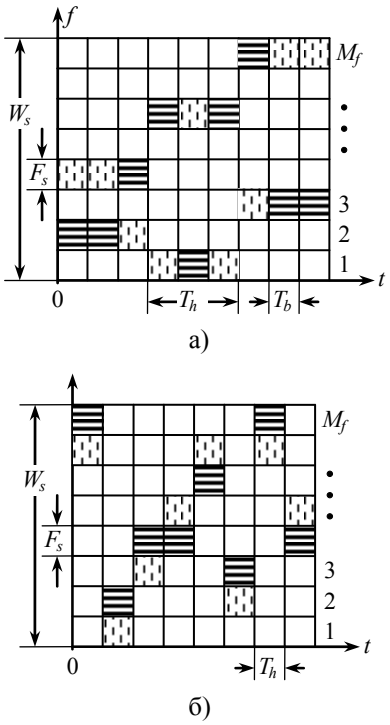



Рис. 1. Фрагменты частотно-временной матрицы сигналов:
а) с межбитовой ППРЧ и двоичной ЧМ,
б) побитовой ППРЧ и неслучайной ЧМ

На рисунке использованы следующие обозначения: $W_s$ – общая полоса частот; $F_s$ – полоса частот текущего скачка; $W_h=1/T_h$, $T_h$ – длительность одного скачка частоты; $M=W_s/F_s$ – число частотных каналов.

### *2. Модели преднамеренных помех*

#### *2.1. Заградительная шумовая помеха в части полосы*

Заградительная шумовая помеха (ШП) в части полосы может быть представлена в виде сосредоточенного по полосе спектра гауссовского шума $J(t)$ мощности $P_J$ с равномерной спектральной плотностью в полосе $\gamma W_s$ ($0<\gamma\le1$). При этом мощность помехи $\sigma_J^2$, воздействующей на каждый частотный элемент сигнала в подавляемой полосе частот $\gamma W_s$, равна

$$\sigma_J^2=\frac{P_J}{\gamma W_s}W_h=\frac{N_J}{\gamma}W_h, \tag{3}$$

где $N_J=P_J/W_s$ – средняя спектральная плотность мощности ШП в пределах общей полосы $W_s$; $W_h$ – ширина полосы частотной позиции сигнала с ППРЧ. В пределе при $\gamma=1$ полосно-

заградительная помеха превращается в заградительную помеху во всей полосе частот.

В принципе система связи с ППРЧ может изменять полосу частот под воздействием шумовой помехи, поэтому естественно предположить, что положение шумовой помехи также может изменяться, но медленнее, чем скорость изменения ППРЧ. Для простоты анализа можно предположить, что момент скачка полосы совпадает во времени с моментом скачка сигнала с ППРЧ (рис. 2).

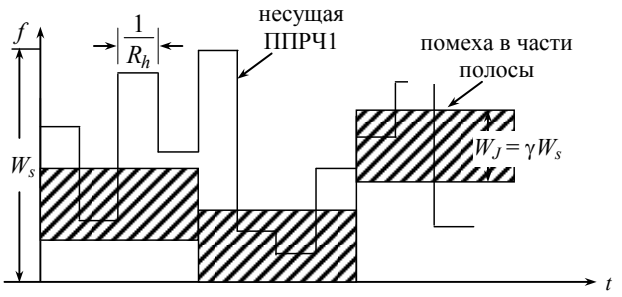



Рис. 2. Частотно-временная диаграмма помехи в части полосы

При равномерном распределении частотных элементов сигнала с ППРЧ в общей полосе $W_s$ параметр $\gamma$ можно интерпретировать как вероятность попадания частотного элемента в область воздействия помехи. Поскольку каналы примыкают друг к другу, будем считать, что оба канала либо одновременно подавляются с вероятностью $\gamma$, либо одновременно не подавляются с вероятностью $(1-\gamma)$. При таких условиях средняя вероятность ошибки на бит $P_E$ в общем виде может быть представлена зависимостью [9, 17, 18]

$$P_E = \gamma P_{E2}(\gamma,2) + (1-\gamma) P_{E0}\left(\frac{E_b}{N_0}\right), \qquad (4)$$

где $P_{E2}$, $P_{E0}$ – условные вероятности ошибки на бит при воздействии помехи на оба канала и в отсутствие помехи на входе демодулятора соответственно; $E_b$ – энергия информационного бита ($E_b = P_s T_b$); $N_0$ – односторонняя спектральная плотность мощности собственных шумов. При $\gamma = 1$ шумоподобная помеха в части полосы превращается в заградительную помеху, моделью которой является белый гауссовский шум со спектральной плотностью мощности $N_J$.

Согласно [5, 9] условная вероятность ошибки на бит при воздействии только собственных шумов со спектральной плотностью мощности $N_0$ имеет вид

$$P_{E0}\left(\frac{E_b}{N_0}\right) = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right), \qquad (5)$$

а при воздействии шумовой помехи на оба канала

$$P_{E2}(\gamma,2) = \frac{1}{2}\gamma\exp\left\{-\frac{E_b}{2\left(N_0 + N_J/\gamma\right)}\right\} = \frac{1}{2}\gamma\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{N_0}{E_b} + \frac{P_J}{\gamma K_s P_s}\right)^{-1}\right\}, \qquad (6)$$

где $K_s$ – коэффициент расширения спектра сигнала с ППРЧ; для рассматриваемого случая $K_s = W_s/W_b$, $W_b = 1/T_b$. После подстановки (5)–(6) в (4) запишем выражение для средней вероятности ошибки на бит для двоичной ППРЧ в удобном для дальнейшего анализа виде

$$P_E(\gamma) = \frac{1}{2}\gamma\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{N_0}{E_b} + \frac{P_J}{\gamma K_s P_s}\right)^{-1}\right\} + \frac{1}{2}(1-\gamma)\exp\left\{-\frac{E_b}{2N_0}\right\}. \qquad (7)$$

Для медленной ППРЧ с алфавитом $M = 2^l$ ортогональных сигналов ($l = \log_2 M$) на каждом скачке частоты передается $l$ бит информации. В этом случае скорости $M$-ичного символа, бита и скачка частоты связаны соотношением

$$R_s = \frac{R_b}{l} \geq R_h.$$

Энергия на переданный $M$-ичный символ равна

$$E_s = P_s / R_s = \frac{l P_s}{R_b} = l E_b,$$

где $P_s/R_b = E_b$ – энергия бита. Вероятность ошибки на бит для $M$-ичной ППРЧ, аналогично (7), определяется из формулы [5, 9]

$$P_E(\gamma) = \frac{\gamma}{2(M-1)}\sum_{i=2}^{M}(-1)^i C_M^i \exp\left\{-\frac{i-1}{i} l\left(\frac{N_0}{E_b} + \frac{P_J}{\gamma K_s P_s}\right)^{-1}\right\} + \frac{(1-\gamma)}{2(M-1)}\sum_{i=2}^{M}(-1)^i C_M^i \exp\left\{-\frac{l(i-1)}{i}\frac{E_b}{N_0}\right\}. \qquad (8)$$

В соответствии с (7) на рис. 3 изображены графики зависимости средней вероятности ошибки на бит $P_E$ (сплошные линии) как функции от коэффициента γ при $E_s/G_0 = 13{,}35$ дБ (что соответствует вероятности ошибки $P_E = 10^{-5}$ в отсутствие помех), эквивалентное отношение сигнал/помеха $q^2_{\text{эфф}} = K_s P_s / P_J$ выступает в качестве параметра. Пунктирные кривые соответствуют $M$-ичной ППРЧ для $M = 4$.

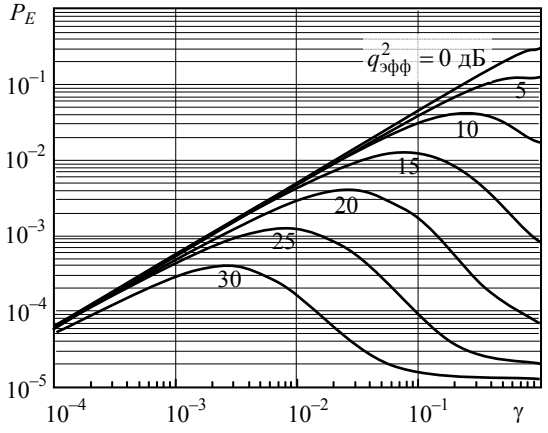



Рис. 3. Зависимость СВО на бит от коэффициента γ

Эффективность помех в части полосы становится очевидной, если судить по разнице между максимальным значением СВО на бит и значением СВО на бит при $\gamma = 1$ для каждого графика $P_E(\gamma)$.

Параметр γ наихудшей помехи для линии радиосвязи с ППРЧ определяется из условия максимума средней вероятности ошибки на бит (8). Для $M = 2$ максимум вычисляется аналитически, а для $M \geq 4$ – численно. Результаты численных расчетов можно обобщить следующим образом [5, 9]:

$$\gamma_{\text{opt}} \approx \begin{cases} \dfrac{\alpha P_J}{K_s P_s} \text{ при } \dfrac{\alpha P_J}{K_s P_s} < 1, \\ 1 \text{ при } \dfrac{\alpha P_J}{K_s P_s} \geq 1. \end{cases} \qquad (9)$$

При этом, если пренебречь собственными шумами, максимальная средняя вероятность ошибки на бит принимает вид

$$P_{E\max} = \begin{cases} \dfrac{\beta P_J}{K_s P_s}, & \dfrac{\alpha P_J}{K_s P_s} < 1,\ \gamma_{\text{opt}} < 1, \\ \dfrac{1}{2(M-1)} \displaystyle\sum_{i=2}^{M} (-1)^i C_M^i \exp\left\{ -\frac{l(i-1)}{i} \frac{K_s P_s}{P_J} \right\}, & \dfrac{\alpha P_J}{K_s P_s} \geq 1,\ \gamma_{\text{opt}} = 1. \end{cases} \qquad (10)$$

Сумма в нижней части (10) является знакочередующейся с убывающими слагаемыми, поэтому она ограничена первым членом, откуда следует, что

$$P_E \leq \begin{cases} \dfrac{\beta P_J}{K_s P_s}, & \dfrac{\alpha P_J}{K_s P_s} < 1, \\ \dfrac{M}{4} e^{-\frac{l}{2}\frac{K_s P_s}{P_j}}, & \dfrac{\alpha P_J}{K_s P_s} \geq 1. \end{cases} \qquad (11)$$

Параметры α, β и максимальная вероятность ошибки для помехи в части полосы приведены в таблице.

| $l$ | α, дБ | α, раз | β | $P_{E\max}$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,01 | 2,0008 | $e^{-1} = 0{,}3670$ | 0,1834 |
| 2 | 0,76 | 1,1914 | 0,2329 | 0,1955 |
| 3 | –0,33 | 0,9268 | 0,1954 | 0,2108 |
| 4 | –0,59 | 0,8729 | 0,1812 | 0,2076 |
| 5 | –1,41 | 0,7226 | 0,1759 | 0,2434 |

Из анализа (9), (10) и результатов численных расчетов следует, что при мощности помех $P_J \leq K_s P_s / \alpha$ помеха сосредотачивается в части полосы, а экспоненциальный характер зависимости вероятности ошибки от эффективного отношения сигнал/помеха меняет на обратно пропорциональный. При мощности помех $P_J > K_s P_s / \alpha$ (вероятность ошибки на бит в этом случае для двоичной ППРЧ превышает 0,18) оптимальной является заградительная во всей полосе помеха с экспоненциальным характером зависимости вероятности ошибки от эффективного отношения сигнал/помеха $q^2_{\text{эфф}} = K_s P_s / P_J$. Следует также отметить, что с уменьшением мощности помех происходит сужение подавляемой полосы частот. Подавляемая полоса также сужается при увеличении размерности алфавита $M$. Однако при шумовой помехе в части полосы вероятность ошибки на бит не может превысить значения,

приведенные в последнем столбце таблицы. Указанные значения могут быть превышены только заградительной помехой во всей полосе при возрастании мощности помех.

### *2.2. Ответная шумовая помеха*

При создании ответных помех кроме заданного времени срабатывания станции ответных помех (СОП) $t_{\text{ср}}$ требуется обеспечить надежное обнаружение и эффективное подавление сигналов данной системы радиосвязи с ППРЧ. Для учета влияния отмеченных факторов на среднюю вероятность ошибки на бит нужно ввести вероятность того, что символ будет обнаружен за время срабатывания $t_{\text{ср}}$ и подавлен. Обозначим эту вероятность через $P_d$. С учетом введенных обозначений среднюю вероятность ошибки на бит при воздействии ответных помех для медленной ППРЧ можно представить следующим образом [9]:

$$P_E = \rho P_d P_{E1}\left(\frac{E_b}{N_0 + N_J}\right) + \left(1-\rho P_d\right) P_{E0}\left(\frac{E_b}{N_0}\right), \quad (12)$$

где ρ – коэффициент перекрытия, характеризующий часть скачка частоты, пораженную ответной помехой ($0<\rho<1$); $P_{E1}(\cdot)$, $P_{E0}(\cdot)$ – вероятность ошибки на бит при поражении ответной помехой и в ее отсутствие соответственно; $N_J$ – спектральная плотность мощности ответной помехи; $N_0$ – спектральная плотность мощности собственных шумов. Перекрытие сигнала ответной помехой зависит не только от времени срабатывания, но и от взаимного расположения (топологии) передатчика и приемника СРС и СОП на местности (рис. 4, где обозначено: $r_1 = d_{J1}$, $r_2 = d_{J2}$ – расстояния между СОП и передатчиком и между СОП и приемником соответственно, $t_{J1}$ – время распространения сигнала от передатчика к СОП, $t_{J2}$ – время распространения помехи от СОП к приемнику, $t_{\text{ср}}$ – время срабатывания СОП).

Из анализа рис. 4 следует, что воздействие ответной помехи с коэффициентом перекрытия, превосходящим ρ, достигается при выполнении условия

$$t_{\text{з}} + t_{\text{ср}} = \frac{d_{J1} + d_{J2} - d_{12}}{c} + t_{\text{ср}} = \left(1-\rho\right) T_h, \quad (13)$$

где $c$ – скорость распространения радиоволн, $t_{\text{з}} = \left(d_{J1} + d_{J2} - d_{12}\right)/c$ – время задержки из-за разности хода электромагнитной волны.

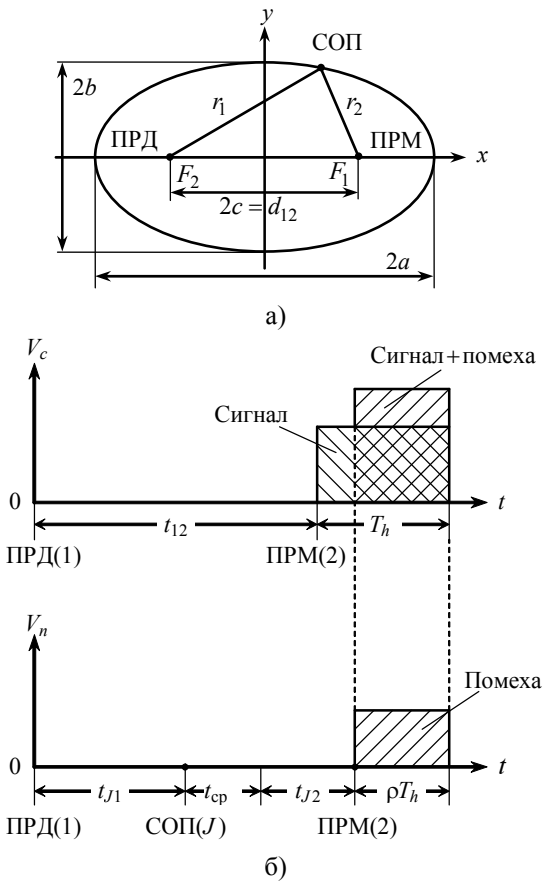



Рис. 4. Геометрия размещения на местности (а) и временные соотношения работы (б) передатчика СРС и СОП

Выражение (13), переписанное эквивалентным образом:

$$r_1 + r_2 = d_{J1} + d_{J2} = \\ = \left[(1-r)T_h - t_{\text{ср}}\right]c + d_{12}, \quad t_{\text{ср}} < T_h, \quad (14)$$

определяет собой эллипс, в фокусах которого размещаются передатчик и приемник. Если станция помех находится внутри эллипса, то ответная помеха воздействует на приемник с коэффициентом перекрытия, превышающим ρ. В противном случае (за пределами эллипса) коэффициент перекрытия меньше ρ.

Таким образом, если пренебречь затуханием радиоволн, то для оценки эффективности ответной помехи возникают дополнительные по сравнению с помехой в части полосы ограничения, обусловленные временем задержки из-за пространственного размещения передатчика, приемника, СОП и необходимостью оценки за время $t_{\text{ср}}$ частотной позиции сигнала с ППРЧ.

### *3. Сравнительный анализ эффективности помех*

Как уже отмечалось, критерием эффективности воздействия помех на системы связи с ППРЧ является средняя вероятность ошибки на бит передаваемой информации. Поэтому, исходя из заданной вероятности ошибки на бит (для бинарной ППРЧ $P_E < 1/2$), определим необходимую мощность помехи, обеспечивающую требуемую вероятность ошибки.

#### *3.1. Заградительная во всей полосе шумовая помеха*

Вероятность ошибки на бит для заградительной во всей полосе шумовой помехи получается из (7) при $\gamma = 1$:

$$P_E = \frac{1}{2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{N_0}{E_b} + \frac{P_J}{K_s P_s}\right)^{-1}\right\}. \qquad (15)$$

Предположим, что в отсутствие помехи отношение сигнал/шум $E_b/N_0$ велико. Тогда вероятность ошибки на бит (15) можно аппроксимировать выражением

$$P_E = \frac{1}{2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{K_s P_s}{P_J}\right\}. \qquad (16)$$

После логарифмирования и преобразований из (16) получим выражение для мощности заградительной помехи, обеспечивающей заданную вероятность ошибки:

$$P_{J\ \text{заг}} = -\frac{K_s}{2}\frac{P_s}{\ln(2P_E)}, \qquad (17)$$

откуда следует, что требуемая мощность заградительной помехи зависит от коэффициента расширения спектра $K_s$, мощности сигнала $P_s$ и вероятности ошибки $P_E$.

#### *3.2. Заградительная в части полосы шумовая помеха*

Для оптимальной заградительной в части полосы помехи оптимальное значение параметра $\gamma_{\text{opt}}$ и вероятность ошибки на бит определяются согласно (9)–(10), откуда для $M = 2$ можно получить аналитическое выражение для необходимой мощности помехи, обеспечивающей заданную вероятность ошибки. Действительно, в этом случае выражение (10) принимает вид

$$P_E = \begin{cases} \dfrac{P_J}{K_s P_s e}, & \dfrac{P_J}{K_s P_s} < \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{1}{2} e^{-\frac{K_s P_s}{2P_j}}, & \dfrac{P_J}{K_s P_s} \ge \dfrac{1}{2}, \end{cases} \qquad (18)$$

откуда получается необходимая мощность помехи

$$P_{J\,\text{opt}} = \begin{cases} K_s P_s P_E e, & P_E < \dfrac{1}{2e}, \\ -\dfrac{K_s P_s}{2\ln(2P_E)}, & P_E \ge \dfrac{1}{2e}. \end{cases} \qquad (19)$$

Из (17), (19) получаем выражение для выигрыша по мощности оптимальной полосно-шумовой помехи у заградительной во всей полосе:

$$k = \frac{P_{J\ \text{заг}}}{P_{J\,\text{opt}}} = \begin{cases} -\dfrac{1}{2P_E e \ln(2P_E)}, & P_E < \dfrac{1}{2e}, \\ 1, & P_E \ge \dfrac{1}{2e}. \end{cases} \qquad (20)$$

На рис. 5 приведена зависимость коэффициента выигрыша $k$ (в дБ) оптимальной помехи у заградительной от вероятности ошибки на бит в радиолинии с ППРЧ.

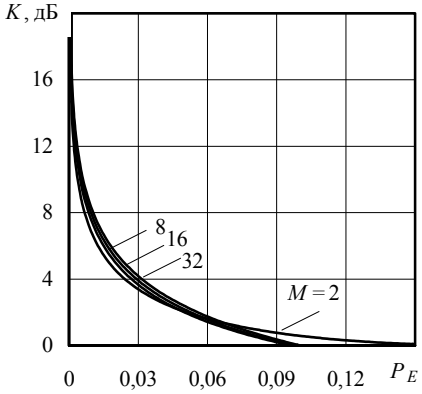



Рис. 5. Зависимость коэффициента выигрыша от требуемой вероятности ошибки на бит

Как следует из рис. 5, оптимальная полосно-шумовая помеха существенно превосходит заградительную только в области малых вероятностей ошибки. Так, например, при $P_E = 0{,}05$ выигрыш составляет менее 2 дБ, при $P_E = 0{,}1$ – менее 1 дБ. Поэтому даже оптимальной полосно-шумовой помехой невозможно осуществить эффективное подавление, например, с вероятностью ошибки на бит, превышающей 0,15. Подавление с более высокой вероятностью ошибки достигается заради-

тельной шумовой помехой во всей полосе. Аналогичное (20) выражение для $M$-ичной ППРЧ можно записать следующим образом:

$$P_J = -\frac{lK_s P_s}{2\ln\left(4P_E/M\right)}, \tag{21}$$

$$k = \begin{cases} -\dfrac{l\beta}{2P_E \ln\left(4P_E/M\right)}, & P_E < \dfrac{\beta}{\alpha}, \\ 1, & P_E \geq \dfrac{\beta}{\alpha}. \end{cases} \tag{22}$$

### *3.3. Ответная шумовая помеха*

Если в (12) пренебречь вероятностью ошибки, обусловленной только собственными шумами, то получим приближенное выражение для средней вероятности ошибки при воздействии ответной помехи с коэффициентом перекрытия ρ:

$$P_E \approx \rho P_d P_{E1}\left(\frac{E_b}{N_0 + N_J}\right), \tag{23}$$

где для рассматриваемого случая

$$P_{E1}\left(\frac{E_b}{N_0 + N_J}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{N_0}{E_b} + \frac{P_J}{P_s}\right)^{-1}\right\} \approx \frac{1}{2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{P_s}{P_J}\right\}. \tag{24}$$

Следовательно,

$$P_E \approx \rho P_d \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{P_s}{P_J}\right), \tag{25}$$

откуда после преобразований определяем требуемую мощность ответной помехи, обеспечивающую заданную среднюю вероятность ошибки:

$$P_{J\ \text{отв}} = -\frac{P_s}{2\ln\left(2P_E/(\rho P_d)\right)}. \tag{26}$$

Выражение (26) имеет физический смысл при

$$\rho P_d > 2P_E. \tag{27}$$

При выполнении условия (27) коэффициент выигрыша по мощности ответной помехи перед заградительной принимает вид

$$k = \frac{P_{J\ \text{заг}}}{P_{J\ \text{отв}}} = K_s\left(1 - \frac{\ln \rho P_d}{\ln 2P_E}\right), \tag{28}$$

откуда следует, что коэффициент выигрыша $k$ возрастает от 0 до $K_s$ в зависимости от изменения значений $\rho P_d$ от $2P_E$ до 1. Выражение (28) можно также записать как выражение для $\rho P_d$, обеспечивающее заданный коэффициент выигрыша:

$$\rho P_d = \left(2P_E\right)^{1-\frac{k}{K_s}}. \tag{29}$$

При $k = 1$ эффективность ответной и заградительной помехи совпадает. При этом

$$\rho P_d^* = \left(2P_E\right)^{\frac{K_s - 1}{K_s}} \approx 2P_E. \tag{30}$$

Коэффициент выигрыша ответной помехи у оптимальной шумовой в части полосы для двоичной ППРЧ с учетом (26) и (19) принимает вид

$$k = \frac{P_{J\,\text{opt}}}{P_{J\ \text{отв}}} = \begin{cases} 2K_s P_E e \ln\dfrac{\rho P_d}{2P_E}, & P_J < \dfrac{K_s P_s}{2}, \\ K_s\left(1 - \dfrac{\ln \rho P_d}{\ln\left(2P_E\right)}\right), & P_J \geq \dfrac{K_s P_s}{2}. \end{cases} \tag{31}$$

Аналогичная зависимость для коэффициента выигрыша для $M$-ичной ППРЧ имеет вид

$$k = \begin{cases} 2K_s P_E \beta^{-1} \ln\dfrac{M\rho P_d}{4P_E}, & P_E \dfrac{\beta}{\alpha}, \\ K_s \dfrac{\ln\left(4P_E/(M\rho P_d)\right)}{\ln\left(4P_E/M\right)}, & P_E \geq \dfrac{\beta}{\alpha}. \end{cases} \tag{32}$$

Из (31), (32) следует, что выигрыш ответной помехи прямо пропорционален коэффициенту расширения спектра $K_s$. При этом коэффициент пропорциональности $d$ представляет собой кусочно-аналитическую функцию, состоящую из двух частей. Для $P_E < P_E^*$ и $P_E \geq P_E^*$, например, при $M = 2$ она имеет вид

$$d = \begin{cases} 2P_E e \ln\dfrac{\rho P_d}{2P_E}, & P_E < P_E^* = \dfrac{1}{2e}, \\ 1 - \dfrac{\ln \rho P_d}{\ln\left(2P_E\right)}, & P_E > P_E^* = \dfrac{1}{2e}, \end{cases} \tag{33}$$

и каждая из её ветвей зависит от требуемой вероятности ошибки на бит $P_E$ и величины перекры-

тия $\rho P_d$. Верхняя часть (33) при фиксированном значении $rP_d\,(rP_d > 2P_E)$ является выпуклой вверх функцией, достигающей максимума при $P_E = rP_d/e$, со значением коэффициента пропорциональности

$$d_{\max} = \begin{cases} \rho P_d & \text{при} \quad \rho P_d < \dfrac{1}{e}, \\ 1 + \ln \rho P_d & \text{при} \quad \rho P_d \geq \dfrac{1}{e}. \end{cases} \qquad (34)$$

Вторая часть является монотонно убывающей функцией, обращающейся в ноль на границе допустимой области, т.е. при $P_E = \rho P_d/2$.

На рис. 6 приведены зависимости коэффициента пропорциональности как функции $P_E$ при различных значениях параметра $\rho P_d$ для оптимальной в части полосы (рис. 6а) и для заградительной во всей полосе помехи (рис. 6б).

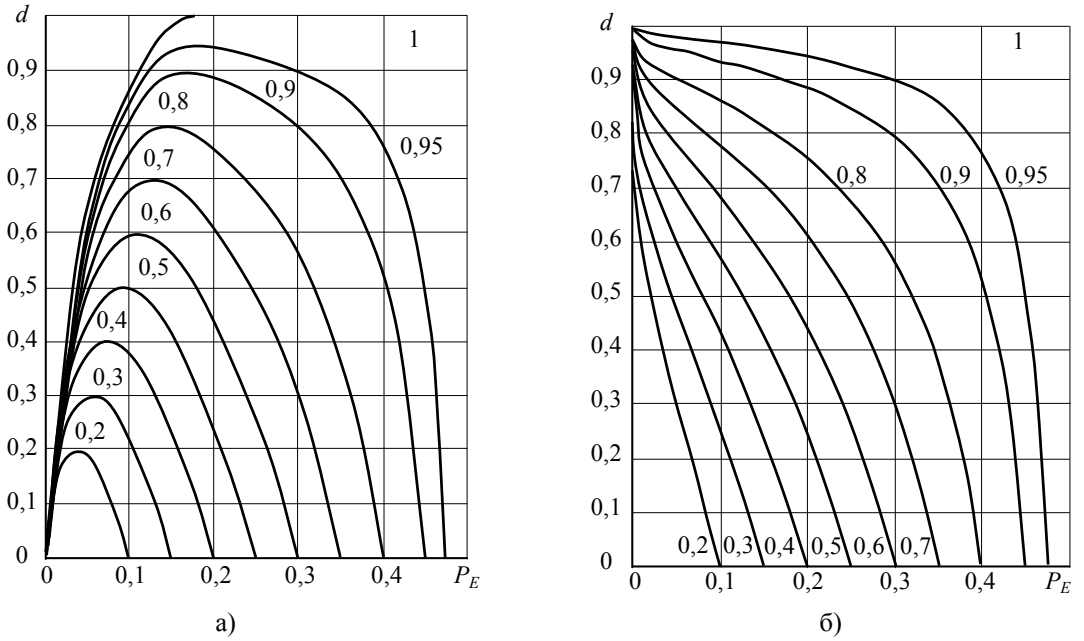



Рис. 6. Зависимость коэффициента пропорциональности *d* от требуемой вероятности ошибки на бит при различных значениях коэффициента перекрытия: а) для оптимальной в части полосы, б) для заградительной во всей полосе помехи

Из анализа рис. 6а следует, что при каждом фиксированном значении величины $\rho P_d$ ответная помеха может обеспечить подавление с вероятностью ошибки на бит $P_E$, заключенной в интервале с границами $P_E = 0$ и $P_E = \rho P_d/2$. Причем коэффициент пропорциональности *d* для оптимальной помехи представляет собой выпуклую вверх функцию с максимальным значением $d_{\max} = \rho P_d$ и обращающуюся в ноль на границах интервала. Исключение составляет вырожденный случай (физически нереализуемый) $\rho P_d = 1$, при котором, начиная со значения $P_E = 1/2e$, коэффициент пропорциональности равен 1, а выигрыш ответной помехи равен коэффициенту расширения спектра $K_s$.

Для заградительной во всей полосе помехи коэффициент пропорциональности монотонно убывает и обращается в ноль при $P_E = \rho P_d/2$ (рис. 6б). Из рис. 6а следует, что в области малых значений вероятности ошибки выигрыш ответной помехи у оптимальной полосно-заградительной помехи ниже, чем у заградительной во всей полосе.

С другой стороны, при фиксированном значении вероятности ошибки на бит коэффициент пропорциональности возрастает при увеличении параметра $\rho P_d$ (рис. 7). Рис. 7а соответствует оптимальной полосно-заградительной помехе, а рис. 7б – заградительной во всей полосе частот помехе.

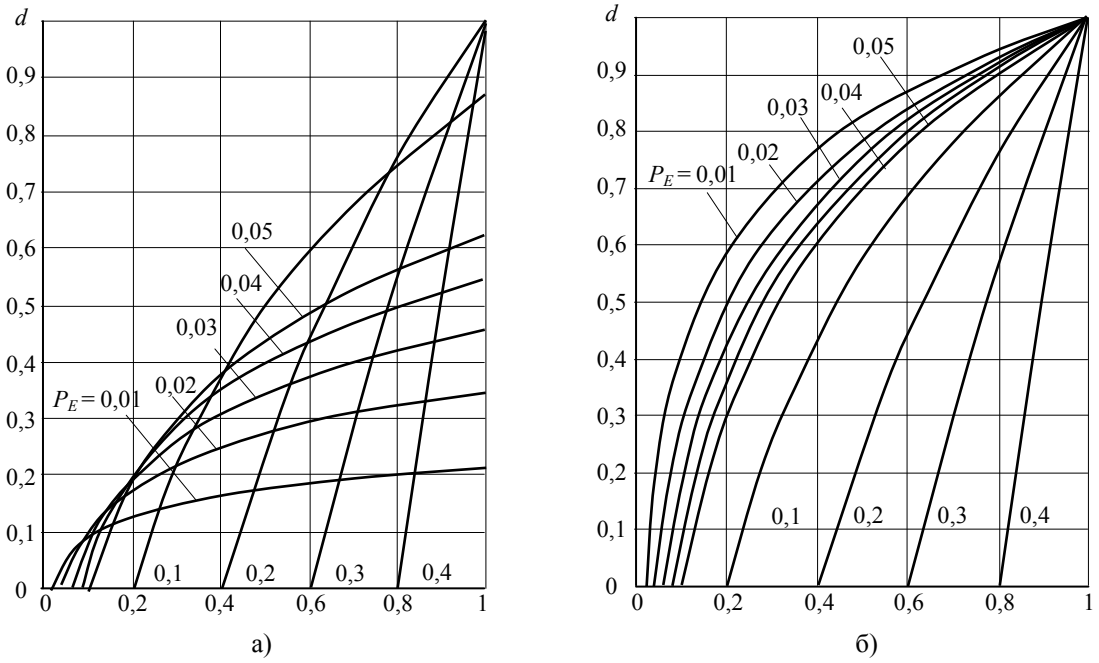



Рис. 7. Зависимость коэффициента пропорциональности от переменной $\rho P_d$ при фиксированных значениях вероятности ошибки:
а) для оптимальной в части полосы помехи,
б) для заградительной во всей полосе помехи

Эффективность ответной помехи зависит от величины $\rho P_d$, каждому значению которой соответствует определенное размещение передатчика, приемника и станции помех, т.е., в соответствии с (12), эллипс имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \qquad (35)$$

где большая полуось $a$ (по оси абсцисс – передатчик – приемник радиолинии с ППРЧ) и малая полуось $b$ (по оси ординат) определяются выражениями

$$a=\frac{1}{2}\left\{\left[(1-\rho)T_h - t_{\text{ср}}\right]c + d_{12}\right\}, \quad b=\frac{1}{2}\sqrt{a^2-d_{12}^2}.$$

Эллипс существует при $b \ge 0$, что влечет за собой выполнение неравенства

$$\rho \le \frac{T_h - t_{\text{ср}}}{T_h} \quad \text{или} \quad \rho P_d \le \frac{T_h - t_{\text{ср}}}{T_h} P_d. \qquad (36)$$

Предельный случай $b=0$, при котором неравенство (36) превращается в равенство, соответствует вырождению эллипса в отрезок прямой, соединяющий передатчик и приемник с ППРЧ. Если предположить, что время срабатывания равно времени контроля ($t_{\text{ср}} = t_k$), а вероятность правильного определения частотной позиции также зависит от времени контроля, тогда из (36) получается условие существования эллипса подавления при синхронном режиме [14]

$$\rho P_d \le \frac{T_h - t_k}{T_h} P_{\text{об}}(t_k). \qquad (37)$$

Для асинхронного режима подавления, согласно [14],

$$\rho P_{\text{об}}(t_k) \le \begin{cases} \dfrac{\left(\sqrt{T_h - \sqrt{\dfrac{t_k}{2}}}\right)^2}{T_h} P_{\text{об}}(t_k), & 0 \le t_k < \dfrac{T_h}{2}, \\ \dfrac{\frac{1}{2}(T_h - t_k)}{T_h} P_{\text{об}}(t_k), & \dfrac{T_h}{2} \le t_k < T_h. \end{cases} \qquad (38)$$

Таким образом, при каждом фиксированном времени контроля $t_k$ коэффициент $\rho$, определяющий эллипс подавления, удовлетворяет ограничениям (37), (38). Для многопозиционной системы вероятность правильного определения частотной позиции зависит от числа частотных по-

зиций $M$ (числа частотных каналов), отношения сигнал/шум по мощности $h^2$ на входе приемного устройства станции помех.

Вероятность правильного определения частотной позиции $P_{об}(t_k)$, например при некогерентной обработке, вычисляется следующим образом [14]. По заданной вероятности ложной тревоги $F$ находится нормированный порог обнаружения

$$z_k = -2\ln\left(1-\sqrt[M]{1-F}\right). \qquad (39)$$

Искомая вероятность определяется как

$$P_{об}\left(t_k\right) = \sum_{n=0}^{M-1} C_{M-1}^{n}(-1)^n J_n, \qquad (40)$$

где

$$J_n = \frac{1}{1+n} e^{-\frac{\lambda n}{2(n+1)}} Q\left(a_n, u_{0n}\right),$$

$$a_n = \sqrt{\lambda/(n+1)}, \quad u_{0n} = \sqrt{z_n(n+1)},$$

$Q(a,b)$ – $Q$-функция Маркума; $\lambda = 2q^2 = 2wt_k h^2$, $h^2$ – отношение сигнал/шум по мощности, $w$ – ширина полосы частотного канала многопозиционного обнаружителя. В согласованном с каналом передачи случае $w = 1/T_h$, параметр нецентральности $\lambda = 2t_k h^2$, $\tau_k = t_k / T_h$ – нормированная к длительности скачка частоты величина.

Из (40) следует, что вероятность правильного определения частотной позиции сигнала с ППРЧ зависит через параметр нецентральности $\lambda$ от времени контроля $t_k$. При этом с ростом $t_k$ вероятность $P_{об}(t_k)$ возрастает, а второй множитель в (37), (38) убывает. В связи с этим, как показано в [14], существует оптимальное значение времени контроля $t_k^*$, при котором среднее время подавления максимально. Например, при отношении сигнал/шум по мощности $h^2 = 20$ дБ на входе приемника станции помех и $M = 10^3$ в синхронном режиме нормированное время $t_k^* = 0{,}18$, а среднее время подавления $\overline{T}_н^* = 0{,}8$; для асинхронного режима $t_k^* = 0{,}17$, $\overline{T}_н^* = 0{,}472$ [14]. Следовательно, для рассматриваемого случая $\rho P_d \le 0{,}8$ в синхронном режиме и $\rho P_d \le 0{,}472$ – в асинхронном. И тогда получаются ограничения на допустимую вероятность ошибки на бит при подавлении: $P_E < 0{,}4$ для синхронного и $P_E < 0{,}236$ для асинхронного режима.

Как показано в [14], нормированное среднее время подавления $\overline{T}_н$ увеличивается при возрастании вероятности ложной тревоги. Поэтому для установления предельных возможностей целесообразно рассмотреть случай $F = 1$, $z_н = 0$, $Q(a,0) = 1$. Из (40) имеем

$$P_{об}\left(\tau_k\right) = \sum_{n=0}^{M-1} C_{M-1}^{n}(-1)^n \frac{1}{n+1} e^{-\frac{\lambda n}{2(n+1)}} \qquad (41)$$

и

$$\overline{T}_н = P_{об}\left(\tau_k\right)\left(1-\tau_k\right). \qquad (42)$$

При заданных значениях числа каналов $M$, отношении сигнал/шум по мощности $h^2$ на входе приемника станции помех величина $\overline{T}_н$ является функцией только нормированного времени контроля $\tau_k$.

Для $M = 2$ оптимальное значение $\overline{T}_н$ может быть найдено из (40), (41) аналитически:

$$\tau_k^* = \frac{\ln h^2/4}{h^2/2+1}, \qquad (43)$$

$$\overline{T}_н^* = \left(1-\frac{2}{h^2}\right)\left(1-\tau_k^*\right). \qquad (44)$$

Для $M > 2$ зависимость максимального значения $\overline{T}_н^*$ можно построить численно. Однако для большого числа каналов ($M > 50$) формула (40) теряет вычислительную устойчивость, и приемлемую точность обеспечивает аппроксимация [14]

$$P_{об}(\tau_k) = Q(a,b), \qquad (45)$$

где $Q(a,b)$ – $Q$-функция Маркума, $a = \sqrt{\lambda}$, $b = \sqrt{z_1}$, $z_1 = -2\ln\left(1-\sqrt[M-1]{1/2}\right)$.

На рис. 8 приведены зависимости оптимального нормированного времени контроля (убывающие кривые) и времени подавления (возрастающие кривые) от отношения сигнал/шум $h^2$ в синхронном (рис. 8а) и асинхронном (рис. 8б) режимах.

Из анализа результатов численных расчетов следует, что оптимальные значения среднего времени контроля для асинхронного и синхронного режимов близки и убывают с возрастанием отношения сигнал/шум. Однако при этом среднее время подавления для синхронного режима всегда выше, чем для асинхронного. Например, при $h^2 = 15$ дБ синхронный режим примерно в два раза превосходит асинхронный по среднему времени подавления. Приведенные кривые устанавливают верхнюю границу на параметры перекрытия ответной помехой частотного элемента сигнала с ППРЧ и, соответственно, на вероятность ошибки на бит в радиолинии с ППРЧ. Так, например, как это следует из рис. 8, при отношении сигнал/шум $h^2 = 15$ дБ в радиолинии с ППРЧ оптимальное относительное время контроля $\tau_k \approx 0{,}3$, вероятность правильного определения частотной позиции для многопозиционного ($M = 100$) обнаружителя $P_{об}(\tau_k) = 0{,}9$, относительное среднее время подавления в синхронном режиме $\overline{T}_н = P_{об}(\tau_k)(1 - \tau_k) \approx 0{,}63$. При этих данных предельно допустимое значение вероятности ошибки на бит $P_E^* = T_н/2 \approx 0{,}315$. Построим в качестве примера эллипсы, внутри которых можно осуществить синхронное подавление, обеспечивающее заданную вероятность ошибки $P_{Eтр} = 0{,}01;\ 0{,}1;\ 0{,}2$ при 500 ск/с ($T_h = 1/500$ с) и 1000 ск/с ($T_h = 1/1000$ с), скорость света $C = 300000$ км/с. Согласно данным, представленным на рис. 7, максимальный выигрыш ответной помехи достигается на отрезке прямой между передатчиком и приемником радиолинии при $\rho P_d = T_н = 0{,}63$, а коэффициент пропорциональности равен $d = 0{,}88$ при $P_E = 0{,}01$, $d = 0{,}7$ при $P_E = 0{,}1$, $d = 0{,}5$ при $P_E = 0{,}2$ и с уменьшением $\rho$ ($\rho = 0{,}022;\ 0{,}22;\ 0{,}45$) убывает до нуля.

На рис. 9 приведены предельные эллипсы, внутри которых должна находиться станция помех, чтобы обеспечить заданную вероятность ошибки. При этом коэффициент пропорциональности для выигрыша у заградительной помехи убывает в соответствии с кривыми на рис. 7а, а для оптимальной в части полосы – в соответствии с кривыми на рис. 7б.

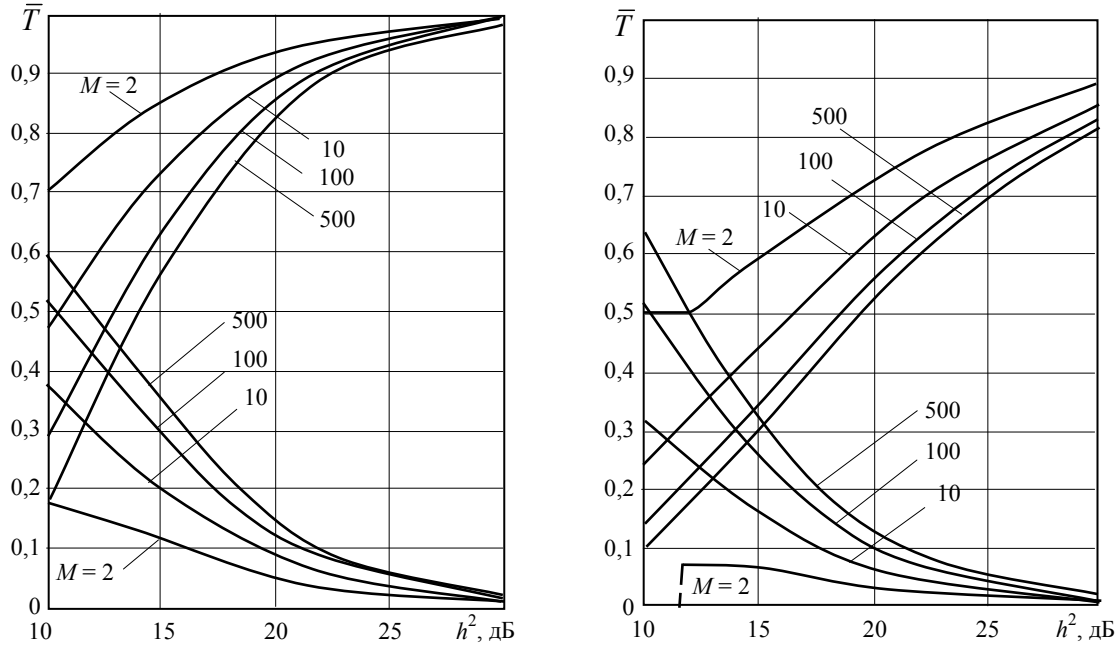
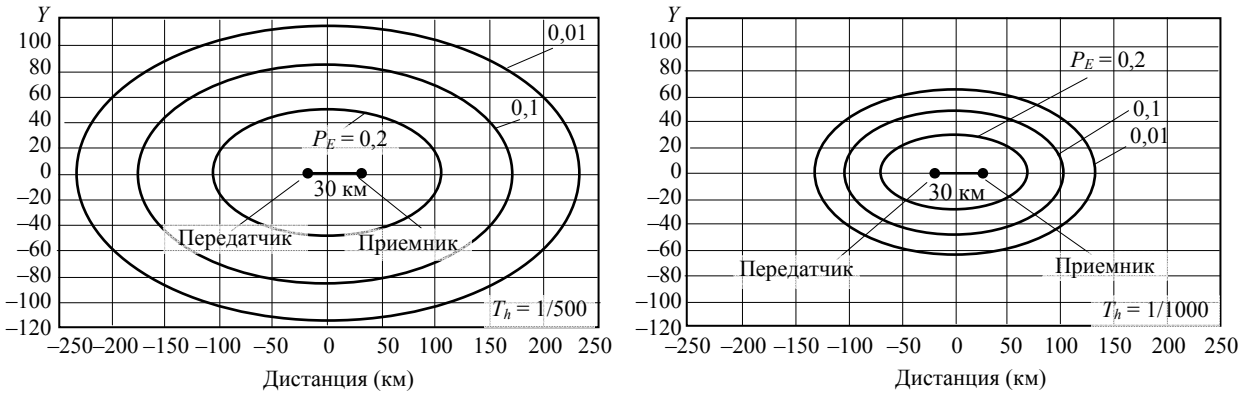



Рис. 8. Зависимость оптимальных значений времени контроля и среднего времени подавления от отношения сигнал/шум на входе приемника СОП:
а) синхронный режим, б) асинхронный режим




а) б)

Рис. 9. Предельные эллипсы подавления с заданной вероятностью ошибки $P_E$ = 0,01; 0,1; 0,2 для 500 ск/с (а) и для 1000 ск/с (б)

***Выводы***

1. При сравнении заградительных помех во всей полосе и в части полосы показано, что для помехи в части полосы существует оптимальное значение параметра $\gamma = \gamma_{\text{opt}}$, максимизирующее среднюю вероятность ошибки на бит в радиолинии с ППРЧ при заданном размере алфавита $M$ и эффективном отношении сигнал/помеха $q^2_{\text{эфф}}$. Причем при мощности помехи $P_J$, меньшей некоторого критического значения $P_J^* = K_s P_s / \alpha$, значение $\gamma_{\text{opt}} < 1$ и мощность помехи сосредотачивается в части полосы. Однако такая помеха может обеспечить вероятность ошибки меньшую, чем $P_E = 0{,}1834$. При $P_J > P^*$ оптимальная помеха в части полосы превращается в заградительную во всей полосе и с ростом мощности может обеспечить требуемую вероятность ошибки. Таким образом, оптимальная помеха в части полосы оказывается эффективнее заградительной только в тех случаях, когда нужно осуществить подавление с малой вероятностью ошибки на бит ($P_E \le 0{,}1834$).

2. Выигрыш ответной помехи у заградительной (как в части полосы, так и во всей полосе) прямо пропорционален коэффициенту расширения спектра $K_s$. Однако коэффициент пропорциональности нелинейным образом зависит от двух параметров: требуемой вероятности ошибки на бит $P_E$ после подавления и среднего времени подавления ответной помехой частотного элемента сигнала с ППРЧ $\overline{T}_{\text{н}}$. При каждом фиксированном значении среднего времени подавления, которое, в свою очередь, зависит от отношения сигнал/шум на входе многопозиционного приемника станции помех, режима подавления и времени контроля, можно обеспечить подавление ответной помехой с вероятностью ошибки, не превышающей половины среднего времени подавления.

3. Максимальная вероятность ошибки на бит $P_E^* = \rho P_d / 2$ может быть обеспечена, если станция ответных помех находится на отрезке прямой между передатчиком и приемником. Для любой другой вероятности ошибки $P_E < P_E^*$ существует предельный эллипс, излучение ответных помех внутри которого дает преимущество перед заградительной помехой. При излучении ответной помехи за пределами эллипса подавление с заданной вероятностью ошибки на бит невозможно.

***Литература***

1. *Диксон Р.К.* Широкополосные системы / Р.К. Диксон ; пер. с англ., под ред. В.И. Журавлева. – М. : Связь, 1979. – 304 с.

2. *Варакин Л.Е.* Теория сложных сигналов / Л.Е. Варакин. – М. : Сов. радио, 1970. – 376 с.

3. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М. : Радио и связь, 1985. – 384 с.

4. *Варакин Л.Е.* Теория систем сигналов / Л.Е. Варакин. – М. : Сов. радио, 1978. – 303 с.

5. Spread Spectrum Communication. Electronic Edition / M.K. Simon [et al.]. – New-York : McGraw-Hill Inc., 2002. – 1115 p.

6. *Torriery D.J.* Principles of military communication systems / D.J. Torriery. – M.A. : Artech House Inc., 1981. – 306 p.

7. *Torriery D.J.* Principles of secure communication systems / D.J. Torriery. – M.A. : Artech House Inc., 1985. – 286 p.

8. *Holmes J.K.* Spread spectrum for GNSS and wireless communication / J.K. Holmes // Norwood, Artech House, 2007. – XII+855 p.

9. *Борисов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты / В.И. Борисов, В.М. Зинчук, А.Е. Лимарев. – М. : РадиоСофт, 2008. – 512 с.

10. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / В.И. Борисов [и др.]. – М. : Радио и связь, 2004. – 640 с.

11. *Борисов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход / В.И. Борисов, В.М. Зинчук. – М. : РадиоСофт, 2008. – 260 с.

12. *Борисов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи. Основы теории и принципы реализации / В.И. Борисов. – М. : Наука, 2009. – 358 с.

13. Помехозащищенность радиосвязи со сложными сигналами / Г.И. Тузов [и др.]. – М. : Радио и связь, 1985. – 264 с.

14. Пространственные и вероятностно-временные характеристики станций ответных помех при подавлении систем радиосвязи / В.И. Борисов [и др.]. – М. : РадиоСофт, 2008. – 362 с.

15. *Dillard R.A.* Detectability of Spread-Spectrum signals / R.A. Dillard, G.M. Dillard. – Norwood : Artech House Inc., 1989. – VII+149 p.

16. Адресные системы связи и управления. Вопросы оптимизации / Тузов Г.И. [и др.]. – М. : Радио и связь, 1993. – 384 с.

17. Помехоустойчивость алгоритмов демодуляции сигналов с внутрибитовой псевдослучайной перестройкой рабочей частоты. Обзор / Борисов В.И. [и др.] // Радиотехника и электроника. – 1993. – Т. 38, № 7. – С. 1153–1178.

18. Перехват сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты / Борисов В.И. [и др.] // Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46, № 3. – С. 346–363.

19. *Каунов А.Е.* Оценка эффективности воздействия гауссовской дискретно-заградительной помехи на линию радиосвязи с программной перестройкой рабочей частоты, сложными сигналами и *m*-ичными блочными кодами / А.Е. Каунов, В.Н. Поддубный // Радиотехника. – 2002. – № 10. – С. 68–72.

20. *Каунов А.Е.* Воздействие различных видов заградительных помех на линию радиосвязи с программной перестройкой рабочей частоты / А.Е. Каунов, В.Н. Поддубный // Радиотехника. – 2006. – № 6. – С. 58–63.

21. *Шевченко В.А.* Помехоустойчивость некогерентных каналов спутниковой связи с ППРЧ в условиях воздействия помехи «вслед» / В.А. Шевченко, И.А. Бойченко, О.Л. Лапин // Известия института инженерной физики. – 2009. – № 3. – С. 61–65.

Статья поступила в редакцию 12 мая 2010 г.

УДК 681.3.07

# МЕТОД РАНЖИРОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЕРЕВА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ДАННЫХ В АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

**И.В. Сальтевский**, нач. сект., ОАО «Концерн» Созвездие», e-mail: saltevsky@qip.ru

*Рассматривается метод ранжирования показателей оценки качества данных на основании анализа дерева принятия решений, строящегося на статистических сведениях о влиянии данных на результат их использования в автоматизированных телекоммуникационных системах.*

***Ключевые слова:*** *метод ранжирования показателей, качество данных, статистический анализ.*

# METHOD FOR DECISION-MAKING TREE INDICES RANKING IN EVALUATING THE DATA QUALITY OF AUTOMATED TELECOMMUNICATION SYSTEMS

**I.V. Saltevsky**, head of sector, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: saltevsky@qip.ru

*A method for ranking the data quality indices basing on the «decision-making» tree analysis founded on the knowledge of the data effect upon their usage in the telecommunication systems results is discussed.*

***Key words:*** *indices ranking method, data quality, statistical analysis.*

Большинство автоматизированных телекоммуникационных систем (АТС) предполагают использование баз данных (БД), реализующих функции упорядоченного и структурированного хранения и предоставления массивов данных, требующихся объектам управления системы. Однако качество предоставляемых данных не всегда удовлетворяет использующие их приложения, в результате чего корректные с точки зрения систем управления базами данных (СУБД) данные приводят к малоэффективным результатам работы приложений. Применение СУБД только частично обеспечивает контроль поступающих данных на непротиворечивость правилам представления их в БД. Такого рода несогласованности решаются путем заблаговременного согласования разработчиками определенных правил взаимодействия (протоколов). Если поступающие данные удовлетворяют требованиям протоколов взаимодействия, дальнейший их анализ может выявить проблемы более высокого порядка, относящиеся к показателям качества информации, поступающей в систему.

Выявление характеристик оценки качества поступающих данных является довольно трудоемкой задачей, поскольку для различных процессов, протекающих в АТС, перечень характеристик будет различным.

Однако выделенные характеристики (их показатели) оценки качества данных требуют наличия алгоритмов проведения этой оценки.

Целью настоящей работы является определение методики количественной оценки поступающего множества данных в соответствии с функциями системы.

Под качеством входной информации понимается совокупность свойств данных, обусловливающих их пригодность для последующего использования в соответствии с целевым назначением [1].

Как характеристики качества используемых в системе данных в соответствии с [1] можно рассматривать следующие качественные аспекты упорядоченных множеств:

*Полнота* – свойство данных отражать состояния всех требуемых объектов учета предметной области.

*Актуальность* – свойство данных (в том числе подлежащих последующей функциональной обработке или полученных в результате обработки) отражать текущее состояние объектов и процессов прикладной области системы со степенью приближения, достаточной для получения на ее основе достоверных выходных сведений в интересах конечного пользователя. Актуальность характеризует старение данных во времени.

*Достоверность* – свойство данных отражать реальное или оцениваемое состояние объектов и

процессов прикладной области системы со степенью приближения, обеспечивающей эффективное использование этих данных согласно целевому назначению системы.

*Безошибочность* – свойство данных не иметь явных или скрытых ошибок и/или искажений.

В [2, 3] приводятся различные типы ошибок:

- противоречивость;
- аномальные значения;
- искажения данных;
- ошибки ввода данных.

Противоречивыми можно считать данные, которые по ряду значений не соответствуют уже имеющимся в БД. Например, разведывательные данные от различных источников об объектах противника могут содержать сведения, противоречащие друг другу по некоторым значениям. Так, речь может идти об одном и том же выявленном объекте, который в определенный момент времени имеет различные координаты дислокации на местности.

Довольно часто происходят события, которые сильно выбиваются из общей картины и которые целесообразнее откорректировать, нежели удалять. Такие значения считаются аномальными. Их возникновение и игнорирование связано с тем, что средства прогнозирования ничего не знают о природе процессов, поэтому любая аномалия может восприниматься как совершенно нормальное значение. Из-за этого будет сильно искажаться картина будущего. Какой-то случайный провал или успех будет считаться закономерностью.

Еще одним проявлением ошибок может быть искажение данных в процессе передачи. Более уместно определить этот фактор как шум, проявляющийся в виде беспорядочных колебаний значений и характеризующийся случайными изменениями. Шум не несет никаких полезных сведений, а лишь препятствует четкости представления данных.

Также существует вероятность возникновения ошибок при вводе данных, например опечатки, сознательное искажение данных, несоответствие форматов, и это еще не считая типовых ошибок, связанных с особенностями работы приложения по вводу данных.

*Конфиденциальность* – свойство используемых данных быть защищенными в течение заданного объективного периода конфиденциальности от ознакомления с ними лиц, не допущенных к этим данным, и/или от несанкционированного считывания техническими средствами.

Безусловно, для каждой системы приоритетные характеристики качества информации могут быть различны, однако здесь приведены наиболее общие из них.

Для решения каждой из описанных выше проблем существуют отработанные методы. Конечно, ошибки можно править и вручную, но при больших объемах данных это становится довольно проблематично [2].

С целью количественной оценки вариантов возможных решений на основе анализа содержания собираемых и обрабатываемых сведений с учетом комплекса перечисленных характеристик рассматривается метод ранжирования показателей дерева принятия решений.

Процесс поступления данных в систему, посредством сообщений или посредством ввода оператором, схематично представлен на рис. 1.

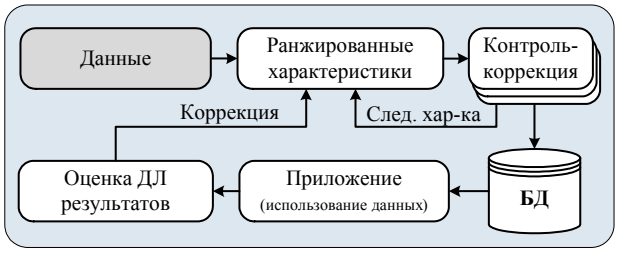



Рис. 1. Структурно-функциональная схема контроля поступающих данных

Поступающие данные (посредством сообщения, вводимые оператором) требуется оценить с точки зрения их качества. Использование поступивших данных, не отвечающих требованиям характеристик качества или нормированным значениям их показателей, приведет к низкой эффективности (информативности) результатов, полученных в процессе работы приложения с этими данными. В этой связи можно считать целесообразным затратить определенные ресурсы системы на проведение подобной оценки.

Данную оценку можно проводить методом сравнения нормированных или статистических значений показателей характеристик качества информации, приведенных выше.

На основании статистических сведений можно выстроить дерево принятия решений о качестве данных, которое позволяет ранжировать показатели оценки качества в соответствии со

степенью их влияния на качество данных, определяемое в результате работы приложения, а также оперативно реорганизовать алгоритмы оценки (выявления качественности) поступающих данных и выделить упорядоченную совокупность показателей качества для каждой из категорий данных.

Но, ввиду того, что поступающие данные могут содержать различные «некачественные» значения, классифицированные как различные типы, сравнение (сопоставление) можно проводить последовательно – от одной характеристики к другой, от одного показателя к другому. Однако такой путь не всегда оказывается оптимальным, так как, во-первых, для каждой категории данных приоритетным является удовлетворение поступающей информации определенной характеристике качества, а во-вторых, последовательность показателей оценки информации в процессе функционирования системы может изменяться и с какого-то момента времени не являться оптимальной.

По результатам оценки данные могут быть либо скорректированы, либо загружены в БД (возможно, после коррекции). Далее сохраненные данные предоставляются и обрабатываются приложением, на выходе которого формируется результат. Качество выданного приложением результата может оценивать оператор. Если реакция оператора означает неудовлетворенность полученным результатом, то можно предположить, что оценка поступивших данных была проведена неоптимально. На основании этого статистические сведения о последовательности показателей качества могут быть пересмотрены.

Результаты расчета, проведенного приложением, могут иметь различный приоритет или важность. Это может зависеть от категории данных (постоянные, переменные, оперативные), приложения (расчет, прогнозирование), этапа работы (планирование, принятие решения, подведение итогов) и т.д. Таким образом, целесообразно для каждой категории данных индивидуально ранжировать показатели оценки качества данных.

На основании проведенной оценки можно собирать статистические сведения о влиянии показателей на данные, полученные в результате работы приложения, – какой из показателей соответствовал заданному значению, а какой нет. По всем зафиксированным случаям собранная статистическая информация даст картину, которая отражена в таблице.

Пример статистической таблицы влияния показателей на результат

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $Q_2$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $Q_3$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $Q_4$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| $S$ | + | + | + | + | + | + | – | – | – | – | – | – | + | + | + | – |

Здесь $Q_1 \ldots Q_4$ – выбранные показатели оценки качества поступающих данных, $S$ – свойство оцениваемых данных (качество – да/нет).

Результатом сбора статистических сведений служит выявление меры влияния показателей на конечный результат работы приложения.

На основании статистических сведений можно выявить (спрогнозировать) несоответствие поступающих данных показателям качества, используя метод построения деревьев принятия решений (рис. 2), применяющийся для решения задач классификации данных при аппроксимации заданной булевской функции.

Поступающие данные, дополняя статистические сведения, требуют пересмотра ранжирования показателей их оценки. Это обусловлено возможностью отличия результата использования этих данных от прогнозируемого.

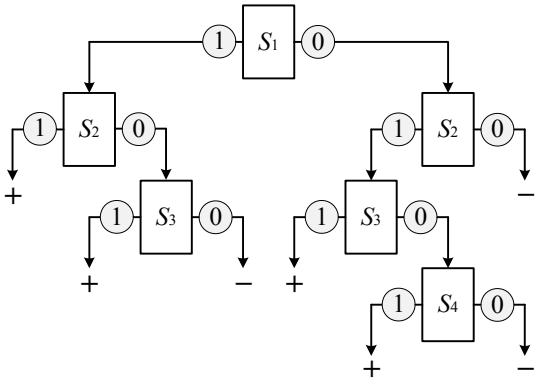



Рис. 2. Пример графического представления дерева принятия решений

Для того чтобы получить актуальную картину дерева принятия решений, нужно на каждом шаге выбирать те показатели оценки качества поступающих данных, которые «лучше всего» ха-

рактеризуют целевую функцию. Это требование формализуется посредством понятия *энтропии.*

*Энтропия* является наиболее общей категорией описания области неопределенности системы [4].

Несложно заметить, что для множества $A$ из $n$ элементов, $m$ из которых обладают некоторым свойством $S$, энтропия по отношению к свойству $S$ – это

$$H\{A,S\} = -\frac{m}{n} Ln\frac{m}{n} - \frac{n-m}{n} Ln\frac{n-m}{n}. \qquad (1)$$

Энтропия зависит от пропорции, в которой разделяется множество. По мере возрастания этой пропорции от 0 до $1/2$ энтропия тоже возрастает, а после $1/2$ – симметрично убывает.

В данном случае энтропия рассматривается как количество бит, требующихся для того, чтобы описать свойство $S$ у элемента множества $A$. Если вероятность появления $S$ равна $1/2$, то энтропия равна 1, и, соответственно, нужен полноценный бит, а если $S$ появляется неравновероятно, то можно описать последовательность элементов $A$ более эффективно.

Таким образом, выбор признака для классификации целесообразно осуществлять таким образом, чтобы после классификации энтропия стала как можно меньше (свойство $S$ в данном случае – значение целевой булевской функции). Энтропия при этом будет разной в разных потомках, и общую сумму нужно считать с учетом того, сколько исходов осталось в рассмотрении в каждом из потомков.

Множество элементов $A$, где некоторые обладают свойством $S$, классифицировано посредством показателя $Q$, имеющего $q$ возможных значений. Тогда *изменение энтропии* определяется как

$$Gain\ (A,Q) = H\{A,S\} - \sum_{i=1}^{q} \frac{|A_i|}{|A|} H\{A_i,S\}, \qquad (2)$$

где $A_i$ – множество элементов $A$, на которых показатель $Q$ имеет значение $i$.

На каждом этапе при поступлении данных о состоянии системы алгоритм адаптации должен выбирать тот показатель, для которого *изменение энтропии* максимально. Данный показатель должен быть перенесен в начало классификационного списка, и впоследствии дерево решений будет производить прогнозирование в соответствии с новой классификацией. Причем для различных категорий данных вес одних и тех же показателей может быть различен. Например, для разведывательной информации о противнике первоочередным требованием является актуальность и достоверность, а для хозяйственной деятельности – точность.

При использовании вышеописанного алгоритма все вновь поступающие данные проходят проверку по показателям в последовательности, определенной на основании статистических сведений и ранжированных на основании обратной связи с приложением. Однако проверенные данные могут быть интерпретированы как корректные с точки зрения показателей, но в результате их использования приложением может быть получен некачественный результат. Следовательно, новая запись в таблице статистики требует нового ранжирования показателей с целью повышения вероятности выявления качества входных данных.

Рассмотрев приведенные в таблице исходные данные и определив оптимальность ранжирования показателей, получим энтропию

$$H\{A,S\} = -\frac{9}{16} Log_2 \frac{9}{16} - \frac{7}{16} Log_2 \frac{7}{16} = 0,685.$$

Теперь вычислим *изменения энтропии* для показателей $Q$:

$$Gain\ (A,Q_1) =$$

$$= H\{A,S\} - \frac{8}{16} H\{A_{=1},S\} - \frac{8}{16} H\{A_{=0},S\} =$$

$$= 0,685 - \frac{8}{16}\left(-\frac{6}{8} Ln\frac{6}{8} - \frac{2}{8} Ln\frac{2}{8}\right) -$$

$$-\frac{8}{16}\left(-\frac{3}{8} Ln\frac{3}{8} - \frac{5}{8} Ln\frac{5}{8}\right) = 0,073.$$

Судя по значению $Gain\ (A,Q_1)$ для показателя $Q_1$, он не является корневым в дереве:

$$Gain\ (A,Q_2) =$$

$$= H\{A,S\} - \frac{8}{16} H\{A_{=1},S\} - \frac{8}{16} H\{A_{=0},S\} = 0,215,$$

$$Gain\ (A,Q_3) =$$

$$= H\{A,S\} - \frac{8}{16} H\{A_{=1},S\} - \frac{8}{16} H\{A_{=0},S\} = 0,073,$$

$$Gain\ (A,Q_4) =$$

$$= H\{A,S\} - \frac{8}{16} H\{A_{=1},S\} - \frac{8}{16} H\{A_{=0},S\} = 0,008.$$

В соответствии с полученными значениями приростов информации для всех показателей целесообразно производить оценку в такой последовательности: $Q_2$, $Q_3$, $Q_1$, $Q_4$.

Таким образом, реализация предложенного алгоритма позволяет видоизменять дерево принятия решений в соответствии с вновь поступающей информацией.

***Литература***

1. ГОСТ РВ 51987-2002. Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы. Требования и показатели качества функционирования информационных систем. Общие положения. – М. : Изд-во стандартов, 2002.

2. *Арустамов А.* – Предобработка и очистка данных перед загрузкой в хранилище / А.Арустамов. – http://www.basegroup.ru/library/dw_olap/dataclearing

3. *Веревченко А.П.* Информационные ресурсы: определение, основные понятия, параметры, особенности открытого потока информации, помехи, возникающие в каналах поступления информации [Электронный ресурс] / А.П. Веревченко. – Электрон. текстовые дан. (856 Кб). – [Б.м. : Б.и.]. – Б.ц. ГРНТИ – 13.01.29, УДК 002 // (http://www.strogino.net/nbs/vap /verin 010.htm).

4. *Кузнецов В.И.* Системное проектирование радиосвязи: методы и обеспечение. Ч.1 / В.И. Кузнецов. – Воронеж : ВНИИС, 1994. – 287 с. : ил.

Статья поступила в редакцию 7 апреля 2010 г.

УДК 635.321

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ АТМОСФЕРЫ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ НА ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ–ШУМ ПРИ ЛАЗЕРНОМ ЛОЦИРОВАНИИ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

**А.Н. Глушков**, зам. нач. отд., тел.: 8-915-582-58-05
**А.Л. Митрофанов**, с.н.с., тел.: (4732) 23-31-92
ОАО «Концерн «Созвездие»

*Получены теоретические оценки влияния турбулентности атмосферного канала на отношение сигнал шум на выходе оптического приемника лазерной локационной системы при лоцировании оптико-электронного средства.*

***Ключевые слова:*** *оптико-электронное средство, лазерная локация, турбулентность.*

# THEORETICAL INFLUENCE OF TURBULENT FLUCTUATIONS IN ATMOSPHERIC NEAR-SURFACE SOIL LAYER UPON THE SIGNAL-TO-NOISE RATIO IN OPTICAL ELECTRONICS MEANS LASER SPOTTING

**A.N. Glushkov**, deputy head of department, tel.: 8-915-582-58-05
**A.L. Mitrofanov**, senior research engineer, tel.: (4732) 23-31-92
JSC «Sozvezdie» Concern»

*Theoretical estmates of the atmospheric channel turbulent fluctuation effect upon the signal-to-noise ratio at the laser location system optical receiver output while locating the optical electronics means are acquired.*

***Key words:*** *optical electronics means, laser location, turbulence.*

Проектирование лазерных локационных систем (ЛЛС), обеспечивающих поиск и разведку оптических электронных средств (ОЭС), требует расчета отношения сигнал–шум на входе оптического детектора, который может быть расположен как в фокальной плоскости объектива, так и вне ее в плоскости резкого изображения. Тогда он воспринимает полученный оптический сигнал как фотографическое изображение. Данные обстоятельства определяются расстоянием до лоцируемого объекта и свойствами оптического объектива. Объектив, как правило, выбирается из номенклатуры изделий, предоставляемых промышленностью [1, 2]. В силу естественной случайности излучаемого поля передатчика и случайного характера пропускания атмосферного канала задача синтеза приемного устройства (ПУ), как и синтеза ЛЛС в целом является стохастической. Однако задача обнаружения и опознавания лоцируемых ОЭС находится в виде взаимосвязанных моделей нахождения параметров оптических средств и параметров приемников и решается статистическими методами принятия решений, например путем решения уравнения правдоподобия [1, 2, 4, 5–7, 8].

Локационная задача обнаружения ОЭС является моностатической. Решение ее осложнено необходимостью учета взаимной корреляции лучей на трассах распространения излучения, которые приводят к интерференции прямой и отраженной волн на совокупности однородных турбулентных образований [5]. Однако если излучение источника по своей статистике является порожденным некоторым гауссовским процессом, то решение уравнения максимального правдоподобия разделимо по пространственным и временным координатам [4]. В этом случае обнаружение и определение координат ОЭС осуществляется по известным алгоритмам [5–7], а отношение сигнал–шум определяется из условий локации [2].

*Целью настоящей работы* является теоретическое исследование влияния на отношение сигнал–шум в лазерной локации оптико-электронного средства свойств турбулентной атмосферы.

В большинстве практических задач статистического синтеза достижение поставленной цели требует аналитического описания второго момента принимаемого локатором поля

$$\Gamma_{1,2}^{(1,1)}\left(R_{1,\text{п}},R_{2,\text{п}}\right)\equiv\Gamma_{1,2}\left(R_{1,\text{п}},R_{2,\text{п}}\right)=$$
$$=\left\langle U\left(R_{1\text{п}}\right)U^{*}\left(R_{2\text{п}}\right)\right\rangle,$$

где символом <·> обозначена операция усреднения по ансамблю $U(R_{\text{п}})$ – комплексная амплитуда в плоскости приемной апертуры ЛЛС, а символом «*» обозначена операция комплексного со-

пряжения [1]; $\Gamma_{1,2}^{(1,1)}\left(R_{1,\text{п}},R_{2,\text{п}}\right)\equiv\Gamma_{1,2}\left(R_{1,\text{п}},R_{2,\text{п}}\right)$ – функция когерентности второго порядка наблюдаемого поля в плоскости приема излучения, при $R_1 = R_2$ равная его средней интенсивности.

Воспользовавшись [3, 4], выражение $\Gamma_{1,2}\left(R_{1,\text{п}},R_{2,\text{п}}\right)$ определим следующим образом (рис. 1):

$$\Gamma_{1,2}\left(R_{1,\text{п}},R_{2,\text{п}}\right)=$$

$$=\left(\frac{k}{2\pi L}\right)^4\int\Gamma_{2\text{и}}\left(\rho_{\text{и}1},\rho_{\text{и}2}\right)<G_1\left(L,\rho_{\text{и}1},\rho_{\text{с}1}\right)\times$$

$$\times G_1^*\left(L,\rho_{\text{и}2},\rho_{\text{с}2}\right)T_1\left(\rho_{\text{с}1},\rho_{\text{с}2},\rho_{\text{и}1},\rho_{\text{и}2}\right)V\left(\rho_{\text{о}1}\right)\times$$

$$\times V^*\left(\rho_{\text{о}2}\right)T_2\left(\rho_{\text{о}1},\rho_{\text{о}2},\rho'_{\text{с}1},\rho'_{\text{с}2}\right)G_2\left(\rho'_{\text{с}1},\rho'_{\text{п}1}\right)\times$$

$$\times G_2^*\left(\rho'_{\text{с}2},\rho'_{\text{п}2}\right)>d^2\rho_{\text{и}1,2}d^2\rho_{\text{с}1,2}d^2\rho_{\text{о}1,2}d^2\rho'_{\text{с}1,2}. \quad (1)$$

Здесь $\Gamma_{2\text{и}}\left(\rho_{\text{и}_1},\rho_{\text{и}_2}\right)$ – функция когерентности зондирующего излучения;

$L$ – дальность локации;

$k = 2\pi/\lambda$, $\lambda$ – длина волны излучения;

$G_1(\bullet), G_2(\bullet)$ – функции Грина, соответствующие распространению излучения от локатора до ОЭС и обратно;

$\rho_{\text{и}1,2}$, $\rho_{\text{п}1,2}$, $\rho_{\text{с}1,2}$, $\rho_{\text{о}1,2}$ – радиус-векторы, описывающие положение точек на излучающей и приемной апертурах локатора, апертуре ОЭС и в плоскости отражателя соответственно;

$\rho_{\phi_1}$, $\rho_{\phi_2}$ – радиус-векторы, описывающие положение точек на апертуре фотодетектора;

$T_1(\bullet)$, $T_2(\bullet)$ – функции передачи принимаемого ОЭС и отраженного ОЭС излучения;

$V(\bullet)$ – амплитудный коэффициент отражения.

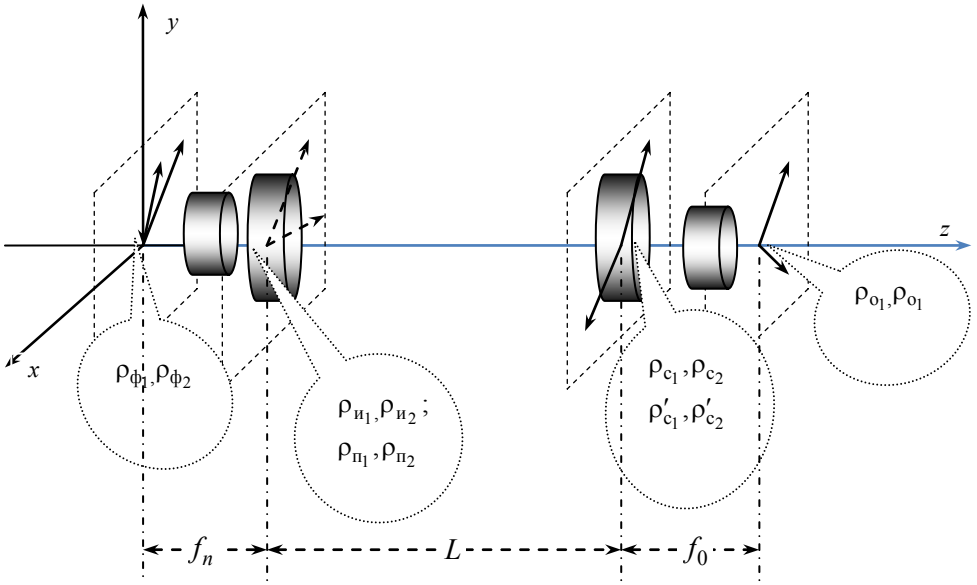



Рис. 1. Схема локации оптико-электронного средства

Будем считать, что отражение излучения в лоцируемом ОЭС происходит в основном от зеркального диска, находящегося за приемной линзой (модель «кошачьего глаза») [2]. Это позволит представить модели функций $\left\langle V\left(\rho_{\text{о}1}\right)V^*\left(\rho_{\text{о}2}\right)\right\rangle$, $T_1(\bullet)$ и $T_2(\bullet)$ следующими выражениями [3]:

$$\left\langle V\left(\rho_{\text{о}1}\right)V^*\left(\rho_{\text{о}2}\right)\right\rangle=\left(\frac{2\pi}{k}\right)^2\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{\rho_{\text{о}1}^2+\rho_{\text{о}2}^2}{2a_r^2}\right\}\delta\left(\rho_{\text{о}1}-\rho'_{\text{с}1}\right)\delta\left(\rho_{\text{о}2}-\rho'_{\text{с}2}\right); \quad (2)$$

$$T_1\left(\rho_{\text{и}1},\rho_{\text{и}2},\rho_{\text{и}1},\rho_{\text{и}2}\right)=\left(\frac{k}{2\pi l_{\text{о}}}\right)^2\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{\rho_{\text{о}1}^2+\rho_{\text{о}2}^2}{2a_r^2}\right\}\exp\left\{-\frac{ik}{2l_o}\left[\left(\rho_{\text{о}1}+\rho_{\text{о}2}\right)\times\right.\right.$$

$$\left.\times\left(\rho_{\text{с}1}-\rho_{\text{с}2}\right)+\left(\rho_{\text{о}1}-\rho_{\text{о}2}\right)\left(\rho_{\text{с}1}+\rho_{\text{с}2}\right)\right]+$$

$$\left.+\frac{ik}{2l_o}\left(1-l_o/f\right)\left(\rho_{\text{с}1}+\rho_{\text{с}2}\right)\left(\rho_{\text{с}1}-\rho_{\text{с}2}\right)\right\}; \quad (3)$$

$$T_2\left(\rho_{\text{о}1},\rho_{\text{о}2},\rho'_{\text{с}1},\rho'_{\text{с}2}\right)=$$

$$=\left(\frac{k}{2\pi l_o}\right)^2 \exp\left\{-\frac{ik}{2l_o}\left[\left(\rho_{o1}+\rho_{o2}\right)\left(\rho'_{c1}-\rho'_{c2}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left(\rho_{o1}-\rho_{o2}\right)\left(\rho'_{c1}+\rho'_{c2}\right)\right]\right\}, \qquad (4)$$

где $l_o$ – расстояние от плоскости входной апертуры ОЭС до плоскости изображения в ОЭС;

$f$ – фокусное расстояние ОЭС;

$a_o$, $a_r$ – эффективные радиусы отражателя и входной апертуры ОЭС соответственно.

Для однородной трассы распространения функцию Грина для модели гауссовского частично когерентного пучка представим в виде [5]

$$\left\langle \tilde{G}\left(L,R_u,\rho_и,R_c,\rho_c\right)\tilde{G}\left(L,R'_c,\rho'_c,R_п,\rho_п\right)\right\rangle =$$

$$=\left(\frac{k}{2\pi L}\right)^4 \exp\left\{\frac{ik}{L}\left(R_u\rho_c+R_c\rho_c+R'_c\rho'_c+\right.\right.$$

$$+R_п\rho_п+R_u\rho_c+R_c\rho_и+R'_c\rho_п+R_п\rho'_c\left.\right)-$$

$$-\frac{1}{3\rho_0^2}\left[\left(\rho_и+\rho_c\right)^2+\left(\rho'_c+\rho_п\right)^2+2\rho_и\rho_п+\right.$$

$$\left.\left.+2\rho_и\rho'_c+2\rho_c\rho_п+2\rho_c\rho'_c\right]\right\}, \qquad (5)$$

где $R_u$, $\rho_и$, $R_c$, $\rho_c$, $R'_c$, $\rho'_c$, $R_п$, $\rho_п$ – суммарные и разностные радиус-векторы в соответствующих опорных плоскостях;

$$\tilde{G}_1\left(L,R_u,\rho_и,R_c,\rho_c\right)=G_1\left(L,R_u,R_c\right)G_1^*\left(L,\rho_и,\rho_c\right);$$

$$\tilde{G}_2\left(L,R'_c,\rho'_c,R_п,\rho_п\right)=G_2\left(L,R'_c,R_п\right)G_2^*\left(L,\rho'_c,\rho_п\right),$$

$\rho_0=\left(1,45k^2C_n^2L\right)^{-3/5}$ – радиус когерентности плоской волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде; $C_n^2$ – структурная характеристика флуктуаций показателя преломления воздуха.

Модель функции когерентности зондирующего излучения локатора зададим следующим выражением [4]:

$$\Gamma_{2u}\left(R_u,\rho_и\right)=U_0^2\exp\left\{-\frac{R_u^2}{a^2}-\frac{\rho_и^2}{4a^2}\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-\frac{a^2}{\rho_k^2}+2a^2k^2\sigma_\alpha^2\right)-\frac{ik}{F}R_u\rho_и-ik\rho_и\left\langle n_0m_\alpha\right\rangle\right\}, \qquad (6)$$

где $U_0$ – амплитуда поля в центре излучающей апертуры ($U_0^2=I_0$ – интенсивность излучения);

$a$, $\rho_k$, $F$ – эффективные радиусы излучающей апертуры, когерентности и кривизны волнового фронта зондирующего излучения соответственно;

$n_0$ – единичный вектор направления волнового фронта на излучающей апертуре;

$m_\alpha$, $\sigma_\alpha^2$ – математическое ожидание и дисперсия ошибки наведения излучения.

Подставляя (2)–(6) в (1), получим следующее выражение для второго момента принимаемого локатором поля при условии, что отражение в ОЭС происходит в плоскости резкого изображения:

$$\Gamma_{2n}\left(R_п,\rho_п\right)=U_0^2\frac{T_0{}^2}{\left(1+\nu_1\dfrac{a^2}{a_0^2}\right)\nu_5\nu_{10}\nu_{13}\left(L/l_0\right)^2}\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{R_п^2}{a^2\nu_{13}}-\frac{\rho_п^2}{4a^2}\Theta\Omega_L^2-\frac{m^2\Theta_1^2}{a^2}+\right.$$

$$\left.+i\Omega_L\frac{R_п\rho_п}{a_п^2}\Omega_L\left(1-\frac{\nu_{14}}{\nu_{13}}\right)+\frac{Rm}{a^2}\frac{\nu_{15}}{\nu_{13}}+i\Omega_L\frac{m\rho_п}{a^2}\Theta_2\right\}, \qquad (7)$$

где

$\omega=1/3\rho_0^2$;

$\nu=\Omega_L^{-2}\left(1+\left(\dfrac{a}{\rho_k}\right)^2\right)+\dfrac{2\sigma_\alpha^2}{a^2}+q_u^2$;

$\Omega_L=\dfrac{ka^2}{L}$; $\Omega_o=\dfrac{ka_o^2}{l_0}$; $\Omega_n=\dfrac{ka_п^2}{L}$ – числа Френеля источника, отражателя и приемника;

$q_и=1-L/F$ – показатель фокусировки излучения локатора;

$\nu_1=\nu+4a^2\Omega_L^{-2}\omega$; $\nu_2=\dfrac{4a^2\omega}{\Omega_L^2}-q_u\Omega_L$;

$\nu_3=\nu_2/\nu_1$; $\nu_4=L/l_0-\dfrac{4a^2\omega}{\Omega_L^2\nu_1}$;

$\nu_5=\dfrac{\nu_3^2\nu_1}{\alpha}+4a^2\omega/\Omega_L^2+a^2/\left(a_o^2\Omega_L^2\right)+1-\nu_2\nu_3/\Omega_L^2$;

$\nu_6=\dfrac{\nu_3}{\Omega_L\nu_1}\left(\nu_1^{-1}+\dfrac{a^2}{a_o^2}\right)^{-1}-\dfrac{\nu_2}{\nu_1\Omega_L}$;

$\nu_7=\dfrac{\nu_3\nu_4}{\Omega_L\left(\nu_1^{-1}+a^2/a_o^2\right)}-\dfrac{4a^2\omega}{\Omega_L^2}\left(1-\nu_3\right)$;

$$\nu_8 = \frac{4a^2\omega}{\Omega_L^2}\left[\frac{\nu_3}{1+\nu_1 a^2/a_o^2} + (1-\nu_3)\right];$$

$$\nu_{10} = \left(\frac{L}{l_0}\right)^2 \nu_5^{-1} + \frac{a^2}{a_o^2}\left(1+\frac{a_o^2}{a_r^2}\right);$$

$$\nu_{11} = \frac{\nu_8}{\nu_5}\left(\frac{L}{l_0}\right) - 1;\ \nu_{12} = \frac{\nu_7}{\nu_5}\left(\frac{L}{l_0}\right) - q_n;$$

$q_n = 1 - L/f_0$ – показатель фокусировки ОЭС;

$$\nu_{13} = \frac{\nu_{12}^2}{\nu_{10}} - \frac{\nu_7^2}{\nu_5} + \frac{4a^2\omega}{\Omega_L^2}\left(1 - \frac{4a^2\omega}{\Omega_L^2 \nu_1}\right) + \frac{a^2}{a_0^2}\Omega_L^{-2} \times$$

$$\times\left(1+\frac{a_0^2}{a_r^2}\right) + \frac{\nu_1\nu_4^2}{\alpha}$$ по физическому смыслу эквивалентен радиусу пучка излучения в плоскости приемной апертуры;

$$\nu_{14} = \frac{\nu_{11}\nu_{12}}{\nu_{10}} - \frac{\nu_7\nu_8}{\nu_5} + \frac{4a^2\omega}{\Omega_L^2}\left(1 - \frac{4a^2\omega}{\Omega_L^2\nu_1}\right) + \frac{4a^2\omega\nu_4}{\Omega_L^2\alpha};$$

$$\nu_{15} = \frac{4a^2\omega}{\Omega_L^2\nu_1} + \frac{\nu_6}{\nu_5}\left(\frac{\nu_{12}L}{\nu_{10}l_0} - \nu_7\right) + \frac{\nu_4}{1+\nu_1 a^2/a_o^2};$$

$$\Theta = \frac{4a^2\omega}{\Omega_L^2}\left[1 - \frac{4a^2\omega}{\Omega_L^2}\left(1 - \left(1+\frac{a^2}{a_0^2}\right)^{-1}\right)\right] + \frac{v_{11}^2}{v_{10}} -$$

$$-\frac{v_8^2}{v_5} - \frac{v_{14}^2}{v_{13}}\Bigg]$$ характеризует радиус когерентности пучка в плоскости приемной апертуры;

$$\Theta_1 = v_1^{-1} - \frac{1}{v_1\left(1+v_1 a^2/a_0^2\right)} + \frac{v_6^2}{v_5} - \left(\frac{L}{l_0}\right)^2 \frac{v_6^2}{v_5^2 v_{10}} +$$

$$+\frac{v_{15}^2}{v_{13}}$$ описывает дополнительное уширение пучка при его виньетировании апертурой ОЭС;

$\Theta_2 = \dfrac{v_{14}}{v_{13}}$ по физическому смыслу описывает искажение волнового фронта пучка за счет виньетирования его приемной апертурой.

Введем обозначение

$$\eta_{\text{п}} = \frac{\int\limits_{a_{\text{п}}} d^2 r \Gamma_{2\text{п}}\left(r, r;\ C_n^2\right)}{\int\limits_{a_{\text{п}}} d^2 r \Gamma_{2\text{п}}\left(r, r;\ C_n^2 = 10^{-18} m^{-2/3}\right)},$$

которое соответствует отношению мощности принимаемой апертурой ЛЛС при наличии турбулентности в атмосферном канале локации, к мощности принимаемой в свободной атмосфере (т.е. при отсутствии турбулентности).

С использованием полученных выражений были проведены расчеты показателя $\eta_{\text{П}}$ при наличии числовых характеристик ошибки наведения излучения на ОЭС. Это и есть искомый параметр, определяющий отношение сигнал–шум на входной апертуре приемника. Данный показатель определяется отношением функции когерентности принимаемого локатором сигнала в центре его приемной апертуры при наличии и отсутствии турбулентных пульсаций показателя преломления воздуха. Полученные результаты представлены на рис. 2. Они свидетельствуют, что при выбранных исходных данных, соответствующих типовым параметрам ОЭС и лазерных средств локации, эффект усиления обратного рассеяния локационного сигнала не значим. В целом, влияние турбулентности на характеристики ретроотраженного от ОЭС излучения тем заметнее, чем выше интенсивность флуктуаций показателя преломления воздуха, лучше начальная когерентность зондирующего излучения и меньше длина его волны, что согласуется с результатами [5, 6] и свидетельствует об адекватности разработанной модели физической сущности исследуемого процесса. Отметим, что высокая степень пространственной когерентности обуславливает увеличение мощности излучения в приемной плоскости и соответственно увеличивает отношение сигнал–шум [2].

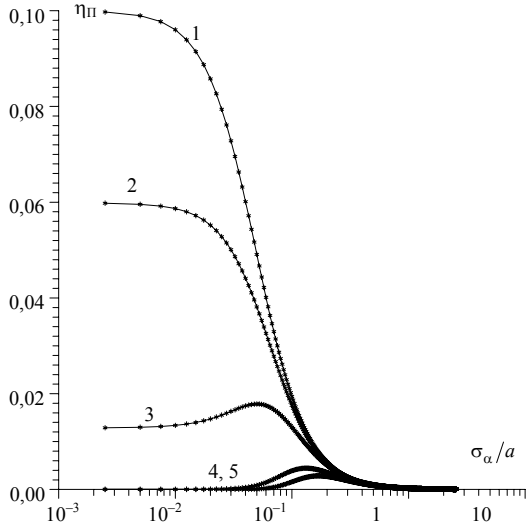



Рис. 2. Зависимость показателя $\eta_{\text{П}}$ от дисперсии смещения пучка при сильной турбулентности в плоскости приемной апертуры. Линии 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют математическому ожиданию смещения пучка $m/a$ = 0,1,3,4,5. $L$ = 1000 м; $a = a_{\text{п}} = a_0$ = 0,05 м; $a_r$ = 0,01$a$; $l_0 = f_0$ = 0,1; $l_n = f_n$ = 0,1, $a/a_к$ = 0,01

Любопытной является зависимость $\eta_{\text{п}}$ от $\sigma/a$ при $a/a_k = 0$ и $m/f \neq 0$, которая заключается в том, что с ростом $\sigma/a$ возникает эффект усиления обратного рассеяния. Такое поведение указанных кривых может быть объяснено следующим.

Увеличение флуктуационной составляющей ошибки наведения эквивалентно увеличению расходимости функции когерентности зондирующего излучения. При наличии систематической ошибки наведения пучка на ОЭС с ростом его расходимости увеличивается количество коррелированных неоднородностей в прямом и отраженном излучении. Это и приводит к немонотонному характеру кривых на рис. 2 и свидетельствует о том, что учет ошибок наведения лазерного излучения на ОЭС в модели их локационного наблюдения является значимым при синтезе и анализе ЛЛС.

### *Модель локационного сигнала на фотоприемнике локатора*

Пусть прием отраженного от ОЭС лазерного излучения осуществляется оптической системой, включающей в себя как элемент тонкую линзу. Распределение комплексной амплитуды поля $\varepsilon_c\left(l_{\text{ф}}, \rho\right)$ в произвольной плоскости на расстоянии $l_{\text{ф}}$ за такой линзой связано с падающим полем $U(L, R_n)$ соотношением [2]

$$\varepsilon_c(l_{\text{ф}}, \rho) = \frac{k}{2\pi i l_{\text{ф}}} \exp\left\{ikl_{\text{ф}} + \frac{ik}{2}\frac{\rho^2}{l_{\text{ф}}}\right\} \int T_{\text{п}}(R_{\text{п}}) U(L, R_{\text{п}}) \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{ik}{l_{\text{ф}}}\overline{R}_{\text{п}}\overline{\rho} + \frac{ik}{2l_{\text{ф}}}\left(1 - \frac{l_{\text{ф}}}{f_n}\right)R_{\text{п}}^2\right\}.$$

Здесь $f_{\text{п}}$ – фокусное расстояние, а $T_{\text{п}}(\bullet)$ амплитудный коэффициент пропускания линзы радиуса $a_{\text{п}}$. Представление $\Gamma_{2\text{п}}(\bullet)$ в плоскости приемной апертуры позволяет найти функцию взаимной когерентности поля в плоскости изображения тонкой линзы в виде

$$\Gamma_2\left(l_{\text{ф}}, R_{\text{ф}}, \rho_{\text{ф}}\right) = \frac{u_0^2 T_0^2 \gamma}{\alpha \nu_5 \nu_{10} \nu_{13} l_{\text{ф}}^2} T_{\text{п}}^2 \frac{a_{\text{п}}^2}{a_{\text{ф}}^2} \xi_1^{-1} \xi_2^{-1} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{m^2}{a_{\text{ф}}^2}\xi_4 - \frac{R_{\text{ф}}^2}{a_{\text{ф}}^2 \xi_2} - \frac{\rho_{\text{ф}}^2}{4a_{\text{ф}}^2}\Omega_{\text{ф}}^2 \frac{\xi_5}{\xi_1} + \right.$$

$$\left. + i\frac{\rho_{\text{ф}} m}{2a_{\text{ф}}^2}\xi_6 + i\Omega_{\text{ф}}\frac{R_{\text{ф}}\rho_{\text{ф}}}{a_{\text{ф}}^2}\xi_7 - 2\frac{R_{\text{ф}} m}{a_{\text{ф}}^2}\frac{\xi_3}{\xi_2 \Omega_{\text{ф}}}\right\},$$

где $\xi_1 = 1 + \dfrac{a_{\text{п}}^2}{a^2 \nu_{13}}$;

$\xi_2 = \dfrac{a_{\text{п}}^2}{a_{\text{ф}}^2}\left[\dfrac{q_{ln}^2}{\xi_1} + \dfrac{a^4}{a_{\text{п}}^4}\dfrac{l_{\text{ф}}^2}{L^2}\left(\Omega_L^{-2} + \dfrac{a_{\text{п}}^2}{a^2}\theta\right)\right]$ имеет физический смысл радиуса пучка в плоскости ФД;

$$\xi_3 = \frac{a_{\text{ф}}^2}{a^2}\theta_4 + \Omega_{\text{ф}}\frac{q_{ln}}{2\xi_1}\frac{a_{\text{п}}^2}{a^2} =$$

$$= \frac{a_{\text{ф}}^2}{a_{\text{п}}^2}\left(\frac{a_{\text{п}}^2}{a^2}\theta_4 + \Omega_{\text{ф}}\frac{q_{ln}}{2\xi_1}\frac{a_{\text{п}}^4}{a^2 a_{\text{ф}}^2}\right);$$

$$\xi_4 = \frac{a_{\text{ф}}^2}{a^2}\left(\theta_1 + \frac{a_{\text{п}}^2}{a^2}\frac{\theta_3^2}{4\xi_1}\right) + \frac{\xi_3}{\xi_2 \Omega_{\text{ф}}^2};$$

$$\xi_5 = \frac{a_{\text{п}}^2}{a_{\text{ф}}^2}\left(1 - \frac{q_{ln}^2}{\xi_1 \xi_2}\frac{a_{\text{п}}^2}{a_{\text{ф}}^2}\right);$$

$\xi_5/\zeta_1$ пропорционально радиусу когерентности пучка на поверхности ФД;

$$\xi_6 = \frac{\Omega_{\varphi}}{\xi_1}\frac{a_{\text{п}}^2}{a^2} - 2\frac{q_{ln}\xi_3}{\xi_2}\frac{a_{\text{п}}^2}{a_{\text{ф}}^2};$$

$$\xi_7 = 1 - \frac{q_{ln}}{\xi_2 \xi_2}\frac{a_{\text{п}}^2}{a_{\text{ф}}^2}\Omega_{\text{ф}}^{-1};$$

$q_{ln} = 1 - \dfrac{l_{\text{ф}}}{f_{\text{ф}}} + \dfrac{l_{\text{ф}}}{L}\left(1 - \theta_2\right)$ – показатель фокусировки эквивалентной линзы приемного устройства;

$\Omega_{\text{ф}} = ka_{\text{ф}}^2 / l_{\text{ф}}$ – число Френеля ФД по отношению к эквивалентной входной линзе приемного устройства.

При применении полученных математических соотношений были рассчитаны зависимости значений показателя эффективности локации на входе ФД $\eta_{\text{и}}$. Этот показатель, как и $\eta_{\text{п}}$, прямо пропорционален отношению сигнал–шум на входе ФД:

$$\eta_{\text{и}} = \frac{\int\limits_{a_{\text{п}}} d^2 r \Gamma_{2\text{и}}\left(R_{\text{и}}, \rho_{\text{и}}; C_n^2\right)}{\int\limits_{a_{\text{п}}} d^2 r \Gamma_{2\text{и}}\left(R_{\text{и}}, \rho_{\text{и}}; C_n^2 = 10^{-18} m^{-2/3}\right)}.$$

Зависимости $\eta_{\text{и}}$ от параметров приемника, источника и состояния атмосферы приведены на рис. 3–5 для плоскости резкого изображения локационного сигнала.

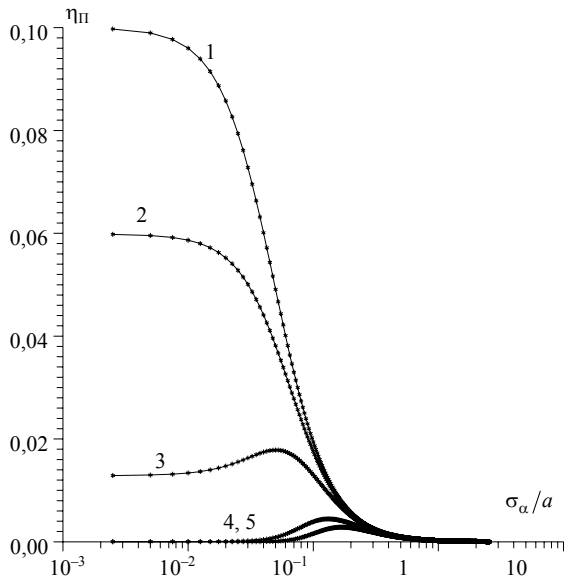



Рис. 2. Зависимость показателя $\eta_П$ от дисперсии смещения пучка при сильной турбулентности в плоскости приемной апертуры. Линии 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют математическому ожиданию смещения пучка $m/a$ = 0, 1, 3, 4, 5. $L$ = 1000 м; $a = a_П = a_0$ = 0,05 м; $a_r$ = 0,01$a$; $l_0 = f_0$ = 0,1; $l_п = f_п$ = 0,1; $a/a_к$ = 0,01

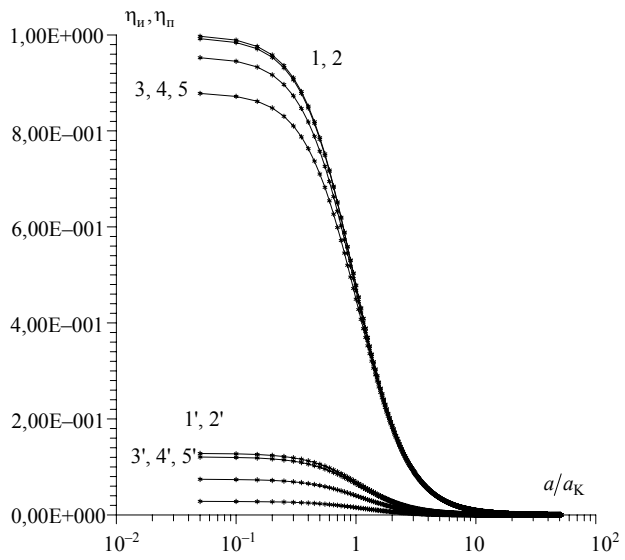



Рис. 4. Зависимость показателя эффективности локации от радиуса когерентности зондирующего излучения. Кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют значениям $m/a$ = 0, 1, 2, 3, 5 и нулевой дисперсии ошибки наведения; верхняя группа кривых соответствует значениям показателя эффективности на приемной апертуре, нижняя группа – значениям показателя в плоскости изображения

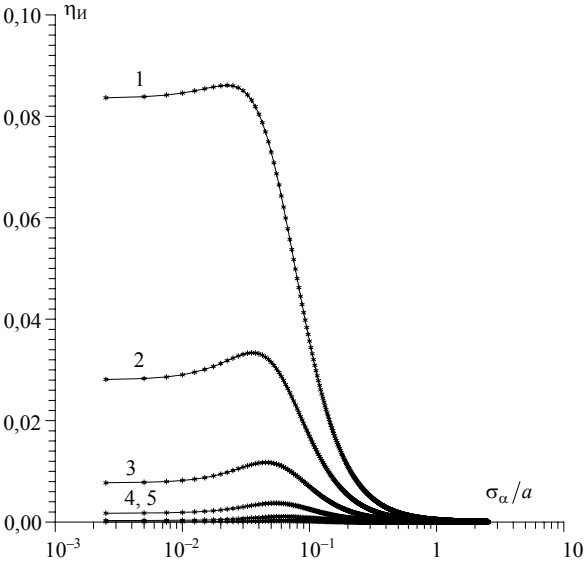



Рис. 3. Зависимость показателя $\eta_И$ от дисперсии смещения пучка при сильной турбулентности в плоскости изображения, линии 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют математическому ожиданию смещения пучка ($m/a$ = 0; 0,1; 0,3; 0,4; 0,5). Примечание. Значения дифракционных параметров аналогичны рис. 2

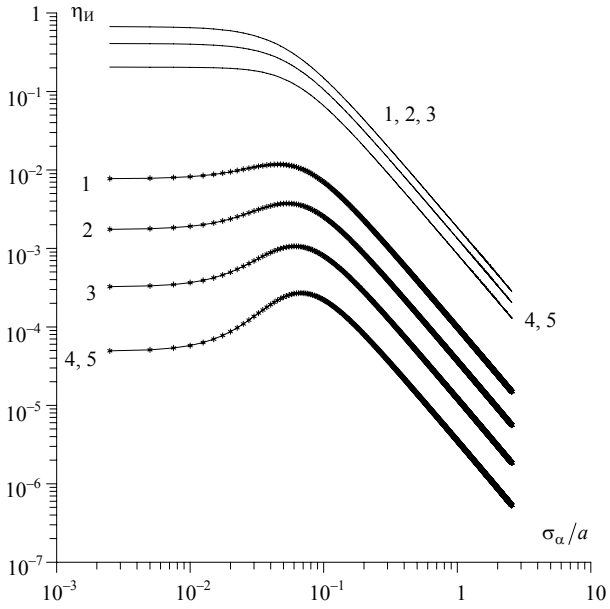



Рис. 5. Зависимость показателя эффективности локации в плоскости изображения от дисперсии смещения пучка в плоскости изображения. Линии 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют значениям $m/a$ = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5. Сплошные кривые соответствуют слабой турбулентности, линии с точками – сильной турбулентности

***Выводы***

Получен эффективный и математически замкнутый аппарат, позволяющий оценить зависимость отношения сигнал–шум на входе приемной апертуры ЛЛС и на входе приемного детектора ЛЛС. Точность аппроксимации принятых при разработке теоретической модели лоцирования ОЭС согласно [5] не ниже 13…15% по интегральной мощности принимаемого излучения.

Нормированные характеристики отношений сигнал–шум могут быть непосредственно применены в энергетических расчетах ЛЛС и при разработке атмосферных лазерных средств связи на этапе установления оптического контакта передатчика и приемника лазерного излучения.

Анализ полученных выражений показывает, что поведение $\eta_И$ в зависимости от входных параметров имеет такой же вид, как значения параметра $\eta_П$ на приемной апертуре. При этом величина локационного сигнала на фотоприемнике локатора более чувствительна к точности нацеливания зондирующего излучения на ОЭС, чем интенсивность локационного сигнала на приемной апертуре локатора. Данный результат объясняется эффектом виньетирования принимаемой фотоприемным устройством мощности.

Значимым в проведенных исследованиях является то, что для реальных условий наблюдения ОЭС радиус пространственной когерентности локационного сигнала в плоскости ФД, определяемый по уровню $e^{-1}$ модуля комплексной степени когерентности [1, 5, 6]:

$$\gamma\left(R_ф\right) = \frac{\Gamma_{2ф}\left(l_ф, R_ф, \rho_ф\right)}{\left[\Gamma_{2ф}\left(l_ф, R_ф + \rho_ф/2, 0\right)\Gamma_{2ф}\left(l_ф, R_ф - \rho_ф/2, 0\right)\right]^{1/2}},$$

приблизительно равен эффективному радиусу изображения отражателя ОЭС в плоскости резкого изображения приемного устройства. Данное обстоятельство не позволяет применять аппарат статистического синтеза ЛЛС [5, 6], разработанный применительно к случаю хорошего разрешения объектов наблюдения. Это требует уточнения алгоритмов принятия решения теории статистического синтеза в части произвольных соотношений между спектральными характеристиками обрабатываемого поля и пространственно-временной областью его наблюдения. Разработанный в [4, 8] математический аппарат синтеза оптимального приемника на основе разложения Карунэна–Лоэва с учетом разделимости пространственной и временной обработки локационных полей сигналов, напротив, не требует жестких ограничений на виньетирование сигнала, как и ограничений по его временной когерентности.

***Литература***

1. *Козинцев В.И.* Основы импульсной локации / В.И. Козинцев, М.Л. Белов, В.М. Орлов ; под ред. В.Н. Рождествина. – М. : МГТУ, 2006. – 512 с.

2. *Малашин М.С.* Основы проектирования лазерных локационных систем / М.С. Малашин, Р.П. Каминский. – М. : Высшая школа, 1983.

3. *Попело В.Д.* Модель процесса лазерной локации произвольного малоразмерного отражателя в случайно-неоднородной среде / В.Д. Попело, Ю.А. Мордвинцева // Радиосистемы. Информационный конфликт в спектре электромагнитных волн. – 1997. – № 3. – С. 62–69.

4. *Митрофанов А.Л.* Синтез алгоритма обработки пространственно-временных гауссовых оптических полей с произвольными спектральными характеристиками / А.Л. Митрофанов // Теория и техника радиосвязи / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2010. – № 1. – 25 с.

5. *Орлов В.М.* [и др.] Элементы теории светорассеяния и оптическая локация; под ред. В.М. Орлова. – Новосибирск : Наука, 1982. – 215 с.

6. *Рытов С.М.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля / С.М. Рытов, Ю.А. Кравцов, В.И. Татарский – М. : Наука, 1978. – 463 с.

7. *Бакут П.А.* Распространение излучения в рассеивающих средах. Точное решение одномерного уравнения переноса / П.А. Бакут, Ю.П. Шумилов // Оптика атмосферы и океана. – 1998. – Т. 11, № 11. – С. 1158–1168.

8. *Глушков А.Н.* Модель локационного наблюдения оптико-электронных средств при изотропных блужданиях диаграммы направленности передатчика / А.Н. Глушков, А.Л. Митрофанов // Сборник докладов 6-й МНТК «Радиолокация, навигация, связь». – Воронеж, 2000.

Статья поступила в редакцию 21 апреля 2010 г.

УДК 621.396.98

# АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НАЗЕМНЫХ МОБИЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

**Е.К. Кичигин**, с.н.с., ОАО «Концерн «Созвездие», тел.: 8-951-856-19-66

*Анализируются погрешности геомагнитной системы определения магнитного курса. Показана необходимость ее комплексирования с гирополукомпасом для повышения точности измерения истинного курса и в целом координат местоположения наземного мобильного объекта системы связи и управления. Предлагается способ коррекции автономной навигационной системы по координатам ориентиров местности, определяемым по электронной карте местности.*

***Ключевые слова:*** *магнитный курс, индукционный датчик, девиация, гирополукомпас, магнитная коррекция, ориентиры местности, коррекция координат наземного мобильного объекта.*

## ANALYSIS OF EFFICIENCY ENHANCEMENT POSSIBILITIES IN OPERATING THE AUTONOMOUS NAVIGATION SYSTEM FOR LAND MOBILE OBJECTS

**E.K. Kichigin**, senior research engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», tel.: 8-951-856-19-66

*Geomagnetic system errors in determining the magnetic course are analyzed. The necessity of its complexation with gyroscopic semicompass in order to improve measurement precision of the true course and* communication and control system mobile object *fixup value in a whole is shown. An autonomous navigation system correction method by terrain key-point coordinates determined by electronic map of the field.*

***Key words:*** *magnetic course, induction sensor, deviation, gyroscopic semicompass, magnetic slaving, terrain key-point, land mobile object coordinate correction.*

Навигационная система (НС) наземного мобильного объекта (НМО) системы связи и управления обеспечивает определение координат местоположения и угла направления движения объекта на основе комплексной обработки информации, поступающей от автономной НС геомагнитного типа (совместно с одометрической системой) и приемника спутниковых радионавигационных систем (СРНС) ГЛОНАСС, или *GPS*/ГЛОНАСС для коррекции позиционной погрешности определения координат объекта.

Навигационная система может измерять координаты НМО связи и управления в автономном режиме работы при отсутствии приема сигналов СРНС. Дальнейшее совершенствование НС по точности определения координат связано с решением следующих задач:

– сведение к минимуму влияния магнитного поля Земли на точность измерения курса мобильного объекта;

– расширение возможностей применения автономной НС, в том числе в северных районах и в областях с земными магнитными аномалиями;

– уменьшение зависимости при коррекции координат местоположения объекта от глобальных СРНС, подверженных отключению (*GPS*) или искусственному созданию радиопомех;

– применение более простых в реализации способов коррекции координат, не требующих сложной аппаратуры и не отвлекающих экипаж движущегося мобильного объекта от выполнения должностных обязанностей.

*Целью настоящей статьи является анализ возможностей по повышению эффективности работы автономной навигационной системы наземного мобильного объекта путем комплексирования геомагнитной системы определения курса с гирополукомпасом и применения способа коррекции навигационной системы по координатам ориентиров местности, определяемым по электронной карте местности.*

Принцип действия автономной НС геомагнитного типа состоит в измерении азимутального угла направления движения мобильного объекта на каждом отрезке пути и величины пройденного пути с последующим вычислением географических (плоских прямоугольных геодезических) координат объекта. Автономная

система определяет скорость движения и углы наклона объекта относительно продольной и поперечной осей.

Определение пройденного расстояния НМО осуществляется одометрической системой счисления пути с учетом коэффициента поправок. Коэффициент поправок рассчитывается после установки НС на борт объекта путем сравнения показаний пройденного расстояния, индицируемого на указателе автономной системы по заранее измеренному отрезку пути.

В процессе движения объекта измеряется курс (азимут движущегося объекта) геомагнитной системой, содержащей индукционный датчик, включающий два феррозонда, ориентированных по продольной и поперечной осям объекта.

Феррозонды отличаются от магнитных компасов тем, что напряженность магнитного поля Земли воздействует не на магнитную стрелку, а на магнитное сопротивление индукционного элемента, питаемого переменным током. В индукционном методе устраняется часть недостатков, присущих магнитному методу, однако влияние магнитных бурь и магнитных аномалий по-прежнему имеет место. Феррозонды определяют проекции горизонтальной составляющей $\vec{H}$ вектора магнитного поля Земли (МПЗ) на продольную и боковую оси объекта. По известным проекциям определяется положение горизонтальной составляющей $\vec{H}$ МПЗ, т.е. магнитный курс (азимут) объекта.

В вычислительном устройстве на основании измеренного расстояния для каждого отрезка пути и измеренного курса (азимута) рассчитываются географические (плоские прямоугольные геодезические) координаты. Точность начальной выставки феррозондов по осям объекта в значительной степени определяет погрешность измерения координат.

Индукционным датчикам присущи инструментальные и методические погрешности. Инструментальные погрешности обусловлены технологическими причинами и ошибками дистанционных передач. Инструментальные погрешности индукционных датчиков с двумя феррозондами не превышают ±0,75º [1, 2].

Основными методическими погрешностями, свойственными индукционным датчикам, являются: *1) магнитная девиация; 2) креновая погрешность и 3) поворотная погрешность.*

***Магнитная девиация***. В процессе работы НС на феррозонды воздействуют различные магнитные помехи, вызывающие погрешность в измерении магнитного курса – магнитную девиацию δ. Основными источниками магнитных помех являются ферромагнитные массы, а также электрические токи элементов бортового оборудования. В соответствии с теорией девиации ферромагнитные массы НМО условно разделяют на «твердое» железо с большой коэрцитивной силой и «мягкое» железо, практически не имеющее остаточного магнетизма и намагничиваемое внешними магнитными полями [2].

Вектор напряженности магнитного поля «твердого «железа, а также «мягкого» железа, намагниченного «твердым», длительно остается неизменным по величине и направлению относительно осей НМО.

Магнитное поле «мягкого» железа, намагничиваемого магнитным полем Земли, обладает несколько иными свойствами. Напряженность магнитного поля «мягкого» железа пропорциональна напряженности МПЗ, но их направления разные. Магнитное поле «мягкого» железа зависит от формы железной массы и ее ориентации относительно МПЗ, следовательно, и от курса НМО. По этой причине поле «мягкого» железа переменно.

Девиация является непрерывной периодической (с периодом $2\pi$) функцией магнитного курса $\psi_м$. Она может быть представлена в виде тригонометрического ряда (ряда Фурье)

$$\delta = A + B\sin\psi_м + C\cos\psi_м + D\sin\psi_м + \\ + E\cos 2\psi_м + \ldots .$$

Составляющая $A$ называется *постоянной (круговой) девиацией.* В теории девиации доказано, что она обусловлена «мягким» железом. Значение $A$ не превышает 3º.

Коэффициенты $B$ и $C$ характеризуют *полукруговую девиацию,* создаваемую «твердым» железом и имеющую период $2\pi$. Их значения могут достигать 5…7º при выносе датчиков в зону наименьшего воздействия магнитного поля объекта.

Составляющие $D\sin\psi_м$ и $E\cos 2\psi_м$ представляют собой *четвертную девиацию*, обуславливаемую «мягким» железом. Коэффициенты $D$ и $E$, как правило, не превышают 1º.

Влияние гармоник более высокого порядка несущественно. Коэффициенты их не превышают 0,1º.

Для устранения (списывания) девиации на мобильных объектах проводятся девиационные работы. Они должны выполняться на специаль-

ных девиационных площадках, построенных из неармированного бетона (или на грунте) в районе расположения мобильных объектов и максимально удаленных от источников магнитных помех.

Предварительный процесс компенсации девиации проводится после монтажа изделия на объекте и заключается в измерении параметров суммарного магнитного поля (МПЗ и паразитного поля объекта) при разных ориентациях НМО.

Девиационные работы требуют больших трудовых и временных затрат, и, как правило, целесообразно выполнять их в следующих случаях, помимо указанного выше:

– при переходе на зимнюю (летнюю) эксплуатацию;

– после замены индукционных датчиков (феррозондов);

– после замены агрегатов, влияющих на магнитное поле объекта;

– при больших погрешностях измерения дирекционного угла.

При девиационных работах объект с помощью тягача устанавливается в различные направления, а точное значение магнитного курса определяется с помощью девиационных пеленгаторов и теодолитов, имеющих магнитную стрелку. Методика выполнения девиационных работ зависит от типа магнитного датчика, установленного на объекте. В конечном итоге девиационные работы сводятся к определению коэффициентов *A, B, C, D, E* путем сравнения показаний бортового индукционного датчика и девиационного пеленгатора (теодолита) при различных значениях курса НМО. Определяемая при девиационных работах сумма постоянной девиации и установочной ошибки компенсируется поворотом корпуса датчика относительно объекта.

*Полукруговую девиацию* целесообразно компенсировать магнитами девиационного прибора, устанавливаемого на корпусе датчика.

*Четвертная девиация* индукционных датчиков, например в авиационных приборах, компенсируется лекальными устройствами корректионных механизмов. Обычно такие устройства механические, но иногда их функции выполняет электрическая схема, вырабатывающая компенсационные сигналы.

***Креновая погрешность*** возникает при условии стабилизации индукционного датчика в плоскости горизонта. Поворот объекта сопровождается поворотом вектора магнитного поля объекта относительно поперечной и продольной осей. В результате движения вектор магнитного поля объекта проецируется на оси индукционного датчика. Появляется креновая погрешность.

Креновая погрешность отсутствует, если индукционный датчик поворачивается вместе с мобильным объектом.

***Поворотная погрешность*** возникает при отклонениях плоскости чувствительности индукционного датчика от плоскости горизонта (при появлении углов поворота относительно продольной и поперечной осей объекта). В этом случае меняется положение измерительной плоскости датчика относительно вертикальной составляющей вектора $\overrightarrow{T_z}$ напряженности МПЗ.

Рассмотрим выполнение объектом поворота с углом крена $\gamma$ (рис. 1). Измерительная плоскость индукционного датчика поворачивается на этот же угол.

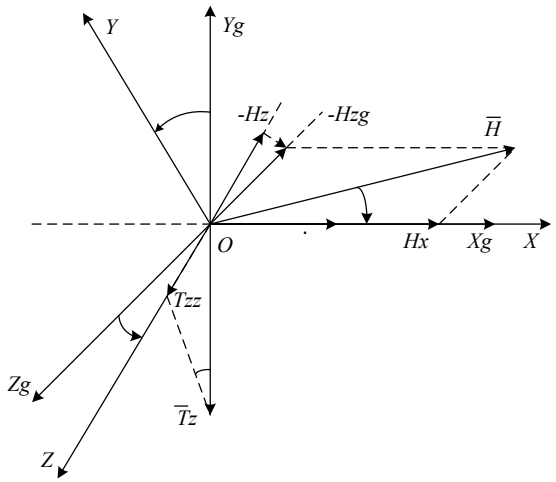



Рис. 1. Определение проекций вертикальной составляющей МПЗ на оси собственной системы координат объекта при повороте относительно продольной оси

Обозначим оси нормальной земной системы координат $O, X_g, Y_g, Z$, а оси связанной с объектом системы координат – $O, X, Y, Z$.

Проецируя вертикальную составляющую $\overrightarrow{T_z}$ и горизонтальную составляющую $\overrightarrow{H}$ напряженности магнитного поля на оси связанной системы координат и полагая, что ось $X_g$ совпадает с горизонтальной проекцией продольной оси объекта $X$, получим следующие выражения проекций:

$$H_x = H\cos\psi_{\text{м}};\ T_{zx} = 0;$$
$$H_z = -H\sin\psi_{\text{м}}\cos\gamma;$$
$$T_{zz} = T_z\sin\gamma,$$

где $\psi_м$ – магнитный курс объекта движения без учета поворотной погрешности.

Запишем выражение для измеряемого магнитного курса $\psi^1_м$ с учетом поворотной погрешности (рис. 2):

$$\operatorname{tg}\psi^1_м = \frac{-T_z}{T_x},$$

или

$$\operatorname{tg}\psi^1_м = \frac{H\sin\psi_м\cos\gamma - T_z\sin\gamma}{H\cos\psi_м} - \psi_м. \qquad (1)$$

Из выражения (1) находим формулу для получения поворотной погрешности:

$$\Delta\psi_м = \operatorname{arctg}\frac{H\sin\psi_м\cos\gamma - T_z\sin\gamma}{H\cos\psi_м} - \psi_м. \qquad (2)$$

Анализ выражения (2) показывает, что поворотная погрешность особенно значительна в полярных районах, хотя и в средних широтах при развороте объекта с глубокими кренами она может достигать величины в десятки градусов, а в отдельных случаях – быть максимальной $\left(\Delta\psi_{м_{max}} = \pm 180^\circ\right)$.

Работа геомагнитной системы на северных широтах связана с увеличением погрешности измерения магнитного курса. Это явление обусловлено уменьшением горизонтальной составляющей $\overrightarrow{H}$ вектора МПЗ. В районе магнитных полюсов Земли измерение магнитного курса геомагнитной системой невозможно.

Вследствие больших погрешностей индукционных датчиков при разворотах НМО целесообразно использовать показания этих приборов только в горизонтальном прямолинейном равномерном движении. В этом случае погрешности геомагнитной системы с индукционным датчиком в указанном режиме движения объекта минимальны.

В целом погрешности магнитных датчиков бывают настолько значительными, что области их применения крайне ограничены. Возникает необходимость комплексирования геомагнитной системы с таким датчиком курса, который не подвержен воздействию магнитного поля Земли и собственного магнитного поля. Таким датчиком курса может служить трехстепенной гироскоп (гирополукомпас), сохраняющий ось собственного вращения в плоскости горизонта с помощью системы маятниковой коррекции. Ось собственного вращения гироскопа может быть свободной в азимуте или прецессирует с расчетной угловой скоростью [3, 4].

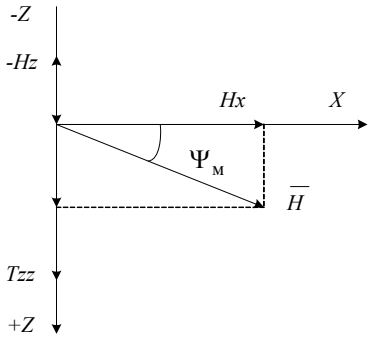



Рис. 2. Нахождение измеряемой величины магнитного курса с поворотной погрешностью

Прецессия (уход, дрейф) оси собственного вращения гироскопа в плоскости горизонта от первоначально выставленного направления под действием возмущающих моментов вносит погрешность в определение гироскопического курса, которая растет с течением времени и не может быть устранена без привлечения дополнительных курсовых средств.

Коррекция гироскопического курса может производиться от индукционного датчика (магнитная коррекция) при равномерном движении объекта на горизонтальном прямолинейном участке пути. При съеме и передаче гироскопического курса на указатель с помощью сельсинной передачи в момент коррекции устранение разности магнитного и гироскопического курса может выполняться поворотом статора сельсина – датчика гироскопического курса. После выполненной коррекции показания измерителей гироскопического курса и магнитного курса совпадают.

Основной режим работы при комплексировании гироскопического и индукционного датчиков курса – режим гирополукомпаса (ГПК).

Гирополукомпасы, как и индукционные датчики, имеют очевидные достоинства и недостатки. С целью повышения точности определения курса на участках движения объекта они должны использоваться комплексно.

Ранее отмечалось, что позиционная погрешность навигационной системы в автономном режиме работы без коррекции будет нарастать с увеличением времени, что может привести к потере ориентировки движущихся объектов.

***Коррекция навигационной системы по координатам ориентиров местности.*** В условиях отсутствия коррекции координат от СРНС наиболее приемлемой становится коррекция НС

по ориентирам местности. Возможны два варианта коррекции [5].

*Первый вариант* заключается в том, что ориентиры выбираются до начала движения наземного объекта по предполагаемому маршруту (мост через реку, опора линии электропередачи, колодец, железнодорожный переезд, заводские трубы, церковь, изгиб реки и т.д.). Эти координаты вносятся в память вычислителя НМО перед стартом (рис. 3) и нумеруются в порядке возможного прохождения ориентиров на маршруте движения.

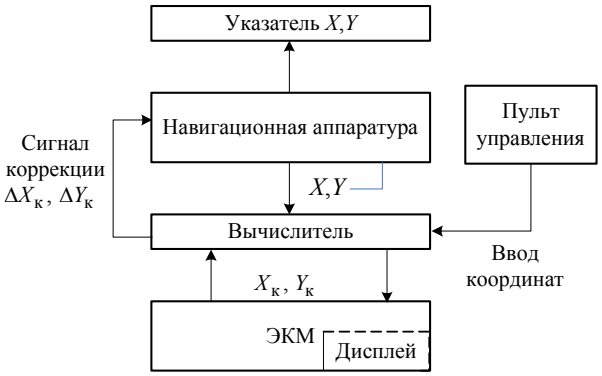



Рис. 3. Структурная схема коррекции позиционной погрешности автономной НС НМО по координатам ориентиров

*Второй вариант* отличается тем, что координаты ориентиров вводятся в память вычислителя на маршруте движения от электронной карты местности (ЭКМ). Водитель выбирает их в ходе движения, руководствуясь расположением ориентиров относительно маршрута движения, характеристикой местности (равнина, лес, балки и возвышенности, горы и т.д.), дороги (прямая, извилистая, дорога в горах с подъемами и спусками в виде серпантина) и широтой местности в случае применения РС с индукционным датчиком.

При подходе к ориентиру, координаты которого имеются в памяти вычислителя, срабатывает световая и звуковая сигнализация, напоминающая экипажу о необходимости проведения коррекции.

Разность координат объекта движения и ближайшего ориентира, при которой срабатывает сигнализация, определяется позиционной погрешностью НС, установленной на объекте. Величина погрешности определена для конкретной НС и введена в память вычислителя. Она используется в обоих вариантах коррекции.

При выполнении коррекции по ориентирам с ЭКМ (по второму варианту) во время движения мобильного объекта с пульта управления подается сигнал в вычислитель для индикации на ЭКМ координат выбранного ориентира. Эти координаты запоминаются в вычислителе.

Алгоритм коррекции координат навигационной системы НМО системы связи и управления по координатам ориентиров местности представлен на рис. 4.

Рис. 4. Алгоритм коррекции координат навигационной системы наземного мобильного объекта по координатам ориентиров местности

Во время прохождения ориентира по сигналу с пульта управления в вычислителе формируются сигналы коррекции $\Delta X_к = X_к - X$ и $\Delta Y_к = Y_к - Y$, где $X_к$ и $Y_к$ – координаты ориентира коррекции.

После коррекции позиционной погрешности на указателе НС устанавливаются координаты ориентира, что свидетельствует о проведенной коррекции. Длительный маршрут движения объектов может содержать несколько ориентиров коррекции. Целесообразно проводить коррекцию НС перед началом движения объекта по пересеченной лесной местности, при въезде объекта в населенный пункт с целью исключения потери ориентировки, а также перед началом движения объекта по горной дороге с постоянной сменой курса.

Коррекция позиционной погрешности НС по координатам выбранных ориентиров на местности позволяет повысить точность определения местоположения объектов движения в автономном режиме работы, при отсутствии сигналов коррекции от СРНС/*GPS* или ГЛОНАСС.

Координаты ориентиров по топографическим картам определяются со средней ошибкой 0,1…0,2 мм в масштабе карты. Применение карты с масштабом 1:25000 (1 см на карте соответствует 250 м на местности) позволяет достичь точности измерения координат ориентира ***2,5…5 м*** [6].

***Выводы.*** Комплексирование геомагнитной системы с гирополукомпасом позволит расширить область применения автономной НС мобильного объекта связи и управления, существенно снизив влияние магнитного поля объекта и МПЗ на точность измерения курса.

Магнитная коррекция гирополукомпаса может выполняться автоматически по сигналу специального датчика или вручную, нажатием кнопки на пульте управления навигационной системой членом экипажа. Прямолинейное равномерное движение объекта на горизонтальном участке местности есть необходимое условие для реализации режима магнитной коррекции. Частота проведения коррекции определяется требуемой точностью измерения координат местоположения объекта при наличии условий для коррекции.

Коррекция навигационной системы НМО связи и управления по координатам ориентиров местности с использованием ЭКМ позволит снизить позиционную погрешность определения координат местоположения объекта в автономном режиме работы. Процесс коррекции отличается простотой реализации и высокой точностью (***2,5…5 м)*** при использовании крупномасштабных карт.

***Литература***

1. *Боднер В.А.* Авиационные приборы / В.А. Боднер. – М. : Машиностроение, 1969.

2. *Диль В.Ф.* Авиационные приборы и информационно-измерительные системы / В.Ф. Диль, В.М. Попов, А.А. Чигвинцев. Ч. 1. – Иркутск : ИВВАИУ (ВИ), 2008.

3. *Пельпор Д.С.* Гироскопические приборы систем ориентации и стабилизации / Д.С. Пельпор, Ю.А. Осокин, Е.Р. Рахтеенко. – М. : Машиностроение, 1977.

4. *Ройтенберг Я.Н.* Гироскопы / Я.Н. Ройтенберг / Главная редакция физико-математической литературы. – М. : Наука, 1966.

5. Пат. 2390980 Российская Федерация. Способ коррекции позиционной погрешности навигационной системы по координатам ориентиров местности / Кичигин Е.К., Кателин Н.В., Аниканов А.В.; заявитель и патентообладатель ОАО «Концерн «Созвездие»; № 2009400029; заявл. 06.04.09; зарегистр. 28.04.10.

6. *Говорухин А.М.* Справочник по военной топографии / А.М. Говорухин, А.М Куприн, М.В. Галезо. – М. : Воениздат МО СССР, 1973.

Статья поступила в редакцию 12 мая 2010 г.

УДК 621.391.23

# ВИДЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧАСТОТ СИГНАЛА В ЦИФРОВОМ РАДИОПРИЕМНОМ УСТРОЙСТВЕ И ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ НИМИ

**В.А. Маковий**, нач. НТО, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: makovij@mail.ru

*Подробно рассмотрены различные виды частот, встречающиеся при описании процесса прохождения принимаемого аналогового сигнала по тракту цифрового радиоприёмного устройства с использованием потоковых и блоковых алгоритмов обработки. Приведены формулы прямого и обратного перехода между различными представлениями частоты аналогового и цифрового сигнала. Предложен метод определения неизвестной частоты входного сигнала.*

***Ключевые слова:*** *цифровая обработка сигналов, относительная частота, бин, дискретное преобразование Фурье, дискретизация, теорема Котельникова, цифровое радиоприёмное устройство, анализ спектра, передача данных.*

# WAYS TO REPRESENT SIGNAL FREQUENCIES IN DIGITAL RADIO RECEIVER DEVICE TRANSITIONS BETWEEN THEM

**V.A. Makovy**, head of Scientific and Technical Department, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: makovij@mail.ru

*The process of various frequency types that are mentioned in the description of the received analog signal propagation over the digital radio receiver device path with using the flow and block processing algorithms is discussed in detail. Direct and reverse transitions between various frequency representations of the analog and digital signal formulae are given. Methods for determining the input signal unknown frequency are offered.*

***Key words:*** *digital signal processing, relative frequency, bin, discrete Fourier transform, discretization, Kotelnicov theorem, digital radio receiver device, spectrum analysis, data transmission.*

Проходя через аналого-цифровой тракт цифрового радиоприёмного устройства (ЦРПУ), сигнал в соответствии с алгоритмом приёма преобразуется в различные формы представления. Описание различных форм представления сигнала, таких как входной аналоговый сигнал, неограниченная во времени последовательность отсчётов при фильтрации (цифровой поток), ограниченный во времени набор отсчётов при анализе спектра, может происходить при помощи различных видов частот.

Для понимания процессов, происходящих при прохождении сигнала через аналого-цифровой тракт ЦРПУ, подробно рассмотрим различные виды частот, присутствующие на различных стадиях усиления и обработки сигналов.

В настоящей статье принято, что все частоты в процессе анализа сигнала не изменяются во времени (постоянны). Это не ведёт к утрате общности выкладок для различных видов частоты, например средней или мгновенной.

Аналоговые сигналы (процессы) на входе аналого-цифрового тракта характеризуются следующими частотами:

1. Частота – физическая величина, характеристика периодического процесса, равная числу циклов, совершённых за единицу времени. В Международной системе единиц (СИ) единицей измерения частоты является герц (Гц, Hz). 1 герц равен одному полному циклу колебания за секунду. Частоту радиосигнала (аналогового) измеряют в герцах. Стандартное обозначение частоты в формулах – $f$.

2. Угловая (круговая, радиальная) частота – физическая величина, мера частоты вращательного или колебательного движения. В системе СИ угловая частота выражается в радианах в секунду (рад/с, rad/s), её размерность обратна размерности времени (радианы безразмерны). Угловая частота обозначается символом ω. Угловая частота в радианах в секунду выражается через частоту $f$ как $\omega = 2\pi f$.

Цифровая обработка сигналов (ЦОС), применяемая в современных радиоустройствах, использует цифровое представление аналоговых сигналов. При преобразовании в цифровую форму аналоговый физический сигнал, существующий на непрерывной оси времени, подвергается дискретизации в соответствии с теоремой Котельникова. Дискретизация заменяет непрерывный аналоговый сигнал последовательностью отсчётов, величины которых пропорцио-

нальны значениям сигнала в моменты выборок при дискретизации. Дискретизация производится равномерно по времени с периодом дискретизации $\Delta t$ .Частоту дискретизации будем обозначать $f_d$ [Гц].

После преобразования физического сигнала в дискретную (цифровую) форму он представляется последовательностью чисел. Понятие частоты применительно к такому сигналу изменяется. Поскольку в цифровом сигнале отсутствует информация о частоте дискретизации, частота цифрового сигнала может быть только относительной [1], т.е. выражается в долях частоты дискретизации.

*Относительной частотой* будем называть величину, обратную среднему количеству чисел, образующих один период периодической последовательности. В соответствии с теоремой Котельникова дискретный сигнал с максимально возможной частотой имеет период, равный двум отсчётам (числам). Так, для последовательности 1, –1, 1, –1 относительная частота равна 0,5. Относительную частоту будем обозначать символом $\Omega_f$ . Единица измерения – безразмерна, интервал значений [–0,5; 0,5).

*Относительной угловой* (круговой, радиальной) частотой по аналогии с угловой частотой будем называть величину $2\pi\Omega_f$ . Относительную угловую частоту будем обозначать $\Omega_\omega$ . Единица измерения – радиан/отсчёт – безразмерна. Интервал значений $[-\pi,\pi)$ .

Понятия относительной частоты и относительной угловой частоты, как правило, применяются для сигналов с неограниченной длительностью. Такие сигналы соответствуют алгоритмам обработки, предназначенным для обработки потоков. В качестве примера подобных алгоритмов можно привести фильтрацию при помощи фильтров с бесконечной импульсной характеристикой.

Существует другой важный класс алгоритмов обработки, ориентированных на работу с ограниченными во времени реализациями сигнала. Широкое распространение алгоритмов обработки сигналов на конечных интервалах позволило вычислять величину спектральной плотности дискретного сигнала в наборе точек, равномерно расположенных на частотной оси. К таким алгоритмам относятся дискретное преобразование Фурье (ДПФ), быстрое преобразование Фурье (БПФ) и другие подобные им. Для обозначения координат точек наблюдения сигнала в частотной области, получаемых в результате таких алгоритмов, используют номера коэффициентов ДПФ. Рассмотрим выражение для расчёта коэффициентов ДПФ, приведённое в [2]:

$$X_p(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(n) e^{-j(2\pi/N)nk} , \qquad (1)$$

где $N$ – количество отсчётов во входном массиве ДПФ; $k$ – номер коэффициента ДПФ.

Из (1) следует, что наблюдение спектра процесса, заданного входной последовательностью чисел $x_p(n)$, $n = 0 \ldots N-1$, производится в точках, соответствующих гармоникам интервала существования входного массива, причём номер гармоники соответствует номеру коэффициента Фурье.

Частоты в выходном массиве анализатора спектра при конечном интервале анализа представляются в виде гармоник интервала анализа. Отсчёты, полученные в результате ДПФ входной временной последовательности, всегда имеют целочисленную частоту, выраженную в бинах. Нулевому отсчёту соответствует частота 0 бин, первому – 1 бин и т.д. *Важным для понимания является тот факт, что частоты, соответствующие точкам наблюдения (отсчётам в выходном массиве ДПФ), не имеют прямого отношения к частотам, содержащимся в спектре сигнала.* Отсчёты на выходе ДПФ – точки на частотной оси, в которых наблюдается непрерывный спектр входного сигнала.

Относительную частоту, выраженную через гармонику интервала анализа сигнала, будем обозначать $\Omega_n$ . Единица измерения – бин. Интервал значений $\Omega_n$ $[0, N-1]$, где $N$ – число отсчётов на интервале анализа.

При дискретизации низкочастотного сигнала, максимальная частота $f$ которого не превышает $0{,}5 \cdot f_d$ , относительная частота полученного дискретного сигнала может быть найдена в соответствии с теоремой о дискретизации низкочастотных сигналов [3] по формуле

$$\Omega_f = \frac{f_{\text{вх}}}{f_d}. \qquad (2)$$

В цифровых радиоприёмных устройствах полезный сигнал занимает небольшую часть дос-

тупной полосы частот [4]. В этом случае неэкономно с точки зрения необходимых аппаратных затрат использовать теорему о низкочастотной дискретизации. Целесообразно применить полосовую дискретизацию, т.е. использовать периодичность спектра дискретизированного сигнала. На рис. 1 представлена зависимость относительной частоты цифрового сигнала от частоты дискретизируемого аналогового сигнала $f$ при неизменной частоте дискретизации $f_d$.

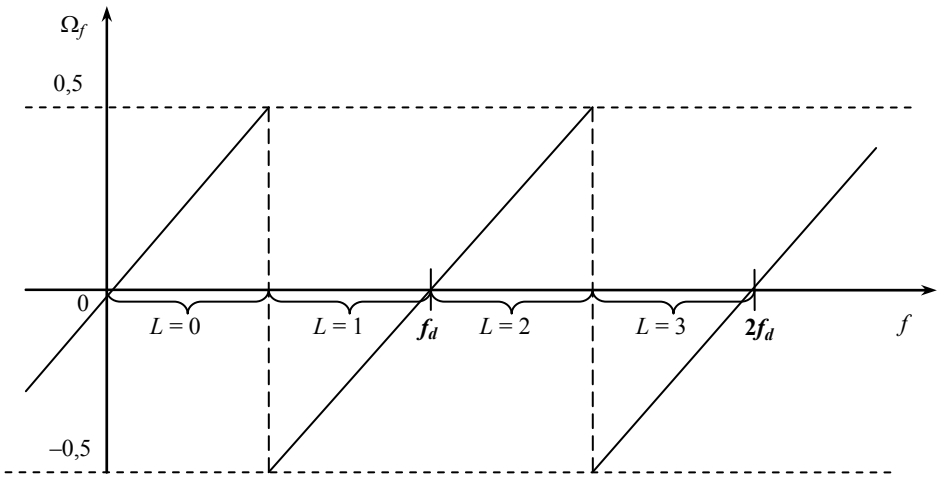



Рис. 1. Зависимость относительной частоты цифрового сигнала от частоты входного сигнала при дискретизации с частотой $f_d$

При полосовой дискретизации с частотой $f_d$ аналогового сигнала с частотой $f_{\text{вх}}$ возможны два варианта преобразования частоты в зависимости от соотношения величин $f_{\text{вх}}$ и $f_d$. Номер полосы (зоны) Найквиста, в которую попадает входной сигнал при дискретизации, будем обозначать $L$:

$$L = \left[ \frac{2f_{\text{вх}}}{f_d} \right], \tag{3}$$

где [ ] – взятие целой части операнда.

Если $L$ = 0, 2, 4…, то

$$\Omega_f = \frac{f_{\text{вх}}}{f_d} - \left[ \frac{f_{\text{вх}}}{f_d} \right]. \tag{4}$$

Если $L$ = 1, 3, 5…, то

$$\Omega_f = \frac{f_{\text{вх}}}{f_d} - 1 - \left[ \frac{f_{\text{вх}}}{f_d} \right]. \tag{5}$$

При восстановлении аналогового сигнала из цифрового, как правило, используется основная (нулевая) полоса Найквиста. Соответственно,

$$f = \Omega_f \cdot f_d. \tag{6}$$

Применение ДПФ (1) к $N$ отсчётам сигнала на конечном интервале при частоте дискретизации $f_d$ даёт отсчёты Фурье-образа временной последовательности на частотах $\Omega_n = 0,1...N-1$ бин. Величина одного бина (частотного интервала между соседними отсчётами ДПФ) в единицах относительной частоты исходного сигнала при этом равна $1/N$. При чётном $N$ относительные частоты исходного цифрового сигнала, соответствующие бинам выходных отсчётов ДПФ, могут быть найдены как

$$\Omega_f = \frac{\Omega_n}{N} \text{ при } \Omega_n = 0,\ 1...N/2-1, \tag{7}$$

$$\Omega_f = \frac{-(N-\Omega_n)}{N} \text{ при } \Omega_n = N/2...N-1. \tag{8}$$

При нечётном $N$

$$\Omega_f = \frac{\Omega_n}{N} \text{ при } \Omega_n = 0,1...(N-1)/2, \tag{9}$$

$$\Omega_f = \frac{-(N-\Omega_n)}{N} \text{ при } \Omega_n = (N-1)/2+1...N-1. \tag{10}$$

Основные соотношения между видами частот, применяемыми для описания процессов, происходящих при цифровой обработке сигналов в основной полосе Найквиста, для чётных $N$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

| | $f$ | $\omega$ | $\Omega_f$ | $\Omega_\omega$ | $\Omega_n \in [0...N/2-1]$ | $\Omega_n \in [N/2...N-1]$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 1 | $f = \frac{\omega}{2\pi}$ | $f = \Omega_f f_d$ | $f = \frac{\Omega_\omega f_d}{2\pi}$ | $f = \frac{\Omega_n f_d}{N}$ | $f = \frac{\Omega_n - N}{N} f_d$ |
| $\omega$ | $\omega = 2\pi f$ | 1 | $\omega = 2\pi\Omega_f f_d$ | $\omega = \Omega_\omega f_d$ | $\omega = \frac{2\pi\Omega_n f_d}{N}$ | $\omega = \frac{2\pi(\Omega_n - N)}{N} f_d$ |
| $\Omega_f$ | $\Omega_f = \frac{f}{f_d}$ | $\Omega_f = \frac{\omega}{2\pi f_d}$ | 1 | $\Omega_f = \frac{\Omega_\omega}{2\pi}$ | $\Omega_f = \frac{\Omega_n}{N}$ | $\Omega_f = \frac{\Omega_n - N}{N}$ |
| $\Omega_\omega$ | $\Omega_\omega = \frac{2\pi f}{f_d}$ | $\Omega_\omega = \frac{\omega}{f_d}$ | $\Omega_\omega = 2\pi\Omega_f$ | 1 | $\Omega_\omega = \frac{2\pi\Omega_n}{N}$ | $\Omega_\omega = \frac{2\pi(\Omega_n - N)}{N}$ |
| $\Omega_n \in [0\ldots N/2-1]$ | $\Omega_n = \frac{fN}{f_d}$ | $\Omega_n = \frac{\omega N}{2\pi f_d}$ | $\Omega_n = N\Omega_f$ | $\Omega_n = \frac{N\Omega_\omega}{2\pi}$ | 1 | |
| $\Omega_n \in [N/2\ldots N-1]$ | $\Omega_n = N\left(\frac{f}{f_d}+1\right)$ | $\Omega_n = N\left(\frac{\omega}{2\pi f_d}+1\right)$ | $\Omega_n = N(\Omega_f+1)$ | $\Omega_n = N\left(\frac{\Omega_\omega}{2\pi}+1\right)$ | | 1 |

В более наглядной форме переходы между различными видами частот представлены на рис. 2.

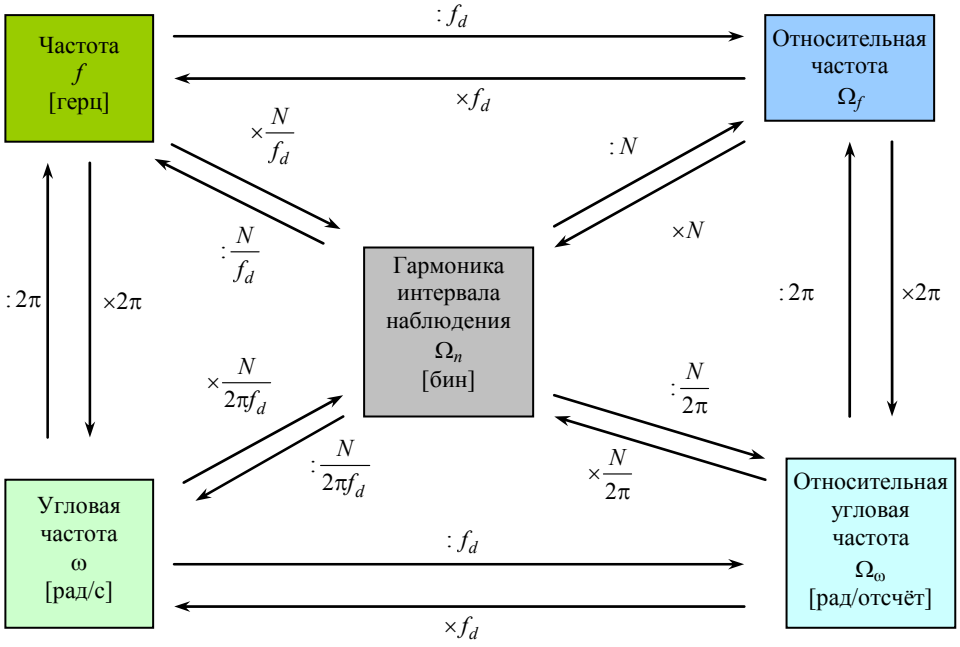



Рис. 2. Диаграмма переходов между различными видами частот в аналого-цифровом тракте

Выражения, позволяющие осуществлять переходы между различными представлениями частот, приведённые в табл. 1, имеют важное практическое значение. Рассмотрим их применение для анализа процессов в ЦРПУ, вызванных отклонением частоты опорного генератора (ОГ) приёмника от номинального значения.

В ЦРПУ при приёме однополосного сигнала важным параметром является сдвиг частоты принимаемого сигнала от номинального значения. Наличие такого сдвига может быть вызвано отклонением частоты ОГ, который является источником частоты дискретизации, от номинального значения. Для определения требований к стабильности ОГ ЦРПУ рассмотрим зависимость сдвига частоты при приеме сигнала с одной боковой полосой (ОБП) в цифровом радиоприёмнике от частотной погрешности ОГ. На рис. 3 приведена структурная схема однополосного ЦРПУ с цифровой обработкой сигнала на радиочастоте и аналоговым выходом.

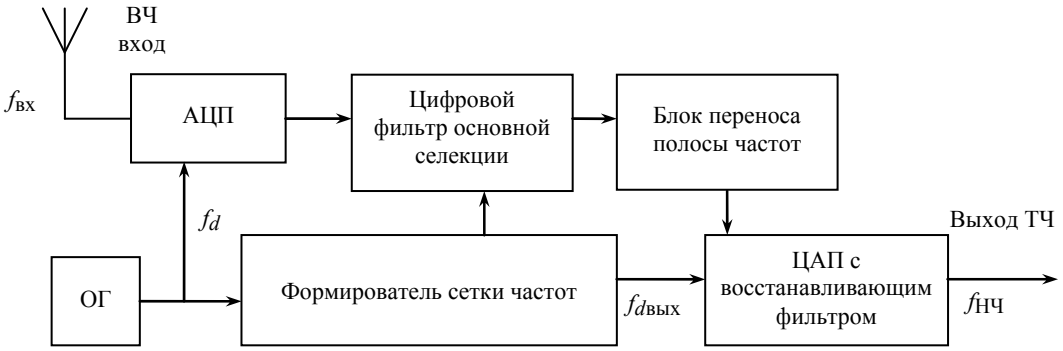



Рис. 3. Структурная схема цифрового радиоприёмного устройства

Высокочастотный аналого-цифровой преобразователь (АЦП) производит дискретизацию входного сигнала с частотой $f_{вх}$ при частоте дискретизации $f_d$. Цифровой сигнал с выхода АЦП с относительной частотой $\Omega_f$, определяемой выражением (4) или (5), в зависимости от номера полосы Найквиста $L$ поступает на вход цифрового фильтра основной селекции (ЦФОС). ЦФОС из полной полосы оцифрованного сигнала выделяет полосу принимаемого сигнала и отфильтровывает помехи и сигналы на других частотах. Затем отфильтрованный сигнал поступает в блок переноса полосы частот, который осуществляет перенос сигнала в полосу тональных частот с уменьшением частоты дискретизации до $f_{d вых}$. Цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) с восстанавливающим фильтром [5] преобразует цифровой сигнал в аналоговый с тональной полосой частот (ТЧ) канала 0,3…3,4 кГц. В рассматриваемом ЦРПУ опорный генератор ОГ формирует частоту дискретизации $f_d$. Все остальные частоты, используемые для тактирования различных блоков ЦОС и выходного низкочастотного (НЧ) интерфейса, формируются специальным блоком – формирователем сетки опорных частот. Когда мы рассматриваем изменение частоты дискретизации на величину $\Delta f_d$, то подразумеваем, что все частоты, используемые в процессе обработки сигнала, изменяют свои величины пропорционально.

Пусть частота ОГ отклоняется от номинального значения на величину $\Delta f_d$. Тогда новое значение частоты дискретизации $f_{d1} = f_d + \Delta f_d$. После дискретизации относительная частота оцифрованного входного сигнала $\Omega_{f1}$ в соответствии с величиной параметра $L_1$,

$$L_1 = \left[ \frac{2 f_{вх}}{f_d + \Delta f_d} \right], \qquad (11)$$

примет следующие значения:

если $L_1 = 0, 2, 4\ldots$, то

$$\Omega_{f1} = \frac{f_{вх}}{f_d + \Delta f_d} - \left[ \frac{f_{вх}}{f_d + \Delta f_d} \right], \qquad (12)$$

если $L_1 = 1, 3, 5\ldots$, то

$$\Omega_{f1} = -1 - \left[ \frac{f_{вх}}{f_d + \Delta f_d} \right] + \frac{f_{вх}}{f_d + \Delta f_d}. \qquad (13)$$

На рис. 4 показано взаимное расположение полос Найквиста $L$ для исходной частоты дискретизации $f_d$ и $L_1$ для новой частоты дискретизации $f_{d1} = f_d + \Delta f_d$. Графически изображена зависимость $\Omega_f(f)$ при $f_d$ (серая сплошная линяя) и $\Omega_f(f)$ при $f_{d1}$ (черная сплошная линия). При увеличении частоты дискретизации ось $f$ пропорционально удлинилась, что эквивалентно частотному сдвигу входных частот.

Частотным сдвигом будем называть изменение относительной частоты цифрового сигнала $\Omega_f$ в результате изменения частоты дискретизации. Также можно определить частотный сдвиг в результате изменения частоты дискретизации как требуемое изменение частоты входного аналогового сигнала, при котором относительная частота цифрового сигнала $\Omega_f$ останется неизменной. Частотный сдвиг в точке $f_{вх}$ на оси $f$ зависит от абсолютной частоты входного сигнала:

$$\Delta f_{вх} = f_{вх} \cdot \frac{\Delta f_d}{f_d}. \qquad (14)$$

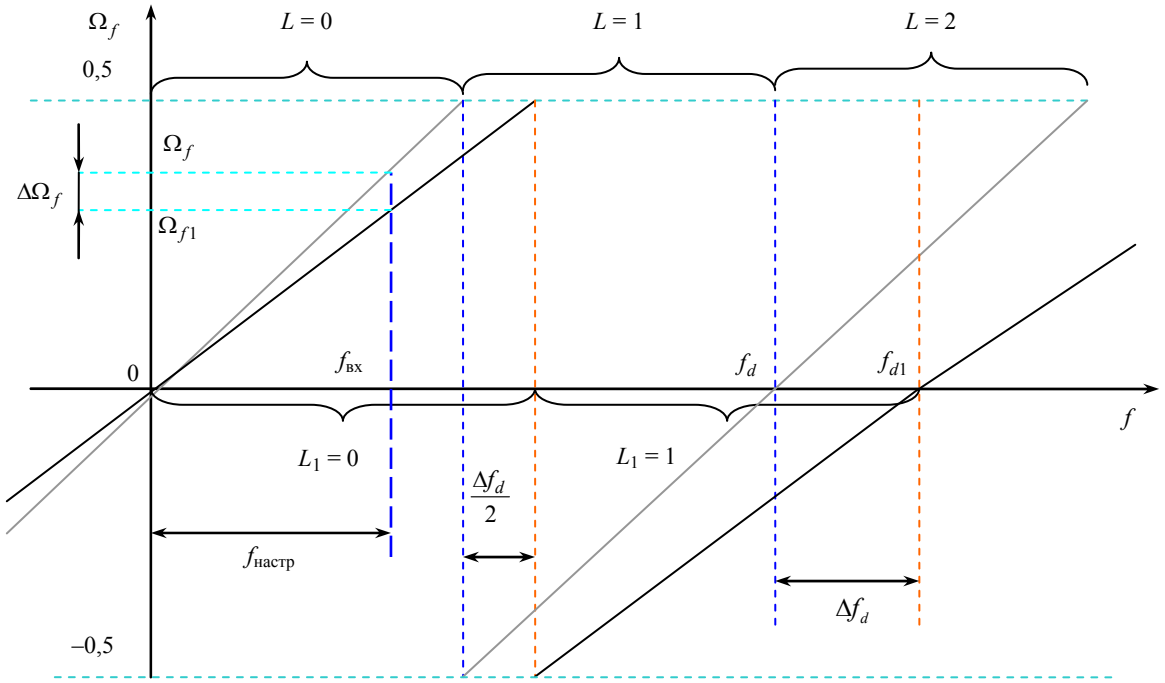



Рис. 4. Изменение относительной частоты цифрового сигнала при отклонении частоты дискретизации от номинального значения на $\Delta f_d$ и сигнале в нулевой полосе Найквиста

В представляющих практический интерес случаях можно считать, что $\Delta f_d << f_d$. Известно [4], что в непосредственной близости к частотам, целочисленно кратным частоте Найквиста, располагаются защитные частотные полосы. Рассмотрим поведение $\Omega_f$ в полосах частот, удовлетворяющих условию $L = L_1$, исключив из рассмотрения интервалы частот, в которых $L \neq L_1$.

*В нулевой полосе Найквиста* ($L_1 = L = 0$) при увеличении $f_d$ на $\Delta f_d$ [Гц] относительная частота сигнала на выходе АЦП в соответствии с (4) и (12) изменяется на величину

$$\Delta\Omega_f = \Omega_{f1} - \Omega_f = -\Omega_f \frac{\Delta f_d}{f_d + \Delta f_d}. \qquad (15)$$

В ЦРПУ транспонирование (перенос) радиочастотного сигнала по частоте для преобразования в низкочастотный сигнал осуществляется в блоке переноса полосы частот. Предположим, что мы принимаем верхнюю боковую полосу однополосного сигнала в нулевой полосе Найквиста и $f_{вх}$ – его несущая частота. При точной настройке ЦРПУ $f_{настр} = f_{вх}$. После дискретизации происходит перенос принятого сигнала по частоте на величину $\Omega_{пер}$, соответствующую $f_{настр}$:

$$f_{настр} = \Omega_{пер} f_d.$$

В настроенном на частоту $f_{вх}$ радиоприёмнике относительная частота переноса $\Omega_{пер}$ при $L = 0$ соответствует частоте входного сигнала:

$$\Omega_{пер} = \frac{f_{вх}}{f_d}. \qquad (16)$$

При номинальной величине частоты $f_d$ независимо от номера зоны $L$ перенос по частоте происходит в соответствии с выражением

$$\Omega_{НЧ} = \Omega_f - \Omega_{пер} = \frac{f_{вх}}{f_d} - \frac{f_{настр}}{f_d} = 0. \qquad (17)$$

Частота переноса формируется из сигнала ОГ ЦРПУ, следовательно, при изменении $f_d$ за счёт перестройки ОГ относительная частота переноса $\Omega_{пер}$ не изменится. При увеличении частоты дискретизации на $\Delta f_d$ в соответствии с (15) происходит сдвиг по частоте низкочастотного сигнала из-за изменения $\Omega_f$, причём

$$\Delta\Omega_{НЧ} = \Omega_{НЧ1} - \Omega_{НЧ} = \left(\Omega_f + \Delta\Omega_f - \Omega_{пер}\right) - \left(\Omega_f - \Omega_{пер}\right) = \Delta\Omega_f. \qquad (18)$$

Из (18) следует, что изменение входной относительной частоты $\Delta\Omega_f$ будет передано блоком переноса полосы частот на вход ЦАП с восстанавливающим фильтром без изменения. Следовательно, при увеличении частоты дискретизации изменение частоты выходного сигнала ($L = 0$) можно представить как

$$\Delta\Omega_{\text{НЧ}} = -\frac{f_{\text{вх}}}{f_d}\frac{\Delta f_d}{f_d + \Delta f_d}. \qquad (19)$$

В ЦРПУ для уменьшения аппаратных затрат на реализацию сигнал по мере фильтрации и транспонирования подвергается уменьшению частоты дискретизации – децимации.

Для упрощения описания частотных преобразований предположим, что перенос и обработка принимаемого сигнала происходят без понижения частоты дискретизации. Тогда частота восстановленного аналогового сигнала на НЧ выходе ЦРПУ при номинальной величине $f_d$ составит

$$f_{\text{НЧ}} = \Omega_{\text{НЧ}} \cdot f_d. \qquad (20)$$

После увеличения $f_d$ на величину $\Delta f_d$ частота того же сигнала может быть найдена как

$$f_{\text{НЧ1}} = \left(\Omega_{\text{НЧ}} + \Delta\Omega_{\text{НЧ}}\right)\cdot\left(f_d + \Delta f_d\right). \qquad (21)$$

Частотный сдвиг на аналоговом НЧ выходе

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = f_{\text{НЧ1}} - f_{\text{НЧ}} =$$
$$= \left(\Omega_{\text{НЧ}} + \Delta\Omega_{\text{НЧ}}\right)\cdot\left(f_d + \Delta f_d\right) - \Omega_{\text{НЧ}} \cdot f_d. \qquad (22)$$

Раскрыв скобки, получаем

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = \Delta\Omega_{\text{НЧ}} \cdot f_d + \Delta\Omega_{\text{НЧ}} \cdot \Delta f_d + \Omega_{\text{НЧ}} \cdot \Delta f_d =$$
$$= \Delta\Omega_{\text{НЧ}} \cdot \left(f_d + \Delta f_d\right) + \Delta f_d \cdot \Omega_{\text{НЧ}}. \qquad (23)$$

С учётом (18) частотный сдвиг в ТЧ канале при $L = 0$ составит

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = -\frac{f_{\text{вх}}}{f_d}\cdot\Delta f_d + \frac{f_{\text{НЧ}}}{f_d}\cdot\Delta f_d. \qquad (24)$$

Для ЦРПУ $f_{\text{вх}} >> f_{\text{НЧ}}$. Для упрощения расчётов будем пользоваться формулой

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = -\frac{f_{\text{вх}}}{f_d}\cdot\Delta f_d. \qquad (25)$$

В качестве примера применения полученных выражений рассмотрим ЦРПУ КВ диапазона с $f_d = 98304$ кГц. Увеличение $f_d$ на 1 кГц приведёт к частотному сдвигу цифрового выходного сигнала ЦРПУ. Величина сдвига прямо пропорциональна частоте входного сигнала. Для нахождения максимальной величины $\Delta\Omega_{\text{НЧ}}$ примем $f_{\text{вх}} = 30$ МГц, что соответствует верхней границе диапазона принимаемых частот. Частотный сдвиг в единицах относительной частоты (19) составит

$$\Delta\Omega_{\text{НЧ}} = \frac{30000}{98304}\cdot\frac{1}{98304+1} = -3{,}104\cdot10^{-6}.$$

В соответствии с (25) величина частотного сдвига сигнала на НЧ выходе

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = -\frac{30000}{98304}\cdot1000 \approx -305{,}17 \text{ Гц}.$$

Используя точное выражение (24), для наибольшей частоты в выходном канале ЦРПУ 3,4 кГц получаем

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = \frac{3{,}4}{98304}\cdot1000 - \frac{30000}{98304}\cdot1000 \approx -305{,}14 \text{ Гц}.$$

Различие составляет менее 0,011%, что подтверждает сделанный ранее вывод о применении выражения (25) вместо (24) для упрощения вычислений. Выражения (24) и (25) позволяют по заданной величине допустимого сдвига частот в ОБП канале определить максимальную допустимую частотную погрешность ОГ ЦРПУ.

Для приёма полосовых радиочастотных сигналов может использоваться не только основная (нулевая) полоса. *В первой полосе Найквиста* ($L_1 = L = 1$), как показано на рис. 5, при увеличении $f_d$ на $\Delta f_d$ [Гц] также происходит изменение относительной частоты сигнала на выходе АЦП. Величину этого изменения в соответствии с (5) и (13) определим как

$$\Delta\Omega_f = \Omega_{f1} - \Omega_f = \frac{f_{\text{вх}}}{f_d}\cdot\frac{\Delta f_d}{\left(f_d + \Delta f_d\right)}. \qquad (26)$$

В первой полосе Найквиста согласно (5)

$$\frac{f_{\text{вх}}}{f_d} = \left(\Omega_f + 1\right), \qquad (27)$$

тогда

$$\Delta\Omega_f = \left(\Omega_f + 1\right)\cdot\frac{\Delta f_d}{\left(f_d + \Delta f_d\right)}. \qquad (28)$$

Проведя преобразования аналогично (22)–(23), получаем выражение для зависимости частотного сдвига в ТЧ канале на выходе ЦРПУ от изменения частоты дискретизации $\Delta f_d$ при $L = 1$:

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = f_{\text{НЧ1}} - f_{\text{НЧ}} =$$
$$= \Delta\Omega_{\text{НЧ}} \cdot \left( f_d + \Delta f_d \right) + \Delta f_d \cdot \Omega_{\text{НЧ}}. \qquad (29)$$

В соответствии с полученными ранее формулами (18) и (26), с учётом $f_{\text{вх}} >> f_{\text{НЧ}}$

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = \Delta\Omega_{\text{НЧ}} \left( f_d + \Delta f_d \right) = \frac{f_{\text{вх}}}{f_d} \cdot \Delta f_d. \qquad (30)$$

Таким же образом можно показать, что для полосы Найквиста с номером $L$ изменение частоты выходного НЧ сигнала ЦРПУ, вызванное изменением частоты дискретизации на величину $\Delta f_d$, можно найти по формуле

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = (-1)^{L+1} \frac{f_{\text{вх}}}{f_d} \cdot \Delta f_d. \qquad (31)$$

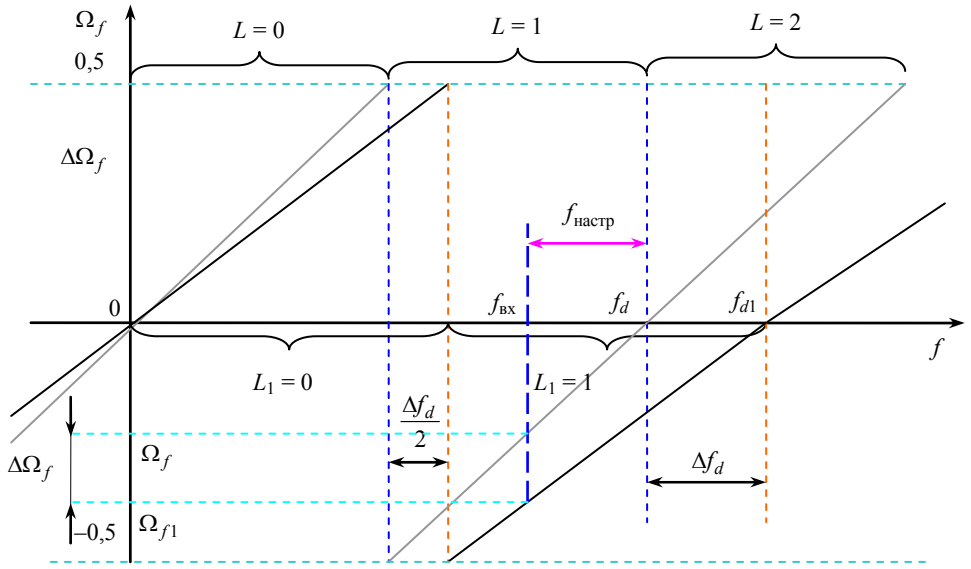



Рис. 5. Изменение относительной частоты цифрового сигнала при отклонении частоты дискретизации от номинального значения на $\Delta f_d$ и сигнале в первой полосе Найквиста

Сигнал переноса, формируемый в блоке переноса полосы частот (рис. 3), является цифровым сигналом. Соотношение между его относительной частотой, частотой входного сигнала и частотой настройки определяется выражениями (3), (4) и (5). Поэтому далее под частотой настройки $f_{\text{настр0}}$ будем понимать частоту, на которой находится нулевая копия дискретизированного входного сигнала с частотой $f_{\text{вх}}$. Тогда для приёма сигнала с частотой $f_{\text{вх}}$ в заданной полосе $L$ частота настройки ЦРПУ $f_{\text{настр0}} \in \left[ 0, \frac{f_d}{2} \right)$ должна выбираться следующим образом: при попадании частоты принимаемого сигнала в одну из чётных полос Найквиста, т.е. для $L = 0, 2, 4\ldots$,

$$f_{\text{настр0}} = f_{\text{вх}} - \frac{f_d}{2} L; \qquad (32)$$

при входном сигнале в нечётных полосах Найквиста ($L = 1, 3, 5\ldots$)

$$f_{\text{настр0}} = -\left( f_{\text{вх}} - \frac{f_d}{2}(L+1) \right). \qquad (33)$$

Величина $\Delta f_{\text{НЧ}}$ при приёме сигнала в чётных полосах Найквиста, исходя из (31) и (32),

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = \frac{\Delta f_d}{2} L - \frac{f_{\text{настр0}} \cdot \Delta f_d}{f_d} =$$
$$= \frac{\Delta f_d}{f_d} \left( \frac{f_d}{2} L - f_{\text{настр0}} \right). \qquad (34)$$

Величина $\Delta f_{\text{НЧ}}$ при приёме сигнала в нечётных полосах Найквиста, исходя из (31) и (33),

$$\Delta f_{\text{НЧ}} = \frac{\Delta f_d}{2}(L+1) - \frac{\Delta f_d \cdot f_{\text{настр0}}}{f_d} =$$
$$= \frac{\Delta f_d}{f_d} \left( \frac{f_d}{2}(L+1) - f_{\text{настр0}} \right). \qquad (35)$$

Полученные выражения (34) и (35) устанавливают зависимости между величинами $\Delta f_{\text{НЧ}}$,

$f_{\text{настр0}}$, $f_d$, $L$ и вызывающим частотный сдвиг изменением частоты дискретизации $\Delta f_d$. Определение частоты аналогового входного сигнала возможно и в том случае, если его частота превосходит частоту дискретизации $f_d$.

При неизвестной частоте принимаемого сигнала сначала определим, в чётной или нечётной полосе $L$ он находится, например, с помощью (31). Частоту входного сигнала ЦРПУ при условии попадания аналогового входного сигнала в чётные полосы Найквиста получим из (31):

$$f_{\text{вх}} = -\frac{\Delta f_{\text{НЧ}} f_d}{\Delta f_d}. \qquad (36)$$

Также получаем частоту входного сигнала ЦРПУ при условии попадания $f_{\text{вх}}$ в нечётные полосы Найквиста:

$$f_{\text{вх}} = \frac{\Delta f_{\text{НЧ}} f_d}{\Delta f_d}, \qquad (37)$$

где $\Delta f_{\text{НЧ}}$ – сдвиг частоты принимаемого сигнала на выходе ЦРПУ при изменении $f_d$ на величину $\Delta f_d$, Гц; $f_{\text{вх}}$ – искомая частота входного сигнала ЦРПУ, Гц; $f_d$ – номинальное значение частоты дискретизации, Гц; $\Delta f_d$ – отклонение частоты дискретизации от номинальной величины, Гц.

Полученные выражения (36) и (37) широко применяются в процессе нахождения источников помех при стыковке и регулировке программно-определяемых ЦРПУ.

Современные программно-определяемые радиосредства строятся на основе аналого-цифровых трактов с преобразованием входного сигнала в цифровую форму на радиочастоте [6]. Помимо несомненных достоинств, такое построение радиосредств предъявляет жёсткие требования к внутриблочной электромагнитной совместимости. Действительно, современные АЦП позволяют обрабатывать аналоговые сигналы с частотами до гигагерц в режиме полосовой дискретизации. Соответственно, все помехи и сигналы в этой широкой полосе, попав на вход АЦП, при дискретизации будут перенесены в нулевую полосу Найквиста. Помехи с частотами вне рабочего диапазона будут приниматься на частотах рабочего диапазона приёмника. Нередко уровень помех, наведённых на аналого-цифровой тракт, превышает собственные шумы тракта всего лишь на 10–20 дБ. Такой уровень помех практически невозможно обнаружить внешними измерительными приборами, например анализаторами спектра. Единственный путь – наблюдение помех на НЧ выходе ЦРПУ. Для идентификации источников помех необходимо точно знать частоту наводки до переноса её при дискретизации. Однако известные методы не позволяют различить сигналы, отличающиеся только номером полосы Найквиста.

При регулировке ЦРПУ и поиске источников помех, попадающих в приёмный тракт, выражение (31) позволяет проверить гипотезу о нахождении входного сигнала ЦРПУ в нулевой полосе Найквиста. Для этого достаточно изменить в небольших пределах частоту ОГ и, соответственно, $\Delta f_d$ и измерить изменение частоты выходного НЧ сигнала $\Delta f_{\text{НЧ}}$. Если соотношение этих величин удовлетворяет (25), то это подтверждает нахождение входного сигнала ЦРПУ в нулевой полосе Найквиста. Частота входного сигнала при этом будет соответствовать частоте настройки ЦРПУ.

Для определения частоты высокочастотного аналогового сигнала на входе ЦРПУ при нахождении его в любой полосе Найквиста автором предложена следующая трёхшаговая методика, основанная на полученных в настоящей работе формулах.

Вначале необходимо определить, в чётной или нечётной полосе Найквиста находится сигнал, частоту которого надо установить. Для этого воспользуемся выражением (31). Измерим частоту сигнала на выходе ЦРПУ при номинальном значении $f_d$. Затем изменим частоту дискретизации на величину $\Delta f_d$. Это может быть сделано, например, перестройкой кварцевого ОГ, являющегося источником тактовых импульсов в ЦРПУ. Затем надо измерить изменение частоты исследуемого сигнала на НЧ выходе приёмника. Если при увеличении $f_d$ зафиксировано уменьшение частоты сигнала, то он расположен в одной из чётных полос Найквиста и в (30) $L = 0$. Если частота сигнала на НЧ выходе увеличилась при увеличении $f_d$, то сигнал находится в нечётной полосе Найквиста и в (30) $L = 1$.

На втором этапе определим номер полосы Найквиста $L$. Для этого воспользуемся полученными ранее формулами (36) и (37). Величина $f_{\text{вх}}$, полученная таким образом, вследствие воздействия шумов и помех в тракте, а также из-за умножения сравнительно малого и зашумленного результата измерения $\Delta f_{\text{НЧ}}$ на большую вели-

чину $\frac{f_d}{\Delta f_d}$ не позволяет достаточно надёжно определить величину $f_{\text{вх}}$. Однако достижимая на практике точность достаточна для безошибочного определения номера полосы $L$ по формуле (3).

На заключительном этапе нахождения неизвестной $f_{\text{вх}}$ мы можем точно определить её по известной частоте настройки ЦРПУ и полученной на втором шаге величине $L$ в соответствии с выражениями (32) и (33). Действительно, для чётных полос Найквиста, т.е. для $L = 0, 2, 4\ldots$, частота входного сигнала может быть найдена как

$$f_{\text{вх}} = f_{\text{настр0}} + \frac{f_d}{2} L. \qquad (38)$$

Для нечётных полос Найквиста, т.е. для $L = 1, 3, 5\ldots$, частота входного сигнала

$$f_{\text{вх}} = \frac{f_d}{2}(L+1) - f_{\text{настр0}}. \qquad (39)$$

Для экспериментальной проверки полученных расчётных соотношений был проведён эксперимент с серийным многоканальным ЦРПУ «Тишина-ПВР». Полученные результаты представлены в табл. 2. В ходе эксперимента при неизменной частоте входного сигнала $f_{\text{вх}}$ на величину $\Delta f_d$ изменялась частота ОГ, при этом на такую же величину изменялась частота дискретизации в аналого-цифровом тракте. ЦРПУ принимал входной сигнал в режиме верхней боковой полосы (J3E). На телефонном выходе при помощи частотомера измерялась частота принятого низкочастотного сигнала. Величины $f_{\text{НЧ}}$ до изменения частоты ОГ и после изменения $f_{\text{НЧ1}}$ представлены в табл. 2. Частотный сдвиг и его зависимость от частоты входного сигнала и отклонения частоты дискретизации от номинального значения $\Delta f_d$ (колонка 5 табл. 2) с хорошей точностью совпадают с величинами, полученными расчётным путём (колонка 6 той же таблицы). Проведённый эксперимент подтвердил правильность полученных ранее выражений для расчёта величины частотного сдвига.

Таблица 2

| $f_{\text{вх}}$, кГц | $f_{\text{НЧ}}$, Гц | $\Delta f_d$, Гц | $f_{\text{НЧ1}}$, Гц | $f_{\text{НЧ}}$, Гц | Расчетное значение $f_{\text{НЧ}}$, Гц |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2501 | 1001 | 4000 | 899,4 | –101,6 | –101,7 |
| 8351 | 1003,9 | 2000 | 834,0 | –169,9 | –169,9 |
| 18401 | 1008,8 | 1000 | 821,3 | –187,5 | –187,2 |
| 29901 | 1013,7 | 1000 | 710,0 | –303,7 | –305,2 |

***Выводы***

Приведённые в работе выражения позволяют осуществить переход между различными видами представления частоты при цифровой обработке аналоговых сигналов. Полученные соотношения позволяют по заданной величине допустимого сдвига частот в ОБП канале определить максимальную допустимую частотную погрешность ОГ ЦРПУ. Предложена методика определения истинной частоты аналоговых сигналов, поступающих на вход аналого-цифрового тракта. Проведённые эксперименты с серийно выпускаемыми ЦРПУ подтвердили правильность полученных выражений и предложенной методики. Применение разработанной методики позволило ускорить процесс выявления источников помех в ЦРПУ и сократить количество частот, поражённых помехами.

***Литература***

1. Основы цифровой обработки сигналов. Курс лекций / А.И. Солонина [и др.]. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 608 с.

2. *Рабинер Л.* Теория и применение цифровой обработки сигналов : пер. с англ. / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М. : Мир, 1978. – 848 с.

3. *Ричард Л.* Цифровая обработка сигналов : пер с англ. / Л. Ричард. – 2-е изд. – М. : ООО «Бином-Пресс», 2006. – 656 с.

4. *Айчифер Эммануил С.* Цифровая обработка сигналов. Практический подход : пер с англ. / Айчифер Эммануил С., Джервис Барри У. – 2-е изд. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2004. – 992 с.

5. *Оппенгейм А.* Цифровая обработка сигналов : пер. с англ. / А. Оппенгейм, Р. Шафер – М. : Техносфера, 2006. – 856 с.

6. *Маковий В.А.* Построение современных систем радиосвязи КВ диапазона / В.А. Маковий // Теория и техника радиосвязи. – Воронеж, 2009. – № 3. – С. 76–86.

Статья поступила в редакцию 17 марта 2010 г.

УДК 621.378.1

# ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАБОТЫ ЛИНИИ СВЯЗИ С ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ПРИ НАЛИЧИИ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ

**А.В. Аниканов**, нач. сект., тел.: (4732) 71-47-66
**А.Л. Митрофанов**, с.н.с., тел.: (4732) 23-31-92
**Н.С. Рогатнев**, инж.-констр., e-mail: n.rogatnev@gmail.com
ОАО «Концерн «Созвездие»

*Приводится модель процесса оптимального приема последовательностей импульсов. Получены характеристики обнаружения ШИМ – последовательностей со случайным временем прихода в условиях активного зашумления канала.*

***Ключевые слова:*** *оптимальный прием сигналов, активная помеха, оптическая связь.*

# EFFICIENCY OF COMMUNICATION LINE WITH PULSE MODULATION OPERATION UNDER INTERFERENCE AND JAM CONDITIONS

**A.V. Anicanov**, head of sector, tel.: (4732) 71-47-66
**A.L. Mitrofanov**, senior research engineer, tel.: (4732) 23-31-92
**N.S. Rogatnev**, design engineer, e-mail: n.rogatnev@gmail.com
JSC «Sozvezdie» Concern»

*The model of pulse sequence optimum reception process is given. Pulse-width modulation detection characteristics are acquired – the sequences with random arrival time under active noise in the channel conditions.*

***Key words:*** *optimal signal reception, active interference, optical communications.*

Для лазерной системы связи (ЛСС), несмотря на многочисленные результаты исследований, задача оптимального приема кодированного сигнала при наличии преднамеренных помех попрежнему представляется актуальной как с практической, так и с математической точки зрения [1–3]. Условия нормализации сигналов и шумов на выходе согласованного фильтра (СФ) оптимального приемника не всегда применимы в силу требований к скорости передачи данных. При этом выходной сигнал оптического детектора даже в линейном режиме практически не нормализуется [6], и проблема оценки вероятности регистрации полезного сигнала заключается в отсутствии полной информации о его законе распределения и параметрах как на выходе СФ, так и на выходе детектора.

Таким образом, задача обнаружения и измерения параметров сигнала является априорно неопределенной. Традиционно решение ее достигается путем построения байесовского приемника с вытекающими из этого информационными и энергетическими потерями [4, 5]. При этом энергетические потери передатчика для обеспечения требуемого отношения сигнал/шум достаточно велики [5]. Альтернативой в условиях априорной неопределенности является синтез приемника максимального правдоподобия на выходе оптического детектора. Анализ СФ приемника максимального правдоподобия [6] показывает, что предельное распределение выходного сигнала близко к распределению квадрата гауссовой случайной величины и при определенных условиях (отношение сигнал/шум >> 1) нормализуется. Однако при наличии преднамеренной помехи, подобной полезному сигналу, данное утверждение является спорным. Также возможна ситуация, при которой передатчик (ЛСС) выдал последовательность с пропуском нескольких импульсов или несколько импульсов передаваемой информации вышли за пределы стробирования приемного устройства.

*Цель настоящей работы* состоит в расчете вероятностных характеристик оптимального приема импульсной квазидетерминированной последовательности на выходе СФ приемника максимального правдоподобия при наличии асинхронного помехового сигнала, также представляющего собой импульсную последовательность со случайным законом кодирования.

Пусть на фоне гауссовского белого шума принимается дискретная последовательность импульсов. В наиболее общем случае время прихода всей последовательности в смысле среднего квад-

рата принимаемой мощности, равно как и каждого ее импульса, является случайным. Данная ситуация характерна для лазерных линий связи, где ввиду малой длительности импульсов и невысокой скважности точная синхронизация практически нереализуема. Наиболее помехоустойчивой при этом является широтно-импульсная модуляция (ШИМ), которая и принята при дальнейшем рассмотрении в качестве модели сигнальной составляющей и преднамеренной асинхронной помеховой посылки [7]. СФ не осуществляет демодуляцию входной реализации. Решение о наличии во входной реализации аддитивной смеси сигнала и фонового излучения преднамеренной помехи и фонового излучения, или только фонового излучения принимается непосредственно на выходе СФ до входа декодирующего устройства. Вероятность одновременной регистрации сигнальной и помеховой последовательностей в период обнаружения близка к нулю.

Преднамеренная помеха в первом приближении также представляется ШИМ – модулированной последовательностью, но с недетерминированной длительностью импульсов и временами их прихода. Выходной сигнал СФ при приеме кодированной посылки будет иметь вид [5]

$$L = \int_0^T x(t)v(t)dt, \qquad (1)$$

где $x(t) = s(t) + n(t)$ – принимаемая детектором реализация, представляющая собой аддитивную смесь сигнального и фонового (помехового) излучения; $T$ – время накопления импульсной посылки; $v(t)$ – ожидаемый сигнал. Для решения задачи обнаружения по критерию Неймана–Пирсона необходимо найти функцию распределения $L$, что и позволит установить порог обнаружения.

Если противник, обладая информацией о структуре приемного устройства, применяет средства активного противодействия, целью его будет достижение наибольшего значения $L$ на выходе приемника при наличии заданного опорного сигнала. В связи с этим целесообразно сравнивать распределения $L$ для искаженного по временным параметрам исходного сигнала и некоего помехового псевдослучайного сигнала, сходного по структуре и длительности с опорным. Таким образом, математическое ожидание для распределения величины $L$ будет отличным от распределения для нулевой гипотезы – отсутствия сигнала. Если исходный и опорный сигналы не согласованы по времени прихода, тогда данная задача сводится к задаче различения двух сигналов, а принятие решения будет осуществляться на основании статистики (1) [5]. Поскольку типичная для лазерной связи и локации длительность подобных посылок составляет $10^{-4}$ с, а характерные интервалы излучения имеют порядок 0.1 с и выше [7], то вероятность хотя бы частичного совпадения по времени сигнальной и помеховой посылки будет иметь порядок $10^{-3}$, что позволяет рассматривать их прием без наложения друг на друга. В таком случае в выражении (1) принимаемая реализация имеет вид

$$x(t) = \tilde{s}(t) + n(t),$$

где $\tilde{s}(t)$ – помеховый сигнал. Для упрощения дальнейших исследований принимаем равными интенсивности полезного и помехового сигналов и вводим отношение сигнал/шум по мощности $Q = \dfrac{P_s T}{N_0}$, где $N_0$ – односторонняя спектральная плотность мощности шума.

Вероятности ошибочного и правильного приема тогда определяются соответственно выражениями

$$F = \int_h^\infty W_n(L)dL, \qquad (2)$$

$$D = \int_h^\infty W_s(L)dL, \qquad (3)$$

где $W_n(L)$ и $W_s(L)$ – плотности распределения $L$ в случае активной помехи и в случае полезного сигнала, $h$ – величина порога.

Нахождение распределений выходного параметра СФ представляет собой достаточно сложную задачу [1–5]. Асимптотически точные решения для нахождения (2), (3) получены либо при определенных ограничениях на длительность и скважность импульсных посылок [2, 3, 5], либо при ограничениях на время прихода последовательности [2], либо на структуру приемника сигнала [2, 6]. В работе [6] было показано, что наиболее быстрым методом получения искомых величин $D$ и $h$ в условиях априорной неопределенности при заданной вероятности $F$ является метод численного моделирования.

Из выражения (1) очевидно следует, что задача различения сигналов симметрична. Это позволяет использовать метод численного моделирования путем подачи марковской последовательности на вход СФ с учетом заданного отно-

шения сигнал/шум по мощности. Рассогласование опорного и принимаемого сигнала тогда можно задавать в долях такта опорного генератора временных посылок.

При моделировании полагалось, что исходная посылка имеет длину 32 элементарных периода (такта) и содержит 8 импульсов длительностью от 1 до 3 тактов. Время прихода считается нормально распределенным со среднеквадратическим отклонением $\sigma = T/3$ в первом случае и $T/10$ во втором случае. Для модели существенно то, что она является полностью дискретной и все сигналы заданы как массивы значений, взятых через определенные промежутки времени.

В модели в качестве полезного сигнала генерируется квазидетерминированный сигнал, отличающийся от опорного наличием белого гауссова шума, а также случайным временем прихода (время распределено нормально с дисперсией 1/3) и несколькими (от нуля до двух) пропущенными импульсами (см. рис. 1). В качестве активной помехи генерируется массив реализаций случайного сигнала длительностью 32 такта со случайным временем прихода (распределено так же, как в предыдущем), состоящих из 8 импульсов длительностью от 1 до 3 элементарных периодов (длительность распределена равномерно).

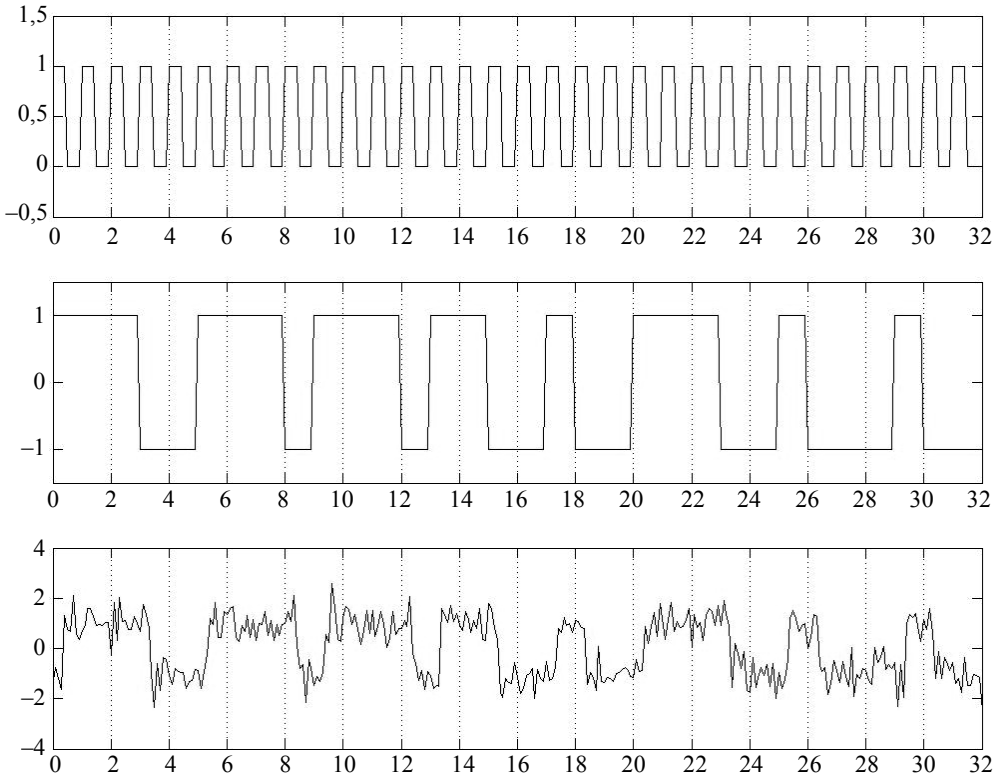



Рис. 1. Моделируемые последовательности (сверху вниз): тактовая, опорная, сигнальная (реально детектируемый сигнал)

По полученному массиву значений строятся гистограммы и на их основании – плотности распределения $W_n(L)$ и $W_s(L)$ (путем выбора точек на вершинах столбцов гистограмм и последующей нормировки). По полученным функциям распределения по заданной величине $F$ находится порог $h$, а по значению порога – вероятность правильного обнаружения $D$.

При использовании сигнала, описанного выше, и при расчетах достаточной статистики по формуле (1) учитываются только значения сигнала, отличные от нуля. При этом максимум ЛФОП может быть достигнут при использовании противником сигнала с единичной амплитудой на всей длительности сигнальной посылки. Иначе говоря, достаточная статистика не учитывает нулевые значения сигнала, т.е. его кодирование.

Принципиально другие результаты дает использование биполярных сигналов. В данном случае представление активной помехи в виде пачки импульсов случайной длительности является более оправданным. Поэтому в ходе моде-

лирования рассматривалось два принципиально разных подхода к заданию сигналов на выходе детектора:

1) сигнал однополярный, и его амплитуда принимает условные значения 0 и 1;

2) сигнал биполярный, и его амплитуда принимает условные значения –1 и 1.

На рисунках приведены распределения достаточной статистики в случае потери одного импульса. Плотности вероятности, полученные для вероятности ложной тревоги 0,001, представлены на рис. 2. Плотности распределения, полученные для биполярных сигналов при вероятности ложной тревоги 0.001, представлены на рис. 3.

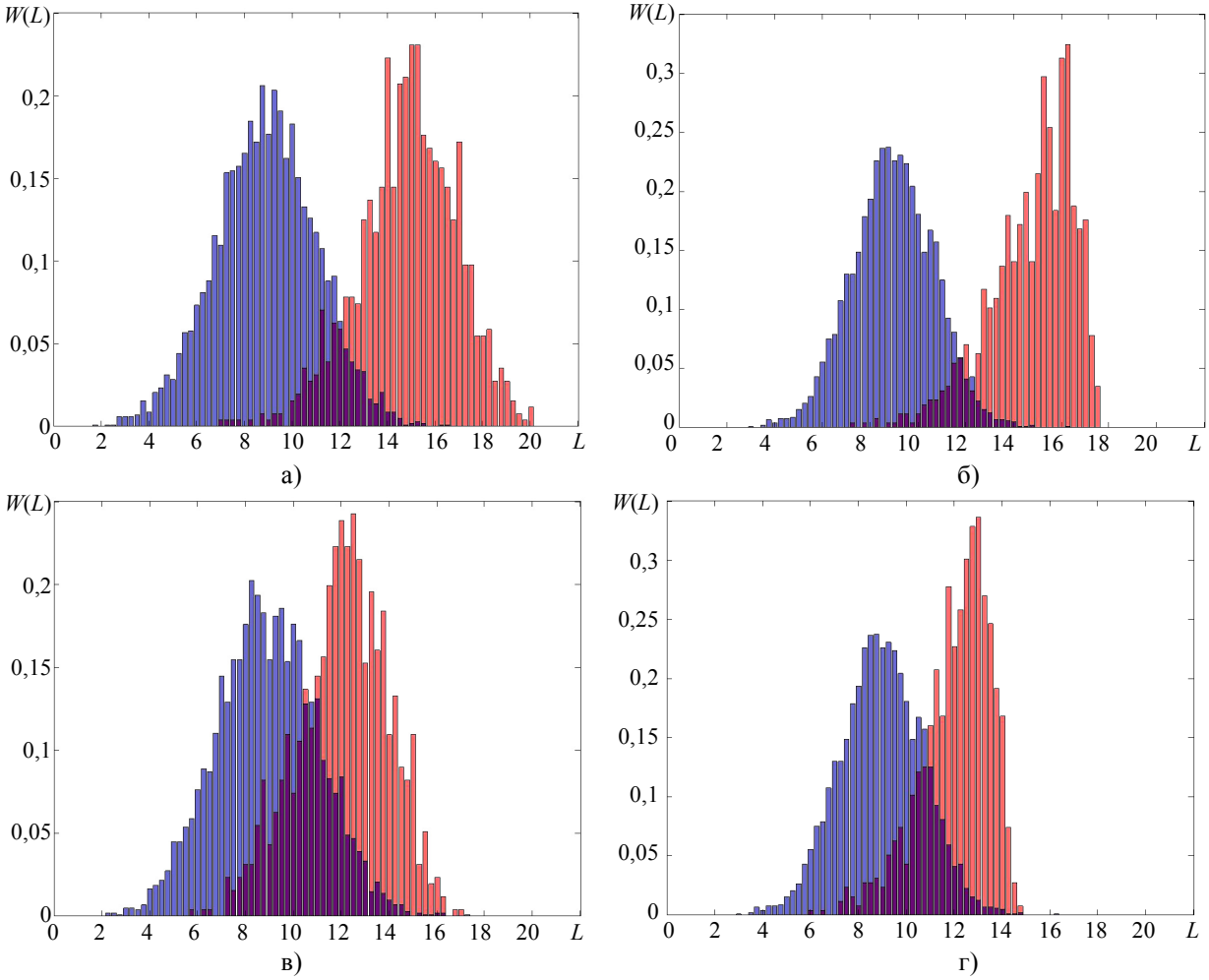



Рис. 2. Плотности распределения $W_n(L)$ и $W_s(L)$ однополярного сигнала для случаев:
а) $Q = 1$; б) $Q = 16$; в) $Q = 1$ и один импульс в посылке пропущен;
г) $Q = 16$ и один импульс пропущен

При аппроксимации полученных распределений, исходя из физического смысла, целесообразно использовать финитные законы распределения, т.к. область возможных значений $L$ ограничена сверху. Анализ показывает, что полученные гистограммы с достаточно высокой точностью аппроксимируются $\beta$-распределением:

$$W_s(L) = \frac{1}{\mathrm{B}(a,b)} L^{a-1}(1-L)^{b-1}\Theta_{0,1}(L), \qquad (4)$$

где $B(a,b)$ – бета-функция, $\Theta_{0,1}(L)$ – функция «окна».

Исходя из полученных результатов, можно построить итоговые зависимости вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум. Зависимости с достаточно высокой точностью аппроксимируются кривыми вида $a\mathrm{e}^{-bQ} + c\mathrm{e}^{-dQ}$. Зависимости, вычисленные по 5 значениям вероятности $D$, представлены на рис. 4.

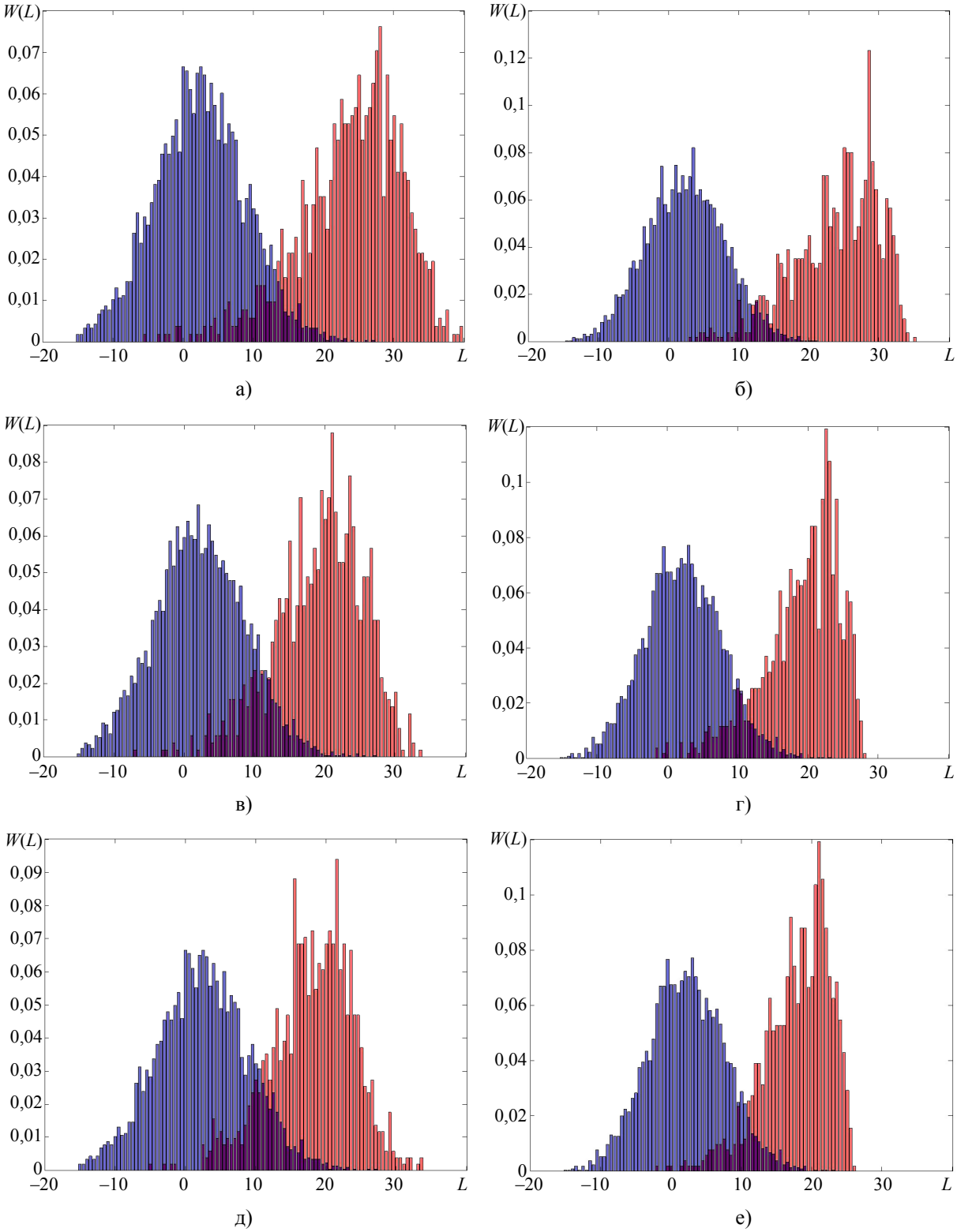



Рис. 3. Плотности распределения для биполярного сигнала: а) $Q = 1$; б) $Q = 16$; в) $Q = 1$, один импульс пропущен; г) $Q = 16$, один импульс пропущен; д) $Q = 1$, два импульса пропущено; е) $Q = 16$, два импульса пропущено

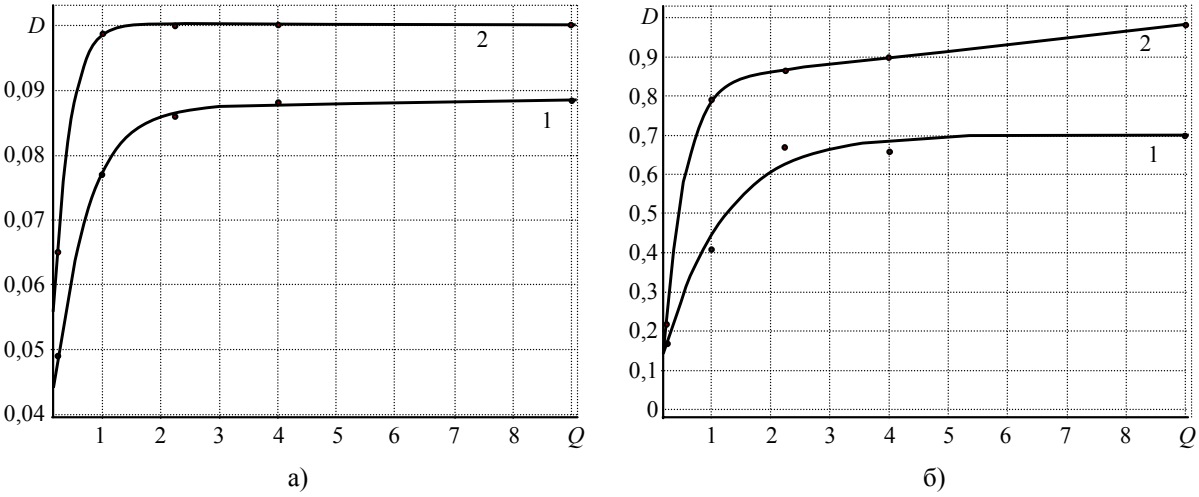



Рис. 4. Зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум для СКО времени прихода $T/3$ (кривая 1) и $T/10$ (кривая 2):
а) вероятность ложной тревоги $10^{-3}$; б) вероятность ложной тревоги $10^{-6}$.
Точки на графике соответствуют модельному отношению сигнал–шум

***Выводы***

В результате проведенных исследований широкополосных линий связи, работающих в условиях аддитивных шумов и имитирующих помех, показано, что наибольшее влияние на прием импульсной посылки оказывает точность согласования времени прихода между приемником и передатчиком. При этом для больших вероятностей ложной тревоги приемлемый уровень вероятности правильной доставки сообщения (0,95) достигается при умеренных значениях отношения сигнал/шум (около 10).

Выявлено, что биполярное включение детектора обеспечивает более высокую устойчивость при потере импульсов в ШИМ – модулированном передаваемом сигнале.

Получена аппроксимационная формула для плотности вероятности приема ШИМ – пачки сигнальных импульсов при наличии шумов и преднамеренных помех (при малой ошибке времени согласования). Можно предполагать, что потенциально достижимая вероятность правильного обнаружения определяется дисперсией времени прихода сигнала.

Разработанная модель может быть использована при проведении исследований помехоустойчивости систем связи при наличии имитирующих помех в условиях высокой зашумленности канала.

***Литература***

1. *Кузнецов В.И.* Радиосвязь в условиях радиоэлектронной борьбы / В.И. Кузнецов. – Воронеж : ВНИИС, 2002. – 403 с.

2. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М. : Радио и связь, 1989.

3. Аппроксимация финитными функциями и теорема Уиттлера–Котельникова–Шеннона в цифровой обработке сигналов / М.А. Басараб [и др.] // Успехи современной радиоэлектроники. – 2003. – № 9. – С. 3–36.

4. Некорректные задачи естествознания : сб. статей / под ред. А.Н. Тихонова, А.В. Гончаровского. – М. : МГУ, 1987. – 299 с.

5. *Харкевич А.Л.* Теория информации. Опознавание образов / А.Л. Харкевич. – М. : Наука. – Т. 3. – 524 с.

6. *Глушков А.Н.* Численный синтез оптимального обнаружителя / А.Н. Глушков, Р.Н. Кравцов, А.Л. Митрофанов // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2004. – Вып. 1. – С. 84–96.

7. Лазерные передающие устройства в системах связи и локации / под ред. В.Н. Рождествина. – М. : Изд. МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1988.

Статья поступила в редакцию 3 июня 2010 г.

УДК 681.3

# НОВЫЙ МЕТОД ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАННЫХ В МОДУЛЯРНЫХ КОДАХ ДЛЯ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

**А.В. Велигоша**, доцент, Ставропольский воен. ин-т связи РВ, e-mail: tomvell@mail.ru

*Показаны преимущества применения непозиционной арифметики при цифровой обработке сигналов и в цифровых фильтрах. Предложен новый метод представления данных в модулярных кодах, который позволяет использовать для этого одно основание. Данный метод позволяет значительно упростить структуру вычислительного устройства цифрового фильтра и обеспечить вычисление значения выходного отсчета за один модульный такт работы. При этом такие показатели качества функционирования цифровых фильтров, как точность вычислений, быстродействие и его частотные характеристики, могут быть обеспечены в соответствии с предъявляемыми требованиями.*

***Ключевые слова:*** *система остаточных классов, модулярный код, диапазон представления данных, система оснований, позиционная система счисления, цифровой фильтр, табличное арифметическое устройство.*

# NEW METHOD TO REPRESENT DATA IN MODULAR CODES FOR DIGITAL SIGNAL PROCESSING

**A.V. Veligosha**, associate professor, Stavropol Military Communication Institute of Rocket Forces, e-mail: tomvell@mail.ru

*Advantages of applying non-positional arithmetic for digital signal processing and digital filters. A new method to represent data in modular codes is offered that allows using one base. The method makes it possible to simplify considerably the digital filter calculating device structure and provide the output count value calculation during a single operating step. Besides, such digital filter functioning quality indices are shown as computing precision, high – rate operation and its frequency performances could be provided in accordance with requirements stated.*

***Key words:*** *system of residual classes, modular code, data representation range, foundation system, base notation, digital filter, tabular arithmetic device.*

Среди многочисленных задач, решаемых при цифровой обработке сигналов (ЦОС), можно выделить группу наиболее полно характеризующих как традиционные, так и нетрадиционные области ее применения. Каждая задача в зависимости от конкретного приложения может решаться с использованием различных методов, например алгоритмов цифровой фильтрации [1].

На практике находят большее применение нерекурсивные цифровые фильтры (ЦФ), т.к. они имеют ряд значительных преимуществ перед рекурсивными цифровыми фильтрами [2]. Одними из основных требований, предъявляемых к цифровой фильтрации, являются высокие быстродействие и точность вычислений. Для обеспечения высокого быстродействия ЦФ должен выполнять арифметические операции за один цикл (такт) работы вычислительного устройства (ВУ) [1]. По оценкам, приведенным в [3, 4], время обработки одного входного отсчета ЦФ должно составлять единицы и менее наносекунд, при этом для обеспечения эффективного выделения сигналов на фоне помех выходные отсчеты фильтра должны быть вычислены с высокой (заданной) точностью.

Исследования показали, что в рамках применения позиционной системы счисления (ПСС) существующие цифровые процессоры ЦОС, в том числе и предназначенные для цифровой фильтрации, значительного ускорения выполнения арифметических операций и требуемой точности вычислений не обеспечивают [5]. Это подтверждают и данные, приведенные в [6]. Проведенные оценки показали, что время вычисления выходного отсчета нерекурсивным ЦФ, реализованным на процессорах ЦОС, составляет от 0,5 до 1,5 мкс, что не отвечает предъявляемым требованиям по быстродействию. В то же время разрядность обрабатываемых данных в процессорах ЦОС не превышает 12 бит, что, в свою очередь, определяет низкую точность вычислений.

Указанные выше недостатки объясняются тем, что в ПСС значение любого разряда числа, кроме младшего, являющегося результатом выполняемой арифметической операции, зависит не только от значения одноименных разрядов, но и от всех младших разрядов, следовательно, ПСС обладает строго последовательной структурой в вычислительном процессе.

Сегодня при совершенствовании технологии производства средств вычислительной техники и внедрении новых, более эффективных способов организации и проведения вычислений предпочтение отдается вычислительным структурам, способным к параллельной обработке данных при ЦОС. Такими способностями обладают непозиционные коды, которые позволяют реализовать идею распараллеливания арифметических операций на уровне выполнения элементарных арифметических действий. Подобный непозиционный код или систему счисления называют системой остаточных классов (СОК) [3, 4, 7].

Если фиксированный ряд целых положительных чисел $p_1, p_2,..., p_n$ назвать основаниями (модулями) СОК, то под системой остаточных классов понимается такая непозиционная система счисления, в которой любое целое положительное число представляется в виде набора остатков от деления представляемого числа на выбранные основания системы:

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n), \quad (1)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ – наименьшие неотрицательные остатки числа $A$ по модулям $p_1, p_2,..., p_n$ соответственно. Цифры $\alpha_i$ представления (1) получаются следующим образом:

$$\alpha_i = restA(\mathrm{mod} p_i) = A - \left[\frac{A}{p_i}\right] \mathrm{mod}\, p_i, \ \forall i \in \overline{1,n}, \quad (2)$$

где $A/p_i$ – целочисленное частное; $p_i$ – модули СОК, которые должны быть взаимно простыми числами.

В теории чисел доказано, что если для всех $i \neq j$, $(p_i, p_j) = 1$, то представление числа $A$ в виде (1) является единственным при следующем условии:

$$0 \le A \le P, \quad (3)$$

где $P = p_1 p_2 ... p_n = \prod_{i=1}^{n} p_i$ – диапазон представляемых чисел. Следовательно, существует число $A$, для которого

$$A \equiv \alpha_1 (\mathrm{mod}\, p_1); A \equiv \alpha_2 (\mathrm{mod}\, p_2); ...; A \equiv \alpha_n (\mathrm{mod}\, p_n). \quad (4)$$

Исследования СОК позволили выявить целый ряд ее преимуществ по сравнению с ПСС [4]. Основным недостатком СОК является сложность реализации немодульных процедур, таких как перевод чисел из СОК в ПСС и обратно, сравнение чисел и др. В настоящее время разработаны способы их выполнения [7], однако они требуют совершенствования, чтобы преимущества СОК были использованы в полной мере.

Базовые арифметические операции сложения и умножения алгоритма нерекурсивной цифровой фильтрации являются модульными и могут быть выполнены за один такт (модульный такт) работы ВУ ЦФ. Модульный такт – это время выборки результата вычислений из памяти, которое в настоящее время составляет от 0,1 до 1 нс и менее [4]. Проведенные исследования показали, что алгоритм цифровой нерекурсивной фильтрации идеальным образом согласуется с организацией вычислений в СОК [3, 8], при этом, кроме значительного повышения быстродействия, применение СОК позволило улучшить прямоугольность амплитудно-частотной характеристики ЦФ на 13% и точность вычисления выходных отсчетов фильтра не менее чем на порядок [3, 8]. Анализ, проведенный в [5, 6], позволяет сделать вывод о том, что существующая элементная база в полной мере обеспечивает создание модулярных ЦФ.

Процесс выполнения модульной операции над данными в СОК сводится к последовательности наборов однотипных операций вида

$$\gamma = F(\alpha, \beta), \quad (5)$$

где $F$ – некоторая функция; $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ – целочисленные неотрицательные переменные.

Так как $\alpha$ и $\beta$ являются малоразрядными переменными, для реализации операций, описываемых соотношением (5), могут быть применены различные методы, которые описаны в [4, 5, 8]. Их анализ показал, что табличный метод выполнения арифметических операций в СОК позволяет строить модулярные ВУ ЦФ с наиболее высоким быстродействием [3, 4]. Практическое применение ВУ данного класса целесообразно лишь тогда, когда они выполнены на основе СБИС или программируемых логических интегральных схем (ПЛИС), например ПЛИС фирмы Xilinx серии XC 4000 EC [9].

В [4] показано, что использование методов табличной арифметики позволяет строить схемы умножителей и сумматоров с быстродействием, определяемым задержкой сигнала в одном вентиле, до одной и менее наносекунды. Выполнение арифметических операций в позиционных ВУ ЦФ табличными методами требует огромного количества оборудования. Это подтверждают оценки, приведенные в [9]. Табличное ВУ, работающее в двоичной ПСС с 30-разрядными дан-

ными, потребует таблицу с числом узлов $N_У \approx 10^{18}$. Избыточность такой таблицы составит $W \approx 10^8$, а коэффициент использования будет равным $V \approx 10^{-9}$%. Устройство в СОК для реализации того же диапазона вычислений потребует систему оснований, включающую модули, например, 3, 7, 11, 13, 17, 23, 25, 29. Для реализации модульной операции по наибольшему модулю $p = 29$ потребуется таблица с числом узлов $N_У = 841$, а коэффициент ее использования будет равным $V = 3{,}3$%. Если учесть свойство цикличности остатков и симметричности табличных арифметических устройств (ТАУ) [10], то появляется возможность использования половины таблицы.

ВУ ЦФ, функционирующее в СОК, будет содержать число вычислительных каналов, равное количеству используемых модулей. Каждый вычислительный канал состоит из ТАУ, число которых соответствует количеству звеньев ЦФ. Таким образом, модулярные табличные структуры отличаются однородностью, высокой степенью интеграции, простотой конвейерных конфигураций, обеспечивают высокое быстродействие и надежность, требуемую точность вычислений и заданные частотные характеристики ЦФ, и по мере совершенствования современной элементной базы их эффективность будет неуклонно возрастать.

Несмотря на то, что в настоящее время широко проводятся исследования по вопросам применения кодов СОК в различных приложениях ЦОС, до сих пор остаются нерешенными ряд задач, которые обеспечат значительное повышение эффективности модулярных ВУ, в том числе и ВУ для ЦФ. Одной из таких задач является обеспечение возможности представления данных в заданном диапазоне ПСС $Д_n$ в более узком диапазоне СОК $Д_c$:

$$Д_n \geq Д_c, \forall Ai \in \{Д_n, Д_c\}, \qquad (6)$$

где $A_i$ – данные из диапазонов $Д_n$ и $Д_c$, $i = \overline{1,n}$.

Решение данной задачи позволит значительно упростить структуру ВУ ЦФ, функционирующего в СОК, и выполнение ряда немодульных процедур, необходимых для организации вычислений, оставляя точностные, временные и частотные характеристики ЦФ на уровне заданных.

Как было показано выше, диапазон представления данных в СОК определяется произведением выбранных оснований. При функционировании ВУ ЦФ в СОК обрабатываемые в нем данные должны быть представлены в модулярном коде, и затем полученные результаты вычислений преобразуются в позиционное представление. Эти преобразования являются немодульными процедурами, и для их реализации требуются дополнительные арифметические операции, что снижает быстродействие ВУ [10–12]. Там же описаны эффективные алгоритмы преобразования данных из ПСС в СОК, обеспечивающие выполнение за один такт работы ВУ преобразование данных и вычисление выходных отсчетов ЦФ в конвейерном режиме.

Обратное преобразование данных из кодов СОК в позиционное представление является более сложной процедурой по сравнению с прямым преобразованием, методы и алгоритмы которого подробно описаны в [7, 11]. Их подробный анализ проведен в [7]. На основе вышесказанного можно сделать следующие выводы:

1. Недостаточный уровень развития теоретических основ преобразования кодов СОК в позиционные приводит к значительным трудностям в решении вопросов определения позиционных характеристик модулярных кодов и, как следствие, к неудачному решению вопросов проектирования непозиционных ВУ.

2. Анализ теоретических основ формирования позиционных характеристик СОК показывает, что все они основаны на методе ортогональных базисов [11]. Проведенные разработки позволяют несколько повысить эффективность рассматриваемых методов и алгоритмов [7], однако указанное обстоятельство препятствует созданию высокоэффективных алгоритмов определения позиционных характеристик СОК, что, в свою очередь, не позволяет обеспечить заданные требования к временным характеристикам обратного преобразования данных из СОК в ПСС. Указанные выше недостатки применения ортогональных базисов увеличивают время вычисления числа, представленного в модулярном коде, в позиционное представление вида

$$A_n = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i B_i - rP, \qquad (7)$$

где $A_n$ – значение числа в ПСС; $\alpha_i$ – остатки числа, представленного в СОК, по выбранным основаниям $p_1, p_2, ..., p_n$, $i = 1, 2, ..., n$; $B_i$ – ортогональные базисы для выбранной системы оснований; $r$ – ранг числа, показывающий, во сколько раз превышен диапазон $P$ при использовании ортогональных базисов.

Ортогональные базисы определяются по следующему выражению:

$$B_i = \frac{m_i P}{p_i},\ \forall\, i \in \overline{1,n}, \qquad (8)$$

где $m_i$ – целое положительное число, называемое весом ортогонального базиса.

Для определения значения $m_i$ необходимо решить сравнение вида [7, 11]

$$m_i P / p_i \equiv 1 (\mathrm{mod}) p_i. \qquad (9)$$

Пусть $P / p_i = P_i$, т.к. величина $P_i$ составлена из множителей, взаимно простых с $p_i$. В результате деления $P_i$ на $p_i$ получается остаток $\delta_i$. Тогда в соответствии с выражением (9) значение $m_i$ можно определить как решение сравнений вида

$$m_i \delta_i \equiv 1 \ (\mathrm{mod}\ p_i). \qquad (10)$$

Анализ выражений (7)–(9) позволяет сделать следующие выводы:

1. Для нахождения числа $A_n$ необходимо провести суммирование $\alpha_1 B_1 + \alpha_2 B_2 + \ldots + \alpha_i B_i$ в ПСС, а затем из полученной суммы вычесть значение $rP$, предварительно определив значение $r$ для $i$-го набора остатков $\alpha_i$.

2. Если в процессе вычислений возникает необходимость в изменении системы оснований, например, по причине замены вышедшего из строя вычислительного канала по модулю $p_i$ другим по модулю $p_n + 1$ или при необходимости увеличить диапазон $P$, то это потребует пересчета значений ортогональных базисов и, соответственно, ранга числа.

Указанные выше обстоятельства значительно увеличивают время нахождения числа $A_n$, что может привести к потере преимуществ СОК. Диапазон $P$ в классическом представлении данных в СОК должен быть равным или превосходить диапазон представления данных в ПСС $A_n$, т.е. $P > Д_n$. Это обеспечивается выбором системы оснований в соответствии с выражением (6). Решение поставленной задачи основывается на том, что предлагается использовать только одно основание. При этом диапазон представления данных в СОК $P = p$, а величина основания $p$ может быть выбрана произвольно в зависимости от конкретного приложения, разрабатываемого ВУ. В работе [13] показано, что значение оснований СОК может составлять 256 и больше.

Суть предлагаемого метода заключается в том, что входные отсчеты ЦФ поступают на преобразователь позиционного кода в код СОК. В нем формируется остаток $\alpha$ в соответствии с выражением (2), поступающий в первое звено нерекурсивного ЦФ, структура которого реализована в классической прямой форме. Алгоритм функционирования такого ЦФ описывается выражением

$$y(n) = \sum_{j=1}^{N} b_j A(n-j), \qquad (11)$$

где $A_n$ и $y(n)$ – входные и выходные отсчеты ЦФ соответственно; $b_j$ – вещественные коэффициенты ЦФ; $N$ – порядок фильтра.

Звенья описываемого ЦФ СОК представляют собой ТАУ, в каждом из которых реализуется процедура согласно выражению (5), а именно

$$y'(n) = (\alpha \cdot b_j) \bmod p, \qquad (12)$$

где $y'(n)$ – значение промежуточного выходного отсчета ЦФ на выходе каждого ТАУ. Тогда в соответствии с выражением (11) значение выходного отсчета фильтра будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned}(y(n)) \bmod p = \big((\alpha \cdot b_0) \bmod p + \\ + (\alpha_1 \cdot b_1) \bmod p + \ldots + (\alpha_j \cdot b_j) \bmod p + \\ + \ldots + (\alpha_{N-1} \cdot b_{N-1}) \bmod p\big) \bmod p,\end{aligned} \qquad (13)$$

где $\alpha_i$ – значение остатка на входе соответствующего звена ЦФ.

Слагаемые выражения (13) вычисляются в ТАУ за один такт работы ВУ. В дальнейшем вычисление значения остатка на выходе последнего звена ЦФ осуществляется в каскадной схеме сложения. В ней каждый каскад сумматоров представляет собой набор таблиц, аналогичных ТАУ ЦФ. Вычисление промежуточных выходных отсчетов ЦФ в каскадах схемы сложения будет осуществляться параллельно в один такт с работой ТАУ. Для ЦФ пятого порядка потребуется два табличных сумматора (ТС) для первого каскада и по одному для второго и третьего каскадов. При этом объем $K_1$ каждого ТАУ будет определяться как

$$K_1 = p - 1, \qquad (14)$$

т.к. остатки могут принимать значения в соответствии с выражением (2) и принадлежат интервалу чисел $\alpha \in \{0, p-1\}$. В соответствии с выражением (12) в процедуре вычисления промежуточного выходного отсчета ЦФ $y'(n)$ принимает участие только один коэффициент фильтра

$b_i$. Тогда объем ТС $K_2$, в свою очередь, будет определяться следующим выражением:

$$K_2 = (p-1)^2. \quad (15)$$

Это обусловлено тем, что при вычислении промежуточных значений выходных отсчетов ЦФ потребуется в соответствии с выражением (13) выполнение операций сложения вида

$$\left(y_i'\right) \bmod p =$$

$$= \left(\left(\alpha_i \cdot b_i\right) \bmod p + \left(\alpha_j \cdot b_j\right) \bmod p\right) \bmod p, \quad (16)$$

где $\alpha_i$ и $\alpha_j$ принимают значения в диапазоне чисел $\{0,\ p-1\}$. С учетом симметричности ТАУ значения $K_1$ и $K_2$ будут в два раза меньше, чем определяемые по выражениям (14) и (15). Для рассматриваемого примера вычисление значения выходного отсчета ЦФ $\alpha$ в СОК будет осуществляться в следующем порядке:

1) вычисляются значения $(\alpha_j \cdot \beta_j) \bmod p$ в ТАУ фильтра согласно выражению (13);

2) на втором этапе вычисляются значения

$$\left(y_1'\right) \bmod p_1 =$$

$$= \left(\left(\alpha_0 \cdot b_0\right) \bmod p + \left(\alpha_1 \cdot b_1\right) \bmod p\right) \bmod p,$$

$$\left(y_2'\right) \bmod p_1 =$$

$$= \left(\left(\alpha_3 \cdot b_3\right) \bmod p + \left(\alpha_4 \cdot b_4\right) \bmod p\right) \bmod p; \quad (17)$$

3) вычисляется значение

$$\left(y_3'\right) \bmod p = \left(y_1' + y_2'\right) \bmod p; \quad (18)$$

4) вычисляется значение выходного остатка $\alpha$ ЦФ

$$(\alpha) \bmod p = \left(y_3' + \alpha_5 \cdot b_5\right) \bmod p. \quad (19)$$

Аналогично значения выходного отсчета будут определяться для фильтра заданного порядка. При этом необходимо отметить то, что вычисления в каскадной схеме сложения осуществляются в конвейерном режиме для изменяющегося в каждый такт работы ВУ фильтра набора его входных отсчетов согласно выражению (11). Значения $\alpha_j$ в различных ТАУ могут быть одинаковыми, что определяется последовательностью входных отсчетов ЦФ, т.е. $A_i = A_j$.

Таким образом осуществляется вычисление значения выходного отсчета фильтра $\alpha = y(n)$. На вход ЦФ могут поступать отсчеты, принимающие значения больше $P$. В этом случае необходимо определить значение выходного отсчета фильтра в ПСС, которое может превышать диапазон СОК, равный $p$. Для этого предлагается использовать процедуру, выполняемую в ПСС в соответствии с выражением

$$y(n) = \alpha + M_n, \quad (20)$$

где $M_n$ – число в ПСС, принимающее значение $M_n = p \cdot C$. Величина $C$ определяет суммарное количество переходов через диапазон СОК и вычисляется следующим образом:

$$C = \sum_{i=1}^{l} \left(A_i \cdot b_j\right) \bmod p, \quad (21)$$

где $l$ – количество входных отсчетов ЦФ.

Вычисление величины $C$ осуществляется аналогично определению остатка $\alpha$ с использованием каскадной схемы сложения, реализованной на табличных сумматорах. Первый каскад схемы сложения будет состоять из $b_i$ ТС, в которых вычисляется значение

$$(C') \bmod p = \left(A_i \cdot b_j\right) \bmod p. \quad (22)$$

Так как для определения $\alpha$ и $C$ используются коэффициенты ЦФ $b_j$, то последующие каскады схемы сложения будут по структуре и организации вычислений аналогичны каскадной схеме сложения для вычисления остатка $\alpha$.

Предложенный метод представления данных в модулярном коде позволяет сделать следующие выводы:

1. Применение СОК и каскадных схем сложения позволяет вычислить значение выходного отсчета ЦФ за один модульный такт работы ВУ в конвейерном режиме вычислений, что обеспечивает значительное увеличение быстродействия по сравнению с современными процессорами ЦОС. При построении ЦФ ПСС вычисление выходного отсчета будет также осуществляться в каскадной схеме сложения, где значение выходного отсчета будет определяться позиционными сумматорами.

2. Проведенные оценки показали, что для построения непозиционного ЦФ целесообразно использовать существующую элементную базу запоминающих устройств с минимальным временем обращения к ним. Для специальных применений разработанных структур ЦФ СОК возможны разработка и производство специализированных интегральных схем памяти.

3. Поставленная задача по представлению данных в диапазоне СОК, значительно меньшем, чем диапазон ПСС, решена. Для обработки входных отсчетов ЦФ, имеющих двенадцатиразрядное представление в классическом виде, при использовании СОК потребовалась бы система основа-

ний, включающая, например, модули 5, 7, 11, 13. При этом ВУ включало бы четыре вычислительных канала. В предлагаемом методе и в других приложениях можно использовать модули любой величины [9], а проведенные оценки показали, что для разрядности данных, обрабатываемых современными процессорами ЦОС, наиболее целесообразно использовать модули величиной 16, 32, 64. Следовательно, при использовании этих модулей и двенадцатиразрядных входных отсчетов ЦФ удалось уменьшить диапазон представления данных по сравнению с диапазоном ПСС в 256, 128 и 64 раза соответственно.

4. С учетом того, что структуры вычислительных каналов существующего непозиционного ЦФ и разработанного одинаковы, аппаратурные затраты $G_c$ для существующих ЦФ составят

$$G_c = nG_{\text{ВК}} + G_{\text{пр}}, \qquad (23)$$

где $G_{\text{ВК}}$ – аппаратурные затраты, необходимые для реализации вычислительного канала, которые определяются порядком фильтра; $G_{\text{пр}}$ – аппаратурные затраты, необходимые для реализации устройства преобразования СОК–ПСС; $n$ – количество оснований СОК.

Для структуры ЦФ СОК, реализованной на основе предложенного метода, аппаратурные затраты $G_n$ составят

$$G_n = 2G_{\text{ВК}} + 1. \qquad (24)$$

Для фильтра 16-го порядка аппаратурные затраты $G_n$ составят 63 ТС, а $G_c$ = 134 ТС с учетом того, что аппаратурные затраты, необходимые на реализацию СОК–ПСС, $G_{\text{пр}}$ приняты равными затратам 10 ТС [7]. Тогда выигрыш $R$ по аппаратурным затратам ЦФ с предложенным методом представления данных по сравнению с классическим ЦФ СОК составит

$$R = \frac{G_c}{G_n} = 2{,}12. \qquad (25)$$

При использовании в классической структуре ЦФ СОК контрольных оснований, обеспечивающих обнаружение и коррекцию ошибок вычислений, аппаратурные затраты на его реализацию составят

$$G_c = (n+k)G_{\text{ВК}} + G_{\text{пр}}, \qquad (26)$$

где $k$ – количество контрольных оснований, использование которых потребует применения дополнительно $k$ вычислительных каналов.

5. Предложенный метод представления данных не требует выполнения немодульной процедуры преобразования данных из кода СОК в позиционное представление, требующей большого количества арифметических операций [7] и, следовательно, значительно увеличивающей время вычисления выходных отсчетов ЦФ.

6. При обработке данных в ЦФ СОК возникает задача их представления в случае, когда они принимают отрицательные значения. Данная задача для предлагаемого метода эффективно решается путем использования методов представления отрицательных чисел в модулярном коде, подробно описанных в [7, 9].

Задача обнаружения и коррекции вычислений для предложенного метода может быть эффективно решена применением метода, описанного в [14]. При этом в структуру непозиционного ЦФ добавляется только один вычислительный канал по контрольному основанию. Обнаружение и коррекция ошибок вычислений по методу, приведенному в [14], осуществляются параллельно вычислениям выходных отсчетов ЦФ, основанным на использовании ТАУ СОК.

Таким образом, можно сделать общий вывод о том, что предложенный в настоящей статье метод представления данных в СОК является эффективным по ряду важных показателей функционирования ЦФ, прост в реализации и может использоваться в непозиционных ЦФ, применяемых в современных и перспективных системах ЦОС.

***Литература***

1. *Солонина А.И.* Алгоритмы и процессоры обработки сигналов / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, Л.А. Яковлев. – СПб. : БХВ – Петербург, 2002. – 464 с.

2. *Гольденберг Л.М.* Цифровая обработка сигналов : учеб. пособие для вузов / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – 2-е изд. – М. : Радио и связь, 1990. – 256 с.

3. Применение модулярного кодирования для синтеза высокоскоростных цифровых фильтров / Н.И. Червяков [и др.] // Кибернетика и системный анализ. – Киев, 1998. – № 2. – С. 116–124.

4. *Коляда А.П.* Модулярные структуры конвейерной обработки цифровой информации / А.П. Коляда, И.Т. Пак. – Минск : Университетское изд-во, 1992. – 256 с.

5. *Червяков Н.И.* Нейрокомпьютеры в остаточных классах : учеб. пособие для вузов. Кн. 11 / Н.И. Червяков, П.А. Сахнюк, А.В. Шапошников. – М. : Радиотехника, 2003. – 272 с.

6. *Eyre J.* The Evolution of DSP Processor / J. Eyre, J. Bier // IEEE Signal Processing magazine. – 2000, March.

7. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем / Н.И. Червяков [и др.]; под ред. Н.И. Червякова. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.

8. Цифровые фильтры в системах остаточных классов / Н.И. Червяков [и др.] // Радиоэлектроника. – 1995. – Т. 38, № 8. – С. 11–20.

9. *Червяков Н.И.* Ускоренный алгоритм определения позиционных характеристик и его нейросетевая реализация / Н.И. Червяков // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2001. – № 10. – С. 19–25.

10. *Червяков Н.И.* Табличное арифметическое устройство звена цифрового фильтра / Н.И. Червяков, А.В. Велигоша // Сб. докл. Всероссийской НТК. – Воронеж : ВНИИС, 1996. – С. 1072–1082.

11. *Червяков Н.И.* Преобразователи цифровых позиционных и непозиционных кодов в системах управления и связи / Н.И. Червяков. – Ставрополь : СВВИУС, 1985. – 64 с.

12. *Велигоша А.В.* Позиционное представление чисел в СОК на основе ПЗУ / А.В. Велигоша // Тематический сборник / СВВИУС. – Ставрополь, 1996. – Вып. 14. – С. 183–186.

13. *Червяков Н.И.* Ускоренный алгоритм определения позиционных характеристик и его нейросетевая реализация / Н.И. Червяков // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2001. – № 10. – С. 25–33.

14. *Велигоша А.В.* Использование интервального номера числа для обнаружения и коррекции ошибок в непозиционных цифровых фильтрах / А.В. Велигоша // Теория и техника радиосвязи / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2009. – № 4. –С. 79–83.

Статья поступила в редакцию 9 марта 2010 г.

УДК 550.34.06.013.3

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЕЙСМОСИГНАЛОВ В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ПОЧВЫ ПРИ УДАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

**И.В. Блинова**, инж.-прогр., ОАО «Концерн «Созвездие», тел.: (4732) 55-29-95
**А.Б. Медведев**, нач. сект., ОАО «Концерн «Созвездие», тел.: (4732) 55-29-95
**С.М. Огреб**, зам. нач. отд., ГНИИИПТЗИ ФСТЭК России*, тел.: (4732) 39-76-38

*Рассмотрены методика и результаты экспериментальных исследований по определению свойств объемных процессов, возникающих в приповерхностном слое почвы при ударном воздействии. Представлены результаты, характеризующие скорость распространения вертикальной и горизонтальных компонент объемных сейсмических колебаний, распределение «энергии» между компонентами и зависимость «энергии» от дальности. Показано, что на основе анализа горизонтальных компонент сейсмического колебания может быть определено угловое положение источника воздействия в связанной с датчиками системе координат. Полученные результаты целесообразно использовать при обосновании требований к составу и параметрам датчиков и при разработке алгоритмов обработки сейсмосигналов в разведывательно-сигнализационных и охранных комплексах.*

***Ключевые слова:*** *мониторинг, сейсмические колебания, ударное воздействие, компоненты сейсмосигнала, скорость распространения, энергия компонентов сейсмосигнала.*

## EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS ON SEISMIC SIGNAL CHARACTERISTICS IN THE NEAR-SURFACE SOIL LAYER UNDER APPLIED SHOCK CONDITIONS

**I.V. Blinova**, engineer-programmer, JSC «Sozvezdie» Concern», tel.: (4732) 55-29-95
**A.B. Medvedev**, head of sector, JSC «Sozvezdie» Concern», tel.: (4732) 55-29-95
**S.M. Ogreb**, deputy head of department, State Research Testing Institute on Information Technical Protection Problems of Technical Expert Control Interference Federal Service, tel.: (4732) 39-76-38

*Methodology and experimental investigation results on determining the properties of bulk processes that occur at the near-surface soil layer due to applied shock are discussed. The results that characterize the propagation rate of volume seismic transient vertical and horizontal components, «energy» distribution among components and «energy» in function of distance are given. It has been shown, that basing on seismic transients horizontal component analysis, it is possible to determine the angular position of the impact source in the coordinate system associated with the sensor. The results acquired are appropriate to be used in substantiating the requirements for sensor structure and parameters and in developing seismic signal processing algorithms in prospect-signaling and safeguard systems.*

***Key words:*** *monitoring, seismic vibrations, applied shock, seismic signal components, propagation velocity, seismosignal component energy.*

### *Введение*

В настоящее время широкий круг задач мониторинга пространственно-протяженных объектов (базы, склады, магистрали и т.п.) решается с применением сейсмических датчиков. Вопросы построения устройств подобного типа и разработки соответствующих алгоритмов рассматриваются в монографиях [1, 2] и статьях [3–8]. Анализ показывает, что в данных публикациях основное внимание уделено вопросам регистрации и обработки вертикальных составляющих сейсмических колебаний. Однако, как показывают исследования, сейсмические процессы, порождаемые в поверхностном слое почвы различными видами воздействий, имеют объемный характер. Отсутствие в вышеназванной литературе подробных данных о характеристиках горизонтальных компонент сейсмического сигнала и их связи с характеристиками вертикальной составляющей обуславливает необходимость проведения экспериментальных исследований в интересах определения рациональных путей построения охранных и разведывательно-сигнализационных средств.

Цель статьи – изложение и обсуждение результатов экспериментального исследования вертикальных и горизонтальных составляющих сейсмических процессов, порождаемых в поверхностном слое почвы импульсным воздействием.

* Гос. научно-исследовательский испытательный институт проблем технической защиты информации федеральной службы помех по техническому экспертному контролю

### *Задачи и методика экспериментального исследования*

В ходе экспериментального исследования решались следующие задачи:

– определение характера объемного процесса, возникающего в грунте при ударном воздействии;

– определение средней скорости распространения вертикальной и горизонтальных составляющих сейсмического процесса при ударном воздействии на грунт;

– определение характера распределения «энергии» сейсмического сигнала между вертикальной и горизонтальными составляющими и зависимости мощности компонент сейсмосигнала от расстояния между точкой приложения воздействия и местом расположения датчика.

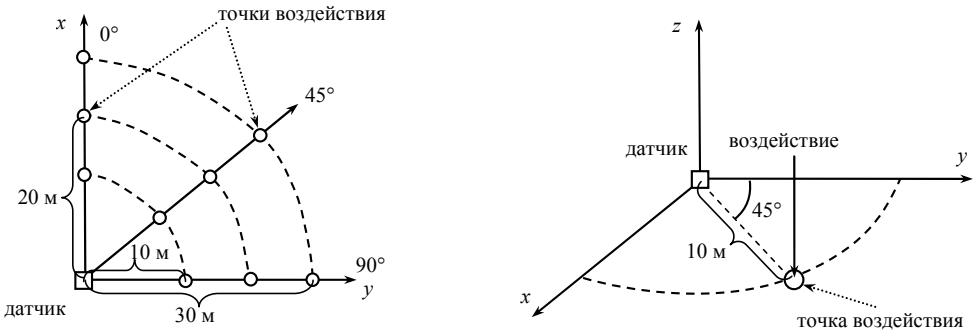
Методика экспериментального определения характеристик сейсмосигналов при ударном воздействии включает:

– размещение трехкоординатного датчика в грунте;

– ударное воздействие на грунт в определенных точках испытательной площадки в соответствии со схемой, показанной на рис. 1, с регистрацией момента времени совершения воздействия;

– регистрацию вертикальной и горизонтальных составляющих сейсмического процесса до, во время и после проведения воздействия.

Ударное воздействие создавалось в результате удара о грунт свободно падающего с высоты 1 м груза сферической формы массой 32 кг. Необходимо отметить, что данное воздействие не является импульсным в строгом смысле этого термина (как это понимается, например, в теории линейных систем), и по своему характеру данное воздействие следует рассматривать как некоторую комбинацию импульсного и ступенчатого воздействий.




а) б)

Рис. 1. Схема расположения точек ударного воздействия на грунт в горизонтальной плоскости *XOY* (а) и схема воздействия на грунт на расстоянии 10 м от датчика под углом 45° относительно оси *X* (б)

В качестве трехкоординатного датчика использовалось устройство, выполненное на основе 3-х акселерометров, расположенных на едином основании, с взаимно ортогональной ориентацией осей чувствительности. Сигналы датчиков после аналого-цифрового преобразования синхронно записывались в запоминающее устройство персонального компьютера.

### *Результаты эксперимента*

На качественном уровне характер процессов, возникающих в поверхностном слое грунта при ударном воздействии, иллюстрируют диаграммы сигналов датчиков, представленные на рис. 2 и 3.

На рис. 2 представлены временные диаграммы выходных сигналов для расстояния 10 м. На всех диаграммах горизонтальная ось – ось времени, единица измерения – миллисекунды, вертикальная ось – амплитуда электрического сигнала на выходе соответствующего датчика в условных единицах. Сверху вниз: первая строка – сигнал датчика удара, вторая – четвертая строки – сигналы сейсмодатчиков с горизонтальной (*OX*, *OY*) и вертикальной (*OZ*) ориентацией осей чувствительности. Слева направо: первый столбец – место воздействия на оси *OY*, второй столбец – под углом 45° между осями чувствительности горизонтальных датчиков, третий столбец – точка ударного воздействия расположена на оси *OX*.

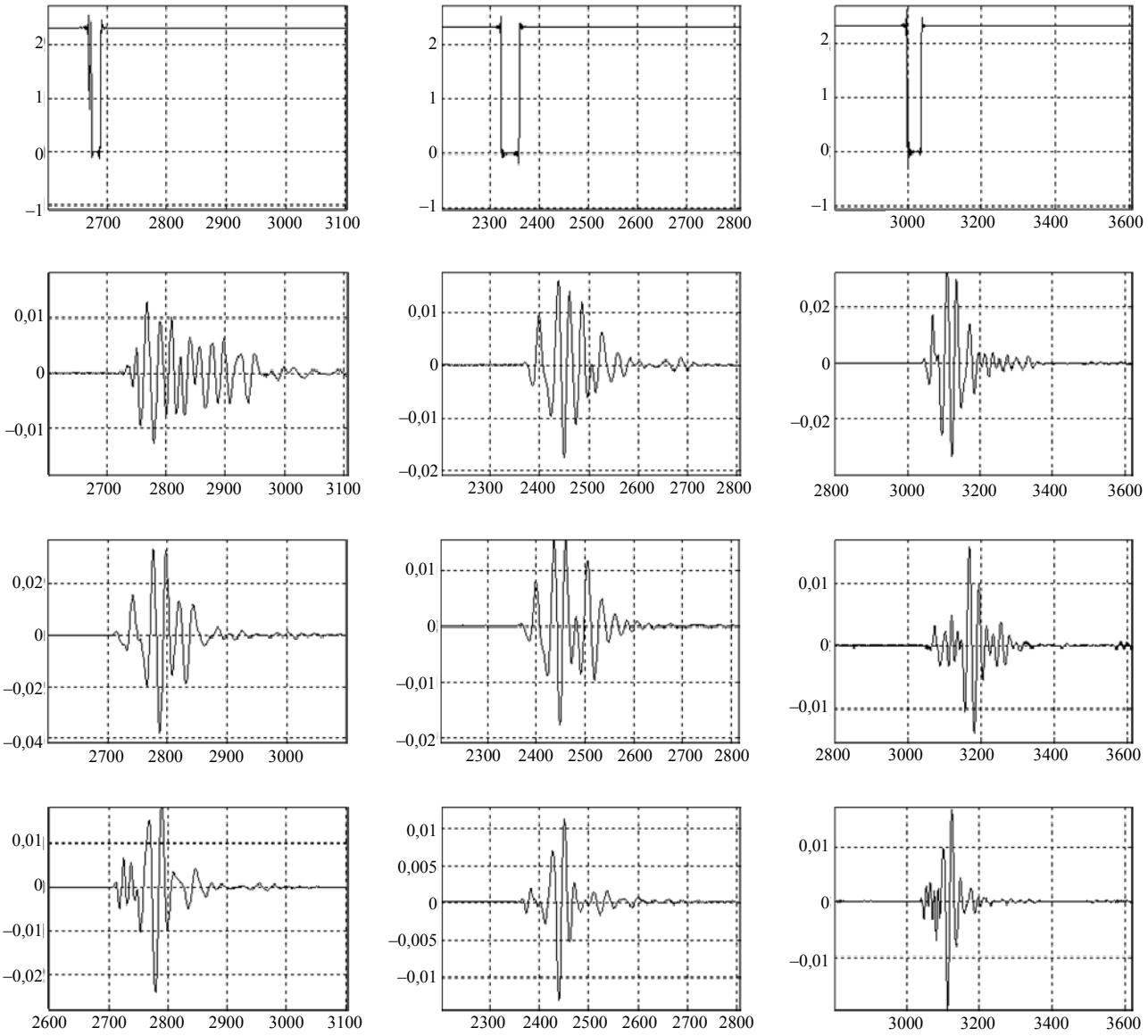


Рис. 2. Временные диаграммы сигналов с выходов датчика регистрации момента ударного воздействия и сейсмодатчика, иллюстрирующие характер сейсмосигнала и его изменение в зависимости от углового положения точки ударного воздействия по вертикали – *OX*, *OY*, *OZ*, по горизонтали: первая строка – сигнал регистрации момента ударного воздействия, вторая – четвертая строки – углы 0, 45, 90°

На рис. 3 представлены три колонки по три графика. Каждая колонка отображает три проекции движения центра масс датчика на координатные плоскости *XOZ*, *YOZ* и *XOY*. Верхняя строка – проекция траектории движения центра масс датчика на плоскость *XOZ*, средняя строка – на плоскость *YOZ*, нижняя строка – на плоскость *XOY*. В левой колонке представлены графики, соответствующие приложению импульсного воздействия на оси *OX* (0°, см. рис. 1), в средней колонке – графики движения центра масс датчика, когда вертикальное воздействие производилось в точке, расположенной на оси, лежащей под углом 45° к осям *OX* и *OY*. В правой колонке представлены графики для случая импульсного воздействия на ось *OY*.

Качественный анализ приведенных графиков показывает, что как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости траектории движения датчика имеют форму, близкую к эллипсовидной, причем в плоскости *XOY* «большая полуось эллипса» ориентирована в направлении на воздействие.

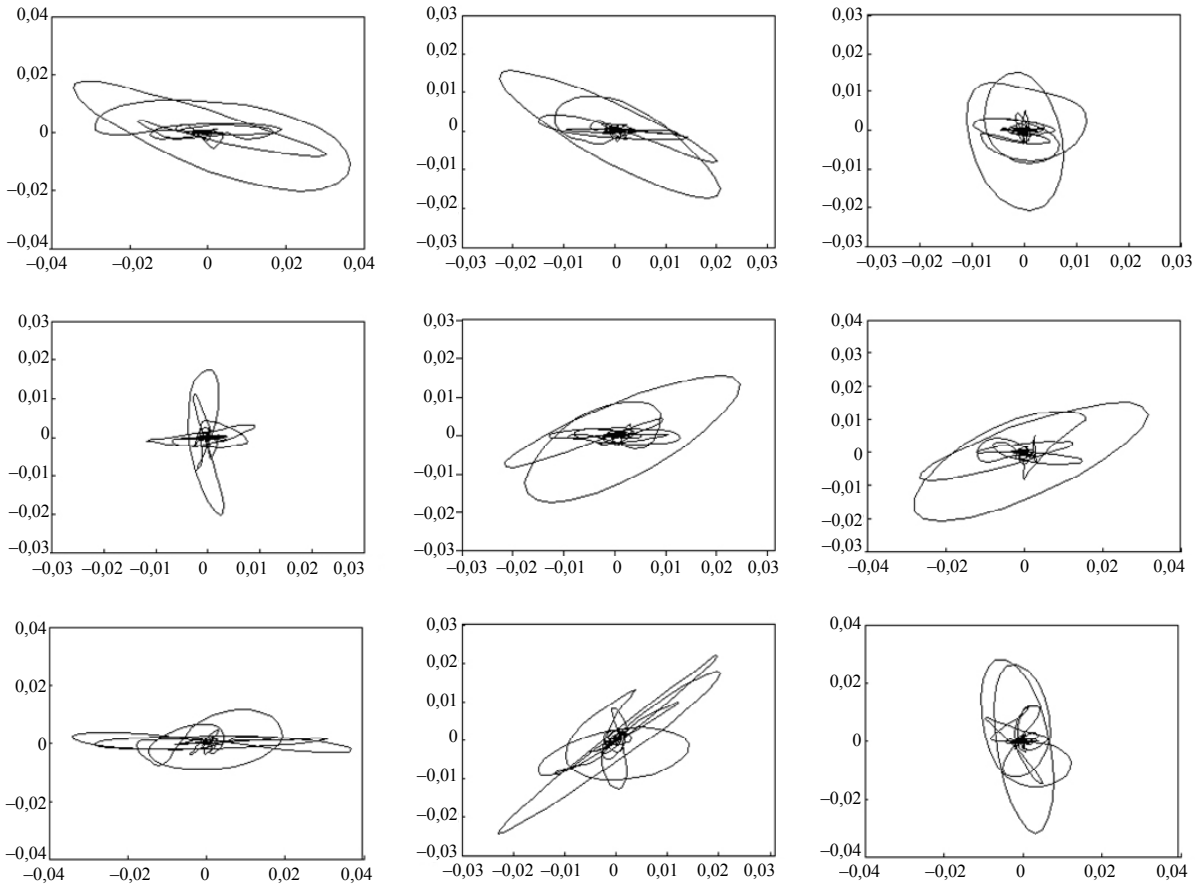


Рис. 3. Графики проекций траекторий движения сейсмодатчика

Количественные результаты эксперимента представлены в таблице. В ней приведены усредненные по реализациям значения скорости распространения вертикальной и горизонтальных компонент сейсмосигнала (в м/с) для различных угловых положений точки приложения ударного воздействия.

Таблица

Зависимость скорости распространения от углового положения и ориентации оси чувствительности датчика

| | 0° | 45° | 90° |
|---|---|---|---|
| *x* | 206 | 182 | 242 |
| *y* | 214 | 170 | 237 |
| *z* | 211 | 172 | 232 |

Скорость распространения соответствующей компоненты сигнала определялась на основе результатов измерения времени задержки прихода фронта колебания относительно момента падения груза на поверхность грунта. Момент падения груза на поверхность регистрировался специальным датчиком. В качестве момента прихода компоненты сейсмосигнала выбран момент достижения заданного уровня сигналом с выхода соответствующего датчика.

Под «энергией» соответствующей компоненты сейсмосигнала в рамках данного исследования понимается сумма мгновенных значений выпрямленного сигнала с выхода датчика, вычисленная на интервале времени между передним и задним фронтами колебания. Положение переднего и заднего фронта определяется аналогично описанному выше.

На рис. 4 представлены графики, характеризующие зависимость «энергии» компонент сейсмосигнала от дальности и углового положения точки приложения воздействия относительно связанной с датчиком системы координат. По оси абсцисс отложена величина угла воздействия на грунт относительно оси *X* датчика в градусах. По оси ординат отложена величина «энергии» в условных единицах. На левом графике представлены зависимости «энергии» проекции сейсмосигнала, регистрируемой датчиком, ось чувствительности которого направлена вдоль оси *X*, от углового положения точки воздействия для различных значений дальности. На среднем графике приведены аналогичные зависимости, но для датчика с осью чувстви-

тельности вдоль оси *Y*, на правом графике – для вертикальной компоненты сейсмосигнала. Кривая, узлы которой обозначены окружностями, рассчитана для дальности 10 м, ромбами – для дальности 20 м, треугольниками – для дальности 30 м.

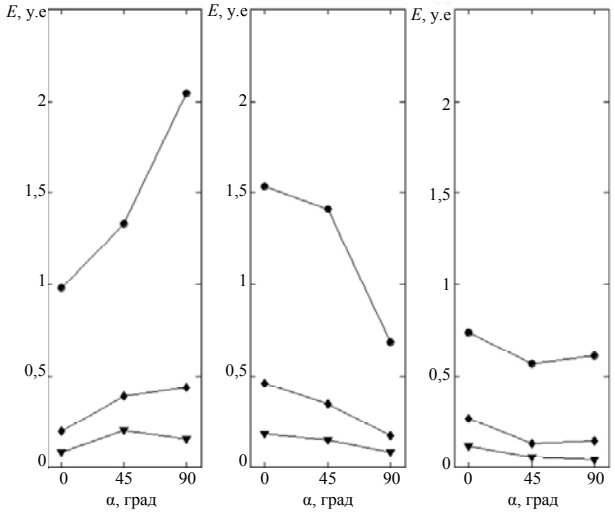



Рис. 4. Зависимость «энергии» компонент сейсмосигнала от дальности и углового положенияточки приложения воздействия относительно связанной с датчиком системы координат

***Выводы***

1. При ударном воздействии на поверхность грунта в его поверхностном слое в месте расположения сейсмодатчика возникает кратковременный объемный колебательный процесс. Траектория объемного движения датчика совместно с фрагментом грунта имеет эллипсовидный характер.

2. Временная структура проекций объемного колебания на оси чувствительности датчиков имеет вид одиночного радиоимпульса с гауссоподобной формой огибающей. Мгновенное значение «несущего колебания» в пределах длительности огибающей существенно изменяется как по амплитуде, так и по частоте. Период отдельных колебаний лежит в пределах 20–30 мс. Общее число колебаний лежит в пределах 7–12.

3. Временная структура и параметры колебаний, регистрируемых датчиками с горизонтальной ориентацией осей чувствительности, аналогичны структуре и параметрам сигнала, регистрируемого в вертикальной плоскости. Однако для горизонтальных проекций сейсмосигнала характерна качественная и количественная зависимость вида траектории от углового положения точки приложения ударного воздействия относительно ориентации осей чувствительности датчиков.

4. По мере увеличения расстояния между датчиком и точкой приложения воздействия временная структура и определяющие ее параметры сейсмосигнала изменяются незначительно. Амплитуда колебаний и «энергия» сигнала существенно и нелинейным образом зависят от дальности.

Таким образом, полученные экспериментальные результаты указывают на объемный характер колебаний, порождаемых в поверхностном слое почвы при ударном воздействии. Горизонтальные составляющие сейсмосигнала несут в себе информацию об угловом положении точки приложения воздействия в системе координат, связанной с осями чувствительности датчиков. Установленные закономерности целесообразно использовать при обосновании требований к составу и параметрам датчиков и при разработке алгоритмов обработки сейсмосигналов в разведывательно-сигнализационных и охранных комплексах.

***Литература***

1. *Магауенов Р.Г.* Системы охранной сигнализации. Основы теории и принципы построения / Р.Г. Магауенов. – М. : Горячая линия-Телеком, 2004.

2. Системы и средства управления физической защитой объектов : монография / В.А. Дудкин [и др.] ; под ред. Ю.А. Оленина. – Пенза : Информационно-издательский центр ПГУ, 2003. – Кн. 2. – 256 с.

3. *Иванов В.А.* Развитие принципов адаптации сейсмических средств охраны участков местности / В.А. Иванов, Н.В. Онуфриев // Радиотехника. – 2005. – № 3. – С. 97–99.

4. *Чистова Г.К.* Выбор модели для построения корреляционного приемника в задачах обнаружения и распознавания объектов по сейсмическому сигналу / Г.К. Чистова // СТБ. – 2005. – № 3. – С. 33–35.

5. *Сизов А.С.* Процедура распознавания движущихся объектов на основе анализа частотной и частотно-временной структуры сейсмических сигналов / А.С. Сизов, Д.А. Стребков, С.Ю. Челышов // Телекомммуникации. – 2006. – № 5. – С. 2–6.

6. *Дудкин В.А.* Интерфейс пользователя для моделирования сейсмических сигналов / В.А. Дудкин, М.А. Митрохин, С.В. Дудкин // СТБ. – 2005. – № 1. – С. 24–26.

7. Исследование и оценка скорости распространения волны в фазовом методе пеленгации объектов / В.А. Первунинских [и др.] // СТБ. – 2007. – № 2. – С. 36–39.

8. *Мирталибов Т.А.* Способ нейросетевой идентификации сейсмических сигналов / Т.А. Мирталибов, С.Ю. Челышев, О.В. Яковлев // Телекомммуникации. – 2007. – № 5. – С. 2–7.

Статья поступила в редакцию 30 апреля 2010 г.

УДК 621.391.23

# ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЦЕЛОСТНОСТИ ДАННЫХ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ПО КВ КАНАЛУ

**В.А. Маковий**, нач. НТО, e-mail: makovij@mail.ru
**С.А. Чупеев**, нач. отд., тел.: (4732) 52-09-04
ОАО «Концерн «Созвездие»

*Обсуждаются способы передачи данных по КВ каналу с заданным уровнем достоверности на основе укороченных кодов Рида–Соломона. Предложен подход для определения допустимой вероятности необнаруженной ошибки при передаче сообщения по каналу с информационной обратной связью.*

***Ключевые слова:*** *радиосвязь, передача данных, помехоустойчивое кодирование, протокол передачи данных, имитационное моделирование, перестановочная модуляция, коды Рида–Соломона, укороченные коды.*

## PROVIDING THE DATA INTEGRITY IN THE HF TRANSMISSION

**V.A. Makovy**, нач. НТО, e-mail: makovij@mail.ru
**S.A. Chupeyev**, нач. отд., тел.: (4732) 52-09-04
JSC «Concern «Sozvezdie»

*The ways to transmit data over the HF channel with a preset confidence level based on the shortened Reed–Solomon codes are discussed. An approach to determining the undetected error tolerance probability during the message transmission over the data feedback channel is offered.*

***Key words:*** *radio communications, jam-immunity, data transmission protocol, simulation, permutation modulation, Reed–Solomon codes, shortened codes.*

Современные программно определяемые системы КВ радиосвязи, интерес к которым наблюдается в последнее время, наиболее уверенно демонстрируют свои преимущества перед традиционными системами при передаче цифровых данных [1]. Скорость передачи данных и объём передаваемой по ним информации непрерывно увеличиваются. В то же время, в зависимости от состояния ионосферы, средняя скорость передачи данных по КВ каналу изменяется в широких пределах. При наиболее типичных скоростях от 50 до 2400 бит/с длительность передачи сообщения объёмом 1 Мб составляет от 1 часа до 44-х часов. В этих условиях важно обеспечить отсутствие ошибок и вставок в переданном по системе связи сообщении, а также его целостность.

Для передачи данных по КВ каналу в указанном диапазоне скоростей нередко применяется $q$-ичная модуляция [2]. В дальнейшем в статье мы будем рассматривать передачу данных при помощи $q$-ичных канальных символов, что приводит к целесообразности использования $q$-ичных систем кодирования.

Известно, что наиболее эффективным способом осуществления безошибочной передачи сообщения по каналу с ошибками является применение обратной связи [3]. Типовая схема передачи сообщения через пакетную радиолинию с использованием обратной связи представлена на рис. 1.

Процесс передачи в соответствии с представленной схемой происходит следующим образом. Источник сообщения формирует исходное сообщение для передачи. Сообщением может быть текстовый, графический или какой-нибудь другой файл. Размер такого файла может быть большим и составлять единицы или десятки мегабайт. Для обеспечения заданного уровня достоверности передачи по радиоканалу исходный файл разбивается на кодовые блоки, каждый из которых независимо от других кодируется при помощи помехозащищённого кода и передается по каналу связи. При передаче кодовых блоков по каналу связи часть кодовых блоков искажается. На приёмном конце радиолинии при приёме и декодировании кодовых блоков в соответствии с выбранными параметрами помехозащищённого кода ошибки исправляются, а неисправимые ошибки обнаруживаются. Блоки с обнаруженными ошибками переспрашиваются по обратному каналу (каналу обратной связи). Из при-

нятых безошибочно кодовых блоков и блоков с полностью исправленными ошибками на приёмной стороне собирается сообщение, которое поступает получателю информации.

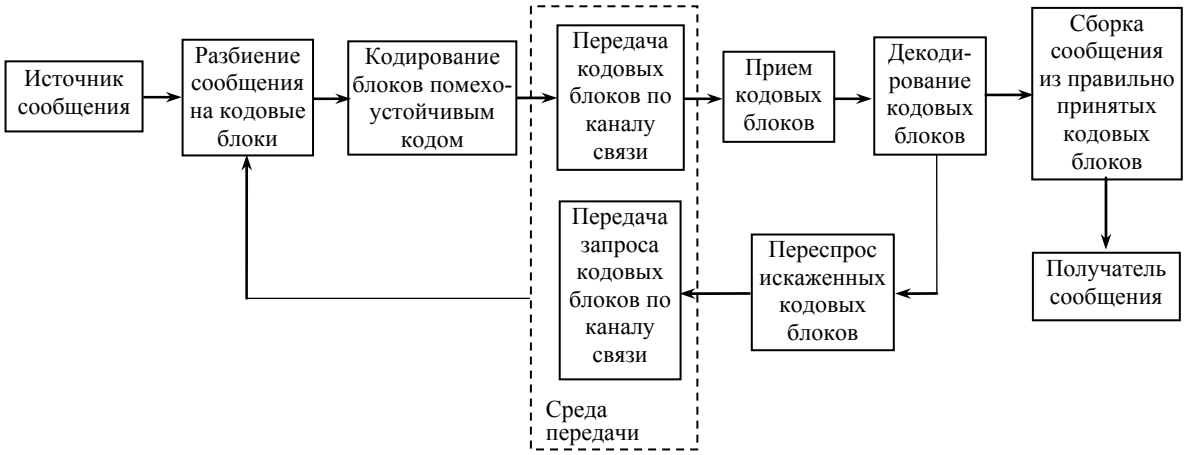



Рис. 1. Структурная схема прохождения сообщения через пакетную линию радиосвязи

Важнейшим параметром радиолинии является вероятность ошибки в доставленной информации. Поскольку передача данных осуществляется с обратной связью, в качестве характеристики достоверности переданной информации примем вероятность наличия необнаруженной ошибки в переданном получателю сообщении. Эта величина соответствует вероятности того, что в результате прохождения данных через канал связи возникнет не обнаруженная декодером ошибка.

Величину вероятности необнаруженной ошибки при построении кодера предлагается задавать исходя из аппаратной надежности аппаратуры связи. При таком подходе необходимо обеспечить величину вероятности необнаруженной ошибки существенно меньше, чем вероятность отказа аппаратуры, образующей линию передачи данных. При выполнении этого условия можно считать, что при передаче данных вероятность отказа проверяющей системы кода будет существенно (на порядок) меньше вероятности ошибки, вызванной отказом аппаратуры. Например, если надежность аппаратуры связи характеризуется как 10000 часов работы на отказ, то допустимую вероятность необнаруженной ошибки можно определить как $10^{-5}$ в час.

Многие системы передачи данных с хорошей системой обнаружения ошибок основаны на кодах Рида–Соломона (далее РС-коды), которые являются широко известным подклассом недвоичных кодов. Широкое распространение РС-кодов вызвано тем, что они являются кодами с максимальным расстоянием. Далее под кодами подразумеваются РС-коды.

При наличии ошибок в канале передачи данных полностью безошибочная передача данных при конечной задержке в системе передачи данных невозможна [1]. Задача обеспечения целостности передаваемых данных, решаемая при разработке систем передачи данных, сводится к обеспечению некоторой заранее заданной вероятности появления ошибки в переданном получателю сообщении или вероятности трансформации кодового блока в декодере.

Более подробно процесс появления необнаруженной ошибки изображен на рис. 2. При передаче кодового блока по каналу связи с ошибками возможны четыре ситуации, образующие полную группу событий.

При *первой* ситуации переданное кодовое слово может быть принято без ошибок, при этом декодер на приемном конце вычислит «нулевой» синдром, и кодовое слово будет признано правильным.

При *второй* ситуации переданное кодовое слово может быть принято с таким количеством ошибок, которое может исправить исправляющая часть кода, то есть принятое кодовое слово попадет в сферу упаковки исправляющей части кода. Декодер приемника вычислит «ненулевой» синдром, а количество ошибок в синдроме будет меньше или равно количеству исправляемых символов. В принятом кодовом слове декодером будут правильно исправлены ошибки, и кодовое слово будет признано правильным.

При *третьей* ситуации количество ошибок в принятом кодовом слове будет больше, чем может исправить код, и принятое кодовое слово

не попадет в сферу упаковки ни переданного слова, ни каких-либо других кодовых слов. Декодер приемника вычислит «ненулевой» синдром, а количество ошибок будет больше, чем может исправить декодер. Принятое кодовое слово будет признано неправильным, и соответствующий кодовый блок будет перезапрошен по обратному каналу.

Рис. 2. Геометрическое представление кодовых символов при их передаче по каналу с ошибками

При *четвертой* ситуации ошибок в принятом кодовом слове будет больше, чем может исправить код, но принятое кодовое слово попадает в сферу упаковки некоторого другого кодового слова. Декодер приемника вычислит синдром принятого кодового блока, который или равен нулю, или количество ошибок в котором будет меньше или равно числу ошибок, которое может исправить код. В принятом кодовом слове будут исправлены ошибки. Результатом исправления ошибок в данном случае будет новое кодовое слово, отличное от переданного кодового слова. Такой результат декодирования называется трансформацией кодового слова. Это кодовое слово будет признано правильным и не будет перезапрошено протоколом. В полученном сообщении на позиции трансформированного кодового слова появится ошибка или группа ошибок.

В настоящей работе мы будем оценивать вероятность возникновения ситуаций четвертого типа при передаче данных через канал с ошибками.

Для определения вероятности появления необнаруженных ошибок в кодовом блоке рассмотрим работу декодирующего устройства. При появлении ошибки в принятом кодовом слове кратности $w$ (при этом $w > d - t$) возможно появление необнаруженных ошибок только при попадании принятого слова в одну из сфер упаковок исправляющей части кода других кодовых слов. Процесс появления необнаруженных ошибок при возникновении ошибки кратности $w$ изображен на рис. 3. Здесь на орбите, находящейся на расстоянии $w > d - t$ от переданного кодового слова, располагаются все слова с ошибками веса $w > d - t$. При этом часть слов попадает в сферы упаковок исправляющих частей кодовых слов, находящихся на расстояниях $[w - t \ldots w + t]$ от орбиты. Эти слова будут приняты неправильно и трансформируются в кодовые слова, отличные от переданного. В остальных случаях будет обнаружена ошибка.

Следовательно, вероятность появления необнаруженной ошибки при возникновении ошибки кратности $w$ будет равна вероятности возникновения ошибки кратности $w$, помноженной на отношение количества слов, находящихся в сферах упаковок кодовых слов различного веса (от $w - t$ до $w + t$), к общему количеству слов в поле веса $w$. Количество слов, находящихся в сферах упаковок кодовых слов различного веса, можно определить как произведение распределения весов кода на расстоянии $w$ от переданного кодового слова и количество ошибок веса $w$, попадающих в сферы упаковок исправляющих частей кода для кодовых слов с различным весом. Далее, суммируя по всем кратностям ошибок от $d - t$ до $n$, получим формулу вероятности появления необнаруженной ошибки в одном кодовом блоке:

$$P_{\text{но}} = \sum_{w=d}^{n} \frac{W(w) \cdot K(w)}{N(w)} \cdot P(w), \qquad (1)$$

где $w$ – расстояние от переданного кодового слова;

$W(w)$ – распределение весов кода на расстоянии $w$ от переданного кодового слова;

$W(w)$ – количество конфигураций ошибок веса $w$;

$W(w)$ – количество ошибок веса, попадающих в сферы упаковок исправляющих частей кода, для кодовых слов с различным весом;

$W(w)$ – вероятность возникновения ошибки веса $w$;

$d$ – величина минимального кодового расстояния РС-кода;

$n$ – длина кодового блока в символах кода.

Рис. 3. Геометрическое представление процесса появления ошибок кратности $w$

Распределение весов в РС-коде согласно [3] можно определить как

$$W(w) = C_n^w \cdot \sum_{j=0}^{w-d-1} (-1)^j \cdot C_w^j \cdot \left(q^{w-d-j} - 1\right), \qquad (2)$$

где $q$ – основание алфавита, $w$ – расстояние от переданного кодового слова.

В соответствии с [4] вероятность возникновения ошибки в принятом кодовом слове кратности $w$ можно определить как

$$P(w) = (q-1)^w \cdot C_n^w \cdot P_1^w \cdot \left(1 - P_1\right)^{n-w}, \qquad (3)$$

где $P_1$ – вероятность возникновения ошибки в одном символе кодового блока.

Для определения $K(w)$ – количества ошибок веса $w$, попадающих в сферы упаковки исправляющей части кода (сфера декодирования с исправлением ошибок), для кодовых слов с различным весом возьмем два кодовых слова, находящихся друг от друга на расстоянии $w$. Запишем эти кодовые слова таким образом, чтобы отличающиеся символы этих слов находились в левой части. Получим первое кодовое слово $\left[A_1, A_2, ...A_{w+1}, ...A_n\right]$ и второе кодовое слово, отличающееся первыми $w$ символами от первого $\left[B_1, B_2 ...B_w, A_{w+1}, ...A_n\right]$. Положим, что количество исправляемых символов кодом будет меньше или равно $t$,

$$t \in \left[0, \frac{w-1}{2}\right]. \qquad (4)$$

Обозначим через $i$ количество символов в кодовых словах, находящихся в сфере упаковки второго кодового слова, при этом $i \le t$. Эта величина соответствует количеству символов, которыми отличается принятое кодовое слово от второго кодового слова при $i \le t$.

Будем обозначать отличающиеся символы во втором кодовом слове символом $C$. Кодовые слова, находящиеся в сфере упаковки второго

кодового слова, могут отличаться символами типа $C$ в *первой части* кодового слова с соответствующими индексам $0\ldots w$ и символами $C$ во *второй части* кодового слова соответствующими индексам $w+1\ldots n$. Обозначим через $v$ количество символов типа $C$ в совпадающей (первой) части второго кодового слова. Тогда количество символов типа $C$ в отличающейся (второй) части второго кодового слова будет $i-v$. Заметим, что наличие символов типа $C$ в совпадающей части кодового слова удаляет это кодовое слово и от первого, и от второго кодового слова. Назовем такое отличие принятого слова от второго кодового слова *отличием 1-го типа* (рис. 4). Символы типа $C$ в отличающейся части кодового слова второго типа могут совпадать с символами типа $A$ или быть отличными от символов и типа $A$, и типа $B$.

Рис. 4. Геометрия отличий, возникающих в принятом слове

Если $C=A$, то наличие этих символов на позициях от 0 до $w$ в принятом слове приводит к увеличению расстояния между принятым и вторым кодовым словом и к одновременному уменьшению расстоянию между принятым словом и первым кодовым словом (рис. 4). Назовем такое отличие принятого слова от второго кодового слова *отличием 2-го типа*.

Если $C\neq A$ и $C\neq B$, то расстояние между принятым словом и вторым кодовым словом увеличивается, а расстояние между принятым словом и первым кодовым словом не изменяется (рис. 4). Назовем такой тип отличий принятого слова от второго кодового слова *отличием 3-го типа.*

Общее количество кодовых слов в сфере упаковки исправляющей части кода второго слова, находящегося на расстоянии $w$ от первого кодового слова с отличиями первого типа найдём по формуле

$$S1=\sum_{v=0}^{i} C_{n-w}^{v}\cdot(q-1)^{v}, \qquad (5)$$

где $n$ – длина кодового слова;

$q$ – размер алфавита;

$v$ – количество отличий первого типа в принятом слове от второго кодового слова;

$w$ – расстояние от первого кодового слова до второго;

$i$ – количество символов в кодовых словах, находящихся в сфере упаковки второго кодового слова.

Количество кодовых слов в сфере упаковки исправляющей части кода второго слова, находящегося на расстоянии $w$ от первого кодового слова с отличием второго типа, равно

$$S2=\sum_{i=0}^{t} C_{w}^{i-v}\ . \qquad (6)$$

Количество кодовых слов в сфере упаковки исправляющей части кода второго кодового слова, находящегося на расстоянии $w$ от первого кодового слова с отличием третьего типа, равно

$$S3 = \sum_{m=0}^{t-i} C_{w-(i-v)}^{m} \cdot (q-2)^{m}, \qquad (7)$$

где $m$ – количество отличий третьего типа в принятом слове.

Общее число кодовых слов, находящихся в сфере упаковки исправляющей части кода второго слова на расстоянии менее $t$ от переданного, в силу независимости ошибок первого, второго и третьего типа можно определить как произведение $S1 \cdot S2 \cdot S3$:

$$K(w) = \sum_{i=0}^{t} \sum_{v=0}^{\min(i,\, n-w)} \sum_{m=0}^{t-i} C_{x}^{i-v} \times$$

$$\times C_{n-w}^{v} \cdot C_{w-(i-v)}^{m} \cdot (q-1)^{v} \cdot (q-2)^{m}. \qquad (8)$$

Здесь $\min(i,\, n-w)$ ограничивает перебор конфигураций ошибок при удалении второго кодового слова от первого на расстояние более $n-t$.

Далее, объединяя в одну формулы (1)–(3), (5)–(8) и проводя элементарные преобразования, получим:

$$P_{\text{но}} = (1-p)^{n} \times$$

$$\times \sum_{w=d}^{n} \sum_{i=0}^{t} \sum_{v=0}^{\min(i,n-w)} \sum_{m=0}^{t-i} \frac{C_{n}^{w} \cdot \sum_{j=0}^{w-d} (-1)^{j} \cdot C_{w}^{j} \cdot \left(q^{w-d+1-j} - 1\right)}{(q-1)^{w-i+v}} \times$$

$$\times C_{w}^{i-v} \cdot C_{n-w}^{v} \cdot C_{w-i+v}^{m} \cdot (q-2)^{m} \cdot \left(\frac{p}{1-p}\right)^{w-i+2\cdot v}, \qquad (9)$$

где $P_{\text{но}}$ – вероятность необнаруженной ошибки в кодовом блоке РС-кода при одновременном обнаружении и исправлении ошибок;

$p$ – вероятность ошибки на символ;

$n$ – длина кодового блока;

$d$ – минимальное кодовое расстояние в коде;

$t$ – количество исправляемых символов в кодовом блоке;

$q$ – размерность алфавита кода.

По формуле (9) можно проводить расчеты вероятности необнаруженной ошибки для РС-кодов. Для примера возьмем РС-код (63, 51) с $q = 64$. Основание алфавита $q$ при выборе кода должно согласовываться с алфавитом символа сигнала, иначе будет наблюдаться эффект размножения ошибок [3]. Скорость этого кода составит 51/63 = 0,81, что является весьма высоким показателем. Размер кодового блока в битах 63·6 = 378, что является приемлемым показателям для КВ канала. Такой код может исправлять до 6 ошибок, что составляет почти 10% ошибок в канале. Результаты расчетов по формуле (9) представлены на рис. 5.

На рис. 5 по оси абсцисс отложена вероятность ошибки на символ, по оси ординат – вероятность необнаруженной ошибки на кодовый блок.

Из графиков видно, что поведение функции вероятности необнаруженной ошибки при некотором значении вероятности ошибки на символ начинает меняться в сторону уменьшения. Этот эффект можно объяснить тем, что только в тех случаях, в которых количество возникших ошибок в кодовом блоке превышает количество гарантированно обнаруживаемых ошибок, появляется возможность необнаружения ошибки кодом (трансформация кодового слова). Действительно, при работе в канале с независимыми ошибками количество возникающих ошибок в кодовом слове подчиняется биноминальному распределению.

При минимальном кодовом расстоянии $w$ гарантировано исправление до $t$ ошибок (4). При количестве ошибок в принятом слове от $t$ до $w-t$ код гарантированно обнаруживает эти ошибки. При появлении большего количества ошибок возникают ситуации, в которых декодер может и не обнаружить ошибки.

Часто применяются каскадные формы помехозащищённого кодирования, в которых внутренний код осуществляет только обнаружение ошибок, а внешний отвечает за исправление ошибок.

Найдём вероятность необнаруженной ошибки для такой схемы кодирования с целью сравнения с рассмотренной ранее схемой. Прежде всего, стоит отметить, что при неправильном исправлении ошибок полным внешним декодером количество ошибок в кодовом слове, полученном с его выхода внутренним декодером, равно не менее чем $w$. В кодах с максимальным расстоянием, к которым относятся РС-коды, минимальное количество ошибок после неправильного декодирования составит $w-1$.

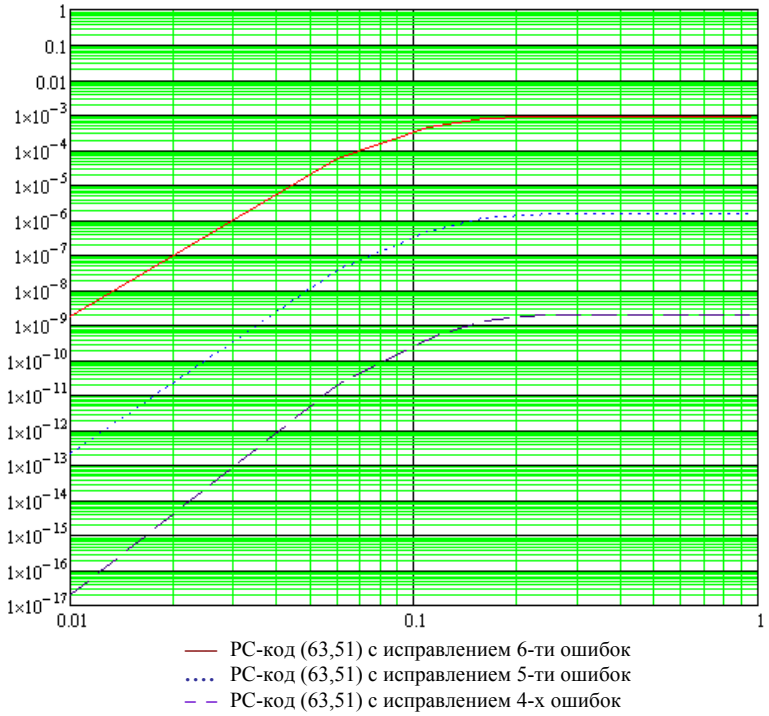



Рис. 5. Вероятность не обнаруженной РС-кодом ошибки

Для обнаружения ошибок желательно использовать минимальное количество символов. В противном случае внутренний код, обнаруживающий ошибки, будет оказывать существенное влияние на общую скорость каскадного кода. Пусть количество символов внутреннего кода будет меньше, чем $w$ внешнего кода. В этом случае вероятность необнаруженной ошибки легко определяется как произведение вероятности неправильного декодирования внешнего кода на вероятность обнаружения ошибок внутренним кодом при большом количестве ошибок. Такая ситуация аналогична работе кода по обнаружению ошибок при обрыве канала.

При обрыве канала передачи или исчезновении принимаемого сигнала необнаруженная ошибка (трансформация) возникает при случайном попадании принятого кодового слова в одну из сфер упаковки исправляющей части кода. Вероятность необнаруженной ошибки определятся как отношение мощности кода к размеру пространства кода. В результате элементарных преобразований получаем

$$P_{\text{о}} = \frac{1}{q^L - 1}, \qquad (10)$$

где $L$ – количество дополнительных символов внутреннего кода, использующихся для обнаружения ошибок.

В данном случае вероятность необнаруженной ошибки не сильно зависит от типа внутреннего кодера – значение, прежде всего, имеет объём дополнительной информации, используемой для обнаружения ошибок. Таким образом, вероятность необнаруженной ошибки при использовании РС-кода в качестве внутреннего и при использовании циклического кода (CRC) будет одинакова, если объём дополнительных символов РС-кода, выраженный в битах, и количество бит CRC будут равны.

На основании вышесказанного можно сделать вывод, что вероятность необнаруженной ошибки при обрыве канала определяется только разреженностью кодового пространства и не зависит от типа используемого кода.

Вероятность появления необнаруженной ошибки при каскадной схеме исправления с последующим обнаружением ошибок можно представить как произведение вероятности появления ошибки кратности более, чем $w-1$, и $P_{\text{о}}$ будет определяться следующей формулой:

$$P_{\text{но}}2 = \left(1 - \sum_{i=0}^{w-t} C_n^i \cdot P1^i \cdot (1-P1)^{n-i}\right) \cdot \frac{1}{q^L - 1}. \qquad (11)$$

Рассчитанные в соответствии с (11) и (9) вероятности необнаруженных ошибок изображены на рис. 6.

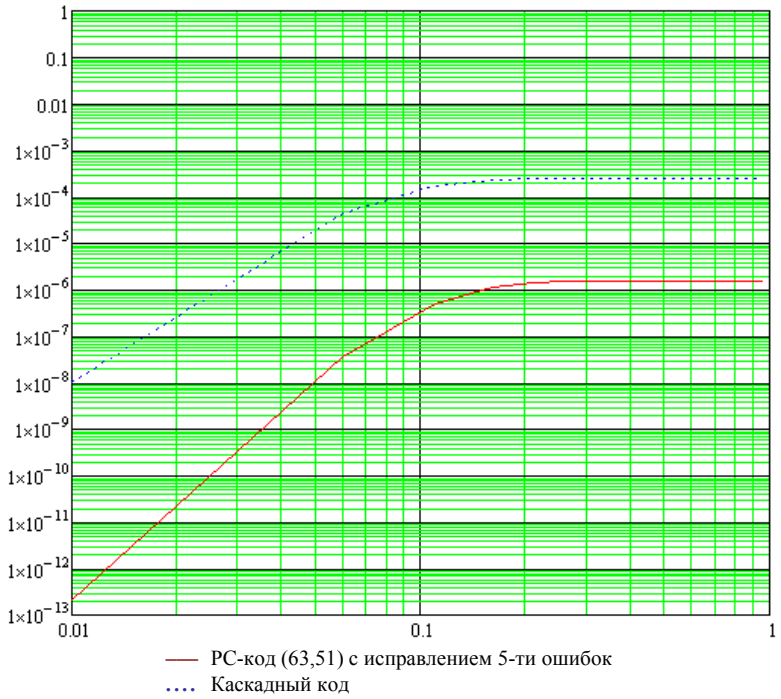



Рис. 6. Вероятность необнаруженной ошибки для различных схем кодирования

На рис. 6 по оси абсцисс отложена вероятность ошибки на символ, по оси ординат – вероятность необнаруженной ошибки на кодовый блок. Сплошной график соответствует исправлению 5-ти ошибок в кодовом блоке в схеме с одновременным обнаружением и исправлением ошибок РС-кодом (51, 63) $q = 64$. Пунктирный график соответствует каскадной схеме, в которой внешний РС-код (51, 63) $q = 64$ с исправлением 5-ти ошибок, а внутренний укороченный РС-код (49, 51) с $q = 64$. Скорость РС-кода с исправлением 5-ти ошибок составит 0,809, а скорость каскадного кода будет 0,777. При этом оба кода эквивалентны по исправляющей способности, основанию алфавита и длине кодового блока.

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что совместное обнаружение и исправление ошибок кодом дает значительно лучшие результаты, чем каскадная схема.

Как было отмечено выше, при выборе параметров кода важно согласовать размерность алфавита кодера с размерностью алфавита сигнала. Одновременно существует ограничение на длину кодового блока, поскольку бесконтрольное увеличение длины кодовых блоков приведет к очень частому перезапросу кодовых блоков при передаче данных в системах связи с решающей обратной связью [3]. Таким образом, размер алфавита канальных символов сигнала может достигать величин $2^{12}$ [2] и более. РС-код для такого алфавита в соответствии с [4] должен быть выбран из семейства (4095, $x$), где $x$ – количество информационных символов кода. При этом длина кодового блока составит $4095 \cdot 12 = 49140$ бит, что является недопустимым для КВ канала. Выходом из такой ситуации является применение укороченных кодов.

*Укорочение кода* осуществляется следующим образом. Сначала заполняется информацией некоторое количество информационных символов. Количество таких символов может выбираться произвольно. Оставшиеся информационные символы заполняются дополняющей последовательностью, содержащей известную на приёмной стороне информацию. Далее по информационным символам вычисляется проверочная часть кода. Из информационной части полученного кодового слова удаляются символы, соответствующие дополняющей последовательности, и результат передается по каналу. На приемном конце перед процедурой декодирования дополняющая последовательность символов, удалённая при подготовке кодового блока к передаче, добавляется на свое место. После этого выполняется операция декодирования по стандартному алгоритму. Если количество ошибок, возникших в результате передачи кодового слова, не превышает исправляющую способность кода, то будет произведено правильное декодирование кодового слова. Если количество ошибок больше исправляющей способности и ошибка обнаруже-

на, то принятое кодовое слово будет помечено для перезапроса. При таком укорочении код останется кодом с максимальным расстоянием, поскольку при укорочении производится отбрасывание информационных символов и исправляющая способность кода остается неизменной, для РС-кода равной $t = \left[0, \frac{w-1}{2}\right]$. Укороченный РС-код записывается как $(n-m,\ k-m)$, где $m$ – длина дополняющей последовательности.

Рассчитанные в соответствии с (9) вероятности появления необнаруженных ошибок для различных укороченных РС-кодов изображены на рис. 7. Укороченный код (4095-4032, 4095-4044) был получен из кода (4095, 4044) с $q = 4096$.

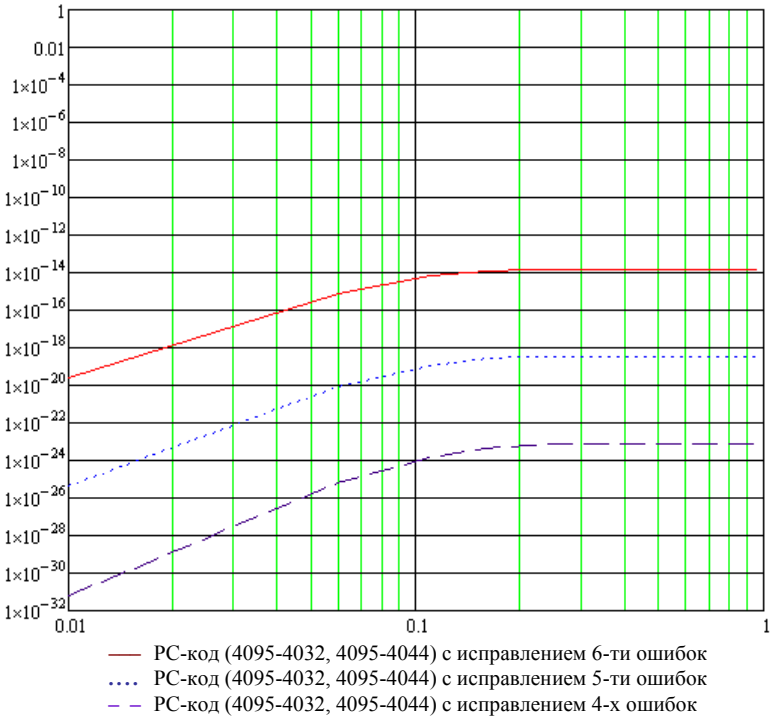



Рис. 7. Вероятность необнаруженной ошибки для укороченных кодов Рида–Соломона

На рисунке по оси абсцисс отложена вероятность ошибки на символ, по оси ординат – вероятность необнаруженной ошибки на кодовый блок. Данный расчет отличается от изображенного на рис. 5 только основанием алфавита $q$ и, как следствие, степенью укорочения кода. Из анализа полученных результатов становится очевидным, что укорочение РС-кода приводит к существенному уменьшению вероятности необнаруженных ошибок в кодовом блоке даже при больших вероятностях ошибки на символ. При обрыве канала, как это было показано ранее, вероятность необнаруженной ошибки определяется только разреженностью кодового пространства. Плотность кодового пространства укороченного РС-кода можно определить как отношение количества кодовых слов в сферах упаковок исправляющей части кода к общему количеству кодовых слов:

$$\eta = \frac{\left(\sum_{i=0}^{t} C_n^i \cdot (q-1)^i\right) \cdot q^{n-k}}{q^n}. \qquad (12)$$

Графики плотности кодового пространства, построенные в соответствии с (11), представлены на рис. 8.

На рис. 8 по оси абсцисс отложен двоичный логарифм размера алфавита $q$, по оси ординат – плотность кодового пространства. Сплошной график – РС-код $\left(q-(q-31),\ q-(q-25)\right)$ с различным $q = \{32, 64, 128 \ldots 32768\}$, что соответствует изменению алфавита кода с 5-битного до 15-битного (всего в 3 раза); пунктирный график – РС-код $\left(q-(q-63),\ q-(q-51)\right)$ при тех же значениях $q$.

Из графиков видно, что с ростом $q$ при сохранении длины кодового блока и скорости кода плотность кодового пространства быстро падает. В случае РС-кода $\left(q-\left(q-31\right),\ q-\left(q-25\right)\right)$ при изменении размерности алфавита с 5- до 15-битного вероятность необнаруженной ошибки меняется более чем на 10 порядков. Для РС-кода $\left(q-\left(q-63\right),\ q-\left(q-51\right)\right)$ при изменении размерности алфавита с 6- до 15-битного вероятность необнаруженной ошибки меняется примерно на 18 порядков. Такое изменение плотности кодового пространства открывает путь построения укороченных РС-кодов с очень хорошей способностью обнаружения ошибок.

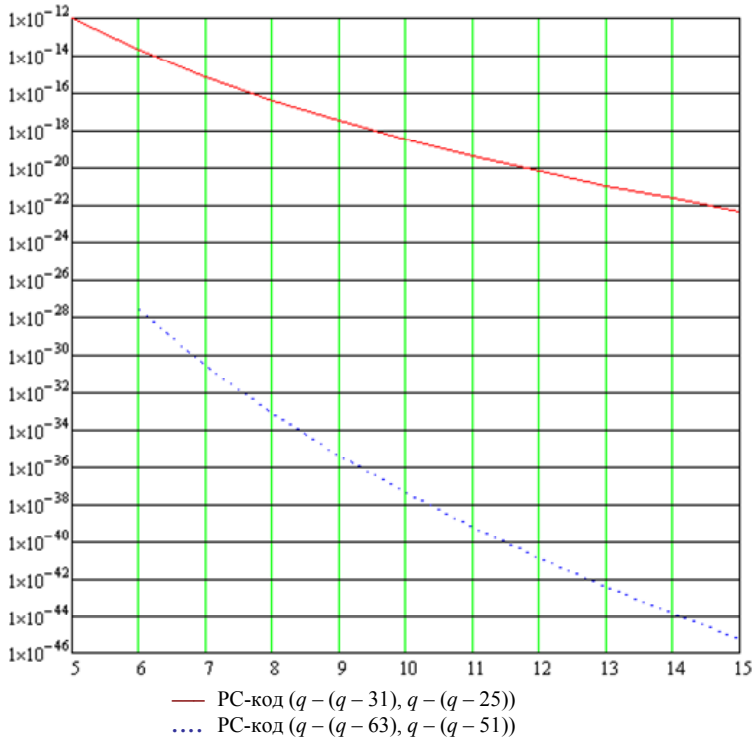



Рис. 8. Зависимость плотности кодового пространства от размера алфавита при фиксированных $n$, $k$, $p$

Отмеченное улучшение параметров кода достигается без увеличения количества дополнительных символов, используемых для обнаружения ошибок. Так, РС-код $\left(q-\left(q-63\right),\ q-\left(q-51\right)\right)$ с исправлением 6-ти ошибок и $q=2^{12}$ (рис. 5) использует все дополнительные символы для исправления ошибок. При обрыве канала связи или различных экстремальных воздействиях на радиолинию, когда вероятность ошибки на символ достигает величины 0,99975586, вероятность необнаруженной ошибки в кодовом блоке не превысит $1{,}437*10^{-14}$. Это позволяет отказаться от использования дополнительных символов для обнаружения ошибок при построении кодовой системы и повысить информационную скорость протокола передачи данных.

***Выводы***

Для построения схемы обнаружения ошибок при передаче данных по КВ каналу выгодно использовать РС-коды с одновременным исправлением и обнаружением ошибок.

Для реализации свободного выбора размера кодового блока при построении протокола передачи данных в системе КВ связи РС-коды можно укорачивать. Укорочение РС-кодов приводит к улучшению их способности обнаруживать ошибки в кодовых блоках.

Применение укороченных РС-кодов в протоколах передачи данных позволяет увеличить среднюю информационную скорость при одновременном уменьшении вероятности необнаруженной ошибки.

***Литература***

1. *Маковий В.А.* Построение современных систем радиосвязи КВ диапазона / В.А. Маковий // Теория и техника радиосвязи / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2009. – № 3. – С. 76–86.

2. *Маковий В.А.* Сигналы с перестановочной модуляцией и их свойства / В.А. Маковий, С.А. Чупеев // Теория и техника радиосвязи / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2010. – № 1. – С. 13–24.

3. Передача информации в каналах с обратной связью / под ред. З.М. Каневского. – М. : Связь, 1976. – 321 с.

4. *Блейхут Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки : пер. с англ. / Р. Блейхут. – М. : Мир, 1986. – 576 с.

5. *Финк Л.М.* Теория передачи дискретных сообщений / Л.М. Финк. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М. : Сов. радио, 1970. – 728 с.

Статья поступила в редакцию 4 мая 2010 года.

УДК 535.375

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛАЗЕРНОЙ ЛИНИИ СВЯЗИ С УЧЕТОМ ВЫСТРАИВАНИЯ МОЛЕКУЛ В ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

**С.В. Артыщенко**, с.н.с., e-mail: artichenko@mail.ru
**В.А. Дубинкин**, нач. отд., тел.: (4732) 52-79-41
**О.В. Николаев**, нач. НТЦ, тел.: (4732) 52-79-41
ОАО «Концерн «Созвездие»

*На основе применения методов теории выстраивания молекул в лазерном поле и с учетом вклада постоянного дипольного момента молекулы в процесс ее выстраивания уточняется модель лазерной линии связи и оцениваются возможности повышения эффективности таких линий за счет снижения экстинкции.*

***Ключевые слова:*** *экстинкция, рассеяние, когерентный контроль, лазерная связь.*

# MATHEMATICAL MODEL OF LASER COMMUNICATION LINE TAKEN INTO ACCOUNT MOLECULE ALIGNMENT IN THE LASER FIELD

**S.V. Artyshchenko**, senior research engineer, e-mail: artichenko@mail.ru
**V.A. Dubinkin**, head of department, tel.: (4732) 52-79-41
**O.V. Nikolayev**, head of Scientific and Technical Centre, tel.: (4732) 52-79-41
JSC «Sozvezdie» Concern»

*On the base of applying the molecular alignment theory methods in the laser field and taking into consideration the constant molecule dipole moment contribution to its alignment process, the laser communication line model is specified. The possibility to increase the laser communication line efficiency by decreasing the extinction is estimated.*

***Key words:*** *extinction, scattering, coherent control, laser communication.*

## *Введение*

Экстинкция в лазерных каналах связи является основным фактором, характеризующим всю линию связи. Коэффициент экстинкции определяется как отношение суммы мощностей рассеянного и поглощенного излучения в канале к мощности падающего излучения и может быть представлен как сумма коэффициентов поглощения и рассеяния: $K_э = K_{погл} + K_{расс}$. Одним из факторов, участвующих в формировании коэффициента рассеяния и общего коэффициента экстинкции, является полное сечение рассеяния. Полное сечение рассеяния $\sigma$ пропорционально квадрату длины той оси эллипсоида поляризуемости молекулы, которая ориентирована параллельно вектору **F** напряженности электрического поля падающего лазерного излучения. Чем меньше будет ось эллипсоида поляризуемости, выстроенная вдоль вектора **F**, тем меньше будет полное сечение рассеяния. Полное сечение рассеяния лазерного излучения на линейной молекуле будет максимальным при ориентации молекулярной оси, а значит, и максимальной оси эллипсоида поляризуемости вдоль направления вектора **F**. Напротив, при ориентации молекулярной оси перпендикулярно направлению вектора **F**, что означает ориентацию вдоль направления вектора **F** минимальной оси эллипсоида поляризуемости, полное сечение рассеяния будет минимальным.

В работах [1, 2] предложены способы получения «выгодной» ориентации молекул в канале распространения информационных импульсов к плоскости поляризации импульсов. Для снижения полного сечения рассеяния предложено выстроить оси молекул в канале прохождения перпендикулярно плоскости поляризации информационных импульсов с помощью вспомогательного лазерного излучения, которое ориентирует оси молекул в канале прохождения перпендикулярно к плоскости поляризации информационных импульсов и создает выгодные условия для их распространения. В результате снижается коэффициент рассеяния и коэффициент экстинкции.

В работе [3] построена математическая модель лазерной атмосферной линии связи (ЛАЛС), проведено сравнение полученных результатов с идеализированной моделью и экспериментальными данными. Обзор этой модели приведен в настоящей работе. Важным фактором, входящим в ключевые формулы и оказывающим влияние как на результаты, получаемые при моделирова-

нии работы ЛАЛС, так и на работу реальных линий связи, является коэффициент рассеяния, в формировании которого участвует полное сечение рассеяния **σ**, а его снижение лежит в основе способов [1] и [2], где для управления ориентацией молекулярных осей выбран способ оптической ориентации, базирующийся на явлении выстраивания молекул в лазерном поле, когда вдоль направления вектора **F** напряженности электрического поля лазерного излучения выстраивается ось молекулы, вдоль которой динамическая поляризуемость максимальна. Предложенное в [1, 2] использование линейно поляризованного лазерного излучения не является единственно возможным.

В связи с вышесказанным необходим обзор теории выстраивания, случаев выстраивания молекул как линейно, так и циркулярно, а также эллиптически поляризованным лазерным излучением и другими способами. Для случая реальной среды полезен учет роли постоянного дипольного момента молекулы в процессе ее выстраивания, что важно в случае, когда атмосферная среда ионизуется в результате воздействий различной природы. В настоящей работе приведен обзор теории выстраивания.

Представляет интерес учет результатов работ [1, 2] при моделировании ЛАЛС согласно результатам работы [3]. В то же время результаты работы [3], которые сильно уточняют идеализированную модель и хорошо согласуются с экспериментальными данными, могут быть полезны для корректировки предложенных в [1, 2] способов повышения эффективности ЛАЛС и уточнения аспектов их практического применения.

### *Математическая модель лазерной атмосферной линии связи*

Приведем вышеупомянутую математическую модель ЛАЛС согласно работе [3]. Математическая модель канала распространения лазерного излучения неоднократно рассматривались в современной литературе. Основные процессы, которые при этом участвуют в формировании сигнала, принимаемого фотоприемным устройством (ФПУ), могут быть сведены к двум – рассеянию и поглощению лазерного излучения. Передаточную характеристику канала главным образом определяет рассеяние вперед. Причем амплитуда функции рассеяния при приближенном моделировании может быть определена с помощью распределения Гаусса

$$F_p(\gamma)=\frac{1}{2\pi\Theta_F^2}\exp\left\{-\frac{\gamma^2}{2\Theta_F^2}\right\}.$$

Для более точного представления может быть использована формула Шенберга для стандартной атмосферы

$$F_p(\gamma)=1+p_r\cos(\gamma)+q_r\cos^2(\gamma),$$

где коэффициенты $p_r$ и $q_r$ определяются на основе экспериментальных данных и соответственно для «чистой» атмосферы равны 2.7 и 3.0, а при точном моделировании *индикатриса рассеяния* будет определяться зависимостью от показателя преломления среды распространения, длины волны излучения и других частных параметров и может быть представлена в виде

$$F_p(\gamma)=\frac{9}{8\zeta}N(\nu-1)^{\nu-1}a_{\min}\tau_e(\lambda)\frac{1+\cos^2\gamma}{(1-\cos\gamma)^2}\times$$

$$\times\int_{a_{\min}}^{a_{\max}}(\sin\zeta a-\zeta a\cos\zeta a)^2\,a^{-2}da, \qquad (1)$$

$$\tau_e(\lambda)=\pi\frac{\left[n^2(\lambda)-1\right]^2}{\left[n^2(\lambda)+2\right]^2}\times$$

$$\times N(\nu-1)a_{\min}^{\nu-1}\int_{a_{\min}}^{a_{\max}}a^{2+\nu}U(\lambda,a)da,$$

$$U(\lambda,a)=\begin{cases}2-4r^{-1}\sin\rho+8\rho\sin\dfrac{\rho}{2}, & \rho>1.6,\\ 2.56\rho\left(2-4\rho\sin\rho+8\rho\sin\dfrac{\rho}{2}\right), & \rho<1.6,\end{cases}$$

$$\zeta=\frac{4\pi}{\lambda}\sin\frac{\gamma}{2};\ \rho=\frac{4\pi a}{\lambda}\left[n(\lambda)-1\right],$$

где $N$ – концентрация рассеивающих частиц; $n(\lambda)$ – показатель преломления на длине волны $\lambda$; $\nu$ – показатель степени в юнговском законе распределения частиц; $a_{\min}$, $a_{\max}$ – минимальный и максимальный размеры рассеивающих частиц; $\gamma$ – угол рассеяния; $\Theta_F$ – среднеквадратическое значение угла рассеяния вперед.

Используя стандартную процедуру преобразования Фурье основного и рассеянного компонента, несложно получить выражение для определения *средней мощности* принимаемого ФПУ сигнала

$$\langle P_D \rangle = \frac{P_T \left( \frac{\rho_R}{\Theta_T L} \right)^2 \exp\{-\beta'_a L\}}{\left[ 1 + \left( \frac{\Theta_0}{\Theta_T} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{\Theta_0}{\Theta_R} \right)^2 \right]}, \qquad (2)$$

где $P_T$ – мощность лазерного излучения с половинным углом расходимости $\Theta_T$; $\rho_R$ – радиус апертуры ФПУ, $\Theta_R$ – угол апертуры приемника; $L$ – длина оптического пути; $\exp\{-\beta'_a L\}$ – потери за счет поглощения при коэффициенте поглощения $\beta'_a = \beta - \beta'_S$, $\beta$ и $\beta'_S$ – коэффициенты поглощения и рассеяния соответственно; $\Theta_0 = \sqrt{2}/k\rho_0$, где $\rho_0$ – коэффициент пространственной когерентности поля лазерного излучателя:

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{3}{\beta'_S L k^2 \Theta_F^2}}.$$

Определение *частотной передаточной характеристики* для случая, когда фронт излучаемой волны является плоским, а распределение плотности мощности по сечению пучка постоянно, не представляет сложности, и в соответствии с рассматриваемой моделью ее можно представить в виде

$$H(\omega) = \frac{\left( \frac{\rho_R}{\Theta_T L} \right)^2 \exp\left\{ -\beta'_a L + \frac{j\omega L}{c} \right\}}{\left\{ \left( \frac{2jc}{\Theta_T^2 \omega L} \right) \left( 1 - \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\alpha} \right) + \frac{1}{4} \left[ 1 + \frac{3\operatorname{tg}\alpha}{\alpha} \left( 2 - \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\alpha} \right) \right] \right\} \cos\alpha}, \qquad (3)$$

где $\alpha = \sqrt{\frac{3j\omega L \Theta_0^2}{2c}}$.

Неравномерность распределения плотности мощности может быть учтена путем интегрального преобразования выражения (3) к виду

$$h(\omega) = \int_0^{\Theta_N} H(\omega, \Theta_T - \Theta) W(\Theta) d\Theta. \qquad (4)$$

Аналитическое представление передаточной характеристики при использовании функции рассеяния вида (1) не представляется возможным, поэтому в математических моделях его определение производится численным методом в определенных точках частотной или временной оси. В математической модели канала можно использовать данное выражение в представленном виде. Его значения в конкретных точках также определяются численным методом или в виде временного отклика системы, получаемого путем преобразования Фурье выражения (4).

*Математическая модель приемника в обобщенном виде* может быть представлена *выражением для расчета отношения сигнал–шум*

$$N_S = \frac{P_0^2 \lambda^2 \eta_э}{2h^2 c^2 \Delta F \left[ \frac{P_0 \lambda}{hc} M^{n-2} + \frac{I_T M^{n-2}}{q \eta_э} + \frac{4k_0 (T_0 + T_У)}{q^2 \eta_э M^2 R_D G} \right]}. \qquad (5)$$

Здесь $P_0$ – среднее значение мощности принимаемого ФПУ оптического сигнала, $\eta_Э$ – квантовая эффективность, $h$ – постоянная Планка, $\Delta F$ – эффективное значение полосы пропускания, $\lambda$ – длина волны излучения, $M$ – коэффициент усиления фототока, больший 1.0 для лавинных фотодиодов и равный 1.0 для *p-i-n*-фотодиодов; $n$ – параметр, зависящий от соотношения коэффициентов ионизации электронов и дырок; $I_T$ – темновой ток диода, $q$ – заряд электрона, $k_0$ – постоянная Больцмана, $T_0$ – реальная температура нагрузки, $T_У$ – шумовая температура усилителя, $R_D$ – дифференциальное сопротивление диода, $G$ – коэффициент преобразования мощности.

Основной особенностью данного выражения является наличие в знаменателе слагаемого, зависящего от мощности принимаемого сигнала. При этом сама *величина принимаемого сигнала* будет равна

$$P_0 = \frac{1}{T} \int_0^T P_{pr}(t) dt,$$

$$P_{pr}(t) = \iint_{S_{pr}} W(\Theta, \tau) h(\Theta, t - \tau) d\tau dS, \qquad (6)$$

где $h(\Theta,\tau)$ – отклик канала при воздействии на него дельта-функции, $S_{pr}$ – эффективная площадь апертуры ФПУ.

Таким образом, основным параметром, получаемым на всей совокупности частных математи-

ческих моделей лазерной системы передачи, является выходной электрический сигнал ФПУ, который в дальнейшем преобразуется в упорядоченное множество значений, определяемых форматом представления неподвижного изображения.

Обобщенный алгоритм всей математической модели ЛАЛС приведен на рис. 4. Для оценки степени достоверности рассматриваемой математической модели были проведены расчеты по определению принимаемого сигнала, результаты которых сравнивались с полученными экспериментально и рассчитанными по другим методикам для совпадающих точек. Нижний блок схемы на рис. 4 отражает влияние анизотропии распределения осей молекул рассеивающей среды относительно направления вектора **F** напряженности электрического поля линейно поляризованного лазерного излучения. Такая анизотропия может быть вызвана выстраиванием молекул с помощью лазерного излучения.

На рис. 3 приведены три вида диаграммы направленности лазерного излучателя – используемая в известных моделях, получаемая по приведенным выше соотношениям и экспериментальная. Там же представлен отклик системы на дельта-импульс для трех указанных выше случаев (идеализированная модель, доработанная модель, экспериментальные данные). В четвертой строке выполненного в виде таблицы рис. 3 приведены результаты моделирования для случая распространения информационных импульсов в среде, когерентно подготовленной с помощью способов [1, 2].

При увеличении скорости передачи информации и использовании различных типов ее кодирования влияние формы принимаемого импульса на принятие решения становится весьма заметным. Прежде всего, это влияет на эффективность ЛАЛС при передаче сигнала произвольного формата.

### *Теория и способы выстраивания*

Переходя к рассмотрению теории выстраивания, приведём ее основные определения. Способы задавать определенный порядок молекулярной геометрии по отношению к фиксированной в пространстве оси называются выстраиванием. Способы, при которых также задается направление по отношению к пространственно-фиксированной оси, т.е. нарушается инверсионная симметрия ансамбля молекул, называются ориентацией. Способы выстраивания и ориентации молекул опираются на использование столкновительных процессов, постоянных электрических полей и оптических полей.

При пересечении сверхзвуковых атомного и молекулярного пучков столкновения между молекулами и атомами заставляют вращательный угловой момент молекул выстраиваться перпендикулярно к направлению движения молекулярного пучка [4]. Таким образом, часть молекул приобретает анизотропию в проекции вращательного момента на направление пучка, и, следовательно, создается анизотропное пространственное распределение.

Для ориентации молекул с помощью постоянных электрических полей существуют два способа. В технике электрогексапольного фокусирования [5] электростатическое гексапольное поле используется для отбора одного вращательного состояния $|JKM\rangle$. В технике сильного постоянного поля (которую называют «ориентацией с помощью грубой силы» [6]) полярные молекулы помещаются в очень сильное постоянное электрическое поле. Когда энергия взаимодействия молекулы с полем много больше вращательной энергии, молекулы становятся ориентированными. В силу ограничений на величину постоянных электрических полей этот метод подходит для тех молекул, дипольный момент которых достаточно велик и вращательные степени свободы которых можно охладить путем использования сверхзвукового пучка.

Альтернативным подходом является использование оптических полей для выстраивания молекул. Когда случайным образом ориентированные молекулы облучаются поляризованным светом, резонансным с параллельным или перпендикулярным переходом, вероятность возбуждения зависит от угла между вектором дипольного момента перехода и вектором поляризации [7]. В результате часть молекул переходит либо во вращательно-возбужденное, либо в электронно-возбужденное состояние. Достоинство этого метода, называемого фотоселекцией, состоит в том, что он применим к большому числу молекул как в основном, так и в возбужденных состояниях. Недостаток же его связан с тем, что такая селекция возможна лишь для небольшой части (порядка нескольких процентов) от первоначального числа молекул. В пределе слабого поля заселенность начального состояния по существу не меняется взаимодействием с излучением.

Другой способ использования оптических полей для выстраивания молекул состоит в том, что они помещаются в сильное линейно поляризованное лазерное поле [8, 9]. Этот подход в одном пре-

деле сводится к выстраиванию в сильном постоянном поле [6], а в другом – к методу оптической поляризации [7]. Объединяя практичность первого с общностью второго, этот подход к тому же предоставляет новые уникальные возможности. Одна из них состоит в формировании «облака» выстроенных молекул вне области действия поля. Для применения в стереодинамических исследованиях и исследованиях систем газ–поверхность важно, чтобы молекулы были выстроены вне области сильных внешних полей, которые могут изменить протекание химических реакций. Другая возможность состоит в распространении выстраивания на трехмерный (3D) ориентационный контроль. Обычное (1D) выстраивание затрудняет вращение вокруг одной из трех осей многоатомной молекулы, позволяя ей вращаться вокруг одной (для линейных молекул) или двух (для нелинейных молекул) осей. Кроме того, резкость выстраивания, получаемая при использовании сильных лазерных полей, не может быть достигнута обычными методами.

### *Одномерный случай: резонансное и нерезонансное выстраивание*

Рассмотрим молекулу, на которую действует линейно поляризованное лазерное поле, частота которого подстраивается в резонанс с каким-либо электронно-колебательным переходом. В пределе слабого поля, если система была изначально приготовлена во вращательном состоянии $J_0$, электрические дипольные правила отбора допускают значения вращательного момента $J_0$ и $J_0 \pm 1$ в возбужденном состоянии. Интерференция между этими состояниями вызывает заселенность возбужденного состояния, соответствующую умеренному выстраиванию; при этом вероятность пропорциональна $\cos^2\theta$ для параллельных и $\sin^2\theta$ для перпендикулярных переходов, где $\theta$ – угол между осью симметрии молекулы и вектором поляризации поля.

При больших интенсивностях излучения система испытывает осцилляции Раби между двумя резонирующими состояниями, обмениваясь с полем единицей углового момента при каждом переходе. Следовательно, в обоих состояниях возникает вращательно-уширенный волновой пакет. При этом выстраивание оказывается значительно более резким, чем распределение $\cos^2\theta$ или $\sin^2\theta$ в случае слабого поля, поскольку теперь оно возникает уже из интерференции нескольких уровней [11].

Степень вращательного возбуждения определяется либо длительностью импульса, либо соотношением между интенсивностью лазера и расстройкой резонанса. В пределе короткого интенсивного импульса число уровней, которые могут возбуждаться, грубо говоря, равно числу $J_{\max} \sim \tau\Omega_R$ периодов осцилляций Раби $2\pi/\Omega_R$, которые испытает система при переходах между двумя состояниями. Здесь $\Omega_R$ – частота Раби, определяемая матричным элементом взаимодействия излучения с молекулой в ровибронном базисе, $\tau$ – длительность лазерного импульса. В случае длинного или низкоинтенсивного импульса $J_{\max}$ определяется накопленной расстройкой резонанса, т.е. тем условием, чтобы рабиевское связывание было достаточным для достижения вращательных уровней, которые затем расстраиваются от резонанса в процессе возбуждения. В случае линейной молекулы отсюда следует $J_{\max} \sim (\varepsilon_m \mu / 2B_e)^{1/2}$, где $\mu$ – матричный элемент оператора дипольного перехода в электронном базисе, $B_e$ – вращательная константа. Подробный количественный анализ этого вопроса представлен в работе [12].

Очень похожая динамика когерентного вращательного возбуждения имеет место и при нерезонансных частотах, которые значительно меньше частот электронных переходов. В этом случае в результате последовательных переходов рамановского типа $\Delta J = 0, \pm 2$ возникает вращательно-уширенное суперпозиционное состояние, в то время как система остается в основном колебательном состоянии [12]. Качественный критерий определения степени вращательного возбуждения остается тем же, что и в резонансном случае. Однако теперь рабиевское связывание пропорционально квадрату амплитуды поля в силу двухфотонной природы рамановских переходов. Следовательно, для достижения заданной степени выстраивания требуются значительно более высокие интенсивности, что и следует ожидать для нерезонансных процессов.

### *Одномерный случай: адиабатическое и динамическое выстраивание*

Простейшим является случай выстраивания в условиях стационарного лазерного поля, рассмотренный в работе [9], когда динамические соображения не играют роли. На практике эксперименты с сильным полем проводятся в импульсном режиме, но при условии, что импульс достаточно длинный по сравнению с вращательными периодами, когда каждое состояние гамильтониана без учета поля адиабатически эво-

люционирует к соответствующему состоянию полного гамильтониана за время включения, возвращаясь к начальному (изотропному) состоянию без поля за время выключения. Формально проблема сводится к выстраиванию в стационарном поле постоянной амплитуды $\varepsilon_m$. Эта проблема эквивалентна выстраиванию неполярных молекул в сильном постоянном поле, поскольку быстрые осцилляции переменного поля могут быть исключены как на близких к резонансу, так и на нерезонансных частотах [11]. Таким образом, в пределе длинного импульса, $\tau > \tau_{rot}$, лазерное выстраивание сводится к интенсивно изучаемой проблеме, которая легко анализируется в терминах классической механики, а именно связана с задачей о движении маятника во внешнем поле [6]. В этом пределе единственное условие выстраивания состоит в том, чтобы рабиевское связывание было большим по сравнению с вращательной энергией молекулы. Ограничением адиабатического выстраивания является то, что оно исчезает сразу после выключения импульса.

Теоретические расчеты [10–12] показали возможность сохранения индуцированного полем выстраивания после выключения импульса посредством неадиабатического вращательного возбуждения. Короткий лазерный импульс длительностью $\tau < \tau_{rot}$ оставляет систему в когерентной суперпозиции вращательных состояний, которая будет выстроенной до выключения импульса, а затем расфазируется со скоростью, пропорциональной среднеквадратической ширине волнового пакета в *J*-пространстве, после чего сфазируется и расфазируется периодически во времени. Пока поддерживается когерентность, выстраивание восстанавливается в определенные моменты времени и сохраняется в течение достаточно длительного периода. Интересно отметить, что при достаточно общих предположениях выстраивание существенно усиливается после выключения импульса [10]. Предел ультракороткого импульса для усиленного выстраивания, когда взаимодействие является импульсным по сравнению с вращениями, также легко поддается описанию в терминах классической механики [11]. В этом пределе интенсивный импульс сообщает молекуле «толчок», который быстро передает системе большую величину углового момента и вызывает выстраивание, которое устанавливается лишь после отключения импульса. Для относительно тяжелых систем импульс накачки, следовательно, является мгновенным по вращательным временным масштабам, т.е. при $\tau << \tau_{rot}$, но достаточно длительным, чтобы когерентно возбудить вращения, т.е. при $\tau > 1/\Omega_R$ (напомним, что $\Omega_R \propto \varepsilon_m$ вблизи резонанса). В течение взаимодействия молекула «заморожена», но внезапный толчок «закодирован» во вращательной структуре волнового пакета и вызывает выстраивание после выключения импульса.

### *Трехмерное выстраивание*

Как обсуждалось выше, линейно поляризованный импульс достаточной длительности и интенсивности создает широкий волновой пакет *J*-уровней. При довольно общих условиях такие пакеты оказываются сильно выстроенными; полярный угол Эйлера $\theta$ ограничен тем меньшим диапазоном, чем шире волновой пакет в *J*-пространстве. Тем не менее, проекция *J* на направление поляризации поля – магнитное квантовое число *M* – сохраняется в линейно поляризованном поле, и, следовательно, у молекулы остается свобода вращаться вокруг вектора поляризации. Проекция же *J* на молекулярную ось (*K*) либо строго сохраняется (как, например, в поле, подстроенном вблизи резонанса с каким-либо параллельным переходом), либо изменяется лишь одним или двумя квантами (как, например, в поле, подстроенном вблизи резонанса с каким-либо перпендикулярным переходом, или в нерезонансном поле, взаимодействующем с молекулой типа асимметричного волчка). Таким образом, вращение вокруг молекулярной оси остается почти свободным. Подобным же образом циркулярно поляризованный интенсивный лазерный импульс возбуждает широкую суперпозицию *J*-уровней, но не может создать волновой пакет ни в *M*-, ни в *K*-пространстве; молекула прижата к плоскости, но в пределах этой плоскости у нее есть свобода вращения.

Эллиптически поляризованное интенсивное поле может устранить вращение многоатомной молекулы по всем трем углам Эйлера [13]. Выяснив роль лазерной частоты, длительности импульса и вращательной температуры, мы сосредоточим здесь внимание на случае нерезонансного адиабатического выстраивания при нулевой температуре, подробно анализируя роль поляризации поля. На нерезонансных частотах, значительно меньших, чем энергии электронных переходов, взаимодействие излучения с веществом может быть выбрано в форме индуцированного гамильтониана

$$H_{\text{ind}} = -\frac{1}{4}\sum_{\rho,\rho'} \varepsilon_\rho \alpha_{\rho\rho'} \varepsilon_{\rho'} , \qquad (7)$$

где индексы $\rho,\rho' = x,y,z$ обозначают декартовы координаты в лабораторной системе, $\alpha_{\rho\rho'}$ – тен-

зор молекулярной поляризуемости. В формуле (7) лазерное поле выражается в форме $E(t) = \varepsilon(t)\cos(\omega t)$, где $\varepsilon(t)$ – медленно меняющаяся амплитуда огибающей импульса, а $\omega$ – лазерная частота. Вывод выражения $H_{\text{ind}}$ из взаимодействия с точечным электрическим диполем $E \cdot \mu$ основывается на допущении, что частота сильно расстроена от колебательных переходов [14, 15]. Полный волновой пакет выражается как суперпозиция ровибронных состояний гамильтониана без поля, после чего подставляется в нестационарное уравнение Шрёдингера, чтобы получилась система связанных уравнений для коэффициентов разложения. Адиабатическое устранение колебательных состояний, в которых не возникает реальной заселенности, приводит к взаимодействию (7), где зависимость от времени возникает лишь от огибающей импульса [14, 16].

Компоненты тензора поляризуемости $\alpha_{\rho\rho'}$ в лабораторной системе в формуле (7) связаны с его компонентами в молекулярной системе

$$\alpha_{\rho\rho'} = \sum_{k,k'=X,Y,Z} \langle \rho | k \rangle \alpha_{kk'} \langle k' | \rho \rangle, \qquad (8)$$

где $\{X,Y,Z\}$ – декартовы координаты в молекулярной системе, $\langle \rho | k \rangle$ – элементы матрицы перехода, часто называемые направляющими косинусами. Выражения для $\langle \rho | k \rangle$ через углы Эйлера $\{\phi,\theta,\chi\}$ приводятся, например, в работе [16]. Углы Эйлера $\theta$ (полярный угол между осями $z$ лабораторной и молекулярной систем), $\phi$ (азимутальный угол поворота вокруг оси $z$ лабораторной системы) и $\chi$ (азимутальный угол поворота вокруг оси $z$ молекулярной системы) связывают молекулярную и лабораторную системы отсчета. Подстановка выражений для $\langle \rho | k \rangle$ через углы Эйлера в формулу (7) дает наглядное представление о силах, выстраивающих молекулу при выборе различных видов поляризации, которые обсуждаются ниже.

В случае линейной молекулы или молекулы типа симметричного волчка ($\alpha_{ZZ} = \alpha_{\parallel}$, $\alpha_{XX} = \alpha_{YY} = \alpha_{\perp}$), взаимодействующей с линейно поляризованным полем ($\varepsilon = \varepsilon_z$), взаимодействие зависит лишь от одного полярного угла Эйлера $\theta$ между полем и молекулярной осью. Тогда формула (7), как легко видеть, сводится к следующей:

$$H_{\text{ind}} = -(1/4)\varepsilon^2(\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp})\cos^2\theta. \qquad (9)$$

В этой формуле опущены слагаемые, не зависящие от углов, которые лишь сдвигают все уровни энергии. Член, содержащий $\cos^2\theta$, ответственен за несохранение углового момента. Симметрия $H_{\text{ind}}$ по отношению к замене $\theta \to \pi - \theta$ следует из сохранения пространственной четности; лишь $J$-уровни одинаковой четности интерферируют в волновом пакете. Независимость $H_{\text{ind}}$ от азимутальных углов Эйлера $\phi$ и $\chi$ приводит к сохранению $M$ и $K$. Записанное в альтернативной форме уравнение (9) представляет эффективную потенциальную яму для углового движения, которая переводит свободное вращение в либрации малой амплитуды. Она, однако, не ориентирует молекулу и не мешает свободному вращению вокруг оси поляризации поля или (в случае нелинейной молекулы) молекулярной оси симметрии.

Подобным образом циркулярно поляризованное поле ($\varepsilon_z = 0$, $|\varepsilon_x| = |\varepsilon_y| \neq 0$), взаимодействующее с линейной молекулой или молекулой типа симметричного волчка ($\alpha_{ZZ} = \alpha_{\parallel}$, $\alpha_{XX} = \alpha_{YY} = \alpha_{\perp}$), приводит к не зависящему от углов $\phi$ и $\chi$ взаимодействию в форме

$$H_{\text{ind}} = (1/8)|\varepsilon|^2(\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp})\cos^2\theta \qquad (10)$$

(с точностью до общего сдвига). Вследствие этого молекулярная ось симметрии выстраивается параллельно или перпендикулярно плоскости поляризации для $\alpha_{\parallel} > \alpha_{\perp}$ или $\alpha_{\parallel} < \alpha_{\perp}$, но её движение по двум азимутальным углам Эйлера остается свободным.

В случае молекулы типа асимметричного волчка взаимодействие становится зависящим от $\chi$

$$H_{\text{ind}} = -(1/4)\times$$
$$\times\varepsilon^2[\sin^2\theta(\alpha_{XX}\sin^2\chi + \alpha_{YY}\cos^2\chi) + \alpha_{ZZ}\cos^2\theta] \qquad (11)$$

при условии, что поле линейно поляризовано, и таким образом вращение вокруг оси $z$ молекулярной системы является не строго свободным, хотя и не полностью ограничено. Небольшая анизотропия движения по углу $\chi$ соответствует несохранению $K$ в молекулах типа асимметричного волчка. Вращение вокруг вектора поляризации лазерного поля остается незатронутым.

В присутствии эллиптически поляризованного поля гамильтониан зависит от $\phi$ и проекция момента $M$ больше не сохраняется. В общем случае асимметричного волчка $H_{\text{ind}}$ является функцией всех трех углов Эйлера, что приводит к когерентному возбуждению волнового пакета, который является широким по $J$, $M$ и $K$ и соответствует хорошо определенным $\theta$, $\phi$ и $\chi$.

В случае линейной поляризации волновой пакет ограничен около значений $\theta \sim 0, \pi$, в то время как зависимость от $\phi$ изотропная, что соответству-

ет резко выраженному значению $M$; движение же по $\chi$ слегка затруднено. Подобным же образом циркулярно поляризованное поле оставляет $\phi$ неопределенным, что соответствует свободным вращениям молекулярной плоскости в плоскости поляризации света. Эллиптически поляризованное поле приводит к заселению широкой суперпозиции $J$-, $M$- и $K$-состояний, которая характеризуется резким распределением по $\theta$, $\phi$ и $\chi$.

Приведем некоторые из приложений лазерного выстраивания молекул.

В работе [17] лазерные импульсы 300-пс применялись для достижения выстраивания в плотных парах молекул с последующим использованием этой выстроенной среды для генерации высоких гармоник. Другое возможное приложение лазерно выстроенных молекул для генерации ультракороткого импульса было продемонстрировано теоретически [18] и экспериментально [19], при этом с помощью короткого импульса либо импульса с долгим включением и быстрым выключением генерировалась среда с меняющимся во времени показателем преломления. Было показано, что пробный импульс, посылаемый в такую среду, после некоторой задержки может выйти из нее сжатым. Теоретически рассматривается возможность использования 3D-выстраивания для получения периодического по времени молекулярного переключателя [11]. Важным приложением явления выстраивания является управление процессами фотопоглощения и фотодиссоциации.

### *Роль постоянного дипольного момента*

Как было показано в работе [20], в световом диапазоне роль постоянного дипольного момента пренебрежимо мала. Физически это обстоятельство совершенно очевидно, так как при большой частоте внешнего поля дипольный момент не успевает ориентироваться вдоль поля, и потому линейные по полю слагаемые не изменяют энергии. Наличие этих величин приводит лишь к возникновению в волновой функции квазиэнергетических гармоник, однако их вес определяется множителем $dF/\omega$, весьма малым при всех напряженностях поля, при которых еще имеет смысл говорить о квазистационарных состояниях молекулы. Квадратичные же по полю слагаемые, происходящие от дипольного момента, имеют порядок малости $B/\omega$ по сравнению с поляризационными членами. Здесь $B$ – вращательная постоянная [9]. Это подтверждается результатами численных расчетов в рамках классической механики, которые также демонстрируют незначительность вклада постоянного дипольного момента в процесс выстраивания молекулы в поле, а также в процесс вращательной диссоциации молекулы.

### *Заключение*

По сравнению с распространением в когерентно неподготовленной среде при использовании предложенного в [1, 2] способа, основанного на явлении выстраивания, полное сечение рассеяния информационных импульсов на молекулах атмосферных газов может быть снижено в 2–3 раза. Дальнейшие перспективы снижения полного сечения рассеяния и увеличения принимаемой мощности сигнала $P_{\text{пр}}$ (анализ результатов работы [3] подтверждает это) видятся в манипуляциях с длиной волны, формой и длительностью импульса, а в плане ориентационной зависимости можно говорить о том, что при использовании предложенных в работах [1, 2] способов полное сечение рассеяния будет снижено до своего естественного минимума. Также будет снижен коэффициент экстинкции за счет минимизации слагаемого, связанного с рассеянием. В приближении, когда коэффициент поглощения считается не зависящим от интенсивности падающего излучения, графики зависимости коэффициента экстинкции и полного сечения рассеяния от энергии взаимодействия лазерного излучения с молекулами имеют вид, приведенный на рис. 1 и 2.

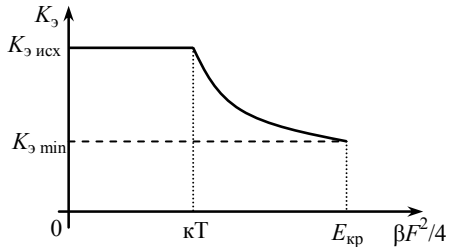



Рис. 1. Зависимость $K_{\text{э}}$ от $\beta F^2/4$

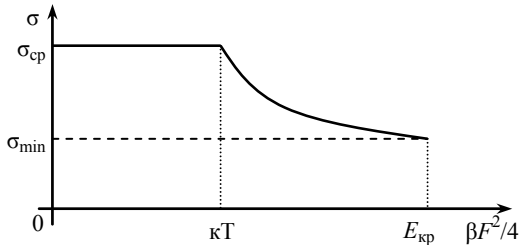



Рис. 2. Зависимость σ от $\beta F^2/4$

Здесь $K_{\text{э исх}}$ – исходный коэффициент экстинкции в неподготовленной среде, $K_{\text{э min}}$ – минимизированный коффициент экстинкции в когерентно подготовленной среде, кТ – энергия теплового вращения молекул, $E_{\text{кр}}$ – критическая энергия, которая соответствует диссоциации молекулы за счет различных причин и может ме-

няться в зависимости от механизма диссоциации (ионизационная диссоциация, вращательная диссоциация); $\beta F^2/4$ – энергия взаимодействия молекулы с лазерным излучением.

Имея в виду возможности взаимного учета результатов работ [1, 2] и [3], можно сказать следующее. Очевидно, что при когерентной подготовке среды принимаемая мощность $P_{\text{пр}}$ увеличится за счет снижения потерь в канале. Принимая неизменными результаты [3] по зависимости $P_{\text{пр}}$ от длительности импульса при использовании способов [1, 2] соответствующая кривая сдвинется вверх и достигаемые значения $P_{\text{пр}}$ будут увеличены более чем в 2 раза. Взаимный учет результатов работ [1, 2] и [3] весьма перспективен и получит развитие в последующих работах.

При условии, что молекулы атмосферных газов будут выстроены с помощью подготовительного излучения согласно способам [1, 2], модель [3] и иллюстрирующие ее графики будут скорректированы и приобретут вид, изображенный в четвертой строке таблицы на рис. 3.

Обобщенный алгоритм всей математической модели ЛАЛС, приведенный в [3], также подвергнется корректировке и приобретет вид, изображенный на рис. 4.

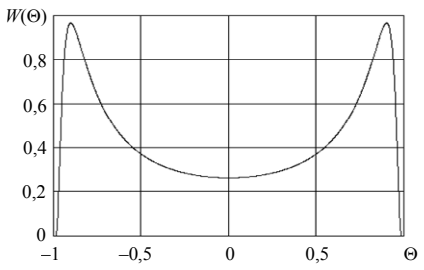
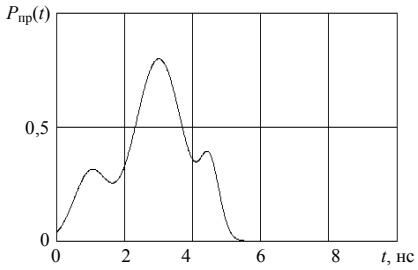
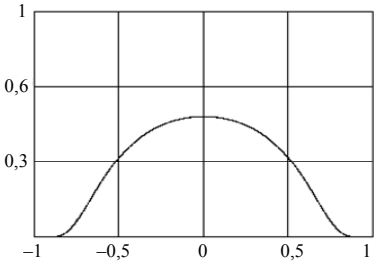
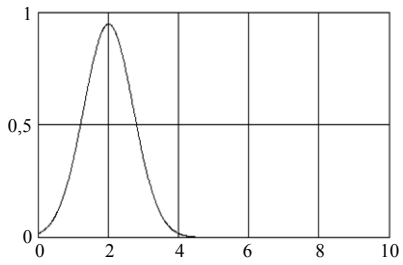
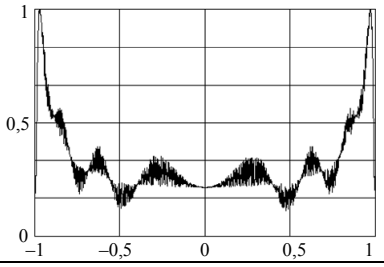
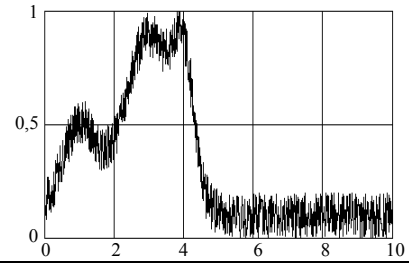
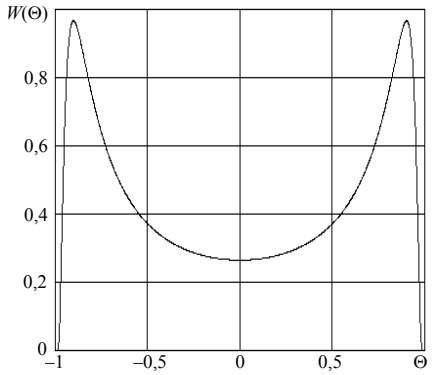
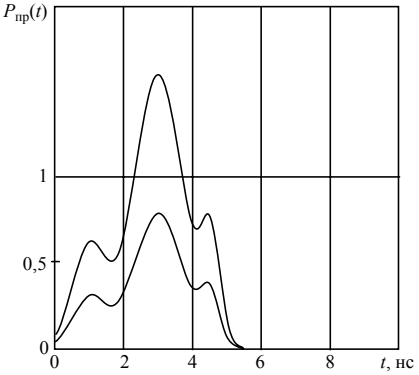
| | Диаграмма направленности | Принимаемый импульс |
|---|---|---|
| Модель, рассматриваемая в [3] |   |   |
| Идеализированная модель |   |   |
| Экспериментальные данные |   |   |
| Модель [3] для случая распространения информационных импульсов в среде, когерентно подготовленной с помощью способов [1, 2]. Нижняя кривая – случай когерентно неподготовленной среды, верхняя кривая – случай когерентно подготовленной среды |   |   |

Рис. 3. Расчетные характеристики частных математических моделей

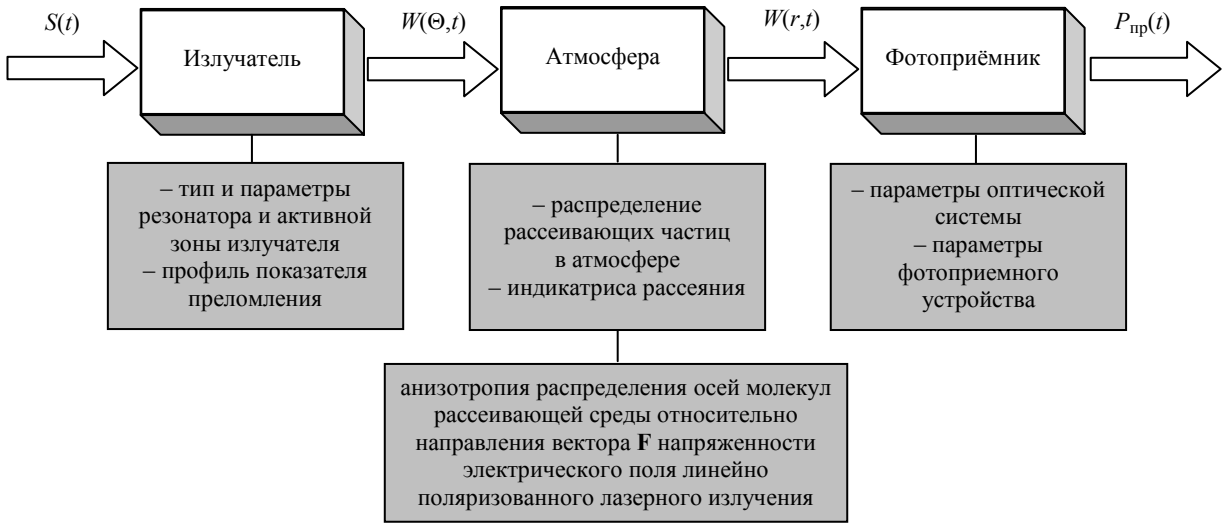



Рис. 4. Математическая модель лазерной атмосферной линии связи

В рамках модели, построенной в работе [3], было получено выражение для индикатрисы рассеяния. При осуществлении предлагаемых в [1, 2] способов, когда молекулы будут выстроены перпендикулярно плоскости поляризации падающего излучения, индикатриса рассеяния деформируется по сравнению с индикатрисой рассеяния на невыстроенных молекулах. В этом случае она сжимается и становится более резкой. Очевидно, что при этом снижается рассеяние в боковых направлениях, затрудняя возможность выделения полезной информации на основе рассеянного сигнала, что повышает скрытность передачи информации.

По вопросу возможных приложений когерентно подготовленного канала ЛАЛС можно сказать следующее. Есть задачи и приложения, в которых роль молекулярного рассеяния в ослаблении и искажении информационных импульсов является принципиальной. Весьма актуальна проблема установления оптической связи между низкоорбитальными спутниками. Особенностью этой проблемы является то, что здесь лазерное излучение распространяется в разреженной атмосферной среде, где минимизировано влияние многих негативных факторов, присутствующих в нижних слоях атмосферы, и поэтому мы заинтересованы в снижении именно молекулярного рассеяния. В таком случае применение способов, основанных на выстраивании молекул, может оказаться весьма эффективным.

***Литература***

1. *Артыщенко С.В.* Способ повышения эффективности лазерных атмосферных линий связи за счет уменьшения полного сечения рассеяния / С.В. Артыщенко // Теория и техника радиосвязи / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2008. – Вып. 4. – С. 56–63.

2. *Артыщенко С.В.* Способы снижения потерь в каналах распространения лазерных сигналов / С.В. Артыщенко // Теория и техника радиосвязи / ОАО «Концерн «Созвездие». – 2010. – № 2. – С. 80–91.

3. *Дубинкин В.А.* Математическая модель лазерной атмосферной линии связи / В.А. Дубинкин, Р.В. Павлов, Н.Н. Толстых // Теория и техника радиосвязи / ВНИИС. – Воронеж, 1997. – Вып. 1. – С. 74–81.

4. Facile alignment of molecular rotation in supersonic beams / D.P. Pullman [et al.] // J. Chem. Phys. – 1990. – V. 93. – Pp. 3224–3236.

5. Production of a pure, single rovibrational quantum-state molecular beam / D.A. Baugh [et al.] // Chem. Phys. Lett. – 1994. – V. 219. – Pp. 207–213.

6. *Loesch H.J.* Brute force in molecular reaction dynamics : A novel technique for measuring steric effects / H.J. Loesch, A. Remscheid // J. Chem. Phys. – 1990. – V. 93. – Pp. 4779–4790.

7. *Weida M.J.* Aligning symmetric and asymmetric top molecules via single photon excitation / M.J. Weida, C.S. Parmenter // J. Chem. Phys. – 1997. – V. 107. – Pp. 7138–7147.

8. *Zon B.A.* Classical theory of the molecule alignment in a laser field / Zon B.A. // Eur. Phys. J. D. – 2000. – V. 8. – 377 p.

9. *Зон Б.А.* Нерезонансное рассеяние мощного света молекулой / Б.А. Зон, Б.Г. Кацнельсон // ЖЭТФ. – 1975. – Т. 69. – С. 1167–1178.

10. *Seideman T.* Revival Structure of Aligned Rotational Wave Packets / T. Seideman // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V. 83. – Pp. 4971–4974.

11. *Seideman T.* On the dynamics of rotationally broad, spatially aligned wave packets / T. Seideman // J. Chem. Phys. – 2001. – V. 115. – Pp. 5965–5973.

12. Time evolution of pendular states created by the interaction of molecular polarizability with a pulsed nonresonant laser field / J. Ortigoso [et al.] // J. Chem. Phys. – 1999. – V. 110. – 3870 p.

13. Three Dimensional Alignment of Molecules Using Elliptically Polarized Laser Fields / J.J. Larsen [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2000. – V. 85. – Pp. 2470–2473.

14. *Seideman T.* New means of spatially manipulating molecules with light / T. Seideman // J. Chem. Phys. – 1999. – V. 111. – Pp. 4397–4405.

15. *Pershan P.S.* Theoretical Discussion of the Inverse Faraday Effect, Raman Scattering, and Related Phenomena / P.S. Pershan, J.P. van der Ziel, L.D. Malmstrom // Phys. Rev. – 1966. – V. 143. – Pp. 574–583.

16. *Seideman T.* The analysis of magnetic-state-selected angular distributions : a quantum mechanical form and an asymptotic approximation / T. Seideman // Chem. Phys. Lett. – 1996. – V. 253. – Pp. 279–285.

17. High-Order Harmonic Generation in Aligned Molecules / R. Velotta [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2001. – V. 87. – Pp. 183901–183904.

18. Generation of Single Dispersion Precompensated 1-fs Pulses by Shaped-Pulse Optimized High-Order Stimulated Raman Scattering / V. Kalosha [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2002. – V. 88. – 103901 p.

19. Phase Modulation of Ultrashort Light Pulses using Molecular Rotational Wave Packets / R.A. Bartels [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2002. – V. 88. – 013903 p.

20. *Зон Б.А.* Квазиэнергетические спектры дипольной молекулы и атома водорода / Б.А. Зон, Е.И. Шолохов // ЖЭТФ. – 1976. – Т. 70. – С. 887–897.

Статья поступила в редакцию 7 апреля 2010 г.

УДК 621.396.67

# РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗЛУЧЕНИЯ ОДНО- И ДВУХСЛОЙНЫХ МИКРОПОЛОСКОВЫХ АНТЕНН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СКАЛЯРНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ ГЕРЦА

**Ю.Б. Нечаев**, гл.н.с., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: vnn-61@mail.ru
**Д.Н. Борисов**, доцент, Воронежский гос. ун-т, e-mail: borisov@sc.vsu.ru
**Е.Н. Каширская**, аспирант, Воронежский гос. ун-т, e-mail: lena.n.k@mail.ru

*С использованием скалярных потенциалов Герца получены аналитические выражения диаграммы направленности одно- и двухслойной микрополосковых антенн.*

***Ключевые слова:*** *тензорные функции Грина, микрополосковая антенна, скалярные потенциалы Герца.*

# CALCULATING THE PROPAGATION CHARACTERISTICS OF SINGLE-LAYER AND TWO-LAYER MICROSTRIP ANTENAE USING HERTZ SCALAR POTENTIALS

**Yu.B. Nechaev**, principal research engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: vnn-61@mail.ru
**D.N. Borisov**, associate professor, Voronezh State University, e-mail: borisov@sc.vsu.ru
**E.N. Kashirskaya**, graduate, Voronezh State University, e-mail: lena.n.k@mail.ru

*Using Hertz scalar potentials, antenna pattern analytical expressions for single-layer and two-layer microstrip antennae are received.*

***Key words:*** *Green tensor function, microstrip antenna, Hertz scalar potential.*

Микрополосковые антенны известны своими достоинствами: стабильными электродинамическими характеристиками, улучшенными массогабаритными параметрами, возможностью применения современных технологий при серийном производстве излучателей.

Основой микрополосковых антенн является слоистый высокочастотный диэлектрик. Неоднородность поперечной структуры устройства, с одной стороны, усложняет механизм излучения электромагнитных волн (появление поверхностных волн, дополнительные потери в диэлектрике, поляризационные эффекты), с другой стороны, усложняется математический аппарат описания происходящих явлений [1, 2].

Общая задача о возбуждении сводится к определению электромагнитных полей во всех подобластях слоистой диэлектрической структуры простой геометрии от эквивалентных токов, аппроксимирующих истинные распределения в первом приближении. Для расчета электромагнитных полей используют аппарат тензорных функций Грина [1–3]. Решение задачи возбуждения как электрическими, так и магнитными токами приводит к необходимости введения четырёх тензорных функций Грина, для нахождения которых нужно решать уравнения тензорного типа [1–3].

В настоящей работе используется представление электромагнитных полей через потенциалы Герца. Такой подход позволяет упростить описание электромагнитных полей и, не используя тензорное описание функций Грина, перейти к их скалярным величинам.

В однородной области, свободной от источников, произвольные электромагнитные поля могут быть представлены в виде суперпозиции волн типов $E$ и $H$. Потенциалы Герца определяются через скалярные функции собственных волн $E$- и $H$-типов. Следовательно, для нахождения поля источников достаточно решить два скалярных уравнения для функций Грина волн $E$- и $H$-типов. Подставив найденные потенциалы в выражение для поля и проинтегрировав по всем элементарным магнитным и электрическим токам, можно найти излучение источников [4, 5]. Для бесконечной поперечной области скалярная функция Грина представляет собой разложение в ряд Фурье, а вдоль оси $z$ – бегущие или стоячие волны. Эта последняя часть функции Грина называется характеристической функцией, решение которой находится методом эквивалентных схем [4, 5].

Электромагнитные поля, возбуждаемые точечным электрическим током, гармонически меняющимся во времени, и точечным магнитным током, можно записать в виде

$$\vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{z}_0 I'(r,r') - j\omega\mu \cdot \nabla \times \vec{z}_0 I''(r,r'), \quad (1)$$

$$\vec{H} = j\omega\varepsilon \cdot \nabla \times \vec{z}_0 I'(r,r') + \nabla \times \nabla \times \vec{z}_0 I''(r,r'), \quad (2)$$

где $I'$ и $I''$ – электрические и магнитные потенциалы Герца, которые могут быть выражены через скалярные функции $P'$ и $P''$:

$$I' = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\vec{i}^0 \cdot \nabla' \times \nabla' \times \vec{z}_0 P'(r,r') - \vec{m}^0 \cdot \nabla' \times \vec{z}_0 P'(r,r'), \quad (3)$$

$$I'' = \vec{i}^0 \cdot \nabla' \times \vec{z}_0 P''(r,r') + \frac{1}{j\omega\mu}\vec{m}^0 \cdot \nabla' \times \nabla' \times \vec{z}_0 P''(r,r'). \quad (4)$$

Электрический или магнитный источник с поперечным направлением тока $i_z^0 = m_z^0 = 0$ возбуждает поле обоих *E*- и *H*-типов

$$I' = \left( \frac{1}{j\omega\varepsilon}\vec{i}_t^{\,0}\frac{\partial}{\partial z'} + \vec{m}_t^{\,0} \times \vec{z}_0 \right) \cdot \nabla_t' P'(r,r'),$$

$$I'' = \left( \vec{z}_0 \times \vec{i}_t^{\,0} + \frac{1}{j\omega\mu}\vec{m}_t^{\,0}\frac{\partial}{\partial z'} \right) \cdot \nabla_t' P''(r,r'). \quad (5)$$

Поле в дальней зоне антенны можно считать поперечным, поэтому

$$\vec{E} = \left[ \vec{a}_x \left( \frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{\partial^4 P'}{\partial x \partial x' \partial z \partial z'} - j\omega\mu\frac{\partial^2 P''}{\partial y \partial y'} \right) + \right.$$

$$\left. + \vec{a}_y \left( \frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{\partial^4 P'}{\partial y \partial x' \partial z \partial z'} + j\omega\mu\frac{\partial^2 P''}{\partial x \partial y'} \right) \right] i_x,$$

$$+ \left[ \vec{a}_x \left( \frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{\partial^4 P'}{\partial y \partial y' \partial z \partial z'} - j\omega\mu\frac{\delta^2 \partial P''}{\partial y \partial x'} \right) + \right.$$

$$\left. + \vec{a}_y \left( \frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{\partial^4 P'}{\partial y \partial y' \partial z \partial z'} + j\omega\mu\frac{\partial^2 P''}{\partial x \partial x'} \right) \right] i_y. \quad (6)$$

При $\vec{m} = 0$ и $\vec{i} = i_x\vec{a}_x + i_y\vec{a}_y$

$$-\nabla_t P'(r,r') = G'(r,r'),$$

$$-\nabla_t P''(r,r') = G''(r,r'), \quad (7)$$

где $G'$ и $G''$ – функции Грина для волн *E*- и *H*-типов. Поперечные неограниченные области представляют собой разложение в ряд Фурье. Характеристические части функций строятся относительно оси *z*:

$$G'(r,r') = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\xi(x-x')-j\eta(y-y')} \cdot g(z,z')d\xi d\eta, \quad (8)$$

$$G''(r,r') = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\xi(x-x')-j\eta(y-y')} \cdot f(z,z')d\xi d\eta, \quad (9)$$

$$P'(r,r) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j\xi(x-x')-j\eta(y-y')}}{\xi^2+\eta^2} \cdot g(z,z')d\xi d\eta, \quad (10)$$

$$P''(r,r) = \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j\xi(x-x')-j\eta(y-y')}}{\xi^2+\eta^2} \cdot f(z,z')d\xi d\eta, \quad (11)$$

где $\xi$ и $\eta$ – волновые числа, $\xi = k_0 \sin\theta\cos\phi$, $\eta = k_0 \sin\theta\sin\phi$. Функции $f(z,z')$ и $g(z,z')$ вычисляются в дальней зоне.

Компоненты напряженности электрического поля в сферической системе координат определяются выражениями:

– для составляющей тока $J_x^E$:

$$E_\theta(\theta,\phi) = E_0 \cos\phi K_x G^E(\theta),$$

$$E_\phi(\theta,\phi) = -E_0 \cos\phi K_x F^E(\theta); \quad (12)$$

– для составляющей тока $J_y^E$:

$$E_\theta(\theta,\phi) = E_0 \sin\phi K_x G^E(\theta),$$

$$E_\phi(\theta,\phi) = E_0 \sin\phi K_x F^E(\theta), \quad (13)$$

где $E_0 = \sqrt{120}\,e^{-ik_0 r}/r$ – амплитудный множитель. Функции $F^E$ и $G^E$ вводятся по правилам

$$F^E \sim j\omega\mu_0 f(z,z'), \qquad (14)$$

$$G^E \sim \frac{j\omega\mu_0}{k_0^2}\frac{\delta^2 g(z,z')}{\partial z\,\partial z'}. \qquad (15)$$

Фурье-преобразование поверхностных токов аппроксимирует распределение истинных токов на излучателе:

$$K_i = k_0 \int_S J_i(x,y) e^{j\xi x + j\eta y} dS .$$

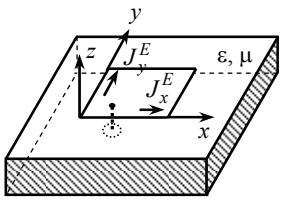
При разложении полей на волны *E*- и *H*-типа возможно асимптотическое представление характеристических частей функции Грина при $z \to \infty$. В этом случае вычислить функции $f(z,z')$ и $g(z,z')$ можно методом эквивалентных схем.

Определим $F^E$ и $G^E$ для однослойной и двухслойной диэлектрической структуры с расположением тока на границе воздух–диэлектрик (рис. 1):

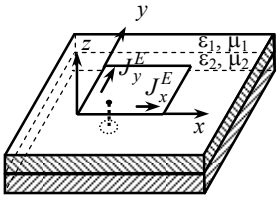
$$G^E(\theta) = \cos(\theta)\frac{Y_0^E}{\overleftarrow{Y}^E(0)},$$

$$F^E(\theta) = \frac{Y_0^H}{\overleftarrow{Y}^E(0)}. \qquad (16)$$

Проводимости справа от источника $\vec{Y}^H(0) = Y_0^H = \cos\theta\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$, $\vec{Y}^E(0) = Y_0^H = \cos\theta\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$ равны постоянным характеристическим проводимостям $Y_0^E = (\omega\varepsilon_0)/\gamma_0$, $Y_0^H = (\gamma_0)/(\omega\mu_0)$, $\gamma_0 = \sqrt{k_0^2 - \xi^2 - \eta^2}$.




а)




б)

Рис. 1. Одно- (а) и двухслойный (б) микрополосковый излучатель

Проводимости слева от источника находятся из соотношения между проводимостями в двух точках линии передачи:

$$\frac{\overleftarrow{Y}(z')}{Y_1} = \overleftarrow{Y}'(z') = \frac{1 - jY'(-z_1)\operatorname{ctg}\gamma_1(z'+z_1)}{Y'(-z_1) - j\operatorname{ctg}\gamma_1(z'+z_1)},$$

$$\frac{Y'(-z_1)}{Y_2} = \frac{1 - jY'(-z_2)\operatorname{ctg}\gamma_2(z_2 - z_1)}{Y'(-z_2) - j\operatorname{ctg}\gamma_2(z_2 - z_1)}, \qquad (17)$$

где $z' = 0$, $-z_1 = -d_1$, $-z_2 = -(d_1 + d_2)$.

Для однослойной структуры

$$\overleftarrow{Y}^H(0)/Y_1^H = -j\operatorname{ctg}(\gamma_1 d_1),$$

$$\overleftarrow{Y}^E(0)/Y_1^E = -j\operatorname{ctg}(\gamma_1 d_1). \qquad (18)$$

Для двухслойной структуры

$$\frac{\overleftarrow{Y}^H(0)}{Y_1^H} = \frac{(\gamma_2/\gamma_1)\operatorname{ctg}(\gamma_2 d_2)\operatorname{ctg}(\gamma_1 d_1) - 1}{j(\gamma_2/\gamma_1)\operatorname{ctg}(\gamma_2 d_2) + j\operatorname{ctg}(\gamma_1 d_1)},$$

$$\frac{\overleftarrow{Y}^E(0)}{Y_1^E} = \frac{\frac{\gamma_1\varepsilon_2}{\gamma_2\varepsilon_1}\operatorname{ctg}(\gamma_2 d_2)\operatorname{ctg}(\gamma_1 d_1) - 1}{j\frac{\gamma_1\varepsilon_2}{\gamma_2\varepsilon_1}\operatorname{ctg}(\gamma_2 d_2) + j\operatorname{ctg}(\gamma_1 d_1)}. \qquad (19)$$

Поле излучения (диаграмма направленности) для основной поляризации имеет вид [2]

$$E_{\text{ОП}}(\theta,\phi) = -\sqrt{120}\left[1 - (\sin\theta\sin\phi)^2\right]^{-1/2} \times$$

$$\times K_y\left[\cos\theta\sin^2\phi\, G^E(\theta) + \cos^2\phi F^E(\theta)\right] =$$

$$= \left|E_{\text{ОП}}\right| e^{i\Phi_{\text{ОП}}} = E_{\max} F(\theta,\phi) e^{i\Phi_{\text{ОП}}},$$

где

$$K_y = \frac{2k_0 ab}{\pi}\frac{\sin(\xi a/2)}{\xi a/2}\frac{\cos(\eta b/2)}{1 - (\eta b/2)^2},$$

$$b = \lambda(\xi_1 + \xi_2 + 2)^{-1/2},\ a = b/2,$$

$$n(\theta) = \left(\xi - \sin^2(\theta)\right)^{1/2},$$

$F(\theta,\phi)$ и $\Phi_{\text{ОП}}$ – амплитудная и фазовая диаграммы направленности.

Диаграммы направленности однослойной и двухслойной микрополосковой антенны определяются соответственно выражениями

$$F_1(\theta,\phi)=\left[1-\left(\sin(\theta)\cdot\sin(\phi)\right)^2\right]^{-1/2}\left[\frac{2kba}{\pi}\frac{\sin\left(\sin(\theta)\cos(\phi)ka/2\right)}{\sin(\theta)\cos(\phi)ka/2}\frac{\cos\left(k\sin(\theta)\sin(\phi)b/2\right)}{1-\left(k\sin(\theta)\sin(\phi)b/\pi\right)^2}\right]\times$$

$$\times\left[\left(\frac{\sin^2(\phi)\cos^2(\theta)n^2(\theta)}{n^2(\theta)+\xi^2\cos^2(\theta)\mathrm{ctg}^2(\rho(\theta))}+\frac{\cos^2(\phi)\cos^2(\theta)}{\cos^2(\phi)+n^2(\theta)\mathrm{ctg}^2(\rho(\theta))}\right)^2+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\cos^2(\theta)\sin^2(\phi)\xi\,\mathrm{ctg}(\rho(\theta))}{n^2(\theta)+\xi^2\cos^2(\theta)\mathrm{ctg}^2(\rho(\theta))}+\frac{\cos^2(\phi)\cos(\theta)n(\theta)\mathrm{ctg}(\rho(\theta))}{\cos^2(\theta)+n^2(\theta)\mathrm{ctg}^2(\rho(\theta))}\right)^2\right]^{1/2}, \qquad (20)$$

где $\rho(\theta)=kd\left(\xi-\sin^2(\theta)\right)^{1/2}$;

$$F_2(\theta,\phi)=\left[1-\left(\sin(\theta)\cdot\sin(\phi)\right)^2\right]^{-1/2}\left[\frac{2kba}{\pi}\frac{\sin\left(\sin(\theta)\cos(\phi)ka/2\right)}{\sin(\theta)\cos(\phi)ka/2}\frac{\cos\left(\sin(\theta)\sin(\phi)kb/2\right)}{1-\left(\sin(\theta)\sin(\phi)kb/\pi\right)^2}\right]\times$$

$$\times\left[\left(\frac{\sin^2(\phi)\cos^2(\theta)\dfrac{1-\left(\xi_2/\xi_1\right)n_{12}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))}{\left(\xi_2/\xi_1\right)n_{12}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))+\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))}}{\dfrac{1}{\cos^2(\theta)}+\left(\dfrac{1-\left(\xi_2/\xi_1\right)n_{12}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))}{\left(\xi_2/\xi_1\right)n_{12}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))+\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))}\right)^2}+\right.$$

$$+\left(\frac{\cos^2(\phi)\cos(\theta)\dfrac{1-n_{12}^{-1}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))}{n_{12}^{-1}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))+\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))}}{\cos^2(\theta)+\left(\dfrac{1-n_{12}^{-1}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))}{n_{12}^{-1}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))+\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))}\right)^2}\right)^2+$$

$$+\left(\frac{\sin^2(\phi)}{\dfrac{1}{\cos^2(\theta)}+\left(\dfrac{1-\left(\xi_2/\xi_1\right)n_{12}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))}{\left(\xi_2/\xi_1\right)n_{12}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))+\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))}\right)^2}+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\cos^2(\phi)\cos^2(\theta)}{\cos^2(\theta)+\left(\dfrac{1-n_{12}^{-1}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))}{n_{12}^{-1}(\theta)\mathrm{ctg}(\rho_2(\theta))+\mathrm{ctg}(\rho_1(\theta))}\right)^2}\right)^2\right]^{1/2}, \qquad (21)$$

где ξ1 и ξ2 – волновые числа в средах 1 и 2 соответственно,

$$n_1(\theta)=\left(\xi_1-\sin^2(\theta)\right)^{1/2},$$

$$n_2(\theta)=\left(\xi_2-\sin^2(\theta)\right)^{1/2},$$

$$n_{12}(\theta)=n_1(\theta)/n_2(\theta),$$

$$\rho_1(\theta)=n_1(\theta)kd_1,\ \rho_2(\theta)=n_2(\theta)kd_2.$$

На рис. 2 представлены диаграммы направленности однослойной микрополосковой антенны, работающей на частоте $f=1{,}85$ ГГц, при $d=18$ мм и разных значениях диэлектрической проницаемости.

На рис. 3 представлены диаграммы направленности двухслойной антенны, работающей на частоте 1,85 ГГц, при $d_1=1$ мм, $d_2=1$ мм и разных значениях диэлектрической проницаемости.

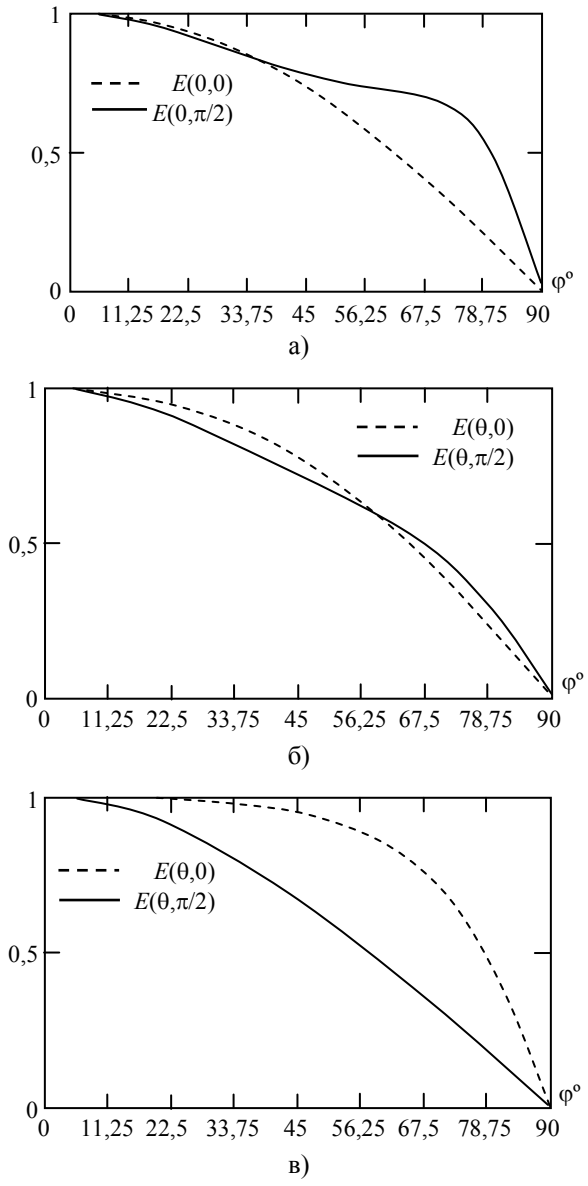



Рис. 2. Сечения ДН однослойной антенны в вертикальной плоскости при толщине слоя $d$ = 18 мм и ε = 2 (а), ε = 3 (б), ε = 5 (в)

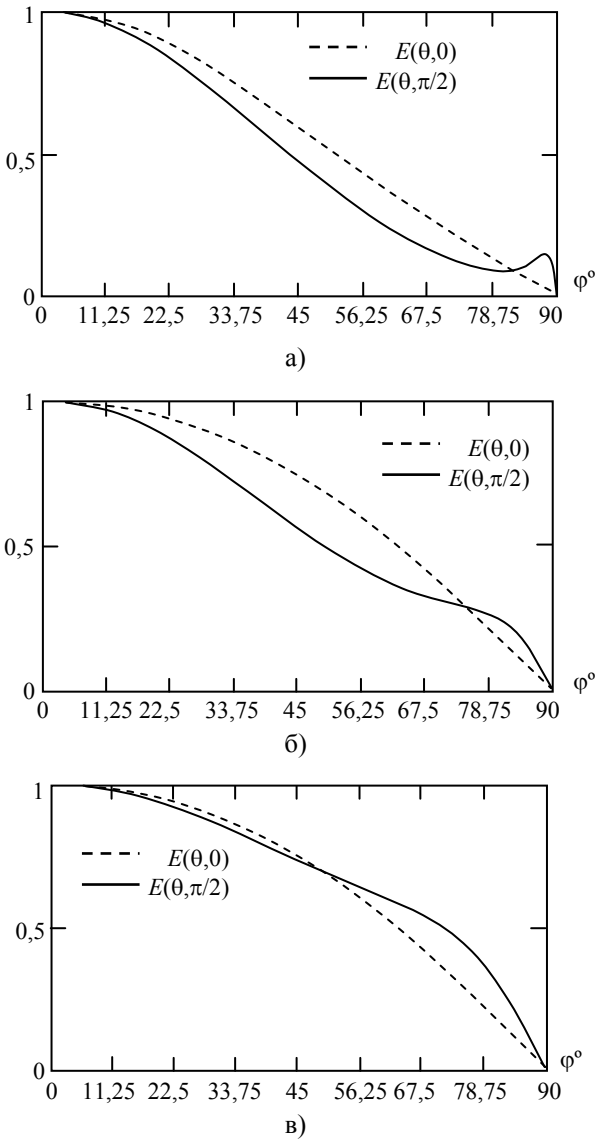



Рис. 3. Сечения ДН двухслойной антенны в вертикальной плоскости при толщинах слоев $d_1$ = 1 мм, $d_2$ = 1 мм и $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1$ (а), $\varepsilon_1 = 40$, $\varepsilon_2 = 1$ (б), $\varepsilon_1 = 40$, $\varepsilon_2 = 20$ (в)

Таким образом, в результате проделанной работы с использованием метода представления электромагнитных полей через потенциалы Герца были определены диаграммы направленности однослойной и двухслойной микрополосковых антенн, при разных значениях диэлектрической проницаемости.

***Литература***

1. *Панченко Б.А.* Микрополосковые антенны / Б.А. Панченко, Е.И. Нефёдов. – М. : Радио и связь, 1986. – 144 с.

2. Электродинамический расчёт характеристик излучения полосковых антенн / Б.А. Панченко [и др.]. – М. : Радио и связь, 2002. – 256 с.

3. *Qing-Hua Qin* Green's function and boundary elements of multifield materials / Qin Qing-Hua. – Amsterdam : Elsevier Science Publishing Company, 2007. – 266 с.

4. *Фелсен Л.* Излучение и рассеивание волн / Л. Фелсен, Н. Маркувиц. – М. : Мир, 1978. – Т. 1. – 547 с.

5. *Фелсен Л.* Излучение и рассеивание волн / Л. Фелсен, Н. Маркувиц. – М. : Мир, 1978. – Т. 2. – 555 с.

Статья поступила в редакцию 8 февраля 2010 г.

УДК 621.396

# ДВЕНАДЦАТИСЕКТОРНАЯ КОММУТАЦИОННАЯ АНТЕННАЯ РЕШЕТКА ДИАПАЗОНА 1,5–1,9 ГГц НА ОСНОВЕ ШИРОКОПОЛОСНЫХ МИКРОПОЛОСКОВЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

**Ю.Б. Нечаев**, гл.н.с., e-mail: vnn-61@mail.ru
**Е.С. Макаров**, с.н.с., e-mail: ant@sozvezdie.su
ОАО «Концерн «Созвездие»

*Представлена 12-секторная коммутационная антенная решетка для беспроводных систем связи с подвижными объектами диапазона 1,5–1,9 ГГц, разработанная по критерию наибольшего коэффициента усиления. Дискретное управление лучом осуществляется с помощью коммутаторов и управляемых однобитных фазовращателей. Каждый сектор антенной решетки включает в себя четыре микрополосковых излучателя линейной поляризации, упорядоченных в вертикальной плоскости, сигналы с выходов которых суммируются с помощью Т-сочленений. Коэффициент усиления антенны достигает 15 дБи.*

***Ключевые слова:*** *микрополосковые антенны, антенные решетки, беспроводные системы связи.*

# TWELVE-SECTOR SWITCHABLE MICROSTRIP ANTENNA ARRAY BASED ON WIDEBAND MICROSTRIP PATCHES FOR 1,5–1,9 GHz FREQUENCY BAND

**Yu.B. Nechaev**, principal research engineer, e-mail: vnn-61@mail.ru
**E.S. Makarov**, senior research engineer, e-mail: ant@sozvezdie.su
JSC «Sozvezdie» Concern»

*A twelve-sector switchable antenna array for 1,5–1,9 GHz mobile wireless communication system is presented. The array is developed basing on the criterion of the highest gain factor. The discrete beam steering of the proposed antenna array is realized by means of switches and controllable 1-bit phase shifters. Each antenna array sector includes four linear polarity microstrip patches stacked vertically; signals from patches are combined by means of T-junctions. Antenna gain up to 15 dBi is achieved.*

***Key words:*** *microstrip antennae, antenna array, wireless communication system.*

Появление новых возможностей систем связи с подвижными объектами в диапазоне СВЧ привело к возникновению концепции ad-hoc-сетей, узлы которых оборудованы антенными системами с управляемой диаграммой направленности. Такой подход объединяет преимущества направленных антенн, такие как более высокое усиление, увеличенная дальность передачи и низкий уровень помех, и способность кругового обзора, который ранее обеспечивался при помощи всенаправленных излучателей. В отличие от всенаправленных антенн антенные решетки с управляемым лучом позволяют добиться повторного использования частот за счет пространственного разделения пользователей, обеспечить более высокое усиление и снизить уровень помехового излучения в направлении абонентов, которым сигнал не предназначен. Указанные преимущества многолучевых антенн позволяют существенно увеличить пропускную способность сети, как показано в [1].

В настоящей работе представлены результаты моделирования антенной решетки с рабочим диапазоном частот 1,5–1,9 ГГц, характеристики которой удовлетворяют требованиям высокого коэффициента усиления (КУ) и обеспечивают возможность адаптации по направлению. Антенная решетка является двенадцатисекторной, диаграммы направленности (ДН) секторов перекрывают область в 360°, обеспечивая возможность кругового обзора. Сектор представляет собой вертикальную синфазную антенную решетку, состоящую из четырех дисковых микрополосковых излучателей с щелями. При этом в формировании луча ДН принимают участие три сектора одновременно, а требуемое амплитудно-фазовое распределение обеспечивается с помощью однобитных фазовращателей и высокочастотных коммутаторов. Такой подход обеспечивает приблизительное усиление антенной системы 15 дБи в произвольном направлении в горизонтальной плоскости и в то же время свободу в выборе на-

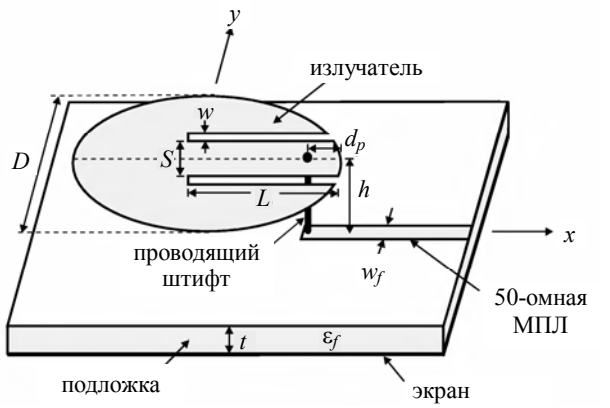
правления. Поляризация антенны вертикальная, ДН секторов перекрываются по уровню –2 дБ.

***Описание разработанного макета антенны***

При разработке антенны большое внимание уделялось простоте и надёжности конструкции, а также снижению производственных затрат. Микрополосковые антенны характеризуются простотой в изготовлении, низкопрофильностью. Излучатели изготавливались из латуни с помощью технологии лазерной резки, экранирующая плоскость изготовлена из алюминия. Основные принципы построения широкополосных микрополосковых антенн опубликованы, например, в [2, 3]. Одним из них является использование воздушной подложки и щели определенной формы, прорезанной около точки питания. Такая щель позволяет компенсировать паразитную индуктивность штыря разъема.

Для снижения стоимости изделия и улучшения его электрических характеристик предлагается вариант построения цилиндрической коммутируемой антенной системы, использующий объединение 4-х антенных элементов в вертикально расположенные антенные подрешетки с синфазной запиткой. Суммирование сигналов в подрешетке выполнено с помощью микрополосковых Т-образных сумматоров. Базовым элементом решетки является дисковая микрополосковая антенна вертикальной поляризации с питанием микрополосковой линией. Внешний вид и параметры антенны приведены на рис. 1. В работе [4] показано, что с помощью такой конструкции можно добиться полосы частот около 26%, если воздушная подложка составляет примерно 0,07λ. Согласно данным [4], уровень кроссполяризационной составляющей не превышал –20 дБ, а усиление антенны достигало 8,3 дБ с вариациями, меньшими 1,5 дБ, в полосе согласования.

Моделирование антенны проводилось с использованием метода конечных разностей во временной области (FDTD). Этот метод позволяет решать временные уравнения Максвелла, используя для дискретизации сетку, предложенную Йе в 1966 г. [5]. На сегодняшний день помимо базовых уравнений метод включает множество дополнений, существенно расширяющих диапазон его применения и делающих его одним из предпочтительных для решения задач электромагнитного моделирования во временной области.




| *L* | *S* | *w* | *dp* | *h* | *D* | *d* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 83,8 | 12,4 | 4,2 | | 11,8 | 59,9 | 1,4 |

Рис. 1. Дисковая МПА

Точечный источник с выходным сопротивлением 50 Ом располагался в начале фидерной линии, имеющей такое же по величине волновое сопротивление, и был ориентирован вдоль оси *x*. В качестве возбуждающего антенну сигнала использовался гауссовский импульс единичной амплитуды, модулированный на центральной частоте.

При вычислении электромагнитного поля предполагается, что вне счетного объема все составляющие поля равны нулю. Физически это соответствовало бы наличию бесконечно проводящих плоскостей, окружающих область моделирования, что привело бы к отражению поля внутрь объема и искажению общей картины. Для устранения подобных эффектов в счетный объем вводятся поглощающие граничные условия, среди которых можно выделить идеально согласованный слой (PML – Perfectly Matched Layer) Беренгера [6, 7], позволяющий добиться практически полного поглощения (отражение порядка 0,1–1%) падающей на границу счетного объема волны. Чем больше толщина согласованного слоя, тем меньше искажающие картину поля отражения от границы счетного объема и тем больше время, необходимое для расчета.

Для расчета КСВН во время моделирования в точке, где расположен сосредоточенный источник напряжения с внутренним сопротивлением 50 Ом, сохраняются в памяти значения тока $I_a(t)$ и напряжения $U_a(t)$.

По окончании моделирования проводится преобразование Фурье от сохраненных функций тока и напряжения. Входное комплексное сопротивление антенны в нужном диапазоне частот рассчитывается по формуле

$$\dot{Z}_a(f) = \frac{\dot{U}_a(f)}{\dot{I}_a(f)}, \qquad (1)$$

где $\dot{U}_a(f)$, $\dot{I}_a(f)$ – преобразование Фурье от $U_a(t)$, $I_a(t)$ соответственно.

Далее рассчитывается коэффициент отражения антенны и КСВН соответственно [8]:

$$\dot{\Gamma}(f) = \frac{\dot{Z}_a(f) - 50}{\dot{Z}_a(f) + 50}, \qquad (2)$$

$$\text{КСВН}(f) = \frac{1 + |\dot{\Gamma}(f)|}{1 - |\dot{\Gamma}(f)|}. \qquad (3)$$

Полученная в результате моделирования в программной реализации метода FDTD характеристика по согласованию для дисковой МПА с щелями, питаемой микрополосковой линией, приведена на рис. 2. На рис. 3 приведена частотная зависимость коэффициента усиления для данной МПА.

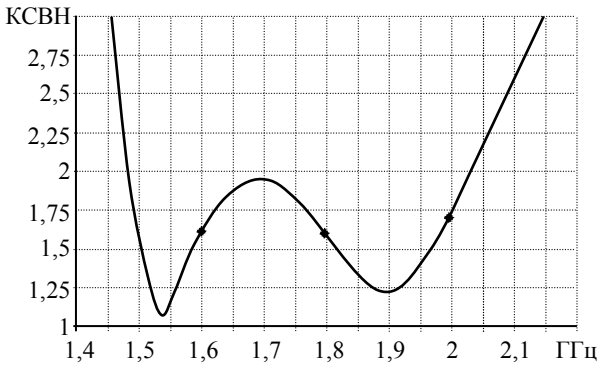



Рис. 2. КСВН дисковой МПА с щелями в рабочем диапазоне частот 1,5–1,9 ГГц (не более 1,8)

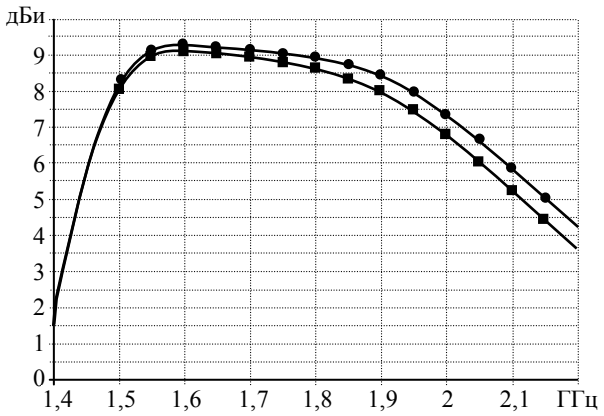



Рис. 3. КУ дисковой МПА с щелями

Ширина ДН излучателя в *E*-плоскости равна 43–57°, в *H*-плоскости – 72–99°. Направление максимума ДН слегка отклонено от нормали (на 6–9°). Уровень боковых лепестков дисковой МПА с щелями не превышает –10 дБ от уровня излучения в максимуме ДН (в полосе 1,5–2 ГГц).

На основе спроектированного дискового излучателя разработана линейная антенная решетка с межэлементным расстоянием 120 мм (рис. 4). Межэлементное расстояние выбрано равным 120 мм исходя из критерия максимального коэффициента усиления. Ее габариты 100×520 мм, питание элементов осуществляется параллельно. Решетка выполнена на воздушной подложке высотой 1 мм. Для такой подложки ширина 50-омной линии равна 4,2 мм, а ширина 35-омной равна 7,1 мм. Оптимизированное значение длины четвертьволнового трансформатора равно 39,6 мм, что несколько превышает четверть длины волны в 50-омной микрополосковой линии на воздушной подложке.

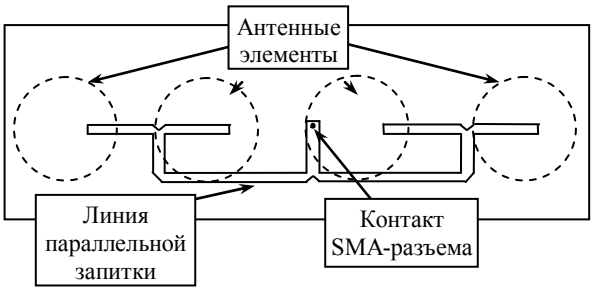



Рис. 4. Сектор антенной решетки

Синфазный делитель мощности разработанной подрешетки, схема которого приведена на рис. 5, представляет собой Т-сочленение. Сопротивление $Z_0 = 50$ Ом.

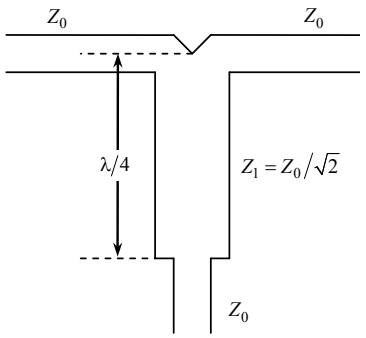



Рис. 5. Схема синфазного делителя

На рис. 6 приведены характеристики по согласованию для синфазной решетки. Несмотря на относительную узкополосность построенного

делителя мощности, четырехэлементная синфазная решетка является согласованной в заданной полосе частот.

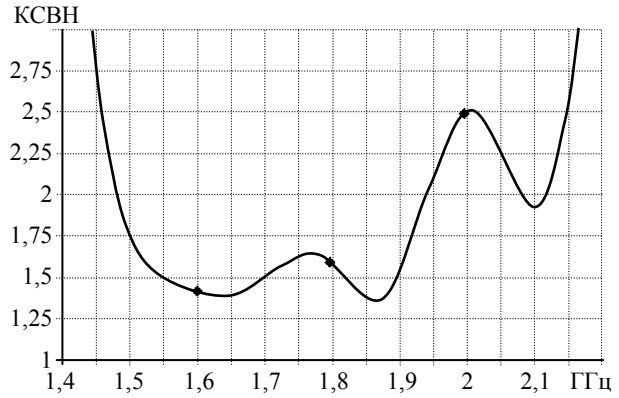



Рис. 6. Частотная зависимость КСВ для синфазной решетки

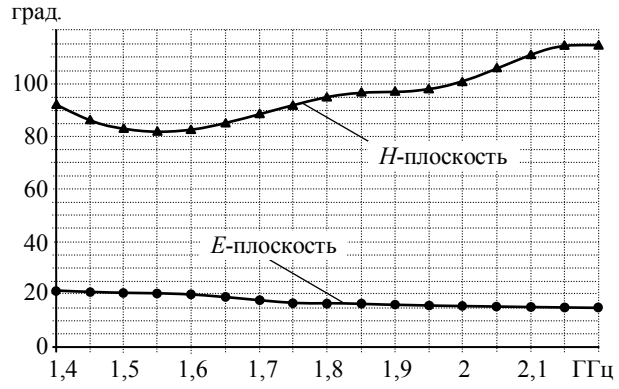



Рис. 7. Зависимость ширины ДН синфазной решетки от частоты

В плоскости φ в рабочем диапазоне частот 1,5–1,9 ГГц направление главного максимума меняется незначительно. В *E*-плоскости до частоты 1,7 ГГц луч не отклоняется, затем наблюдается линейно нарастающее отклонение главного луча ДН на величину до 15°. Ширина ДН в *H*-плоскости, как видно из рис. 7, не менее 80°, при этом луч значительно сужен в *E*-плоскости, его ширина равна 15–20°.

Следует отметить недостаток решетки, заключающийся в высоком уровне бокового лепестка, который достигает –7,5 дБ по отношению к главному максимуму ДН на частоте 1,75 ГГц (рис. 8).

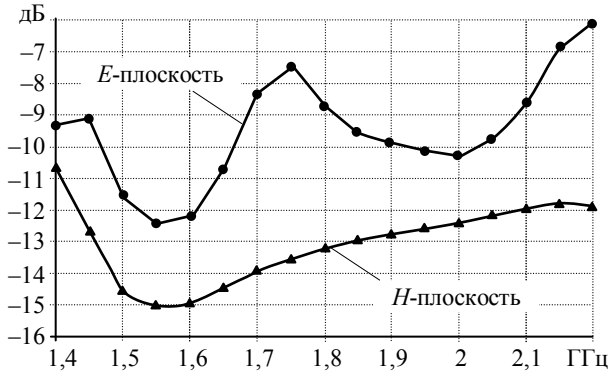



Рис. 8. Уровень боковых лепестков синфазной решетки

На рис. 9 и 10 приведены соответственно азимутальная и угломестная ДН на частотах 1,5, 1,7 и 1,9 ГГц.

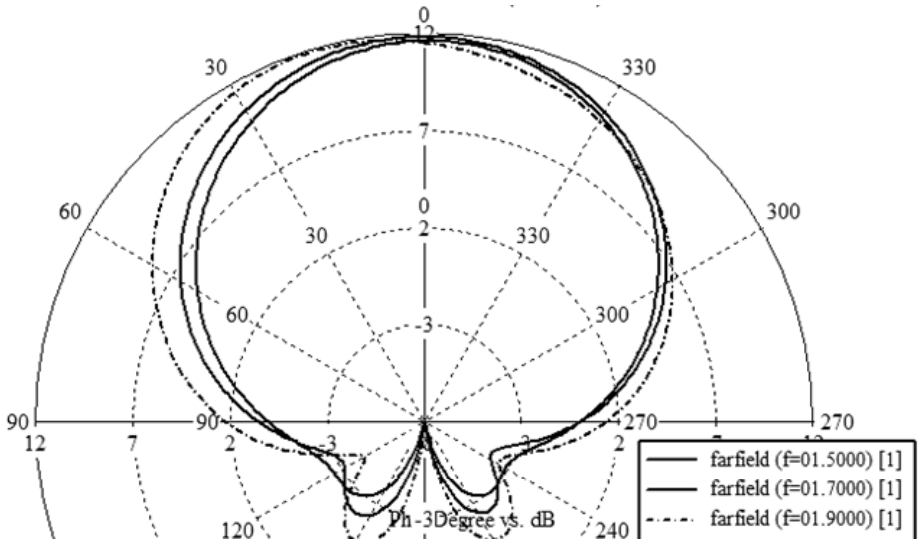



Рис. 9. Азимутальные сечения ДН на частотах 1,5, 1,7 и 1,9 ГГц

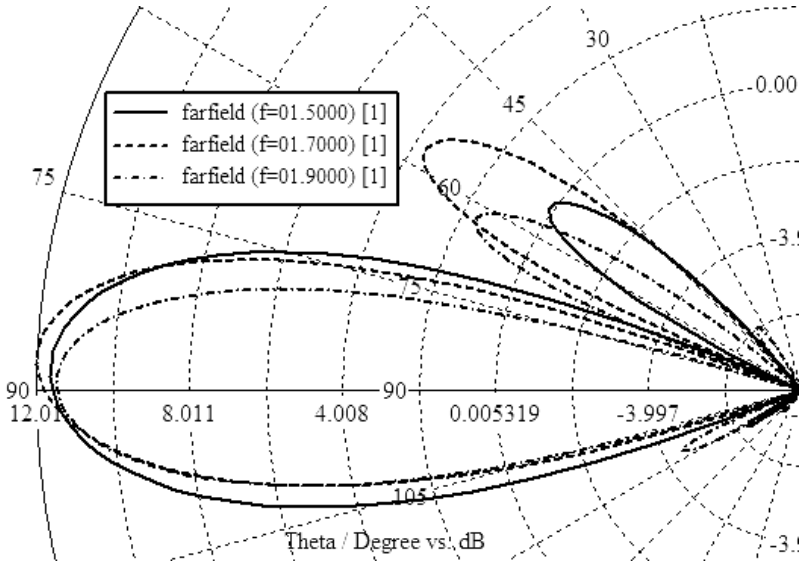



Рис. 10. Угломестные сечения ДН на частотах 1,5, 1,7 и 1,9 ГГц

Характеристика синфазной решетки по усилению приведена на рис. 11. В рабочем диапазоне частот усиление не менее 12 дБи и на частоте 1,7 ГГц достигает максимума, равного 13,5 дБи.

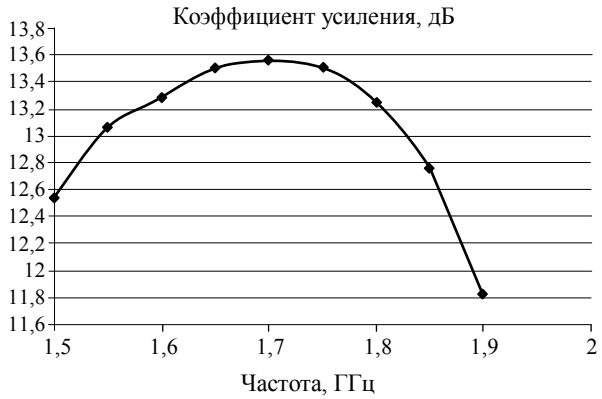



Рис. 11. Зависимость коэффициента усиления от частоты для излучателя на воздушной подложке

### *Двенадцатисекторная цилиндрическая коммутационная антенная решетка*

Разработанную секторную синфазную решетку предлагается использовать в качестве подрешетки 12-секторной цилиндрической решетки. При этом оказывается возможным повысить коэффициент усиления антенной системы за счет одновременного питания трех секторов антенной системы, создавая задержку сигнала, подводимого к среднему элементу, на 45°. Внешний вид цилиндрической АР приведен на рис. 12.

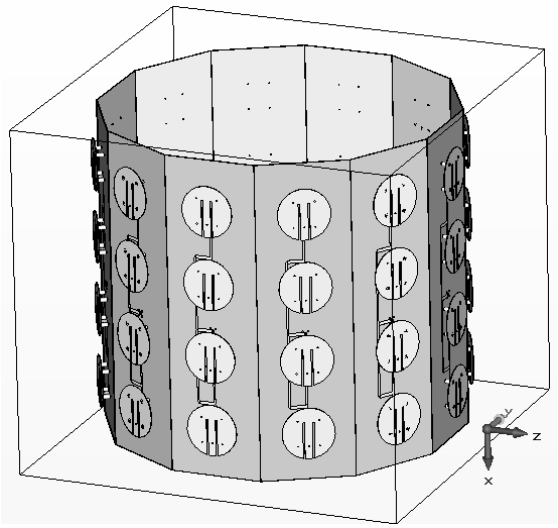


Рис. 12. Внешний вид 12-секторной цилиндрической коммутационной антенной решетки

Для создания такого распределения и перемещения его по апертуре решетки предлагается схема коммутатора, приведенная на рис. 13. Сигнал от радиосредства поступает на делитель мощности на три направления («ДМ-3»). Каждый из выходных сигналов делителя мощности поступает на управляемый однобитный фазовращатель. На рис. 14 приведен вариант исполнения фазовращателя на переключаемых линиях с шунтирующими ключами [9], хотя возможны и другие варианты его построения. Сигналы с выходов фазовращателей поступают на входы коммутаторов 1 в 4 («К»), выходы которых соединены с антенными элементами, как показано на рис. 13.

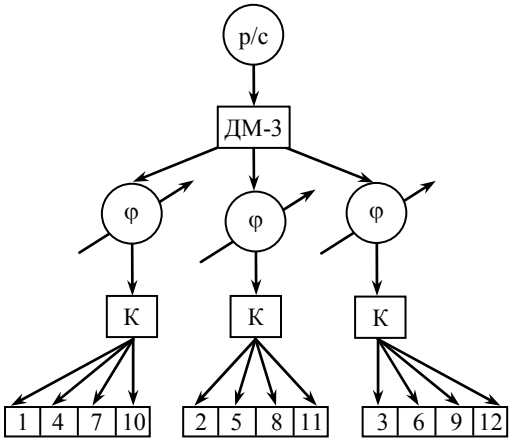



Рис. 13. Схема устройства коммутации

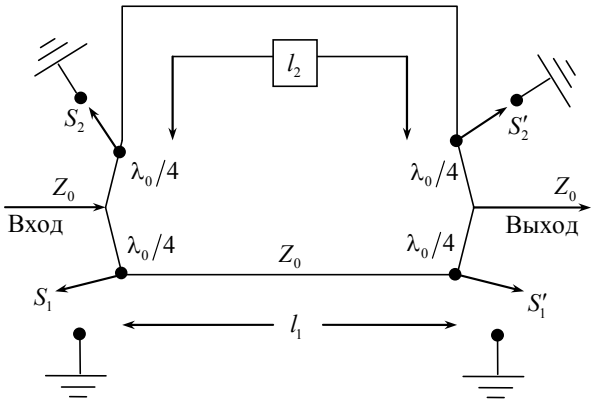



Рис. 14. Фазовращатель на переключаемых линиях с шунтирующими ключами и четвертьволновыми отрезками линий

На рис. 15 приведены диаграммы направленности разработанной решетки в азимутальной и угломестной плоскостях на частоте 1,7 ГГц. Ширина диаграммы по половинному уровню мощности составляет 42°. Так как число возможных распределений равно двенадцати, диаграммы, соответствующие различным состояниям коммутаторов и фазовращателей, перекрываются по уровню –2 дБ, что позволяет осуществлять перекрытие сектора обзора в 360° с малыми вариациями уровня сигнала.

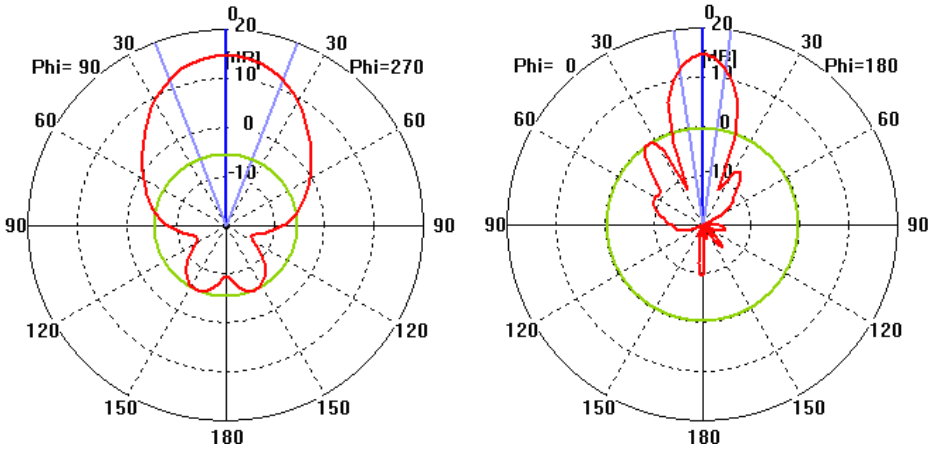



Рис. 15. Азимутальная и угломестная ДН цилиндрической решетки

### *Заключение*

В работе проведено математическое моделирование 12-секторной цилиндрической коммутационной антенной решетки с максимальным усилением 15 дБ. Проведена оптимизация ее параметров, позволившая достичь значений КСВ, не превышающих 1,8 в заданной полосе частот. Предложена блок-схема системы управления решеткой, включающая в себя делитель мощности на три направления, три коммутатора на четыре направления и три управляемых однобитных фазовращателя, позволяющих осуществить сдвиг фаз на 0 или 45°.

Авторы выражают благодарность сотрудникам Воронежского госуниверситета А.М. Бобрешову, Г.К. Ускову и И.И. Мещерякову за любезно предоставленную программную реализацию метода FDTD, с помощью которой проведены расчеты, представленные в данной работе.

### *Литература*

1. *Herscovici N.* Smart-Antenna Systems for Mobile Communication Networks. Part I. Overview and Antenna Design / N. Herscovici, Chr. Christodoulou // IEEE Antennas and Propagation Magazine. – June 2002. – V. 44, № 3.

2. Электродинамический расчет характеристик излучения полосковых антенн / Б.А. Панченко [и др.]. – М. : Радио и связь, 2002. – 256 с.

3. *Wong K.-L.* Compact and Broadband Microstrip Antennas / K.-L. Wong. – John Wiley & Sons, 2002.

4. *Hsu W.H.* A wideband circular patch antenna / W.H. Hsu, K.L. Wong // Microwave Opt. Technol. Lett. – June 5, 2000. – № 25. – Pp. 327–328.

5. *Yee K.S.* Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems involving Maxwell's Equations in Isotropic Media / K.S. Yee // IEEE Trans. Antennas Propagat. – May 1966. – V. 14, № 5. – Pp. 302–307.

6. *Berenger J.P.* A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves / J.P. Berenger // J. Comp. Phys. – Oct. 1994. – V. 114. – Pp. 185–200.

7. *Berenger J.P.* Perfectly Matched Layer for the FDTD Solution of Wave Structure Interaction Problems / J.P. Berenger // IEEE Trans. Antennas Propagat. – Jan. 1996. – V. 44, № 1. – Pp. 110–117.

8. *Лебедев И.В.* Техника и приборы СВЧ. Т. 1. / И.В. Лебедев. – М.: Высшая школа, 1970. – 440 с.

9. *Basu A.* Theory and Design of Solid-state Microwave Phase Shifters / A. Basu, S.K. Koul // IETE Journal of Education. – Jan.–Apr. 2009. – V. 50, № 1. – Pp. 9–18.

Статья поступила в редакцию 9 февраля 2010 г.

УДК 621.372.54

# ОПТИМИЗАЦИЯ ФИЛЬТРА НИЖНИХ ЧАСТОТ НА ПОЛУСОСРЕДОТОЧЕННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ПРИ ПОМОЩИ САПР

**Д.В. Осьминин**, инж.-констр., ОАО «Концерн» Созвездие», e-mail: Undertaker50@mail.ru

*Поставлена задача оптимизации фильтра нижних частот, предназначенного для работы в полосе частот $F_{ПП}$ = 1500 – 1950 МГц, с расчетной мощностью 1500 Вт, обеспечивающего потери в полосе пропускания не более 0,5 дБ при коэффициенте стоячей волны не более 1,4 и подавление сигнала в полосе непропускания $F_{ПН}$ = 3000 – 5850 МГц не менее 60 дБ, с целью уменьшения массогабаритных параметров и упрощения конструкции фильтра.*

***Ключевые слова:*** *ослабление, математическая модель, рабочая полоса частот, характеристика, исходная версия, оптимизация.*

## CONCENTRATED PARAMETER LOW-PASS FILTER OPTIMIZATION BY MEANS OF CAD

**D.V. Osminin**, design engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: Undertaker50@mail.ru

*The problem of optimizing the low-pass filter designed to operate in frequency band $F_{ПП}$ = 1500 – 1950 MHz, at the design power 1500 W, that provides passband losses 0,5 dB maximum where the standing wave ratio is 1,4 maximum, and signal suppression in non-passband $F_{ПН}$ = 3000 – 5850 MHz is 60 dB minimum, in order to reduce the weight and dimension parameters and to simplify the filter structure is stated.*

***Key words:*** *attenuation, mathematical model, operating frequency band, characteristics, initial version, optimization.*

Одной из главных задач при проектировании выходных цепей антенно-фидерных передающих трактов является обеспечение минимальных потерь сигналов в рабочем диапазоне частот при максимальном подавлении их гармонических составляющих, что обычно достигается применением специализированных фильтрующих устройств. Эта задача значительно усложняется для устройств высокочастотного диапазона, так как из-за паразитного влияния элементов фильтрующих цепей на гармонические составляющие рабочих сигналов образуются провалы характеристик, не позволяющие обеспечить необходимое подавление гармоник. Это приводит к использованию дополнительных цепей фильтров, усложняющих структуру трактов и увеличивающих потери в рабочих диапазонах частот.

Фильтр нижних частот (ФНЧ) предназначен для подавления гармонических составляющих усилителя мощности с целью обеспечения его электромагнитной совместимости с другими радиоэлектронными устройствами. ФНЧ обычно выполняется в виде коаксиальной фильтрующей структуры на полусосредоточенных элементах с равноволновой характеристикой затухания в полосе пропускания и всплесками затухания в полосе непропускания. Этот вариант ФНЧ, выбранный в качестве прототипа, конструктивно состоит из шести LC-контуров, представленных последовательным соединением высокоомных отрезков, окруженных воздушным диэлектриком, и низкоомных дисков, окруженных диэлектриком из фторопласта (рис. 1). Над каждым диском располагается подстроечный элемент для изменения емкости контура в небольших пределах. Математическая модель ФНЧ исходной версии рассчитывалась при помощи метода прототипов фильтров нижних частот, имеющих бесконечное затухание на конечных частотах. Этот метод проектирования широко применяется на высоких частотах, но для сверхвысоких частот (СВЧ) расчеты на основе этого метода оказались недостаточно точными. Полученный таким способом фильтр удовлетворяет заданным электрическим параметрам, но обладает достаточно большими массой и размерами, так как для получения необходимых электрических характеристик ФНЧ к нему через коаксиаль-

ный кабель пришлось добавить еще один пятизвенный фильтр-довесок.

Первым шагом в решении поставленной задачи стал расчет имеющейся конструкции фильтра при помощи цифрового метода конечных интегралов. Для этого с помощью САПР CST Studio 2009 была виртуально сформирована и рассчитана структура ФНЧ исходной версии. Результаты компьютерных расчетов и характеристики макета ФНЧ исходной версии, полученные при помощи анализатора цепей E5071C, представлены на рис. 2. Как видно из рисунка, цифровой метод конечных интегралов при проектировании дает достаточно хорошее совпадение расчетных характеристик с измеренными.

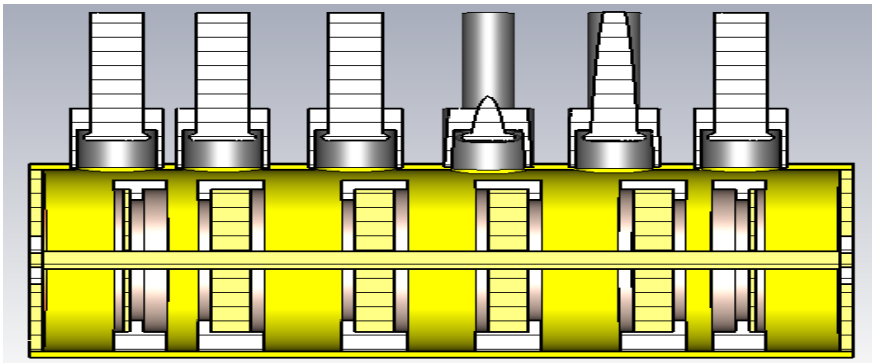


Рис. 1. Структура ФНЧ исходной версии

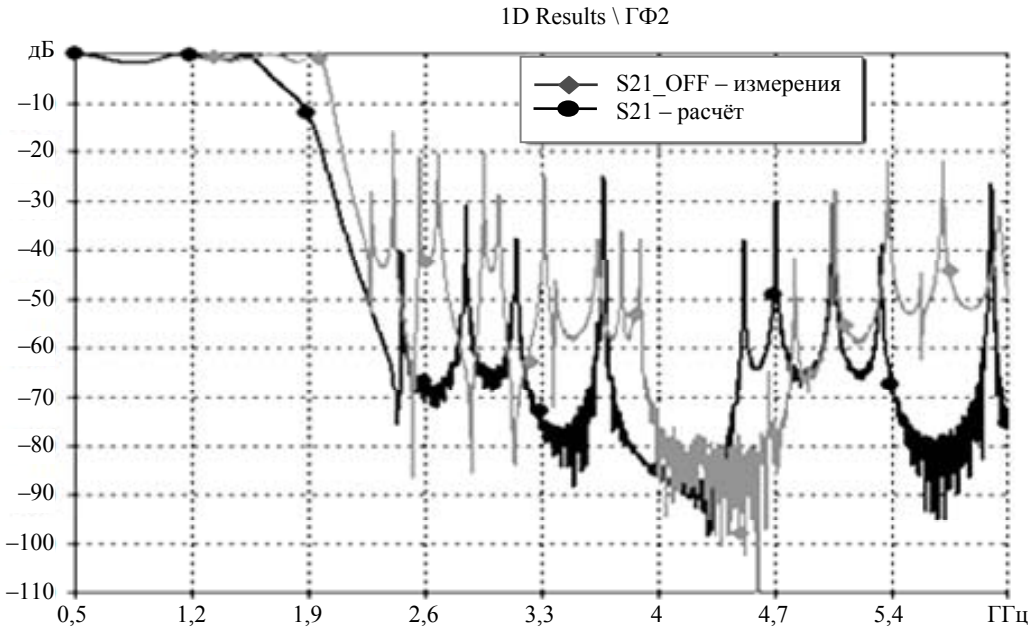



Рис. 2. Рассчитанные и измеренные характеристики одиночного ФНЧ исходной версии

Следующим шагом при проектировании оптимизированного ФНЧ было построение картины распределения напряженности электрического поля по структуре фильтра при помощи САПР CST Studio 2009. Результаты расчетов показали, что наибольшая напряженность электрического поля образуется на входе и выходе фильтра, а также в области подстроечных элементов (рис. 3, 4). Использование подстроечных элементов в конструкции ФНЧ исходной версии нарушало его электрическую симметрию, что приводило к неравномерности в ПП и всплескам в ПН (рис. 2).

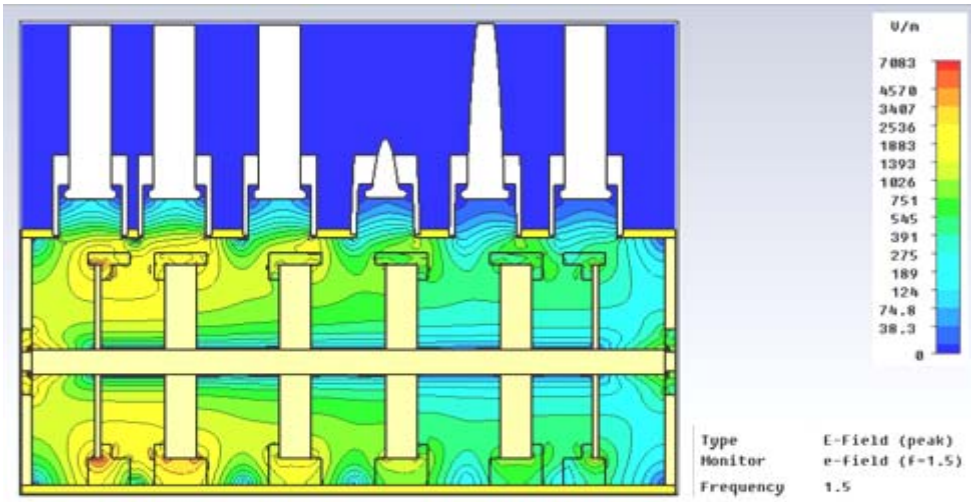



Рис. 3. Распределение напряженности электрического поля на частоте $f$ = 1,5 ГГц

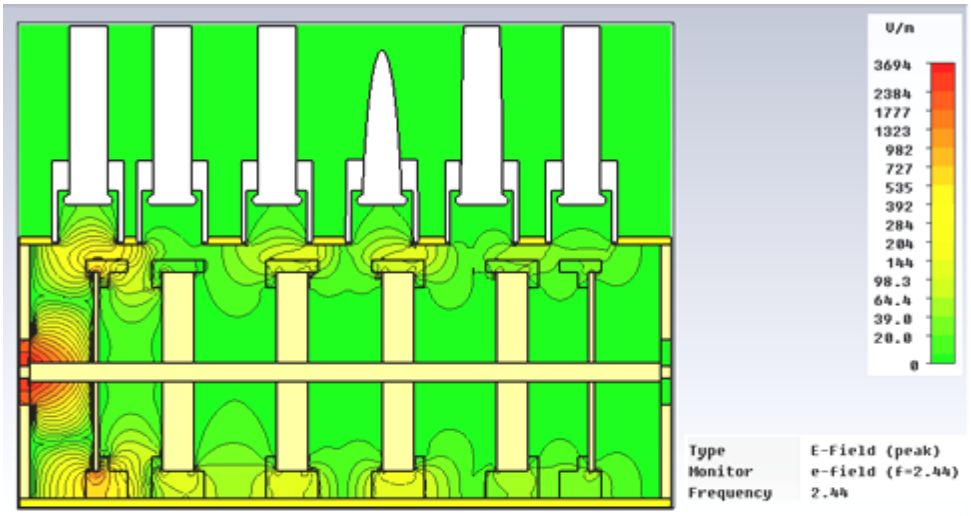



Рис. 4. Распределение напряженности электрического поля на частоте $f$ = 2,44 ГГц

ФНЧ с новой структурой был получен в результате оптимизации исходного ФНЧ при помощи САПР CST Studio 2009, в которой применяется цифровой метод конечных интегралов, позволяющий получить универсальную пространственную схему, применяемую для различных электромагнитных задач, начиная с расчета статичного электрического поля и вплоть до рассмотрения высоких частот во временной или частотной области. Ослабление в ПП и ПН, а также КСВ полученного ФНЧ представлены на рис. 5 и 6 соответственно.

Структура оптимизированного ФНЧ (рис. 7) представляет собой чередующиеся короткие отрезки высокоомной и низкоомной линий. Отрезки высокоомных линий выполняются в виде относительно тонких стержней, окруженных воздушным диэлектриком, и эквивалентны последовательным индуктивностям. Каждый отрезок низкоомной линии представляет собой металлический диск с кольцом из диэлектрика и эквивалентен параллельной емкости. Так как подстроечные элементы нарушали электрическую симметрию фильтра, а соответственно, и характеристику фильтра, их пришлось убрать. Но так как используемая САПР совместима с конструкторской САПР, а в частности с PRO Engineer, то это дает возможность полученные в ходе расчетов габаритные размеры изделий автоматически переводить в программу для автоматизированных станков, что значительно повышает точность изготовления изделий и, соответственно, дает возможность получать ФНЧ с характеристиками, близкими к расчетным.

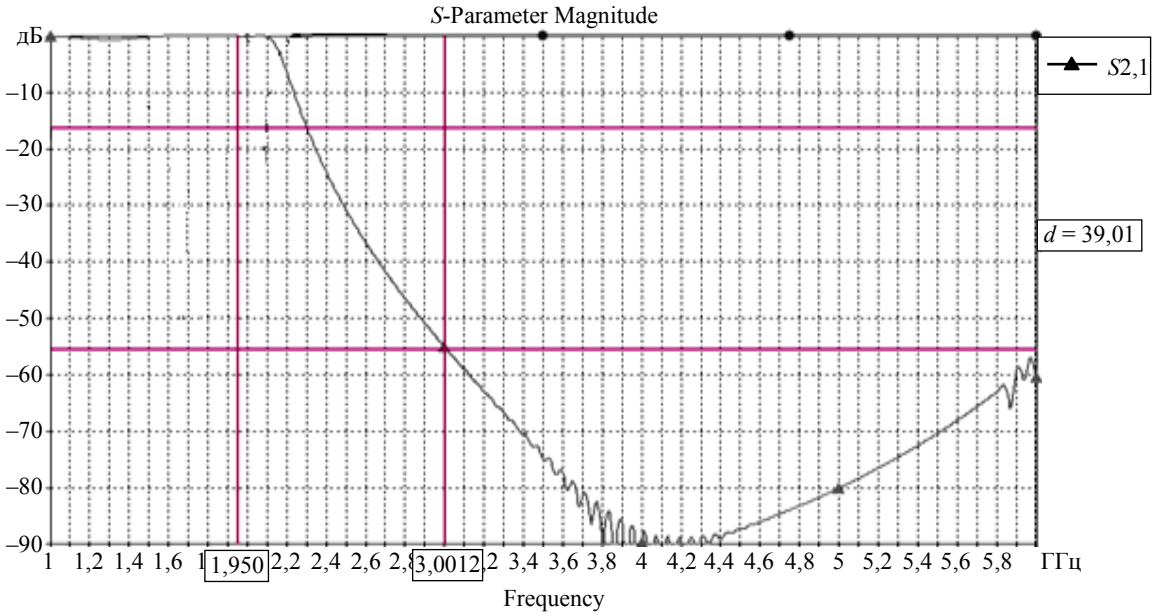



Рис. 5. Расчетное ослабление математической модели оптимизированного ФНЧ

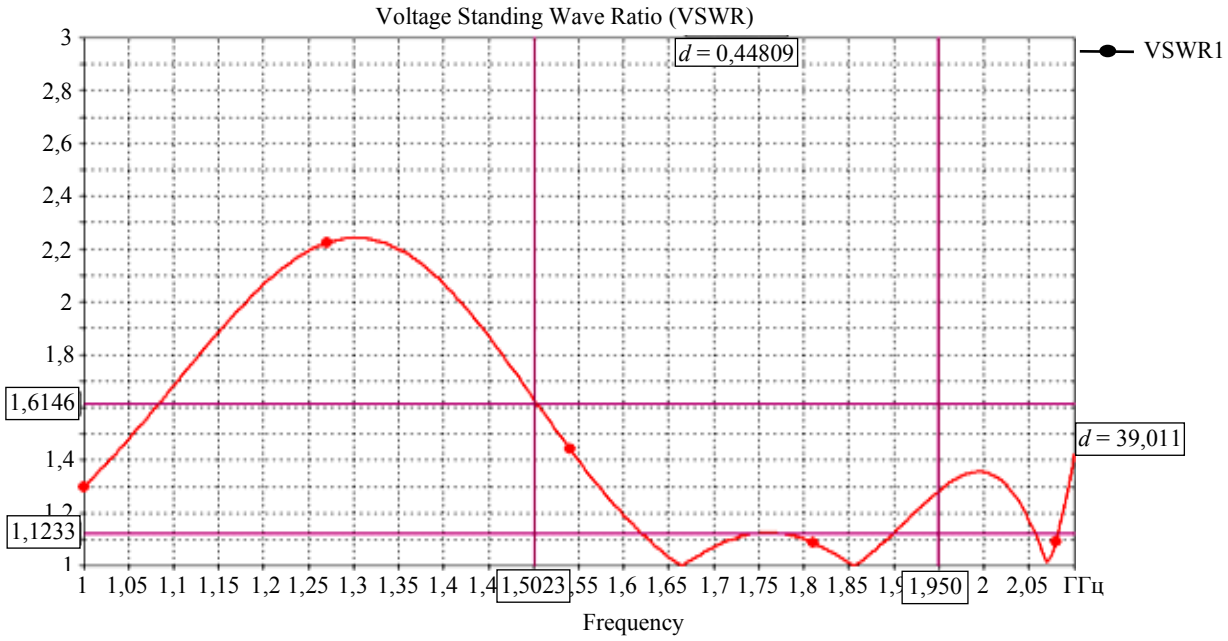



Рис. 6. Расчетный КСВ математической модели оптимизированного ФНЧ

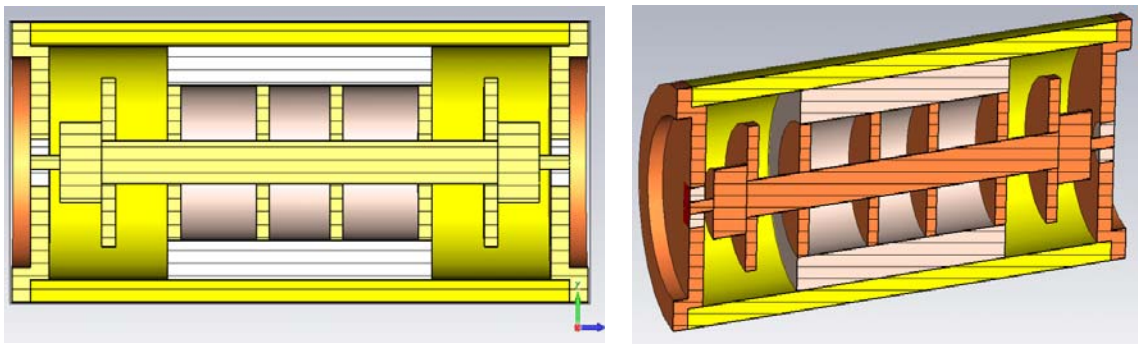


Рис. 7. Структурная схема оптимизированного ФНЧ

На основе математической модели был создан макет ФНЧ, и с него при помощи анализатора цепей E5071C были получены характеристики, представленные на рис. 8 и 9.

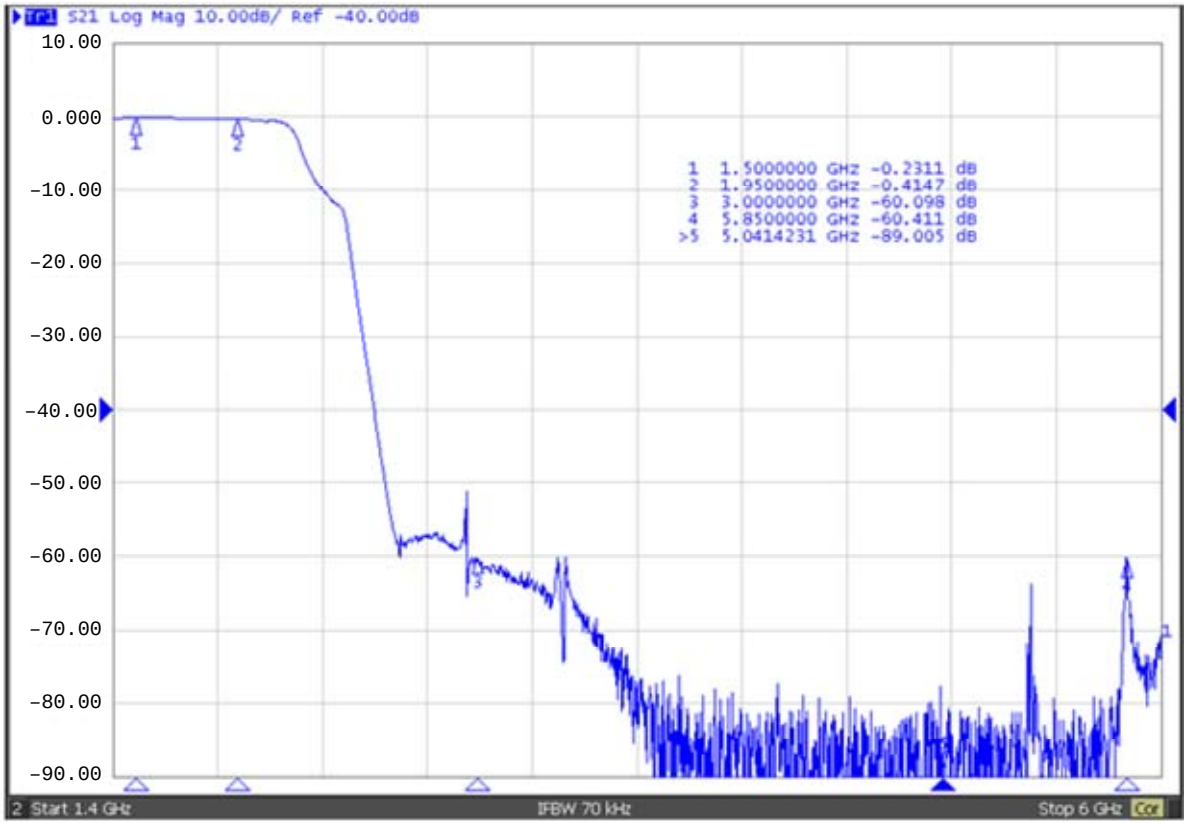



Рис. 8. Ослабление сигнала в ПП и ПН макета оптимизированного ФНЧ

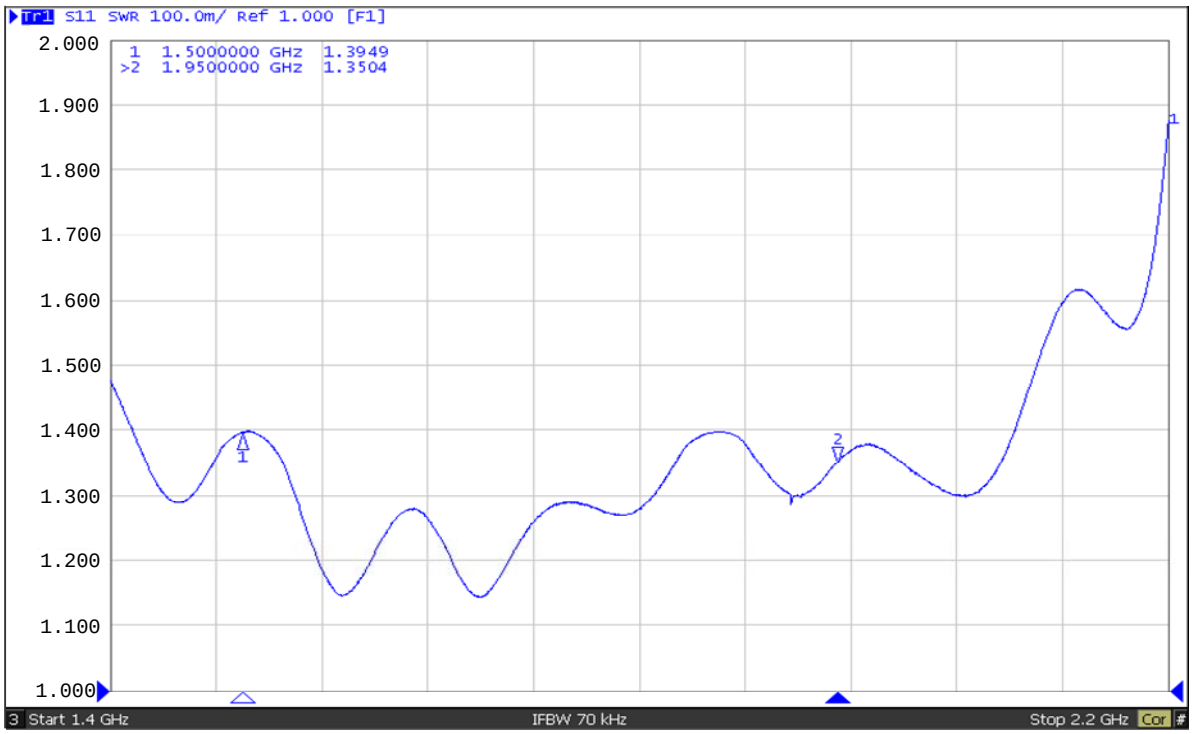



Рис. 9. КСВ макета оптимизированного ФНЧ

Оптимизированный ФНЧ имеет следующие характеристики:

- ослабление в ПП не более 0,42 дБ;
- ослабление в ПН не менее 60 дБ;
- КСВ не более 1,4;
- длина 169 мм;
- диаметр трубы 54 мм;
- масса 980 г.

ФНЧ исходной версии с довеском имеет следующие характеристики:

- ослабление в ПП не более 0,47 дБ;
- ослабление в ПН не менее 60 дБ;
- КСВ не более 1,4;
- длина 255 мм;
- диаметр трубы 54 мм;
- масса 1450 г.

В ходе проделанной работы был оптимизирован ФНЧ и была получена конструкция ФНЧ с более простой структурой и с лучшими массогабаритными параметрами при сохранении необходимых электрических параметров. При этом оптимизированный ФНЧ является более технологичным в изготовлении, так как весь процесс оптимизации и получения макета оптимизированного ФНЧ был полностью автоматизирован, что является немаловажным элементом при проектировании и оптимизации современной радиоэлектронной аппаратуры. Это, в свою очередь, позволяет повысить точность изготовления ФНЧ, а следовательно, исключить этап регулировки при производстве таких фильтров.

***Литература***

1. Конструкторская документация ИТНЯ.468821.041.

2. *Маттей Г.Л.* Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи / Г.Л. Маттей, Л. Янг, Е.М.Т. Джонс. – М. : Связь, 1986. – 439 с.

3. *Темеша Г.* Современная теория фильтров и их проектирование / Г. Темеша, С. Митра. – М. : Мир, 1987. – 559 с.

4. Программное обеспечение CST Studio 2009.

Статья поступила в редакцию 9 марта 2010 г.

УДК 621. 396.6

# ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ЩЕЛЕВЫХ АНТЕНН, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

**Ю.Ю. Радциг**, профессор, тел.: (8162) 77-44-46
**М.А. Хаванова**, доцент, e-mail: hma41@mail.ru
Новгородский гос. ун-т

*Рассматривается решение задачи синтеза щелевых антенн с учетом кривизны поверхности, в которой прорезана щель. Исследуется задача об излучении электромагнитного поля через тонкую щель в криволинейной поверхности. Интегральное уравнение, используемое для решения этой задачи, имеет сингулярное ядро с особенностью логарифмического типа. Получены интегральные соотношения для цилиндрической и сферической поверхностей.*

***Ключевые слова:*** *щелевые антенны, сингулярное ядро, поле диполя, цилиндрическая и сферическая поверхности.*

# ON INTEGRAL EQUATIONS FOR CURVILINEAR SLOT ANTENNAE INSTALLED ON THE CURVILINEAR SUPERFICIES OF THE AIRCRAFTS

**Yu.Yu. Radtsig**, professor, tel.: (8162) 77-44-46
**M.A. Khavanova**, associate professor, e-mail: hma41@mail.ru
Novgorod State University

*Solution for the slot antennae synthesis problems is made taking into account the curvature of the surface in which the slot has been made. The problem of electromagnetic field radiation through the thin slot in the curvilinear surface is investigated. The integral equation used for this problem solution has a singular kernel with logarithmic type peculiarity. Integral relations for cylindrical and spherical surfaces are acquired.*

***Key words:*** *slot antenna, singular kernel, dipole field, cylindrical and spherical surfaces.*

В настоящее время для решения задачи синтеза слабонаправленных антенн летательных аппаратов в радиосистемах передачи информации широко используются щелевые антенны. Они с практической точки зрения выгодно отличаются от вибраторных антенн благодаря своей невыступающей конструкции, не снижающей аэродинамических характеристик летательных аппаратов. Однако при этом для получения необходимых интегральных соотношений, связывающих поле в щели и функцию источников, не учитывалась кривизна поверхности летательного аппарата. А это весьма существенно для антенн, размещенных на поверхностях значительной кривизны, таких, например, как искусственные спутники Земли, космические корабли, небольшие самолеты, геофизические ракеты и др.

Рассмотрим этот вопрос подробнее, т.е. исследуем задачу об излучении электромагнитного поля через тонкую щель в криволинейной поверхности.

Я.Н. Фельдом получено следующее интегральное соотношение, связывающее касательную составляющую вектора электрического поля $E_v(U,V)$ с возбуждающим полем сторонних токов $W(U_0,V_0)$ [1]:

$$\int_s E_v(U,V)K(U_0,V_0,U,V)h_u h_v d_u d_v = \\ = W(U_0,V_0), \qquad (1)$$

где $S$ – поверхность щели, $U$, $V$ – криволинейные координаты, $h_u$, $h_v$ – коэффициенты Лямэ, $K(U, V, U_0, V_0)$ – ядро интегрального соотношения или уравнения, если решается задача синтеза о распределении поля в щели по заданным источникам.

Функция $W(U_0, V_0)$ связана со сторонними токами. Например, при возбуждении поля несколькими диполями с моментами $P_\nu(\nu = 1,2,3...n)$:

$$W(U_0,V_0) = ick\sum_{\nu} P_\nu E_\nu.$$

$K(U, V, U_0, V_0)$ – сингулярное ядро, имеющее особенность логарифмического типа при совпадении аргументов $U = U_0$, $V = V_0$. Это ядро определяется вспомогательными полями $K = H^+ - H^-$, где $H^+$ и $H^-$ – поля, создаваемые магнитными диполями с моментами $P_v = ic[\overline{EH}]/4\pi\omega$, (где $c$ – скорость света, ω – частота поля), помещенными с внутренней и внешней сторон рассматриваемой поверхности.

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к задаче об отыскании полей диполей.

В работе [1] была рассмотрена частная задача об излучении электромагнитного поля через щель, прорезанную для примера на поверхности сферы, которая возбуждалась диполем, расположенным в ее центре.

Однако в современной практике используются криволинейные щелевые излучатели, возбуждаемые симметричными полосковыми линиями, т.е. возбудители располагаются вблизи поверхности объекта [2, 3].

Рассмотрим это подробнее.

### *Криволинейные щели на цилиндрической поверхности летательного аппарата*

В работе [2] было получено интегральное соотношение для щелей на цилиндрической поверхности. Однако вывод ядра уравнения (1) при общих соображениях оказался достаточно громоздким, неудобным для практических инженерных расчетов.

Поэтому при тех же общих соображениях для получения выражения ядра соотношения (1) рассмотрим более простой вывод.

Пусть щель – тонкий цилиндрический поясок, прорезанный перпендикулярно направлению оси цилиндра, также как и в работе [3].

В этом случае удобно выбрать моменты $P_v$ возбуждающих диполей в виде

$$\overline{P_v} = \left(ic\overline{t_v}/4\pi\omega\right)\cdot\delta(q`-q),$$

где $\overline{t_v}$ – единичный вектор,

$\delta(q` - q)$ – функция Дирака,

$q`$ – точка помещения диполя,

$q$ – точка наблюдения поля.

Поле таких диполей можно найти двумя способами: точно – в виде ряда по полиномам Лежандра – и приближенно:

Точные формулы для полей $H^{\pm}$ имеют вид [2]

$$H^+ = \sum_{m,s} A^{ms} H^+_{ms},$$

где $$H_{ms} = \mu jc\omega e^{js\phi} e^{jsz} \times$$

$$\times\left\{Z_m\left(\rho\sqrt{k^2-n^2}\right)\frac{m}{\rho\sqrt{k^2-n^2}} - Z_{m+1}\left(\rho\sqrt{k^2-n^2}\right)\right\}, \quad (2)$$

где $n = \pm1, \pm2, \pm3\ldots$, $m = 1,2,3..$, $Z_m$ – полиномы Лежандра, $A^{ms}$ – коэффициенты, определяемые граничными условиями, φ, $z$ – координаты щели по цилиндру, $k = 2\pi/\lambda$, ρ – радиус цилиндра.

Однако выражение (2) обладает существенными недостатками.

Поскольку ядро $K(U,V,U_0,V_0)$ имеет особенность логарифмического типа, то ряд (2) сходится очень плохо и практически непригоден для численных расчетов. Поэтому поступим следующим образом. Выделим главную часть ядра. В качестве главной части ядра можно взять поля $H^{\pm}_n$, создаваемые магнитными диполями в плоскости, касающейся цилиндра в точке $\{z_0, \varphi_0\}$. Эта часть ядра получается в виде

$$H^{\pm}_n = \pm\rho\left\{\frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{\partial\phi^2} - k^2\right)\frac{e^{-jkr}}{r}\right\}\cos(\phi - \phi_0), \quad (3)$$

где $r = \sqrt{(z-z_0)^2 + \left[\pi\rho(\phi-\phi_0)\right]^2}$.

Выражение (3) учитывает главную часть ядра $K(U,V,U_0,V_0)$, содержащую особенность логарифмического типа. Составляющую, учитывающую отличие цилиндрической поверхности от касательной плоскости, можно записать с использованием (2) в виде ряда с применением полиномов Лежандра. Этот ряд сходится достаточно быстро.

Рассмотрим случай, имеющий большое значение при практическом использовании, когда излучатель представляет собой кольцевую щель с радиусом $R$, прорезанную в цилиндрической поверхности с радиусом ρ. Если отношение $R/\rho$ достаточно мало, то ядро $K(U,V,U_0,V_0)$ запишется в виде

$$K\left(U,V,U_0,V_0\right)=$$

$$=\lambda(U`)\left[\frac{1}{\lambda(U)\lambda(U`)}\frac{\partial^2}{\partial U\partial U`}-k^2\right]\frac{e^{-jkh}}{h}, \qquad (4)$$

где $h=\sqrt{\left(\int\limits_{U}^{U`}\lambda(U)dU\right)^2+(z-z`)^2}$;

$$\lambda(U)=\alpha\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2 U};$$

$\alpha$ – малая полуось, а $\varepsilon$ – эксцентриситет эллипса, получающегося при проецировании кольцевой щели в касательную плоскость.

Это выражение ядра удобно для практических расчетов и при инженерном проектировании антенн обладает достаточной точностью.

### *Криволинейные щели на сферической поверхности летательных аппаратов*

Рассмотрим кратко получение ядра интегрального соотношения (1) для сферической поверхности летательного аппарата. Как и для цилиндрической поверхности, ядро $K(\theta, \varphi, \theta_0, \varphi_0)$ определяется через вспомогательные поля $H^{\pm}$: $K=H^{+}-H^{-}$. Эти поля создаются вспомогательными магнитными диполями, помещенными с внутренней и внешней сторон сферы.

Вспомогательные поля $H^{\pm}$ могут быть найдены в виде рядов по сферическим поверхностным гармоникам [4]. Но пользоваться такими разложениями неудобно, т.к. ядро $K(\theta, \varphi, \theta_0, \varphi_0)$ имеет особенность логарифмического типа при совпадении аргументов $\theta = \theta_0$, $\varphi = \varphi_0$, и соответствующие ряды сходятся плохо.

Поэтому поступим следующим образом. Запишем поля $H^{\pm}$ в виде $H_n^{\pm}+H_{\Delta}^{\pm}$. Поля $H_n^{\pm}$ будут учитывать особенность ядра в точке $\theta = \theta_0$, $\varphi = \varphi_0$, а поля $H_{\Delta}^{\pm}$ будут определять регулярную часть ядра, не имеющую особенности на поверхности щели. Выражения для этих полей следует получать в виде рядов по сферическим поверхностным гармоникам, которые будут сходиться достаточно быстро.

Ядро $K(\theta, \varphi, \theta_0, \varphi_0)$ при этом запишется в виде, удобном для расчетов:

$$K\left(\theta,\varphi,\theta_0,\varphi_0\right)=\left(H_{\eta}^{+}-H_{\eta}^{-}\right)+$$

$$+\left(H_{\Delta}^{+}-H_{\Delta}^{-}\right)=K_{\eta}+K_{\Delta}.$$

Подробно эти расчеты будут приведены в отдельной статье.

Главная часть ядра, имеющая особенность, запишется в виде

$$H_{\eta}^{+}-H_{\eta}^{-}=$$

$$=\frac{iR_0\sin\theta_0}{\pi k}\left\{\frac{1}{R_0^2\sin^2\theta_0}\cdot\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}+k^2\right\}\frac{\cos\left(\phi-\phi_0\right)e^{jkR_1}}{R_1}. \qquad (5)$$

Здесь $R_1$ – расстояние между точками щели $(\theta_0, \varphi_0)$ и $(\theta, \varphi)$, взятое по окружности большого радиуса на сфере.

Заметим, что (3) – это ядро интегрального уравнения (1) для сферы в случае, когда щель прорезана в плоском бесконечном экране, касательном в точке $(\theta_0, \varphi_0)$ щели, а регулярная часть ядра $K_{\Delta}(\theta, \varphi, \theta_0, \varphi_0)$ учитывает отличие сферической поверхности от плоскости, касательной к ней в точке $(\theta_0, \varphi_0)$. Эта функция может быть записана в виде

$$K_{\Delta}\left(\theta,\phi,\theta_0,\phi_0\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n Y_n\left(\theta,\phi\right), \qquad (6)$$

где коэффициенты $\alpha_n$ записываются следующим образом:

$$\alpha_n=A_n-B_n-\hat{\alpha}_n.$$

Здесь $\hat{\alpha}_n$ – коэффициенты разложения в ряд по сферическим поверхностным гармоникам; $Y_n(\theta, \varphi)$ – сферические поверхностные гармоники; $A_n$, $B_n$ – постоянные коэффициенты, которые находятся из граничных условий.

Таким образом, все интегральные соотношения (1) для щели любой формы на сферической поверхности запишутся в виде

$$\int\limits_{s}E_0(U,V)K_h\left(\theta,\phi,\theta_0,\phi_0\right)h_0h_{\phi}d\theta d\phi+$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n\int\limits_{s}E_0\left(\theta,\phi\right)Y_n\left(\theta,\phi\right)h_0h_{\phi}d\theta d\phi=W\left(\theta_0,\phi_0\right). \qquad (7)$$

Полученное интегральное соотношение (7) следует использовать как уравнение для решения задачи синтеза щелевых антенн, расположенных на сферической поверхности.

В заключение отметим, что при $R_0\to\infty$ сумма в правой части (7) стремится к нулю при любом значении функции $E_0$. Поэтому, при достаточно большом радиусе сферы по отношению к разме-

рам щели для ядра интегрального соотношения можно использовать выражение (5) или пользоваться приближенными выражениями для обычной плоскости (3). Это особенно удобно, когда щелевые антенны выполняются в виде полосковых, еще лучше – микрополосковых излучателей.

В настоящей работе рассмотрена щель – тонкий поясок в плоскости, перпендикулярной оси $Z$ сферы. Однако аналогичные рассуждения можно провести для тонкой щели произвольной формы, прорезанной на поверхности сферы [5].

***Литература***

1. *Фельд Я.Н.* Основы теории щелевых антенн / Я.Н. Фельд. – М. : Сов. радио, 1948. – 160 с.

2. *Радциг Ю.Ю.* Интегральные уравнения для решения задачи синтеза щелевых антенн на цилиндрических поверхностях летательных аппаратов / Ю.Ю. Радциг, М.А. Хаванова // Радиоэлектроника. – 2002. – № 1. – С. 3–5.

3. *Радциг Ю.Ю.* Построение щелевых антенн летательных аппаратов / Ю.Ю. Радциг, М.А. Хаванова // Наука производству. – 2000. – № 8. – С. 37–38.

4. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны / Л.А. Вайнштейн. – М. : Радио и связь, 1988.

5. *Радциг Ю.Ю.* Интегральные уравнения криволинейных щелевых антенн, расположенных на криволинейных поверхностях летательных аппаратов / Ю.Ю. Радциг, М.А. Хаванова // Материалы 14 Междунар. науч.-техн. конф. «Радиолокация, навигация, связь». – Воронеж, 2008. – Т. 1. – С. 584–588.

Статья поступила в редакцию 21 апреля 2010 г.

УДК 621.396.662

# ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ

**С.К. Романов**, зам. нач. НТЦ, e-mail: skromanov@rambler.ru
**Н.М. Тихомиров**, нач. НТЦ, e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
**Д.Н. Рахманин**, нач. отд., e-mail: rax_d@mail.ru
ОАО «Концерн «Созвездие»

*Найдены пространства состояний для различных вариантов построения систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), используемых в синтезаторах частот (СЧ$_{ФАПЧ}$), позволяющие в кусочно-линейном режиме исследовать и некоторые нелинейные свойства ФАПЧ. Приведена методика параметрического синтеза системы ФАПЧ высокого порядка в частотной области. Представлен ряд структурных схем СЧ$_{ФАПЧ}$ для их анализа с использованием подсистемы Simulink системы MatLab.*

***Ключевые слова:*** *синтезатор частот, система фазовой автоподстройки частоты, переходной процесс, частотно-фазовый детектор, ток накачки.*

## STATE SPACE OF PHASE LOCK LOOP LINEAR SYSTEM

**S.K. Romanov**, deputy head of Scientific and Technical Center, e-mail: skromanov@rambler.ru
**N.M. Tikhomirov**, head of Scientific and Technical Center, e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
**D.N. Rakhmanin**, head of department, e-mail: rax_d@mail.ru
JSC «Sozvezdie» Concern»

*State spaces are found for various versions of phase lock loop (PLL) system designing, used in the frequency synthesizers (FS$_{PLL}$) that also allow investigating some non-linear PLL properties in the piecewise linear mode. A methodology for high-order PLL system parametric synthesis in the frequency domain is given. A number of FS$_{PLL}$ flow-charts are shown for their analysiswith the using of MATLAB-system Simulink subsystem.*

***Key words****: frequency synthesizers, phase lock loop, transition process, frequency-phase detector, pumping current.*

В синтезаторах частот СЧ$_{ФАПЧ}$ переходной процесс (ПП) может быть существенно улучшен, а его длительность сокращена за счет коммутации структуры и параметров элементов системы ФАПЧ в переходном режиме. Системы ФАПЧ, используемые в СЧ$_{ФАПЧ}$ с дробными делителями частоты и коммутируемыми элементами во время ПП при перестройке частоты [1], можно отнести к классу импульсных, нелинейных, нестационарных систем автоматического регулирования. Анализ и синтез таких систем довольно сложен и может проводиться только с применением современных вычислительных машин и специализированных пакетов прикладных программ типа MatLab, Agilent ADS, LabVIEW, OrCAD Pspice, SystemVue, VisSim и др.

Материал настоящей статьи ориентирован на использование программной системы MatLab с предметно-ориентированными библиотеками Control System Toolbox и инструментом визуального моделирования Simulink [2, 3]. Если не учитывать импульсный характер работы СЧ$_{ФАПЧ}$ и нелинейность импульсного частотно-фазового детектора (ЧФД), то СЧ$_{ФАПЧ}$ можно свести к линейной непрерывной системе и проводить ее анализ и параметрический синтез хорошо известными методами. Так используются характеристики, связанные с описанием СЧ$_{ФАПЧ}$ в частотной области: логарифмические частотные характеристики (диаграммы Боде), запасы устойчивости по амплитуде и фазе, норма $H_\infty$ – эквивалент показателей колебательности $M$ или $R_M$ [4] и др.

Анализ системы ФАПЧ во временной области предполагает задание ее модели в пространстве состояний. Основными элементами модели в пространстве состояний являются вектор состояния системы ФАПЧ и четверка матриц $\{\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D}\}$. Четверку матриц $\{\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D}\}$ удобно использовать во временной области для описания дифференциально-векторного уравнения системы в про-

странстве состояний в явной форме Коши, например исследовать в кусочно-линейном режиме некоторые нелинейные свойства системы ФАПЧ и повысить ее быстродействие за счет коммутации элементов фильтра нижних частот (ФНЧ) [1].

Цель работы – получить четверку матриц $\{\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D}\}$ с элементами, являющимися параметрами системы ФАПЧ в частотной области (запас устойчивости по фазе $\varphi_{\text{зап}}$, показатели колебательности $M$ или $R_M$ и ряд других), для анализа моделей $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ в переменных состояния с наиболее распространенными видами ФНЧ (пассивными и активными).

На рис. 1 приведена структурная схема варианта $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ с линейной непрерывной системой с двумя токами накачки и традиционными элементами: ЧФД – импульсный частотно-фазовый детектор; ДДПКД – делитель частоты с дробно-переменным коэффициентом деления; ФНЧ (для примера системы ФАПЧ шестого порядка с элементами $C_3$, $L$, $R_3$, $C_4$, $R_4$, $R_1$, $R_2$, $C_1$, $C_2$ и ОУ – операционным усилителем); УГ – управляемый генератор, моделируемый сумматором и усилительно-интегрирующими элементами $S_{\text{УГ}}$ и $2\pi/s$. Напряжение $U(t)$ в начале ПП представляет собой единичную функцию с уровнем $U_M$, определяющим диапазон перестройки $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ $\Delta f_{\text{УГ}} = f_{\text{УГ_В}} - f_{\text{УГ_Н}} = S_{\text{УГ}} U_M$ ($f_{\text{УГ_В}}$ – верхняя частота настройки УГ, $f_{\text{УГ_Н}}$ – нижняя частота настройки УГ).

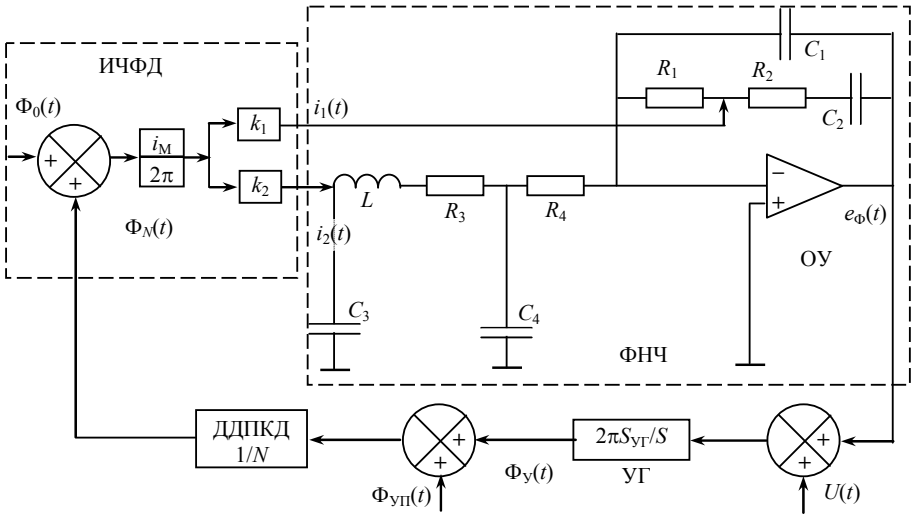



Рис. 1. $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ с линейной системой с двумя токами накачки ЧФД

На рис. 1 приняты следующие обозначения: $\Phi_{\text{О}}(t)$, $\Phi_N(t)$ и $\Phi_{\text{У}}(t)$ – фазы сигналов опорного делителя (ОД), ДДПКД и УГ соответственно; $\Phi_{\text{УП}}(t)$ – помеха на входе УГ (в соответствии с правилами преобразования в линейных структурных схемах $\Phi_{\text{УП}}(t)$ можно перенести к входу ЧФД со значением $\Phi_{\text{УП}}(t)/N$); $e_{\Phi}(t)$ – напряжение на выходе ФНЧ; $N$ – целое значение дробного коэффициента деления ДДПКД; $i_1(t)$ и $i_2(t)$ – два тока накачки, равные соответственно $i_1(t) = k_1 i_M \Delta\Phi(t)\left[1(t) - 1(t - t_k)\right]$ и $i_2(t) = i_M k_2 \Delta\Phi(t) 1(t - t_k)$; $k_1$ и $k_2$ – коэффициенты усиления; $i_M$ – максимальное значение тока $i_2(t)$; $t_k$ – некоторый момент времени выключения тока $i_1(t)$ и включения тока $i_2(t)$; $\Delta\Phi(t) = \Phi_{\text{О}}(t) - \Phi_N(t)$.

Передаточную функцию непрерывной линеаризованной разомкнутой системы ФАПЧ на рис. 1 с идеальным ОУ для $k_2 = 1$ можно представить в виде

$$G(s) = \frac{\Phi_N(s)}{\Phi_{\text{О}}(s)} = \frac{-k_1 i_M S_{\text{УГ}} (T_{11}s+1)}{s^2 N (C_1 + C_2)(T_{21}s + 1)} +$$

$$+\frac{-i_M S_{\text{УГ}}(T_{21}s+1)}{s^2 N(C_1+C_2)(T_{21}s+1)\left[R_4C_4LC_3s^3+(LC_3+R_4C_4R_3C_3)s^2+(R_4C_3+R_4C_4+R_3C_3)s+1\right]},$$

где $T_{11}=R_2C_2$, $T_{21}=(R_2+R_1)\dfrac{C_2C_1}{C_2+C_1}$, $T_{12}=(R_2+R_1)C_2$.

В работе [5] показано, что в зависимости от порядка *dsm_order* дельта-сигма-модулятора (ДСМ), используемого в ДДПКД, порядок системы ФАПЧ $m$ должен соответствовать неравенству $m \ge dsm_order+1$. Поэтому предлагаемую на рис. 1 схему ФАПЧ 6-го порядка можно рекомендовать для $dsm_order=4$. Для ФАПЧ 5-го порядка ($m=5$) элементы ФНЧ $R_4$, $C_4$ равны нулю, а для ФАПЧ 4-го порядка ($m=4$) элементы ФНЧ $C_4$, $L$, $R_4$ равны нулю. Поэтому в соотношении $R_4C_4LC_3s^3+(LC_3+R_4C_4R_3C_3)s^2+(R_4C_3+R_4C_4+R_3C_3)s+1=(1+T_{23}s)^{dsm_order-1}$ коэффициенты при $s^3$ и $s^2$ в зависимости от значения *dsm_order* могут быть равными нулю.

Для улучшения качества спектральных и динамических характеристик $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ большое значение имеет ФНЧ, который должен быть таким, чтобы получить требуемый компромисс между шумовой характеристикой и временем установления частоты (временем ПП). Поэтому правильный расчет параметров ФНЧ важен для оптимальной работы синтезатора. Параметрический синтез системы ФАПЧ сводится к необходимости производить выбор параметров ФНЧ при полностью заданной его структуре до и после момента коммутации $t_k$, когда задана часть значений параметров $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ ($\omega_{\text{Б}}$, $N$, $i_M$, $S_{\text{УГ}}$, $k_1$ и $k_2$, $\varphi_{\text{зап}}$, $M$ или $R_M$).

Далее приведем формулы для параметрического синтеза системы ФАПЧ на рис. 1, имеющей передаточную функцию в разомкнутом состоянии до коммутации ($t < t_k$)

$$G_{\text{ФАП1}}(s)=\frac{\Phi_{\text{У}}(s)}{\Phi_N(s)}=$$

$$=\frac{ki_M S_{\text{УГ}}(T_{11}s+1)}{(C_1+C_2)Ns^2(T_{21}s+1)}=\frac{\omega_{\text{Б1}}^2(T_{11}s+1)}{s^2(T_{21}s+1)}$$

и после коммутации ($t > t_k$)

$$G_{\text{ФАП2}}(s)=\frac{\Phi_{\text{У}}(s)}{\Phi_N(s)}=$$

$$=\frac{i_M S_{\text{УГ}}(T_{12}s+1)}{(C_1+C_2)Ns^2(T_{21}s+1)(T_{23}s+1)^3}\approx\frac{\omega_{\text{Б2}}^2(T_{12}s+1)}{s^2(T_{22}s+1)},$$

где $T_{23}$ определяется из уравнения

$$R_4C_4LC_3s^3+(LC_3+R_4C_4R_3C_3)s^2+$$

$$+(R_4C_3+R_4C_4+R_3C_3)s+1=(1+T_{23}s)^3,$$

а $T_{22}=T_{21}+3T_{23}$.

1. *Параметрический синтез с применением показателя колебательности M* [4]:

$$T_{11}=\frac{\sqrt{M_1/(M_1-1)}}{\omega_{\text{Б1}}},$$

$$T_{21}=\frac{\sqrt{M_1/(M_1-1)}}{[(M_1+1)\omega_{Б1}]},$$

$$T_{12}=\frac{\sqrt{M_2/(M_2-1)}}{\omega_{Б2}},$$

$$T_{22}=T_{21}+(dsm_order-1)T_{23}=\frac{\sqrt{M_2/(M_2-1)}}{[(M_2+1)\omega_{\text{Б2}}]},$$

где $M_1$, $M_2$ – показатели колебательности для синтеза системы ФАПЧ на интервале времени $t<t_k$ и $t>t_k$ соответственно;

$$\omega_{\text{Б1}}=\sqrt{\frac{i_M S_{\text{УГ}}k_1}{(C_1+C_2)N}},\ \omega_{\text{Б2}}=\sqrt{\frac{i_M S_{\text{УГ}}}{(C_1+C_2)N}},$$

$$\omega_{Б1}/\omega_{Б2}=\sqrt{k_1}.$$

2. *Параметрический синтез с применением показателя колебательности* $R_M$:

$$T_{11}=\frac{\sqrt{(R1_M+1)/R1_M}}{\omega_{Б1}},$$

$$T_{21}=\frac{(R1_M-1)}{\left(\sqrt{(R1_M+1)R1_M}\,\omega_{Б1}\right)},$$

$$T_{12}=\frac{\sqrt{(R2_M+1)/R2_M}}{\omega_{Б2}},$$

$$T_{22} = \frac{(R2_M - 1)}{\left(\sqrt{(R2_M + 1)R2_M}\,\omega_{Б2}\right)},$$

3. *Параметрический синтез с применением расчета на значение:*

– запаса устойчивости по фазе $\varphi_{зап1}$ на частоте среза системы ФАПЧ $\omega_{ср1} = \omega_{Б1}^2 T_{11}$:

$$T_{11}/T_{21} = 1 + 2\tan^2(\varphi_{зап1}) + \\ + \sqrt{\left[1 + 2\tan^2(\varphi_{зап1})\right]^2 - 1},$$

$$T_{11} = (T_{11}/T_{21})\,\hat{}\,0{,}25/\omega_{Б1};$$

– запаса устойчивости по фазе $\varphi_{зап2}$ на частоте среза системы ФАПЧ $\omega_{ср2} = \omega_{Б2}^2 T_{12}$:

$$T_{12}/T_{22} = 1 + 2\tan^2(\varphi_{зап2}) + \\ + \sqrt{\left[1 + 2\tan^2(\varphi_{зап2})\right]^2 - 1},$$

$$T_{12} = (T_{12}/T_{22})\,\hat{}\,0{,}25/\omega_{Б2}.$$

Приведем соотношения для выбора элементов ФНЧ 5-го порядка по следующей методике:

$$C_1 + C_2 = i_M S_{УГ} \Big/ \omega_{Б2}^2 N,$$

$$C_1 = (C_1 + C_2)\, T_{21} \Big/ T_{12},$$

$$C_2 = (C_1 + C_2) - C_1,$$

$$(R_1 + R_2) = T_{12}/C_2,$$

$$R_2 = (R_1 + R_2)\, T_{11}/T_{12},$$

$$R_1 = (R_1 + R_2) - R_2.$$

Обозначим $\tau_1 = C_3 R_3$, $\tau_2 = C_4 R_4$, $\tau_3 = C_3 R_4$, $\tau_{sum} = T_{22} - T_{21}$. Примем $\tau_2 = 0{,}7\tau_{sum}/3$, $R_3 = 100$ Ом, тогда

$$LC_3 = \frac{(\tau_{sum}/3)^3}{\tau_2},$$

$$\tau_1 = \left[3(\tau_{sum}/3)^2 - LC_3\right] \Big/ \tau_2,$$

$$\tau_3 = 3(\tau_{sum}/3) - \tau_1 - \tau_2,$$

$$C_3 = \tau_1/R_3,\ R_4 = \tau_3/C_3,$$

$$C_4 = \tau_2/R_4,\ L = LC_3/C_3.$$

Для элементов ФНЧ 4-го порядка примем $R_3 = 100$ Ом, тогда $C_3 = \tau_{sum}/R_3$, $L = \tau_{sum}^2/4C_3$. Для элементов ФНЧ 3-го порядка примем $R_3 = 100$ Ом, тогда $C_3 = \tau_{sum}/R_3$.

Далее воспользуемся методом пространств состояний. В качестве состояний примем значения напряжения на конденсаторах и значения тока в индуктивностях ФНЧ (для ФНЧ на рис. 1 $U_{C3}(t)$, $U_{C4}(t)$, $U_{C1}(t)$, $U_{C2}(t)$ – напряжения на конденсаторах $C_3$, $C_4$, $C_1$, $C_2$ соответственно, ток $i_L(t)$ через индуктивность $L$ и $\Phi_У(t)$ – фаза УГ). В качестве выходных сигналов используем значения отклонений от номинала частоты $\Delta f_{УГ} = S_{УГ} e_Ф(t)$ и фазы $\Phi_У(t)$ сигнала УГ. Тогда в соответствии с рис. 1 дифференциальное уравнение, описывающее систему ФАПЧ, имеет вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{AX} + \mathbf{BU}, \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{CX} + \mathbf{DU}, \end{aligned}\right\}$$

где $\mathbf{X}$ – вектор состояния системы ФАПЧ; $\mathbf{A}$ – матрица системы ФАПЧ; $\mathbf{B}$ – матрица вектора управления $\mathbf{U} = [\Phi_0(t); U(t)]$; $\mathbf{Y}$ – вектор выхода (для схемы на рис. 1 $\mathbf{Y} = [\Phi_У(t); \Delta f_{УГ}(t)]$); $\mathbf{C}$ – матрица выхода; $\mathbf{D}$ – матрица компенсации; для системы ФАПЧ 6-го порядка $\mathbf{X} = [U_{C3}(t); U_{C1}(t); U_{C2}(t); U_{C4}(t); i_L(t); \Phi_У(t);]$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1/C_3 & i_M k_2(t)/(2\pi N C_3) \\ 1 & -1/R_{12}C_1 & 1/R_{12}C_1 & -1/R_4 C_1 & 0 & -i_M k_1(t) R_2/(2\pi N R_{12} C_1) \\ 0 & 1/R_{12}C_2 & -1/R_{12}C_2 & 0 & 0 & -i_M k_1(t) R_1/(2\pi N R_{12} C_2) \\ 0 & 0 & 0 & -1/R_4 C_4 & 1/C_4 & 0 \\ 1/L & 0 & 0 & -1/L & -R_3/L & 0 \\ 0 & 2\pi S_{УГ} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

– матрица, в которой $R_{12} = R_1 + R_2$, $k_1(t) = k_1\left[1(t-t_3) - 1(t-t_k)\right]$, $k_2(t) = 1(t-t_k)$;

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} i_M k_2(t)/(2\pi C_3) & 0 \\ -i_M k_1(t) R_2/(2\pi R_{12} C_1) & 0 \\ -i_M k_1(t) R_1/(2\pi R_{12} C_2) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};\ \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S_{\text{УГ}} \end{bmatrix}.$$

Матрицы и векторы для системы ФАПЧ 5-го и 4-го порядков имеют вид

$$\mathbf{X}_5 = \left[U_{C3}(t); U_{C1}(t); U_{C2}(t); i_L(t); \Phi_{\text{У}}(t);\right],$$

$$\mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} i_M k_2(t)/(2\pi C_3) & 0 \\ -i_M k_1(t) R_2/(2\pi R_{12} C_1) & 0 \\ -i_M k_1(t) R_1/(2\pi R_{12} C_2) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1/C_3 & i_M k_2(t)/(2\pi N C_3) \\ 0 & -1/R_{12}C_1 & 1/R_{12}C_1 & -1/C_1 & -i_M k_1(t) R_2/(2\pi N R_{12} C_1) \\ 0 & 1/R_{12}C_2 & -1/R_{12}C_2 & 0 & -i_M k_1(t) R_1/(2\pi N R_{12} C_2) \\ 1/L & 0 & 0 & -R_3/L & 0 \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}_4 = \left[U_{C3}(t); U_{C1}(t); U_{C2}(t); \Phi_{\text{У}}(t);\right],\ \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} i_M k_2(t)/(2\pi C_3) & 0 \\ -i_M k_1(t) R_2/(2\pi R_{12} C_1) & 0 \\ -i_M k_1(t) R_1/(2\pi R_{12} C_2) & 0 \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} \end{bmatrix},\ \mathbf{C}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & S_{\text{УГ}} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -1/R_3C_3 & 0 & 0 & i_M k_2(t)/(2\pi N C_3) \\ -1/R_3C_1 & -1/R_{12}C_1 & 1/R_{12}C_1 & -i_M k_1(t) R_2/(2\pi N R_{12} C_1) \\ 0 & 1/R_{12}C_2 & -1/R_{12}C_2 & -i_M k_1(t) R_1/(2\pi N R_{12} C_2) \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Отметим, что матрицы **X**, **B**, **Y**, **D** записаны в соответствии с правилами оформления матриц в системе MatLab.

На рис. 2 приведена реакция моделей систем ФАПЧ 4-го, 5-го и 6-го порядков на единичные ступенчатые функции $\Phi_{\text{О}}(t) = 1(t)$ и $U(t) = 1(t)$ как функция MatLab *step*(*sys _ fap*1) для $t > t_k$ (система ФАПЧ 4-го порядка – штриховые линии, 5-го порядка – штрихпунктирные линии, 6-го порядка – непрерывные линии) и $t < t_k$ (непрерывные линии для более быстрых процессов). Модель системы ФАПЧ *sys _ fap*1 подкласса *ss* [3] образована функцией из MatLab *sys _ fap*1 = *ss*(**A**,**B**,**C**,**D**).

Параметры ФАПЧ синтезированы по приведенным выше формулам для значений $M_1 = M_2 = 1.3$, $k_1 = 32$, $i_M = 130$ мкА, $\omega_{\text{Б2}} = 10000$ рад/с, $S_{\text{УГ}} = 15$ мГц/В, $N = 2210$.

По рис. 2 можно оценить быстродействие системы ФАПЧ в режимах работы до ($t < t_k$) и после ($t > t_k$) коммутации. Из анализа рис. 2 видно, что для предложенной методики синтеза системы ФАПЧ реакция на единичные ступенчатые функции $\Phi_{\text{О}}(t) = 1(t)$ и $U(t) = 1(t)$ слабо зависит от порядка описывающих ее дифференциальных уравнений.

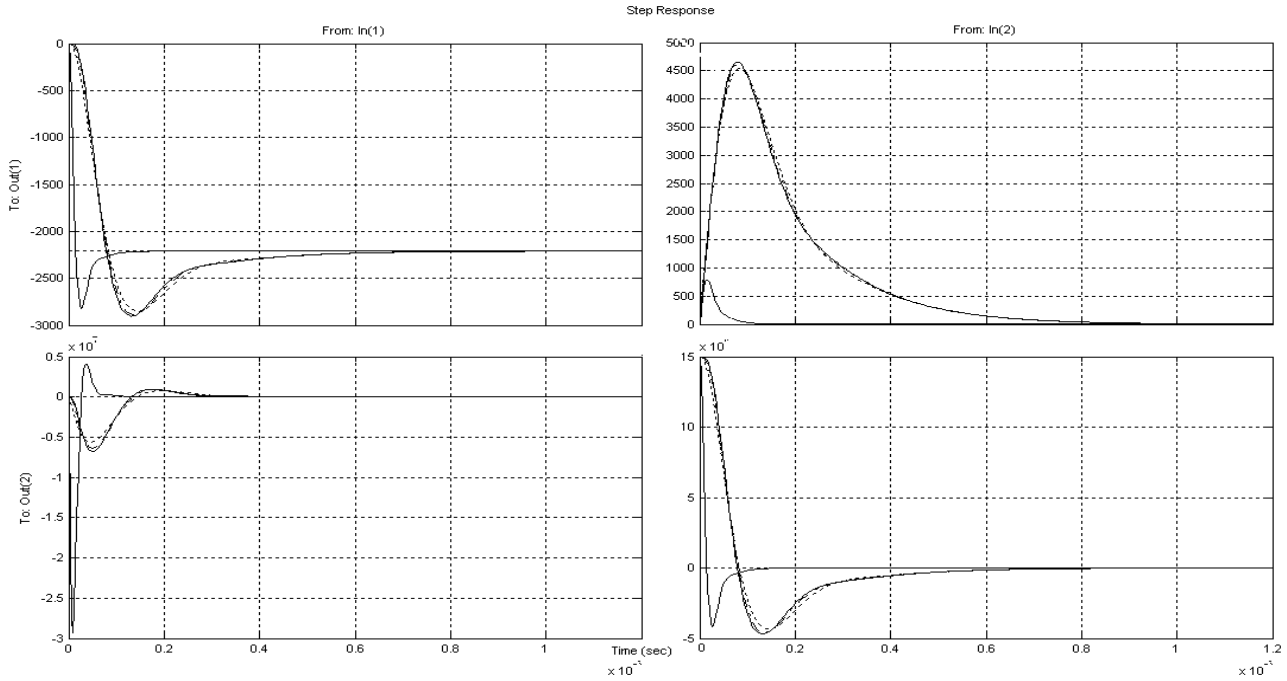



Рис. 2. Реакция линейной системы ФАПЧ 4-го и 6-го порядков на единичные ступенчатые функции $\Phi_{\text{О}}(t)=1(t)$ и $U(t)=1(t)$ ( $In(1)=\Phi_{\text{О}}(t)$, $In(2)=U(t)$, $Out(1)=\Phi_{\text{У}}(t)$, $Out(2)=\Delta f_{\text{УГ}}(t)$ )

Рассмотрим схему $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ на рис. 3 с активным коммутируемым ФНЧ и одним током накачки ЧФД. Режим работы такого устройства имеет два интервала времени: на первом интервале ($t<t_k$) ключи Кл1, Кл2 и Кл3 замкнуты (соответственно, резистор $R_{21}$ подключен к $R_{22}$, резистор $R_{11}$ подключен к $R_{12}$ и резистор $R_{31}$ подключен к $R_{32}$), ток накачки ЧФД $i(t)=k_1 i_M 1(t)$, где $k_1>1$; на втором интервале ($t>t_k$) ключи Кл1, Кл2 и Кл3 разомкнуты (соответственно, резистор $R_{21}$ отключен от $R_{22}$, резистор $R_{11}$ отключен от $R_{12}$ и резистор $R_{31}$ отключен от $R_{32}$), ток накачки ЧФД $i(t)=i_M 1\left(t-t_k\right)$. То есть система $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ обладает повышенным быстродействием на первом интервале времени (до коммутации) и повышенной фильтрующей способностью к помехам с выхода ЧФД на втором интервале времени (после коммутации).

«Замороженные» передаточные функции непрерывной разомкнутой ФАПЧ на рис. 3 с идеальным ОУ можно представить в виде

$$G_1(s)=\frac{\Phi_N(s)}{\Phi_{\text{О}}(s)}=$$

$$=\frac{-i_M S_{\text{УГ}} k_1\left(T_{11}s+1\right)}{s^2 N\left(C_1+C_2\right)\left(T_{21}s+1\right)\left(T_{31}s+1\right)\left(T_{41}s+1\right)}$$

до коммутации ($t<t_k$) и

$$G_2(s)=\frac{\Phi_N(s)}{\Phi_{\text{О}}(s)}=$$

$$=\frac{-S_{\text{УГ}} i_M\left(T_{12}s+1\right)}{s^2 N\left(C_1+C_2\right)\left(T_{22}s+1\right)\left(T_{32}s+1\right)\left(T_{42}s+1\right)}$$

после коммутации ($t>t_k$), где

$$T_{11}=R_{12}\,\|\,R_{11}C_1,\ T_{21}=R_{12}\,\|\,R_{11}C_1C_2/\left(C_1+C_2\right),$$

$$T_{31}=R_{21}\,\|\,R_{22}C_3,\ T_{41}=R_{31}\,\|\,R_{32}C_4,$$

$$T_{12}=R_{12}C_2,\ T_{22}=R_{12}C_1C_2/\left(C_1+C_2\right),$$

$$T_{32}=R_{22}C_3,\ T_{42}=R_{32}C_4,$$

$$R_{12}\,\|\,R_{11}=\frac{R_{12}R_{11}}{R_{12}+R_{11}},$$

$$R_{21}\,\|\,R_{22}=\frac{R_{21}R_{22}}{R_{21}+R_{22}},$$

$$R_{31}\,\|\,R_{32}=\frac{R_{31}R_{32}}{R_{31}+R_{32}}.$$

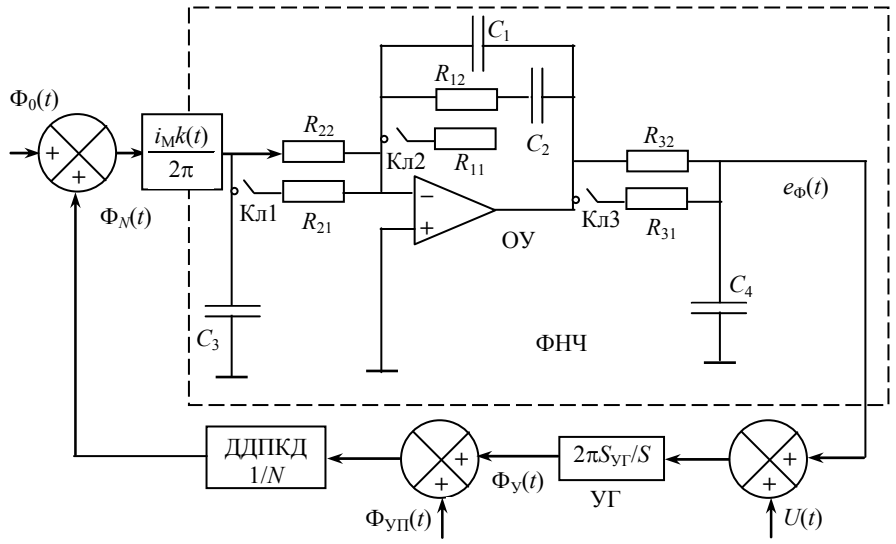



Рис. 3. $СЧ_{ФАПЧ}$ с линейной системой с коммутируемыми элементами активной схемы ФНЧ

Для схемы $СЧ_{ФАПЧ}$ на рис. 3 выражения для параметрического синтеза следующие:

*1. Параметрический синтез с применением показателя колебательности M:*

$$T_{11} = \frac{\sqrt{M_1/(M_1-1)}}{\omega_{Б1}},$$

$$\sum_{i=2}^{4} T_{i1} = \frac{\sqrt{M_1/(M_1-1)}}{\left[(M_1+1)\omega_{Б1}\right]},$$

$$T_{12} = \frac{\sqrt{M_2/(M_2-1)}}{\omega_{Б2}},$$

$$\sum_{i=2}^{4} T_{i2} = \frac{\sqrt{M_2/(M_2-1)}}{\left[(M_2+1)\omega_{Б2}\right]}.$$

*2. Параметрический синтез с применением показателя колебательности $R_M$:*

$$T_{11} = \frac{\sqrt{(R1_M+1)/R1_M}}{\omega_{Б1}},$$

$$\sum_{i=2}^{4} T_{i1} = \frac{(R1_M-1)}{\left(\sqrt{(R1_M+1)R1_M}\,\omega_{Б1}\right)},$$

$$T_{12} = \frac{\sqrt{(R2_M+1)/R2_M}}{\omega_{Б2}},$$

$$\sum_{i=2}^{4} T_{i2} = \frac{(R2_M-1)}{\left(\sqrt{(R2_M+1)R2_M}\,\omega_{Б2}\right)}.$$

*3. Параметрический синтез с применением расчета на значение:*

– запаса устойчивости по фазе $\varphi_{зап1}$ на частоте среза системы ФАПЧ $\omega_{ср1} = \omega_{Б1}^2 T_{11}$:

$$T_{11}\Big/\sum_{i=2}^{4} T_{i1} = 1 + 2\tan^2(\varphi_{зап1}) + \sqrt{\left[1+2\tan^2(\varphi_{зап1})\right]^2 - 1},$$

$$T_{11} = \left[T_{11}\Big/\sum_{i=2}^{4} T_{i1}\right] \wedge 0{,}25/\omega_{Б1},$$

где $\omega_{Б1} = \sqrt{\dfrac{i_M k_1 S_{УГ}}{(C_1+C_2)N}}$;

– запаса устойчивости по фазе $\varphi_{зап2}$ на частоте среза системы ФАПЧ $\omega_{ср2} = \omega_{Б2}^2 T_{12}$:

$$T_{12}\Big/\sum_{i=2}^{4} T_{i2} = 1 + 2\tan^2(\varphi_{зап2}) + \sqrt{\left[1+2\tan^2(\varphi_{зап2})\right]^2 - 1},$$

$$T_{12} = \left[T_{12}\Big/\sum_{i=2}^{4} T_{i2}\right] \wedge 0{,}25/\omega_{Б2},$$

где

$$\omega_{Б2} = \sqrt{\frac{i_M S_{УГ}}{(C_1+C_2)N}},\quad \frac{\omega_{Б1}}{\omega_{Б2}} = \sqrt{k_1}.$$

Приведем соотношения для элементов ФНЧ 4-го порядка при условии $T_{22} \approx T_{32} \approx T_{42} = \sum_{i=2}^{4} T_{i2} \Big/ 3$:

$$C_1 + C_2 = i_M S_{\text{УГ}} \Big/ \omega_{\text{Б2}}^2 N,$$

$$C_1 = (C_1 + C_2) T_{12} \Big/ T_{22},$$

$$C_2 = (C_1 + C_2) - C_1,\ R_{12} = T_{12}/C_2.$$

Если примем $R_{22} = R_{32} = R_{12}$, то тогда $C_3 = T_{32}/R_{32}$, $C_4 = T_{42}/R_{42}$, $R_{i1} = \dfrac{R_{i2}}{(T_{i2}/T_{i1} - 1)}$, $i = 1 \div 3$.

Для системы ФАПЧ 4-го порядка (при условии $T_{22} \approx T_{32} = \sum_{i=2}^{3} T_{i2} \Big/ 2$ и $R_{32} = 0,\ C_4 = 0$) выражения для параметрического синтеза остаются такими же с заменой $\sum_{i=2}^{4} T_{i2} \Big/ 2$ на $\sum_{i=2}^{3} T_{i2} \Big/ 2$, $R_{i1} = \dfrac{R_{i2}}{(T_{i2}/T_{i1} - 1)}$, $i = 1 \div 2$.

Для системы ФАПЧ 3-го порядка ($R_{32} = 0,\ C_4 = 0$ и $R_{22} = 0,\ C_3 = 0$) выражения для параметрического синтеза остаются такими же с заменой $\sum_{i=2}^{4} T_{i2} \Big/ 2$ на $T_{22}$, $R_{11} = \dfrac{R_{12}}{(T_{12}/T_{11} - 1)}$.

Пространства состояний для линейной системы ФАПЧ 5-го порядка с таким ФНЧ имеют вид

$$\mathbf{X}_5 = \left[U_{C1}(t); U_{C2}(t); U_{C3}(t); U_{C4}(t); \Phi_y(t);\right],$$

матрицы **B** имеют два значения для интервалов времени $t < t_k$ и $t > t_k$:

$$\mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ i_M k(t) \big/ (2\pi C_3) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} \end{bmatrix},$$

где $k(t) = k_1$ для $t < t_k$ и $k(t) = 1$ для $t > t_k$;

$$\mathbf{C}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & S_{\text{УГ}} & 0 \end{bmatrix};$$

матрицы **A** имеют два значения для интервалов времени $t < t_k$ и $t > t_k$:

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} -1/R_1(t)C_1 & 1/R_1(t)C_1 & -1/R_2(t)C_1 & 0 & 0 \\ 1/T_1(t) & -1/T_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/T_3(t) & 0 & i_M k(t)/(2\pi N C_3) \\ 1/T_4(t) & 0 & 0 & -1/T_4(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 \end{bmatrix},$$

где $R_1(t) = R_{12}$ для $t > t_k$ и $R_1(t) = R_{12} \,||\, R_{11}$ для $t < t_k$; $T_1(t) = T_{11}$ для $t > t_k$ и $T_1(t) = T_{12}$ для $t < t_k$; $T_3(t) = T_{32}$ для $t > t_k$ и $T_3(t) = T_{31}$ для $t < t_k$; $T_4(t) = T_{42}$ для $t > t_k$ и $T_4(t) = T_{41}$ для $t < t_k$;

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S_{\text{УГ}} \end{bmatrix}.$$

Для системы ФАПЧ 4-го порядка ($R_{22} = 0,\ C_3 = 0$):

$$\mathbf{X}_4 = \left[U_{C1}(t); U_{C2}(t); U_{C4}(t); \Phi_{\text{У}}(t);\right],\ \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} -i_M k(t) \big/ (2\pi C_1) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_4=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & S_{\text{УГ}} & 0\end{bmatrix},\ \mathbf{A}_4=\begin{bmatrix}-1/R_1(t)C_1 & 1/R_1(t)C_1 & 0 & -i_M k(t)/(2\pi NC_1)\\ 1/T_1(t) & -1/T_1(t) & 0 & 0\\ 1/T_4(t) & 0 & -1/T_4(t) & 0\\ 0 & 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0\end{bmatrix}.$$

Для системы ФАПЧ 4-го порядка ( $R_{32}=0,\ C_4=0$ ):

$$\mathbf{X}_4=\left[U_{C1}(t);U_{C2}(t);U_{C3}(t);\Phi_{\text{У}}(t);\right],\ \mathbf{B}_4=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ i_M k(t)/(2\pi C_3) & 0\\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_4=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\ \mathbf{A}_4=\begin{bmatrix}-1/R_1(t)C_1 & 1/R_1(t)C_1 & -1/R_2(t)C_1 & 0\\ 1/T_1(t) & -1/T_1(t) & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1/T_3(t) & i_M k(t)/(2\pi NC_3)\\ 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

Для системы ФАПЧ 3-го порядка ( $R_{32}=0,\ C_4=0$ и $R_{22}=0,\ C_3=0$ ):

$$\mathbf{X}_3=\left[U_{C1}(t);U_{C2}(t);\Phi_{\text{У}}(t);\right],$$

$$\mathbf{B}_3=\begin{bmatrix}-i_M k(t)/(2\pi C_1) & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_3=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ S_{\text{УГ}} & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3=\begin{bmatrix}-1/R_1(t)C_1 & 1/R_1(t)C_1 & -i_M k(t)/(2\pi NC_1)\\ 1/T_1(t) & -1/T_1(t) & 0\\ 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

На рис. 4 приведена реакция моделей систем ФАПЧ 3-го, 4-го и 5-го порядков на единичные ступенчатые функции $\Phi_{\text{О}}(t)=1(t)$ и $U(t)=1(t)$ как функция MatLab $step(sys_fap2)$ для $t>t_k$ (система ФАПЧ 3-го порядка – штриховые линии, 4-го порядка – штрихпунктирные линии, 5-го порядка – непрерывные линии) и $t<t_k$ (непрерывные линии для более быстрых процессов).

Модель ФАПЧ $sys_fap2$ подкласса $ss$ [3] образована функцией из MatLab $sys_fap2=ss(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D})$.

Параметры ФАПЧ синтезированы по приведенным выше формулам для значений $M_1=M_2=1{,}3$, $\omega_{\text{Б1}}/\omega_{\text{Б2}}=4$, $i_M=130$ мкА, $\omega_{\text{Б2}}=10000$ рад/с, $S_{\text{УГ}}=15$ мГц/В, $N=2210$.

По рис. 4 можно оценить быстродействие системы ФАПЧ в режимах работы до ($t<t_k$) и после ($t>t_k$) коммутации. Из анализа рис. 4 видно, что для предложенной методики синтеза системы реакция на единичные ступенчатые функции $\Phi_{\text{О}}(t)=1(t)$ и $U(t)=1(t)$ слабо зависит от порядка описывающих ее дифференциальных уравнений.

Рассмотрим $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ с линейной системой ФАПЧ с пассивной схемой ФНЧ на рис. 5. Передаточную функцию непрерывной разомкнутой системы ФАПЧ этого синтезатора с пассивным ФНЧ 4-го порядка при $k_1=1,\ k_2=0$ можно представить в виде

$$G(s)=\frac{\Phi_N(s)}{\Phi_{\text{О}}(s)}=$$

$$=\frac{i_M S_{\text{УГ}}\left(T_1 s+1\right)}{s^2N\left(C_1+C_2+C_3+C_4\right)\left(T_2 s+1\right)\left(T_3 s+1\right)\left(T_4 s+1\right)}=$$

$$=\frac{i_M S_{\text{УГ}}\left(T_1 s+1\right)}{s^2N\left(A3s^3+A2s^2+A1s^1+A0\right)},$$

где $T_1=R_1C_2$, а $T_2$, $T_3$, $T_4$ – корни характеристического уравнения $A3s^3+A2s^2+A1s^1+A0=0$, в котором

$$A3=C_1C_2C_3R_1R_2R_3=A0T_2T_3T_4,$$

$$A2=C_1C_2R_1R_2\left(C_3+C_4\right)+$$

$$+C_4R_3\left(C_2C_3R_2+C_1C_3R_2+C_2C_3R_1\right)= \qquad +R_2\left(C_1+C_2\right)\left(C_3+C_4\right)+C_4R_3\left(C_1+C_2+C_3\right)=$$

$$=A0\left(T_2T_3+T_2T_4+T_3T_4\right), \qquad =A0\left(T_2+T_3+T_4\right),$$

$$A1=C_2R_1\left(C_1+C_3+C_4\right)+ \qquad A0=C_1+C_2+C_3+C_4.$$

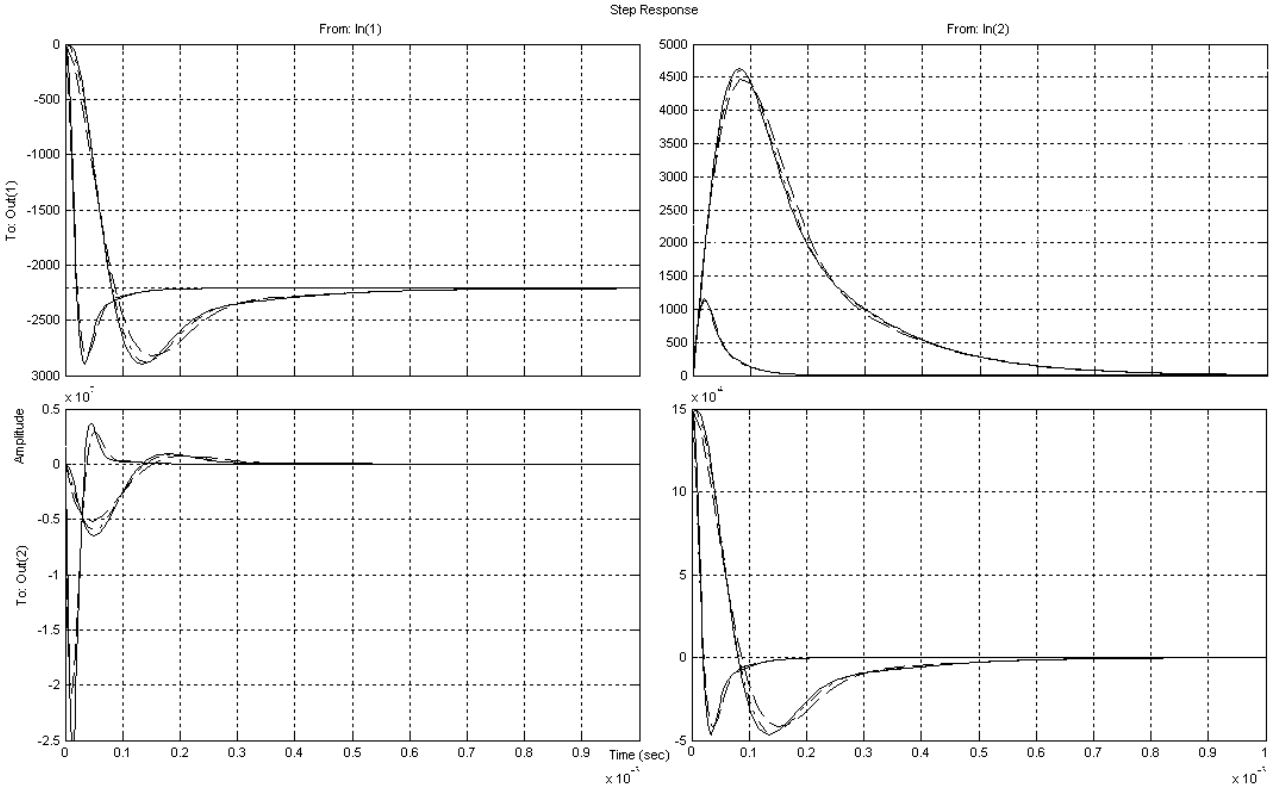



Рис. 4. Реакция линейной системы ФАПЧ 3-го, 4-го и 5-го порядков на единичные ступенчатые функции $\Phi_{\text{О}}(t)=1(t)$ и $U(t)=1(t)$ ( $In(1)=\Phi_{\text{О}}(t)$, $In(2)=U(t)$, $Out(1)=\Phi_{\text{У}}(t)$, $Out(2)=\Delta f_{\text{УГ}}(t)$ )

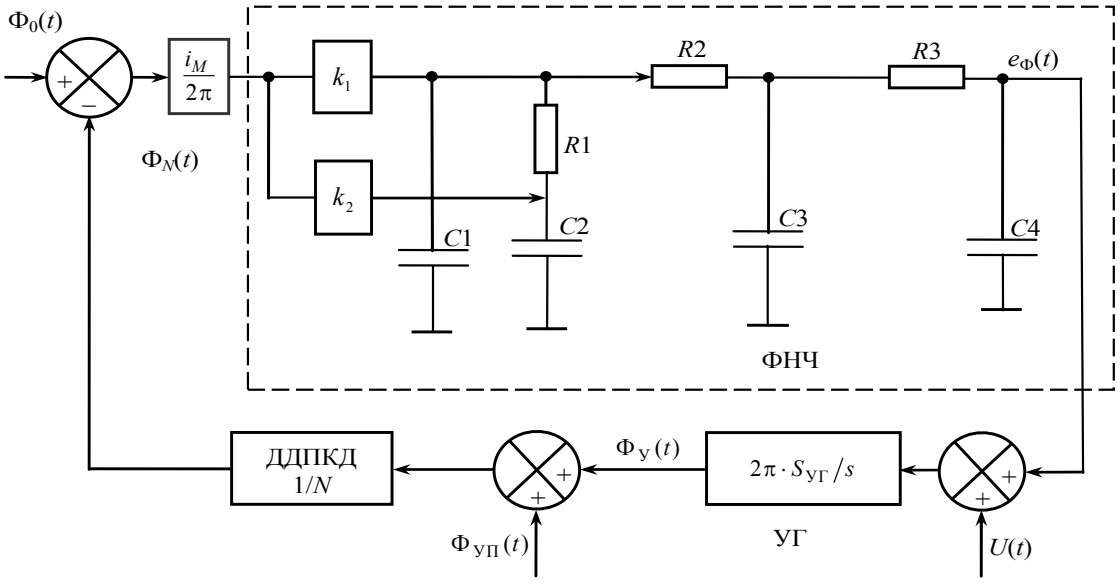



Рис. 5. $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ с линейной системой с пассивной схемой ФНЧ 4-го порядка

В $СЧ_{ФАПЧ}$ с пассивным ФНЧ 3-го порядка ($R_3 = 0,\ C_4 = 0$)

$$A3 = 0,\ \ A2 = C_1C_2R_1R_2C_3 = A0T_2T_3,$$

$$A1 = C_2R_1\left(C_1 + C_3\right) + R_2\left(C_1 + C_2\right)C_3 = A0\left(T_2 + T_3\right),$$

$$A0 = C_1 + C_2 + C_3 .$$

В $СЧ_{ФАПЧ}$ с пассивным ФНЧ 2-го порядка ($R_3 = 0,\ C_4 = 0,\ R_2 = 0,\ C_3 = 0$)

$$A3 = 0,\ \ A2 = 0,\ \ A1 = C_2R_1C_1 = T_2A0,$$

$$A0 = C_1 + C_2 .$$

Для схемы $СЧ_{ФАПЧ}$ на рис. 5 в случае $k_1 = 1,\ k_2 = 0$ выражения для параметрического синтеза следующие:

*1. Параметрический синтез с применением показателя колебательности M:*

$$T_1 = \frac{\sqrt{M/(M-1)}}{\omega_Б},\ \sum_{i=2}^{p} T_i = \frac{\sqrt{M/(M-1)}}{\left[(M+1)\omega_Б\right]};$$

*2. Параметрический синтез с применением показателя колебательности $R_M$:*

$$T_1 = \frac{\sqrt{\left(R_M + 1\right)/R_M}}{\omega_Б},$$

$$\sum_{i=2}^{p} T_i = \left(R_M - 1\right)\Big/\left(\sqrt{\left(R_M + 1\right)R_M}\,\omega_Б\right);$$

*3. Параметрический синтез с применением расчета на значение* запаса устойчивости по фазе $\varphi_{зап}$ на частоте среза системы ФАПЧ $\omega_{ср} = \omega_Б^2 T_1$:

$$\frac{T_1}{\sum_{i=2}^{p} T_i} = 1 + 2\tan^2(\varphi_{зап}) + \sqrt{\left[1 + 2\tan^2(\varphi_{зап})\right]^2 - 1},$$

$$T_1 = \left[T_1\Big/\sum_{i=2}^{p} T_i\right] \wedge 0{,}25/\omega_Б ,$$

где $\omega_Б = \sqrt{\dfrac{i_M S_{УГ}}{N(C1 + C2)}}$, $p$ – порядок ФНЧ.

Приведем соотношения для элементов ФНЧ 2-го порядка ($T_2 = R_1C_1C_2\big/\left(C_1 + C_2\right)$):

$$C_1 + C_2 = {i_M S_{УГ}}\Big/{\omega_Б^2 N},\ C_1 = \left(C_1 + C_2\right){T_2}\Big/{T_1},$$

$$C_2 = \left(C_1 + C_2\right) - C_1,\ R_1 = T_1/C_2 .$$

Соотношения для расчетов элементов ФНЧ 3-го порядка заимствуем из [6]:

$$C_1 = \frac{A2}{T_1}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{T_1}{A2}(T_1A0 - A1)}\right],$$

$$C_3 = \frac{-T_1^2C_1^2 + T_1A1C_1 - A2A0}{T_1^2C1 - A2},$$

$$C_2 = A0 - C_1 - C_3,\ R_1 = \frac{T_1}{C_2},\ R_3 = \frac{A2}{C_1C_3T_1} .$$

Соотношения между $T_2$ и $T_3$ произвольные, но при $T_2 \approx T_3$ $R_3 \to \infty$, $C_3 \to 0$ фазовые шумы УГ резко возрастают из-за тепловых шумов $R_3$, поэтому в [6] рекомендуется $T_3/T_2 < 0.4$.

Соотношения для расчетов элементов ФНЧ 4-го порядка также заимствуем из [6]:

$$C_1 = \left(c1_{T3} + c1_{T4}\right)/2,\ R_2 = \left(r2_{T3} + r2_{T4}\right)/2,$$

где

$$c1_{T3} = \frac{a2_{T3}}{T_1}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{T_1}{a2_{T3}}\left(T_1A0 - a1_{T3}\right)}\right],$$

$$c3_{T3} = \frac{-T_1^2c1_{T3}^2 + T_1a1_{T3}c1_{T3} - a2_{T3}A0}{T_1^2c1_{T3} - a2_{T3}},$$

$$r2_{T3} = \frac{a2_{T3}}{c1_{T3}c3_{T3}T_1},$$

$$a1_{T3} = A0(T_2 + T_3),\ \ a2_{T3} = A0T_2T_3,$$

$$c1_{T4} = \frac{a2_{T4}}{T_1}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{T_1}{a2_{T4}}\left(T_1A0 - a1_{T4}\right)}\right],$$

$$c3_{T4} = \frac{-T_1^2c1_{T4}^2 + T_1a1_{T4}c1_{T4} - a2_{T4}A0}{T_1^2c1_{T4} - a2_{T4}},$$

$$r2_{T4} = \frac{a2_{T4}}{c1_{T4}c3_{T4}T_1},\ a1_{T4} = A0\left(T_2 + T_4\right),$$

$$a2_{T4} = A0T_2T_4,\ \ C_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

где

$$a=\frac{A3}{(T_1C_1)^2},$$

$$b=T_1+R_2(C_1-A0)+\frac{A3}{T_1C_1}\left(\frac{1}{T_1}-k0\right),$$

$$c=k1-\frac{k0A3}{T_1},$$

$$k0=\frac{A2}{A3}-\frac{1}{T_1}-\frac{1}{C_1R_2}-\frac{(A0-C_1)T_1R_2C_1}{A3},$$

$$k1=A1-T_1A0-\frac{A3}{T_1C_1R_2}-(A0-C_1)R_2C_1,$$

$$C_3=\frac{T_1A3C_1}{R_2\left\{k0T_1A3C_1-C_2\left[A3-R_2(T_1C_1)^2\right]\right\}},$$

$$C_4=A0-C_1-C_2-C_3,$$

$$R_2=\frac{T_1}{C_2},\ R_3=A3\big/T_1R_2C_1C_3C_4\ .$$

Соотношения между значениями $T_2$, $T_3$ и $T_4$ произвольные, но $T_2\approx T_3\approx T_4$ не рекомендуется из-за резкого увеличения $R_3$.

Пространства состояний для линейной системы ФАПЧ 5-го порядка с таким ФНЧ имеют вид

$$\mathbf{X}_5=\left[U_{C1}(t);U_{C2}(t);U_{C3}(t);U_{C4}(t);\Phi_{\text{У}}(t);\right],$$

$$\mathbf{B}_5=\begin{bmatrix} i_Mk_1/(2\pi C_1) & 0\\ i_Mk_2/(2\pi C_2) & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_5=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&S_{\text{УГ}}&0\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix}0&0\\0&S_{\text{УГ}}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_5=\begin{bmatrix} -(1/R_1+1/R_2)/C_1 & 1/R_1C_1 & 1/R_2C_1 & 0 & -i_Mk_1/(2\pi NC_1)\\ 1/R_1C_2 & -1/R_1C_2 & 0 & 0 & -i_Mk_2/(2\pi NC_2)\\ 1/R_2C_3 & 0 & -(1/R_2+1/R_3)/C_3 & 1/R_3C_3 & 0\\ 0 & 0 & 1/R_3C_4 & -1/R_3C_4 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0\end{bmatrix}.$$

Пространства состояний для линейной системы ФАПЧ 4-го порядка с таким ФНЧ ($R_3=0,\ C_4=0$) имеют вид

$$\mathbf{X}_4=\left[U_{C1}(t);U_{C2}(t);U_{C3}(t);\Phi_{\text{У}}(t);\right],$$

$$\mathbf{B}_4=\begin{bmatrix} i_Mk_1/(2\pi C_1) & 0\\ i_Mk_2/(2\pi C_2) & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_4=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&S_{\text{УГ}}&0\end{bmatrix},\ \mathbf{D}=\begin{bmatrix}0&0\\0&S_{\text{УГ}}\end{bmatrix},\ \mathbf{A}_4=\begin{bmatrix} -(1/R_1+1/R_2)/C_1 & 1/R_1C_1 & 1/R_2C_1 & -i_Mk_1/(2\pi NC_1)\\ 1/R_1C_2 & -1/R_1C_2 & 0 & -i_Mk_2/(2\pi NC_2)\\ 1/R_2C_3 & 0 & -1/R_2C_3 & 0\\ 0 & 0 & 2\pi S_{\text{УГ}} & 0\end{bmatrix}.$$

Пространства состояний для линейной системы ФАПЧ 3-го порядка с таким ФНЧ ($R_2=0,\ C_3=0,\ R_3=0,\ C_4=0$) имеют вид

$$\mathbf{X}_3=\left[U_{C1}(t);U_{C2}(t);\Phi_{\text{У}}(t);\right],$$

$$\mathbf{B}_3=\begin{bmatrix} i_Mk_1/(2\pi C_1) & 0\\ i_Mk_2/(2\pi C_2) & 0\\ 0 & 2\pi S_{\text{УГ}}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_3=\begin{bmatrix}0&0&1\\S_{\text{УГ}}&0&0\end{bmatrix},\ \mathbf{D}=\begin{bmatrix}0&0\\0&S_{\text{УГ}}\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3=\begin{bmatrix} -1/R_1C_1 & 1/R_1C_1 & -i_M k_1/(2\pi NC_1) \\ 1/R_1C_2 & -1/R_1C_2 & -i_M k_2/(2\pi NC_2) \\ 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

На рис. 6 приведена реакция модели системы ФАПЧ 3-го, 4-го и 5-го порядков на единичные ступенчатые функции $\Phi_{\text{О}}(t)=1(t)$ и $U(t)=1(t)$ как функция MatLab *step*(*sys_fap3*) (система ФАПЧ 3-го порядка – штриховые линии, 4-го порядка – штрихпунктирные линии, 5-го порядка – непрерывные линии). Модель ФАПЧ $sys_fap3$ подкласса *ss* [3] образована функцией MatLab $sys_fap3 = ss(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D})$. Параметры ФАПЧ синтезированы по приведенным выше формулам для значений $\varphi_{\text{зап}}=45°$, $i_M=130$ мкА, $\omega_{\text{Б}}=10000$ рад/с, $S_{\text{УГ}}=15$ мГц/В, $N=2210$. При этом для системы ФАПЧ 4-го порядка дополнительно принималось $T_3/T_2=0,82$, а для системы ФАПЧ 5-го порядка принималось $T_3/T_2=0,4$, $T_4/T_3=0,4$.

На рис. 7 приведена диаграмма Боде – $bode(sys_fap3)$ разомкнутой системы $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ с пассивным ФНЧ 4-го порядка, рассчитанная для случая синтеза на значение запаса устойчивости по фазе $\varphi_{\text{зап}}=45°$ на частоте среза системы $\omega_{\text{ср}}=2\pi 2,5e+3$ рад/с и при распределении корней полинома $T_3/T_2=0,4$, $T_4/T_3=0,4$.

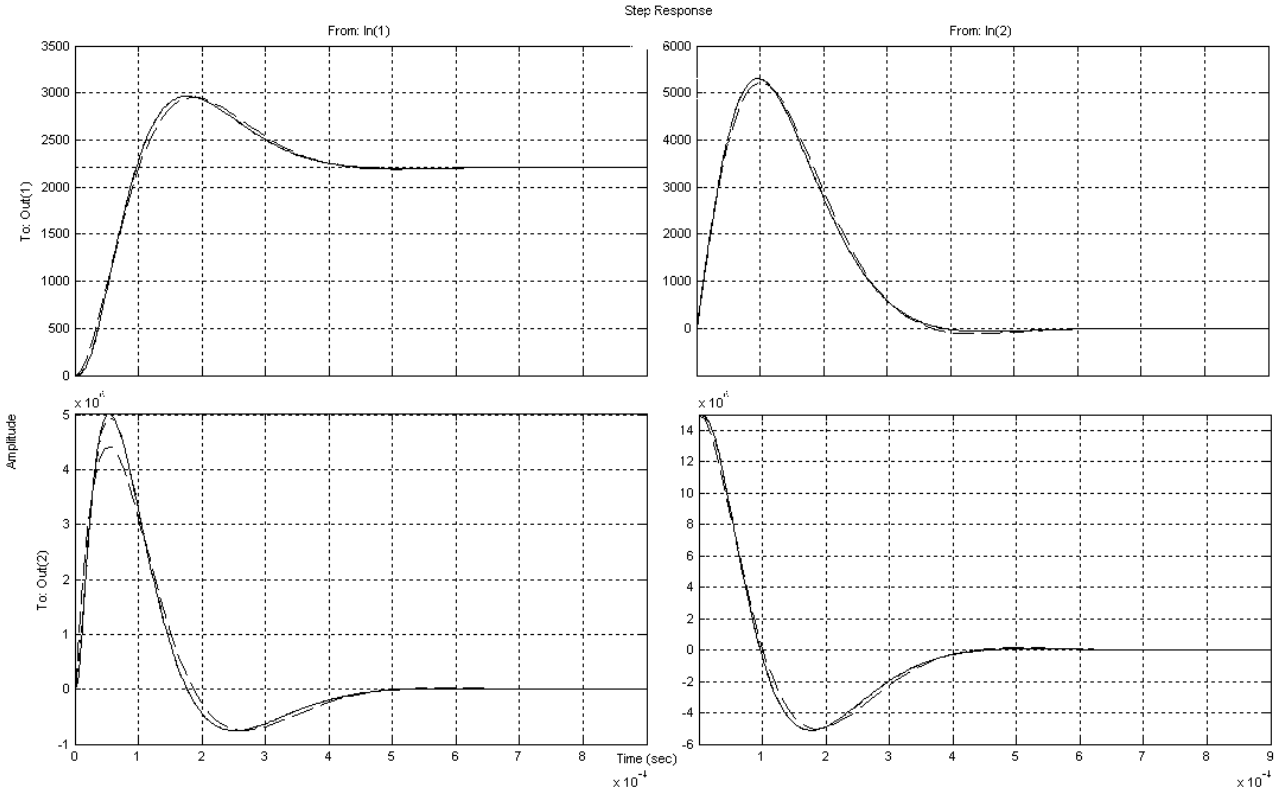



Рис. 6. Реакция линейной системы ФАПЧ 3-го, 4-го и 5-го порядков на единичные ступенчатые функции $\Phi_{\text{О}}(t)=1(t)$ и $U(t)=1(t)$ ($In(1)=\Phi_{\text{У}}(t)$, $In(2)=U(t)$, $Out(1)=\Phi_{\text{У}}(t)$, $Out(2)=\Delta f_{\text{УГ}}(t)$)

Из рис. 7 видно, что, несмотря на приближенный способ частотного синтеза параметров ФАПЧ с пассивным ФНЧ 4-го порядка, расчетный запас устойчивости по фазе $\varphi_{\text{зап}}=45°$ выдерживается с точностью, достаточной для инженерной практики.

***Заключение.*** В настоящей работе получены четверки матриц $\{\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D}\}$ для описания моделей $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ с тремя видами ФНЧ (активных и пассивных) и приведены формулы для параметрического синтеза систем ФАПЧ в частотной области. Результаты теоретических выкладок проверены программным путем в системе MatLab. Некоторые результаты расчетов, позволяющие оценить быстродействие $\text{СЧ}_{\text{ФАПЧ}}$ для частных случаев их проектирования, приведены на рис. 2, 4 и

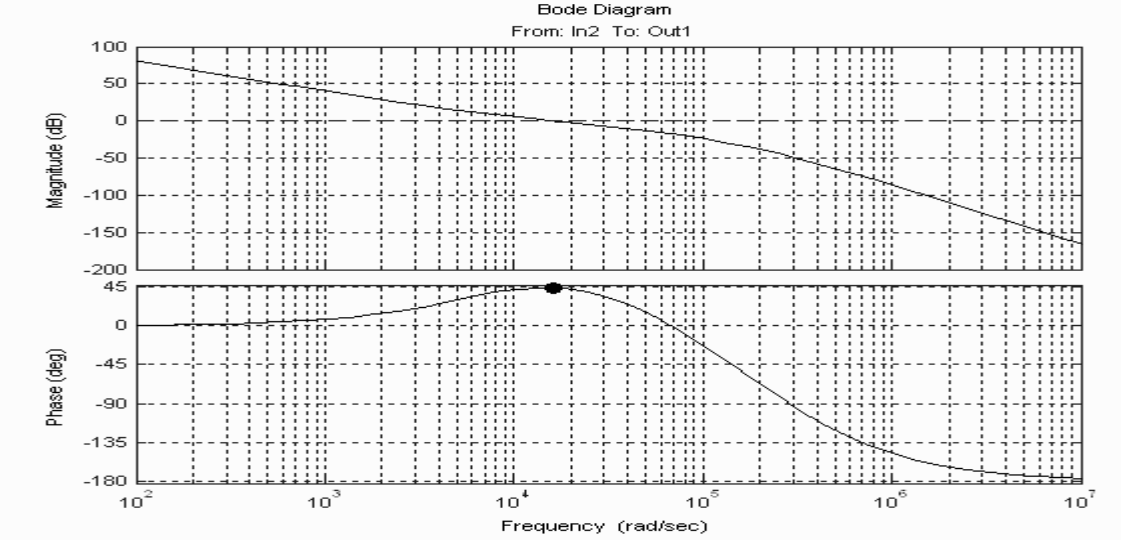



Рис. 7. Диаграмма Боде разомкнутой системы $СЧ_{ФАПЧ}$ с пассивным ФНЧ 4-го порядка

6 в виде реакции линейной системы ФАПЧ 3-го, 4-го, 5-го и 6-го порядков на единичные ступенчатые функции фазы опорного сигнала и частоты управляемого генератора.

***Литература***

1. *Романов С.К.* Переходные процессы в системе ИФАПЧ с дробными делителями частоты и элементами коммутации / С.К. Романов, Н.М. Тихомиров, И.А. Марков // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2008. – № 3(72). – С. 53–69.

2. *Лазарев Ю.* Моделирование процессов и систем в MatLab. Учебный курс / Ю. Лазарев. – СПб. : Питер ; Киев : Изд. группа BHV, 2005. – 512 с.

3. *Медведев В.*С. Control System Toolbox / В.С. Медведев, В.Г. Потемкин. – М. : Диалог МИФИ, 1999. – 287 с.

4. *Левин В.А.* Синтезаторы частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки частоты / В.А. Левин, В.Н. Малиновский, С.К. Романов. – М. : Радио и связь, 1989. – 232 с.

5. *Романов С.К.* Определение помех дробности в синтезаторах частот с системами ФАПЧ, использующих дельта-сигма-модуляторы в дробных делителях частоты / С.К. Романов, И.А. Марков // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2006. – Вып. 1. – С. 97–102.

6. *Banerjee D.* PLL performance, simulation, and design. http://www.national.com.

Статья поступила в редакцию 9 февраля 2010 г.

**ПРАВИЛА НАБОРА СТАТЕЙ В НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ**
**«ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ»**

Оптимальный объем статьи – 0,5–0,7 а.л. (5–6 стр.)

**Редактор – Word 2003**

| *Размер бумаги*: | *Параметры страницы*: | | | |
|---|---|---|---|---|
| А4 – 210×297 мм | Поля: | Верхнее | – 2,5 см | Нижнее – 3 см |
| | | Левое | – 2 см | Правое – 2 см |

УДК: ШРИФТ Times New Roman, № 11

**НАЗВАНИЕ СТАТЬИ:**
**ШРИФТ Times New Roman ПОЛУЖИРНЫЙ, № 11**

Сквозную нумерацию заголовков, рисунков, формул и автоматическую ссылку на них **не применять**.
Заказать **автоматический** перенос слов.

**Инициалы, фамилия автора,** занимаемая должность, место работы, телефон или e-mail: шрифт № 11.

***Аннотация:*** *шрифт № 10, курсив.*
***Ключевые слова:*** *5–8 слов или словосочетаний.*

**Шрифт для текста** – Times New Roman, № 11, междустрочный интервал – 1, красная строка – 0,75 см; заполнение – по ширине; русские и греческие обозначения, цифры – прямой шрифт, латинские обозначения – *курсив*.

**Рисунки** предпочтительно создавать в Word, Excel, Visio для возможного их редактирования. Шрифт обозначений в рисунках – Times New Roman, № 9; цифры, русские и греческие надписи – прямой шрифт, латинские обозначения – *курсив*.
Каждый рисунок должен иметь краткое название, набранное 10-м шрифтом.

**Формулы:**
Табуляция: по центру ⊥ – 4 см, по правому краю ⌟ – 8 см.
Редактор формул – Equation 3.0 (Math Type).

| **Size (Размер)** | | **Написание символов** | |
|---|---|---|---|
| Full (обычный) | 11 pt | латинские – *курсив* | русские, греческие – прямой шрифт |
| Subscript/Superscript (крупный индекс) | 8 pt | векторы – со стрелкой наверху | матрицы – **прямой, полужирный** |
| Sub-Subscript/Superscript (мелкий индекс) | 7 pt | **Примеры:** $\left\|\mathbf{W}_{\text{нас}}^{T}\mathbf{u}_i I\right\|$; $\vec{P}_{\text{п}} \le \gamma \dfrac{T_h\left(P_{E_{\text{доп}}} - P_{E_0}\right)}{\left(T_h - T_{\text{К}}\right)\left(P_{E_1} - P_{E_0}\right)}$ | |
| Symbol | 15,5 pt | | |
| Sub-Symbol | 13 pt | | |

***Литература***

1. *Иванов И.В.* Шрифт 10, *ФИО – курсив*, далее – по новому ГОСТу для библиографического описания.

---

Статья представляется в напечатанном (1 экз.) и электронном (MS WORD 2003 doc) виде с переводом на английский язык названия статьи, сведений об авторах, аннотации и ключевых слов, **Экспертным заключением** о возможности опубликования ее в открытой печати и **Рецензии** (рецензент должен иметь ученую степень).

**Сведения об авторах:** ФИО (полностью), ученая степень, занимаемая должность, место работы, контактные телефоны, e-mail.

Плата с аспирантов за публикацию статей не взимается.

**Адрес редакции:**

394018, г.Воронеж, ул.Плехановская, 14
ОАО «Концерн «Созвездие», редакция журнала
«Теория и техника радиосвязи».
Тел. 252-13-59, 259-37-05
Факс: (473) 235-50-88
E-mail: osp@sozvezdie.su