ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 2/2012

Воронеж 2012

Главный редактор
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель
докт.техн.наук, проф., чл.-кор. РАН
В.И. БОРИСОВ

Зам. председателя
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

докт. физ.-мат. наук, проф.
Э.К. АЛГАЗИНОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
А.С. БАГДАСАРЯН (г. Москва)
докт. физ.-мат. наук, проф.
Ю.С. БАЛАШОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
А.С. БУГАЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
В.И. ВЛАДИМИРОВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.В. ЗАВРАЖНОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.И. КУЗНЕЦОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, с.н.с.
И.И. МАЛЫШЕВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф.
Ю.Б. НЕЧАЕВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.Н. ПОВЕТКО (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Ю.С. СУХОРУКОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАЕН
Б.И. ШАХТАРИН (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
А.П. ЯРЫГИН (г. Воронеж)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издаётся с 1966 года.

Выходит 4 раза в год.

В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов ОАО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки методов совмещения телекоммуникационных, измерительных и управляющих систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 05.12.00 «Радиотехника и связь» и смежным специальностям группы 05.13.00 «Информатика, вычислительная техника и управление».

Журнал входит в Перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ
для опубликования основных результатов диссертаций
на соискание учёной степени доктора и кандидата наук.

Учредитель и издатель:

ОАО «Концерн «Созвездие»

Издание зарегистрировано
в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-36740 от 1 июля 2009 г.

Подписной индекс
по Каталогу российской прессы
«Почта России» – 72972

Сайт в Интернете:
www.sozvezdie.su

Набор и верстка компьютерные
Формат 60×88 ⅛ Уч.-изд. л. – 11,2
Тираж 200 экз. Заказ № 60
Подписано в печать 17.05.2012 г.

© ОАО «Концерн «Созвездие», 2012

С О Д Е Р Ж А Н И Е

№ 2, 2012

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАДИОСВЯЗИ

Методический подход к проектированию подсистемы управления инфокоммуникационного комплекса
И.Н. Малышева, ***Ю.А. Плахотнюк***……. 5

Пропускная способность MIMO-систем в каналах с замираниями. Часть 1. Рэлеевские замирания
Т.Ф. Капаева, ***А.Е. Лимарев***, ***Ю.Н. Максюта***,
В.Г. Маркин, ***В.Н. Поветко***, ***М.В. Смагина***……..……. 11

Исследование затухания радиоволн в атмосферных аэрозолях
А.А. Кочетков, ***А.В. Останков***…… 25

Флуктуации временных задержек в системах со свободным доступом
А.В. Зюльков, ***А.А. Ефанов***…… 28

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

К вопросу о методах моделирования информационных процессов в радиотехнических системах
А.Н. Асосков, ***И.Н. Малышева***…….. 36

Расчет достоверности результатов комплексного мониторинга состояния объектов
А.В. Леньшин, ***Е.Т. Дюндиков***……..……. 45

Подходы к оптимизации методов формирования сигналов с многопозиционной модуляцией по минимуму пик-фактора
А.С. Малев, ***А.М. Соловьев***, ***В.Д. Шутов***…… 50

Быстрая автоматическая частотная настройка широкодиапазонных управляемых генераторов в синтезаторах частот
С.К. Романов, ***Н.М. Тихомиров***, ***А.И. Лукинова***, ***В.Н. Тихомиров***…… 57

Разработка математической модели сигналов для использования в каналах с многопутевым распространением
В.Д. Лукьянчиков, ***Н.Н. Семенов***……..…… 63

Интермодуляционные искажения в широкополосных усилителях с параллельной отрицательной обратной связью
Э.Н. Родионов, ***А.А. Яблонских***…… 71

О применении модельного компенсатора помех в задачах выделения гауссово-марковского процесса на фоне различных гауссовых помех
А.Е. Манохин……..…. 77

Нелинейные искажения и интермодуляционная избирательность в аналого-цифровых трактах ДКМВ диапазона
В.А. Маковий ……. 83

Формирование сигналов с мультимодальным распределением
В.А. Маковий …… 95

ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА РАДИОТЕХНИКИ

Материалы для хранения водорода
Е.В. Шведов, ***Д.Б. Омороков***, ***А.Н. Смольянинов***,
К.С. Соловьев, ***Ю.Н. Шалимов***, ***В.Н. Санин***……..…… 104

Методика расчета надежности наземных средств СВЧ радиосвязи
И.В. Сиваков……… 110

Высокоэффективный широкополосный усилитель мощности
В.Т. Аралов, ***А.С. Строев***, ***А.В. Шунулин***……115

УДК 519.7:621.39

МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ПОДСИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ИНФОКОММУНИКАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА

И.Н. Малышева, вед. инж.-программист, тел.: 8-903-850-76-31
Ю.А. Плахотнюк, вед. инж.-конструктор, тел.: 8-903-650-64-25
ОАО «Концерн «Созвездие»

Рассматриваются перспективные пути проектирования систем автоматического управления. Предложен метод построения системы управления на основе объектно-ориентированных баз данных.
Ключевые слова: *информационная подсистема, объектно-ориентированная модель.*

THE METHODICAL APPROACH TO DESIGNING OF THE SUBSYSTEM OF MANAGEMENT INFORMATION-COMMUNICATION COMPLEX

I.N. Malysheva, leading programming engineer, tel.: 8-903-850-76-31
Yu.A. Plakhotnyuk, leading design engineer, tel.: 8-903-650-64-25
JSC «Sozvezdie» Concern»

Perspective ways of realization of systems of automatic control are considered. The method of construction of management system on the basis of object-oriented databases is offered.
Keywords: *an information subsystem, object-oriented model.*

Для перспективных инфокоммуникационных комплексов с высокой степенью интеграции целевых подсистем особенно важно обеспечить их надежное устойчивое функционирование в условиях интенсивных информационных воздействий в совокупности с помеховыми факторами внешней среды. Решение подобной задачи влечет за собой необходимость представления сложного объекта комплексной моделью, включая набор структурно-функциональных свойств, выбор оптимальной схемы системы управления, включающей в себя автономные модули как компоненты, и выбор алгоритмов реализации целевых функций [1]. При этом требуется учитывать следующие основополагающие моменты:

– сложность структуры взаимодействия многих компонентов в объекте, не позволяющая представить его по частям замкнутыми подмоделями;

– комплексность процесса управления объектом в целом и его тесная связь с автономными модулями управления отдельными компонентами объекта.

С позиций теории систем автоматического управления [2, 3] оба названных фактора характеризуют комплексную систему (КС) как открытую структуру. В связи с этим исследование свойств КС позволяет представить ее концептуальной моделью в виде структуры модулей с замкнутой сетью гомеостатов и функций непрямого управления [4]. На рис. 1 показана схема топологии КС, реализующей концепцию непрямого управления сложным объектом с помощью целевых ориентиров X и парирования в сети S помех P гомеостатом G, при этом управление в группе задается логическими функционалами в структуре, содержащей S модулей.

Известная в настоящее время тенденция к интеграции систем на базе единой вычислительной платформы предполагает создание единой информационной модели, позволяющей объединить в ее рамках все множество конкретных видов оборудования, а также логические объекты (видеопотоки, служебная информация, параметрические и технологические данные, поступающие от датчиков, и т.п.). Модель должна включать правила взаимодействия технических средств и логических объектов. Несложно заметить, что все технологии логических операций с вложенными списками, листами, ячейками – это, по существу, готовая среда для реализации математических операций с комплексными объектами, которые следует хранить в базах данных.

Существующие технические решения, основанные на реляционных базах данных (БД), как правило, представляют собой совместное выполнение на одной ЭВМ нескольких модулей, реализующих функции одной из технических под-

систем. Такой способ объединения нельзя назвать полноценной интеграцией из-за ограниченных возможностей по реализации топологического аспекта элементов системы, отсутствия учета особенностей темпоральных данных и статичности структуры БД. Для интеграции различных подсистем, состоящих из множества неоднородных технических средств, необходим новый инструментарий построения информационной предметной области. Это связано с широким спектром технических средств, параметры и характеристики которых зачастую не могут быть сведены в единую таблицу. Также следует отметить возрастающую «интеллектуальность» устройств, поведенческий аспект которых не может быть адекватно отображен в рамках реляционной модели данных.

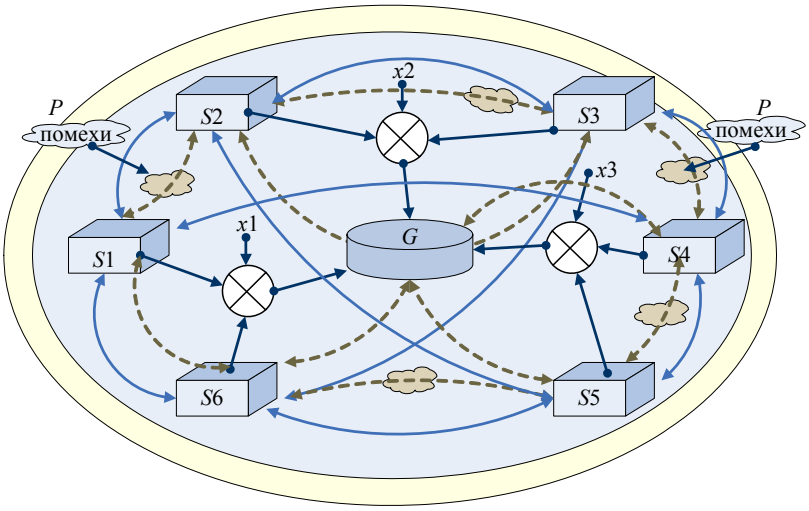


Рис. 1. Схема топологии комплексной системы

В наибольшей степени вышеуказанные требования обеспечивает реализация концепций объектно-ориентированного проектирования (ООП). ООП позволяет учесть множество неоднородных взаимосвязей между объектами без создания дополнительных отношений, так как любые типы связей изначально присутствуют в парадигме ООП.

Известно, что любая модель данных должна включать три аспекта: структурный, целостный и манипуляционный [5], которые успешно реализуются на основе парадигмы ООП. В рамках общей теории ООП структура объектной модели описывается с помощью трех ключевых понятий:

– инкапсуляция, которая подразумевает, что каждый объект обладает некоторым внутренним состоянием (хранит внутри себя запись данных), а также набором методов – процедур, с помощью которых (и только таким образом) можно получить доступ к управлению данными, определяющими внутреннее состояние объекта – в результате объекты идентифицируются как самостоятельные сущности, отделенные от внешнего мира;

– наследование, которое подразумевает возможность создания из одних классов-объектов новые классы-объекты, наследующие структуру и методы своих предков, добавляя к ним свойства и методы, отражающие их собственную индивидуальность;

– полиморфизм, который заключается в свойстве различных объектов по-разному реагировать на одинаковые внешние события в зависимости от того, как реализованы их методы.

Для поддержания целостности модели в ООП предлагается использовать следующие средства:

– автоматическое поддержание отношений наследования;

– возможность объявить некоторые поля данных и методы объекта как «скрытые», невидимые для других объектов; такие поля и методы используются только самим объектом;

– создание процедур контроля целостности внутри объекта.

Что касается манипуляционного аспекта, то на данный момент в ООП отсутствуют сколько-нибудь адекватные средства манипулирования данными, такие как реляционная алгебра или реляционное счисление.

Следующий аспект, который необходимо учитывать при разработке большей части современных приложений, связан с потребностью в обработке больших объемов данных. Управляющее приложение разрабатывается на различных объектно-ориентированных языках (C++, C#, Java и т.п.). Очевидно, что внешние данные следует представлять в той же модели. Хотя теоретически можно было бы воспользоваться объектными расширениями SQL, на практике часто предпочитают использовать промежуточное программное обеспечение «объектно-реляционного» отображения (object/relational mapping) для работы с прикладными объектами, размещаемыми в традиционных БД. Поскольку при этом в языках программирования и языках баз данных традиционно поддерживаются разные системы типов, разные способы доступа к данным, возникает опасность потери соответствия между системами типов и средствами доступа к данным языка программирования и системы баз данных. Это затрудняет разработку приложений, которые по своей специфике вынуждены часто обращаться к базе данных для доступа к необходимой информации.

Существенной особенностью приложений реального времени является наличие полуструктурированных и неструктурированных данных, а также потоковых и сенсорных данных.

Основная особенность потоковых и сенсорных данных состоит в том, что такие данные динамически генерируются с очень большой скоростью, причем ценность этих данных может стремительно падать со временем, и приложения должны успевать обрабатывать эти данные в реальном времени. В этих условиях оказывается неприемлемой традиционная технология управления данными, основывающаяся на двух- или трехзвенной системной архитектуре с выделенным сервером баз данных и размещении данных в медленной дисковой памяти.

Одна из проблем поддержки неструктурированных и мультимедийных данных в реляционных СУБД состоит в том, что эти данные в них являются вторичными по отношению к данным встроенных типов, поддерживаемых на уровне ядра СУБД. Отсюда следует неизбежное снижение эффективности СУБД при работе с такими данными.

Также современные СУБД должны обеспечивать встроенную поддержку неточных данных. Обработка запросов должна базироваться на вероятностной, недетерминированной модели. Процессор запросов должен накапливать предысторию, чтобы обеспечивать более адаптивные ответы на запросы. У пользователя должна иметься возможность задания неточных запросов, а процессор запросов должен обеспечивать адекватный ответ в пределах заданной точности.

Для решения вышеуказанных проблем авторами предлагается реализация БД системы управления на технологической основе объектно-ориентированных систем управления БД (ООСУБД). В предлагаемой системе работа с данными ведется с помощью одного из объектно-ориентированных языков (ОО-языков) программирования общего назначения (SmallTalk, C++ или Java), учитывающих специфику базы данных.

В объектно-ориентированных базах данных, в отличие от реляционных, хранятся не записи, а объекты. ОО-подход предоставляет более совершенные средства для отображения реального мира, чем реляционная модель, что обусловлено следующими причинами:

– естественное представление данных. В реляционной модели все отношения принадлежат одному уровню, именно это осложняет преобразование иерархических связей модели «сущность–связь» в реляционную модель. ОО-модель можно рассматривать послойно, на разных уровнях абстракции.

– имеется возможность определения новых типов данных и операций с ними.

В общем случае объектные СУБД реализуют как возможности баз данных, так и возможности объектно-ориентированных языков программирования (рис. 2).

Ряд свойств ООБД продекларирован в «Манифесте систем объектно-ориентированных баз данных» [6], а впоследствии закреплен в документах организации (ODMG), объединяющей ведущих производителей ООСУБД. В настоящее время действует вторая версия документа ODMG 2.0, разработанная на основе трех существующих стандартов: управление базами данных (стандарт SQL), управление объектами (стандарт OMG – Object Management Group) и стандарт на объектно-ориентированные языки программирования (C++, Smalltalk, Java).

ODMG добавляет новые возможности взаимодействия с базами данных в объектно-ориентированные языки программирования за счет введения таких свойств, как связи и транзакции, для обеспечения требуемой функциональности при взаимодействии приложений с базами данных.

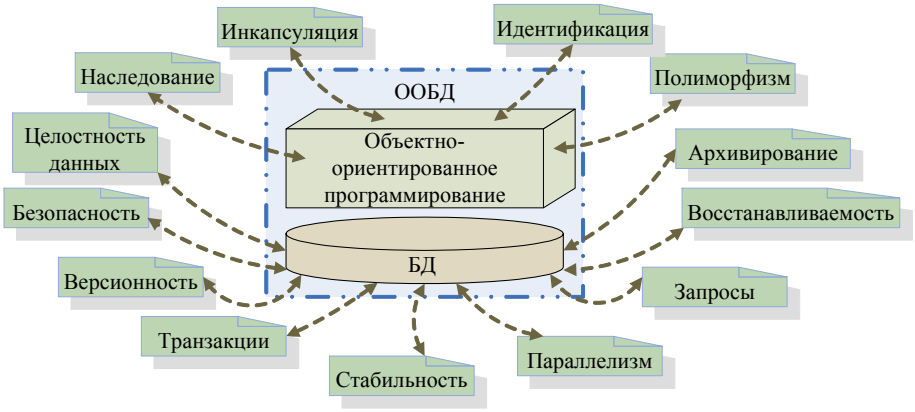


Рис. 2. Возможности объектно-ориентированных БД

Язык описания объектов (ODL – Object Definition Language) создает слой абстрактных описаний, не вдаваясь в детали реализации их методов. При этом схема базы данных становится независима как от языка программирования, так и от системы управления БД. Это позволяет переносить схему БД между различными ODMG-совместимыми СУБД и языками программирования, а также транслировать ее в другие библиотеки. Язык объектных запросов (OQL – Object Query Language) предоставляет средства обеспечения целостности объектов (вызов объектных методов и использование собственных операторов изменения данных), при этом гарантируется работоспособность и в реляционных таблицах, и в наборах объектов ODMG. Язык манипулирования объектами (OML – Object Manipulation Language) определяет стандарты связывания с объектно-ориентированными языками, что расширяет базовые ОО-языки до средств манипулирования объектами. Каждый ОО–язык имеет свой собственный OML, поэтому разработчик остается в одной языковой среде, ему нет необходимости разделять средства программирования и доступа к данным.

В ООБД имеются средства реализации классов, наследования, полиморфизма и инкапсуляции. Как правило, в ООБД реализована поддержка одного из объектно-ориентированных языков программирования. Языки программирования в ООБД во многом подобны традиционным объектно-ориентированным языкам. Различия в терминологии проявляются в дополнительной характеристике класса как устойчивого объекта, то есть обладающего способностью быть сохраненным и инициализированным.

Одним из достоинств ООБД в сравнении с реляционной базой данных является возможность отображения информации о сложных взаимосвязях объектов, позволяющая идентифицировать каждую отдельную запись базы данных и определять функции ее обработки. Основной причиной, влияющей на масштабируемость и производительность приложений, является «правильная» архитектура ООСУБД, позволяющая создавать высокопроизводительные, многопользовательские, масштабируемые решения. В [7] представлены три известные архитектурные реализации ООСУБД, каждая из которых обеспечивает распределенность, параллельную обработку и удаленный доступ, используемые для создания развитых конструкций на уровне системы. В каждой из архитектур поддерживается кэширование, обработка запросов, управление транзакциями и жизненным циклом объектов (отслеживание новых, недействительных и удаленных объектов). На рис. 3а, б, в представлены три архитектуры, основанные на контейнерах (container based), на страницах (page based) и на объектах (object based), что соответствует как единице передачи по сети, так и наиболее низкому уровню гранулированности блокировок.

Архитектура, основанная на контейнерах, ориентирована на использование на стороне клиентов. В ней используется стандартная реализация NFS для доставки по сети сегментов диска, называемых контейнерами, клиентам, в которых реализуется большинство функциональных возможностей ООСУБД. Пользовательское приложение компонуется с клиентской библиотекой ООСУБД, которая обеспечивает кэширование контейнеров, обработку запросов, управление транзакциями и жизненным циклом объектов. Каждый объект должен содержаться внутри некоторого контейнера, и любой контейнер может содержать много объектов. Может использоваться несколько контейнеров.

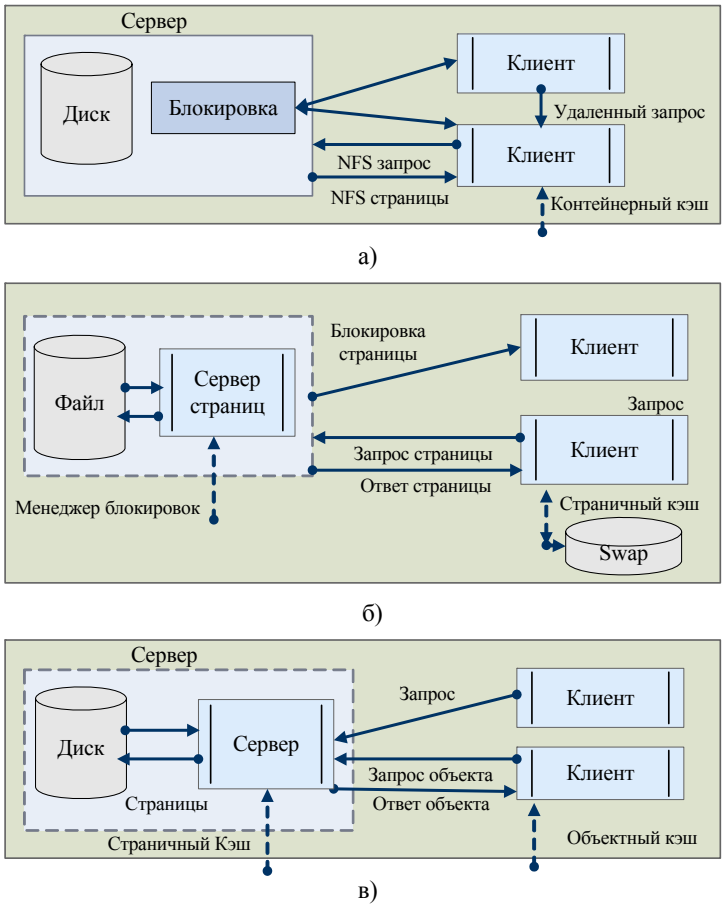


Рис. 3. Варианты архитектуры ООСУБД

Архитектура, основанная на страницах, ориентирована на использование на стороне клиентов. В этой архитектуре выполняется серверный процесс, обрабатывающий запросы страниц в модели отображения распределенной виртуальной памяти. Серверный процесс используется для доставки по сети страниц диска, которые отображаются в виртуальную память приложения, где реализуется основная часть функциональных возможностей ООСУБД. Код пользовательского приложения компонуется с клиентской библиотекой ООСУБД, обеспечивающей кэширование страниц, обработку запросов, управление транзакциями и жизненным циклом объектов.

Архитектура, основанная на объектах, является сбалансированной конструкцией, в которой кэширование и поддержка функционирования осуществляется как в процессах приложений, так и в серверных процессах. Серверный процесс кэширует страницы диска и управляет индексами, блокировками, запросами и транзакциями. Код пользовательского приложения компонуется с клиентскими библиотеками ООСУБД, обеспечивающими кэширование объектов, локальные блокировки и управление жизненным циклом объектов.

В то же время ОО-модели присущ и ряд недостатков:

– отсутствуют мощные непроцедурные средства извлечения объектов из базы. Все запросы приходится писать на процедурных языках, и проблема их оптимизации возлагается на исполнителя;

– вместо исключительно декларативных ограничений целостности (типа явного объявления первичных и внешних ключей реляционных таблиц) для обеспечения внутренней целостности необходимо писать процедурный код.

Очевидно, что оба эти недостатка связаны с отсутствием развитых средств манипулирования данными. Эта задача решается двумя способами: либо расширением ОО-языков в сторону управления данными (стандарт ODMG), либо добавлением объектных свойств в реляционные СУБД (SQL-3, а также так называемые объектно-реляционные СУБД).

Хорошо известная в настоящее время СУБД Oracle – сложная система управления базами данных. Изначально это система была исключительно реляционной, однако, начиная с версии Oracle9i, в нее стали вводиться объектно-ориентированные технологии. Например, появился механизм Flashback Query, позволяющий пользователям без внесения каких-нибудь структурных изменений в базу данных просмотреть состояние базы данных на какой-либо момент в прошлом. В Oracle10g к этой технологии добавилось еще несколько средств. Идея ООП перенесла Oracle в кластерную среду. В решении Oracle Real Application Cluster (RAC) узлы кластера имеют равноправный доступ к общей дисковой подсистеме, и для всех узлов программным образом создается единое виртуальное буферное пространство. Другими словами, логика организации RAC фактически не отличается от логики построения параллельной СУБД для симметричных мультипроцессоров. Таким образом, СУБД Oracle стала объектно-реляционной, т.е. гибридной системой.

Гибридные системы управления базами данных, такие как Oracle, совмещают в себе преимущества реляционного и объектного подхода, поэтому такие системы актуальны и подлежат изучению. Объектный подход упрощает представление сложных данных, имеющих вложенные структуры, представление которых в виде таблиц затруднено. В то же время необходимо использовать достоинства реляционных СУБД, поэтому совмещение данных технологий представляется наиболее адекватным решением существующих проблем. Использование такого подхода дает целый ряд преимуществ по быстродействию, целостности и защищенности данных при реализации единой информационной подсистемы для инфокоммуникационных объектов.

Выводы

Применение объектного подхода для проектирования систем управления подсказывает методы описания структуры и объясняет специфику построения системной модели, тождественной объекту по свойствам внешних и внутренних характеристик. Разрабатываемая технология ООБД позволяет использовать их в качестве средств наиболее естественного хранения и манипулирования создаваемыми объектами. Инновационные возможности ООБД дают необходимые средства для представления подсистем в иерархии уровней и распределения их системных ресурсов «мощности» управления. При этом интуитивно абстрагируются цели проектирования, подход к проблеме и принципы ее решения.

Таким образом, создание единой информационной модели подсистемы управляющего комплекса РС видится в переходе к объектно-ориентированным БД и применении для разработки методов ООП. При этом открываются новые пути для формализованного математического описания сложных объектов с групповыми операциями для вложенных структур, которые пока еще не используют по причине отсутствия теоретического обоснования их правомерности.

Литература

1. Иванов В.А. Вопросы идентификации и управления в проблеме обеспечения функциональной устойчивости сложных систем с длительным сроком автономной эксплуатации / В.А. Иванов // Труды VI Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO ‘07. – М. : Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2007. – С. 194–227.

2. *Дорф Р.* Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп ; пер. с англ. Б.И. Копылова. – М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 832 с.

3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учеб. пособие. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

4. Иванов В.А. Методология системной идентификации комплексных объектов и решения задачи непрямого управления их модульной структурой / В.А. Иванов // Труды VII Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO ‘08, Москва, 28–31 января 2008 г. – С.289 – 346.

5. Структуры данных и алгоритмы. Учеб. пособие : пер. с англ. / А. Ахо [и др.]. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2000. – 384 с.

6. The Object-Oriented Database System Manifesto Proc. / M. Atkinson [et al.] // 1st Int. Conf. Deductive and Object-Oriented Databases, Kyoto, Japan, Dec. 4–6, 1989.

7. *Greene R.* OODBMS ARCHITECTURES. An examination of implementations / R. Greene. – (http://www.odbms.org/download/028.01%20Greene%20OODBMS%20Architectures%20September%202006.PDF).

Статья поступила в редакцию 26 декабря 2011 г.

УДК 621.391.1

ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ MIMO-СИСТЕМ В КАНАЛАХ С ЗАМИРАНИЯМИ. ЧАСТЬ 1. РЭЛЕЕВСКИЕ ЗАМИРАНИЯ

Т.Ф. Капаева, вед. инж., тел.: (473) 252-58-22
А.Е. Лимарев, и.о. нач. отдела, e-mail: limarev@sozvezdie.su
Ю.Н. Максюта, и.о. нач. сектора, тел.: (473) 252-58-22
В.Г. Маркин, зам. нач. НИЦ-21, тел.: 8-960-111-09-38
В.Н. Поветко, нач. НИЦ-21, тел.: (473) 252-58-22
М.В. Смагина, вед. инж., тел.: (473) 252-58-22
ОАО «Концерн «Созвездие»

Приводятся алгоритмы расчета эргодической (средней) пропускной способности MIMO-систем в каналах с рэлеевскими замираниями. Рассмотрено влияние корреляции между каналами на величину средней пропускной способности. На основе неравенства Йенсена получены более простые по сравнению с точными алгоритмы расчета верхней границы для пропускной способности MIMO-систем.

Ключевые слова: *пропускная способность MIMO-канала; распределение Рэлея, Райса, Уишарта; распределение собственных значений случайной матрицы; неравенство Йенсена.*

CAPACITY OF MIMO FADING CHANNELS. PART 1. RAYLEIGH FADING

T.F. Kapaeva, chief engineer, tel.: (473) 252-58-22
A.E. Limarev, acting department chief, e-mail: limarev@sozvezdie.su
Yu.N. Maksyuta, acting sector chief, tel.: (473) 252-58-22
V.G. Markin, deputy chief of scientific and research center, tel.: 8-960-111-09-38
V.N. Povetko, chief of scientific and research center, tel.: (473) 252-58-22
M.V. Smagina, chief engineer, tel.: (473) 252-58-22
JSC «Sozvezdie» Concern»

The paper considers MIMO-systems ergodic (average) capacity algorithms in Rayleigh fading channels. The inter-channel correlation interaction on the average capacity is considered. Upper bound evaluation algorithms for MIMO-systems capacity based on Jensen inequality are shown to be simpler than exact algorithms.

Keywords: *MIMO channel capacity; Rayleigh, Ricean, Wishart distribution; distribution of random matrix eigenvalues; Jensen inequality.*

Введение

Одной из основных особенностей настоящего времени является необходимость передачи нарастающего потока информации в беспроводных сетях, функционирующих в сложных условиях распространения сигналов. При этом пропускную способность системы в соответствии с формулой Шеннона можно увеличить либо за счет расширения полосы, либо за счет увеличения мощности сигнала. Однако в современных системах связи как частотный, так и энергетический ресурсы практически исчерпаны. В связи с этим возникает необходимость поиска новых возможностей повышения пропускной способности систем передачи информации. Одним из путей повышения пропускной способности является использование многоантенных систем с множественным входом и множественным выходом (MIMO: Multiple Input – Multiple Output) [1–4]. В названии «MIMO» слова Input (вход) и Output (выход) относятся к радиоканалу между передатчиком и приемником, в котором сигнал одновременно посылается несколькими антеннами передатчика, а затем комбинация сигналов от многих антенн передатчика одновременно принимается несколькими антеннами приемника. Другими словами, MIMO-канал воспринимается как передающая среда, входами в которую являются антенны передатчика, а выходами – антенны приемника. Исследования показали [5, 6], что в некоррелированном рэлеевском MIMO-канале можно увеличить пропускную способность в n раз (где n – минимум из числа передающих и приемных антенн) по сравнению с системой с одним входом и одним выходом (SISO: Single Input – Single Output) при таком же отношении сигнал–шум.

Данное обстоятельство вызвало огромный интерес к MIMO-системам и привело к появлению большого числа публикаций, затрагивающих в основном два направления: теоретико-информационное, связанное с разработкой алгоритмов расчета пропускной способности каналов с замираниями, и практическое применение MIMO-техники и пространственно-временного кодирования [7–9]. Однако дальнейшие исследования показали, что модель рэлеевского канала без учета пространственной корреляции, которая ухудшает пропускную способность, не всегда адекватна реальному каналу [10]. В [11] показано, что антенная (или пространственная) корреляция присуща каналам с рассеянием и зависит от расстояния между передающими и приемными антеннами, а также от расстояния между антенными элементами и их конфигурации [12–14].

Другим физическим явлением, негативно сказывающимся на пропускной способности MIMO-систем, является так называемый эффект «замочной скважины» (keyhole effect). Данный эффект может проявляться при определенных условиях в каналах с очень низкой пространственной корреляцией. В математической формулировке данный эффект приводит к уменьшению ранга канальной матрицы и, как следствие, к уменьшению пропускной способности MIMO-системы [15, 16].

Целью настоящей работы является анализ алгоритмов расчета пропускной способности MIMO-систем в каналах с замираниями, сопоставление результатов, полученных из различных источников и различными методами, и модификация данных алгоритмов, направленная на повышение их вычислительной устойчивости.

Работа структурирована следующим образом: в части 1 рассматривается задача расчета приведенной пропускной способности MIMO-системы в каналах с рэлеевскими замираниями и оценки влияния корреляции между каналами на пропускную способность; в части 2 рассматриваются алгоритмы расчета эргодической пропускной способности MIMO-систем в каналах с райсовскими замираниями.

С математической точки зрения оценка пропускной способности MIMO-систем в каналах с замираниями сводится к усреднению приведенной к полосе частот мгновенной шенноновской пропускной способности [17, 18] по распределению комплексной матрицы канала или сформированной на ее основе комплексной матрицы Уишарта [19, 20]. Матрица Уишарта в зависимости от вида замираний имеет центральное (в рэлеевском канале) и нецентральное (в райсовском канале) распределение Уишарта [21, 22]. Корреляция в каналах учитывается с помощью введения корреляционной матрицы для вектора сигналов на передающей или на приемной стороне [23].

Путем несложных преобразований усреднение по распределению Уишарта можно свести к усреднению по распределению собственных значений матрицы Уишарта [24–28]. Однако несмотря на то, что, начиная с работ Уишарта, многие исследователи уделяли большое внимание данной задаче (получению распределения собственных значений), она не нашла еще своего окончательного решения в общем виде для нецентрального распределения. Для центрального распределения удается получить аналитическое выражение в замкнутой форме. Учет корреляции при этом существенно усложняет вычислительную процедуру [29, 30].

1. Модель MIMO-системы

В зависимости от количества антенн на передающей и приемной стороне различают несколько схем пространственного разнесения. Если система использует несколько антенн на передающем конце канала и одну на приемном, то ее называют MISO (Multiple Input – Single Output), если одну на передающем и несколько на приемном – SIMO (Single Input – Multiple Output). Вариант использования нескольких антенн на передающем и приемном концах соответствует MIMO-системе. Структурная схема MIMO-системы изображена на рис. 1 [2].

Сигналы, передаваемые на длительности символа, представляются в виде вектора-столбца $\mathbf{x}$ с размерностью $t \times 1$, где t – число передающих антенн, i-й элемент x_i соответствует сигналу, переданному от i-й антенны. Ковариационная матрица переданного сигнала имеет вид

$$\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\}, \qquad (1)$$

где $E\{\cdot\}$ означает математическое ожидание, а оператор $\mathbf{A}^H$ – эрмитову форму для матрицы $\mathbf{A}$, которая означает транспонирование и поэлементное комплексное сопряжение $\mathbf{A}$. Общая переданная мощность равна P. Ее можно представить в виде

$$P = \mathrm{tr}(\mathbf{R}_{xx}), \qquad (2)$$

где tr($\mathbf{A}$) означает след матрицы $\mathbf{A}$, под которым понимают сумму диагональных элементов этой

матрицы. Если характеристики канала приемнику неизвестны, то предполагается, что сигналы, переданные от отдельных антенных элементов, имеют равную мощность P/t. Ковариационная матрица для ортогональных сигналов определяется выражением

$$\mathbf{R}_{xx} = \frac{P}{t}\mathbf{I}_t, \qquad (3)$$

где $\mathbf{I}_t$ – единичная матрица $t \times t$.

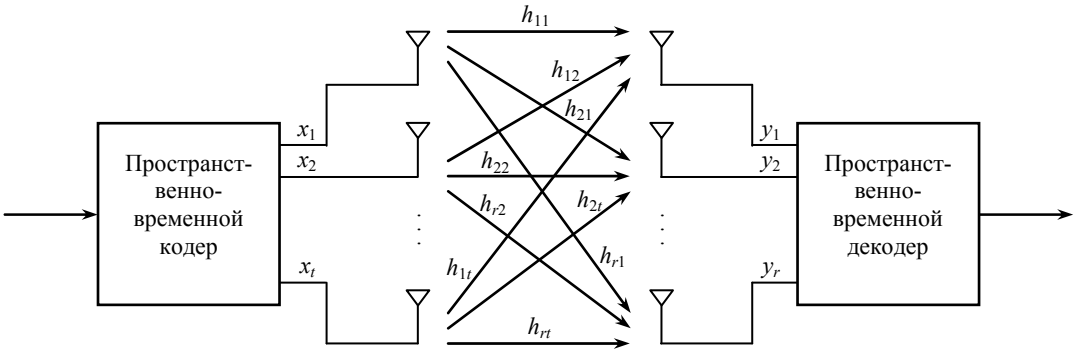


Рис. 1. Структурная схема MIMO-системы

Канал описывается комплексной матрицей передачи **H** размерности $r \times t$; где t – число передающих антенн, r – число приемных антенн, (i, j)-й элемент матрицы, обозначаемый h_{ij}, является коэффициентом передачи, характеризующим замирания в канале, соединяющем j-ю передающую и i-ю приемную антенны. Нормированное ограничение для элементов матрицы **H** в канале с фиксированными коэффициентами имеет вид

$$\sum_{j=1}^{t} |h_{ij}|^2 = t, \quad i = 1, 2, \ldots, r. \qquad (4)$$

В зависимости от решаемой задачи элементы канальной матрицы **H** могут быть детерминированными или случайными.

Шум в приемных антеннах описывается вектором-столбцом размерности $r \times 1$, обозначенным символом **n**. Компоненты вектора являются статистически независимыми комплексными случайными величинами, распределенными по гауссовскому закону с нулевым средним. Случайные величины имеют независимые действительные и мнимые части с одинаковой дисперсией. Ковариационная матрица шума на входе приемника определяется выражением

$$\mathbf{R}_{nn} = E\{\mathbf{n}\mathbf{n}^H\} = \sigma^2 \mathbf{I}_r, \qquad (5)$$

то есть в каждой из r принимающих ветвей наблюдается одинаковая мощность шума σ^2.

Приемник основан на методе максимального правдоподобия, который применяется одновременно к r приемным антеннам. Принятые сигналы представляются в виде вектора-столбца размерности $r \times 1$, обозначаемого через **y**, где каждый комплексный элемент соответствует сигналу на приемной антенне. Обозначим среднюю мощность на выходе приемной антенны через P_y. Среднее отношение сигнал–шум (ОСШ – SNR: signal-to-noise ratio) на каждой приемной антенне определяется выражением

$$\gamma = \frac{P_y}{\sigma^2}, \qquad (6)$$

где P_y – мощность принятого сигнала, σ^2 – мощность шума (дисперсия).

Так как, в силу (4), суммарная мощность, принятая каждой антенной, равна общей переданной мощности, то отношение сигнал–шум равно отношению общей переданной мощности к мощности шума в каждой приемной антенне, то есть не зависит от значения t. Таким образом, отношение сигнал–шум можно записать следующим образом:

$$\gamma = \frac{P}{\sigma^2}, \qquad (7)$$

где P – общая переданная мощность.

Используя структурную схему (рис. 1), вектор принятых сигналов можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1t} \\ \vdots & & \vdots \\ h_{r1} & \cdots & h_{rt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_r \end{bmatrix}$$

или

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \qquad (8)$$

Ковариационная матрица принятого сигнала, определяемая как $E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^H\}$, с учетом (8) имеет вид

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{H}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}^H + E\{\mathbf{n}\mathbf{n}^H\}, \qquad (9)$$

тогда как суммарная принятая мощность равна $\mathrm{tr}(\mathbf{R}_{yy})$.

2. Выражение для мгновенной пропускной способности MIMO-систем детерминированного канала

Пропускная способность MIMO-системы определяется максимально возможной скоростью передачи с произвольно малой вероятностью ошибки.

Для того, чтобы получить формулу для мгновенной пропускной способности MIMO-канала, разобьем его на независимые подканалы и воспользуемся свойством суммирования пропускной способности. С этой целью применим теорему о разложении по сингулярным числам матрицы $\mathbf{H}$ размерности $r \times t$:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H, \qquad (10)$$

где $\mathbf{D}$ – диагональная матрица с неотрицательными элементами, имеющая размерность $r \times t$; $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$ – унитарные матрицы размерности $r \times r$ и $t \times t$ соответственно. Иначе говоря,

$$\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}_r \quad \text{и} \quad \mathbf{V}\mathbf{V}^H = \mathbf{I}_t,$$

где $\mathbf{I}_t$ и $\mathbf{I}_r$ – единичные матрицы размерности $t \times t$ и $r \times r$ соответственно. Элементы матрицы $\mathbf{D}$ неотрицательны и равны квадратному корню из собственных значений матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Собственные значения матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$, обозначаемые через λ, находятся из уравнения

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^H\mathbf{z} = \lambda\mathbf{z}, \quad \mathbf{z} \neq 0, \qquad (11)$$

где $\mathbf{z}$ – вектор $r \times 1$, соответствующий λ, называемый собственным вектором.

Неотрицательные значения, равные квадратному корню из собственных значений матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$, называются также сингулярными числами матрицы $\mathbf{H}$. Кроме того, столбцы $\mathbf{U}$ являются собственными векторами матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$, а столбцы $\mathbf{V}$ – собственными векторами матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Подставляя (10) в (8), для принятого вектора $\mathbf{y}$ получаем:

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H\mathbf{x} + \mathbf{n}. \qquad (12)$$

Число ненулевых собственных значений матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ равно рангу матрицы $\mathbf{H}$, обозначаемому через r_H. Максимальное значение ранга матрицы $\mathbf{H}$ размерности $r \times t$ не больше n, где $n = \min\{r, t\}$. Обозначим сингулярные числа матрицы $\mathbf{H}$ как $\sqrt{\lambda_i}$, $i = 1,2,\ldots,r_H$.

Заметим, что в модели MIMO-канала подканалы несвязанны, поэтому их пропускная способность суммируется. Предполагая, что мощность передачи от каждой антенны в указанной модели равна P/t, мы можем оценивать общую пропускную способность канала C по формуле Шеннона для расчета пропускной способности [17, 18]:

$$C = W\sum_{i=1}^{r_H}\log_2\left(1 + \frac{P_{yi}}{\sigma^2}\right), \qquad (13)$$

где W – ширина полосы пропускания в каждом подканале. Приведем (8) к каноническому виду (т.е. к главной системе координат), получим:

$$\begin{aligned} y_i' &= \sqrt{\lambda_i}x_i' + n_i', \quad i = 1,2,\ldots,r_H, \\ y_i' &= n_i', \quad i = r_H + 1, \quad r_H + 2,\ldots,r. \end{aligned} \qquad (14)$$

Возведя в квадрат правую и левую части (14), после усреднения получим P_{yi} – мощность принятого сигнала в i-м подканале:

$$P_{yi} = \frac{\lambda_i P}{t}. \qquad (15)$$

Таким образом, пропускную способность канала можно записать в виде

$$C = W\log_2\prod_{i=1}^{r_H}\left(1 + \frac{\lambda_i\gamma}{t}\right). \qquad (16)$$

Для упрощения дальнейшего изложения выразим пропускную способность MIMO-канала через канальную матрицу $\mathbf{H}$. С этой целью введем в рассмотрение матрицу Уишарта [19, 20]

$$\mathbf{Q} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H, & r < t, \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H}, & r \geq t, \end{cases} \qquad (17)$$

диагональный вид которой обозначим через $\mathbf{\Lambda} = \mathrm{diag}(\lambda_i)$. Тогда, исходя из свойств определителя, имеем

$$\prod_{i=1}^{r_H}\left(1+\frac{\lambda_i}{t}\gamma\right)=\det\left(\mathbf{I}_n+\frac{\gamma}{t}\mathbf{\Lambda}\right)=\det\left(\mathbf{I}_n+\frac{\gamma}{t}\mathbf{Q}\right). \quad (18)$$

После подстановки (18) в (16) получим окончательную формулу для расчета мгновенной пропускной способности MIMO-канала в терминах матрицы Уишарта:

$$C = W\log_2\det\left(\mathbf{I}_n+\frac{\gamma}{t}\mathbf{Q}\right). \quad (19)$$

Приведем два примера мгновенной пропускной способности MIMO-канала:

1) в случае если $h_{ij}=1$, получим

$$C = W\log_2\left(1+rt\gamma\right); \quad (20)$$

2) в случае если $r=t=n$ и $\mathbf{H}=\mathbf{I}_n$, получим

$$C = nW\log_2\left(1+\frac{\gamma}{n}\right). \quad (21)$$

Формула (19) позволяет рассчитать пропускную способность в том случае, когда элементы канальной матрицы **H** известны. Но на практике эти элементы неизвестны и являются случайными, как, например, при многолучевом распространении сигналов. Поэтому ниже кратко рассмотрим статистические характеристики сигналов при многолучевом распространении.

3. Статистические характеристики сигналов при многолучевом распространении

Используемые в системах связи с подвижными объектами дециметровые волны слабо огибают препятствия, распространяются в основном по прямой и испытывают многочисленные отражения от окружающих объектов. При сложении нескольких сигналов, прошедших по различным путям и имеющих различные фазы в точке приема, результирующий сигнал может быть как несколько выше среднего уровня, так и заметно ниже. Колебания уровня (замирания) принимаемого сигнала практически всегда имеют две составляющие – быструю и медленную. Быстрые замирания проявляются при отсутствии прямого сигнала и описываются рэлеевским законом распределения. При наличии прямого сигнала замирания носят медленный характер и описываются распределением Райса.

Рассмотрим эти две модели каналов. Определим их следующим образом [21, 22].

Пусть величина $z=ue^{j\theta}\sim \mathrm{CN}(\mu_z,\sigma_z^2)$ означает комплексный элемент h_{ij} матрицы **H**,

$$E\{z\} = \mu_z = |\mu_z|e^{j\phi},$$
$$\mathrm{var}\{z\} = E\left|z-\mu_z\right|^2 = \sigma_z^2 = 2\sigma_r^2,$$

где σ_z^2 – дисперсия комплексной величины, равная сумме дисперсий действительной и мнимой части, которую обозначим через σ_r^2. Плотность распределения величины z есть действительная функция комплексного аргумента:

$$f(z) = \frac{1}{\pi\sigma_z^2}\exp\left(\frac{-|z-\mu_z|^2}{\sigma_z^2}\right).$$

Тогда плотность совместного распределения $g(u,\theta\,|\,\mu_z,\sigma_z^2)$ действительных величин u и θ (модуля и фазы) задается равенством [21, 22]

$$g\left(u,\theta\middle|\mu_z,\sigma_z^2\right)=\frac{u}{\pi\sigma_z^2}\exp\left(\frac{-\left(u^2+|\mu_z|^2\right)}{\sigma_z^2}\right)\times$$
$$\times\exp\left(\frac{2|\mu_z|u\cos(\theta-\phi)}{\sigma_z^2}\right), \quad (22)$$

откуда после интегрирования по фазе получаем плотность распределения амплитуды (или огибающей) u:

$$h\left(u\middle|\mu_z,\,\sigma_z^2\right)=\frac{u}{\pi\sigma_z^2}\exp\left(\frac{-\left(u^2+|\mu_z|^2\right)}{\sigma_z^2}\right)\times$$
$$\times\int_0^{2\pi}\exp\left(\frac{2|\mu_z|u\cos\left(\theta-\phi\right)}{\sigma_z^2}\right)d\theta=$$
$$=\begin{cases}\dfrac{2u}{\sigma_z^2}\exp\left(\dfrac{-\left(u^2+|\mu_z|^2\right)}{\sigma_z^2}\right)I_0\exp\left(\dfrac{2|\mu_z|u}{\sigma_z^2}\right), & u\ge 0,\\ 0, & u<0,\end{cases} \quad (23)$$

где I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Плотность распределения фазы θ определяется формулой

$$k\left(\theta\middle|\mu_z,\sigma_z^2\right)=\frac{1}{\pi\sigma_z^2}\exp\left(\frac{|\mu_z|^2}{\sigma_z^2}\right)\times$$
$$\times\int_0^{\infty}u\exp\left(\frac{-u^2}{\sigma_z^2}\right)\exp\left(\frac{2|\mu_z|u\cos\left(\theta-\phi\right)}{\sigma_z^2}\right)du=$$

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi}\exp\left(\dfrac{-|\mu_z|^2\left[1+\sin^2(\theta-\phi)\right]}{2\sigma_z^2}\right)\times \\ \times D_{-2}\left(-|\mu_z|\sqrt{\dfrac{2}{\sigma_z^2}}\cos(\theta-\phi)\right), \quad 0\le\theta<2\pi, \\ 0-\text{в противном случае,} \end{cases} \tag{24}$$

где D_{-v} – функция параболического цилиндра. Если $\mu_z = 0$, то плотность распределения $h\left(u\left|\sigma_z^2\right.\right)$ задается выражением

$$h\left(u\left|\sigma_z^2\right.\right) = \begin{cases} \dfrac{2u}{\sigma_z^2}\exp\left(\dfrac{-u^2}{\sigma_z^2}\right), & u \ge 0, \\ 0, & u < 0. \end{cases} \tag{25}$$

В этом случае фаза θ имеет равномерное распределение, и его плотность равна

$$k\left(\theta\left|\sigma_z^2\right.\right) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi}, & 0\le\theta<2\pi, \\ 0-\text{в противном случае.} \end{cases} \tag{26}$$

Плотность $h\left(u\left|\sigma_z^2\right.\right)$ (25) называется рэлеевской, а плотность $h\left(u\left|\mu_z,\sigma_z^2\right.\right)$ (23) – райсовской. Фактор Райса, коэффициент k, определяется как отношение детерминированной мощности к мощности рассеяния: $k = |\mu_z|^2 / \sigma_z^2$. Кроме того, выполняется условие нормировки

$$E\left\{|z|^2\right\} = |\mu_z|^2 + \sigma_z^2 = |\mu_z|^2 + 2\sigma_r^2 = 1. \tag{27}$$

В терминах фактора Райса плотность распределения может быть записана следующим образом:

$$h(u) = 2(1+k)u\exp\left\{-(1+k)u^2 - k\right\}\times \\ \times I_0\left\{2u\sqrt{k(1+k)}\right\}. \tag{28}$$

В зависимости от скорости изменения канальных коэффициентов будем различать три случая:

1. Матрица **H** случайна. Ее элементы постоянны в течение длительности T одного символа и изменяются случайно от символа к символу. Такая модель относится к *каналу с быстрыми замираниями* (рэлеевский канал).

2. Матрица **H** случайна. Ее элементы постоянны в течение длительности блока символов и изменяются от блока к блоку. Такая модель относится к *каналу с блочными замираниями* (рэлеевский канал).

3. Матрица **H** случайна. Ее элементы выбираются в начале передачи и постоянны в течение всего времени передачи. Такая модель относится к *каналам с медленными замираниями* (райсовский канал).

В общем случае для случайной матрицы **H** приведенная к полосе эргодическая пропускная способность согласно (16) имеет вид

$$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} = \int_{\lambda_1,\ldots,\lambda_n}\sum_{i=1}^{n}\log_2\left(1+\frac{\gamma}{t}\lambda_i\right)\times \\ \times f_{\lambda_1,\ldots,\lambda_n}(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)\,d\lambda_1\ldots d\lambda_n, \tag{29}$$

где $f_{\lambda_1,\ldots,\lambda_n}(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)$ – плотность распределения собственных значений, $n = \min\{r,t\}$.

4. Пропускная способность рэлеевского канала без корреляции

Рассмотрим случай t передающих и r приемных антенн. При использовании метода разложения матрицы по собственным числам MIMO-канал с быстрыми замираниями с канальной матрицей **H** может быть представлен как эквивалентный канал, состоящий из $r_H \le \min\{r,t\}$ отдельных параллельных подканалов, где r_H – ранг матрицы **H**. Таким образом, согласно (16), общая средняя пропускная способность, полученная сложением пропускных способностей этих подканалов, будет иметь вид

$$\langle C\rangle_{t,r} = E_\lambda\left\{W\sum_{i=1}^{r_H}\log_2\left(1+\lambda_i\frac{\gamma}{t}\right)\right\}, \tag{30}$$

где λ_i – собственные числа матрицы Уишарта. Для получения пропускной способности, описанной в разделе 2, запишем среднюю пропускную способность MIMO-канала с быстрыми замираниями следующим образом:

$$\langle C\rangle_{t,r} = E_{\mathbf{Q}}\left\{W\log_2\det\left(\mathbf{I}_r+\frac{\gamma}{t}\mathbf{Q}\right)\right\}, \tag{31}$$

где **Q** – матрица Уишарта (17) и

$$m = \max\{r,t\}, \quad n = \min\{r,t\}. \tag{32}$$

Полагая, что канал эргодичный, можно вычислить пропускную способность каналов с замираниями, используя выражения (30) и (31).

Матрица **Q** имеет распределение Уишарта с параметрами m, n и совместной плотностью неупорядоченных собственных значений [6, 24, 27]

$$p_\lambda(\lambda_1,\ldots,\lambda_n) = \left(n!K_{n,m}\right)^{-1}\exp\left\{-\sum_i \lambda_i\right\}\times$$
$$\times\prod_i \lambda_i^{m-n}\prod_{i<j}(\lambda_i-\lambda_j)^2\,, \qquad (33)$$

где $K_{n,m}$ – коэффициент нормировки.

Математическое ожидание зависит только от распределения одного (первого) из неупорядоченных собственных значений, следовательно,

$$\langle C\rangle_{t,r} = E_\lambda\left\{W\sum_{i=1}^{n}\log_2\left(1+\frac{\gamma}{t}\right)\lambda_i\right\} =$$
$$= W\sum_{i=1}^{n}E_\lambda\left\{\log_2\left(1+\frac{\gamma}{t}\right)\lambda_i\right\} =$$
$$= WnE_{\lambda_1}\left\{\log_2\left(1+\frac{\gamma}{t}\right)\lambda_1\right\}. \qquad (34)$$

Вычислим плотность λ_1 как интеграл по $\lambda_2,\ldots,\lambda_n$ от плотности совместного распределения:

$$p_{\lambda_1}(\lambda_1) = \int_0^\infty\ldots\int_0^\infty p_\lambda(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)\,d\lambda_2\ldots d\lambda_n\,. \qquad (35)$$

После ряда преобразований [6] получим выражение для приведенной к полосе средней пропускной способности рэлеевского канала с t передающими и r приемными антеннами при заданном отношении сигнал–шум:

$$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} = \int_0^\infty\log_2\left(1+\frac{\gamma}{t}\lambda\right)\times$$
$$\times\sum_{k=0}^{n-1}\frac{k!}{(k+m-n)!}\left[L_k^{m-n}(\lambda)\right]^2\lambda^{m-n}e^{-\lambda}d\lambda\,, \qquad (36)$$

где $L_k^{m-n}(x)$ – обобщенный полином Лагерра k-го порядка:

$$L_k^{m-n}(x) = \frac{1}{k!}e^x x^{n-m}\frac{d^k}{dx^k}\left(e^{-x}x^{m-n+k}\right).$$

Вычислив интеграл в правой части выражения (36) и проведя ряд алгебраических преобразований, получим аналитическое выражение для расчета приведенной к полосе средней пропускной способности канала с t передающими и r приемными антеннами [29]:

$$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} = \frac{e^{t/\gamma}}{\ln 2}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{k}\sum_{i=0}^{2j}\frac{(-1)^i(2j)!(n-m+i)!}{2^{2k-i}\,j!i!(n-m+i)!}\times$$
$$\times\binom{2k-2j}{k-j}\binom{2j+2n-2m}{2j-i}\sum_{l=0}^{m-n+i}E_{l+1}\left(t/\gamma\right), \qquad (37)$$

где $E_n(z)$ – интегральная показательная функция [31].

На рис. 2 представлены зависимости приведенной к полосе средней пропускной способности от значений отношения сигнал–шум при различных значениях t и r.

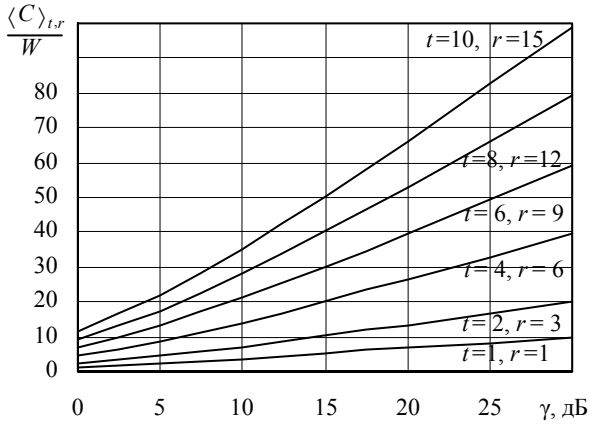


Рис. 2. Зависимость средней пропускной способности $\langle C\rangle_{t,r}/W$ от отношения сигнал–шум для MIMO-системы для некоррелированного рэлеевского канала

Частные случаи

1. Одна передающая и r приемных антенн:

$$\frac{\langle C\rangle_{1,r}}{W} = \frac{1}{\Gamma(r)}\int_0^\infty\log_2\left(1+\gamma\lambda\right)\lambda^{r-1}e^{-\lambda}d\lambda =$$
$$= \log_2(e)\,e^{1/\gamma}\sum_{k=0}^{r-1}E_{k+1}(1/\gamma)\,. \qquad (38)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости приведенной к полосе пропускной способности (38) для случая одной передающей и r приемных антенн. Зависимости рассчитываются от числа r приемных антенн для различных значений отношения сигнал–шум в диапазоне от 0 до 30 дБ.

Заметим, что пропускная способность значительно увеличивается при количестве приемных антенн от 1 до 10. Дальнейшее увеличение числа приемных антенн не способствует существенному росту пропускной способности.

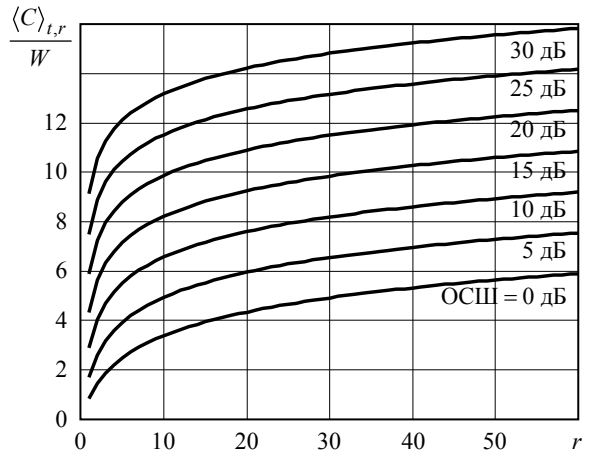


Рис. 3. Зависимость $\langle C\rangle_{t,r}/W$ от числа r приемных антенн в некоррелированном рэлеевском канале

2. Одна приемная антенна и t передающих:

$$\frac{\langle C\rangle_{t,1}}{W} = \frac{1}{\Gamma(r)}\int_0^{\infty}\log_2\left(1+\frac{\gamma}{t}\lambda\right)\lambda^{t-1}e^{-\lambda}d\lambda = $$

$$= \log_2(e)\,e^{t/\gamma}\sum_{k=0}^{t-1}E_{k+1}(t/\gamma)\,. \qquad (39)$$

На рис. 4 приведены графики зависимости приведенной к полосе пропускной способности для случая t передающих и одной приемной антенн. Зависимости рассчитываются от числа t передающих антенн для различных значений отношения сигнал–шум в диапазоне от 0 до 30 дБ.

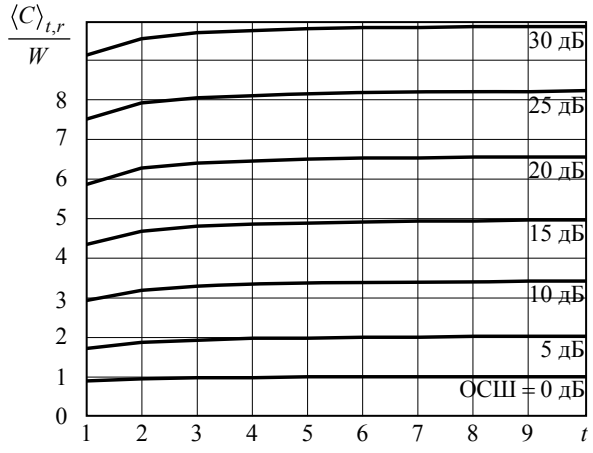


Рис. 4. Зависимость $\langle C\rangle_{t,r}/W$ от числа t передающих и одной приемной антенн при различных отношениях сигнал–шум в некоррелированном рэлеевском канале

Заметим, что пропускная способность лишь незначительно увеличивается для двух передающих антенн. При дальнейшем увеличении числа передающих антенн ($t>2$) практически не происходит увеличения пропускной способности, и наступает насыщение. Следовательно, использование более двух передающих антенн при одной приемной не имеет смысла.

3. Случай равного числа передающих и приемных антенн. При $t = r$ из общей формулы для пропускной способности получаем

$$\frac{\langle C\rangle_{t,t}}{W} = \log_2(e)e^{t/\gamma}\times$$

$$\times\sum_{i=0}^{t-1}\sum_{j=0}^{i}\sum_{l=0}^{2j}\left\{\frac{(-1)^l}{2^{2i-l}}C_{2(i-j)}^{i-j}\,C_{2j}^{i}\,C_{2j}^{l}\sum_{k=0}^{l}E_{k+1}(1/\gamma)\right\}. \qquad (40)$$

Применив к усреднению в (36) неравенство Йенсена [32], получим верхнюю границу для пропускной способности рэлеевского канала [29]:

$$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} \le n\log_2\left(\frac{\gamma}{t}\right)+\log_2(n!)+\log_2\left\{L_n^{m-n}\left(-\frac{t}{\gamma}\right)\right\}. \qquad (41)$$

В [33] приведены результаты имитационного моделирования средней пропускной способности некоррелированного рэлеевского канала для матрицы **H**, состоящей из независимых комплексных гауссовских величин с нулевым средним и дисперсиями мнимой и действительной частей, равными 1/2. Приведены графики (аналогичные рис. 2) зависимости средней пропускной способности от отношения сигнал–шум в дБ для MIMO-системы с двумя передающими ($t = 2$) и r ($r = 2, 4, 8, 16, 32$) приемными антеннами. Также получены статистические зависимости от количества приемных антенн r при $t = 2$. Результаты моделирования близки к теоретическим. К сожалению, в [33] не приведена оценка точности моделирования.

Следует заметить, что наряду с усредненной шенноновской пропускной способностью для оценки эффективности системы связи используется эффективная пропускная способность, определяемая как число правильно переданных информационных бит в единицу времени в единичном интервале частот [34]. В [34] получено точное выражение для эффективной пропускной способности MIMO-системы с конфигурациями $r\times 2$ или $2\times t$ в условиях некоррелированных рэлеевских замираний сигналов.

5. Влияние корреляции на пропускную способность рэлеевского канала

В рассмотренных ранее методах оценки пропускной способности каналов MIMO-систем предполагалось наличие статистической некоррелированности между сигналами от двух антенных элементов. Однако в общем случае сигналы коррелируют. Коэффициент корреляции зависит от разнесения антенных элементов d_{il} (расстояние между i-м и l-м элементами, обычно выражается в длинах волн), а также от углового распределения входящих радиоволн. В общем случае коэффициент корреляции сигналов, принятых от i-го и l-го антенных элементов, определяется следующим выражением [23, 35, 36]:

$$\rho_{il} = \int_0^{2\pi} \exp\left\{ j\,\kappa\, d_{il} \cos(\alpha - \varphi) \right\} f(\alpha)\, d\alpha, \quad (42)$$

где α – азимутальный угол прихода волны, φ – угол ориентации линейной решетки, $\kappa = \omega/c = 2\pi/\lambda$ – волновое число (ω – круговая частота, c – скорость света, λ – длина волны), $f(\alpha)$ – плотность распределения угла прихода волны. При равномерном распределении угла прихода α плотность распределения равна $f(\alpha) = 1/2\pi$, и интеграл (42) сводится к интегральному представлению функции Бесселя первого рода нулевого порядка:

$$\rho_{il} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left\{ j\,\kappa\, d_{il} \cos(\alpha - \varphi) \right\} d\alpha = $$

$$= J_0(\kappa d_{il}) = J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda} d_{il} \right), \quad (43)$$

где $J_0(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

На рис. 5 представлена зависимость коэффициента корреляции между сигналами от разнесения антенных элементов (в длинах волн).

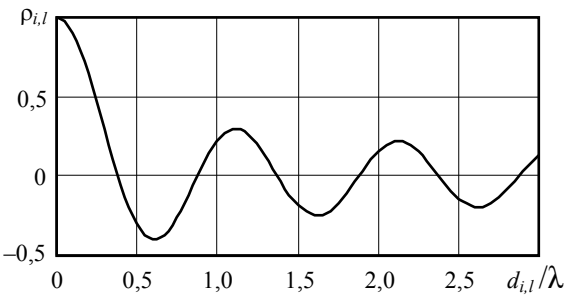


Рис. 5. Зависимость коэффициента корреляции сигналов от разнесения антенных элементов в длинах волн

Из рисунка видно, что коэффициент корреляции представляет собой затухающую осциллирующую функцию с нулями в окрестностях точек, кратных величине, близкой к половине длины волны.

Рассмотрим случай, когда передающая и приемная антенны не зависят друг от друга, но на передающей и приемной сторонах в отдельности имеется корреляция, обусловленная элементами антенн этих сторон. Математически влияние корреляционного эффекта может быть учтено с помощью матриц преобразования $\mathbf{K}_t$ и $\mathbf{K}_r$, которые задают корреляцию только столбцов и только строк результирующей матрицы передачи $\mathbf{H}_1$. Матрица $\mathbf{H}_1$ может быть получена из некоррелированной матрицы передачи следующим образом [29, 30]:

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{K}_r \mathbf{H} \mathbf{K}_t, \quad (44)$$

где $\mathbf{H} \in \mathbf{C}^{r \times t}$, $\mathbf{C}^{r \times t}$ – множество комплексных матриц размерности $r \times t$, $\mathbf{K}_r$ – действительная матрица $r \times r$, $\mathbf{K}_t$ – действительная матрица $t \times t$. Матрица Уишарта в этом случае имеет вид

$$\mathbf{Q} = \begin{cases} \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_1^H, & t \geq r, \\ \mathbf{H}_1^H \mathbf{H}_1, & t < r. \end{cases} \quad (45)$$

Корреляционные матрицы векторов-столбцов $\mathbf{\Psi}_r$ и векторов-строк $\mathbf{\Psi}_t$ матрицы передачи определяются с помощью матриц преобразования следующим образом:

$$\mathbf{\Psi}_r = \mathbf{K}_r^H \mathbf{K}_r, \quad \mathbf{\Psi}_t = \mathbf{K}_t \mathbf{K}_t^H. \quad (46)$$

Корреляционные матрицы $\mathbf{\Psi}_r$ и $\mathbf{\Psi}_t$ являются неотрицательными, следовательно, $\mathbf{K}_r$ и $\mathbf{K}_t$ можно определять как квадратный корень из соответствующих корреляционных матриц:

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{\Psi}_r^{1/2}, \quad \mathbf{K}_t = \mathbf{\Psi}_t^{1/2}. \quad (47)$$

Таким образом, если заданы корреляционные матрицы $\mathbf{\Psi}_r$ и $\mathbf{\Psi}_t$, обусловленные соответственно передающими и приемными антеннами и матрицей канала $\mathbf{H}$ размерности $r \times t$, строки и столбцы которой являются независимыми комплексными гауссовскими величинами, то матрица

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{\Psi}_r^{1/2} \mathbf{H} \mathbf{\Psi}_t^{1/2} \quad (48)$$

является комплексной гауссовской матрицей с нулевым средним и корреляционной матрицей, равной кронекеровскому произведению $\mathbf{\Psi}_r \otimes \mathbf{\Psi}_t$, т.е.

$$\mathbf{H}_1 \sim \mathrm{CN}_{r,t}(0, \mathbf{\Psi}_r \otimes \mathbf{\Psi}_t),$$

где $\mathrm{CN}_{r,t}(\cdot,\cdot)$ – класс комплексных нормально распределенных матриц размерности $r\times t$ (CN – Complex Normal), символ $\otimes$ означает произведение Кронекера (матриц).

Чтобы найти среднее значение пропускной способности, требуется, в соответствии с формулой (31), произвести усреднение по распределению матрицы $\mathbf{H}_1$. Однако и в настоящее время эта задача является трудноразрешимой. Поэтому воспользуемся неравенством Йенсена, которое для выпуклой вверх функции (в данном случае – логарифма) имеет вид [32]

$$E_{\mathbf{X}}\{\varphi(\mathbf{X})\} \le \varphi\{E(\mathbf{X})\}, \qquad (49)$$

где $E\{\cdot\}$ – среднее значение случайной величины. Применяя неравенство Йенсена к формуле (31), получим верхнюю границу для приведенной пропускной способности:

$$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} \le \log_2\left\{E_{\mathbf{Q}}\det\left(\mathbf{I}_r+\frac{\gamma}{t}\mathbf{Q}\right)\right\}. \qquad (50)$$

Преобразуем полученное неравенство. С использованием формулы Бине–Коши для матрицы $\mathbf{C} = \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ (где $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ – матрицы размерностей $n\times m$ и $m\times n$ соответственно, $m\ge n$) можно записать [37]:

$$\det\mathbf{C}\begin{pmatrix}1 & 2 & \dots & n\\ 1 & 2 & \dots & n\end{pmatrix} =$$

$$= \sum_{1\le n_1\le\dots k_n\le m}\det\mathbf{A}\begin{pmatrix}1 & 2 & \dots & n\\ k_1 & k_2 & \dots & k_n\end{pmatrix}\times$$

$$\times\det\mathbf{B}\begin{pmatrix}k_1 & k_2 & \dots & k_n\\ 1 & 2 & \dots & n\end{pmatrix}. \qquad (51)$$

С учетом (51) после усреднения неравенство (50) приводится к виду [21]

$$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} \le \log_2\left\{\sum_{k=0}^{m}\left[\left(\frac{\gamma}{t}\right)^k k!\times\right.\right.$$

$$\times\sum_{1\le i_1<i_2<\dots<i_k\le t}\det\mathbf{\Psi}_t\begin{pmatrix}i_1\, i_2\dots i_k\\ i_1\, i_2\dots i_k\end{pmatrix}\times$$

$$\left.\left.\times\sum_{1\le u_1<u_2<\dots<u_k\le r}\det\mathbf{\Psi}_r\begin{pmatrix}u_1\, u_2\dots u_k\\ u_1\, u_2\dots u_k\end{pmatrix}\right]\right\}, \qquad (52)$$

где $\det\mathbf{A}\begin{pmatrix}i_1 & i_2 & \dots & i_n\\ u_1 & u_2 & \dots & u_n\end{pmatrix}$ – определитель n-го порядка, составленный из элементов матрицы $\mathbf{A}$, стоящих на пересечении строк с номерами $i_1, i_2, \dots, i_n$ и столбцов с номерами $u_1, u_2, \dots, u_n$.

Формула (52) позволяет получить верхнюю границу для средней пропускной способности при произвольных корреляционных матрицах $\mathbf{\Psi}_r$ и $\mathbf{\Psi}_t$. Элементы матриц вычисляются в соответствии с формулой (43):

$$\psi_t(i,j) = J_0\left(\frac{2\pi d_{i,j}^{\,t}}{\lambda}\right),$$

$$\psi_r(i,j) = J_0\left(\frac{2\pi d_{i,j}^{\,r}}{\lambda}\right), \qquad (53)$$

где $d_{i,j}^{t}$ и $d_{i,j}^{r}$ – расстояния между i-й и j-й антеннами на передающей и приемной сторонах соответственно. В частности, для линейных эквидистантных антенн с расстояниями d_t и d_r между элементами получим

$$\psi_t(i,j) = J_0\left(\frac{2\pi(i-j)d_t}{\lambda}\right),$$

$$\psi_r(i,j) = J_0\left(\frac{2\pi(i-j)d_r}{\lambda}\right). \qquad (54)$$

Коэффициент корреляции для других конфигураций антенн рассмотрен в [13, 14].

Чтобы выявить влияние корреляции на пропускную способность MIMO-систем, рассмотрим модельную задачу, в которой корреляционные матрицы $\mathbf{\Psi}_r$ и $\mathbf{\Psi}_t$ имеют вид

$$\mathbf{\Psi}_t = \begin{Vmatrix}1 & \rho_t & \cdots & \rho_t\\ \rho_t & 1 & \cdots & \rho_t\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ \rho_t & \rho_t & \cdots & 1\end{Vmatrix}.$$

$$\mathbf{\Psi}_r = \begin{Vmatrix}1 & \rho_r & \cdots & \rho_r\\ \rho_r & 1 & \cdots & \rho_r\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ \rho_r & \rho_r & \cdots & 1\end{Vmatrix}. \qquad (55)$$

Рассмотрим матрицу $n\times n$ следующего вида:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix}1 & \rho & \cdots & \rho\\ \rho & 1 & \cdots & \rho\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ \rho & \rho & \cdots & 1\end{pmatrix},$$

$$\det\mathbf{A} = (1-\rho)^{n-1}[1+(n-1)\rho]. \qquad (56)$$

Из (56) следует, что для любого набора чисел $1 \le i_1 < i_2 < \ldots < i_k \le n$ имеет место соотношение

$$\det \mathbf{A}\begin{pmatrix} i_1\ i_2 \ldots i_k \\ i_1\ i_2 \ldots i_k \end{pmatrix} = (1-\rho)^{k-1}\left[1+(k-1)\rho\right]. \quad (57)$$

Число слагаемых в выражении (31), для которых выполняется соотношение $1 \le i_1 < i_2 < \ldots < i_k \le n$, равно числу различных вариантов расположения n чисел по возрастающему порядку в k ячейках, т.е. C_n^k. Подставляя (57) в (31), получим

$$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} \le \log_2\left[\sum_{k=0}^{m}\left(\frac{\gamma}{t}\right)^k k!(1-\rho_t)^{k-1}\left[1+(k-1)\rho_t\right]\times\right.$$

$$\left.\times C_t^k C_r^k \left(1-\rho_r\right)^{k-1}\left[1+(k-1)\rho_r\right]\right]. \quad (58)$$

Полученная формула позволяет вычислить верхнюю границу для средней пропускной способности в зависимости от корреляций ρ_t и ρ_r.

На рис. 6 представлены графики средней приведенной к полосе пропускной способности для различных значений t и r при $\rho_t = 0{,}5$, $\rho_r = 0{,}7$. Пунктирные кривые соответствуют некоррелированному рэлеевскому каналу, сплошные – коррелированному рэлеевскому каналу.

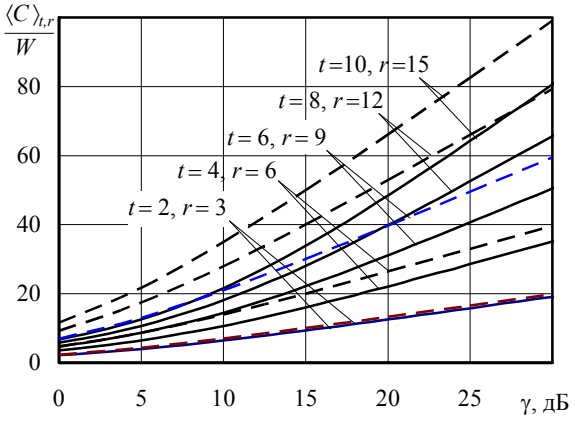


Рис. 6. Средняя приведенная к полосе пропускная способность для различных значений t и r при $\rho_t = 0{,}5$, $\rho_r = 0{,}7$

На рис. 7 представлены графики зависимости приведенной к полосе пропускной способности MIMO-системы при равномерной корреляции рэлеевских каналов как функции коэффициента корреляции при заданном отношении сигнал–шум и $\rho_t = \rho_r = \rho$.

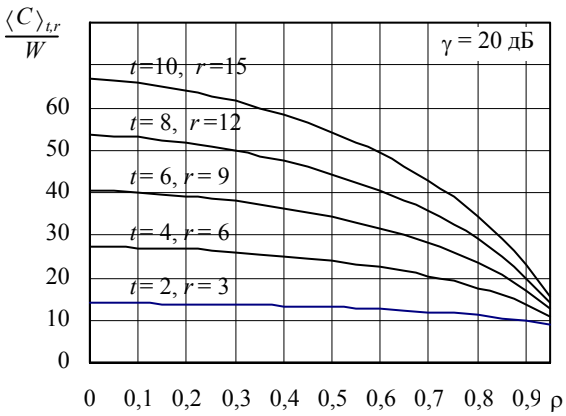


Рис. 7. Приведенная к полосе пропускная способность как функция коэффициента корреляции ρ при γ = 20 дБ

На рис. 8 представлены графики зависимости приведенной к полосе пропускной способности как функции расстояния между антеннами в длинах волн при отношении сигнал–шум ρ = 20 дБ.

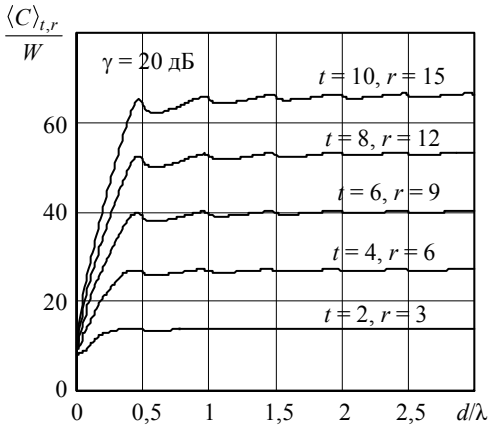


Рис. 8. Зависимость приведенной к полосе пропускной способности от межантенного расстояния для линейных эквидистантных антенн при γ = 20 дБ и $d_t = d_r = d$

Результаты численных расчетов показывают, что с увеличением коэффициента корреляции увеличиваются и потери пропускной способности, которые тем больше, чем больше $m = \max\{r,t\}$. Так, например, сравнивая графики зависимости пропускной способности от отношения сигнал–шум (рис. 6. и 7) при $\rho_t = 0{,}5$, $\rho_r = 0{,}7$ и $h^2 = \gamma = 20$ дБ, можно видеть, что потери в среднем составляют 2 бит/сек/Гц для $t = 2$, $r = 3$, 5 бит/сек/Гц – для $t = 4$, $r = 6$ и 10 бит/сек/Гц – для $t = 6$, $r = 9$.

В зависимости от коэффициента корреляции (рис. 7) при фиксированном отношении сигнал–шум для $t = 2$, $r = 3$ потерь практически не наблюдается. При $t = 4$, $r = 6$ потери наблюдаются, начиная с ρ=0,5 и до 1. С дальнейшим ростом t и r влияние корреляции становится существенным. Например, для $t = 8$, $r = 12$ при $\rho = 0{,}5$ потери составляют примерно 5 бит/сек/Гц, а при увеличении ρ от 0,5 до 1 потери увеличиваются до 30 бит/сек/Гц.

Изменение расстояния между антенными элементами показывает (см. рис. 8), что для линейной эквидистантной решетки пропускная способность существенно увеличивается при увеличении расстояния от нуля до половины длины волны. Дальнейшее увеличение межантенного расстояния к увеличению пропускной способности практически не приводит.

6. Обобщающие результаты

В таблице приведем основные формулы для расчета приведенной к полосе эргодической пропускной способности для различных типов MIMO-каналов.

Тип канала	Приведенная к полосе эргодическая пропускная способность
1. Детерминированный канал	$\frac{C}{W} = \log_2 \det\left(\mathbf{I}_n + \frac{\gamma}{t}\mathbf{Q}\right)$
2. Рэлеевский канал без корреляции, MIMO	$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} = \int_0^\infty \log_2\left(1+\frac{\gamma}{t}\lambda\right)\sum_{k=0}^{n-1}\frac{k!}{(k+m-n)!}[L_k^{m-n}(\lambda)]^2\,\lambda^{m-n}\,e^{-\lambda}\,d\lambda,$ где $m=\max\{r,t\}$, $n=\min\{r,t\}$, $L_k^{m-n}(x) = \frac{1}{k!}e^x x^{n-m}\frac{d^k}{dx^k}(e^{-x}x^{m-n+k})$, или $\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} = \frac{e^{t/\gamma}}{\ln 2}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{k}\sum_{i=0}^{2j}\frac{(-1)^i(2j)!\,(n-m+i)!}{2^{2k-i}\,j!\,i!\,(n-m+j)!}\binom{2k-2j}{k-j}\times$ $\times\binom{2j+2n-2m}{2j-i}\sum_{l=0}^{m-n+i}E_{l+1}(t/\gamma),$ где $E_n(z)$ – интегральная показательная функция
2.1. SIMO	$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} \le n\log_2\left(\frac{\gamma}{t}\right)+\log_2(n!)+\log_2\left\{L_n^{m-n}\left(-\frac{t}{\gamma}\right)\right\}$ $\frac{\langle C\rangle_{1,r}}{W} = \frac{1}{\Gamma(r)}\int_0^\infty \log_2(1+\gamma\lambda)\lambda^{r-1}e^{-\lambda}d\lambda = \log_2(e)e^{1/\gamma}\sum_{k=0}^{r-1}E_{k+1}(1/\gamma)$
2.2. MISO	$\frac{\langle C\rangle_{t,1}}{W} = \frac{1}{\Gamma(r)}\int_0^\infty \log_2\left(1+\frac{\gamma}{t}\lambda\right)\lambda^{t-1}e^{-\lambda}d\lambda = \log_2(e)e^{t/\gamma}\sum_{k=0}^{t-1}E_{k+1}(1/\gamma)$
2.3. Равное число передающих и приемных антенн, $t = r$	$\frac{\langle C\rangle_{t,t}}{W} = \log_2(e)e^{t/\gamma}\sum_{i=0}^{t-1}\sum_{j=0}^{i}\sum_{l=0}^{2j}\left\{\frac{(-1)^l}{2^{2i-l}}C_{2(i-j)}^{i-j}\,C_{2j}^{i}\,C_{2j}^{l}\sum_{k=0}^{l}E_{k+1}(1/\gamma)\right\}$
3. Рэлеевский канал с корреляцией (верхняя граница), MIMO	$\frac{\langle C\rangle_{t,r}}{W} \le \log_2\left[\sum_{k=0}^{m}\left(\frac{\gamma}{t}\right)^k k!(1-\rho_t)^{k-1}\left[1+(k-1)\rho_t\right]C_t^k C_r^k(1-\rho_r)^{k-1}\left[1+(k-1)\rho_r\right]\right]$

Выводы

Анализ цитируемых в работе публикаций показал, что основной целью создания MIMO-систем является увеличение скорости достоверной передачи данных в беспроводных сетях связи. Скорость передачи данных ограничена сверху

мгновенной пропускной способностью для детерминированного канала и средней пропускной способностью – для каналов с замираниями, применительно к которым получены следующие основные результаты:

1. Мгновенная пропускная способность MIMO-систем определяется случайной матрицей Уишарта **Q**, которая имеет $n \le \min\{r,t\}$ ненулевых собственных значений. С помощью сингулярного разложения матрицы **Q** любую MIMO-систему можно представить эквивалентным MIMO-каналом в виде совокупности n независимых параллельных подканалов с долей мощности сигнала в подканале, пропорциональной собственному значению матрицы **Q**.

2. Для канальной матрицы, состоящей из одних единиц, MIMO-система эквивалентна одному каналу, в котором пропускная способность, приведенная к полосе, зависит от вида объединения данных на приемной стороне. В случае *когерентного* объединения данных приведенная пропускная способность определяется выражением

$$C = W \log_2(1+rt\gamma),$$

то есть по сравнению с одноканальной системой, обеспечивающей такую же пропускную способность, дает выигрыш в отношении сигнал–шум в rt раз. При этом пропускная способность от данного выигрыша растет по логарифмическому закону. Например, при $\gamma = 20$ дБ и $t = r = 8$ имеем: $C/W = 12{,}7$ бит/сек/Гц (W – ширина полосы).

При *некогерентном* объединении данных на приемной стороне пропускная способность равна

$$C = W \log_2(1+r\gamma).$$

При $\gamma = 20$ дБ и $t = r = 8$ имеем: $C/W = 9{,}6$ бит/сек/Гц.

3. Для детерминированного MIMO-канала с $t = r = n$ ортогональными подканалами (не имеющими интерференции между собой) пропускная способность равна

$$C = nW \log_2(1+\gamma),$$

то есть линейным образом зависит от числа ортогональных подканалов. Например, при $\gamma = 20$ дБ и $t = r = 8$ имеем: $C/W = 53{,}3$ бит/сек/Гц. Следовательно, по сравнению с предыдущим случаем, за счет ортогональности выигрыш увеличивается более чем в пять раз.

Для детерминированной *разнесенной* системы с одной передающей $t = 1$ и r приемными антеннами имеем:

$$C = W\log_2(1+r\gamma);$$

при одной приемной $r = 1$ и $t \ge 1$ передающих антенн

$$C = W \log_2(1+t\gamma).$$

В обоих случаях при $\gamma = 20$ дБ и $\{t = 8, r = 1\}$ либо $\{t = 1, r = 8\}$ имеем: $C/W = 9{,}7$ бит/сек/Гц.

4. Коэффициент корреляции сигналов от двух антенных элементов (i-го и j-го) линейной антенной решетки при равномерном распределении углового спектра приходящей волны определяется моделью Жака [35]:

$$\{\psi_{r,\,ij}\} = J_0((i-j)\,2\pi d_r/\lambda),$$

$$\{\psi_{i_j,\,t}\} = J_0((i-j)\,2\pi d_t/\lambda),$$

где d_t и d_r – расстояние между соседними элементами в передающей или приемной антенной системе соответственно. Для данной модели при d_t и d_r, меньших половины длины волны, корреляция существенно ухудшает пропускную способность. При d_t и d_r больше половины длины волны потери вследствие корреляции становятся несущественными.

Литература

1. *Rappaport T.S.* Wireless communications : Principles and practice / T.S. Rappaport. – Prentice Hall, 1996. – 641 p.

2. *Vucetic B.* Space-time coding / B.Vucetic, J. Yuan. – John Wiley & Sons Ltd., 2003. – XXVII+302 p.

3. *Ермолаев В.Т.* Адаптивная пространственная обработка сигналов в системах беспроводной связи. Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации «Современные системы мобильной цифровой связи, проблемы помехозащищенности и защиты информации» / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флаксман / Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского. – Нижний Новгород, 2006. – 100 с.

4. *Tsoulos G.* MIMO system technology for wireless communications / G. Tsoulos. – Taylor & Francis Group, 2006. – 378 p.

5. *Foschini G.J.* On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas / G.J. Foschini, M.J. Gans // Wireless Personal Communications. – 1998. – Vol. 6. – Pp. 311–335.

6. *Telatar E.* Capacity of multi-antenna Gaussian channels / E. Telatar // European Transactions on Telecommunications. – Nov./Dec. 1999. – Vol. 10, № 6. – Pp. 585–595.

7. *Foschini G.J.* Layered space-time architecture for wireless communications in a fading environment when using multiple antennas / G.J. Foschini // Bell Labs. Tech. J. – 1996. – Vol. 6, № 2. – Pp. 41–59.

8. *Alamouti S.M.* A simple transmit diversity technique for wire less communications / S.M. Alamouti // IEEE Journal Select. Areas Commun. – Oct. 1998. – Vol. 16, № 8. – Pp. 1451–1458.

9. *Simon M.K.* Digital communication over fading channels : A unified approach to performance analysis / M.K. Simon, M.S. Alouini. – John Wiley & Sons, 2000. – 544 p.

10. *Уилки Ю.* Влияние канальных эффектов на характеристики систем MIMO / Ю. Уилки // Электронные компоненты. – 2009. – № 10. – С. 27–30.

11. Channel and propagation models for wireless system design I and II / L. Greenstein [et al.] // IEEE J. Select. Areas. Commun. – 2002. – Vol. 20, №3. – Pp. 493–495.

12. *Abdi A.* A space-time correlation model for multielement antenna system in mobile fading channels / A. Abdi, M. Kavch // IEEE J. Select. Areas. Commun. – Apr. 2002. – Vol. 20, №4. – Pp. 550–561.

13. Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems / D.-S. Shiu [et al.] // IEEE Trans Commun. – March 2000. – Vol. 48. – Pp. 502–513.

14. Capacity scaling in MIMO wireless systems under correlated fading / C.-N. Chuah [et al.] // IEEE Trans. Inform. Theory. – March 2002. – Vol. 48. – Pp. 637–650.

15. Keyholes, correlations and capacities of multielement transmit and receive antennas / D. Chizhik [et al.] // IEEE Trans. Wireless Commun. – 2002. – Vol. 1, № 2. – Pp. 361–168.

16. Capacity limits of MIMO channels / A. Goldsmith [et al.] // IEEE J. Select. Areas. Commun. – 2003. – Vol. 21, № 5. – Pp. 684–702.

17. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетики : пер. с англ. / К. Шеннон / – М. : Связьиздат, 1963. – 829 с.

18. *Шеннон К.* Математическая теория связи / К. Шеннон // Сборник работ по теории информации и кибернетике. – М. : ИЛ, 1963. – С. 243–333.

19. *Wishart J.* The generalized product moment distribution in samples from normal multivariate population / J. Wishart // Biometrica 20A. – 1928. – Pp. 32–52.

20. *Андерсон Т.* Введение в многомерный статистический анализ / Т. Андерсон ; пер. с англ. под ред. Б.В. Гнеденко. – М. : Физматгиз, 1963. – 500 с.

21. *Ратнараджа Т.* Комплексные случайные матрицы и пропускная способность райсовского канала / Т. Ратнараджа, Р. Вальянкур, М. Алво // Проблемы передачи информации. – 2005. – Т. 41, вып. 1. – С. 3–27.

22. *Ratnarajah T., Vaillancourt R.* Quadratic forms on complex random matrices and multi-antenna channel capacity / T. Ratnarajah, R. Vaillancourt // IEEE Trans. Inform. – 2005. – Vol. 51, № 8. – Pp. 2976–2984.

23. Effect on antenna separation on the capacity of BLAST in correlated channels / D. Chizhik [et al.] // IEEE Communications Letters. – March 2002. – Vol. 6. – Pp. 96–98.

24. *Гирко В.Л.* Спектральная теория случайных матриц / В.Л. Гирко. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 376 с.

25. *James A.T.* Distributions of matrix variates and latent roots derived from normal samples / A.T. James // Annals of Mathematical Statistics. – 1966. – Vol. 37. – Pp. 468–479.

26. *James A.T.* Distributions of matrix variates and latent roots derived from normal samples / A.T. James // Annals of Mathematical Statistics. – 1964. – Vol. 35. – Pp. 475–501.

27. *Edelman A.* Eigenvalues and condition numbers of random matrices : PhD. dissertation / A. Edelman / MIT, Cambridge, MA.– May 1989.

28. *McKay M.R.* Random matrix theory analysis of multiple antenna communication systems : Dissertation (PhD) / M.R. McKay / School of Electrical and Information Engineering Telecommunications Laboratory, the University of Sydney, Australia, October 2006. – 242 p.

29. *Shin H.* Capacity of multiple-antenna fading channels: Spatial fading correlation, double scattering and keyhole / H. Shin, J.H. Lee // IEEE Trans. Information Thepry. – October 2003. – Vol. 49, №10. – Pp. 2636–2647.

30. *Shin H., Win M.Z., Lee J.H., Chiani M.* On the Capacity of Doubly Correlated MIMO Channels / H. Shin [et al.] // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2006. – Vol. 5, № 8. – Pp. 2253–2265.

31. *Градштейн И.С.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М. : Физматгиз, 1962. – 1100 с.

32. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения : в 2-х т. / В. Феллер ; пер. с англ. под ред. Ю.В. Прохорова. – М. : Мир, 1967. – Т. 1. – 528 с. – Т. 2. – 738 с.

33. *Коляденко Ю.Ю.* Исследование пропускной способности MIMO-системы / Ю.Ю. Коляденко, А.Д. Муслим // Проблемы телекоммуникаций. – 2010. – №1. – С. 76–82.

34. *Ермолаев В.Т.* Увеличение пропускной способности MIMO-системы радиосвязи с параллельной передачей данных по собственным подканалам / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флаксман, Д.Н. Лысяков // Радиофизика, Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2010. – № 3. – С. 79–86.

35. *Jakes W.C., Ed.* Microwave mobile communication / W.C. Jakes, Ed. – N.Y. : Wiley Press IEEE, 1994. – 656 p.

36. *Ли У.* Техника подвижных систем связи : пер. с англ. / У. Ли. – М. : Радио и связь, 1985. – 392 с.

37. *Гандмахер Ф.Р.* Теория матриц / Ф.Р. Гандмахер. – М. : Наука, 1988. – 532 с.

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2012 г.

УДК 621.396.94

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ РАДИОВОЛН В АТМОСФЕРНЫХ АЭРОЗОЛЯХ

А.А. Кочетков, инж., ОАО «Концерн «Созвездие», тел.: 8-919-181-93-45
А.В. Останков, д.т.н., ФГБОУВПО «ВГТУ», e-mail: avostankov@mail.ru

Представлена методика для оценки ослабления сантиметровых и более коротких радиоволн одним из классов атмосферных образований – аэрозолями.

Ключевые слова: *длина волны, атмосферный аэрозоль, гидрометеоры, условия распространения радиоволн, коэффициент ослабления, комплексная диэлектрическая проницаемость, частотный диапазон.*

RADIO WAVE ATTENUATION RESEARCH IN ATMOSPHERIC AEROSOL

A.A. Kochetkov, specialist, JSC «Sozvezdie» Concern», tel.: 8-919-181-93-45
A.V. Ostankov, doctor of engineering, Voronezh State Engineering University, e-mail: avostankov@mail.ru

The estimation technique of centimetric and shorter radio waves attenuation by one of the aerial formations, aerosol, is considered.

Key words: *wavelength, atmospheric aerosol, hydrometeors, conditions of radio wave propagation, attenuation coefficient, complex dielectric constant, frequency range.*

Введение

Радиоволны принадлежат к тому же семейству электромагнитных излучений, что и ультрафиолет, рентгеновские лучи и видимый свет. В зависимости от длины волны (или частоты) выделяют следующие диапазоны радиоволн: УКВ (10^{-3}…10 м), КВ (10…100 м), СВ (100…1000 м), ДВ (10^3…10^4 м), СДВ (10^4…10^5 м). На текущий момент теория распространения радиоволн развита достаточно хорошо, получены и подтверждены экспериментальными данными основные теоретические закономерности, имеется мощный математический аппарат для решения широкого круга задач.

В большинстве современных литературных источников крайне редко можно встретить информацию по ослаблению радиоволн атмосферными аэрозолями, а некоторые исследователи ошибочно относят аэрозоли к гидрометеорам. По мнению авторов статьи, данная проблема требует гораздо более детального рассмотрения, особенно при проектировании современных радиотехнических систем.

Общая характеристика затухания радиоволн в атмосферных аэрозолях

В связи с быстро и постоянно растущей потребностью человечества в передаче всё больших и больших объемов информации осваиваются все новые и новые участки спектра электромагнитных волн. Доказано, что условия распространения радиоволн оказывают существенное влияние на работу радиолиний. От условий распространения радиоволн зависит дальность действия радиолинии и точность определения координат цели радиолокационной станцией. Так, сильные туманы значительно уменьшают дальность действия радиолокационных станций или приводят к полному нарушению связи.

Атмосфера Земли по своим электрическим параметрам представляет собой очень сложную среду и характеризуется большим многообразием состояний. Когда радиоволны проходят через атмосферу от передатчика к приемнику или от радиолокационной станции к обнаруживаемому объекту и обратно к радиолокатору, имеет место затухание. Оно связано с атмосферными газами, прежде всего кислородом, и различными образованиями: гидрометеорами (дождь, снег, град), аэрозолями.

Аэрозоль – это жидкость или очень мелкие твердые частицы диаметром порядка 0,001 мм, в огромном количестве распыленные в воздухе; более крупные частицы такие тяжелые, что выпадают на землю, например, в виде дождя. К атмосферным аэрозолям относят туман, облака (по сути, тоже туман), дым и пыль.

Почти вековой опыт эксплуатации линий радиосвязи в широком диапазоне длин волн показывает, что ослабление радиоволн аэрозолями атмосферы приобретает значение только в диапазоне сантиметровых или более коротких волн (в данном диапазоне ослабление аэрозолями

оказывается даже более существенным, чем ослабление в результате града или снега). Ослабление радиоволн может быть вызвано двумя причинами: поглощением и рассеянием. Поглощение – это преобразование электромагнитной энергии в тепловую внутри частиц аэрозоля. Рассеяние приводит к уменьшению потока энергии первичной волны в направлении ее распространения.

Основные расчетные соотношения

Плотность потока излучения, прошедшего в среде путь Z, составляет

$$P = P_0 e^{-\gamma Z}, \quad (1)$$

где P_0 – начальная плотность потока излучения;

γ – коэффициент ослабления (ослабление на единицу расстояния), который иногда выражают в децибелах на километр.

Коэффициент ослабления определяется не только поглощающими и рассеивающими свойствами частиц аэрозоля, но и их распределением по размерам

$$\gamma = \int_0^\infty \sigma_{\text{осл}} N(r) dr, \quad (2)$$

где r – радиус частицы;

$N(r)$ – функция распределения частиц по размерам, которая оценивается экспериментально для каждого конкретного атмосферного образования;

$\sigma_{\text{осл}} = \sigma_{\text{п}} + \sigma_{\text{р}}$ – сечение ослабления частицы;

$\sigma_{\text{п}}$ – сечение поглощения;

$\sigma_{\text{р}}$ – сечение рассеяния.

Кроме того, чтобы производить расчеты, обычно вводят комплексную диэлектрическую проницаемость

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon' + j\varepsilon''. \quad (3)$$

По теории Рэлея получены следующие выражения:

$$\sigma_{\text{п}} = 24\pi^2 r^2 \left(\frac{r}{\lambda}\right) \frac{\varepsilon''}{|\varepsilon' + 2|^2}, \quad (4)$$

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{128\pi^5 r^2}{3} \left(\frac{r}{\lambda}\right)^4 \left|\frac{\varepsilon' - 1}{\varepsilon' + 2}\right|^2. \quad (5)$$

В большинстве случаев размеры частиц аэрозоля много меньше длины волны. Ввиду малости отношения r/λ получается, что $\sigma_{\text{р}} \ll \sigma_{\text{п}}$, то есть рассеянием частиц можно пренебречь.

Сечение поглощения пропорционально объему частиц, коэффициент ослабления зависит от относительного объема частиц в единице объема. Зная плотность, массу вещества частиц аэрозоля в единице объема и диэлектрическую проницаемость, можно рассчитать ослабление независимо от функции распределения частиц по размерам. Диэлектрическая проницаемость большинства известных веществ изменяется в зависимости от их химического состава и длины волны излучения. Для случая водных аэрозолей можно производить расчеты, применяя формулу Дебая

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{1 - j\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}} + \varepsilon_\infty, \quad (6)$$

где $\varepsilon_\infty \approx 5$ независимо от частоты. Все остальные параметры приводятся в таблице.

Параметры формулы Дебая

Температура, $^\circ C$	0	10	20	30	40
ε_0	88	84	80	70,4	73
$\Delta\lambda$, см	3,59	2,24	1,53	0,112	0,0859

Диэлектрическую проницаемость частиц пыли в зависимости от их влажности можно определить из рефракционной формулы

$$\sqrt{\varepsilon} = \rho_{\text{в}} \sqrt{\varepsilon_{\text{в}}} + (1 - \rho_{\text{в}}) \sqrt{\varepsilon_{\text{с}}}, \quad (7)$$

где ε, $\varepsilon_{\text{в}}$, $\varepsilon_{\text{с}}$ – относительные диэлектрические проницаемости смеси, воды и сухой частицы соответственно;

$\rho_{\text{в}}$ – относительная объемная концентрация воды.

С учетом соотношений

$$\sqrt{\varepsilon_c} \approx 1 + 0,5\rho_c, \tag{8}$$

$$\rho_в = \frac{q\rho_c}{q\rho_c + (1-q)\rho_0}, \tag{9}$$

где ρ_c – плотность вещества сухой частицы; $\rho_0 = 1$ г/см^3 – плотность воды; q – влажность (определяется по весу влажного и сухого образцов) получаются выражения для действительной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon' = \rho_в\varepsilon'_в + (1-\rho_в)^2\varepsilon_c + 2\rho_в(1-\rho_в)\sqrt{\varepsilon_c}\sqrt[4]{(\varepsilon'_в)^2 + (\varepsilon''_в)^2}\cos\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\varepsilon''_в}{\varepsilon'_в}\right), \tag{10}$$

$$\varepsilon'' = \rho_в^2\varepsilon''_в + 2\rho_в(1-\rho_в)\sqrt{\varepsilon_c}\sqrt[4]{(\varepsilon'_в)^2 + (\varepsilon''_в)^2}\sin\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\varepsilon''_в}{\varepsilon'_в}\right). \tag{11}$$

Выводы

1. Ослабление сантиметровых и более коротких радиоволн атмосферными аэрозолями зависит от температуры и влажности. С ростом влажности q коэффициент ослабления увеличивается и при определенном ее значении достигает максимума.

2. Определяющую роль играет соотношение вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости. Для сферических частиц максимум коэффициента ослабления наблюдается, когда $\varepsilon'' = \varepsilon' + 2$.

3. Чтобы ослабление радиоволн аэрозолями атмосферы укладывалось в допустимые рамки, при осуществлении связи целесообразно использовать более длинноволновую часть частотного диапазона.

Литература

1. *Калабанов Е.М.* Распространение оптического и миллиметрового излучения в атмосфере : учебное пособие / Е.М. Калабанов, В.И. Юдин. – Воронеж : ГОУВПО «Воронежский государственный технический университет», 2000. – 57 с.

2. *Черный Ф.Б.* Распространение радиоволн / Ф.Б. Черный. – 2-е изд., доп. и перераб. – М. : Советское радио, 1972. – 464 с.

3. *Долуханов М.П.* Распространение радиоволн : учебник для вузов / М.П. Долуханов. – 4-е изд. – М. : Связь, 1972. – 336 с.

4. *Арсеньян Т.И.* Распространение электромагнитных волн в тропосфере : учебное пособие для студентов радиотехнических специальностей / Т.И. Арсеньян. – М. : Физический факультет МГУ, 2002. – 148 с.

5. *Кашпровский В.Е.* Распространение средних радиоволн земным лучом / В.Е. Кашпровский, Ф.А. Кузубов. – М. : Связь, 1971. – 220 с.

6. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория : Справочник / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М. : Радиотехника, 2007. – 512 с.

Статья поступила в редакцию 14 ноября 2011 г.

УДК: 621.394.74:519.7

ФЛУКТУАЦИИ ВРЕМЕННЫХ ЗАДЕРЖЕК В СИСТЕМАХ СО СВОБОДНЫМ ДОСТУПОМ

А.В. Зюльков, доцент, Воронежский гос. ун-т; e-mail: zyulkov@phys.vsu.ru
А.А. Ефанов, инж.-программист, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: a2efanov@box.vsi.ru

Найдены и проанализированы дисперсии задержек передачи данных для протоколов ALOHA и IEEE 802.11. Установлено наличие существенного разброса задержек около средних значений.

Ключевые слова: *беспроводные сети, ALOHA, IEEE 802.11 DCF, анализ производительности, насыщение, пропускная способность, задержка доступа к среде.*

FLUCTUATIONS OF TIME DELAYS IN SYSTEMS WITH THE FREE ACCESS

A.V. Zyulkov, associate professor, Voronezh State University; e-mail: zyulkov@phys.vsu.ru
A.A. Efanov, programming engineer, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: a2efanov@box.vsi.ru

Data deference dispersions for ALOHA and IEEE 802.11 protocols are found and analysed. Essential data deference with average values is established.

Key words: *wireless networks, LAN, ALOHA, IEEE 802.11 DCF, performance analysis, saturation, throughput, medium access delay.*

В инженерной практике широко распространено использование средних характеристик производительности и времени доставки сообщения для сравнения эффективности функционирования различных протоколов канального уровня. Такие же характеристики обычно используются системами применительно к массовому обслуживанию (СМО) в качестве границ пропускной способности протоколов передачи данных [1, 2 и др.]. Однако в литературе имеется и полное вероятностное описание многих моделей систем. Способ расчета распределения задержки передачи данных известен и для протокола IEEE 802.11 [3, 4 и др.]. Недостаточно широкое использование этих результатов на практике обусловлено не только сложностью их применения, но и не в полной мере осознанной необходимостью применения вероятностных характеристик функционирования систем. В военном деле эта осознанная необходимость реализуется в виде строгих вероятностных критериев качества связи. Используя полное вероятностное описание, можно не только объективно оценить возможность применения средних показателей эффективности функционирования протоколов канального уровня, но и осуществить их оптимизацию. При этом практически важным является анализ разброса характеристик около среднего значения, обычно описываемый с помощью среднеквадратического отклонения (СКО). Цель настоящей работы состоит в получении СКО времени передачи данных и на этой основе оценки возможности использования критериев, основанных на средней задержке, при анализе пропускной способности некоторых систем со свободным доступом.

Из теории массового обслуживания известно, что для системы $M/G/1$ среднее время и дисперсия времени ожидания обслуживания требования (задержки передачи пакета данных) имеют следующие вероятностные характеристики [5 и др.]:

$$M_{\text{зад.}} = \frac{\lambda\mu_2}{2(1-\rho)},$$

$$D = \frac{\lambda^2\mu_2^2}{4(1-\rho)^2} + \frac{\lambda\mu_3}{3(1-\rho)},\ \rho = \lambda\mu_1. \qquad (1)$$

Здесь μ_i – i-й начальный момент случайной величины (СВ) B – времени обслуживания требования (передачи пакета); λ – интенсивность поступающего на обслуживание пуассоновского потока требований; ρ – нормированная интенсивность поступающей нагрузки.

При передаче пакетов постоянной длительности b получим $\mu_1 = b$, $\mu_2 = b^2$, $\mu_3 = b^3$, $\rho = \lambda b$. Нормированное среднее время передачи пакета и нормированная дисперсия задаются соотношениями, вытекающими из формулы (1):

$$\overset{\circ}{M}_1 \equiv \frac{M_1}{b} = 1 + \frac{M_{\text{зад.}}}{b} = \frac{1-\rho/2}{1-\rho},$$

 ISSN 1995-7009

$$\overset{\circ}{D}_1 \equiv \frac{D_1}{b^2} = \frac{\rho^2}{4(1-\rho)^2} + \frac{\rho}{3(1-\rho)}. \qquad (2)$$

Первое из этих соотношений использовано в [2] в качестве нижней границы задержки передачи данных, а второе характеризует разброс такой оценки.

Когда передаваемые пакеты данных имеют случайное показательное распределение длительности с параметром b (система M/M/1), с учетом соотношений $\mu_1 = b$, $\mu_2 = 2b^2$, $\mu_3 = 6b^3$, $\rho = \lambda b$ из соотношения (1) получим

$$\overset{\circ}{M}_2 \equiv \frac{M_2}{b} = \frac{1}{1-\rho},$$

$$\overset{\circ}{D}_2 \equiv \frac{D_2}{b^2} = \frac{\rho(2-\rho)}{(1-\rho)^2}. \qquad (3)$$

На рис. 1 приведены результаты расчета в соответствии с формулами (2), (3) средних нормированных времен передачи пакетов и флуктуаций около среднего на уровне ±20% СКО для систем $M/G/1$ и $M/M/1$ в зависимости от нормированной интенсивности нагрузки ρ.

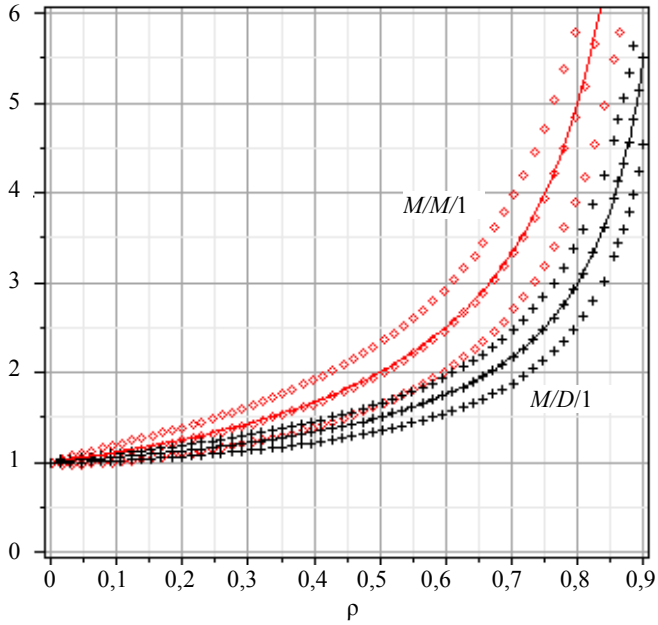


Рис. 1. Зависимости средних нормированных времен передачи данных $\overset{\circ}{M}_i$ и границ разброса около среднего $\overset{\circ}{M}_i \pm 0{,}2\sqrt{\overset{\circ}{D}_i}$, $i = 1,2$, от нормированной интенсивности нагрузки ρ

Таким образом, из приведенных аналитических соотношений и численных расчетов вытекает существование большого разброса около средних значений. Это необходимо учитывать при использовании средних значений в качестве потенциальных характеристик систем со свободным доступом.

В соответствии с протоколом ALOHA [2 и др.] абонент пытается передать пакет фиксированной длительности b до тех пор, пока попытка передачи не будет успешной. Каждая передача предваряется задержкой на R b-секундных интервалов для анализа канала с целью обнаружения коллизий, а время каждой передачи выбирается равновероятно из K b-секундных интервалов. Таким образом, время успешной передачи X задается следующим соотношением:

$$\mathrm{X} = b + Rb + \sum_{r=0}^{N_c} \left(Rb + \chi_r b \right), \qquad (4)$$

что совпадает с результатами [2]. В (4) $\chi_r \in [1, K]$ – независимые одинаково распределенные равномерные дискретные СВ, а N_c – число коллизий (число попыток передачи до первого успеха). При вероятности коллизии p $P(N_c = r) = p^r (1-p)$. Как следует из (4), норми-

рованное среднее время передачи пакета фиксированной длительности имеет вид

$$\langle \mathrm{X} \rangle / b = 1 + R + \big(R + (K+1)/2\big) E. \qquad (5)$$

Здесь среднее число повторных попыток передачи $\langle N_c \rangle = E$ при достаточно больших величинах K [1] задается соотношением $E = G/S - 1$, где, как обычно, G и S – интенсивности поступающей и обслуженной нагрузки в системе ALOHA. Поскольку для геометрически распределенной СВ $\langle N_c \rangle = p/(1-p)$, то

$$p = S/G = e^{-2G}. \qquad (6)$$

Таким образом, соотношение (4) вместе с вероятностными распределениями СВ χ и N_c задает полное вероятностное описание случайного времени передачи пакета данных по протоколу ALOHA, что позволяет найти не только его вероятностные моменты, но и распределение.

Поскольку СВ X представляет собой сумму случайного числа случайных величин, то ее дисперсия в соответствии с результатами [6] для смеси СВ может быть записана в виде

$$D(X) = D\left[b \sum_{r=1}^{N_c} \big(R + \chi_r\big) \right] =$$

$$= b^2 D(N_c) \langle R + \chi \rangle^2 + b^2 D(\chi) \langle N_c \rangle =$$

$$= b^2 \frac{1-p}{p} \left(R + \frac{K+1}{2} \right)^2 + b^2 \frac{K^2 - 1}{12} E.$$

Переходя к нормированной величине $\mathrm{X}' = \mathrm{X}/b$, получим

$$D(X') = e^{2G}\left(e^{2G} - 1\right)\left(R + \frac{K+1}{2} \right)^2 +$$

$$+ \left(e^{2G} - 1\right) \frac{K^2 - 1}{12}.$$

Это соотношение можно записать как функцию S

$$D(X') =$$

$$= \left[\frac{G(S)}{S} - 1 \right] \left[\frac{S}{G(S)} \left(R + \frac{K+1}{2} \right)^2 + \frac{K^2 - 1}{12} \right], \qquad (7)$$

где $G(S)$ находится из соотношения

$$S = Ge^{-2G}. \qquad (8)$$

Аналогичные соотношения для синхронной ALOHA принимают следующий вид:

$$X' = 1{,}5 + R + \sum_{r=0}^{N_c} \big(0{,}5 + R + \chi\big),$$

$$\langle X' \rangle = 1{,}5v + R + \left(0{,}5 + R + \frac{K+1}{2} \right) E,$$

$$D(\mathrm{X}') = \left[\frac{G(S)}{S} - 1 \right] \times$$

$$\times \left[\frac{S}{G(S)} \left(0{,}5 + R + \frac{K+1}{2} \right)^2 + \frac{K^2 - 1}{12} \right], \qquad (9)$$

где $G(S)$ находится из соотношения $S = Ge^{-G}$.

На рис. 2 приведены графики нормированных средних значений $\langle X' \rangle$ и границ разброса около средних $\langle X' \rangle \pm 0{,}2\sqrt{D\langle X' \rangle}$ для времени передачи данных в протоколах ALOHA и синхронная ALOHA (для $R = 0$, $K = 5$). Как следует из рис. 2, возможный разброс задержек времени передачи пакета данных по протоколам ALOHA очень велик и возрастает с ростом интенсивности обслуженной нагрузки S. Это не позволяет использовать средние значения как объективную меру качества при сравнении различных протоколов.

Исследование производительности сетей стандарта IEEE 802.11 (далее просто 802.11) проводилось многими авторами. Первый, наиболее подробный аналитический анализ пропускной способности протокола приведен в [7]. Там представлена простая, достаточно точная модель задержки доступа к идеальному каналу в насыщенной сети в предположении о конечном числе абонентов и отсутствии скрытых станций. Пропускная способность сети рассчитывается как отношение среднего времени передачи пакета (полезной информации) к средней длительности виртуального слота и для пакетов фиксированной длительности задается соотношением

$$S = \frac{P_s P_{tr} T_o}{(1 - P_{tr})\sigma + P_{tr} P_s T_s + P_{tr}(1 - P_s) T_c},$$

$$P_{tr} = 1 - (1-\tau)^n,\ P_s = n\tau(1-\tau)^{n-1}\big(1 - (1-\tau)^n\big). \qquad (10)$$

Здесь P_{tr} – вероятность того, что в данном временном слоте осуществляется хотя бы одна передача, а P_s определяет условную вероятность

[1] Как показывают результаты исследований [2], рассмотренное приближение хорошо работает уже при $K \geq 5$.

того, что эта передача в сети из n станций является успешной; T_o, T_s, T_c, σ – время передачи полезной информации, успешной передачи пакета, коллизии пакета и пустого слота соответственно. Предполагается, что в начале каждого слота любая станция выходит на передачу с одинаковой вероятностью, равной τ, а p – постоянная вероятность столкновения пакета, передаваемого каждой станцией, независимая от числа совершенных повторных передач. Вероятности p и τ связаны системой нелинейных уравнений [7] и зависят от параметров канального уровня.

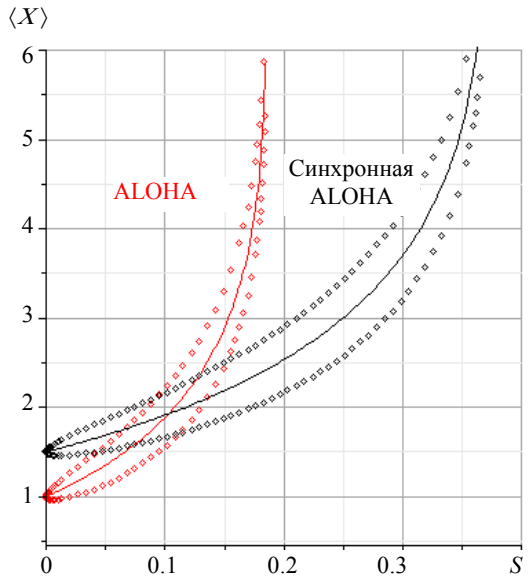


Рис. 2. Зависимость нормированных средних значений и границ разброса около средних по уровню ±20% от СКО для времени передачи данных в протоколах ALOHA и синхронная ALOHA ($R=0$, $K=5$)

Число слотов задержки повторной передачи выбирается как случайное целое число, равномерно распределенное в интервале $[0, W-1]$. Оно зависит от числа безуспешных передач пакета. При первой попытке передачи $W=W_0$, W_0 – длительность минимально возможного окна конкуренции. После каждой безуспешной попытки передачи W удваивается до достижения максимально возможного значения $W_{\max}=2^m W_0$. В любой момент времени размер окна конкуренции равен $W_i=2^i W_0$, где $i\in[0,m]$ – уровень (состояние) отсрочки. Таким образом, станция может находиться в одном из $m+1$ состояний, где номер состояния i равен текущему числу попыток передачи.

Модель [7] оказалась удобной для дальнейших исследований. На ее основе в целом ряде работ проведен анализ средней задержки пакетов протокола, который явился логическим продолжением анализа средней пропускной способности. При этом в известных авторам работах внимание уделяется лишь первому моменту и не затронут вопрос о разбросе характеристик вокруг среднего значения.

Согласно [3] время передачи (обслуживания) пакета ω можно представить в виде суммы $\omega=T_s+\sum_{j=1}^{n_C}T_{c,j}+\tau_B$, где T_s и $T_{c,j}$ – времена успешной передачи и коллизии в j-м акте передачи; n_c – число коллизий; τ_B – суммарное время отсрочки передачи (backoff). При фиксированном числе r повторных передач $\tau_B=\sum_{j=1}^{\omega_r}\xi_j$, где независимые одинаково распределенные СВ ξ_j задают длительность виртуального слота, т.е. время между двумя последовательными уменьшениями счетчика обратного отсчета, а ω_r – число виртуальных слотов, которое узел ждет, прежде чем осуществить $r+1$ попытку передачи пакета. Выражение для производящей функции случайной величины ω для пакетов постоянной длительности T_s представимо в виде [3]

$$G_{\omega}(z) = (1-p)z^{T_S}\sum_{r=0}^{\infty}(z^{T_C}p)^r G_{\tau_B}(z),$$

где $G_{\bullet}(z)$ – производящие функции соответствующих случайных величин.

На основе модели [3] в [8] исследована зависимость средних значений производительности и временной задержки протокола 802.11 для пакетов данных фиксированной длительности. Среднее время передачи пакета задается соотношением (штрихом обозначено дифференцирование)

$$\langle\omega\rangle = G'_{\omega}(1) = T_s + \frac{pT_c}{1-p} + \frac{\langle\xi\rangle}{2(1-p)}\left[\frac{W_0\left(1-p-p(2p)^m\right)}{1-2p} - 1\right], \qquad (11)$$

где $\langle\xi\rangle = p_sT_s + p_cT_c + p_e\sigma$ – средняя длительность виртуального слота; p_s, p_c, p_e – вероятности успешной передачи выделенной станции, коллизии сторонних станций и свободного канала, $p_s = (n-1)\tau(1-\tau)^{n-2}$, $p_e = (1-\tau)^{n-1}$, $p_c = 1 - p_s - p_e$.

С учетом определения и приведенных соотношений выражение для дисперсии $D(\omega)$ времени передачи пакетов может быть записано в виде

$$D(\omega) = G''_{\omega}(1) + G'_{\omega}(1) - [G'_{\omega}(1)]^2, \qquad (12)$$

$$G''_{\omega}(1) = T_s(T_s-1) + \frac{pT_c}{1-p}(2T_s-1) + \frac{p(p+1)}{(p-1)^2}T_c^2 + 2(1-p)\sum_{r=0}^{\infty}p^r(T_s+rT_c)\langle\tau_B\,|\,r\rangle + (1-p)\sum_{r=0}^{\infty}p^rG''_{\tau_{B(r)}}(1),$$

где $\langle\tau_B\,|\,r\rangle = \langle\omega_r\rangle\langle\xi\rangle\sqrt{b^2-4ac}$ – условное среднее случайной величины $\tau_B(r)$,

$$\langle\omega_r\rangle = \begin{cases} W_0(2^{r+1}-1)/2 - (r+1)/2, & r < m, \\ W_0(2^m-1)/2 - m/2 + (W_0 2^m - 1)(r-m+1)/2, & r \ge m. \end{cases}$$

Ввиду независимости между собой СВ ξ_j, $j = 1\ldots\omega_r$, а также независимости всех ξ_j от ω_r, производящую функцию и дисперсию сложной [6] СВ τ_B можно представить в виде

$$G_{\tau_B}(z) = G_{\omega_r}\left(G_{\xi}(z)\right),$$

$$D(\tau_B) = D(\omega_r)\langle\xi\rangle^2 + D(\xi)\langle\omega_r\rangle. \qquad (13)$$

Поскольку

$$D(\tau_B) = G''_{\tau_B}(1) + \langle\tau_B\,|\,r\rangle - \langle\tau_B\,|\,r\rangle^2, \qquad (14)$$

то соотношения (13), (14) позволяют записать выражение для $G''_{\tau_B}(1)$, которое необходимо использовать в (12):

$$G''_{\tau_B}(1) = D(\omega_r)\langle\xi\rangle^2 + D(\xi)\langle\omega_r\rangle - \langle\omega_r\rangle\langle\xi\rangle + \langle\omega_r\rangle^2\langle\xi\rangle^2. \qquad (15)$$

Дисперсии СВ ξ и ω_r задаются выражениями

$$D(\xi) = p_sT_s^2 + p_cT_c^2 + p_e\sigma^2 - (p_sT_s + p_cT_c + p_e\sigma)^2,$$

$$D(\omega_r) = \begin{cases} -\frac{1}{12}r + \frac{1}{9}4^rW_0^2 - \frac{1}{12} - \frac{1}{36}W_0^2, & r < m, \\ -\frac{1}{12}m4^mW_0^2 + \frac{1}{9}4^mW_0^2 - \frac{1}{12} - \frac{1}{36}W_0^2 + \frac{1}{12}r4^mW_0^2 - \frac{1}{12}r, & r \ge m. \end{cases}$$

Приведенные выше аналитические соотношения позволяют вычислить СКО времени доставки пакетов протокола 802.11, однако общее выражение СКО в работе не приводится ввиду его громозкости.

В [8] выделено две группы параметров протокола 802.11, для которых доказано принципиально различное поведение среднего времени обслуживания пакета в зависимости от интенсивности обслуженной нагрузки S. При изменении параметров группы а), в которую вошли W_0, m, n, используемые при нахождении вероятностей p и τ, параметрическая зависимость $\langle \omega(S) \rangle$ 802.11 схожа с соответствующей для протокола ALOHA, с той разницей, что разброс между значениями верхней и нижней ветвей графика задержки отсутствует[2], благодаря чему кривая $\langle \omega(S) \rangle$ визуально оказывается близка к прямой линии. Последний факт позволил сделать вывод об устойчивости протокола 802.11 по средней задержке при нагрузках, близких к максимальной. На рис. 3 приведен график зависимости $\langle \omega(S) \rangle$ при изменении длительности начального окна конкуренции W_0, построенный при $T_o = 0{,}0048$ (что соответствует времени передачи 4800 бит на скорости 1 Мбит/с), для сети из 10 узлов и параметров канального уровня спецификации DSSS протокола 802.11 [9], а также СКО разброса по уровню $\pm 0{,}2\sigma(\omega)$ ($\sigma(\omega) \equiv \sqrt{D(\omega)}$).

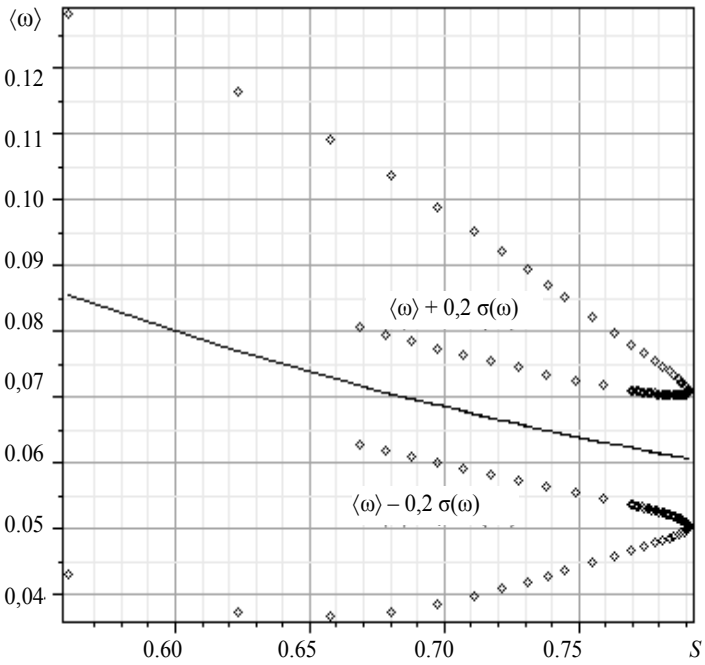


Рис. 3. Зависимость среднего времени передачи пакета (в секундах) от производительности при изменении параметров группы а) и СКО по уровню $\pm 0{,}2\sigma(\omega)$

Анализируя приведенные на рис. 3 кривые, можно заметить, что, несмотря на устойчивость протокола относительно средней задержки (в отличие от бистабильности протоколов ALOHA), соответствующее СКО при фиксированном S в зависимости от параметра W_0 может принимать существенно разные значения. К примеру, пропускная способность $S \sim 0{,}698$ достигается при $W_0 = 25$ и $W_0 = 1200$, средняя задержка в обоих случаях $\langle \omega \rangle \approx 0{,}069$, в то время как $\sigma(\omega)|_{W_0=25} \approx 0{,}15 \gg \sigma(\omega)|_{W_0=1200} \approx 0{,}04$.

Таким образом, анализ полученных результатов показывает, что для рассмотренных значений параметров насыщенной сети передачи данных справедливы следующие утверждения:

1. Значения параметров, обеспечивающие одинаковые средние задержки, приводят к существенно различающимся дисперсиям задержек.

2. Существуют критические значения параметров, при переходе через которые качественно меняется поведение зависимости дисперсии разброса от пропускной способности S.

3. Существуют оптимальные значения параметров, позволяющие существенно улучшить показатели качества функционирования сети. Так,

[2] Различие возникает ввиду дискретности параметра.

оптимальный выбор W_0 позволяет по сравнению с определенным в стандарте [9] одновременно:

– уменьшить среднюю задержку доставки пакета на 8,6%;

– уменьшить дисперсию флуктуаций времени доставки пакета в 15 раз;

– увеличить производительность сети на 12,5%.

Группу б) образуют так называемые временные параметры σ и T_o. На рис. 4 в полулогарифмическом масштабе представлена зависимость $\langle\omega(S)\rangle$ для сети из $n=10$ узлов и соответствующее СКО по уровню $\pm 0,2\sigma(\omega)$. Параметрическая зависимость $\langle\omega(S)\rangle$ получена при изменении времени передачи полезной информации пакета T_o; при построении, как и ранее, использовались параметры спецификации DSSS MAC подуровня протокола [9]. Как видно из рисунка, в отличие от параметров группы а) изменение временных параметров приводит к монотонному увеличению времени обслуживания пакета ω с ростом производительности сети S. Относительная величина разброса времени передачи возрастает с ростом S.

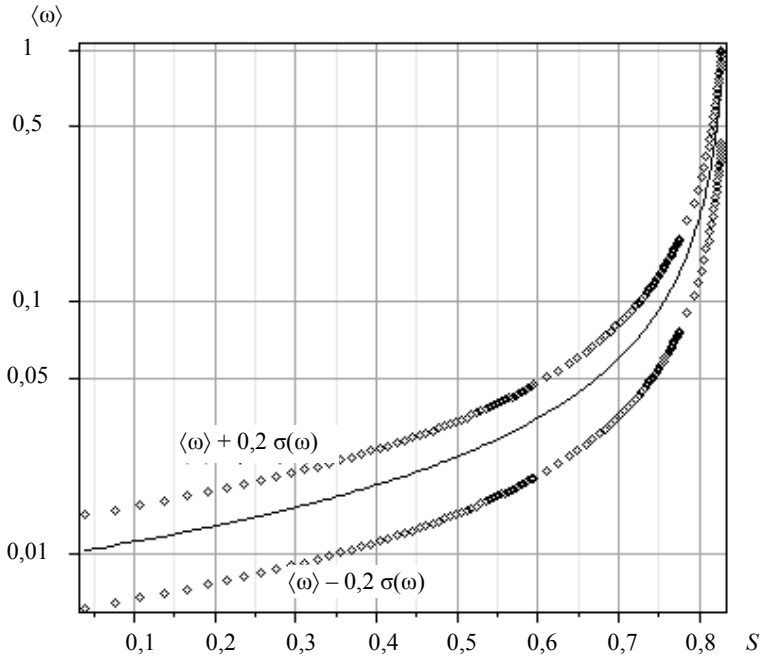


Рис. 4. Зависимость среднего времени передачи пакета (в секундах) от производительности через параметры группы б) и СКО по уровню

Достоверность аналитических соотношений, предложенных в настоящей работе для расчета среднего времени и дисперсии временной задержки передачи кадра протокола 802.11, подтверждена результатами имитационного моделирования.

Выводы

Наличие высоких значений СКО времени доставки сообщений в протоколах ALOHA, приводящее к бистабильности, делает практически бесполезной использование средних величин (пропускная способность, средняя задержка) в задачах оценки качества систем и сравнения различных вариантов протоколов.

Протокол 802.11 устойчив, однако использование средних показателей не позволяет обоснованно судить о качестве функционирования и не может использоваться для выбора параметров и сравнения различных вариантов протоколов. Совместный учет первых двух вероятностных моментов времени передачи пакета дает некоторое представление об абсолютном качестве протокола и позволяет сравнивать между собой различные алгоритмы и значения параметров.

Как показали исследования для обоих протоколов ALOHA и 802.11, дисперсия времени обслуживания пакетов настолько велика, что может в разы превышать значения среднего. Анализ графиков рис. 3, 4 показывает, что даже погрешность в пределах $\pm 0,2\sigma(\omega)$ может оказаться неприемлемой для большинства инженер-

ных расчетов. С увеличением числа узлов ситуация еще более ухудшается, т.к. при этом растет соотношение $\sigma(\omega)/\langle\omega\rangle$.

Таким образом,

– в рассмотренных задачах существует настоятельная необходимость использования полного вероятностного описания для корректной оценки качества принимаемых решений;

– существует возможность выбора параметров протокола канального уровня IEEE 802.11, значительно улучшающих показатели функционирования насыщенной сети.

Литература

1. *Бертсекас Д.* Сети передачи данных / Д. Бертсекас, Р. Галлагер. – М. : Мир, 1989.

2. *Шварц М.* Сети связи : Протоколы, моделирование и анализ : пер. с англ. / М. Шварц. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – Т. 2. – 1992. – 272 с.

3. *Zanella A.* Statistical Characterization of the Service Time in Saturated IEEE 802.11 Networks / A. Zanella, F. De Pellegrini // IEEE Commun. Lett. – Mar. 2005. – Vol. 9, №. 3. – Pp. 225–227.

4. *Зюльков А.В.* Вероятностное описание задержек в насыщенных сетях IEEE 802.11 / А.В. Зюльков, А.А. Ефанов // Труды конференции «Кибернетика и высокие технологии XXI века». – Воронеж, 2010. – Т. 2. – С. 741–745.

5. *Кенинг. Д.* Методы теории массового обслуживания / Д. Кенинг, Д. Штойан. – М. : Радио и связь, 1981. – 128 с.

6. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1 / В. Феллер. – М. : Мир, 1984. – 527 с.

7. *Bianchi G.* Performance Analysis of the IEEE 802.11 Distributed Coordination Function / G. Bianchi // IEEE J. Select. Areas Commun. – Mar. 2000. – Vol. 18. – Pp. 535–547.

8. *Зюльков А.В.* Производительность и временная задержка передачи данных по протоколу канального уровня IEEE 802.11 / А.В. Зюльков А.А. Ефанов // Теория и техника радиосвязи. – 2012. – № 1. – С. 73–78.

9. IEEE Std 802.11-1999 (Supplement to ANSI/IEEE Std 802.11, 1999 Edition). Part 11 : Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specificat. – 1999.

Статья поступила в редакцию 14 марта 2012 г

УДК 519.7:621.39

К ВОПРОСУ О МЕТОДАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

А.Н. Асосков, директор НТК, тел.: 8-980-242-06-10
И.Н. Малышева, вед. инженер-программист, тел.: (473) 279-93-24
ОАО «Концерн «Созвездие»

Рассмотрены теоретические представления о механизмах обработки информации в радиотехнических системах с использованием методов сложной динамики. Проведён анализ возможности создания математической модели информационного процесса, происходящего в радиотехнической системе, на основе применения хаос-технологий.

***Ключевые слова**: динамическая система, ассоциативные связи, клеточные автоматы, решётки связанных отображений, иерархическая структура.*

TO THE QUESTION OF METHODS OF MODELLING OF INFORMATION PROCESSES IN RADIO ENGINEERING SYSTEMS

A.N. Asoskov, head of Scientific and Technical Department, tel.: 8-980-242-06-10
I.N. Malysheva, leading programming engineer, tel.: (473) 279-93-24
JSC «Sozvezdie» Concern»

Theoretical conceptions about information processing mechanisms in radio engineering systems with use of methods of difficult dynamics are considered. The analysis of creation possibility of mathematical model of the information process occurring in radio engineering system, on the basis of application of chaos-technologies is carried out.

***Key words**: dynamic system, associative communications, cellular automatic machines, coupled map lattices, hierarchical structure.*

В настоящее время появился класс принципиально новых систем обработки информации, основанных на положениях теории детерминированного хаоса. Современные концепции рассматривают системы с детерминированным хаосом с точки зрения общности признаков с теорией динамических систем и информационными процессами [1–3]. Теоретические представления об информационных процессах в сложноорганизованных системах совместно с анализом экспериментальных данных подтверждают наличие общих закономерностей обработки информации в системах со сложной динамикой. Это даёт возможность построения моделей систем обработки информации, не зависящих от конкретного вида самих систем. Однако достоверность тех или иных предположений о механизмах обработки информации на основе хаоса и сложной динамики может быть подтверждена только при анализе конкретных систем. Поэтому возникает потребность в разработке достаточно простых математических моделей для некоторых известных сложных систем, имеющих основные характерные свойства нелинейных динамических систем.

На основе идеи общности закономерностей информационных процессов в сложных системах в настоящей статье предлагается создать модель обработки информации для обобщённой радиоприёмной системы (РС). На рис. 1 представлена обобщённая структурно-функциональная схема РС, отражающая характерные процессы обработки информации на приёмной стороне радиотракта.

Рис. 1. Обобщённая структурно-функциональная схема радиоприёмной системы

 ISSN 1995-7009

Основным назначением приёмного устройства являются поиск и обнаружение сигнала в условиях априорной неопределённости. Согласно информационной теории Шеннона, канал связи между передающим и приёмным устройством осуществляет взаимно однозначное отображение (копирование) между передаваемым и принимаемым сигналом. Появление входного сигнала переводит радиотехническую систему в режим синхронизации и приема, причём система начинает стремиться к более когерентному пространственно-временному поведению. Как правило, далее требуется обработка (демодуляция и декодирование) принятого одномерного сигнала для получения какой-либо информации о конкретном объекте. Такая обработка реализуется в виде определённого способа получения информации и даёт представление о динамических свойствах объекта на основании сведений о происходящем в нём хаотическом процессе.

Соответственно, для обеспечения заданной функциональности радиотехнической системы, в первую очередь следует определить необходимую степень сложности аппаратной реализации ещё на этапе проектирования. Интуитивно понятно, что сложность аппаратной реализации монотонно возрастает с ростом сложности программного обеспечения, причём крутизна роста определяется конкретным алгоритмом кодирования или архитектурой данной системы. Однако повышение сложности аппаратной реализации для достижения большей сложности поведения не отвечает требованиям современных концепций построения радиотехнических систем.

Предложенные в некоторых работах [4–6, 2, 7, 8] альтернативные принципы базируются на сочетании достаточно простой аппаратной реализации и методов обработки информационных структур, применяющихся в сложных динамических системах. Основная идея альтернативного подхода заключается в том, что информацию порождает не только утрата системой степеней свободы, но и увеличение разрешающей способности в системах с малым числом степеней свободы. Предлагаемые методы обработки информации основываются на создании продуманного набора рекуррентных правил, позволяющих извлекать информацию на низшем (физическом) иерархическом уровне и сжимать её на более высоком (управляющем) уровне для передачи непосредственно получателю.

Из сказанного следует, что процесс проектирования современных радиоустройств находится в тесной взаимосвязи с техникой кодирования-декодирования сигналов, в которой процесс обработки информации включает в себя последовательные этапы увеличения и сокращения числа степеней свободы передаваемого сигнала. Действительно, действия передающей стороны, направленные на эффективное кодирование, требуют отсутствия в информационных блоках одинаковых фрагментов длиной, равной или превышающей длину элементов передаваемого сигнала. Такой метод реализуется стандартным путем увеличения ширины полосы пропускания W и времени передачи T_0, вследствие чего возрастает и размерность $2WT_0$ пространства состояний, в котором отдельные элементы (элементами считаются временные отсчёты, представленные в дискретном цифровом виде с помощью теоремы Котельникова) фигурируют в качестве гипервекторов. На принимающем конце происходит уменьшение размерности пространства состояний (декодирование), сводящееся к серии сверток приходящего (зашумленного) сигнала и каждого кодового слова из ансамбля передатчика. Перечисленные выше действия позволяют приемному устройству обнаруживать и исправлять разнообразные ошибки, возникающие в принятом сигнале из-за помех и мешающих воздействий в канале связи. Иными словами, приемное устройство осуществляет «расшифровку» кода поступившего сигнала путем максимально возможного абстрагирования содержащегося в сигнале описания в результате анализа обобщенных сведений о переменных сигнала.

Далее представляется целесообразным определить некоторые понятия, использующиеся в изложении механизмов обработки информации с использованием методов сложной динамики.

Информацией в технике радиосвязи называют количество разрядов (длину) $L=|\overline{a}|$ кодового слова $\overline{a}=a_1a_2...a_L$, $a_L\in\{0;1\}$. С помощью кодовых слов кодируется определённое сообщение s из множества S всех возможных сообщений, $s\in S$.

Алфавитом называют множество всех элементов (состояний), которые могут существовать в данной системе. Например, в радиосвязи чаще всего используют бинарный алфавит $A=\{0;1\}$, что объясняется использованием цифровых компонентов с двоичной логикой.

Под информационной ёмкостью понимают максимальное число образов (информационных

блоков), которые могут одновременно существовать в динамической системе.

Если для описания поведения системы достаточно знать её состояние в конечном или счётном числе моментов времени, то говорят о системе с дискретным временем и для описания её развития используют дискретные отображения. Если данные позволяют однозначно указать значения параметров системы в нужные моменты времени, то говорят о детерминированных динамических системах.

Известно, что фазовые траектории и векторное поле скоростей дают наглядное представление о характере поведения системы с течением времени [9, 7, 3]. Множества фазовых траекторий, соответствующие различным начальным условиям, образуют фазовый портрет динамической системы. Пусть набор чисел $\bar{x} = \{x_1, x_2, ..., x_N\}$ в некоторый момент времени описывает состояние динамической системы, и разным наборам $\bar{x}$ соответствуют разные состояния. Тогда можно задать эволюционный оператор, указав скорость изменения каждого состояния системы:

$$\begin{aligned} &\frac{dx_i}{dt} = F_i(x_1, x_2, ..., x_N, c), \ i = 1, ..., N, \\ &x(0) = x_0, \end{aligned} \qquad (1)$$

где **x** – фазовая точка евклидова пространства R_n, ***c*** – вектор управляющих параметров, **F(x)** – векторное поле скоростей, сопоставляющее всякой точке **x** вектор

$$F(x) = \{F_1(x_1, x_2, ..., x_N, c), ..., F_N(x_1, x_2, ..., x_N, c)\}. \qquad (2)$$

В некоторых ситуациях для моделирования динамики системы достаточно указать её состояние в заданные дискретные моменты времени. В этом случае в качестве эволюционного оператора можно использовать функцию, выражающую состояние системы в некоторый момент времени через её состояние в предыдущий момент. Моделью такой динамической системы может служить уравнение специального вида, позволяющее эффективно проводить теоретический анализ и модельные оценки закономерностей информационных процессов:

$$x_{n+1} = F(x_n, c), \qquad (3)$$

где c – вектор параметров. Функция F задаёт правило, по которому определяется состояние системы в последующие моменты времени, если известно её состояние в предыдущий момент.

Отображение (3) представляет собой процесс с обратной связью и обладает свойствами, присущими хаотическим системам, что позволяет с его помощью описывать явления сложной динамики. Одно из таких свойств – масштабная инвариантность, заключается в том, что принципы распознавания структур в различных системах подобны. Наличие этого свойства позволяет проводить кластеризацию информационных структур системы и чрезвычайно важно для практических приложений и правдоподобности модели. Следующее свойство – независимость от начальных условий. На основании ряда работ [2, 10, 3] можно утверждать, что развитие системы не зависит от начальных условий до тех пор, пока начальные условия находятся в определённых пределах. Понятно, что искусственную систему, смоделированную на основании заранее подобранных предположений, можно повторно возвратить к тем же начальным условиям. Однако для реальной системы это представляется затруднительным. Поэтому данное свойство может быть использовано для распознавания сигнала по некоторой случайной его части, так же как и восстановление всего сигнала по его части. Условие ортогональности информационных блоков следует из способа построения одномерного отображения и определяет возможность записи образов для данной системы обработки информации: отсутствие в информационных блоках одинаковых фрагментов длиной, равной или превышающей длину записи. Если это условие не выполняется, отображение теряет однозначность.

Следовательно, искомая характеристика функционирования информационной составляющей радиотехнической системы может быть основана на отображении (3) и может служить полноценной основой для моделирования различных операций обработки информации. Существенным условием, налагаемым на подобную систему, является нелинейная зависимость результата от начального значения. При этом следует учесть чрезвычайно важный для сложных динамических структур момент – существование возможности функционирования на границе области неустойчивости. Данное свойство предоставляет таким структурам разнообразные адаптивные способности и даёт возможность совершать быстрые переходы из одного состояния в другое. Каждую траекторию такой структуры можно рассматривать как некоторый информационный сигнал. В соответст-

вии с таким представлением совокупность траекторий отображения выступает как некое информационное множество в виде множества траекторий системы. Это множество характеризуется рядом интересных свойств, проявление которых зависит от наличия и типа аттракторов данной динамической системы.

Математическая модель ассоциативного извлечения информации

Для создания информационной модели предлагается отождествить множество сигналов, передаваемых в канал связи, с множеством начальных условий в *N*-мерном пространстве состояний, где N – число переменных, описывающих рассматриваемое явление. Приёмное устройство отождествляется с множеством аттракторов гораздо меньшей размерности, погружённых в качестве инвариантных подмножеств в то же самое *N*-мерное пространство состояний. Необходимо помнить о взаимной неоднозначности отображения между сигналами и аттракторами: подмножества начальных условий области притяжения стягиваются к единственному аттрактору. Возможен второй вариант: некоторые из точек области притяжения могут бесконечно долго двигаться по переходной траектории, не притягиваясь к аттрактору, или даже устремляться к бесконечности. Иными словами, точность начального условия имеет решающее значение для достоверного предсказания конечного аттрактора, к которому будут стремиться подмножества начальных условий области притяжения.

Для восстановления имеющегося образа по его произвольному участку в работе [11] предлагается использовать метод ассоциативного извлечения информации. Задача сводится к вычислению значения начальной точки x_0, лежащей на соответствующем аттракторе. Для этого необходимо знать фрагмент информационного блока $\left(a_j a_{j+1} \ldots a_{j+q-1}\right)$ длиной q:

$$x_0 = \sum_{j=1}^{q} \frac{a_{j=k-1}}{N^k}. \qquad (4)$$

При записи на уровне q сначала проводится ортогонализация информационных блоков, а затем закодированные блоки записываются на предельные циклы отображения. Таким образом, вопрос об информационной емкости конкретной системы сводится к подсчету числа «q-ортогональных» образов при алфавите длиной N, где q – длина одного образа. Если известен точный фрагмент информационного блока длиной, не меньшей, чем номер уровня записи, то, используя описанную в [11] процедуру построения точек цикла, по предъявленному фрагменту информационного блока можно восстановить, по крайней мере, одну точку соответствующего предельного цикла.

Процедура синтеза одномерного отображения в фазовом пространстве – отрезке [0, 1] заключается в том, что для каждого из записываемых информационных блоков $\left(a_j a_{j+1} \ldots a_{j+q-1}\right)$ строится замкнутая траектория – цикл, каждая точка которого взаимно однозначно связана с соответствующим фрагментом информационного блока. После построения основы (замкнутых траекторий-циклов, отвечающих записанным информационным блокам) конструируется функция $f(x)$ путём последовательного соединения концов информативных участков между собой и с концами отрезка [0,1] прямыми линиями. И далее можно произвести восстановление всего информационного блока, проведя операции итерирования отображения. Таким образом, программа извлечения информации, построенная на описанных принципах, в ответ на предъявленный информационный фрагмент незамедлительно формирует один из двух вариантов: либо возвращает начальную точку x_0 на соответствующем аттракторе – предельном цикле, по которому может быть полностью восстановлен полученный образ; либо даёт ответ о невозможности выполнения данного запроса в связи с отсутствием записи данного фрагмента на отображении или с недостаточностью информации, содержащейся в предъявленном фрагменте.

Очевидно, что вероятность ошибки вышеописанной процедуры практически стремится к нулю в силу однозначности самого отображения и процедуры кодирования предъявляемого фрагмента, «ортогональности» информационных блоков, а также в результате реализации процедуры сравнения закодированного фрагмента с порождаемым им информационным потоком, производимой при формировании начального условия. Следует заметить, что описанная процедура извлечения информации обладает свойствами достаточно быстрого коррелятора в результате восстановления исходного информационного блока по его фрагменту без сравнения полученного для предъявления фрагмента с каждым из записанных образов.

Математическая модель клеточного автомата

Существует также так называемый алгоритмический подход к моделированию реальной физической системы, изложенный в [7], заключающийся в формулировании адекватного описания поведения системы в терминах алгоритмов, что помогает существенно упростить моделирование и изучение системы с помощью вычислительных машин. Такой подход значительно отличается от традиционного, основанного на дифференциальных уравнениях, и называется методом клеточного автомата.

Для начала необходимо задать топологию системы – указать для каждого составляющего элемента, какие из элементов системы являются его соседями. Предполагается, что каждый из простых элементов меняет свое состояние в дискретные моменты времени по определённому закону в зависимости от состояния самого элемента и состояния его соседей в предыдущий момент времени. Затем необходимо задать правило перехода элемента из состояния $a_j^{(n)}$ в момент времени t_n в состояние $a_j^{(n+1)}$ в следующий момент времени t_{n+1}:

$$a_j^{(n+1)} = F\left(a_j^{(n)}, \sum_{i\in \mathrm{O}(j)} a_i^{(n)}\right), \qquad (5)$$

где $a_j^{(n)}$ – состояние j-го элемента в момент времени t_n, $\mathrm{O}(j)$ – окрестность, состоящая из соседей j-го элемента. Будем считать, что $a_j^{(n)}$ может принимать только одно значение из некоторого заданного набора, т.е. состояние j-го элемента в момент времени t_{n+1} определяется его состоянием и суммой состояний элементов его ближайшего окружения в предшествующий момент времени t_n. При $n\to\infty$ такой клеточный автомат обладает сложным динамическим поведением: различные траектории движения сменяют друг друга, ни разу не повторяясь.

Для определения модели клеточного автомата для системы из N элементов следует задать набор переходных вероятностей

$$w\left(a_j^{(n+1)} \middle| a_j^{(n)}, \sum_{i\in \mathrm{O}(j)} a_i^{(n)}\right), \qquad (6)$$

характеризующих вероятность найти j-й элемент в $(n+1)$ момент времени в состоянии $a_j^{(n+1)}$ при условии, что в предыдущий момент времени он находился в состоянии $a_j^{(n)}$, а сумма состояний его соседей равнялась

$$\sum_{i\in \mathrm{O}(j)} a_i^{(n)}. \qquad (7)$$

В частности, модель динамической системы, демонстрирующей ассоциативную память, может быть основана на следующей идее. Пусть в системе имеется набор аттракторов, с каждым из которых связан единственный эталонный образ, и всё фазовое пространство делится на области притяжения так, что любое начальное состояние (кроме неустойчивых состояний на сепаратрисах) эволюционирует к какому-либо аттрактору. Небольшие локальные возмущения инициируют процесс изменения активности, захватывающий со временем всё большую часть системы. Тогда с любым предъявленным образом ассоциативно связан только один из заданных образов, а именно тот, к области притяжения которого он принадлежит.

Обученная таким образом система способна узнавать ситуации, характеризующиеся входными сигналами, сходными с эталонными, путём формирования выходных образов, близких к запомненным при обучении. Причем понятие «сходности» образа при этом не задаётся заранее, а вырабатывается системой в процессе обучения. Такой подход весьма перспективен для решения сложных неформализуемых задач.

Математическая модель на основе глобально связанных отображений

Если необходимо качественное исследование пространственно-временного поведения сложной системы, то во многих случаях предпочтительно иметь дело не с непрерывной средой, а с дискретными моделями. Один из эффективных подходов к исследованию динамики таких систем состоит в конструировании моделей на основе решёток связанных отображений (Coupled Map Lattices – CML), когда рассматривается система из набора большого числа элементов. Каждый элемент в ней каким-то образом связан со своими соседями, и мгновенное состояние соседних ячеек оказывает влияние на состояние данного элемента в следующий момент времени [10, 12–14].

В рамках указанного подхода возможно исследование радиотехнических систем с глобальными связями. Ситуацию, когда каждый элемент каким-либо образом связан с каждым другим,

можно трактовать как наличие общего поля, действующего в каждый момент времени одинаковым образом на все элементы системы. Такого рода системы обнаруживают замечательный феномен кластеризации, когда элементы системы в процессе динамики самопроизвольно распределяются по группам (кластерам), так что в пределах каждой группы мгновенные состояния совпадают точно [15, 12]. При этом каждый индивидуальный элемент обычно представляет собой уже изученную нелинейную систему, описываемую отображением или дифференциальным уравнением, в которой реализуется характерный тип динамического поведения.

В работе [15] автор излагает характеристики некоторых моделей глобальных связанных отображений, включающих изменения соединений, зависящих от динамики модулей. Самая простая модель описывается следующей системой уравнений:

$$x^i_{n+1} = f\left((1-c)\,x^i_n + c\cdot\sum_{j=1}^{N} w^{ij}_n x^j_n\right),$$

$$w^{ij}_{n+1} = \frac{\left[1+\delta\cdot g\left(x^i_n, x^j_n\right)\right]w^{ij}_n}{\sum_{j=1}^{N}\left[1+\delta\cdot g\left(x^i_n, x^j_n\right)\right]w^{ij}_n},$$

$$f(x) = a\cdot x(1-x),$$

$$g(x,y) = 1-2\cdot|x-y|, \qquad (8)$$

где x^i_{n+1} является переменной состояния модуля i, а w^{ij}_n – сила связи между модулем j и модулем i в n-м такте. Параметр a определяет нелинейность динамики модулей, c – силу влияния других модулей на динамику каждого модуля, δ – пластичность силы соединения, N – размер системы (то есть число модулей). Функция $f(x)$ отражает динамику модуля. Функция $g(x)$ определяет правило изменения соединения.

Модель (8) позволяет исследовать непосредственное формирование сетевой структуры. При выборе параметров, соответствующих слабохаотическому колебанию и умеренной силе связей, система самоорганизуется в характерную структуру, которая состоит из двух различных групп модулей: одна составлена из модулей с «весомыми» соединениями, другая – из модулей с «маловесомыми» соединениями.

Другая модель составлена из модулей с возбудимостью и описывается следующей системой уравнений:

$$x^i_{n+1} = f\left(x^i_n + c\cdot\sum_{j=1}^{N} w^{ij}_n x^j_n\right),$$

$$w^{ij}_{n+1} = \frac{\left[1+\delta\cdot g\left(x^i_n, x^j_n\right)\right]w^{ij}_n}{\sum_{j=1}^{N}\left[1+\delta\cdot g\left(x^i_n, x^j_n\right)\right]w^{ij}_n},$$

$$f(x) = x + w + \frac{k}{2\pi}\sin(2\pi x \bmod 1),$$

$$g(x,y) = \cos\left(2\pi\left(x^i_n - x^j_n\right)\right) \qquad (9)$$

Модель (8) отличается от модели (9), главным образом, функциональной формой $f(x)$. У модели (9) есть два параметра: ω – характерная угловая скорость, и k – нелинейность отображения. При некоторых значениях параметров ($\omega = 0{,}4$, $k = 2{,}9392$) у этого отображения есть две смежных фиксированных точки (устойчивая и нестабильная), которые приводят к возбудимости. В этом случае структура сети может быть легко найдена в матрице соединения w^{ij}_n. Модель (9) позволяет увидеть очевидное разделение элементов на группы, в составе каждой из которых есть единый блок с «весомыми» исходящими соединениями. Такие модули, называемые «лидерами», управляют другими элементами своей группы и приводят к синхронизируемому разрыву межэлементных соединений. Эти группы не фиксированы во времени, но могут неоднократно появляться и уничтожаться. Такая динамика в данной структуре происходит из-за динамического взаимодействия между модулями.

Следующая модель позволяет исследовать, как система отвечает на внешний ввод. Модель описывается уравнениями

$$x^i_{n+1} = x^i_n + \Omega + \frac{k}{2\pi}\sin\left(2\pi x^i_n\right) + \frac{c}{2\pi}\sum_{j=1}^{N}\varepsilon^{ij}_n \sin 2\pi x^j_n + I^i,$$

$$\varepsilon^{ij}_{n+1} = \frac{\left[1+\delta\cdot\cos 2\pi\left(x^i_n - x^j_n\right)\right]\varepsilon^{ij}_n}{\sum_{j=1}^{N}\left[1+\delta\cdot\cos 2\pi\left(x^i_n - x^j_n\right)\right]\varepsilon^{ij}_n}, \qquad (10)$$

где I^i – внешний ввод к модулю i.

Модель с предоставленным модулю постоянным внешним вводом самоорганизуется в иерархическую структуру с входными модулями в виде «корня», как показано на рис. 2.

Модели (8)–(10) отражают спонтанное формирование сетевой структуры. Общий механизм такого формирования – положительная обратная связь между модулем и динамическими соединениями, которая усиливает малые колебания в сетевой структуре и инициируется хаотической природой динамики модулей. Модели такого рода позволяют исследовать и объяснить многие феномены, характерные для сложной динамики распределённых систем, – образование структур типа доменов, возникновение ряда типов перемежаемости, переходы к турбулентности, связанные с движением доменных стенок и разрушением доменов и т.д. В динамике этих моделей также проявляются определённые свойства универсальности и скейлинга, обусловленные наличием этих свойств у индивидуальных элементов, из которых строится система.

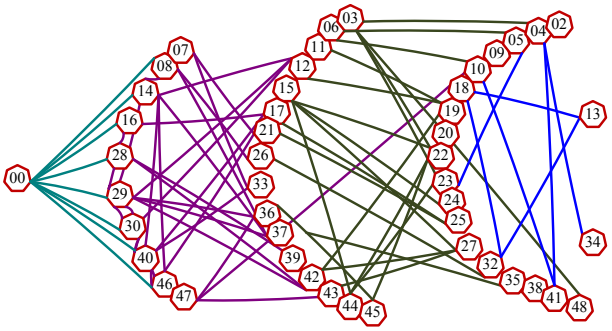


Рис. 2. Иерархическая структура модели

Представляется, что наиболее сложная и разнообразная динамика моделей с глобальной связью будет иметь место при задании параметров индивидуальных элементов в том интервале, где реализуется переход к хаосу. По-видимому, эту область следует рассматривать как представляющую наибольший интерес с точки зрения приложений для обработки информации.

Математическая модель иерархических уровней

Структурные изменения в иерархической системе затрагивают как взаимосвязи между элементами и уровнями, так и число элементов на различных уровнях. Известно [2], что изменение взаимосвязей неизбежно сказывается и на относительной численности элементов различных уровней, и на эффективности деятельности всей системы. Достаточно очевидно, что оценка эффективности деятельности рассматриваемой системы зависит от числа её уровней и числа элементов на каждом уровне.

Некоторые наглядные гипотезы позволяют получить простые количественные соотношения. Пусть эффективность деятельности каждого элемента системы характеризуется некоторой величиной $s_i, i = 1,..., p$. Очевидно, что для системы, в которой есть только один уровень и элементы которой одинаковы и независимы, эффективность деятельности представляется в виде линейной зависимости

$$S_p = p \cdot s, \qquad (11)$$

где p – число элементов. Отсюда можно сделать вывод, что увеличение числа одинаковых невзаимодействующих элементов ведёт к «экстенсивному» росту эффективности. Однако специализация элементов системы должна приводить к «интенсивному» росту, к достаточно резкому повышению эффективности работы всей системы, следовательно, к нелинейной зависимости. К сожалению, в доступной литературе имеется лишь небольшое количество данных, характеризующих взаимосвязь структуры радиотехнических комплексов с их эффективностью. Поэтому в качестве простейшей зависимости, не учитывающей детали структуры, для двухуровневой системы можно использовать формулу

$$S_{q,r} = (s_1 q + b_1) \cdot (s_2 r + b_2) - b_1 \cdot b_2, \qquad (12)$$

где q – количество элементов на первом уровне, s_1 – эффективность деятельности каждого из элементов первого уровня в отсутствие остальных, r – количество элементов на втором уровне, s_2 – эффективность деятельности каждого из элементов второго уровня в отсутствие остальных. Предположим, что одного из уровней нет: $q = 0$. Будем считать также, что $s_1 >> b_1$, $s_2 >> b$, чтобы в случае одного уровня зависимость была близка к линейной. Эту ситуацию будет описывать формула (12), если b_1 и b_2 – коэффициенты порядка единицы. Если в системе нет элементов, то $q = r = 0$, и, следовательно, $S_{0,0} = 0$. Для выполнения этого равенства в (12) необходимо добавить последнее слагаемое.

Обобщая соотношение (12) на систему из n уровней, получим

$$S_{p_1,\ldots,p_n} = (s_1 p_1 + b_1)\ldots(s_n p_n + b_n) - b_1 \ldots b_n . \quad (13)$$

Для обобщения задачи влияния изменения структуры на эффективность деятельности системы целесообразно считать, что общее число элементов системы постоянно:

$$P = \sum_{i=1}^{n} p_i . \quad (14)$$

В этих обозначениях условие эффективности иерархии может быть записано в следующем виде:

$$\begin{gathered} S_{\overline{p_1},\ldots,\overline{p_n}} \geq S_{P,0,\ldots,0};\ S_{\overline{p_1},\ldots,\overline{p_n}} \geq S_{0,P,\ldots,0}; \\ \ldots \\ S_{\overline{p_1},\ldots,\overline{p_n}} \geq S_{0,\ldots,P,0};\ S_{\overline{p_1},\ldots,\overline{p_n}} \geq S_{0,0,\ldots,P}. \end{gathered} \quad (15)$$

Тогда (13) можно представить в виде

$$S_{p_1,\ldots,p_n} = s_1 \ldots s_n \left(p_1 + \frac{b_1}{S_1}\right)\ldots\left(p_n + \frac{b_n}{S_n}\right) - b_1 \ldots b_n . \quad (16)$$

Следовательно, максимальная эффективность системы определяется соотношением

$$S_{p_1,\ldots,p_n} = s_1 \ldots s_n \overline{a}^{n} - b_1 \ldots b_n . \quad (17)$$

Отсюда становится очевидной стратегия повышения эффективности функционирования системы: следует действовать в соответствии с известным методом градиентного спуска [2]. Другими словами, чем больший вклад данный уровень вносит в работу системы, тем большую долю ресурса ему следует выделить, взяв её у менее эффективных уровней.

Выводы

На основании вышеизложенных подходов возможно создание математической модели обработки информации для разных иерархических уровней радиоприёмной системы, что предполагает:

– определение динамических свойств, необходимых для основных операций обработки информации;

– определение типов аттракторов, необходимых для работы с информацией;

– разработку образца модели, позволяющей работать с информацией как с траекториями отображений и управлять характером динамических свойств системы;

– реализацию базовых функций системы с использованием методов хаос-технологий.

По известной размерности фазового пространства характерных для данной системы сигналов и фрактальной размерности присутствующих в ней аттракторов можно вычислить степень сжатия, которому подвергается входной *N*-мерный сигнал. Исследование топологии сепаратрис в области притяжения аттракторов предоставляет возможность оценить количество извлекаемой информации, характеризующей кластеризацию данного сигнала. Следует отметить, что рассмотренные принципы идентификации полученной информации позволяют с достаточно высокой точностью произвести сопоставление поступающего сигнала с его записанной копией без осуществления корреляции этого сигнала со всеми записанными в системе сигналами. Построение алгоритмов обработки сигналов на основе вышеизложенных методов позволяет добиться значительного повышения быстродействия системы в целом (в результате реализации быстрого коррелятора, способного работать с большими массивами данных), хотя это и приводит к некоторому снижению робастности.

Создание модели клеточного автомата позволяет моделировать поведение системы переработки информации по аналогии с деятельностью нейросистем, заключающейся, например, в исследовании ассоциативных связей между элементами системы.

Рассмотренные модели систем глобально связанных отображений, ввиду их принадлежности к определённому классу универсальности, могут быть использованы для изучения динамики реальных систем различной природы. Свойство скейлинга служит полезным инструментом классификации и выявления закономерностей сосуществования различных динамических режимов, а свойство универсальности означает возможность реализации одних и тех же динамических феноменов на основе нелинейных диссипативных систем.

После аналитического выявления взаимосвязей между моделями, построенными достаточно строго, появляется возможность проектирования иерархической структуры модели. Как правило, модели такого класса дают достаточно ценную качественную информацию. Использование предложенных в статье сценариев математической модели радиотехнической системы позволяет успешно применить рассмотренные методы и алгоритмы теории нелинейных динамических систем для анализа устойчивости функционирования радиотехнических систем в усло-

виях информационного воздействия. Таким образом, предлагаемые методы создания модели радиотехнической системы предоставляют возможность проектирования иерархических комплексов связи путём их симуляции на компьютерах и могут найти практическое применение при разработке сложных радиотехнических систем.

Литература

1. *Заславский Г.М.* Слабый хаос и квазирегулярные структуры / Г.М. Заславский, Р.З. Сагдеев, Д.А. Усиков, А.А. Черников. – М. : Наука, 1991. – 240 с.

2. *Капица С.П.* Синергетика и прогнозы будущего. / С.П. Капица, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий. – 3-е изд. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 288 с.

3. *Шустер Г.* Детерминированный хаос: введение. – М. : Мир, 1988. – 253 с.

4. *Дмитриев В.А*. Запись и восстановление информации в одномерных динамических системах / В.А. Дмитриев // Радиотехника и электроника. – 1991. – Т. 36, №1. – С. 101–108.

5. *Дмитриев А.С.* Хаос и обработка информации в нелинейных динамических системах. / А.С. Дмитриев // Радиотехника и электроника. – 1993. – Т. 38, № 1. – С. 1–24.

6. *Жданов А.А.* Возможности использования технологии детерминированного хаоса в системах автономного адаптивного управления / А.А. Жданов, А.Е. Устюжанин. – М. : ИСП РАН, 2001. – С. 141–179. (Тр. Ин-та системного программирования).

7. *Чуличков А.И.* Математические модели нелинейной динамики. – М. : Физматлит, 2000. – 296 с.

8. *Ito J.* Coupled maps with variable connections / J. Ito // Knowledge-Based Intelligent Information Engineering Systems and Allied Technologies (KES2002). – 2002.

9. *Мун Ф.* Хаотические колебания / Ф. Мун. – М. : Мир, 1990. – 312с.

10. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос. – 2-е изд. – М. : Физматлит, 2006. – 356 с.

11. *Андреев Ю.В* Хаотические процессоры / Ю.В. Андреев, А.С. Дмитриев, Д.А. Куминов // Успехи современной радиоэлектроники. – 1997. – №10. – С. 50–79.

12. *Kaneko K.* Clustering, coding, switching, hierarchical ordering and control in network of chaotic elements / K. Kaneko // Physica D. – 1990. – Vol. 41. – Pp. 505–527.

13. *Kaneko K*. Coupled maps with growth and death : an approach to cell differentiation / K. Kaneko // Physica D. – 1997. – Vol. 103. – Pp. 505–527.

14. *Kaneko K*. Spatiotemporal intermittency in coupled map lattice / K. Kaneko // Prog. Theo. Phis. – 1985. – Vol. 74. – Pp. 1033–1044.

15. *Ito J.* Spontaneous structure formation in a network of chaotic units with variable connection strengths / J. Ito, K. Kaneko // Physical Review Letters. – 2002. – Vol. 88, № 2.

Статья поступила в редакцию 26 сентября 2011 г.

УДК 004.891:004.031.43

РАСЧЕТ ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ КОМПЛЕКСНОГО МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ

А.В. Леньшин, профессор, тел.: 8-920-229-09-95
Е.Т. Дюндиков, с.н.с., тел.: 8-960-124-63-30
ВАИУ (г. Воронеж)

Рассматриваются методические основы расчета достоверности результатов различных видов комплексного мониторинга состояния объектов. Получены выражения для определения вероятности ошибочных решений.

***Ключевые слова**: процесс динамической интеграции, комплексный мониторинг, достоверность.*

RESULTS ACCURACY ANALYSIS OF OBJECTS STATE COMPLEX MONITORING

A.V. Lenshin, professor, tel.: 8-920-229-09-95
E.T. Dyundikov, senior staff scientist, tel.: 8-960-124-63-30
Military Aviation Engineering University (Voronezh)

The methodical bases of results accuracy analysis of different kinds of objects state complex monitoring are considered. Expressions for definition of erroneous solutions probability are received.

***Keywords**: dynamic integration process, complex monitoring, accuracy.*

В процессе жизненного цикла разнородных объектов, систем различного назначения или в условиях быстрого изменения обстановки необходимо оперативно решать совокупность научных и прикладных задач по комплексной оценке соответствия фактических и заданных значений характеристик, а также тенденций изменения и динамичности их состояния. С этой целью создаются группировки сил и средств мониторинга $\{CM_\eta\}$. Важнейшим свойством агрегированных в группировки систем и средств, осуществляющих $\{\nu\}$, $\nu = 1,...,\nu^*$, различных видов мониторинга, становится их способность не только обеспечить аналитические подразделения органов управления (ОУ) сведениями об их результатах комплексного оценивания и прогнозирования изменений состояния контролируемых объектов, происходящих под воздействием природных и/или антропогенных факторов, но и обеспечить единую интерпретацию представляемых результатов с уровнем доверия не хуже заданного.

На практике в большинстве случаев уровень доверия к результатам различных видов мониторинга формируется по различным методикам с учетом априорных значений интервальных оценок погрешностей систем измерений (СИ) средств, осуществляющих конкретные виды мониторинга. Для устранения методических разногласий при организации и функционировании региональной, государственной или глобальной системы комплексного мониторинга (СКМ) требуется решить проблему унификации процесса определения достоверности сформированных результатов.

В работах [1 – 3] показано, что одним из основных показателей, формирующих значение эффективности функционирования СКМ, является достоверность $D^{\text{КМ}}$ представляемых в моменты t_n, $n = 1,2,...n^*$, времени в ОУ результатов $\{R^\eta\}$, $\eta = 1,...,\eta^*$, мониторинга сформированных группировкой $\{CK_\eta\}$ средств. В ОУ за время $\tau_{\text{R}} = [t_n, t_{\text{R}}]$ выполняются операции объединения, и состояние объекта отображается в виде интегрированного образа, содержащего данные по динамичности характеристик [4].

Под достоверностью $D^{\text{КМ}}$ будем понимать вероятностную меру соответствия результатов комплексного мониторинга (КМ) объектов *i*-го типа O_i (или комплектации) его истинному состоянию, определяемому значениями совокупности

$\hat{Y}_i = \left\{\hat{y}_{ij}\right\} \mid \hat{y}_{ij} = f(y_{ijk})$, $j = 1,...,j^*$, $\{j\}^i \supset \left(\{j\}\right)^{\nu}$, $k = 1,...,k_j^*$, контролируемых параметров, в состав которой включаются и интегральные характеристики. Для определения численного значения достоверности КМ воспользуемся моделью формирования значения достоверности, используемой при допусковом контроле:

$$D = 1 - \alpha - \beta, \qquad (1)$$

где α, β – значения ошибок контроля 1-го и 2-го рода [2, 3, 5].

Для случая комплексного мониторинга, учитывая, что при его проведении средствами осуществляются операции как допускового (ДК), так и прогнозирующего контроля (ПК), выражение (1) имеет вид

$$D^{\text{КМ}} = 1 - (\alpha^{\text{КМ}} + \beta^{\text{КМ}}), \qquad (2)$$

где $\alpha^{\text{КМ}} \supset (\alpha^{\text{ДК}}, \alpha^{\text{ПК}})$ – вероятность ошибки 1-го рода; $\beta^{\text{КМ}} \supset (\beta^{\text{ДК}}, \beta^{\text{ПК}})$ – вероятность ошибки 2-го рода КМ совокупности $\hat{Y}_i$ параметров объектов контроля (ОК).

Анализ выражений (1), (2) позволяет сделать очевидное заключение: чем больше значения ошибок, тем ниже значение достоверности $D^{\text{КМ}}$ и ценности сообщений, получаемых ОУ от средств мониторинга. В таком случае ниже и уровни обоснованности принятых решений по управлению действиями сил и средств. В итоге возможны большие уровни ущерба и затрат на ликвидацию последствий чрезвычайных ситуаций или на восстановление состояния объекта, удовлетворяющего нормам.

Истинным состоянием ОК может быть состояние, удовлетворяющее или не удовлетворяющее заданным требованиям и установленным нормам. В соответствии с бинарным принципом контроля состояние ОК признается удовлетворяющим заданным требованиям в случае, если значения показателей $\hat{Y}_i$, по которым принимается решение о выполнении требований и установленных норм, находятся в поле допустимых значений [5]

$$\bigcap_{\nu} \left(y_{ij}^{\text{Н}} \le \hat{y}_{ij}(t) \le y_{ij}^{\text{В}} \right)^{\nu} \Bigg| \; t = t_n.$$

Учитывая возложенные на СКМ функции по интеграции результатов осуществленных видов мониторинга и допущение, что обеспечена минимальная длительность $\tau_{\text{Д}}$ интервала доставки информации, определяемая временем между моментами окончания контроля СМ и заданным моментом представления результатов оценивания в ОУ (при $(\tau_{\text{Д}} = t_n - t_k^{\eta}) \to 0$), можно считать, что объект в момент времени $t_n \approx t_k^{\eta}$ находится в одной из возможных комбинаций состояний

$$\left\{ S_i^1(t_n),\ S_i^0(t_n),\ S_i^0(t_{\text{П}}),\ S_i^1(t_{\text{П}}),\ S_i^0(t_{\text{Т}}),\ S_i^1(t_{\text{Т}}) \right\},$$

где $S_i^1(t_n)$, $S_i^0(t_n)$ – состояния соответствия и несоответствия объекта установленным нормам по ДК; $t_{\text{П}}$ – момент времени окончания интервала прогнозирования, заданный ОУ с целью определения возможности и момента выхода фактических значений параметров состояния O_i за границы допустимых значений; $t_{\text{Т}}$ – определяемый по согласованным правилам $\psi^i \supset \left\{\psi_j^{\nu}\right\}^i$ момент времени возможного перехода объекта в терминальное состояние из-за повышенных значений характеристик дрейфа параметров состояния O_i.

Возможные комбинации состояний объекта, реализовавшиеся по результатам допускового, прогнозирующего контроля и контроля возможного перехода объекта в угрожающее окружающей среде терминальное состояние, представлены в таблице.

В СКМ, осуществляющей преобразования разнородных данных ($Y_i \xrightarrow{\psi} R_i$), число контролируемых диагностических и структурных параметров, по которым оценивается соответствие состояния O_i установленным нормам, определяется его типом, функциональными возможностями СИ и средств обработки (СО) группировки привлекаемых средств $\left\{CM_{\eta}\right\}$ и либо является неизменным, либо варьируется в зависимости от количества и содержания решаемых задач мониторинга. При этом могут меняться как количество, так и репрезентативность массивов измеренных значений параметров (размерность выборок).

Информационно-методическое обеспечение (ИМО) функционирования и программно-техническая конфигурация (ПТК) средств мониторинга должны быть адаптивными к типу объектов, а ИМО расчета достоверности – унифицированным.

Таблица

Возможные комбинации состояний объекта

	$S_i^1(t_n)$	$S_i^0(t_n)$	$S_i^1(t_\Pi)$	$S_i^0(t_\Pi)$	$S_i^1(t_\Т)$	$S_i^0(t_\Т)$
$S_i^1(t_n)$	1	0	1	1	1	1
$S_i^0(t_n)$	0	1	0	0	0	0
$S_i^1(t_\Pi)$	1	0	1	0	1	1
$S_i^0(t_\Pi)$	1	0	0	1	0	0
$S_i^1(t_\Т)$	1	0	1	0	1	0
$S_i^0(t_\Т)$	1	0	1	0	0	1

В некоторых случаях из-за отсутствия требований к методическому обеспечению (например, из-за наличия жестких ограничений по оперативности) специального программного обеспечения (СПО) аппаратно-программных комплексов (АПК) эксплуатируемых средств контроля и управления в тактико-техническом задании не содержатся процедуры расчета и представления значений достоверности результатов КМ. В связи с необходимостью знания фактических значений ошибок $\alpha^{\text{КМ}}$, $\beta^{\text{КМ}}$ требуется определить модель их формирования и логику функционирования СКМ. Рис. 1 иллюстрирует возможные исходы при КМ состояния разнородных объектов.

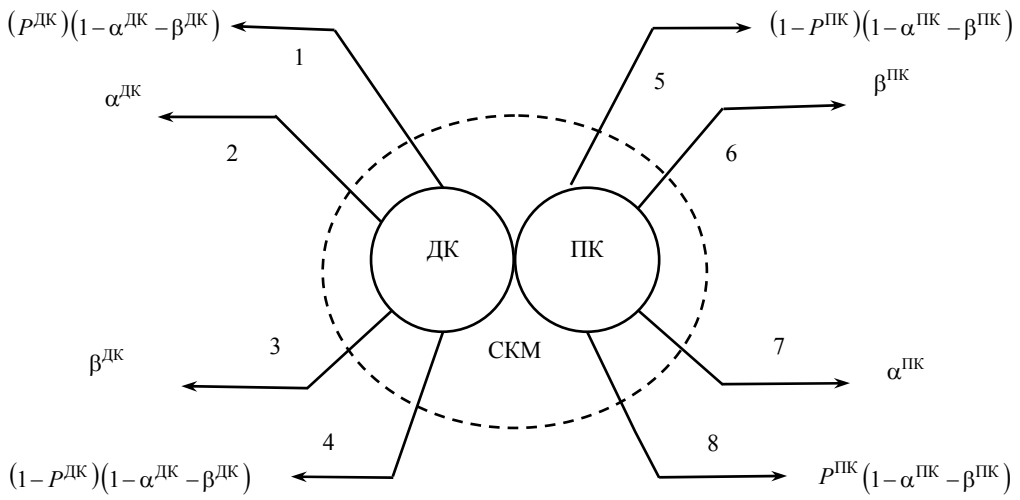


Рис. 1. Возможные исходы при КМ состояния разнородных объектов

Необходимо учитывать, что не все из совокупности параметров, контролируемых по допусковой методике, могут быть оценены в заданном интервале прогнозирования по причине их физической сущности. В связи с этим количество контролируемых параметров при ДК и ПК может существенно разниться. В общем случае для расчета $D^{\text{КМ}}$ по совокупности $Y=\{y_j\}$, $j=1,...,j^*$, контролируемых параметров необходимо учитывать

$$\alpha_j^{\text{ДК}}=\alpha\left\{f(\Delta^{\text{СИ}}),\ n_j,\ f(y_i),\ \left[y_j^{\text{Н}},y_j^{\text{В}}\right]\right\},$$

$$\alpha_j^{\text{ПК}} = \alpha\left\{f(\delta^{\text{ПК}}),\ t_j^{\text{ПК}}, f(\hat{y}_i)\right\}, \quad (3)$$

$$\beta_j^{\text{ДК}} = \beta\left\{f(\Delta^{\text{СИ}}),\ n_j, f(y_i),\ \left[y_j^{\text{Н}}, y_j^{\text{В}}\right]\right\},$$

$$\beta_j^{\text{ПК}} = \beta\left\{f(\delta^{\text{ПК}}),\ t_j^{\text{ПК}}, f(\hat{y}_i)\right\}. \quad (4)$$

Рассмотрим случай, когда для комплексного оценивания соответствия нормам по $\{\nu\}^i$ видам мониторинга поступил объект комплексного мониторинга (ОКМ) (априори неизвестно, в каком истинном состоянии он находится). По существующей методике ДК ОКМ признаётся либо удовлетворяющим, либо не удовлетворяющим установленным нормам в зависимости от значений контролируемых параметров, количества измерений k_j^* и ошибок СИ $\Delta^{\text{СИ}}$. При ПК измерения не проводятся. Следовательно, на результат, в основном, влияют ошибки $f(\delta^{\text{ПК}})$ выбранного метода прогнозирования. В случае продолжения наблюдения за состоянием ОКМ можно сформировать временные ряды $\delta_j(t)\big|\ t_n \le t \le t_{\text{T}}$, использование которых позволит частично компенсировать отсутствие измерений и сформировать более узкий доверительный интервал прогнозных значений параметров. При КМ возможны восемь исходов процесса оценивания состояния ОКМ. В рассматриваемой модели сумма вероятностей исходов ДК или ПК равна единице (образуют полную группу несовместных событий):

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1,\ P_5 + P_6 + P_7 + P_8 = 1.$$

Согласно (3), (4) для расчета значений $\alpha^{\text{КМ}}$, $\beta^{\text{КМ}}$ требуется знание законов распределения значений ошибок СИ и контролируемых параметров, а также границ полей допусков. Измеренное значение контролируемого параметра y_j представляет собой аддитивную модель, включающую истинное значение $y_j^{\text{И}}$ и погрешность измерений Δ_j: $y_j = y_j^{\text{И}} \pm \Delta_j$.

В практике КМ наиболее часто принимается, что значения параметров ОКМ и ошибок измерений распределены по нормальному закону [2, 5]. Плотность распределения контролируемого параметра $f(y_j)$ и значений ошибок СИ средств КМ $\Psi(\Delta_j)$ имеют вид

$$f(y_j) = N(m_j, \sigma_j),\ \Psi(\Delta_j) = N(m_\Delta, \sigma_\Delta), \quad (5)$$

где σ_j, σ_Δ – значения СКО параметра и погрешности; m_j, m_Δ – математическое ожидание значения контролируемого параметра и ошибок СИ в интервале $\tau^{\text{КМ}}$ проведения КМ.

Определим вероятности ошибочных решений, которые могут приниматься СКМ:

$$P_j^{\text{ош1}} = P\left\{\hat{y}_j \notin \left[y_j^{\text{Н}}; y_j^{\text{В}}\right] \ \middle|\ y^{\text{И}} \in \left[y_j^{\text{Н}}; y_j^{\text{В}}\right]\right\},$$

$$P_j^{\text{ош2}} = P\left\{\hat{y}_j \in \left[y_j^{\text{Н}}; y_j^{\text{В}}\right] \ \middle|\ y^{\text{И}} \notin \left[y_j^{\text{Н}}; y_j^{\text{В}}\right]\right\}. \quad (6)$$

Зная $P_j^{\text{ош1}}$, $P_j^{\text{ош2}}$, находим вероятности ошибок первого, второго рода контроля каждого из всей совокупности параметров:

$$\alpha_j = \frac{P_j^{\text{ош1}}}{P_j},\ \beta_j = \frac{P_j^{\text{ош2}}}{1 - P_j}. \quad (7)$$

Используя (7), получим значения ошибок КМ $\alpha^{\text{КМ}}$, $\beta^{\text{КМ}}$ для совокупности контролируемых параметров ОМ, по которым рассчитывается значение достоверности. Результаты расчетов представлены в виде зависимостей $\alpha^{\text{КМ}} = f(j)$, $\beta^{\text{КМ}} = f(j)$, $D^{\text{КМ}} = f(\alpha^{\text{КМ}}, \beta^{\text{КМ}})$ на рис. 2.

Анализ полученных зависимостей показывает, что при увеличении количества контролируемых параметров ($j = \overline{1, j^*}$) значение достоверности сначала увеличивается и при некотором $J^{\text{опт}}$ достигает максимума, после чего опять уменьшается. Тенденции изменения значений ошибок имеют альтернативный характер и свидетельствуют о том, что при увеличении количества контролируемых параметров вероятность не допустить ОМ, соответствующий требованиям, возрастает и может привести к необоснованным дополнительным затратам. В то же время вероятность допустить ОК, не соответствующий требованиям, уменьшается. Увеличение достоверности до точки пересечения, где выполняется условие $\alpha^{\text{КМ}} = \beta^{\text{КМ}}$, вызвано уменьшением суммы значения ошибок. Точка пересечения зависимостей $\alpha^{\text{КМ}}(j)$ и $\beta^{\text{КМ}}(j)$ соответствует значению $\max D^{\text{КМ}}$ и оптимальному количеству $J^{\text{опт}}$ параметров.

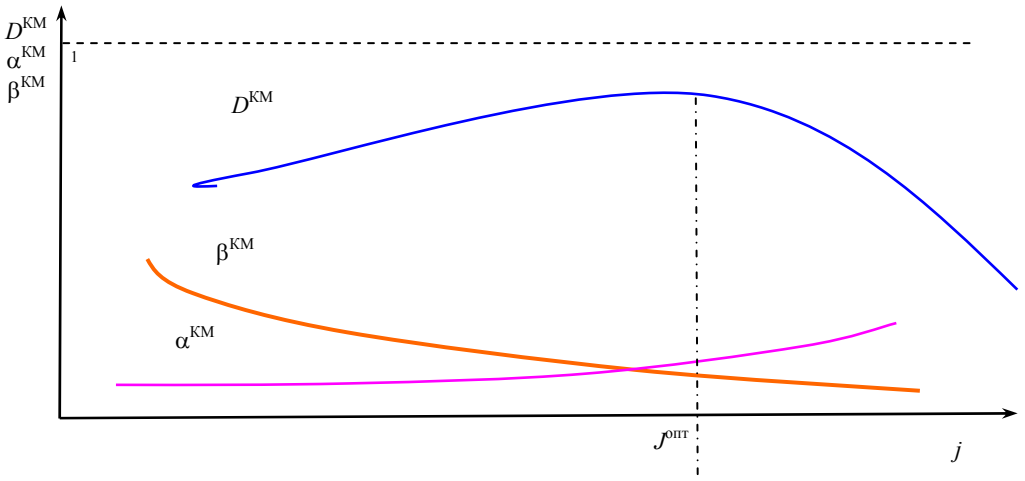


Рис. 2. Зависимость достоверностей КМ $D^{КМ}$ ошибок $\alpha^{КМ}$, $\beta^{КМ}$ от количества параметров

Дальнейшее уменьшение достоверности $D^{КМ}$ обусловлено реализацией условия равенства значений ошибок, при котором происходит смена знака её производной, обусловленная ростом суммы значений ошибок. Случай, когда максимуму $D^{КМ}$ соответствует равенство $\alpha^{КМ} = \beta^{КМ}$ и $J^{опт}$, является идеальным. На практике стремление к его реализации может быть использовано при моделировании эффективного функционирования больших технических систем, при оптимизации характеристик процессов управления, контроля, эксплуатации и испытаний средств КМ и в других предметных областях. Особенностью методики является высокая степень универсальности ее применения, обусловленная тем, что значение достоверности результатов КМ определяется с учетом всех возможных исходов и с учетом характера изменений значений его ошибок вне зависимости от размерности, типа объекта и физического смысла совокупности параметров состояния.

Литература:

1. *Острейковский В.А.* Безопасность атомных станций. Вероятностный анализ / В.А. Острейковский, Ю.В. Швыряев – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 352 с.

2. *Евланов Л.Г.* Контроль динамических систем / Л.Г. Евланов – М. : Наука, 1979. – 432 с.

3. *Буравлев А.И.* Управление техническим состоянием динамических систем / А.И. Буравлев, Б.И. Доценко, И.Е. Казаков – М. : Машиностроение, 1995. – 249 с.

4. *Леньшин А.В.* Модель процесса преобразования информации в системе комплексного мониторинга / А.В. Леньшин, Е.Т. Дюндиков, А.А. Качкин. // Науч.-тех. конф. «Кибернетика и высокие технологии 21 века» (11 – 12 мая 2011 г.) : сборник материалов. – Т. 1. – Воронеж : ОАО «Концерн «Созвездие» – ВГУ. – С. 374 – 387.

5. *Кринецкий Е.И.* Основы испытаний летательных аппаратов / Е.И. Кринецкий, Л.Н. Александровская, В.С. Мельников, Н.А. Максимов – М. : Машиностроение, 1989. – 312 с.

Статья поступила в редакцию 14 декабря 2011 г.

УДК 621.376

ПОДХОДЫ К ОПТИМИЗАЦИИ МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ С МНОГОПОЗИЦИОННОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ПО МИНИМУМУ ПИК-ФАКТОРА

А.С. Малев, нач. отд., e-mail: malev75@mail.ru
А.М. Соловьев, нач. сект., e-mail: amsolov82@gmail.com
В.Д. Шутов, инж.-констр., e-mail: shuvd@mail.ru
ОАО «Концерн «Созвездие»

Проанализирован пик-фактор сигналов с разными видами модуляции. Разработан алгоритм формирования многопозиционных сигналов с уменьшенным значением пик-фактора. Исследовано влияние режима работы усилителя мощности на уровень нелинейных искажений различных цифровых сигналов.

Ключевые слова: *пик-фактор, сигналы с многопозиционной модуляцией, QAM, APSK, усилители мощности, ACPR.*

OPTIMIZATION OF SIGNAL'S PARAMETERS WITH MULTIWAY MODULATION FOR THE PURPOSE OF CREST FACTOR MINIMIZATION

A.S. Malev, head of department, e-mail: malev75@mail.ru
A.M. Solovyev, head of sector, e-mail: amsolov82@gmail.com
V.D. Shutov, design engineer, e-mail: shuvd@mail.ru
JSC «Sozvezdie» Concern»

The PARP of different manipulation signals was analysed. The method of multiway signal forming for PARP reduction was developed. The influence of power amplifier operating mode on ACPR of different digital signals was investigated.

Key words*: crest factor, multiway modulation signal, QAM, APSK, power amplifier, ACPR*

Развитие современных систем цифровой связи (СЦС) происходит в направлении повышения качества связи, увеличения скорости и надежности передачи данных в сложных условиях распространения сигналов. Для эффективного использования выделенного частотного диапазона, а также повышения помехоустойчивости приема в настоящее время применяются сигналы с многопозиционной модуляцией, такие как *PSK*, *QAM*, *APSK*.

Основным препятствием при использовании подобных видов модуляции является высокое значение пик-фактора колебаний, что приводит к значительному уменьшению КПД усилителей мощности (УМ) и повышению уровня межсимвольной и внутрисимвольной интерференции. Это накладывает дополнительные ограничения при проектировании средств радиосвязи. Другой особенностью данных сигналов является высокий уровень внеполосных излучений по краям занимаемой полосы частот (малая скорость спада уровня внеполосных излучений), что требует увеличения частотных ресурсов каналов передачи информации.

При формулировке задачи формирования сигналов с многопозиционной модуляцией необходимо учитывать ограничения на величину пик-фактора колебаний, уровень внеполосных излучений, достоверность приема и другие технические требования.

Одним из важных параметров системы радиосвязи является ее линейность. В качестве меры линейности систем, работающих с применением сигналов с многопозиционной модуляцией, используется параметр *ACPR (adjacent channel power ratio)*, который определяется следующим соотношением [2]:

$$ACPR = 10\lg\left(\frac{P_{\text{сос.кан.}}}{P_{\text{осн.кан.}}}\right),$$

где $P_{\text{осн.кан.}}$ – средняя мощность сигнала в основном канале, $P_{\text{сос.кан.}}$ – средняя мощность сигнала в соседнем канале, как показано на рис. 1.

Величина *ACPR* определяется двумя факторами: нелинейной характеристикой системы и характеристиками используемого сигнала. Вид передаточной характеристики устройства и ха-

 ISSN 1995-7009

рактер ее нелинейности определяют значение средней мощности сигнала в соседнем канале и изменение средней мощности сигнала в основном канале на выходе системы. Оптимизация системы радиосвязи по критерию уменьшения уровня *ACPR* является важной задачей, напрямую влияющей на плотность частотного распределения каналов связи.

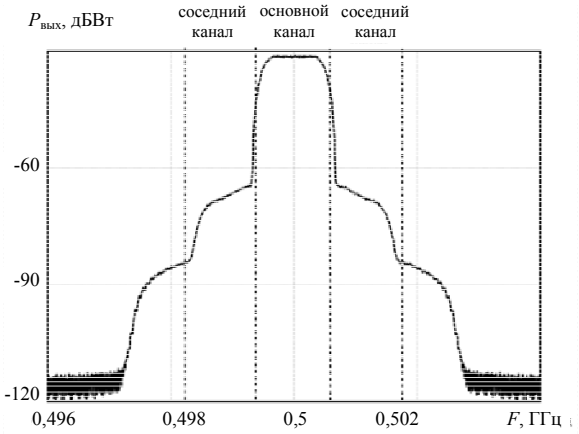


Рис. 1. Спектр мощности сигнала *QAM*-16

Величина *ACPR* определяется двумя факторами: нелинейной характеристикой системы и характеристиками используемого сигнала. Вид передаточной характеристики устройства и характер ее нелинейности определяют значение средней мощности сигнала в соседнем канале и изменение средней мощности сигнала в основном канале на выходе системы. Оптимизация системы радиосвязи по критерию уменьшения уровня *ACPR* является важной задачей, напрямую влияющей на плотность частотного распределения каналов связи.

Еще одним важным параметром, значительно влияющим на характеристики системы связи, как указывалось ранее, является пик-фактор колебаний, который определяется отношением максимальной (пиковой) мощности к средней мощности сигнала:

$$PARP = \frac{\max\left[P(t)\right]}{P_{\text{ср}}},$$

где $P(t)$ – мгновенная мощность сигнала, $P_{\text{ср}}$ – средняя мощность сигнала. Вид используемого в системе связи сигнала определяет значение пик-фактора и вносит свой вклад в уровень *ACPR*.

При разработке подвижных систем радиосвязи и других современных цифровых систем телекоммуникации одной из важных характеристик является энергоэффективность. Основным потребителем электроэнергии в системе связи является УМ, следовательно, энергоэффективность напрямую зависит от его КПД. Параметры усилителя, в том числе КПД, зависят от его режима работы. В режиме *A* нелинейность усилителя начинает сказываться лишь при больших значениях амплитуды входного сигнала. Однако эффективность работы УМ в этом режиме невелика (5–10%). Усилитель, работающий в режиме с отсечкой, имеет более высокий КПД, но в нём проявляется нелинейность характеристики как при больших, так и при малых уровнях амплитуды входного сигнала, что приводит к дополнительным нелинейным искажениям. Передаточная характеристика усилителя мощности и зависимость его КПД от уровня входной мощности приведены на рис. 2.

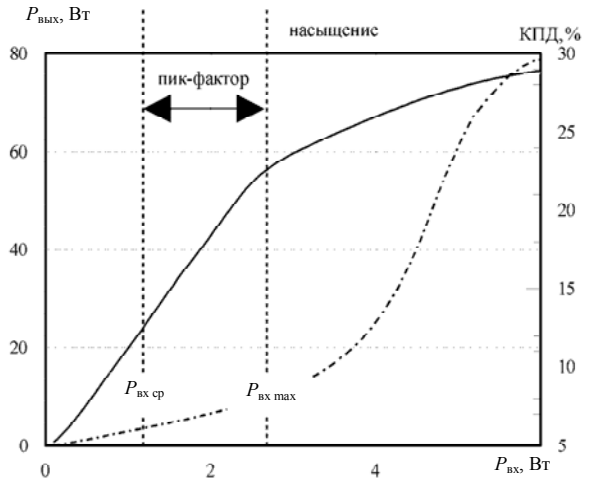


Рис. 2. Передаточная характеристика (непрерывная линия) и КПД (пунктирная линия) усилителя мощности

При проектировании УМ рабочая область передаточной характеристики, как показано на рисунке, определяется смещением от области насыщения на величину пик-фактора. Таким образом, минимизация величины пик-фактора является важной задачей, в значительной степени влияющей на КПД усилителя мощности и, как следствие, на энергоэффективность всей системы радиосвязи в целом.

В настоящей работе ставилась задача рассмотреть возможности уменьшения уровня пик-фактора многопозиционных сигналов и исследовать прохождение сигналов с различными видами модуляции (*PSK*, *QAM*, *APSK*) через УМ, работающий в режимах *A* и *AB*.

Выбор вида модуляции

Показателем качества работы СЦС является её нормированная пропускная способность, которая зависит от многих параметров, и в частности от индекса позиционности сигнала M и отношения сигнал/шум (евклидова расстояния между точками сигнального созвездия) [1].

Если зафиксировать индекс позиционности (в данной работе выбрано $M = 16$), то возможны несколько способов модуляции цифрового сигнала: фазовая (*PSK*), квадратурная амплитудная (*QAM*) и амплитудно-фазовая (*APSK*). Сигнальные созвездия для этих трех видов модуляций представлены на рис. 3.

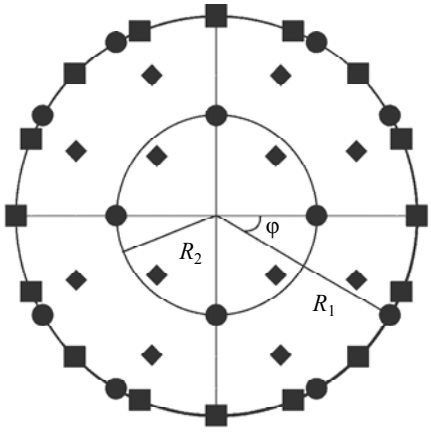


Рис. 3. Сигнальные созвездия для сигналов *PSK*-16, *APSK* 4-12 и *QAM*-16

Квадратами изображено сигнальное созвездие, соответствующее модуляции *PSK*-16. Это 16 точек, расположенных на одной окружности радиуса R_1. Кружками обозначено созвездие, соответствующее модуляции *APSK* 4-12 , оно состоит из 12 точек, лежащих на окружности радиуса R_1, и 4 точек, лежащих на окружности меньшего радиуса R_2. Ромбами обозначено созвездие для модуляции *QAM*-16. Это 16 точек, лежащих на одинаковом расстоянии друг от друга и симметричных относительно центра. Сигнал с модуляцией *PSK-16* обладает значительно меньшей энергетической эффективностью по сравнению с *APSK* 4-12 и *QAM*-16 [2], поэтому он будет исключен из дальнейшего анализа.

Далее будем сравнивать сигналы с модуляцией *APSK* 4-12 и *QAM*-16 по величине пик-фактора. Величина пик-фактора зависит от максимальной и средней мощности сигнала. Если зафиксировать значение максимальной мгновенной мощности сигнала, которая, как следует из рис. 3, определяется величиной R_1, то сигнал с *APSK* 4-12 модуляцией обладает большей средней мощностью, нежели сигнал с модуляцией *QAM*-16. Это происходит вследствие того, что величина R_2 для сигнала *APSK* 4-12 больше, чем расстояние до внутренних точек сигнального созвездия *QAM*-16. Таким образом, значение пик-фактора сигнала с применением *APSK* 4-12 модуляции будет меньше, чем у сигнала с модуляцией вида *QAM*-16.

Для *APSK* 4-12 сигналов существуют различные комбинации расположения точек на сигнальной плоскости, например: 2-14, 3-13, 4-12, 5-11, 6-10 и т.д. Как показано в [3], комбинация 4-12 является оптимальной. В настоящей работе было проведено моделирование СЦС с *APSK* модуляцией с использованием САПР *Visual System Simulation* компании *AWR*. Моделирование показало, что увеличение числа точек на внешней окружности ведёт к уменьшению евклидова расстояния между ними и, как следствие, пропускной способности, а увеличение числа точек на внутренней окружности уменьшает значение средней мощности сигнала при фиксированной пиковой мощности. Причем, для сигналов с *APSK* 4-12 модуляцией величина пропускной способности и средней мощности будет функцией, зависящей от соотношения радиусов $\rho = R_1/R_2$ и относительного угла поворота φ внешнего круга созвездия относительно внутреннего (рис. 3). Для выбора соответствующего значения ρ и φ было проведено моделирование прохождения сигнала *APSK* через канал с аддитивным белым гауссовским шумом. Результат моделирования приведен на рис. 4.

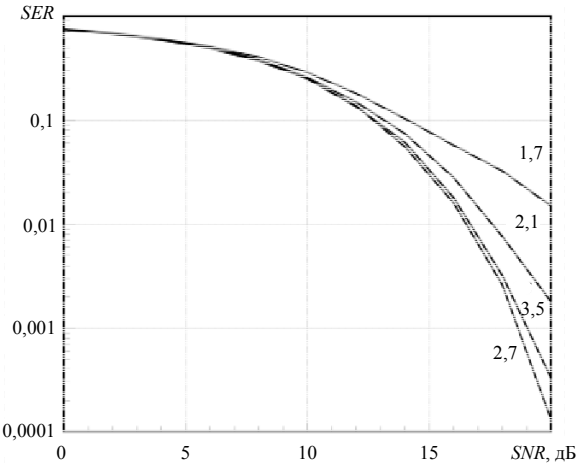


Рис. 4. Зависимости вероятности ошибки от отношения сигнал/шум при фиксированных ρ для сигнала с APSK 4-12 модуляцией

На рис. 4 показаны зависимости вероятности символьной ошибки (*SER*) от отношения сигнал/шум (*SNR*) при заданных значениях величины ρ (1.7, 2.1, 3.5 и 2.7). Как следует из приведенных графиков, наилучшим по величине символьной ошибки является значение параметра ρ, равное 2,7. Подобное моделирование относительно параметра φ показало, что вероятность символьной ошибки не зависит от его величины, что позволяет в дальнейших вычислениях, без потери общности, принять φ = 0.

В современных СЦС на выходе блока модулятора применяются формирующие фильтры, что ведет к увеличению значения пик-фактора передаваемого сигнала. Наибольшее распространение получили фильтры типа *корень из приподнятого косинуса*, которые позволяют исключить межсимвольную интерференцию в точках взятия отсчетов. Однако это ведет к росту величины пик-фактора. В настоящей работе не ставилась задача исследования влияния различных фильтров на параметры системы связи, поэтому при моделировании применялся формирующий фильтр типа *корень из приподнятого косинуса* с параметром скругления α = 0,35.

Таким образом, для дальнейшего анализа были выбраны сигналы с модуляцией вида *QAM*-16 и *APSK* 4-12. При этом в результате моделирования были получены величины пик-фактора 6,5 дБ для *QAM* и 5 дБ для *APSK* сигналов.

Далее для выбранных сигналов было проведено моделирование системы, состоящей из модулятора, усилителя мощности канала с белым аддитивным гауссовским шумом и демодулятора, и рассчитаны зависимости вероятности символьной ошибки от средней мощности на входе УМ для фиксированной спектральной плотности шума. Результаты моделирования приведены на рис. 5.

Из анализа графиков на рис. 5 следует, что при малых уровнях средней мощности, так как УМ работает в линейном режиме, сигнал с модуляцией *QAM*-16 имеет лучшие характеристики. Однако при дальнейшем увеличении средней мощности вероятность битовой ошибки для сигнала с модуляцией *APSK* 4-12 становится меньше, чем для *QAM*-16. Это обусловлено меньшим пик-фактором такого сигнала и, как следствие, меньшими искажениями на выходе УМ. Стоит отметить, что аналогичные кривые получаются и для усилителя в режиме с отсечкой. Данный факт можно объяснить тем, что при малых средних мощностях на выходе исследуемой СЦС, где усилитель проявляет нелинейность, более существенный вклад в вероятность символьной ошибки вносит именно канал с шумом, а не искажения, вызванные УМ.

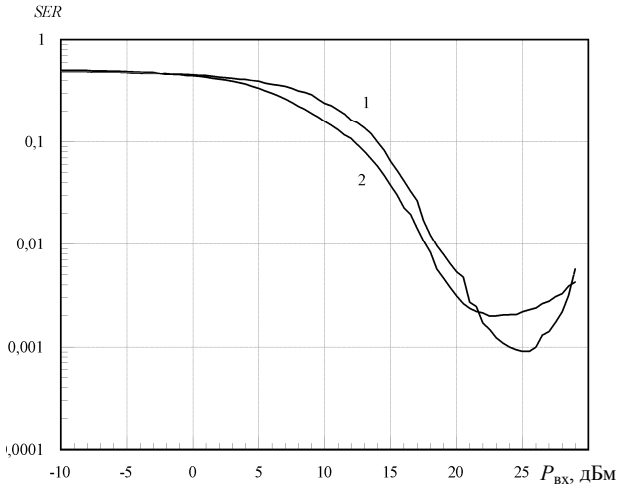


Рис. 5. Зависимости вероятности символьной ошибки от средней мощности сигнала на входе усилителя при фиксированной спектральной плотности шума для модуляции *QAM*-16 (кривая 1) и *APSK* 4-12 (кривая 2)

Так как сигнал с модуляцией *APSK* 4-12 обладает лучшими характеристиками, рассмотрим возможность уменьшения пик-фактора сигнала при помощи модификации методов его формирования.

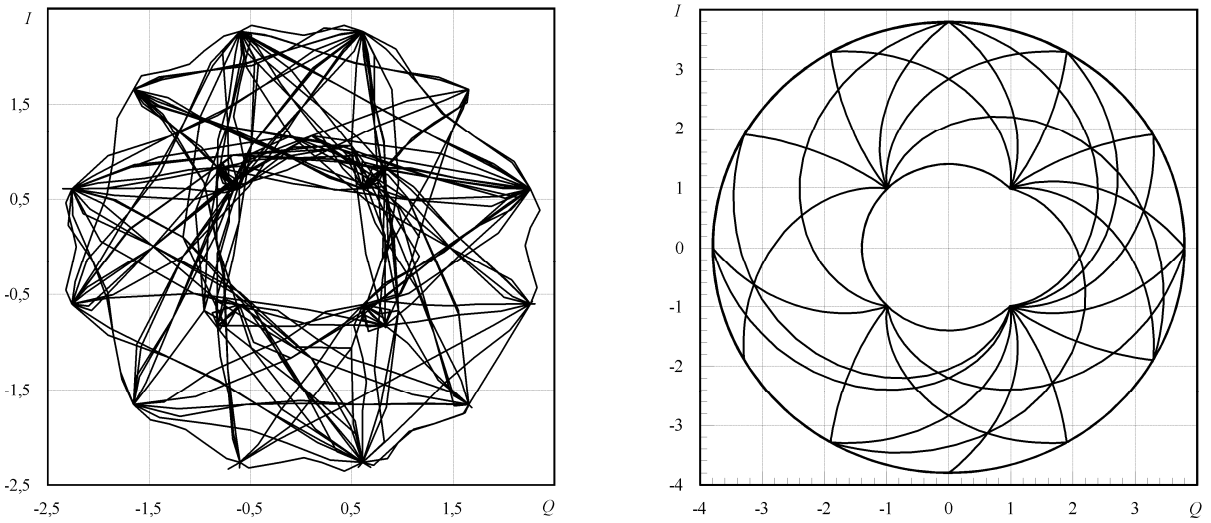
Модификация формирования сигнала

Использование формирующих фильтров значительно увеличивает пик-фактор передаваемого сигнала. Это происходит вследствие того, что сигнальные траектории проходят рядом с началом координат комплексной плоскости, тем самым увеличивая максимальное изменение амплитуды сигнала при заданном уровне средней мощности. Проведем модификацию формирования сигнала *APSK* 4-12 с целью уменьшения его пик-фактора. Суть модификации состоит в изменении сигнальной траектории при переходе из одной точки созвездия к другой, а именно – исключении возможности прохода траектории через область, близкую к нулю. Был разработан алгоритм переходов, исключающий область вблизи нуля, согласно которому траектория рассчитывается исходя из положения текущей и следующей точки: если угол между направлениями на две точки меньше критического, то они просто соединяются прямой, в противном случае

переход осуществляется через промежуточную точку, находящуюся на внутренней окружности созвездия. После этого сигнал также пропускается через формирующий фильтр, но уже более низкого порядка. В результате картина переходов на сигнальной плоскости будет выглядеть так, как показано на рис. 6а.

Данный алгоритм может либо напрямую использоваться при модуляции, либо составляется таблица переходов, и в соответствии с ней производится процедура модуляции. В результате использования данного метода удалось понизить значение пик-фактора сигнала *APSK* 4-12 на 2 дБ.

Существуют и другие алгоритмы, исключающие переход сигнальной траектории через область, близкую к нулю, например способ, в котором переходы между точками сигнального созвездия осуществляются не в декартовых, а в полярных координатах. В результате этой модификации, картина переходов на сигнальной плоскости будет выглядеть так, как показано на рис. 6б.



а) б)

Рис. 6. Кривые переходов для сигнала с модуляцией *APSK* 4-12, модифицированной
а – первым способом, б – вторым способом

Данный алгоритм позволил понизить значение пик-фактора сигнала *APSK* 4-12 практически на 4 дБ.

Очевидно, что алгоритм, основанный на формировании переходов между точками сигнальной плоскости в полярных координатах, имеет больший выигрыш в значении пик-фактора по отношению к первому способу модификации.

Зависимости уровня ACPR для сигналов с разным видом модуляции

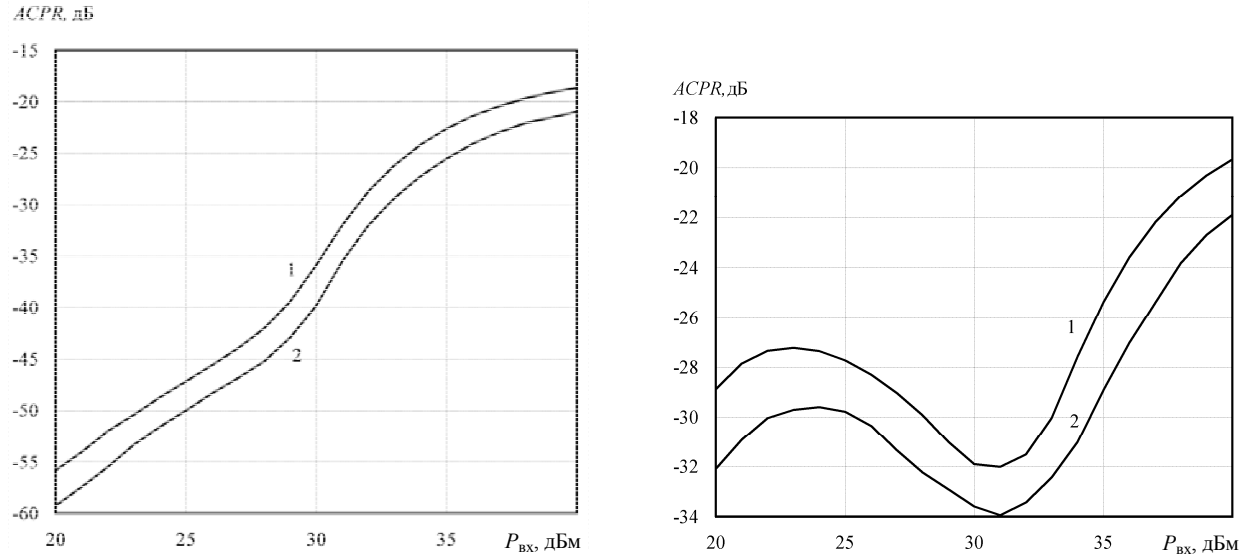
Одним из параметров, определяющих работу СЦС, является *ACPR*. Поэтому в настоящей работе исследовались значения этого параметра для сигналов со стандартным и модифицированным видами модуляции. При этом также анализировалось влияние режима работы УМ на значение *ACPR*.

В качестве усилительного элемента в УМ использовалась микросхема фирмы *Freescale* на *LDMOS* транзисторе *MRF9060*, режим работы которого задавался напряжением смещения на затворе. В процессе компьютерного моделирования выбранные сигналы подавались на вход исследуемого усилителя, на выходе которого рассчитывался их уровень *ACPR*. Полученные зависимости *ACPR* от средней мощности сигнала на входе СЦС показаны на рис. 7.

В режиме *A* усилителя мощности наблюдается одинаковый вид зависимостей для всех сигналов – увеличение значения *ACPR* с ростом уровня входной мощности. Это является следствием линейности начального участка характеристики усилителя. Разница в уровнях *ACPR* для фиксированного значения входной мощности объясняется различным значением пик-фактора исследуемых сигналов. При этом для обычных *QAM*-16 и *APSK* 4-12 она составляет 3дБ.

В режиме *B* наблюдается несколько иная картина. Так как усилитель работает в режиме с отсечкой, то при малых уровнях входной мощно-

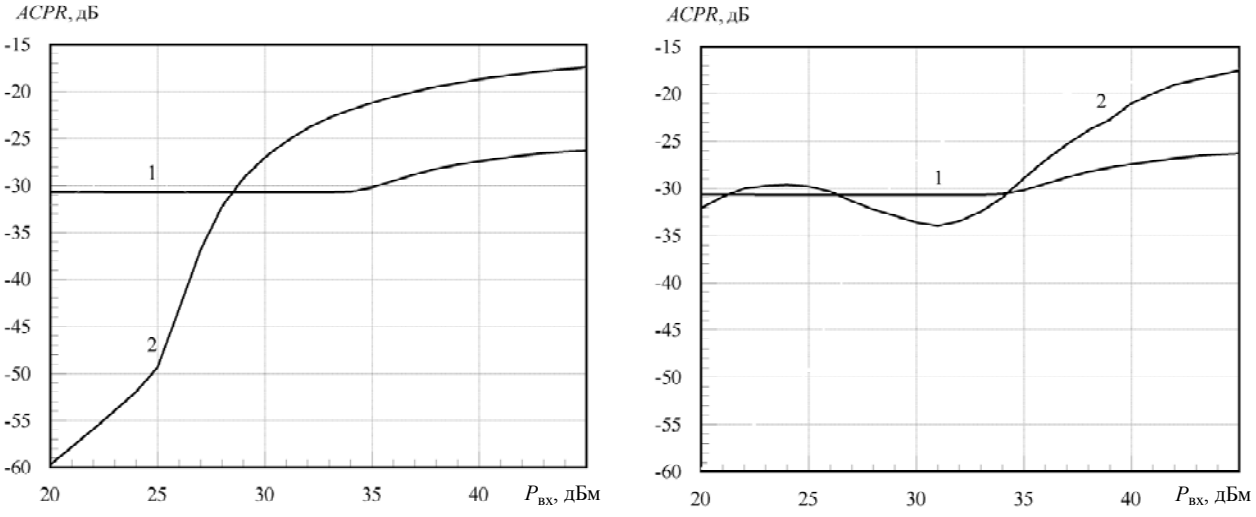
сти в значительной мере будет проявляться его нелинейность системы. Вследствие этого значения *ACPR* на начальном участке передаточной характеристики больше по сравнению с режимом без отсечки. На середине участка наблюдается минимум *ACPR*, что соответствует линейному участку характеристики усилителя. Дальнейшее поведение зависимостей схоже для обоих режимов. Что же касается расположения кривых относительно друг друга, то здесь тенденция сохраняется: зависимость для *APSK* 4-12 лежит ниже зависимости *QAM*-16 на 3 дБ.



а) б)

Рис. 7. Зависимость *ACPR* от средней мощности сигнала на входе УМ для а – режима *A* и б – режима *B*. Кривая 1 соответствует сигналу *QAM*-16, кривая 2 – *APSK* 4-12

Далее при помощи компьютерного моделирования исследовалось изменение *ACPR* при прохождении модифицированного вторым способом сигнала *APSK* 4-12 через тот же усилитель мощности. В процессе моделирования модифицированный и сформированный стандартными методами сигнал пропускались через исследуемый усилитель, на выходе которого рассчитывался их уровень *ACPR*. Получившиеся зависимости приведены на рис. 8 (кривая 1 – модифицированный метод, кривая 2 – стандартный метод).



а) б)

Рис. 8. Зависимость *ACPR* от средней мощности на входе усилителя для сигнала *APSK* 4-12, сформированного модифицированным (кривая 1) и стандартным (кривая 2) способом: а – в режиме *A*, б – в режиме *B*

Сигнал с предложенным алгоритмом переходов (кривая 1) имеет изначально достаточно большой уровень *ACPR*, что свидетельствует о высоком уровне боковых лепестков спектра. Однако с увеличением входной мощности уровень *ACPR* предложенного сигнала практически не меняется. Таким образом, данный сигнал показывает лучшие характеристики относительно стандартного сигнала *APSK* 4-12 при работе с усилителями в режиме отсечки.

Заключение

В данной работе был проведен анализ величины пик-фактора многопозиционных сигналов с видами модуляции *PSK*, *QAM*, *APSK* и даны практические рекомендации по формированию созвездия *APSK* сигнала. Предложен алгоритм модификации формирования сигналов с *APSK* модуляцией, позволяющий уменьшить их пик-фактор. На основе этого алгоритма пик-фактор модифицированного сигнала *APSK* 4-12 был уменьшен на 4 дБ по сравнению со стандартным сигналом.

Кроме того, исследовалось влияние режимов работы усилителя мощности на уровень параметра *ACPR* для разных видов сигналов. Как показало моделирование, модифицированный сигнал *APSK* 4-12 имеет лучшие характеристики при работе в схеме с формирующими фильтрами и нелинейным УМ. Представленные результаты могут быть использованы при разработке систем радиосвязи с цифровыми методами модуляции совместно с усилителями мощности.

Литература

1. Широкополосные беспроводные сети передачи информации / В.М. Вишневский [и др.]. – М. : Техносфера, 2005. – 591 с.

2. *Gaudenzi R.D.* Turbo-coded APSK modulations design for satellite broadband communications / R.D. Gaudenzi, A.G. Fabregas, A. Martinez // International Journal of Satellite Com. And Net. – 2006. – Vol. 24, № 6. – Pp. 262–281.

3. *Gaudenzi R.D.* Performance Analysis of Turbo-coded APSK Modulations over Nonlinear Satellite Channels / R.D. Gaudenzi, A.G. Fabregas, A. Martinez // IEEE Trans. On Wireless Com. – September, 2006. – Vol. 5, № 9. – Pp. 1–12.

4. *Hyung G. Myung* Single Carrier FDMA for Uplink Wireless Transmission / Hyung G. Myung, Junsung Lim, David J. Goodman // IEEE Vehicular Technology Magazine. – September 2006. – Vol. 1, № 3. – Pp. 30–38.

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2012 г.

УДК 621.396.662

БЫСТРАЯ АВТОМАТИЧЕСКАЯ ЧАСТОТНАЯ НАСТРОЙКА ШИРОКОДИАПАЗОННЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ ГЕНЕРАТОРОВ В СИНТЕЗАТОРАХ ЧАСТОТ

С.К. Романов, зам. нач. НТЦ, e-mail: skromanov@rambler.ru
Н.М. Тихомиров, нач. НТЦ, e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
А.И. Лукинова, аспирант, e-mail: lukinovaai@mail.ru
В.Н. Тихомиров, аспирант, e-mail: hugerdead@bk.ru
ОАО «Концерн «Созвездие»

Предложена методика определения времени переходного процесса автоматической частотной настройки АЧН рабочего поддиапазона в широкодиапазонных управляемых генераторах, используемых в синтезаторах частот с дробными делителями частот.

Ключевые слова: *синтезатор частот, автоматическая частотная настройка, широкополосный управляемый генератор, время переходного процесса, SIMULINK-модель.*

FAST AUTOMATIC FREQUENCY TUNING FOR WIDE-BAND VOLTAGE-CONTROLLED OSCILLATORS IN FREQUENCY SYNTHESIZERS

S.K. Romanov, deputy head of Scientific and Technical Center, e-mail: skromanov@rambler.ru
N.M. Tikhomirov, head of Scientific and Technical Center, e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
A.I. Lukinova, graduate student, e-mail: lukinovaai@mail.ru
V.N. Tikhomirov, graduate student, e-mail: hugerdead@bk.ru
JSC «Sozvezdie» Concern»

Time definition technique of automatic frequency tuning (AFT) transient period for operating subband in wide-band voltage controlled oscillator used in frequency synthesizers with fractional frequency demultiplier is presented.

Keywords: *frequency synthesizer, adaptive frequency tuning, wide band voltage-controlled oscillator, transient period, Simulink-model.*

В современных высокоскоростных системах связи в качестве гетеродинов приемника и возбудителей передатчиков используются быстро перестраиваемые широкополосные синтезаторы частот (СЧ). Эти синтезаторы основаны на использовании системы импульсно-фазовой автоподстройки частоты (ИФАПЧ) с цифровыми делителями с переменным коэффициентом деления (ДПКД) и с широкодиапазонными (до октавы) автогенераторами, управляемыми напряжением (УГ). Задача обеспечения широкополосности УГ при небольших напряжениях управления (порядка 1.8 В) приводит при традиционных методах проектирования на частотах 1 ГГц к крутизне управления УГ до 500 МГц/В [1]. Такое значение крутизны управления частотой УГ приводит к недопустимо «большим» уровням паразитной угловой модуляции УГ как из-за внутренних помех СЧ, так и из-за влияния внешних «наводок». В [1–6] предлагается другое решение для обеспечения широкополосности УГ при малых значениях крутизны перестройки и уровнях управления. Это решение заключается в следующем: во-первых, весь диапазон перестройки УГ разбивается на l поддиапазонов путем используемого банка коммутируемых конденсаторов в LC УГ, во-вторых, в состав СЧ включается система автоматической настройки рабочего поддиапазона, которая работает только в начале времени перестройки частоты СЧ, а затем отключается. В цитируемых выше работах уделяется внимание различным аспектам такого решения построения СЧ. Однако, на наш взгляд, в этих работах недостаточно освещен вопрос динамики системы АЧН. В настоящей работе представлен вариант построения АЧН с использованием [7], дискретной и непрерывной математической модели АЧН, Simulink-модели дискретной АЧН и результаты расчетов переходных процессов по этим моделям.

На рис. 1 приведена блок-схема широкополосного синтезатора частот, состоящая из опорного делителя (ОД), на который подается сигнал с частотой F_0, импульсного частотно-фазового

детектора (ИЧФД) с тремя состояниями [8], генератора токовой накачки (ГТН), фильтра нижних частот (ФНЧ), широкополосного УГ, ДПКД и дополненного системой автоматической частотной настройки, состоящей из вышеупомянутого ИЧФД, частотного различителя (ЧР), реверсивного счетчика (РС), имеющего состояние *UC*, и двух ключей *кл1* и *кл2*. Как известно, частоту синусоидального сигнала на выходе такого СЧ можно записать в виде $F_{\text{УГ}} = F_0 N / R$, где N – коэффициент деления ДПКД, R – коэффициент деления ОД. При смене частоты СЧ (смене N) такое устройство имеет два режима: 1 – *кл1* размыкается, *кл2* замыкается на источник напряжения U_n, система АЧН переходит в переходной режим до тех пор, пока состояние РС *UC* не станет стационарным и не включится необходимый поддиапазон УГ; 2 – *кл1* замыкается, *кл2* размыкается, и СЧ переходит в «стандартный» режим импульсно-фазовой автоподстройки частоты. Будем исследовать 1-й режим, как наименее изученный.

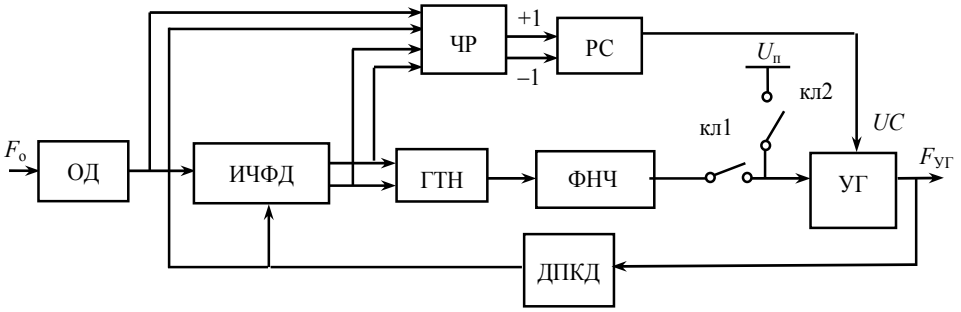


Рис. 1. Блок-схема широкополосного частотного синтезатора с автоматической частотной настройкой

На рис. 2 показаны перестроечные характеристики УГ. Весь диапазон перестройки УГ от $F_{\min}$ до $F_{\max}$ разбит на l одинаковых поддиапазонов (на рис. 2 $l = 64$) размером df Гц каждый (т.е. $F_{\max} - F_{\min} = ldf$), которые выбираются в зависимости от состояния *UC* (на рис. 2 $UC = 1 \ldots 64$), то есть частоту УГ можно записать как $F_{\text{УГ}} = f_{\text{н}} + UCdf$, где $f_{\text{н}}$ – некоторое начальное значение частоты УГ. Внутри каждого поддиапазона во втором режиме работы СЧ управляемый генератор перестраивается напряжением, поступающим на него с ФНЧ через замкнутый ключ кл1, от $U_{\min}$ до $U_{\max}$.

Крутизна управления УГ во втором режиме вычисляется как $S_{\text{УГ}} = df / (U_{\max} - U_{\min})$ Гц/В, $S_{\text{УГ}} = (F_{\max} - F_{\min}) / l (U_{\max} - U_{\min})$ Гц/В, то есть уменьшается с увеличением l. Справедливо также соотношение $U_{\text{П}} = U_{\min} + (U_{\max} - U_{\min})/2$.

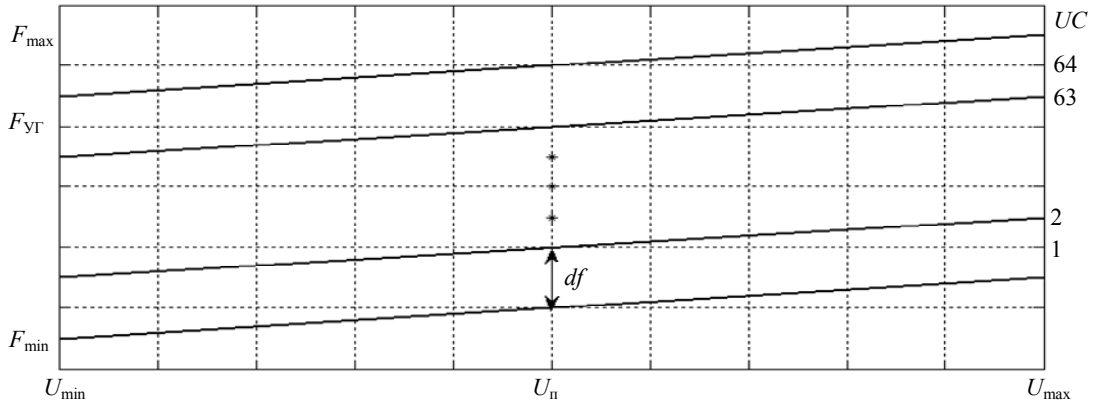


Рис. 2. Перестроечные характеристики широкодиапазонного УГ

На рис. 3 представлена исследуемая модель АЧН, выполненная в подсистеме SIMULINK системы MATLAB. Опорный сигнал с частотой $F_{\text{оп}} = F_0 / R = 1/T0$, где $T0$ – период опорного сигнала, генерируется элементом Sine Wave1. ИЧФД выполнен на элементах D Flip-Flop1, 2,

Memory и NAND. ЧР выполнен на элементах задержки Unit Delay, Unit Delay1 и D Flip-Flop3, 4 в соответствии с [7]. РС разработан из элементов Subsystem, Subsystem1, Add и Constant4, который задает начальное состояние счетчика UCN. Модель широкополосного УГ совместно с ДПКД состоит из элементов Trigonometric Function, Gain1, Integrator, Add1, Constant3 и Gain. Элементы Relational Operator и Relational Operator1 служат для преобразования гармонических сигналов в импульсные. Работа АЧН иллюстрируется двумя рисунками – рис. 4 и 5.

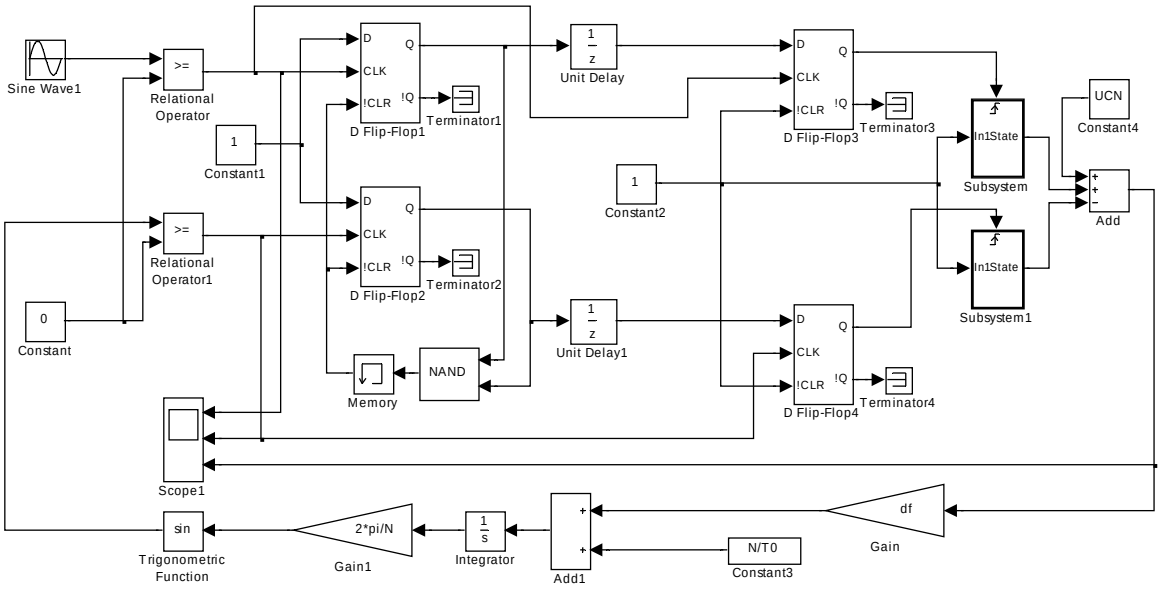


Рис. 3. Simulink-модель автоматической частотной настройки

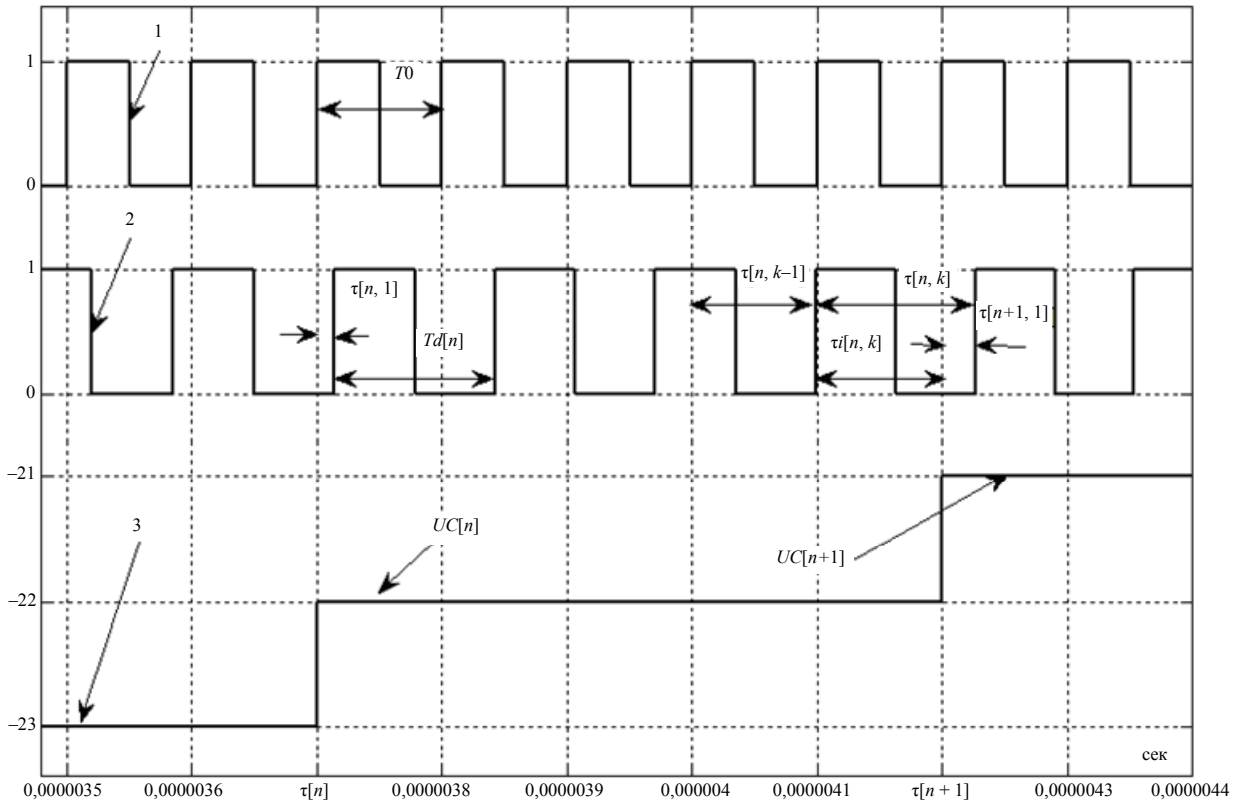


Рис. 4. Дискретный переходной процесс для $Td[n] > T0$

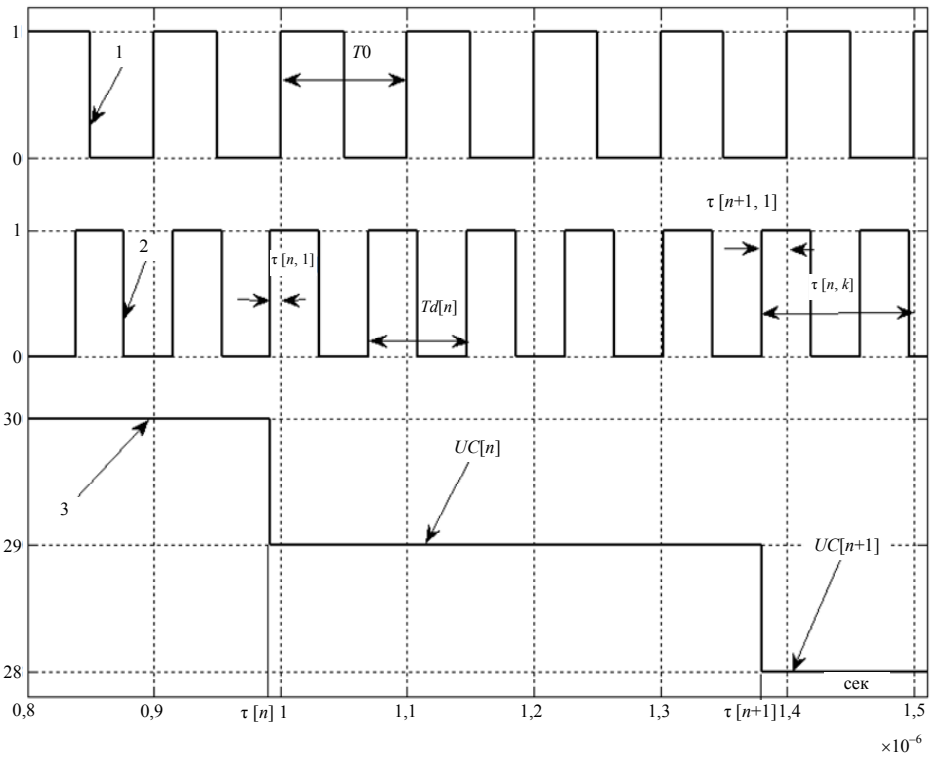


Рис. 5. Дискретный переходной процесс для $Td[n] < T0$

На рис. 4 и 5 приведены эпюры сигналов в системе АЧН для двух случаев – $Td[n] > T0$ и $Td[n] < T0$ соответственно, где $n = 1, 2, 3....$ – номер момента времени $t[n]$, когда обнаруживается, что на периоде времени $T0$ существуют два положительных фронта сигнала с ДПКД или на периоде времени $Td[n]$ существуют два положительных фронта опорного сигнала ($Td[n]$ – период импульсов с ДПКД на интервале времени от $t[n]$ до $t[n+1]$). Цифрами 1, 2 и 3 обозначены сигналы: опорный, с ДПКД и на выходе реверсивного счетчика соответственно. Из рисунков видно, что смена состояния реверсивного счетчика $UC[n]$ происходит в моменты времени $t[n]$, которые для $Td[n] > T0$ синхронны с положительными фронтами опорных импульсов, а для $Td[n] < T0$ синхронны с положительными фронтами импульсов с ДПКД. На рис. 4 и 5 как $\tau[n,i]$ обозначена i-я разность времен (РВ) поступления на АЧН положительных фронтов опорных импульсов и импульсов с ДПКД, $i = 1, 2, 3 \ldots k$, $n = 1, 2, 3....$ На рис. 4 как $\tau i[n,k]$ обозначена разность между временем $t[n+1]$ и положительным фронтом соответствующего импульса с ДПКД, определяемая как $\tau i[n,\ k] = 2T0 - \tau[n,\ k-1]$ и используемая для определения $\tau[n+1,\ 1]$.

Рассмотрим более подробно переходные процессы в АЧН для $Td[n] > T0$, а затем для $Td[n] < T0$.

Круговая частота импульсов с ДПКД запишется как $\omega_d[n] = \dfrac{\omega_н + 2\pi dfUC[n]}{N}$, а период этих импульсов – как $Td[n] = \dfrac{N2\pi}{\omega_н + 2\pi dfUC[n]}$.

Из рис. 4 следует, что на интервале времени от $t[n]$ до $t[n+1]$ режим АЧН можно описать системой из двух разностных уравнений первого порядка

$$\left.\begin{aligned} \tau[n,i+1] &= \tau[n,i] + \frac{N2\pi}{\omega_н + 2\pi dfUC[n]} - T0, \\ UC[n+1] &= UC[n] + 1. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Решение первого уравнения в (1) имеет вид

$$\tau[n,k] = \sum_{i=1}^{k} \tau[n,i],$$

$$\tau[n,k] = \tau[n,1] + \sum_{i=2}^{k} \left(\frac{N2\pi}{\omega_н + 2\pi dfUC[n]} - T0 \right),$$

$$\tau[n,k] = \tau[n,1] + \left(\frac{N2\pi}{\omega_н + 2\pi dfUC[n]} - T0 \right)(k-1),$$

где $t[n,1]$ – начальное значение РВ. Полагая в последнем уравнении $\tau[n,k] \ge T0$, получим $k = 1 + ceil\left(\dfrac{T0 - \tau[n,1]}{Td[n] - T0}\right)$, где $ceil(.)$ – операция округления до ближайшего целого в сторону $+\infty$.

Используя рис. 4, найдем начальное значение РВ для интервала времени от $t[n+1]$ до $t[n+2]$:

$$\tau[n+1,1] = Td[n+1] - \left[2T0 - \tau[n,1] - (k-1)\times\right.$$
$$\left.\times(Td[n] - T0)\right]Td[n+1]/Td[n]. \qquad (2)$$

Общее время переходного процесса определим как $t[n+1] = t[n] + kT0$.

Аналогично рассмотренному случаю для $Td[n] < T0$ найдем, что согласно рис. 5 на интервале времени от $t[n]$ до $t[n+1]$ режим АЧН можно описать системой из двух разностных уравнений первого порядка

$$\left.\begin{aligned} \tau[n,i+1] &= \tau[n,i] + T0 - \frac{N2\pi}{\omega_н + 2\pi df UC[n]} = \\ &= \tau[n,i] + T0 - Td[n], \\ UC[n+1] &= UC[n] - 1. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Решение первого уравнения в (2) имеет вид

$$\tau[n,k] = \sum_{i=1}^{k}\tau[n,i] = \tau[n,1] + \sum_{i=2}^{k}\left(T0 - Td[n]\right) =$$
$$= \tau[n,1] + \left(T0 - Td[n]\right)(k-1),$$

где $\tau[n,1]$ – начальное значение РВ. Полагая в последнем уравнении $\tau[n,k] \ge T0$, получим $k = 1 + ceil\left(\dfrac{T0 - \tau[n,1]}{T0 - Td[n]}\right)$.

Используя рис. 5, найдем начальное значение РВ для интервала времени от t_{n+1} до t_{n+2}:

$$\tau[n+1,1] = \tau[n,1] + (k-1)\left(T0 - Td[n]\right) - T0. \qquad (4)$$

Общее время переходного процесса определим как

$$t[n+1] = t[n] + \tau[n,1] + (k-2)T0 - \tau[n+1,1].$$

Используя формулы (1), (3) и условие $\omega_н = N2\pi/T0$, найдем $UC[n+1] - UC[n] = -1$ и $UC[n]\left(t_{n+1} - t_n\right)df/N \approx 1$. Заменяя в этих уравнениях $\dfrac{UC[n+1] - UC[n]}{t_{n+1} - t_n} = \dfrac{dUC}{dt}$ и $UC[n] = UC(t)$, получим дифференциальное уравнение первого порядка для $UC(t)$ в виде $\tau_{АЧН}\dfrac{dUC}{dt} + UC = 0$, где $\tau_{АЧН} = N/df$. Решение этого уравнения имеет вид

$$UC(t) = UC(0)\exp\left(-t/\tau_{АЧН}\right). \qquad (5)$$

На рис. 6 приведены ступенчатые кривые переходных процессов в АЧН 1, 3, рассчитанные по (3), (1) соответственно, и непрерывные кривые 2, 4, рассчитанные по (5). Принимались следующие параметры системы АЧН: $UC[0] = \pm 32$, $T0 = 1e-7c$, $N = 190$, $df = 19e+6$Гц.

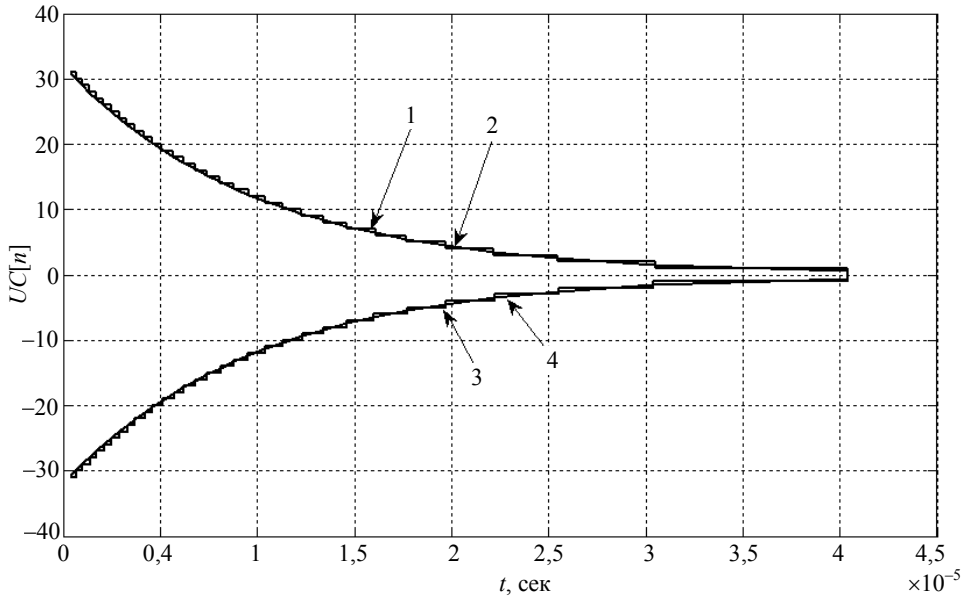


Рис. 6. Дискретные и непрерывные переходные процессы в АЧН для $\omega_н = 2\pi N/T0$, $UC[0] = -32$ и $UC[0] = 32$

Из рис. 6 следует, что расчеты переходных процессов в АЧН по дискретной и непрерывной модели для рассмотренного случая приводят к практически одинаковому результату.

Выводы

В настоящей статье разработаны три варианта моделей системы автоматической частотной настройки поддиапазонов широкополосных управляемых генераторов: две дискретных – математическая и Simulink-модель и непрерывная модель, позволяющие легко рассчитать время переходных процессов. Приведены примеры расчетов, подтверждающие правильность предложенного подхода к решению поставленной задачи.

Литература

1. *Ahn T.-W.* An Adaptive Frequency Calibration Technique for Fast Locking Wide-Band Frequency Synthesizers / T.-W. Ahn, C.-G. Yoon, Y. Moon. – (http:/mss.ssu.as.kr/paper/3-5.pdf.)

2. A sigma-delta fractional-N frequency synthesizer using a wide-band VCO and a fast AFC technique for GSM/GPRS/WCDMA applications / H.-I. Lee [et al.] // IEEE J. Solid-State Circuits. – Jul. 2004. – Vol. 39, no. 7. – Pp. 1164–1169.

3. J. Shin, J. Kim, S. Kim, H. Shin, "A Delta -Sigma Fractional-N Frequency Synthesizer for Quad-Band Multi-Standart Mobile Broadcasting Tuners in 0.18-μm CMOS / J. Shin [et al.] // Journal of semiconductor technology and science. – Dec. 2007. – Vol. 7, no. 4. – Pp. 267–273.

4. An 18-mW 1.175-2-GHz Frequency Synthesizer With Constant Bandwidth for DVB-T Tuners / L. Lu [et al.] // IEEE Trans. on microwave theory and techniques. – April 2009. – Vol. 57, no. 4. – Pp. 928–937.

5. A Wideband Fractional-N Frequency synthesizer with Linearized Coarse-Tuned VCO for UHF/VHF Mobile Broadcasting Tuners / J. Shin [et al.] // IEEE J. Asian Solid-State Circuits Conference. – November 12–14, 2007, Jeju, Korea. – Pp. 440–443.

6. A Wide-Band CMOC LC VCO With Linearized Coarse Tuning Characteristics / J. Kim [et al.] // IEEE Trans on Circuits and System. 11|: Express Brieps. – May 2008. – Vol. 55, no. 5. – Pp. 399–403.

7. Пат. 6856202 США. Phase/frequency detector and phase lock loop circuit : Lesso, Paul (Edinburg, GB). – Заявл. 12.6.2003, опубл. 15.2.2005.

8. *Левин В.А.* Синтезаторы частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки / В.А. Левин, В.Н. Малиновский, С.К. Романов. – М. : Радио и связь, 1989. – 232 с.

Статья поступила в редакцию 2 марта 2012 г.

УДК 621.396.2.019.4

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИГНАЛОВ ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В КАНАЛАХ С МНОГОПУТЕВЫМ РАСПРОСТРАНЕНИЕМ

В.Д. Лукьянчиков, нач. сектора, тел.: (473) 225-78-59
Н.Н. Семенов, нач. отдела, тел.: (473) 242-13-98
ОАО «Концерн» Созвездие»

Приведены результаты математического моделирования процессов формирования, прохождения по мелководному звуковому каналу и приема сигналов, представляющих собой последовательности из нескольких узкополосных цифровых сигналов с относительной фазовой манипуляцией, которые модулируют импульс с линейной частотной модуляцией. Исследованы особенности спектральных и корреляционных характеристик данного вида сигналов.

Ключевые слова: *радиоимпульс с линейной частотной модуляцией, цифровой сигнал с относительной фазовой манипуляцией, бинарные псевдослучайные последовательности, девиация частоты, крутизна модуляционной характеристики, спектральная плотность амплитуд, корреляционная функция.*

WORKING OUT OF MATHEMATICAL MODEL OF SIGNALS FOR USE IN CHANNELS WITH MULTITRAVELLING DISTRIBUTION

V.D. Lukyanchikov, head of sector, tel.: (473) 225-78-59
N.N. Semenov, head of department, tel.: (473) 242-13-98
JSC «Sozvezdie» Concern»

Results of mathematical modelling of processes of formation, passage on the shallow sound channel and reception of the signals representing sequences from several narrow-band digital signals with relative phase manipulation which modulate an impulse with linear frequency modulation are resulted. Features of spectral and correlation characteristics of the given kind of signals are investigated.

Keywords: *a radio impulse with linear frequency modulation, a digital signal with relative phase manipulation, binary pseudo-casual sequences, frequency deviation, a steepness of the characteristic of modulation, spectral density of amplitudes, correlation function.*

В настоящее время для применения в цифровых мобильных системах связи предлагаются сигналы, у которых в качестве несущей используются радиоимпульсы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), а в качестве фазового кода – бинарные псевдослучайные последовательности (модулирующие ПСП) [1], то есть фазоманипулированные широкополосные сигналы с ЛЧМ. Для использования в некоторых гидроакустических приложениях предлагается [2, 3] цифровой сигнал с несущей в виде последовательности фрагментов, на интервале времени каждого из которых частота сигнала меняется по линейному закону. То есть фрагмент представляет собой импульс с ЛЧМ. Информационные символы, модулирующие каждый ЛЧМ-фрагмент, являются последовательностью из нескольких цифровых узкополосных сигналов с относительной фазовой манипуляцией (ОФМ). Так как авторы [3] не ввели специфический термин для обозначения такого типа сигналов, то, учитывая, что способ их формирования аналогичен способу формирования сигналов ЛЧМ ФМ [1], будем называть их «сигналы ОФМ ЛЧМ».

Авторы [3] при математическом описании формирования, распространения и обработки на приемной стороне сигнала ОФМ ЛЧМ оперировали только элементом сигнала, приведя явно только те преобразования, которые соответствуют влиянию многолучевого канала при распространении сигнала, и только во временной области.

Целью настоящей работы является математическое описание качественных выкладок, характеризующих основные операции обработки сигнала ОФМ ЛЧМ на приемной стороне, приведенных в [3], с использованием результатов натурного зондирования мелководного звукового канала в целях аналитической оценки эффективности использования таких сигналов в многолучевых каналах.

В отношении сигналов ОФМ ЛЧМ следует иметь в виду, что их математическая запись и ана-

литическое выражение для спектральных плотностей амплитуд формально ничем не отличаются от записи сигнала ЛЧМ ФМ [1] и записи соответствующей спектральной плотности амплитуд. Следовательно, запись сигнала ОФМ ЛЧМ [3] в комплексной форме может быть представлена как

$$\dot{s}_0(t)=\begin{cases} A\sum\limits_{k=0}^{N-1} h_k u_0\left(t-k\tau_0\right)e^{j\left(2\pi f_0 t+\pi b t^2\right)}, & 0\le t\le T,\\ 0, & t<0,\quad t>T, \end{cases} \tag{1}$$

где $j=\sqrt{-1}$ – мнимая единица; точка над символом означает комплексное выражение; A – амплитуда ЛЧМ-фрагмента (считаем ее единичной); f_0 – несущая частота. Просто в случае сигналов ОФМ ЛЧМ надо понимать, что $h_k=\pm 1$, $k=\overline{0,\,N-1}$, в соответствии с последовательностью информационных символов $\left(h_0 h_1 ... h_k ... h_{N-1}\right)$; $u_0(t)$ – прямоугольная огибающая отдельного ОФМ-сигнала единичной амплитуды длительностью $\tau_0=T/N$:

$$u_0(t)=\begin{cases} 1, & 0\le t\le \tau_0,\\ 0, & t<0,\, t>\tau_0; \end{cases}$$

$b=\Delta F/T$ – крутизна модуляционной характеристики ЛЧМ-фрагмента, связанная с девиацией частоты $\Delta F/2$ и длительностью ЛЧМ-фрагмента T; N – количество ОФМ-сигналов в последовательности, которая модулирует ЛЧМ-фрагмент. Следовательно, способ формирования сигналов ОФМ ЛЧМ будет аналогичен способу формирования сигналов ЛЧМ ФМ [1]. Но в отличие от [1], где радиоимпульс с ЛЧМ модулируется элементами бинарной ПСП, здесь ЛЧМ-фрагмент модулируется непосредственно последовательностью информационных ОФМ-сигналов.

Будем полагать, что за время передачи некоторого объема информации параметры канала сохраняются, а сигнал является достаточно мощным, чтобы пренебречь канальным шумом и шумом входных каскадов приемной аппаратуры. Поэтому в качестве критерия эффективности использования таких сигналов в каналах с многопутевым распространением предлагается выбрать экстремальные значения корреляционных функций цифровых сигналов, модулирующих ЛЧМ-фрагмент.

В этом случае, учитывая [1], на выходе мелководного звукового канала сигнал может быть представлен в виде

$$\dot{x}(t)=\xi_0\dot{s}_0(t)+\sum_{i=1}^{M}\xi_i\dot{s}_0(t-\tau_i). \tag{2}$$

Здесь τ_i – временные задержки переотраженных откликов (лучей) относительно времени прихода основного луча; ξ_0 и ξ_i – вес основного луча и веса переотраженных откликов соответственно; M – количество учитываемых откликов;

$$\dot{s}_0(t-\tau_i)=\begin{cases} \sum\limits_{k=0}^{N-1} h_k u_0\left(t-k\tau_0-\tau_i\right)e^{j\left(2\pi f_0 t+\pi b t^2\right)}\times & \\ \times e^{j\left(-2\pi\Delta f_i t+\varphi_i\right)}, & 0\le t\le T,\\ 0, & t<0,\, t>T, \end{cases} \tag{3}$$

где $\Delta f_i=b\cdot\tau_i$ – сдвиг несущей частоты i-го отклика, принятого с задержкой τ_i; $\varphi_i=-2\pi f_0\tau_i+\pi b\tau_i^2$ – фаза i-го отклика. Таким образом, в каждый момент времени переотраженные отклики будут иметь несущие частоты, отличающиеся на Δf_i от частоты f_0 основного луча. Поэтому есть возможность реализовать частотное разделение основного и переотраженных откликов и обработать каждый отклик отдельно в своем частотном канале.

Для описания операций, осуществляемых над откликами на приемной стороне, воспользуемся результатами зондирования мелководного звукового канала, полученными в натурном эксперименте [3]. Здесь для модуляции ЛЧМ-фрагментов были использованы группы из $N=5$ сигналов с относительной бинарной фазовой манипуляцией. Частотная модуляция несущей $f_0=6\cdot 10^4$ Гц производилась с девиацией частоты $\Delta F/2=2\cdot 10^4$ Гц при крутизне модуляционной характеристики $b=8{,}33\cdot 10^7$ Гц/с. Длительность ЛЧМ-фрагмента составляла $T=4{,}8\cdot 10^{-4}$ с. На рис. 1 представлены результаты зондирования этого канала при силе ветра от 6 до 8 м/с и волнении от 1,5 до 2 баллов.

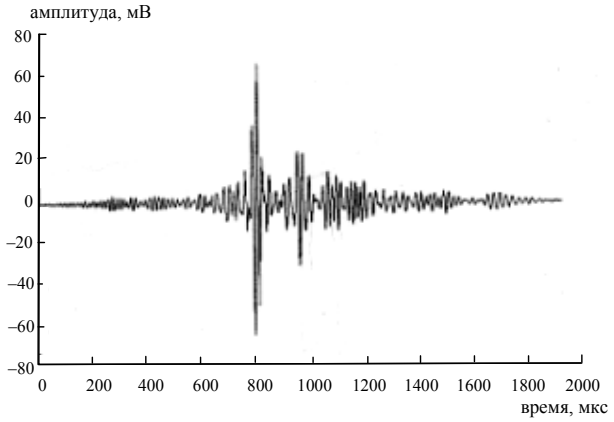


Рис. 1. Импульсная характеристика мелководного звукового канала из [3]

Из анализа рис. 1 следует, что многолучевость канала в данном случае представлена основным откликом с максимальной амплитудой и тремя переотраженными компонентами. Причем отношение амплитуд основного и первого откликов составляет около 3,5. Отношение амплитуд соседних переотраженных откликов примерно равно 2. Поэтому будем считать, что влиянием третьего отклика можно пренебречь. Среднее расстояние между откликами примерно равно $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ с. Таким образом, задержка первого отклика относительно основного составит $\tau_1 \approx 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ с, второго – $\tau_2 \approx 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ с, и можно оценить численные значения фаз учитываемых переотраженных откликов $\varphi_i = -2\pi f_0 \tau_i + \pi b \tau_i^2$ и их частотных сдвигов $\Delta f_i = b \cdot \tau_i$, $i = 1, 2$. Веса откликов также находим, решая систему уравнений $\xi_0 + \xi_1 + \xi_2 \approx 1$; $\frac{\xi_0}{\xi_1} \approx 3{,}5$; $\frac{\xi_0}{\xi_2} \approx 7$. Отсюда $\xi_0 \approx 0{,}7$; $\xi_1 \approx 0{,}2$ и $\xi_2 \approx 0{,}1$. В соответствии с выражением для комплексной спектральной плотности амплитуд сигналов ЛЧМ ФМ [8] получим соотношения для спектральных плотностей амплитуд откликов, учитывая специфику сигналов ОФМ ЛЧМ и особенности их распространения. Для основного луча

$$\dot{G}_0(f) = \xi_0 A \tau_0 \sqrt{\frac{N}{2 \cdot B}} \cdot e^{-j\frac{\pi N}{B} y(f)^2} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{N} h_k \left\{ C[b(k,f)] - C[a(k,f)] + \right.$$

$$\left. + j\left(S[b(k,f)] - S[a(k,f)] \right) \right\}, \qquad (4)$$

где $C(u) = \int_0^u \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$, $S(u) = \int_0^u \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$ – интегралы Френеля;

$$a(k,f) = \sqrt{\frac{2 \cdot B}{N}} \left(k - 1 - \frac{N}{2} \right) - \sqrt{\frac{2 \cdot N}{B}} \cdot y(f);$$

$$b(k,f) = \sqrt{\frac{2 \cdot B}{N}} \left(k - \frac{N}{2} \right) - \sqrt{\frac{2 \cdot N}{B}} \cdot y(f),$$

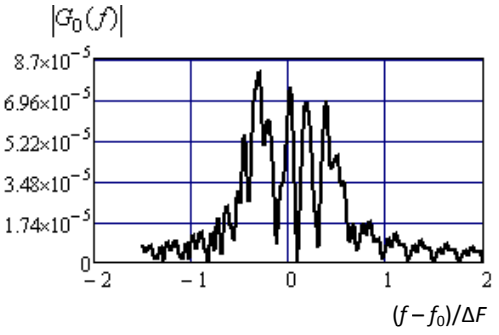
где $y(f) = f \cdot \tau_0$; $B = \Delta F \cdot \tau_0$; f – текущая частота. Для переотраженных откликов (3), учитывая их веса и фазы, получим

$$\dot{G}_i(f) = \xi_i A \tau_0 \sqrt{\frac{N}{2 \cdot B}} \cdot e^{-j\left[\frac{\pi N}{B} y(f)^2 + \varphi_i\right]} \times$$

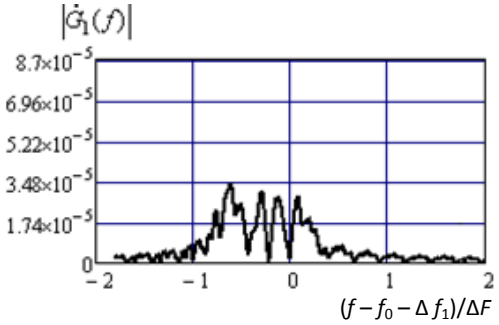
$$\times \sum_{k=1}^{N} h_k \left\{ C[b(k,f)] - C[a(k,f)] + \right.$$

$$\left. + j\left(S[b(k,f)] - S[a(k,f)] \right) \right\}. \qquad (5)$$

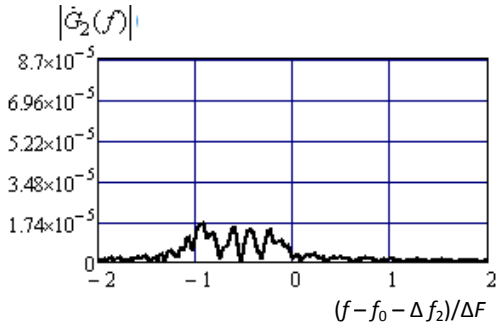
Выражение (5) отличается от (4) наличием фазы i-го отклика в показателе мнимой экспоненты и собственным весом i-го отклика. На рис. 2 представлен пример спектральных характеристик основного и двух первых переотраженных откликов сигнала ОФМ ЛЧМ на выходе многолучевого канала, построенные в соответствии с (4) и (5).



а)



б)



в)

Рис. 2. Модули спектральных плотностей амплитуд основного и двух первых переотраженных откликов сигнала ОФМ ЛЧМ на выходе многолучевого канала для последовательности ОФМ-сигналов $\{h_k\}$:
а – основной отклик; б, в – переотраженные отклики

Из рис. 2 следует, что спектральные плотности амплитуд переотраженных откликов сигнала ОФМ ЛЧМ характеризуются соответствующими частотными сдвигами и снижением амплитуд по сравнению с положением основного луча на частотной оси и его амплитудой. При этом необходимо отметить еще одну интересную особенность – это слабо выраженная тенденция к сужению спектра переотраженного отклика с ростом величины его задержки относительно времени прихода основного луча. Следовательно, наряду со сдвигом спектров переотраженных откликов в сторону низких частот наблюдается и небольшое увеличение их длительности по сравнению с длительностью исходного сигнала (слабый эффект «затягивания» сигнала, характерный для влияния частотной дисперсии в канале). Так как база ЛЧМ-фрагмента больше базы последовательности ОФМ-сигналов, то согласно выводам [1] форма спектральных плотностей амплитуд откликов имеет значительное сходство с аналогичной характеристикой ЛЧМ-фрагмента, за исключением наличия глубоких провалов, появление которых определяется влиянием модуляции последовательностью узкополосных сигналов. Очевидно, что глубина, ширина и расположение провалов и их амплитуды от одного сигнала ОФМ ЛЧМ к другому будут в небольших пределах хаотически изменяться. Наряду с наличием провалов у спектральных плотностей амплитуд сигналов ОФМ ЛЧМ, по сравнению со спектральной плотностью амплитуд ЛЧМ-фрагмента можно отметить несколько большую крутизну этих характеристик у сигналов ОФМ ЛЧМ. Кроме того, увеличение базы ЛЧМ-фрагмента должно приводить к сужению провалов в спектральных плотностях амплитуд сигналов ОФМ ЛЧМ, к большей их равномерности и к увеличению крутизны.

Определим параметры частотных каналов. Центральные частоты каналов будут иметь следующие значения:

$$f_{01} = f_0 - \Delta f_1 = 6 \cdot 10^4 - 8{,}33 \cdot 10^7 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4} = $$
$$= 6 \cdot 10^4 - 1{,}25 \cdot 10^4 = 4{,}75 \cdot 10^4 \text{ (Гц)},$$
$$f_{02} = f_0 - \Delta f_2 = 6 \cdot 10^4 - 8{,}33 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = $$
$$= 6 \cdot 10^4 - 2{,}5 \cdot 10^4 = 3{,}5 \cdot 10^4 \text{ (Гц)}.$$

На основе анализа рис. 4 ширину полосы рабочих частот всех каналов определим по половинному уровню максимальной амплитуды:

$$\Delta F_0 = f_{0\max} - f_{0\min} \approx$$
$$\approx 2{,}1 \cdot 10^4 - (-1{,}9 \cdot 10^4) \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ (Гц)},$$

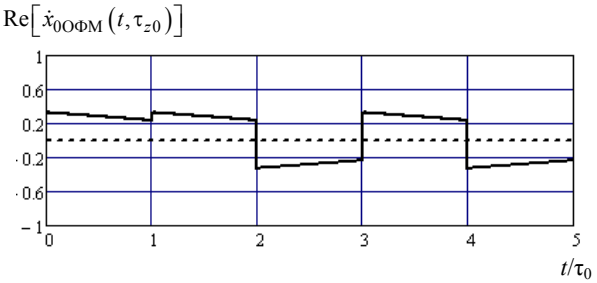
$$\Delta F_{01} = f_{1\max} - f_{1\min} \approx$$
$$\approx 0{,}8 \cdot 10^4 - (-3{,}1 \cdot 10^4) \approx 3{,}9 \cdot 10^4 \text{ (Гц)},$$

$$\Delta F_{02} = f_{2\max} - f_{2\min} \approx$$
$$\approx -0{,}65 \cdot 10^4 - (-4{,}35 \cdot 10^4) \approx 3{,}7 \cdot 10^4 \text{ (Гц)}.$$

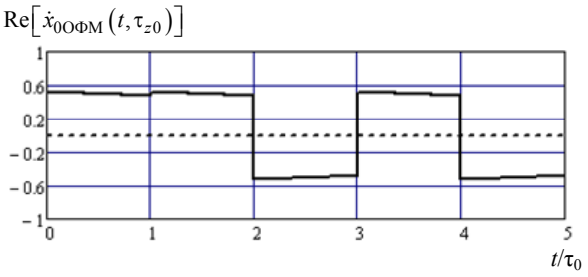
Полагаем, что синхронизация установлена с точностью до величин τ_{z0}, τ_{zi}, которые являются остаточными временами задержек опорного ЛЧМ-фрагмента в частотных каналах основного и переотраженных откликов относительно пришедшего сигнала ОФМ ЛЧМ. Обработка откликов сигнала ОФМ ЛЧМ, прошедшего многолучевой канал, начинается с операции умножения i-го отклика на опорный ЛЧМ-фрагмент данного частотного канала. Это и есть операция восстановления последовательности модулирующих ОФМ-сигналов в данном частотном канале. Так, для частотного канала основного отклика имеем

$$\dot{x}_{0\text{ОФМ}}(t, \tau_{z0}) = \dot{s}_0(t) \cdot \dot{s}^*_{\text{ЛЧМ}}(t - \tau_{z0}) =$$
$$= \xi_0 A \sum_{k=0}^{N-1} h_k u_0(t - k\tau_0) \cdot e^{j[2\pi b \tau_{z0}(t - k\tau_0) + \phi_{z0}]}. \quad (6)$$

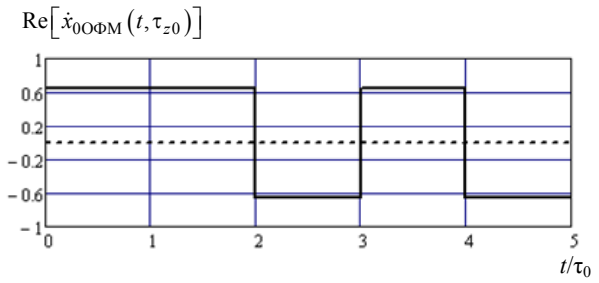
Здесь $\varphi_{z0} = 2\pi f_0 \tau_{z0} - \pi b \tau_{z0}^2$ – остаточная фаза восстановленной последовательности ОФМ-сигналов в частотном канале основного отклика вследствие неточности синхронизации. На рис. 3 для примера изображена реальная часть восстановленной последовательности ОФМ-сигналов в частотном канале основного отклика при установлении синхронизации с различной точностью.



а)



б)



в)

Рис. 3. Реальная часть восстановленной последовательности ОФМ-сигналов в частотном каналеосновного отклика: а) $\Delta\tau_{z0} = 0{,}03$; б) $\Delta\tau_{z0} = 0{,}02$; в) $\Delta\tau_{z0} = 0{,}01$

В качестве параметра, характеризующего точность синхронизации основного луча, взято отношение остаточного времени задержки к длительности ОФМ-сигнала $\Delta\tau_{z0} = \tau_{z0}/\tau_0$.

Аналогичное соотношение получим для частотных каналов переотраженных откликов:

$$\dot{x}_{i\text{ОФМ}}(t,\tau_{zi}) = \dot{s}_i(t-\tau_i)\cdot\dot{s}^*_{\text{ЛЧМ}}(t-\tau_{zi}) =$$

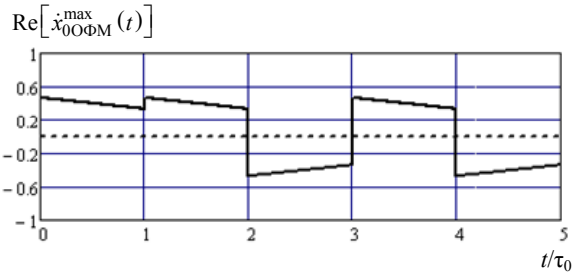
$$= A\sum_{k=0}^{N-1} h_k u_0(t-k\tau_0-\delta\tau_{zi})\cdot e^{j[2\pi b\cdot\delta\tau_{zi}(t-k\tau_0)+\phi_{zi}]}, \quad (7)$$

где $\delta\tau_{zi} = \tau_{zi} - \tau_i$ – разность между остаточным временем задержки опорного ЛЧМ-фрагмента в i-м частотном канале относительно пришедшего сигнала ОФМ ЛЧМ и временем задержки переотраженного i-го отклика относительно времени прихода основного луча; $\phi_{zi} \approx 2\pi f_0\delta\tau_{zi}$, так как $\pi b(\tau_i^2 - \tau_{zi}^2) << 2\pi f_0\delta\tau_{zi}$, и влияние этого слагаемого в остаточной фазе ϕ_{zi} можно не учитывать. Здесь в качестве параметра, характеризующего точность синхронизации переотраженных откликов, можно выбрать отношение $\Delta\tau_{zi} = \delta\tau_{zi}/\tau_0$. Соотношение (7) позволяет построить графические изображения восстановленной в частотных каналах переотраженных откликов последовательности ОФМ-сигналов, аналогичные представленным на рис. 3.

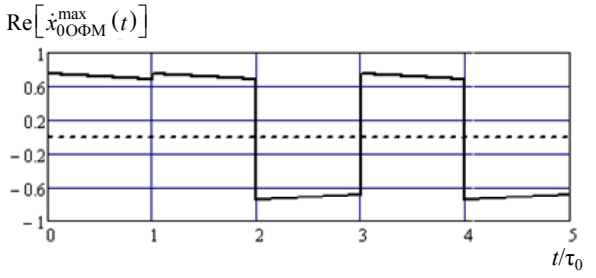
Максимальный полезный эффект на приемной стороне можно получить при суммировании результатов обработки сигнала во всех частотных каналах:

$$\dot{x}^{\max}_{\text{ОФМ}}(t) = \dot{x}_{0\text{ОФМ}}(t,\tau_{z0}) + \sum_{i=1}^{M}\dot{x}_{i\text{ОФМ}}(t,\tau_{zi}). \quad (8)$$

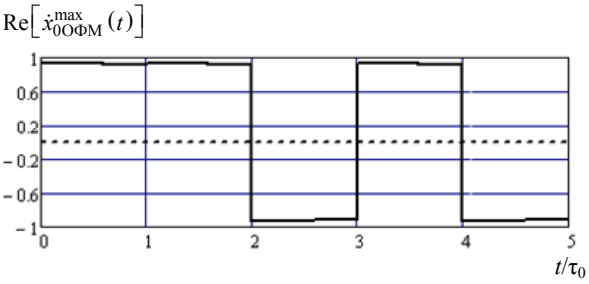
На рис. 4 в соответствии с (8) изображена реальная часть восстановленной последовательности ОФМ-сигналов для случая суммирования результатов обработки всех частотных каналов при различной точности синхронизации в них.



а)



б)



в)

Рис. 4. Реальная часть восстановленной последовательности ОФМ-сигналов при суммировании результатов обработки всех частотных каналов: а) $\Delta\tau_{zi} = 0{,}03$ и $\Delta\tau_{z0} = 0{,}03$; б) $\Delta\tau_{zi} = 0{,}02$ и $\Delta\tau_{z0} = 0{,}02$; в) $\Delta\tau_{zi} = 0{,}01$ и $\Delta\tau_{z0} = 0{,}01$

Теперь необходимо получить последовательность корреляционных функций ОФМ-сигналов либо в каждом частотном канале, либо после суммирования результатов обработки откликов в частотных каналах. Выберем последнее. Чтобы это осуществить, необходимо учесть, что для любых τ из интервала $[0, \tau_0]$ произведение $h_k u_0(t)e^{j[2\pi b\tau_{z0}(t-k\tau_0)+\varphi_{z0}]}\cdot u_0(t-\tau)$ для основного отклика и произведение $h_k u_0(t-\delta\tau_{zi})e^{j[2\pi b\delta\tau_{zi}(t-k\tau_0)+\varphi_{zi}]}\cdot u_0(t-\tau)$ для переотраженных откликов будут отличны от нуля лишь при $-\tau_0/2 + \tau < t < \tau_0/2$. Умножим каждый восстановленный ОФМ-сигнал из (8) на опорный

ОФМ-сигнал $u_0(t-\tau)$ и проинтегрируем по времени от $-\tau_0/2+\tau$ до $\tau_0/2$ с весом $1/2E_0$ согласно [9]. Здесь $E_0=\frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\dot{s}_0(t)|^2\,dt=\frac{A^2\tau_0}{2}$ – энергия ОФМ-сигнала. Получим

$$R(\tau)=\frac{\xi_0}{\tau_0}\int\limits_{-\frac{\tau_0}{2}+\tau}^{\frac{\tau_0}{2}}h_k u_0(t)\times$$

$$\times e^{j(2\pi b\tau_{z0}t+\varphi_{z0})}u_0(t-\tau)dt+$$

$$+\frac{1}{\tau_0}\sum_{i=1}^{M}\int\limits_{-\frac{\tau_0}{2}+\tau}^{\frac{\tau_0}{2}}\xi_k h_k u_0(t-\delta\tau_{zi})\times$$

$$\times e^{j(2\pi b\delta\tau_{zi}t+\varphi_{zi})}u_0(t-\tau)dt.$$

Учитывая, что при $-\tau_0/2+\tau<t<\tau_0/2$ $u_0(t)\equiv 1$, перепишем полученное соотношение в виде

$$R(\tau)=\frac{\xi_0 h_k e^{j\varphi_{z0}}}{\tau_0}\int\limits_{-\frac{\tau_0}{2}+\tau}^{\frac{\tau_0}{2}}e^{j2\pi b\tau_{z0}t}dt+$$

$$+\frac{h_k}{\tau_0}\sum_{i=1}^{M}\xi_i e^{j\varphi_{zi}}\int\limits_{-\frac{\tau_0}{2}+\tau}^{\frac{\tau_0}{2}}e^{j2\pi b\delta\tau_{zi}t}dt. \qquad (9)$$

Положим $t=\theta+\tau/2$ в интегралах, тогда $dt=d\theta$, и если $t=-\tau_0/2+\tau$, то $\theta=-\tau_0/2+\tau/2$, а если $t=\tau_0/2$, то $\theta=\tau_0/2-\tau/2$. В результате после интегрирования (9) будем иметь

$$R(\tau)=\xi_0 h_k\frac{\sin\left[\pi b\tau_{z0}\tau_0\left(1-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\right]}{\pi b\tau_{z0}\tau_0}e^{j(\pi b\tau_{z0}\tau+\varphi_{z0})}+$$

$$+h_k\sum_{i=1}^{M}\xi_i\frac{\sin\left[\pi b\delta\tau_{zi}\tau_0\left(1-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\right]}{\pi b\delta\tau_{zi}\tau_0}e^{j(\pi b\delta\tau_{zi}\tau+\varphi_{zi})}. \qquad (10)$$

Корреляционная функция комплексной огибающей последовательности ОФМ-сигналов аналогична корреляционной функции комплексной огибающей ФМ ШПС с тем лишь отличием, что повторяющиеся с интервалом τ_0 корреляционные функции (10) будут обладать единичными весами при любом временном сдвиге. Тогда согласно [9] для каждого ОФМ-сигнала из восстановленной последовательности можно записать

$$R(\tau,k)=R_0(\tau,k)+\sum_{i=1}^{M}R_i(\tau,k)=$$

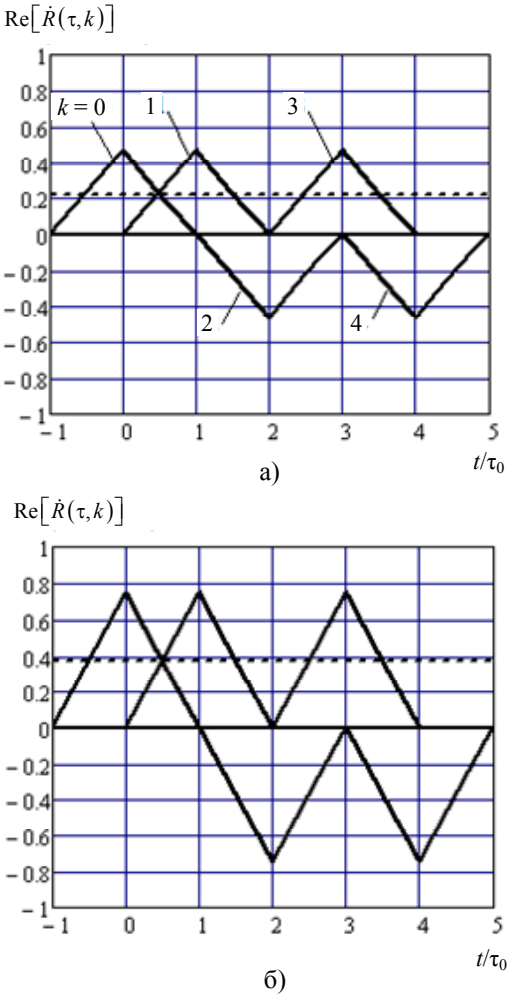
$$=\xi_0 h_k\frac{\sin\left[\pi b\tau_{z0}\tau_0\left(1-\frac{|\tau-k\tau_0|}{\tau_0}\right)\right]}{\pi b\tau_{z0}\tau_0}\times$$

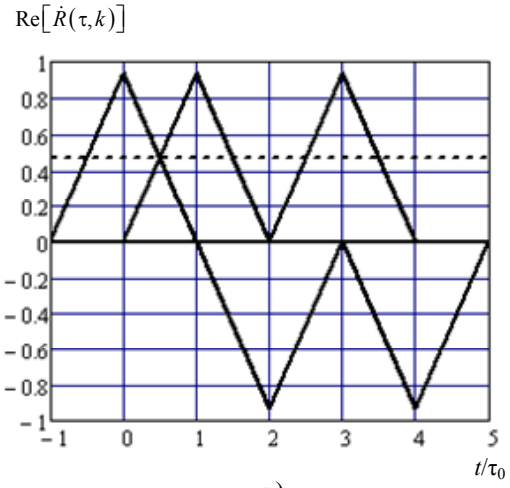
$$\times e^{j(\pi b\tau_{z0}|\tau-k\tau_0|+\varphi_{z0})}+$$

$$+h_k\sum_{i=1}^{M}\xi_i\frac{\sin\left[\pi b\delta\tau_{zi}\tau_0\left(1-\frac{|\tau-k\tau_0|}{\tau_0}\right)\right]}{\pi b\delta\tau_{zi}\tau_0}\times$$

$$\times e^{j(\pi b\delta\tau_{zi}|\tau-k\tau_0|+\varphi_{zi})}. \qquad (11)$$

На рис. 5 изображены реальные части корреляционных функций восстановленной последовательности ОФМ-сигналов (8). Здесь $k=0$, 1,…,4 и параметры синхронизации соответствуют представленным на рис. 4.





в)

Рис. 5. Реальные части корреляционных функций восстановленной последовательности ОФМ-сигналов при суммировании результатов обработки всех частотных каналов

На рис. 5 пунктирными линиями изображены оптимальные пороги обнаружения первой решающей схемы.

Из анализа рис. 2–5 следует:

– с увеличением номера переотраженного отклика (следовательно, и времени его задержки относительно основного луча) амплитуда отклика быстро уменьшается;

– с увеличением точности синхронизации в частотных каналах энергетические потери всех откликов уменьшаются;

– во всех случаях необходимо стремиться получать суммарный результат обработки в частотных каналах;

– качество синхронизации при реализации рассмотренного способа передачи информации играет весьма существенную роль, так как определяет энергетику отсчетных (экстремальных) значений корреляционных функций информационных ОФМ-сигналов в частотных каналах откликов сигнала, и при плохом качестве синхронизации эффективность данного способа передачи информации резко снижается;

– в результате пренебрежения обработкой третьего переотраженного отклика энергетические потери при качественной синхронизации в частотных каналах составили не более 0,5 дБ.

Исходя из вышеизложенного, можно сделать следующие выводы:

1. Разработана детерминированная математическая модель, отражающая влияние мелководного звукового канала на параметры распространяющегося в нем сигнала ОФМ ЛЧМ, а также обработку сигнала такого типа на приемной стороне, с учетом результатов зондирования звукового канала тестовыми сигналами.

2. Проведено исследование математической модели и анализ полученных численных результатов, которые подтверждают качественные выкладки авторов [3] о свойствах сигналов ОФМ ЛЧМ и эффективности их использования в конкретных приложениях гидроакустики, но при условии достоверной оценки параметров звукового канала и качественной синхронизации в частотных каналах на приемной стороне.

3. Для каналов связи, у которых отсутствует многопутевое распространение сигнала (например, наземные каналы прямой видимости УКВ диапазона, каналы спутниковых и радиорелейных систем связи и т.п.), данный способ может быть использован для повышения энергетической скрытности передачи, а также устойчивости к воздействию сосредоточенных помех за счет использования ЛЧМ.

Таким образом, при наличии достаточной информации о свойствах многолучевого канала распространения сигналов ОФМ ЛЧМ (не обязательно гидроакустического) описанная математическая модель позволит с достаточной точностью оценить необходимые параметры частотных каналов основного и переотраженных откликов, опорных сигналов этих каналов и потенциальную эффективность обработки сигнала на приемной стороне.

Литература

1. *Жиляков Е.Г.* Возможность применения одного класса сложных сигналов с ЛЧМ для передачи речевых данных в цифровых мобильных системах связи / Е.Г. Жиляков, С.П. Белов, А.С. Белов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Электронная вычислительная техника. – 2008. – № 1. – С. 161–170.

2. *Кебкал К.Г.* Оценка энергетических преимуществ гидроакустических сигналов связи с монотонным расширением спектра / К.Г. Кебкал // Збірник наукових праць СНУЯЭиП. – Севастополь : СНУЯЭиП. – 2009. – Вып. 4 (32). – С. 216–227.

3. *Кебкал К.Г.* Способ цифровой связи по многолучевым гидроакустическим каналам с применением частотно-модулированного сигнала / К.Г. Кебкал, А.Г. Кебкал, С.Г. Яковлев // Акустический журнал. – 2004. – Т. 50, № 2. – С. 220–230.

4. *Owen R.H.* An experimental study of rough surface scattering and effects on communication conference / R.H. Owen, B.V. Smith, R.F. Coates // Proc. OCEANS'94, Sept. 1994, Brest, France. – Pp. III 483–488.

5. *Esselobar A.* Underwater Acoustic Channel Simulations for Communication / A. Esselobar,

G. Loubet, F. Vial // Proc. OCEANS'94, Sept. 1994, Brest, France. – Pp. III 495–500.

6. *Falahati A.*Underwater Acoustic Channel models for 400 b/c QPSK signals / A. Falahati, B. Woodward, S. Bateman // IEEE Journal of Oceanic Engineering. – 1991. – Vol. 16 (Jan). – Pp. 523–532.

7. *Bjerrum-Niese C.*Stochastic simulation of acoustic communication in turbulent shallow water / C. Bjerrum-Niese, R. Lutzen // IEEE Journal of Oceanic Engineering. – 2000. – Vol. 25 (4). – Pp. 12–20.

8. *Лукьянчиков В.Д.* Особенности амплитудных спектров фазоманипулированных широкополосных сигналов с несущей в виде линейно-частотно-модулированных радиоимпульсов / В.Д. Лукьянчиков, В.В. Ливенцев // Теория и техника радиосвязи. – 2011. – № 3. – С. 52–57.

9. Радиотехнические системы / Под ред. проф. Ю.М. Казаринова. – М. : Высшая школа, 1990. – 496 с.

10. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский. – М. : Сов. радио, 1977. – 608 с.

Статья поступила в редакцию 5 марта 2012 г.

УДК 621.391.832.4

ИНТЕРМОДУЛЯЦИОННЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В ШИРОКОПОЛОСНЫХ УСИЛИТЕЛЯХ С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Э.Н. Родионов, нач. НТО, тел.: 8-910-749-67-64
А.А. Яблонских, нач. сект., e-mail: sasha_j82@mail.ru
ОАО «Концерн «Созвездие»

Получено математическое описание нелинейного преобразования сигнала в типовом устройстве с параллельной отрицательной обратной связью с учетом ограниченного входного сопротивления активного элемента и влияния сопротивления нагрузки. Проведена экспериментальная проверка полученных результатов.

Ключевые слова: *усилитель, отрицательная обратная связь, коэффициент передачи, крутизна преобразования, интермодуляция второго и третьего порядков.*

INTERMODULATION DISTORTIONS IN WIDEBAND AMPLIFIERS WITH A PARALLEL NEGATIVE FEEDBACK

E.N. Rodionov, head of Scientific and Technical Department, tel.: 89107496764
A.A. Yablonskikh, head of sector, e-mail: sasha_j82@mail.ru
JSC «Sozvezdie» Concern»

Mathematical formulation of nonlinear signal transformation in standard device with parallel negative feedback is obtained taking into account active element limited input resistance and load resistance effect. The experimental check of the received results is carried out.

Keywords: *amplifier, negative feedback, transmission gain, conversion conductance, second and third intermodulation.*

Ведение радиоразведки включает в себя сканирование заданного диапазона частот с целью обнаружения и идентификации источников радиоизлучения (ИРИ), определения направления на ИРИ, прослушивание каналов связи. Для эффективного решения задачи обнаружения и пеленгования современных средств радиосвязи, работающих как на фиксированных частотах, так и в режиме ППРЧ, применяются средства радиоразведки, имеющие в своем составе высокоскоростные сканирующие приемники, подключенные к антенне определения направления, представляющей собой антенную решетку.

Повышение электрических характеристик антенных решеток может быть достигнуто за счет включения в их состав усилительных устройств [2]. Подобного рода системы, известные как активные пеленгаторные антенны, несмотря на множество известных положительных эффектов [2], имеют и ряд недостатков, к которым, в первую очередь, стоит отнести нелинейные искажения входных сигналов, обусловленные принципиальной нелинейностью передаточных характеристик активных элементов [1].

При построении усилительных каскадов, используемых в пеленгаторных антенных системах и антенных коммутаторах, разработчики в последнее время в качестве базового активного элемента все чаще используют готовые микросхемы-усилители, обеспечивающие широкий диапазон рабочих частот при достаточно простом включении в схему и компактных размерах. В то же время среди множества представленных на рынке микросхем невозможно найти элемент, подходящий по всем критериям (коэффициент усиления, уровень искажений, мощность потребления, габаритные размеры и т.п.), поэтому разработчики вынуждены искать и применять дополнительные схемные решения, приводящие к улучшению интегральных характеристик активных каскадов, построенных на усилительных микросхемах.

Одним из таких решений, позволяющим гибко реализовать требуемое усиление и снизить уровень нелинейных искажений, является введение параллельной отрицательной обратной связи (ООС). В работе [6] приведено аналитическое описание нелинейного преобразования сигнала в типовом устройстве с параллельной ООС в предположении, что активный элемент имеет

бесконечно большое входное сопротивление. Однако большинство современных микросхем-усилителей имеет конечное, как правило, 50-омное входное сопротивление. Поэтому в настоящей работе, основываясь на материалах [6], проведём математическое описание нелинейного преобразования входного сигнала в устройстве с параллельной ООС, в котором активный элемент имеет ограниченное входное сопротивление.

Рассмотрим схему типового устройства с параллельной ООС (рис. 1). Будем анализировать его работу в области частот, где можно пренебречь инерционными свойствами входящих элементов. На рис. 1 обозначено: e – ЭДС источника сигнала, $u_{\text{вх}}$ ($u_{\text{вых}}$) – напряжение на входе (выходе) активного элемента, $i_{\text{вх}}$ ($i_{\text{вых}}$) – входной (выходной) ток активного элемента, $i_{\text{н}}$ – ток цепи нагрузки, $i_{\text{ОС}}$ – ток цепи ООС, S – собственная крутизна преобразования активного элемента (без обратной связи). В дальнейшем считаем, что активный элемент имеет конечное входное сопротивление $R_{\text{вх}}$, не зависящее от уровня входного сигнала.

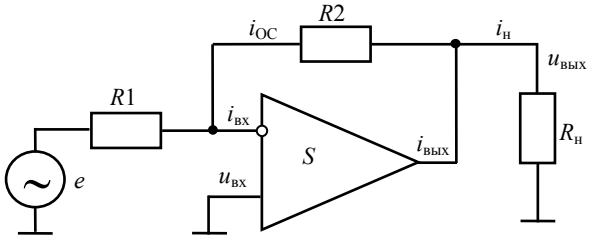


Рис. 1. Структурная схема типового устройства с параллельной ООС

Для напряжения источника сигнала справедливо уравнение

$$e = \left(i_{\text{вх}} + i_{\text{ОС}}\right) R1 + u_{\text{вх}}. \qquad (1)$$

Напряжение на входе активного элемента описывается выражением

$$u_{\text{вх}} = i_{\text{ОС}} R2 - i_{\text{н}} R_{\text{н}}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) находим ток нагрузки в виде

$$i_{\text{н}} = e\frac{R2}{R1R_{\text{н}}} - u_{\text{вх}}\frac{R2}{R_{\text{н}}}\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R_{\text{вх}}}\right), \qquad (3)$$

где $R_{\text{вх}} = u_{\text{вх}}/i_{\text{вх}}$ – входное сопротивление активного элемента.

С другой стороны, этот же ток можно определить как

$$i_{\text{н}} = i_{\text{вых}} - i_{\text{ос}} \qquad (4)$$

или

$$i_{\text{н}} = i_{\text{вых}} - \frac{e}{R1} + u_{\text{вх}}\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R_{\text{вх}}}\right). \qquad (5)$$

Приравнивая (3) и (5), получим выражение для выходного тока активного элемента:

$$i_{\text{вых}} = e\frac{R2 + R_{\text{н}}}{R1R_{\text{н}}} - u_{\text{вх}}\frac{R1 + R2 + R_{\text{н}}}{R1R_{\text{н}}}. \qquad (6)$$

Из (3) получаем ток на выходе активного элемента в виде

$$i_{\text{вых}} = \frac{e}{R1}\frac{R2 + R_{\text{н}}}{R_{\text{н}}} - \frac{u_{\text{вх}}}{R_{\text{н}}}\left(\frac{R2 + R_{\text{н}}}{R1} + \frac{R2 + R_{\text{н}} + R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}}\right). \qquad (7)$$

Далее примем во внимание, что выходной ток активного элемента и напряжение на его входе связаны нелинейной зависимостью:

$$i_{\text{вых}} = S(u_{\text{вх}})u_{\text{вх}}, \qquad (8)$$

причем в области тонких нелинейных эффектов [4, 5] в соответствии с методикой, изложенной в [4], нелинейную передаточную характеристику можно аппроксимировать укороченным рядом Тейлора:

$$S(u_{\text{вх}}) = S_0(1 + au_{\text{вх}} + bu_{\text{вх}}^2), \qquad (9)$$

где S_0 – собственная «линейная» крутизна преобразования активного элемента, a, b – коэффициенты, характеризующие нелинейность крутизны активного элемента, причем в рассматриваемой области (режим тонких нелинейных эффектов)

$$au_{\text{вх}} << 1,\ bu_{\text{вх}}^2 << 1.$$

Приравняв выражения (7) и (8), с учетом (9) приходим к уравнению

$$\left(\frac{R1}{R_{\text{вх}}} + \frac{R1 + R2 + R_{\text{н}} + S_0R1R_{\text{н}}}{R2 + R_{\text{н}}}\right)u_{\text{вх}} + \frac{aS_0R1R_{\text{н}}}{R2 + R_{\text{н}}}u_{\text{вх}}^2 + \frac{bS_0R1R_{\text{н}}}{R2 + R_{\text{н}}}u_{\text{вх}}^3 = e. \qquad (10)$$

Воспользовавшись методом обращения степенных рядов (в соответствии с методикой из [3]), определим напряжение на входе активного элемента, ограничившись кубичным членом:

$$u_{\text{вх}} \approx \frac{R_{\text{вх}}\left(R2+R_{\text{н}}\right)e}{\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}} -$$

$$-\frac{aR1S_0R_{\text{н}}R_{\text{вх}}^3\left(R2+R_{\text{н}}\right)^2e^2}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^3} +$$

$$+\left(\frac{2a^2S_0R_{\text{н}}R1R_{\text{вх}}}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^5} -\right.$$

$$\left.-\frac{b\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^5}\right)\times$$

$$\times R1S_0R_{\text{н}}R_{\text{вх}}^4\left(R2+R_{\text{н}}\right)^3e^3. \qquad (11)$$

Подставив выражение (11) в (3), находим ток нагрузки:

$$i_{\text{н}} = \frac{R_{\text{вх}}\left(S_0R2-1\right)e}{\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}} +$$

$$+\frac{aS_0R_{\text{вх}}^2\left(R1R2+R_{\text{вх}}\left(R1+R2\right)\right)\left(R2+R_{\text{н}}\right)^2e^2}{\left(\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right)^3} +$$

$$+\left(\frac{b\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^5} -\right.$$

$$\left.-\frac{2a^2S_0R_{\text{н}}R1R_{\text{вх}}}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^5}\right)\times$$

$$\times R_{\text{вх}}^3S_0\left(R2+R_{\text{н}}\right)^3\left[\left(R1+R_{\text{вх}}\right)R2+R1R_{\text{вх}}\right]e^3 \quad (12)$$

и искомое выходное напряжение:

$$u_{\text{вых}} = \frac{R_{\text{вх}}R_{\text{н}}\left(S_0R2-1\right)e}{\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}} +$$

$$+\frac{aS_0R_{\text{н}}R_{\text{вх}}^2\left(R1R2+R_{\text{вх}}\left(R1+R2\right)\right)\left(R2+R_{\text{н}}\right)^2e^2}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^3} +$$

$$+\left(\frac{b\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]R_{\text{н}}}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^5} -\right.$$

$$\left.-\frac{2a^2S_0R_{\text{н}}^2R1R_{\text{вх}}}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^5}\right)\times$$

$$\times R_{\text{вх}}^3S_0\left(R2+R_{\text{н}}\right)^3\left[\left(R1+R_{\text{вх}}\right)R2+R1R_{\text{вх}}\right]e^3. \quad (13)$$

Таким образом, получена математическая модель, описывающая нелинейное преобразование входного сигнала в усилителе с параллельной ООС, имеющем конечное входное сопротивление, позволяющая проводить спектральный анализ выходного напряжения до нелинейных продуктов третьего порядка включительно. Так, из (13) следует, что «линейный» коэффициент передачи по напряжению равен

$$K_u = \frac{R_{\text{вх}}R_{\text{н}}\left(S_0R2-1\right)}{\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}}, \quad (14)$$

ослабление интермодуляционных искажений второго порядка относительно полезного сигнала (в случае бигармонического воздействия с равными амплитудами e_0) составляет

$$d_{11} = \frac{aS_0R_{\text{вх}}}{\left(R2S_0-1\right)}\times$$

$$\times\frac{\left(R1R2+R_{\text{вх}}\left(R1+R2\right)\right)\left(R2+R_{\text{н}}\right)^2e_0}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^2}, \quad (15)$$

ослабление интермодуляционных искажений третьего порядка описывается выражением

$$d_{21} = \frac{R_{\text{вх}}^2S_0\left(R2+R_{\text{н}}\right)^3\left[\left(R1+R_{\text{вх}}\right)R2+R1R_{\text{вх}}\right]}{\left(R2S_0-1\right)}\times$$

$$\times\left(\frac{b\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^4} -\right.$$

$$\left.-\frac{2a^2S_0R_{\text{н}}R1R_{\text{вх}}}{\left[\left(R2+R_{\text{н}}\right)\left(R1+R_{\text{вх}}\right)+\left(1+S_0R_{\text{н}}\right)R1R_{\text{вх}}\right]^4}\right)e_0^2. \quad (16)$$

Полученные в ходе теоретического расчета данные были проверены экспериментально. Измерения проводились на макете устройства, построенного на основе интегральной усилительной микросхемы ERA-6SM фирмы «Mini-Circuits». Используемые в расчетных формулах собственная крутизна активного элемента S_0 и коэффициенты a, b были определены по результатам измерения основного сигнала и гармоник базового усилителя: $S_0 = 0.14$ (А/В), $a = 0.18$ (1/В), $b = 0.08$ (1/В^2). Проведенные измерения коэффициента передачи и его зависимости от параметров исследуемого устройства полностью подтвердили достоверность выражения (14).

Измерения интермодуляционных искажений второго и третьего порядков проводились на макете устройства, блок-схема которого представлена на рис. 2.

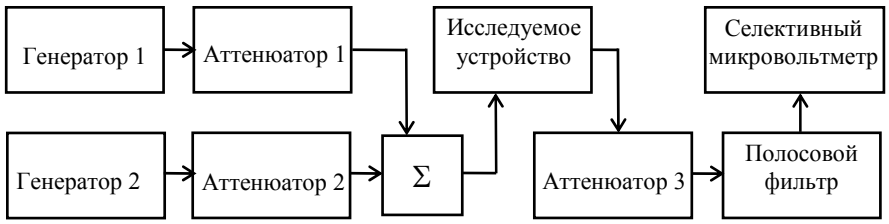


Рис. 2. Блок-схема проведения измерений

Полученные в результате практических исследований экспериментальные данные показали высокую точность найденных аналитических выражений. Так, на рис. 3 представлены результаты теоретического расчета по формуле (15) ослабления интермодуляционных искажений второго порядка относительно первой гармоники (непрерывная линия) и экспериментальные данные, полученные в ходе макетирования (отмечены крестиками) при $R1 = 50$ Ом, $R_н = 50$ Ом. Видно, что введение параллельной ООС позволяет увеличить подавление квадратичных искажений на 4–6 дБ.

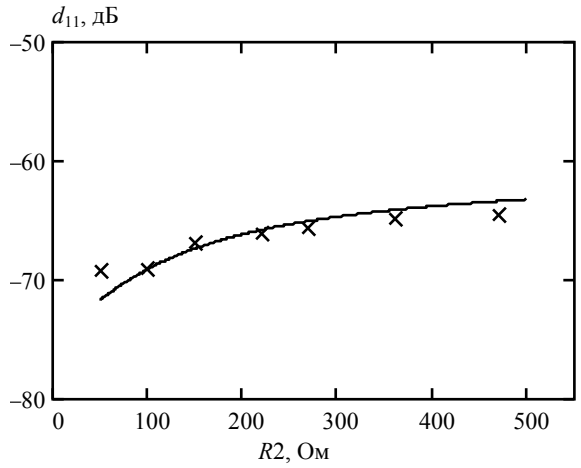


Рис. 3. Зависимость интермодуляционных искажений второго порядка от сопротивления $R2$

На рис. 4 приведена теоретическая зависимость величины ослабления интермодуляционных искажений второго порядка от сопротивления $R1$, рассчитанная по (15) при $R2 = 220$ Ом, $R_н = 50$ Ом (сплошная линия), и результаты практических измерений (крестики). Как видно из рисунка, за счет увеличения внутреннего сопротивления можно добиться дополнительного подавления искажений второго порядка на 3–4 дБ.

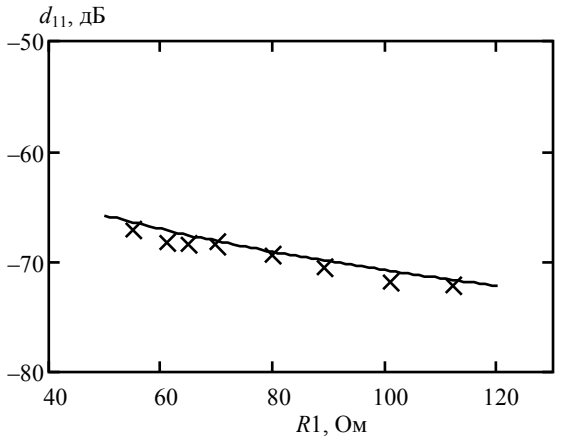


Рис. 4. Зависимость интермодуляционных искажений второго порядка от сопротивления $R1$

Из анализа теоретического материала следует, что на уровень нелинейных искажений влияет внешнее сопротивление нагрузки. На рис. 5 показана аналитическая зависимость ослабления интермодуляционных продуктов от сопротивления нагрузки, построенная в соответствии с выражением (15) (сплошная линия), и экспериментальные данные (крестики).

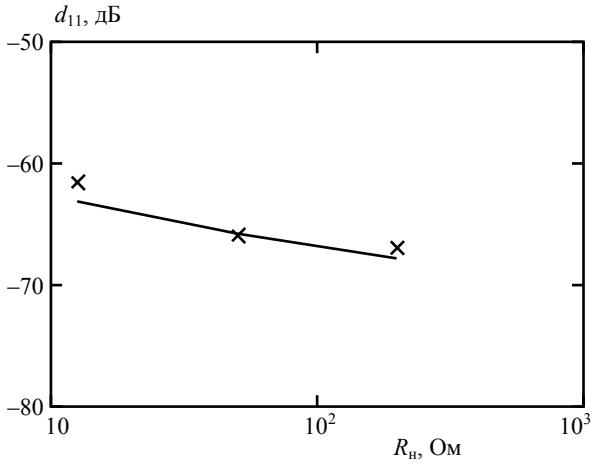


Рис. 5. Зависимость интермодуляционных искажений второго порядка от сопротивления нагрузки $R_н$

Из рис. 5 видно, что гибкое использование трансформации внешнего нагрузочного сопротивления может дополнительно улучшить подавление интермодуляционных искажений на 3–4 дБ и более. В рассматриваемом устройстве больший выигрыш ограничен конечностью выходного сопротивления используемого усилительного элемента.

Зависимость ослабления интермодуляционной составляющей третьего порядка от сопротивления обратной связи $R2$, как следует из (16), носит экстремальный характер. Оптимальное значение сопротивления $R2$, обеспечивающее наибольшее подавление таких искажений, может быть рассчитано по формуле

$$R2_{\text{опт}} \approx \frac{2}{3S_0} + \frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{1}{S_0} + \frac{R1R_{\text{вх}}}{R1 + R_{\text{вх}}}\right)} \times$$

$$\times \sqrt{\left(\frac{4}{S_0} + 3R_{\text{н}} + \frac{R1R_{\text{вх}}}{R1 + R_{\text{вх}}}\right)} - \frac{1}{3}\frac{R1R_{\text{вх}}}{R1 + R_{\text{вх}}}. \qquad (17)$$

На рис. 6 представлена аналитическая зависимость подавления интермодуляционных искажений третьего порядка от сопротивления $R2$, построенная по выражению (16) при $R1 = 50$ Ом, $R_{\text{н}} = 50$ Ом, и соответствующие результаты практических измерений.

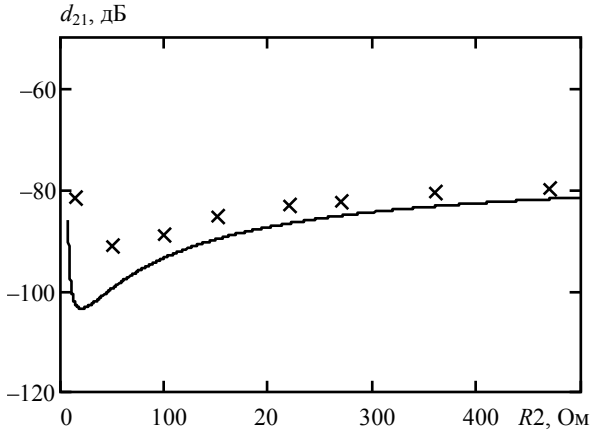


Рис. 6. Зависимость интермодуляционных искажений третьего порядка от сопротивления $R2$

На рис. 7 приведены результаты теоретического расчета (по формуле (16)) и практических измерений зависимости ослабления нелинейных искажений третьего порядка от сопротивления $R1$ при $R2 = 220$ Ом, $R_{\text{н}} = 50$ Ом, свидетельствующие о возможности дополнительного ослабления искажений третьего порядка на 5–7 дБ за счет повышения внутреннего сопротивления $R1$.

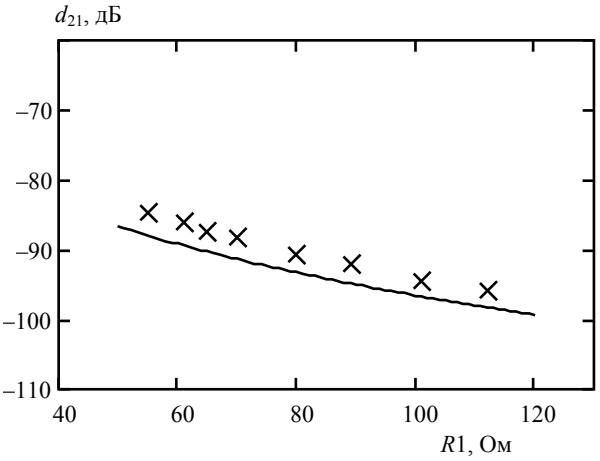


Рис. 7. Зависимость интермодуляционных искажений третьего порядка от сопротивления $R1$

Таким образом, получено математическое описание нелинейного преобразования сигнала в типовом устройстве с параллельной ООС, учитывающее конечную величину входного сопротивления активного элемента, нелинейность его собственной крутизны, влияние сопротивлений нагрузки и обратной связи. Оно позволяет с высокой точностью проводить расчет коэффициента передачи и интермодуляционных искажений второго и третьего порядков для широко применяемых на практике каскадов, построенных на основе интегральных усилительных микросхем.

Результаты теоретического расчета подтверждены экспериментально: аналитические формулы обеспечивают достаточную для инженерных расчетов точность вычислений. Выведенные выражения дают возможность количественно оценить положительный эффект по подавлению нелинейных искажений второго и третьего порядка от введения параллельной ООС, провести необходимый расчет номиналов сопротивлений обратной связи, источника сигнала и нагрузки, обеспечивающих выполнение заданных требований по коэффициенту передачи и интермодуляционным искажениям.

Литература

1. *Богданович Б.М.* Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах / Б.М. Богданович. – М. : Связь, 1980. – 280 с.

2. . *Бредихин А.Н.* Динамический диапазон активных антенн / А.Н. Бредихин, Э.Н. Родионов, А.А. Яблонских // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ОАО «Концерн «Созвездие». – Воронеж, 2008. – Вып. 1. – С. 121–125.

3. *Бронштейн И.Н.* Справочник по математике / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1980. – 976 с.

4. *Бокк О.Ф.*Аналитические формулы нелинейных искажений в различных усилительных каскадах с отрицательной обратной связью / О.Ф. Бокк, Э.Н. Родионов // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. сб. / ОАО «Концерн «Созвездие» – Воронеж, 2006. – Вып. 2. – С. 56–62.

5. *Грибов Э.Б.* Нелинейные явления в приемопередающем тракте аппаратуры связи на транзисторах/ Э.Б. Грибов. – М. : Связь, 1971. – 243 с.

6. *Родионов Э.Н.* Анализ нелинейных искажений в устройствах с параллельной отрицательной обратной связью / Э.Н. Родионов, В.П. Чернолихова // Теория и техника радиосвязи : науч.-техн. журнал / ОАО «Концерн «Созвездие» – Воронеж, 2009. – Вып. 1. – С. 43–47.

7. *Цыкин Г.С.* Усилительные устройства / Г.С. Цыкин. – М. : Связь, 1971. – 368 с.

Статья поступила в редакцию 30 марта 2012 г.

УДК 681.513.6

О ПРИМЕНЕНИИ МОДЕЛЬНОГО КОМПЕНСАТОРА ПОМЕХ В ЗАДАЧАХ ВЫДЕЛЕНИЯ ГАУССОВО-МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА НА ФОНЕ РАЗЛИЧНЫХ ГАУССОВЫХ ПОМЕХ

А.Е. Манохин, доцент, Уральский федеральный университет им. первого Президента РФ Б.Н. Ельцина, e-mail: pic_a@mail.ru

Решается задача выделения гауссово-марковского процесса, действующего на фоне различных гауссовых помех, двухканальным модельным компенсатором помех. В частности, рассматриваются помехи – белый гауссов шум, гауссово-марковский процесс, узкополосный нормальный процесс. Ставится обязательное условие, что помехи в каналах компенсатора взаимно не коррелированы.

Ключевые слова: *модельный компенсатор помех, формирующий белый шум, оптимальный фильтр.*

ON MODEL INTERFERENCE CANCELLER APPLICATION IN GAUSSIAN-MARKOV PROCESS EXTRACTION PROBLEMS IN PRESENCE OF DIFFERENT GAUSSIAN INTERFERENCES

A.E. Manokhin, associate professor, Ural Federal University by B.N. Eltsin, e-mail: pic_a@mail.ru

The problem of Gaussian-Markov process extraction operating in presence of different Gaussian interferences by dual-channel model interference canceller is solved. Particularly, interferences under consideration are white Gaussian noise, Gaussian-Markov process, narrow-band normal process. The obligatory condition is that the interferences in canceller channels are not intercorrelated.

Key words: *modeling interference canceller, forming white noise, optimal filter.*

Адаптивная фильтрация сигналов представляет собой способ оптимальной фильтрации, который можно применять всегда, когда имеется подходящий эталонный входной сигнал. В двухканальных устройствах фильтрации сигналов с применением адаптивного фильтра (адаптивных компенсаторах) необходимо наличие опорного канала, в котором действует помеха, коррелированная с помехой в основном канале, где действует зашумленный сигнал [1]. Чем выше коэффициент взаимной корреляции помех в основном и опорном каналах, тем эффективнее происходит компенсация помехи.

Пусть запись зашумленного сигнала в основном канале и помехи в опорном канале производится в разные моменты времени. Помехи являются стационарными гауссовыми случайными процессами. Тогда можно считать, что в компенсационном канале действует гауссова помеха d_2, совпадающая по корреляционной функции с помехой в основном канале d_1, но не коррелированная с ней. В этом случае временной сдвиг фаз между помехами в каналах будет много больше памяти фильтра и не позволит обычным адаптивным способом выровнять задержку в канале.

Предлагаемый метод двухканальной адаптивной фильтрации отличается тем, что условие взаимной коррелированности помех, действующих на основном и опорном входах компенсатора, можно не соблюдать. Метод реализован в модельном компенсаторе помех, структурная схема которого изображена на рис. 1. Также в компенсаторе предусмотрено выравнивание мощностей помех в каналах, что существенно улучшает эффективность подавления помех.

Компенсатор состоит из трех каналов: сигнального (основного), на входе которого присутствует смесь сигнала и помехи, компенсационного (опорного), на который подается помеха, и результирующего, в котором формируется оценка полезного сигнала. Сигнальный и компенсационный каналы представляют собой формирователь адаптивной модели сигнала, в котором принудительно к входному сигналу примешивается формирующий белый шум.

Сигнальный канал предназначен для формирования модели зашумленного сигнала (смеси сигнала и помехи). Входным сигналом канала является зашумленный сигнал $(s + d_1)$. В процессе формирования модели (с помощью соответствующего алгоритма адаптации) перестраивается импульсная характеристика адаптивного фильтра 1 так, чтобы выходной сигнал фильтра имел наилучшее приближение к полезному сигналу $(s + d_1)$. Другими словами, путем перестраивания весовых коэффициентов формируется модель требуемого сигнала, представленная в виде коэффициентов фильтра АФ1.

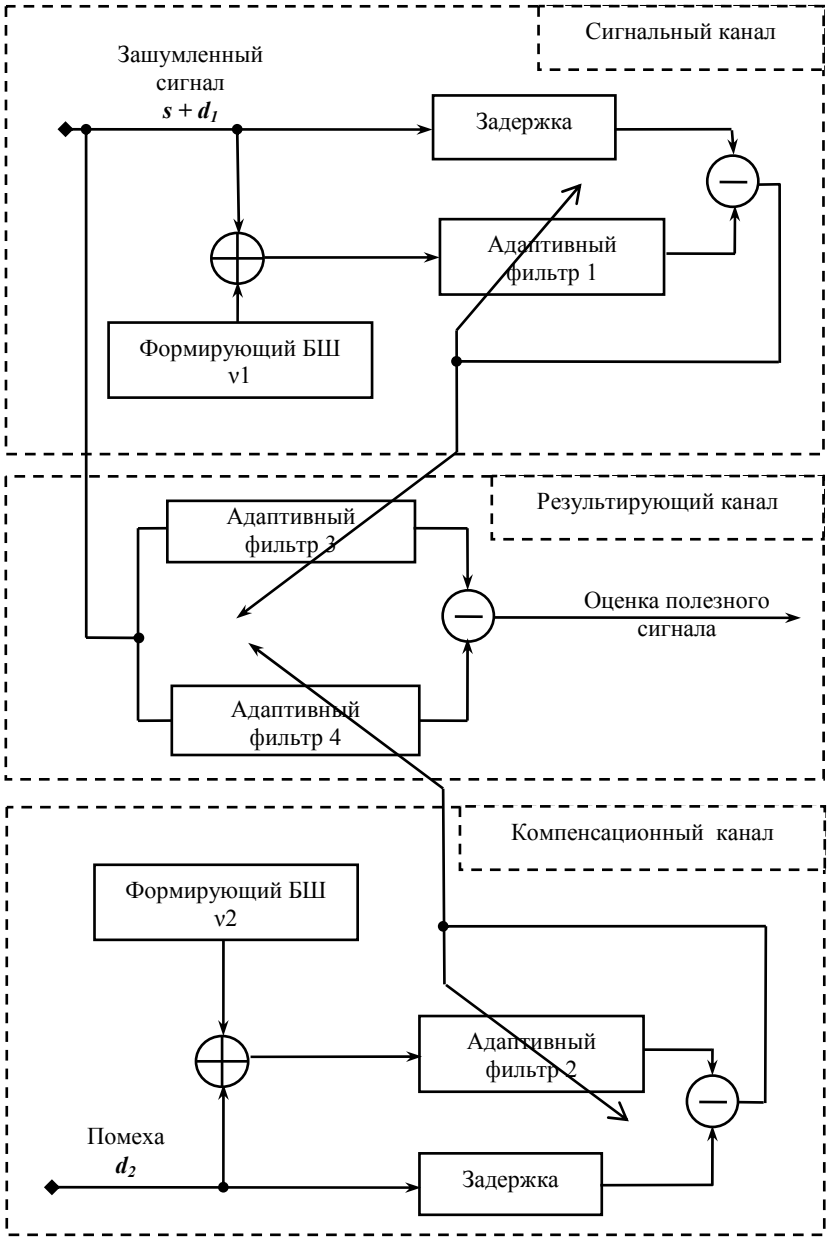


Рис.1. Структурная схема модельного компенсатора

В результате процесса адаптации коэффициент передачи АФ1 без учета задержки представляется в виде

$$W_1(\omega) = \frac{S_S(\omega) + S_{d_1}(\omega)}{S_S(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{\nu 1}(\omega)}, \qquad (1)$$

где $S_S(\omega)$ – спектральная плотность мощности сигнала; $S_{d1}(\omega)$ – спектральная плотность мощности помехи в сигнальном канале; $S_{\nu 1}(\omega)$ – спектральная плотность мощности формирующего белого шума в сигнальном канале.

Работа компенсационного канала идентична. В процессе формирования весовых коэффициентов адаптивный фильтр 2 (АФ2) настраивается так, чтобы сигнал на выходе фильтра имел максимальное приближение к требуемой помехе d_2. При этом формируется модель помехи d_2 [2]. В результате процесса адаптации коэффициент передачи АФ2 без учета задержки представляется в виде

$$W_2(\omega) = \frac{S_{d_2}(\omega)}{S_{d_2}(\omega) + S_{\nu 2}(\omega)}, \qquad (2)$$

где $S_{d2}(\omega)$ – спектральная плотность мощности помехи в компенсационном канале; $S_{\nu 2}(\omega)$ – спектральная плотность мощности формирующего белого шума в компенсационном канале.

В результирующем канале, который состоит из адаптивного фильтра 3 (АФ3), адаптивного фильтра 4 (АФ4) и устройства вычитания, формируется разностный коэффициент передачи модельного автокомпенсатора:

$$W(\omega) = W_1(\omega) - W_2(\omega) =$$

$$= \frac{S_S(\omega) + S_{d_1}(\omega)}{S_S(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{\nu 1}(\omega)} - \frac{S_{d_2}(\omega)}{S_{d_2}(\omega) + S_{\nu 2}(\omega)} =$$

$$= \frac{S_S(\omega)S_{\nu 2}(\omega) + S_{d_1}(\omega)S_{\nu 2}(\omega) - S_{d_2}(\omega)S_{\nu 1}(\omega)}{\left(S_S(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{\nu 1}(\omega)\right)\left(S_{d_2}(\omega) + S_{\nu 2}(\omega)\right)}. \quad (3)$$

Для того чтобы выражение $S_{d_1}(\omega)S_{\nu 2}(\omega) - S_{d_2}(\omega)S_{\nu 1}(\omega)$ обратилось в ноль, необходимо, чтобы отношения мощности помеха–формирующий шум в сигнальном канале (q_{21}) и в компенсационном канале (q_{22}) были равны, т.е.

$$q_{21} = q_{22} = q_2 . \quad (4)$$

Одним из способов выравнивания мощностей помех в каналах является введение в компенсационный канал умножителя на некоторый нормировочный коэффициент, который определяется в отсутствие полезного сигнала как корень квадратный из отношения мощности помехи в сигнальном канале к мощности помехи в компенсационном канале.

С учетом условия (4) формулу (3) можно переписать как

$$W_{\text{МКР}}(\omega) = \frac{S_S(\omega)S_{\nu 2}(\omega)}{\left(S_S(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{\nu 1}(\omega)\right)\left(S_{d_2}(\omega) + S_{\nu 2}(\omega)\right)}. \quad (5)$$

Таким образом, адаптивное формирование результирующего канала (с помощью АФ3, АФ4 и устройства вычитания) позволяет синтезировать разностную сигнально-помеховую модель, в которой и происходит компенсация помехи.

Рассмотрим работу модельного компенсатора при выделении гауссово-марковского процесса, действующего на фоне различных гауссовых помех. Спектральная плотность гауссово-марковского процесса описывается выражением

$$S_S(\omega) = \sigma_s^2 2\alpha \big/ \left(\alpha^2 + \omega^2\right), \quad (6)$$

где σ_s^2 – мощность гауссово-марковского процесса; α – нормированная к полосе белого шума ширина спектра гауссово-марковского процесса.

Помеха – белый гауссов шум

На вход компенсатора поступает смесь полезного сигнала – гауссово-марковского процесса со спектральной плотностью (6) и белого шума. В этом случае, подставляя выражение (6) для спектральной плотности полезного сигнала в формулу (5), получаем коэффициент передачи модельного компенсатора:

$$W_{\text{МКР}}(\omega) = \frac{2\alpha c}{\left(q_2 + 1\right)\left(\omega^2 + \alpha^2 + 2\alpha c\right)}, \quad (7)$$

где $c = \dfrac{q_2\eta}{q_2 + 1}$; η – отношение мощности сигнал–помеха на входе компенсатора.

Найдем дисперсию ошибки фильтрации на выходе модельного компенсатора. При вещественном характере коэффициента передачи модельного компенсатора помех дисперсию ошибки фильтрации можно оценить по формуле [3]

$$\overline{\varepsilon^2(t)}_{\text{МКР}} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_s(\omega)\left|1 - W_{\text{МКР}}(\omega)\right|^2 d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_{d_1}(\omega)\left|W_{\text{МКР}}(\omega)\right|^2 d\omega. \quad (8)$$

Подставив выражение (7) в формулу (8), определим дисперсию ошибки на выходе модельного компенсатора [2]:

$$\sigma^2_{\varepsilon\text{МК}} = \frac{\sigma_s^2\alpha}{\left(q_2 + 1\right)^2}\left[\frac{2q_2}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}} - \frac{c}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}(\alpha + 2c)} + \frac{q_2^2}{\alpha} + \frac{c^2}{\eta(\alpha + 2c)\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}}\right]. \quad (9)$$

Помеха – узкополосный нормальный процесс

На вход компенсатора поступает смесь полезного сигнала – гауссово-марковского процесса со спектральной плотностью (6) и помехи – узкополосного нормального процесса (УНП) со спектральной плотностью

$$S_d(\omega) = \sigma_d^2 2\beta \big/ \left(\beta^2 + \left(\omega - \omega_0\right)^2\right), \quad (10)$$

где σ_d^2 – мощность узкополосного нормального процесса, β – нормированная к полосе белого

шума ширина спектра УНП, $\omega_0 = 2\pi f_0$, f_0 – нормированная к полосе белого шума центральная частота УНП.

Найдем коэффициент передачи модельного компенсатора, подставляя спектральные плотности сигнала (6) и помехи (10) в формулу (5):

$$W_{\text{МКР}}(\omega) = \frac{c_1\left(\beta^2 + (\omega-\omega_0)^2\right)^2}{\left[c_1\left(\beta^2 + (\omega-\omega_0)^2\right) + (\alpha^2+\omega^2)\left(c_2 + \beta^2 + (\omega-\omega_0)^2\right)\right]\left[c_2 + \beta^2 + (\omega-\omega_0)^2\right]},$$

где $c_1 = 2q_2\eta\alpha$; $c_2 = 2q_2\beta$.

В [4] найдено предельное значение дисперсии ошибки фильтрации при нулевой центральной частоте УНП:

$$\varepsilon^2(t)_{\text{МКР}_{\max}}\Big|_{\substack{\omega_0=0\\ q_2<<1}} = \frac{\sigma_s^2}{\sqrt{c_1+\alpha^2}} \times$$

$$\times\left[\alpha - \frac{c_1\alpha}{2\left(c_1+\alpha^2\right)} - \frac{c_1^2\beta}{2\eta\left(c_1+\alpha^2-\beta^2\right)\left(c_1+\alpha^2\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\eta}\frac{c_1^2\left(\sqrt{c_1+\alpha^2}-\beta\right)}{\left[\left(c_1+\alpha^2\right)^2 + \beta^2\left(\beta^2-2\alpha^2-2c_1\right)\right]}\right]. \quad (11)$$

Это значение дисперсии ошибки является его верхней границей при малых отношениях мощности помеха–формирующий шум.

Помеха – гауссово-марковский процесс

На вход компенсатора поступает смесь полезного сигнала – гауссово-марковского процесса со спектральной плотностью (6) и помехи – гауссово-марковского процесса со спектральной плотностью

$$S_d(\omega) = \sigma_d^2\, 2\beta \big/ \left(\beta^2+\omega^2\right), \quad (12)$$

где σ_d^2 – мощность гауссово-марковской помехи; β – нормированная к полосе белого шума эффективная ширина спектра гауссово-марковской помехи.

Найдем коэффициент передачи модельного компенсатора, подставляя спектральные плотности сигнала (6) и помехи (12) в формулу (5):

$$W_{\text{МКР}}(\omega) = \frac{c_1\left(\beta^2+\omega^2\right)^2}{\left[c_1\left(\beta^2+\omega^2\right) + (\alpha^2+\omega^2)\left(\beta^2+\omega^2\right) + (\alpha^2+\omega^2)c_2\right]\left[c_2 + \left(\beta^2+\omega^2\right)\right]}.$$

Если установить отношение мощности помеха–формирующий шум в каналах много меньше единицы, то $c_2 << \beta^2$, и этим коэффициентом (c_2) можно пренебречь. В этом случае коэффициент передачи модельного компенсатора упрощается:

$$W_{\text{МКР}}(\omega) = \frac{c_1}{c_1+\alpha^2+\omega^2}. \quad (13)$$

Подставим выражение для коэффициента передачи (13) в формулу (8):

$$\sigma^2_{\varepsilon\text{МК}}\Big|_{q_2<<1} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sigma_s^2 2\alpha}{\alpha^2+\omega^2}\left|\frac{\alpha^2+\omega^2}{c_1+\alpha^2+\omega^2}\right|^2 d\omega +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sigma_d^2 2\beta}{\beta^2+\omega^2}\left|\frac{c_1}{c_1+\alpha^2+\omega^2}\right|^2 d\omega = \frac{\sigma_s^2}{\sqrt{c_1+\alpha^2}} \times$$

$$\times\left[\alpha - \frac{c_1\alpha}{2\left(c_1+\alpha^2\right)} - \frac{c_1^2\beta}{2\eta\left(c_1+\alpha^2-\beta^2\right)\left(c_1+\alpha^2\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{\frac{1}{\eta}c_1^2\left(\sqrt{c_1+\alpha^2}-\beta\right)}{\left[\left(c_1+\alpha^2\right)^2 + \beta^2\left(\beta^2-2\alpha^2-2c_1\right)\right]}\right]. \quad (14)$$

Очевидно, что выражения (11) и (14) совпадают. Можно еще больше упростить выражение (14), приняв c_1<<1 и пренебрегая третьим и четвертым слагаемым в квадратных скобках выражения (14):

$$\sigma^2_{\varepsilon\text{МК}}\Big|_{q_2<<1} = \sigma_s^2\left(2\frac{q_2}{\alpha}\eta+1\right)^{\frac{3}{2}} \Big/ \left(\frac{q_2}{\alpha}\eta+1\right). \quad (15)$$

Таким образом, дисперсию ошибки фильтрации на выходе модельного компенсатора при выделении гауссово-марковского процесса со спектральной плотностью (6) можно оценить:

1) формулой (9), когда помеха – белый гауссов шум;

2) верхнюю границу – формулой (11), когда помеха – узкополосный нормальный процесс со спектральной плотностью (10);

3) приближенно формулой (15), когда помеха – гауссово-марковский процесс со спектральной плотностью (12).

Вместе с тем, существует оптимальное отношение мощности помеха–формирующий шум q_2, при котором можно добиться минимально возможной дисперсии ошибки на выходе модельного компенсатора. Эта особенность модельного компенсатора демонстрируется на рис. 2, где изображена зависимость дисперсии ошибки фильтрации гауссово-марковского процесса от отношения мощности помеха–формирующий шум в каналах при различных помехах. Дисперсия ошибки рассчитывалась для белого шума по формуле (9), для остальных рассмотренных помех – путем численного интегрирования по формуле (8), а также для малых q_2 – по формулам (11) и (15).

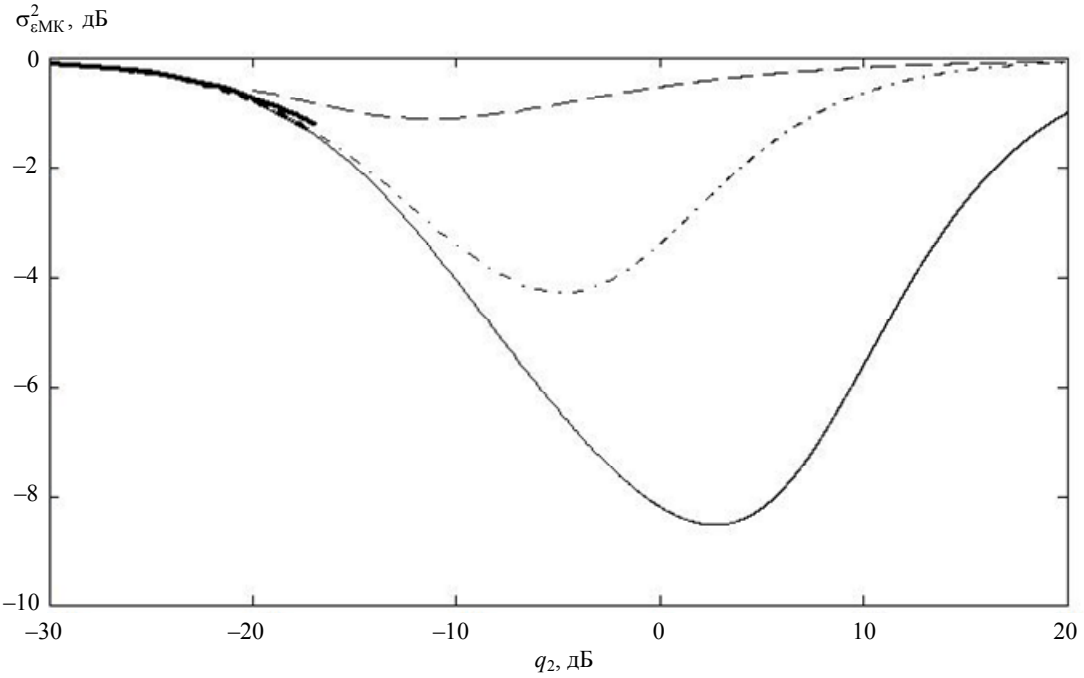


Рис. 2. Зависимость дисперсии ошибки на выходе модельного компенсатора от отношения мощности помеха–формирующий шум q_2 при $\alpha = 0.1$, $\eta = 0$ дБ: если в качестве помехи – белый гауссов шум (штрихпунктирная кривая), УНП с $\beta = 0.1$ и $\omega 0 = \pi/2$ (сплошная: тонкая рассчитана по (8), толстая – по (11)), гауссово-марковский процесс с $\beta = 0.1$ (пунктирная: тонкая рассчитана по (8), толстая – по (15))

Заключение

Результаты математических расчетов и данные моделирования показывают, что разработанный метод двухканальной адаптивной фильтрации, реализованный в модельном компенсаторе, можно успешно применять при выделении гауссово-марковского полезного сигнала на фоне гауссовых помех с различными спектральными плотностями в условиях взаимной некоррелированности помех в каналах.

Оптимальный выбор отношения мощности помехи к мощности формирующего белого шума в каналах позволяет минимизировать дисперсию ошибки фильтрации. Однако оптимизация влияет на работу модельного компенсатора поразному в зависимости от типов помех. В частности, при компенсации узкополосной нормальной помехи модельный компенсатор становится более чувствительным к выбору q_2, в то же время при действии гауссово-марковской помехи оптимальный подбор отношения мощности помехи к мощности формирующего белого шума практически не влияет на работу компенсатора.

Таким образом, если спектральная плотность полезного сигнала совпадает по частотному диапазону со спектральной плотностью поме-

хи, q_2 можно выбирать много меньше единицы, а дисперсию ошибки фильтрации в этом случае оценить по формуле (15). В противном случае необходимо искать более совершенные алгоритмы поиска оптимального значения отношения мощности помехи к мощности формирующего белого шума в каналах.

Литература

1. *Уидроу Б.* Адаптивная обработка сигналов : пер. с англ. / Б. Уидроу, С. Стирнз. – М. : Радио и связь, 1989. –440 с.

2. *Манохин А.Е.* Двухканальная адаптивная фильтрация сигналов при взаимной некоррелированности помех в каналах / А.Е. Манохин // Вестник Воронежского государственного технического университета. – Воронеж, 2011. – № 11. – С. 20–23.

3. *Шахтарин Б.И.* Фильтры Винера и Калмана / Б.И. Шахтарин. –М. : Гелиос АРВ, 2008. – 408 с. : ил.

4. *Манохин А.Е.* О выделении гауссово-марковского сигнала на фоне узкополосной нормальной помехи модельным компенсатором помех / А.Е. Манохин // Журнал радиоэлектроники. – 2011. – №11(12) – (http://jre.cplire.ru/jre/nov11/16/text.html).

Статья поступила в редакцию 20 марта 2012 г.

УДК 621.391.23

НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ И ИНТЕРМОДУЛЯЦИОННАЯ ИЗБИРАТЕЛЬНОСТЬ В АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ ТРАКТАХ ДКМВ ДИАПАЗОНА

В.А. Маковий, нач. НТУ, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: Makovij@mail.ru

Рассмотрено влияние нелинейности аналого-цифрового тракта (АЦТ) на гармонические и интермодуляционные искажения входного сигнала при аналого-цифровом преобразовании. Получены аналитические выражения для расчёта основных параметров нелинейности и выражения, позволившие оценить достижимый уровень интермодуляционной избирательности. Показано, что без цифровой коррекции нелинейности обеспечение интермодуляционной избирательности уменьшает динамический диапазон АЦТ по сигналу и блокированию.

Ключевые слова: *программно-определяемое радиосредство, SDR, аналого-цифровой преобразователь, динамический диапазон, цифровая коррекция, интермодуляционная избирательность, цифровая обработка сигналов, радиосвязь, канал тональной частоты.*

NONLINEAR DISTORTIONS AND INTERMODULATION SELECTIVITY IN ANALOG-DIGITAL HF-PATHS

V.A. Makovy, head of Scientific and Technical Bureau, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: Makovij@mail.ru

Nonlinearity influence of an analog-digital path (ADP) on harmonic and intermodulation distortion of the input signal when analog-to-digital conversion takes place is considered. Analytical expressions for calculation the basic parameters of nonlinearity and the expression, allowed to estimate achievable level of intermodulation selectivity are received. It is shown, that the provision of intermodulation selectivity reduces ADP dynamic range on signal and blocking without digital nonlinearity correction.

Keywords: *software-defined radio (SDR), analog-to-digital converter, dynamic range, digital correction, intermodulation selectivity, digital signal processing, radio communication, voice-frequency channel.*

АЦТ без преобразования радиочастоты перед аналого-цифровым преобразованием (АЦП) находят широкое применение в программно - определяемых (SDR, software-defined radio) радиостанциях ДКМВ диапазона [1, 2]. Особенностью тракта без преобразования частоты является отсутствие на пути прохождения сигнала элементов, работа которых основана на использовании нелинейности амплитудной характеристики, таких как смесители, перемножители, логарифмические усилители. Линейность современных усилителей и драйверов значительно превосходит линейность существующих радиочастотных АЦП. Для упрощения анализа нелинейности тракта будем считать, что элементом, определяющим линейность АЦТ, является АЦП, а точнее – характеристика преобразования (ХП) квантователя, входящего в его состав. Характеристика реального квантователя, обладающего ненулевой интегральной δ_L и дифференциальной δ_{LD} нелинейностью, представима в виде последовательного соединения линейного квантователя и безынерционного нелинейного элемента $f(s)$. Структурная схема АЦТ, эквивалентная с точки зрения нелинейности реальному тракту, приведена на рис. 1.

Рассмотрим применение для контроля и измерения нелинейности амплитудной характеристики АЦТ на рис. 1 одночастотного гармонического сигнала вида

$$s(t) = A\cos(\omega_s t + \phi_0) = A\cos(\psi), \qquad (1)$$

где ω_s – частота, попадающая в полосу принимаемых частот, ψ – полная фаза гармонического колебания.

Как было установлено ранее [3], в АЦТ функция $f(s)$ представима в виде степенного полинома вида

$$f(s) = b_0 + \sum_{j=1}^{n} b_j \cdot s^j, \qquad (2)$$

где s – сигнал на входе безынерционного нелинейного элемента, b – коэффициенты при соответствующих степенях переменной, n – степень полинома, определяемая как $n = 2^m - 2$, m – число

двоичных разрядов выходного кода АЦП при условии монотонности его передаточной характеристики. Результат прохождения сигнала (1) по АЦТ, рис. 1, $s_f(\psi) = f(A\cos\psi)$ представим в виде ряда Фурье с ограниченным числом членов:

$$s_f(\psi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \cos(i \cdot \psi). \qquad (3)$$

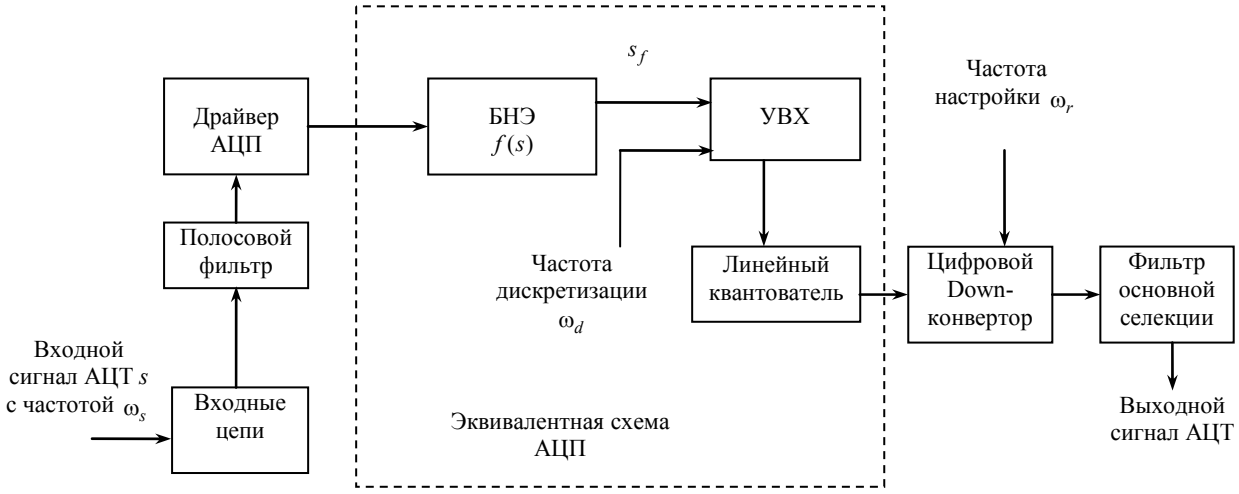


Рис. 1 Эквивалентная схема АЦТ без преобразования частоты

Полином (2) с точки зрения выходного сигнала АЦТ является источником продуктов нелинейности, далее будем называть его порождающим полиномом.

Для определения уровней и фаз гармоник, возникающих после прохождения измерительного сигнала (1) через нелинейный тракт, используется основной канал приёма с частотой настройки ω_r. В однополосном приёмнике входной сигнал с частотой ω_r преобразуется в нулевую частоту выходного сигнала с полосой тональных частот (ТЧ) 0.3–3.1 кГц. Диапазон настройки частоты приёма в Down-конверторе (рис. 1) ограничен интервалом $0\ldots\frac{\omega_d}{2}$. Примем, что для измерения уровней и фаз частоте измерительного сигнала и его гармоник должна соответствовать частота 1000 Гц на выходе ТЧ. Тогда необходимую частоту настройки приёмника можно определить в соответствии со следующим алгоритмом.

На первом шаге определяем номер полосы Найквиста $k = 0,1,2\ldots$, в которую попадает i-я гармоника входного сигнала с частотой ω_s, $i = 1\ldots n$:

$$k = \left\lfloor \frac{2 \cdot i \cdot \omega_s}{\omega_d} \right\rfloor. \qquad (4)$$

Если k – чётное, $k = 0,2,4,\ldots$, то частоту настройки находим по формуле

$$\omega_r = \left(\frac{\omega_s \cdot i}{\omega_d} - \left\lfloor \frac{i \cdot \omega_s}{\omega_d} \right\rfloor \right) \cdot \omega_d - 2000\pi. \qquad (5)$$

Если k – нечётное, $k = 1,3,5,\ldots$, то частота настройки

$$\omega_r = -1 \cdot \left(\frac{\omega_s \cdot i}{\omega_d} - 1 - \left\lfloor \frac{i \cdot \omega_s}{\omega_d} \right\rfloor \right) \cdot \omega_d - 2000\pi. \qquad (6)$$

При измерениях недостаточно вычислить уровень гармоники. Фаза, измеряемая относительно фазы первой гармоники измерительного сигнала, также должна быть измерена.

При моделировании АЦТ [4] экспериментальное нахождение амплитуд и фаз гармоник измерительного сигнала является мощным средством верификации модели. В процессе верификации проводится сравнение полученных аналитически, по известным коэффициентам полинома (2), коэффициентов ряда Фурье (3) с измеренными на выходе модели параметрами гармоник измерительного сигнала.

Для понимания взаимосвязи между коэффициентами порождающего полинома (2) и амплитудами гармоник рассмотрим вывод аналитических выражений, позволяющих без применения

математического аппарата преобразования Фурье получить для сигнала (1) величины a_i (3), по известным величинам b_j (2). Измерительный сигнал (1) на выходе безынерционного нелинейного элемента (2):

$$s_f = b_0 + \sum_{j=1}^{n} b_j \cdot A^j \cdot \cos^j(\psi). \qquad (7)$$

Косинус в произвольной степени j в (7) представим в виде суммы косинусов кратных углов [5]. Для чётных степеней j

$$\cos^j(x) = \frac{1}{2^{j-1}} \times,$$

$$\times \left(\sum_{k=0}^{\frac{j-2}{2}} \left[C_j^k \cdot (\cos(j-2k)x) \right] + \frac{1}{2} \cdot C_j^{\frac{j}{2}} \right),$$

$$j = 2,4,\ldots \qquad (8)$$

Для нечётных степеней j

$$\cos^j(x) = \frac{1}{2^{j-1}} \left(\sum_{k=0}^{\frac{j-1}{2}} C_j^k \cdot \cos(j-2k)x \right),$$

$$j = 1,3,\ldots \qquad (9)$$

С учётом этих формул составим табл. 1, в которой содержимое каждого столбца j есть разложение j-го члена суммы (7) на косинусы кратных углов в соответствии с (8) или (9). Во втором элементе каждого столбца содержится общий множитель элементов, содержащихся в строке. Далее в каждом столбце в соответствии с индексом строки i находятся коэффициенты при косинусах соответствующих кратных углов $i\psi$. Например, столбец $j = 6$ соответствует следующему представлению 6-го члена суммы (8):

$$b_6 \cdot A^6 \cdot \cos^6(\psi) =$$

$$= \frac{A^6}{2^5} \cdot b_6 \cdot \left(C_6^0 \cdot \cos(6\psi) + C_6^1 \cdot \cos(4\psi) + \right.$$

$$\left. + C_6^2 \cdot \cos(2\psi) + C_6^3 \cdot \cos(0) \right)$$

или после раскрытия и сокращения множителей

$$b_6 \cdot A^6 \cdot \cos^6(\psi) = b_6 \cdot A^6 \times$$

$$\times \left(\frac{1}{32} \cdot \cos(6\psi) + \frac{3}{16} \cdot \cos(4\psi) + \frac{15}{32} \cdot \cos(2\psi) + \frac{5}{16} \right).$$

Для расчёта вычислительной сложности задачи нахождения множества a_i определим общее количество слагаемых в выражении (3). Заметим, что при нечётных значениях максимальной степени n порождающего полинома (2) количество коэффициентов при косинусах кратностью $i = n$, $n-1, n-2, n-3, n-4, \ldots 1,0$ описывается последовательностью $1,1,2,2,3 \ldots n-1, n-1$ с общим количеством членов $n+1$. Сумму такой последовательности найдём как удвоенную сумму последовательности натуральных чисел $1,2,3 \ldots \frac{n+1}{2}$. Сумма m натуральных чисел, начиная с 1, равна $\frac{1+m}{2} \cdot m$ [5]. Общее количество K слагаемых в (3) при чётных n может быть найдено по формуле

$$K = 2 \cdot \frac{1 + \left(\frac{n+1}{2} \right)}{2} \left(\frac{n+1}{2} \right) = \frac{n^2 + 4n + 3}{4}. \qquad (10)$$

Для чётных значений максимальной степени n порождающего полинома (2) выражение (9) имеет вид

$$K = \frac{n^2 + 4n + 4}{4}. \qquad (11)$$

Для расчёта вычислительной сложности задачи нахождения множества a_i определим общее количество слагаемых в выражении (3). Заметим, что при нечётных значениях максимальной степени n порождающего полинома (2) количество коэффициентов при косинусах кратностью $i = n$, $n-1, n-2, n-3, n-4, \ldots 1,0$ описывается последовательностью $1,1,2,2,3 \ldots n-1, n-1$ с общим количеством членов $n+1$. Сумму такой последовательности найдём как удвоенную сумму последовательности натуральных чисел $1,2,3 \ldots \frac{n+1}{2}$. Сумма m натуральных чисел, начиная с 1, равна $\frac{1+m}{2} \cdot m$ [5]. Общее количество K слагаемых в (3) при чётных n может быть найдено по формуле

$$K = 2 \cdot \frac{1 + \left(\frac{n+1}{2} \right)}{2} \left(\frac{n+1}{2} \right) = \frac{n^2 + 4n + 3}{4}. \qquad (10)$$

Для чётных значений максимальной степени n порождающего полинома (2) выражение (9) имеет вид

$$K = \frac{n^2 + 4n + 4}{4}. \qquad (11)$$

Таблица 1

Коэффициенты представления степеней косинуса косинусами кратных углов

i	j	0	1	2	3	4	5	6	…	n чётное	n нечётное
		b_0	$\frac{A^1}{2^0}\cdot b_1$	$\frac{A^2}{2^1}\cdot b_2$	$\frac{A^3}{2^2}\cdot b_3$	$\frac{A^4}{2^3}\cdot b_4$	$\frac{A^5}{2^4}\cdot b_5$	$\frac{A^6}{2^5}\cdot b_6$		$\frac{A^n}{2^{n-1}}\cdot b_n$	$\frac{A^n}{2^{n-1}}\cdot b_n$
0	a_0	$2C_0^0$		C_2^1		C_4^2		C_6^3		$C_n^{\frac{n}{2}}$	
1	a_1		C_1^0		C_3^1		C_5^2				$C_n^{\frac{n-1}{2}}$
2	a_2			C_2^0		C_4^1		C_6^2		$C_n^{\frac{n}{2}-1}$	
3	a_3				C_3^0		C_5^1				$C_n^{\frac{n-1}{2}-1}$
4	a_4					C_4^0		C_6^1		$C_n^{\frac{n}{2}-2}$	
5	a_5						C_5^0				$C_n^{\frac{n-1}{2}-2}$
6	a_6							C_6^0		$C_n^{\frac{n}{2}-3}$	
…											
n чётное	a_n									C_n^0	
n нечётн.	a_n										C_n^0

Применим (21) к (20), представив результат в виде табл. 2. Как и в табл. 1, каждый столбец с номером i есть разложение i-го члена суммы (20) в виде степенного ряда в соответствии с (21). Индекс столбца i таблицы соответствует индексу i в (20). Индекс строки j соответствует степени s в (2). В первой строке табл. 2 приведены элементы суммы (20) $a_i \cdot T_i(x)$ с индексами, соответствующими номерам столбцов. Результат разложения $a_i \cdot T_i(x)$ в соответствии с (21), упорядоченный по степеням s, представлен в соответствующем столбце таблицы. В каждой строке таблицы содержатся члены разложения с одинаковой степенью s, равной j. Выражение (21) позволяет получить содержимое ячеек табл. 2 по значениям i и m. Для понимания формулы суммы строки, в каждой заполненной ячейке табл. 2 будем указывать величины индексов i и m из (21), соответствующие элементу сте-

пенного ряда, находящемуся в этой ячейке. Например, для $i = 8$

$$a_8 T_8(s) = a_8 \cdot 128 s^8 - a_8 \cdot 256 s^6 + \\ + a_8 \cdot 160 s^4 - a_8 \cdot 32 s^2 + a_8.$$

Поскольку $f(s) = b_0 + \sum_{j=1}^{n} b_j \cdot s^j$ и $f(s) = \sum_{i=0}^{n} a_i T_i(s)$, то справедливо выражение

$$b_0 + \sum_{j=1}^{n} b_j \cdot s^j = \sum_{i=0}^{n} a_i T_i(s). \qquad (22)$$

Тогда сумма коэффициентов при одинаковых степенях s в правой и левой части (22) также образует равенство. Вследствие этого сумма элементов j-й строки табл. 2 равна $b_j s^j$.

Таблица 2

Коэффициенты представления полиномов Чебышева в виде степного ряда

	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
j		$a_0 T_0(s)$	$a_1 T_1(s)$	$a_2 T_2(s)$	$a_3 T_3(s)$	$a_4 T_4(s)$	$a_5 T_5(s)$	$a_6 T_6(s)$	$a_7 T_7(s)$	$a_8 T_8(s)$
0	$b_0 s^0$	$1 \cdot a_0$		$-1 \cdot a_2$ $i = 2$ $m = 1$		$1 \cdot a_4$ $i = 4$ $m = 2$		$-1 \cdot a_6$ $i = 6$ $m = 3$		$1 \cdot a_8$ $i = 8$ $m = 4$
1	$b_1 s^1$		$a_1 s^1$ $i = 1$ $m = 0$		$-3a_3 s^1$ $i = 3$ $m = 1$		$5a_5 s^1$ $i = 5$ $m = 2$		$-7a_7 s^1$ $i = 7$ $m = 3$	
2	$b_2 s^2$			$2a_2 s^2$ $i = 2$ $m = 0$		$-8a_4 s^2$ $i = 4$ $m = 1$		$18a_6 s^2$ $i = 6$ $m = 2$		$-32a_8 s^2$ $i = 8$ $m = 3$
3	$b_3 s^3$				$4a_3 s^3$ $i = 3$ $m = 0$		$-20a_5 s^3$ $i = 5$ $m = 1$		$56a_7 s^3$ $i = 7$ $m = 2$	
4	$b_4 s^4$					$8a_4 s^4$ $i = 4$ $m = 0$		$-48a_6 s^4$ $i = 6$ $m = 1$		$160a_8 s^4$ $i = 8$ $m = 2$
5	$b_5 s^5$						$16a_5 s^5$ $i = 5$ $m = 0$		$-112a_7 s^5$ $i = 7$ $m = 1$	
6	$b_6 s^6$							$32a_6 s^6$ $i = 6$ $m = 0$		$-256a_8 s^6$ $i = 8$ $m = 1$
7	$b_7 s^7$								$64a_7 s^7$ $i = 7$ $m = 0$	
8	$b_8 s^8$									$128a_8 s^8$ $i = 8$ $m = 0$

Сумма элементов строки $j=0$ табл. 2 – это представление нулевого члена порождающего полинома (2)

$$b_0 = a_0 + \sum_{m=1}^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor} a_{2m} (-1)^m \frac{2m}{2} \times \times \frac{(2m-m-1)!}{m!(2m-2m)!} (2x)^{2m-2m} = = a_0 + \sum_{m=1}^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor} (-1)^m \cdot a_{2m} \quad (23)$$

Сумма элементов j-й строки табл. 2 – это представление j-го члена полинома (2) через взвешенную сумму коэффициентов Фурье a_i

$$b_j \cdot s^j = \sum_m (-1)^m \cdot a_i \cdot \frac{i}{2} \cdot \frac{(i-m-1)!}{m!(i-2m)!} (2s)^{i-2m}, \quad (24)$$

здесь m – индекс элемента в ряду (строке), начиная с коэффициентов при младшей степени $T_0(s)$, $m = 0,1,\ldots \left\lfloor \frac{n-k}{2} \right\rfloor$; $i = j + 2m$ – степень полинома Чебышева $T_i(s)$ и индекс коэффициента Фурье a_i при нём в элементе строки табл. 2. После замены $i = j + 2m$ из (24) получаем выражение для b_j:

$$b_j \cdot s^j = \sum_{m=0}^{\left\lfloor \frac{n-j}{2} \right\rfloor} (-1)^m a_{j+2m} \frac{(j+2m)}{2} \times \times \frac{(j+2m-m-1)!}{m!(j+2m-2m)!} (2s)^{j+2m-2m}.$$

После преобразований получаем итоговое выражение для b_j:

$$b_j \cdot s^j = (2s)^j \cdot \sum_{m=0}^{\left\lfloor \frac{n-j}{2} \right\rfloor} (-1)^m a_{j+2m} \frac{(j+2m)}{2} \times \times \frac{(j+m-1)!}{m! \cdot j!}. \quad (25)$$

Полученные выражения позволяют проводить анализ и синтез характеристики преобразования безынерционного нелинейного элемента, описывающего нелинейность аналого-цифрового тракта. При верификации имитационных моделей АЦТ, в которых как исходные параметры, используются наборы коэффициентов $b_0 \ldots b_n$, сравнение результатов прямого расчёта коэффициентов Фурье (14), (15) и экспериментального измерения позволяет убедиться в полноте и достоверности модели. На рис. 2 показаны основные соотношения между измерительным сигналом, порождающим полиномом и спектральными коэффициентами.

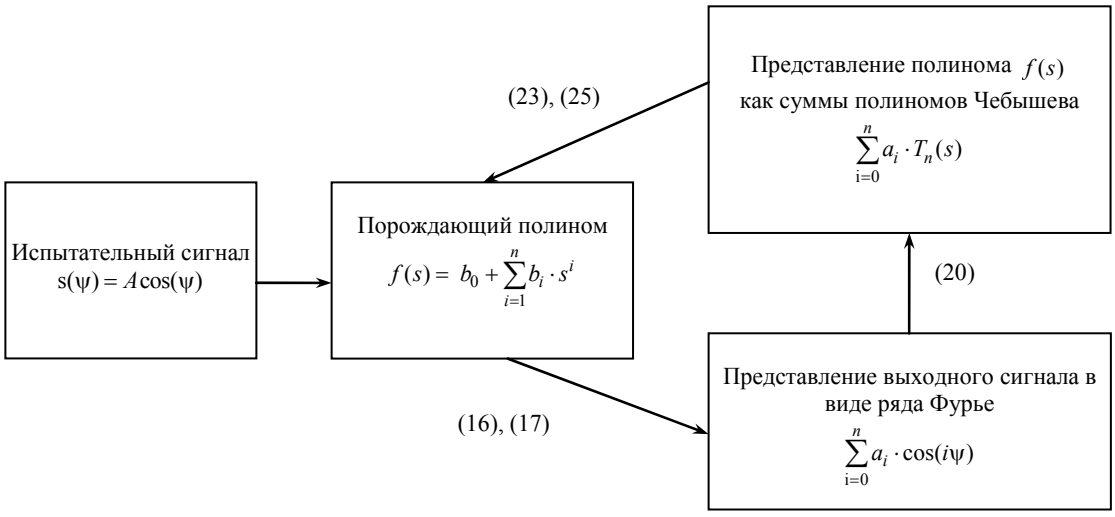


Рис. 2. Соотношения между порождающим полиномом и коэффициентами Фурье испытательного сигнала

Для кубического члена (2) выражение (25) можно упростить:

$$b_3 \cdot s^3 = 2s^3 \cdot \sum_{m=0}^{\left\lfloor \frac{n-3}{2} \right\rfloor} (-1)^m a_{3+2m} \times \times \frac{(m+1)\cdot(m+2)\cdot(3+2m)}{3}.$$

Для чётного n наибольшее $m = \frac{n-4}{2}$, общее количество членов ряда $\frac{n-2}{2}$,

$$b_3 = 4a_3 - 20a_5 + 56a_7 - - 120a_9 \ldots (-1)^{\frac{n-4}{2}} \cdot a_{n-1} \cdot \frac{(n-2)\cdot(n-1)\cdot n}{3\cdot 2}. \quad (26)$$

Для нечётного n наибольшее $m = \frac{n-3}{2}$, общее количество членов ряда $\frac{n-1}{2}$,

$$b_3 = 4a_3 - 20a_5 + 56a_7 - -120a_9 \ldots (-1)^{\frac{n-3}{2}} a_n \cdot \frac{(n-1)\cdot(n)\cdot(n+1)}{3\cdot 2}. \quad (27)$$

Представление амплитудной характеристики в виде полиномов Чебышева (20) является основой технологии цифровой коррекции нелинейности [3], упрощая вычисление цифровых корректирующих элементов. Синтез порождающего полинома по спектральным коэффициентам измерительного сигнала (23), (25) позволяет верифицировать модели АЦТ и использовать более широкий класс алгоритмов синтеза корректирующих элементов.

Найдём максимально возможный уровень 3-й гармоники испытательного сигнала при заданной величине интегральной нелинейности δ_L характеристики преобразования АЦП. Воспользуемся тем, что среди всех многочленов степени n с единичный старшим коэффициентом полином $\frac{1}{2^{n-1}} \cdot T_n(x)$ меньше всего уклоняется от 0 на отрезке $-1 \le x \le 1$. Из определения полиномов Чебышева первого рода $T_n(s)$ следует, что

$$T_n\left(\cos(\psi)\right) = n \cdot \cos(\psi). \quad (28)$$

Тогда при заданном максимальном отклонении от прямой характеристики преобразования АЦП

$$\left| f(s) - a_1 \cdot T_1(s) \right| \le \delta_L \cdot \frac{V_{p-p}}{2^n},$$

$$\left| a_3 \cdot T_3(s) \right| \le \delta_L \cdot \frac{V_{p-p}}{2^n}, \quad (29)$$

где V_{P-P} – максимальный размах входного сигнала АЦП, не вызывающий переполнения; δ_L – максимальная интегральная нелинейность АЦП, выраженная в единицах младшего значащего разряда, МЗР. Поскольку $\left|T_3(s)\right| \le 1$, то (29) можно записать как

$$\left|a_3\right| \le \delta_L \cdot \frac{V_{p-p}}{2^n}. \quad (30)$$

Проведя аналогичные вычисления для любой из гармоник с номером $k \ge 2$, можно доказать, что полученная оценка амплитуды (30) может быть применена к любой гармонике сигнала (1) и

$$\left|a_k\right| \le \delta_L \cdot \frac{V_{p-p}}{2^n}, \; 2 \le k \le n. \quad (31)$$

Амплитуда первой гармоники испытательного сигнала $a_1 = \frac{V_{p-p}}{2}$. Отношение первой и третьей гармоники, SFDR (Spurious-Free Dynamic Range) не может быть менее, чем

$$SFDR \ge \frac{2^{n-1}}{\delta_L}. \quad (32)$$

Например, АЦТ при $n = 14$, $\delta_L = 1.5$ МЗР, обеспечит величину SFDR не менее 74.7 дБ.

Работа АЦТ в реальных условиях характеризуется наличием на входе нелинейного элемента нескольких помех одновременно. При этом часть энергии помех вследствие взаимодействия (интермодуляции) на нелинейности тракта может попасть в полосу приёма полезного сигнала. Интермодуляцией в радиоприёмном устройстве называют возникновение отклика на выходе радиоприёмного устройства в результате взаимодействия на его входе двух или более радиопомех. *Динамический диапазон по интермодуляции* D_{IM} определяется как отношение уровня восприимчивости к интермодуляции к чувствительности радиоприёмного устройства и является

одним из основных динамических параметров радиоприёмника [7]. Уровень восприимчивости к интермодуляции – минимальный уровень двух одинаковых по величине радиопомех на входе радиоприёмного устройства, при котором отношение отклика, возникающего в результате интермодуляции, к заданному (например, как величина SINAD) отклику на полезный сигнал равен заданному значению. Для оценки достижимого в АЦТ динамического диапазона по интермодуляции рассмотрим прохождение бигармонического измерительного сигнала

$$s_{\text{int}}(t) = A_1 \cdot \cos\left(\omega_1 t + \phi_{01}\right) + \\ + A_2 \cdot \cos\left(\omega_2 t + \phi_{02}\right) \qquad (33)$$

Для сравнения уровня продукта интермодуляции с уровнем гармоник при прохождении одночастотного измерительного сигнала, необходимо привести суммарную амплитуду двухтонового сигнала (22) к амплитуде однотонового. Тогда $A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$ и измерительный сигнал принимает вид

$$s_{\text{int}}(\psi) = \frac{A}{2} \cdot \left(\cos\left(\psi_1\right) + \cos\left(\psi_2\right)\right). \qquad (34)$$

Результатом прохождения одночастотного измерительного сигнала являются гармоники. Результат прохождения бигармонического измерительного сигнала через безынерционный нелинейный элемент называется комбинациями. При прохождении (34) через (2) возникают комбинации двух гармонических составляющих измерительного сигнала с частотами $m \cdot \psi_1 \pm n \cdot \psi_2$. Введём следующие обозначения для этих составляющих сигнала на выходе порождающего полинома: k – целое неотрицательное число при частоте ψ_1, l – целое неотрицательное число при частоте ψ_2, s_{k+l} – комбинационная составляющая с частотой $k \cdot \psi_1 + l \cdot \psi_2$, s_{k-l} – комбинационная составляющая с частотой $k \cdot \psi_1 - l \cdot \psi_2$. Числа k и l обладают следующими свойствами: $0 \le k \le n$, $0 \le l \le n$, $k + l \le n$, где n – степень порождающего полинома [8]. Величина $k + l = m$ называется порядком комбинации. Ряд авторов [8], [9] выделяют отдельную группу из общего числа комбинаций. У частот этой группы коэффициенты l или k равны нулю. Они называют эти составляющие k и l гармониками компонент измерительного сигнала с частотами ψ_1 и ψ_2. Далее будем обозначать интермодуляционные составляющие, входящие в эту группу, как s_{k+0} и s_{0+l} соответственно. Комбинацию, соответствующую постоянной составляющей на выходе нелинейного элемента, будем обозначать как s_{0+0}. В табл. 3 для порождающего полинома степени $n = 8$ приведены все возможные комбинации. При составлении таблицы учитывалось то, что амплитуда сигналов s_{k+l} и s_{k-l} при одинаковых k и l совпадает. В один элемент таблицы для наглядности помещены 2 комбинации, s_{k+l} и s_{k-l}. Количество комбинаций порядка m, $m > 0$ можно найти по формуле $N_m = 2 \cdot m$, $N_0 = 1$. Общее количество комбинаций для порождающего полинома степени n найдём как сумму первых n членов арифметической прогрессии:

$$1 + 2\sum_{i=1}^{n} n = n^2 + n + 1. \qquad (35)$$

Интересным свойством комбинаций сигнала (34) является двойная симметрия, то есть комбинации одного порядка вида s_{k+l}, s_{k-l}, s_{l-k}, s_{l+k} имеют одинаковую амплитуду. Собственно комбинация может быть описана выражением

$$s_{k+l} = a_{k+l} \cdot \cos\left(k \cdot \psi_1 + l \cdot \psi_2\right), \qquad (36)$$

где a_{k+l} – амплитуда комбинации $k + l$.

Комбинация 3 порядка s_{1-2} нередко используется для измерения интермодуляционной избирательности АЦТ [10]. Прямой подстановкой бигармонического измерительного сигнала (34) в (2) получим формулу для амплитуды этой комбинации:

$$a_{1-2} = \frac{3}{32} b_3 \cdot A^3 + \frac{25}{256} b_5 \cdot A^5 + \frac{735}{8192} b_7 \cdot A^5 + \\ + \frac{1323}{16384} b_9 \cdot A^9 + \frac{38115}{524288} b_{11} \cdot A^{11} + \\ + \frac{552123}{8388608} b_{13} \cdot A^{13} \ldots \qquad (37)$$

В то же время для гармонического измерительного сигнала (1) на выходе этого же нелинейного элемента (2) справедливо следующее выражение для амплитуды третьей гармоники:

$$a_3 = \frac{1}{4} b_3 \cdot A^3 + \frac{30}{96} b_5 \cdot A^5 + \frac{336}{1024} b_7 \cdot A^7 + \frac{672}{2048} b_9 \cdot A^9 + \frac{21120}{65536} b_{11} \cdot A^{11} + \frac{329472}{1048576} b_{13} \cdot A^{13} + \ldots \quad (38)$$

Преобразуем (35) таким образом, чтобы коэффициенты при коэффициенте b_3 в (37) и (38) стали одинаковыми:

$$a_{1-2} = \frac{3}{8}\left[\frac{1}{4} b_3 \cdot A^3 + \frac{25}{96} b_5 \cdot A^5 + \frac{245}{1024} b_7 \cdot A^5 + \frac{441}{2048} b_9 \cdot A^9 + \frac{12705}{65536} b_{11} \cdot A^{11} + \frac{184041}{1048576} b_{13} \cdot A^{13} + \ldots\right]. \quad (39)$$

При почленном сравнении выражения (39) с (38) становится ясно, что величина каждого члена ряда (39) меньше, чем соответствующего ему члена ряда (38). Можно показать, что при увеличении количества слагаемых обоих рядов отношение члена ряда (39) к члену ряда (38) с одинаковыми степенями A будет стремиться к нулю. Следовательно, справедливо выражение, позволяющее по известной амплитуде третьей гармоники сигнала (1) оценить сверху амплитуду комбинации s_{1-2} в АЦТ при бигармоническом сигнале (2) на его входе с той же амплитудой:

$$a_{1-2} \le \frac{3}{8} a_3. \quad (40)$$

Максимальная амплитуда комбинации третьего порядка s_{1-2} соответствует наличию одного ненулевого коэффициента b_3 в порождающем полиноме. Минимальная амплитуда комбинации третьего порядка s_{1-2} соответствует наличию одного ненулевого коэффициента b_n в порождающем полиноме (2).

Таблица 3

Комбинации на выходе порождающего полинома 8 порядка

	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
l		$0\cdot\psi_1$	$1\cdot\psi_1$	$2\cdot\psi_1$	$3\cdot\psi_1$	$4\cdot\psi_1$	$5\cdot\psi_1$	$6\cdot\psi_1$	$7\cdot\psi_1$	$8\cdot\psi_1$
0	$0\cdot\psi_2$	s_{0+0}	s_{1+0}	s_{2+0}	s_{3+0}	s_{4+0}	s_{5+0}	s_{6+0}	s_{7+0}	s_{8+0}
1	$1\cdot\psi_2$	s_{0+1}	$s_{1\pm1}$	$s_{2\pm1}$	$s_{3\pm1}$	$s_{4\pm1}$	$s_{5\pm1}$	$s_{6\pm1}$	$s_{7\pm1}$	
2	$2\cdot\psi_2$	s_{0+2}	$s_{1\pm2}$	$s_{2\pm2}$	$s_{3\pm2}$	$s_{4\pm2}$	$s_{5\pm2}$	$s_{6\pm2}$		
3	$3\cdot\psi_2$	s_{0+3}	$s_{1\pm3}$	$s_{2\pm3}$	$s_{3\pm3}$	$s_{4\pm3}$	$s_{5\pm3}$			
4	$4\cdot\psi_2$	s_{0+4}	$s_{1\pm4}$	$s_{2\pm4}$	$s_{3\pm4}$	$s_{4\pm4}$				
5	$5\cdot\psi_2$	s_{0+5}	$s_{1\pm5}$	$s_{2\pm5}$	$s_{3\pm5}$					
6	$6\cdot\psi_2$	s_{0+6}	$s_{1\pm6}$	$s_{2\pm6}$						
7	$7\cdot\psi_2$	s_{0+7}	$s_{1\pm7}$							
8	$8\cdot\psi_2$	s_{0+8}								

Амплитуда пятой гармоники измерительного сигнала (1) на выходе (2)

$$a_5 = \frac{1}{16} b_5 \cdot A^5 + \frac{56}{512} b_7 \cdot A^7 + \\ + \frac{9}{64} b_9 \cdot A^9 + \frac{165}{1024} b_{11} \cdot A^{11} + \frac{715}{4096} b_{13} \cdot A^{13} + \\ + \frac{3003}{16384} b_{15} \cdot A^{15} + \dots . \qquad (41)$$

Амплитуду комбинации пятого порядка s_{2-3} получим прямой подстановкой бигармонического измерительного сигнала (34) в (2):

$$a_{2-3} = \frac{5}{16}\left[\frac{1}{16} b_5 \cdot A^5 + \frac{49}{512} b_7 \cdot A^5 + \right. \\ + \frac{567}{5120} A^9 + \frac{7623}{65536} A^{11} + \\ \left. + \frac{61347}{524288} A^{13} + \frac{3864861}{33554432} A^{15} \dots\right]. \qquad (42)$$

При почленном сравнении выражений (41) и (42) становится ясно, что величина каждого члена ряда (42) меньше, чем соответствующего ему члена ряда (41). Следовательно, справедливо выражение, позволяющее по известной амплитуде пятой гармоники сигнала (1) оценить сверху амплитуду комбинации s_{2-3} в АЦТ при бигармоническом сигнале (2) на его входе с той же амплитудой:

$$a_{2-3} \le \frac{5}{16} a_5. \qquad (43)$$

В общем случае для амплитуд комбинаций и гармоник выполняется неравенство

$$\frac{a_{1-2}}{a_3} > \frac{a_{2-3}}{a_5} > \frac{a_{3-4}}{a_7} > \dots . \qquad (44)$$

Ранее было доказано, что в АЦТ оценка амплитуды любой гармоники сигнала (1) может быть найдена по известной величине интегральной нелинейности АЦП δ_L. В соответствии с (31) и с учетом (44) и (40) можно утверждать, что амплитуда комбинаций s_{1-2}, s_{1+2}, s_{2-1}, s_{2+1} и любой комбинации из ряда (44) в АЦТ не превысит величину

$$\left|a_{1-2}\right| \le \frac{3}{8} \delta_L \cdot \frac{V_{p-p}}{2^m}, \qquad (45)$$

где m – число двоичных разрядов выходного кода АЦП при условии монотонности его передаточной характеристики.

При выводе формул для величины динамического диапазона по интермодуляции АЦТ необходимо учитывать, что при его измерении уровень каждой гармонической помехи на 6 дБ меньше, чем уровень однотонового сигнала при той же амплитуде на входе АЦТ [10].

При двухсигнальном методе A_{02} измерения D_{IM} [10] в АЦТ уровень комбинаций при измерительном сигнале – помехе максимальной амплитуды не должен превысить заданную величину для измерения чувствительности – величину SINAD. В реальных АЦТ эффективное напряжение шума на входе АЦП

$$V_n = \sqrt{\frac{{V_{p-p}}^2}{8} \cdot \frac{2 \cdot \Delta Fs}{Fd} \cdot 10^{-SNR/10} + V_{n_a}^2}, \qquad (46)$$

где ΔFs – шумовая полоса, соответствующая полосе основного канала приёма, Гц, Fd – частота дискретизации входного сигнала АЦП, Гц, SNR – Signal-to-Noise Ratio, отношение мощности синусоидального сигнала заданного уровня к сумме мощностей всех остальных продуктов преобразования кроме первых шести гармоник измерительного сигнала и мощности постоянной составляющей, V_{n_a} – эффективное напряжение шумов аналогового тракта на входе АЦП в полосе основного канала приёма. Достижимая величина динамического диапазона по блокированию D_b при отсутствии ограничения в АЦТ может быть найдена по формуле

$$D_b = \frac{1}{\frac{2 \cdot \Delta Fs}{Fd} \cdot 10^{(-SNR+SINAD)/10} + V_{n_a}^2}, \qquad (47)$$

где SINAD – (Signal to Noise and Distortions ratio) отношение сигнал/(шум + искажения), при котором измеряется чувствительность АЦТ в дБ.

Исходя из условия непревышения заданной величины SINAD комбинацией с уровнем (45), найдём необходимый для выполнения этого условия уровень шума на входе АЦП:

$$V_{nIM} = \frac{3}{8} \delta_L \cdot \frac{V_{p-p}}{2^n \cdot \sqrt{2}} \cdot 10^{\left(-\frac{SINAD}{20}\right)}. \qquad (48)$$

Максимальное среднеквадратичное значение измерительного сигнала – помехи (34) при измерении D_{IM}

$$V_{IM} = \frac{V_{p-p}}{4 \cdot \sqrt{2}}. \qquad (49)$$

Минимальная величина D_{IM} –

$$D_{IM} \geq \left(\frac{V_{IM}}{V_{nIM} \cdot 10^{\left(\frac{SINAD}{20}\right)}} \right)^2 = \left(\frac{2}{3 \cdot \delta_L \cdot 2^{-m}} \right)^2 \quad (50)$$

Для современных АЦП величина D_{IM} значительно меньше D_b. Например, АЦП 14-разрядный, АЦП AD6645ASQ-105 при частоте дискретизации $Fd = 98304$ кГц и максимальном размахе входного сигнала $V_{p-p} = 2.2$ В обеспечивает $SNR = 75$ дБ. При реализации АЦТ для приёма сигналов с однополосной модуляцией и полосой частот $\Delta F = 3.1$ кГц, величине SINAD 12 дБ динамический диапазон по блокированию (47) при оптимальном согласовании по шумам с аналоговым трактом составит $D_b \geq 102$ дБ. Приведённое к его входу напряжение шумов в полосе основного канала приёма (46) при оптимальном согласовании составит 1.54 мкВ.

При тех же условиях оценка динамического диапазона по интермодуляции (50) или интермодуляционной избирательности при известной интегральной нелинейности AD6645ASQ-105 $\delta_L = \pm 1.5$ $D_{IM} \geq 77.2$ дБ. Для того чтобы при амплитуде комбинации s_{1-2} на входе АЦП (45) 75.5 мкВ (53.4 мкВ эфф.) SINAD на частоте комбинации не превысил заданную величину 12 дБ, необходимо обеспечить уровень шума на входе АЦП не менее, чем V_{nIM}. В рассматриваемом случае $V_{nIM} \geq 13.4$ мкВ. Напряжение блокирующего сигнала при отсутствии переполнения в АЦП

$$V_b = \frac{V_{p-p}}{2\sqrt{2}}. \quad (51)$$

Величина динамического диапазона по блокированию D_{bIM} при шуме на входе АЦП (48), обеспечивающем интермодуляционную избирательность, может быть найдена по формуле

$$D_{bIM} = \frac{V_b}{V_{nIM}} \cdot 10^{\left(-\frac{SINAD}{20}\right)} = \frac{4 \cdot 2^n}{3\delta_L}. \quad (52)$$

Уменьшение динамического диапазона по блокированию ΔD_b при обеспечении интермодуляционной избирательности

$$\Delta D_b = \frac{3\delta_L}{4 \cdot 2^m \cdot \left(\frac{2 \cdot \Delta Fs}{Fd} \cdot 10^{(-SNR+SINAD)/10} + V_{n_a}^2 \right)}. \quad (53)$$

Добавление к входному сигналу АЦП шума, необходимого для обеспечения интермодуляционной избирательности, в рассматриваемом случае привело к уменьшению динамического диапазона по блокированию до 83.3 дБ, то есть на 18.7 дБ. Проверка полученных аналитических выражений при разработке и производстве SDR радиостанций ДКМВ диапазона показала хорошее совпадение полученных выражений и экспериментальных измерений.

Выводы

Фактором, ограничивающим динамический диапазон в современных АЦТ, является нелинейность характеристики преобразования. В работе получены аналитические выражения, связывающие коэффициенты порождающего полинома, описывающего амплитудную характеристику тракта, уровни гармоник гармонического и бигармонического испытательного сигнала.

Предложена новая методика оценки достижимого уровня интермодуляционной избирательности. Показано, что для обеспечения интермодуляционной избирательности при её измерении в соответствии с требованиями ГОСТ 22579-86 необходимо увеличивать уровень шумов на входе АЦП. Это приводит к уменьшению динамического диапазона по блокированию. В соответствии с предложенной методикой получены оригинальные соотношения для необходимого уровня шумов по известной нелинейности АЦТ. Они позволяют определить ухудшение динамического диапазона по блокированию при обеспечении интермодуляционной избирательности.

Полученные результаты подтверждают актуальность разработки методов цифровой коррекции линейности АЦТ для увеличения интермодуляционной избирательности без ухудшения динамического диапазона по блокированию.

Литература

1. *Fette B.A.* Cognitive radio technology / B.A. Fette. – 2nd edition. – Elsevier Science & Technology Books, 2009. – 828 p.

2. *Tuttlebee W., Ed.* Software defined radio : enabling technologies / W. Tuttlebee, Ed. – John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2002. – 442 p.

3. *Маковий В.А.* Расширение динамического диапазона реальных АЦП с помощью цифровой кор-

рекции / В.А. Маковий // Радиотехника. – 1990. – № 6. – С. 24 – 27.

4. *Маковий В.А.* Имитационное моделирование широкополосного аналого-цифрового тракта программно-определяемых радиоустройств / В.А. Маковий // Теория и техника радиосвязи. – 2011. – № 2. – С. 57 – 68.

5. *Корн Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров: определения, теоремы, формулы / Г. Корн, Т. Корн. – 6-е изд., стер. – М. : Лань, 2003. – 831 с. : ил.

6. *Weisstein Eric W.* «Pascal's Triangle» From MathWorld / Eric W. Weisstein. – A Wolfram Web Resource. – (http://mathworld.wolfram.com/PascalsTriangle.html).

7. ГОСТ 23611-79. Совместимость радиоэлектронных средств электромагнитная. Термины и определения. – М. : Изд-во стандартов, 1979. – 10 с.

8. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / И.С. Гоноровский. – 5-е изд., испр. и доп. – М. : Дрофа, 2006. – 719 с.

9. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы : Учебник для вузов / С.И. Баскаков. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 2000. – 462 с.

10. ГОСТ 22579-86. Радиостанции с однополосной модуляцией сухопутной подвижной службы. – М. : Изд-во стандартов, 1986. – 55 с.

Статья поступила в редакцию 18 апреля 2012 г.

УДК 621.391.23

ФОРМИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ С МУЛЬТИМОДАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

В.А. Маковий, нач. НТУ, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: Makovij@mail.ru

Сигналы с мультимодальным распределением мгновенных значений применяются в SDR радиостанциях для цифровой коррекции аналого-цифровых трактов (АЦТ). Предложены алгоритмы и реализующие их формирователи сигналов с произвольным числом мод распределения, в том числе предназначенные для реализации в качестве универсальных блоков в составе FPGA. Исследованы статистические характеристики предложенных генераторов сигналов с мультимодальным распределением. Рассмотрены примеры реализации формирователей.

Ключевые слова: *программно-определяемое радиосредство, SDR, динамический диапазон, цифровая коррекция, мультимодальное распределение мгновенных значений, цифровая обработка сигналов, радиосвязь, генератор случайных чисел.*

GENERATION OF SIGNALS WITH MULTIMODAL DISTRIBUTION

V.A. Makovy, head of Scientific and Technical Bureau, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: Makovij@mail.ru

Signals with multimodal distribution of instantaneous values are used in SDR radio stations for the digital correction of analog-digital paths (ADP). Are offered algorithms and wave shapers realizing them with any number of modes of distribution, including intended for realization as general-purpose blocks in the FPGA. Statistical characteristics of the offered generators of signals with multimodal distribution are investigated. Examples of realization of shapers are considered.

Keywords: *software-defined radio, SDR, dynamic range, digital correction, multimodal distribution of instantaneous values, digital signal processing, radio communication, random-number generator.*

Неотъемлемой частью SDR (software-defined radio) являются различные процедуры цифровой коррекции [1, 2]. Результат их работы – уменьшение влияния несовершенства аналоговой части аналого-цифрового тракта (АЦТ) на различные параметры радиоприёмного устройства, такие как избирательность, динамический диапазон и точность настройки по частоте. Улучшение параметров достигается дополнительной обработкой цифрового сигнала, компенсирующей или удаляющей из принимаемого сигнала продукты, вносимые неидеальным аналоговым трактом радиостанции. В ходе процедур цифровой коррекции используют различные классы аналоговых сигналов, один из которых – сигналы с ограниченным по частоте спектром и мультимодальным распределением мгновенных значений во временной области. Такие сигналы применяются для аппроксимации сигналов с равномерной плотностью вероятности при цифровой коррекции нелинейности.

Синтез сигнала с непрерывным мультимодальным распределением мгновенных значений, равномерным непрерывным спектром, ограниченной полосой и заданным максимальным уровнем вне полосы частот является сложной задачей. Предложенный в настоящей работе трёхэтапный метод формирования основан на последовательном выполнении следующих операций:

– формирование в цифровом виде дискретной случайной величины, принимающей заданное количество равновероятных значений;

– преобразование её в аналоговый сигнал с обеспечением равного напряжения между соседними значениями случайной величины;

– переход от аналогового сигнала с дискретной плотностью мгновенных значений к сигналу с непрерывной мультимодальной плотностью распределения путём аналоговой фильтрации фильтром нижних частот (ФНЧ).

Как правило, в аналоговых трактах SDR для уменьшения взаимного влияния цепей используется дифференциальная схемотехника [3]. Если число мод распределения формируемого сигнала невелико и на стоимость формирователя сигнала накладываются жёсткие ограничения, то целесообразно его построение по схеме симметричного резистивного ЦАП, рис. 1. Минимальный уровень синфазной компоненты сигнала может быть обеспечен при выполнении условия симметрии

схемы относительно нагрузки $R5$. Исходя из этого условия, примем, что

$$R1 = R4, \;\; R2 = R3. \qquad (1)$$

Также для определённости примем, что $R1 \le R2$. В качестве переключаемых источников напряжения резистивного ЦАП на рис. 1 применены логические элементы $D1 \ldots D4$ с напряжением источника питания V_s. При правильном режиме работы ЦАП падение напряжения на выходных ключах элементов не должно оказывать заметного влияния на точность работы ЦАП. В случае формирователя на рис. 1 для того, чтобы падение напряжения на выходных ключах ухудшало линейность ЦАП не более чем на 0.2 единицы младшего значащего разряда (EMP), оно не должно превышать

$$\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{V_s}{2}\cdot 0.2\right] : V_s \cdot 100 = 5\,\% \qquad (2)$$

от V_s. Современные C-MOS логические вентили с Rail-to-Rail выходными каскадами при напряжении питания $Vs = 3.3B$, например серии SN74AHC, позволяют выполнить это условие. Падение напряжения на выходных ключах логических элементов серии SN74AHC составляет $0.1 + I \cdot R_{out}$, $R_{out} \approx 100$ Ом. Условие (2) выполняется при вытекающих токах лог. 1 и втекающих токов лог. 0 не более 0.65 мА.

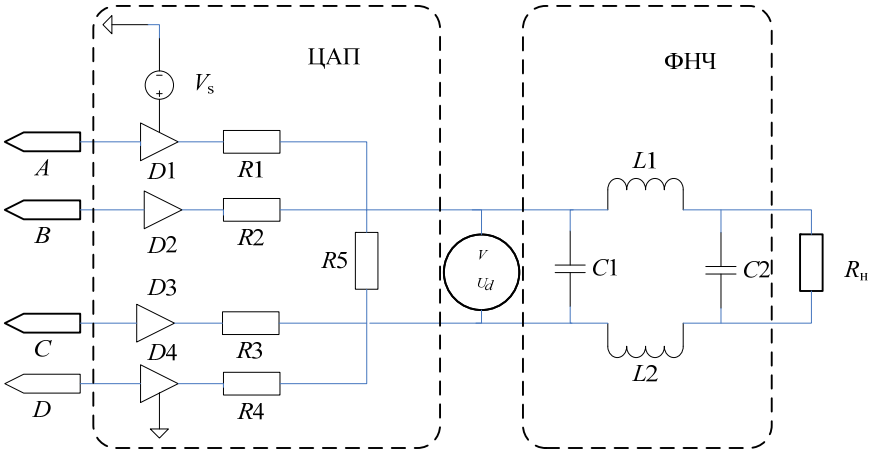


Рис. 1. Схема формирования дифференциального многомодового сигнала на резисторах

Максимальный вытекающий ток I_{OH} выходного каскада элемента $D1$ на рис. 1 с учётом (1):

$$I_{OH} = \frac{V_S \cdot (R2^2 + 2 \cdot R1 \cdot R2 + R1 \cdot R5 + R2 \cdot R5)}{(R1 + R2) \cdot (2 \cdot R1 \cdot R2 + R1 \cdot R5 + R2 \cdot R5)}. \qquad (3)$$

Для инженерных расчётов, учитывая то, что $R2 \approx 2 \cdot R1$, получаем

$$R1 \ge \frac{2Vs}{3I_{OH}}. \qquad (4)$$

В рассматриваемом случае номинальная величина $R1 \ge 3.3$ кОм.

Наиболее очевидным применением схемы ЦАП, приведённой на рис. 1, является формирование сигнала с распределением, имеющим четыре моды. Для формирования сигнала используем две двоичные псевдослучайные последовательности некратной длины. Длина короткой последовательности должна быть достаточной для обеспечения отсутствия эффекта линейчатости её спектра при используемых в АЦТ полосах фильтров. На практике достаточным являются длины, обеспечивающие период более 30 мин. при выбранной тактовой частоте генератора последовательности. В качестве генераторов могут быть использованы сдвиговые регистры с линейными обратными связями [4]. На вход A ЦАП подаётся выход первого генератора псевдослучайной двоичной последовательности. Выход этого же генератора, но с инверсией, полаётся на вход D. Прямой выход генератора второй последовательности подаётся на вход B схемы, инверсный выход генератора второй последовательности подаётся на вход C. Вероятности появления лог. 0 и лог. 1 на выходе каждого генератора ≈ 0.5. Псевдослучайные величины на выходах генераторов можно

считать независимыми. При такой схеме подключения возможно 4 равновероятных состояния ЦАП в соответствии с состоянием независимых переменных A и B. Напряжение V_{DAC} в зависимости от состояния ключей A и B принимает 4 значения: V_{00}, V_{01}, V_{10}, V_{11}. Симметрия схемы приводит к тому, что $V_{11} = -V_{00}$, $V_{10} = -V_{01}$. Величины напряжений могут быть найдены по формулам:

$$V_{11} = V_s \cdot R5 \frac{R1 + R2}{2 \cdot R1 \cdot R2 + R1 \cdot R5 + R2 \cdot R5}, \quad (5)$$

$$V_{10} = \frac{V_s \cdot R5}{2} \cdot \frac{R2 - R1}{R5 + R1 \cdot R2}. \quad (6)$$

Расстояние между модами должно быть одинаковым, следовательно $V_{00} = 2 \cdot V_{01}$. Задав величины $R1$ и $R5$, можно определить номинальное значение $R2$. Раскрыв с подстановкой (5) и (6) уравнение $V_{00} = 2 \cdot V_{01}$, получаем

$$R2 = \frac{3 \cdot R1^2 + R5 + \sqrt{9 \cdot R1^4 + 4 \cdot R1^3 \cdot R5 + 4 \cdot R1^2 \cdot R5^2 + 10 \cdot R1^2 \cdot R5 + 4 \cdot R1 \cdot R5^2 + R5^2}}{2 \cdot (R1 + R5)}. \quad (7)$$

Например, при $V_s = 3.3$ В, номиналах резисторов $R1 = 3.9$ кОм и $R5 = 2.2$ кОм величина $R2$ в соответствии с (7) составит 8154 Ома (8.2 кОм), напряжение $V_{00} = 0.971$ В, напряжение $V_{01} = 0.486$ В.

Менее очевидным является получение при помощи схемы на рис. 1 сигнала с семью модами плотности вероятности мгновенных значений. В этом режиме каждый из 4-х управляющих сигналов используется независимо от других. Для обозначения напряжения V_{DAC} будем использовать символ V с индексом, соответствующим логической информации на входах A, B, C, D схемы рис. 1. Очевидно, что

$$V_{0000} = 0\,\text{В}, \quad (8)$$

$V_{0011} = V_{00}$ (5), $V_{0110} = V_{01}$ (6), $V_{0011} = -V_{1100}$, $V_{0110} = -V_{1001}$. Из симметрии схемы следует также $V_{0010} = -V_{0100}$, $V_{0001} = -V_{1000}$. Составив и решив систему линейных уравнений для токов в узлах схемы рис. 1 и напряжений в независимых контурах [5], получим выражения для следующих комбинаций входных сигналов:

$$V_{0100} = Vs \cdot R5 \cdot \frac{R1}{2 \cdot R1 \cdot R2 + R1 \cdot R5 + R2 \cdot R5}, \quad (9)$$

$$V_{1000} = V_s \cdot R5 \cdot \frac{R2}{2 \cdot R1 \cdot R2 + R1 \cdot R5 + R2 \cdot R5}. \quad (10)$$

Сравнив (5), (9), (10), легко заметить, что они отличаются только числителями дроби. Следовательно, для равномерного расположения мод распределения выходного сигнала необходимо и достаточно выполнения соотношения $R2 = R1$. Тогда семи равномерно расположенным по амплитуде выходным уровням будут соответствовать следующие комбинации, расположенные в порядке возрастания выходного сигнала ЦАП: V_{0011}, V_{0001}, V_{0010}, V_{0000}, V_{0100}, V_{1000}, V_{1100}.

Нумерация этих выходных напряжений требует применения двоичного слова разрядностью n:

$$n = \lceil \log_2(k) \rceil, \quad (11)$$

где k – количество мод формируемого распределения. При $k = 7$ в соответствии с (11) разрядность управляющего слова (код номера) $n = 3$. Переход от номера формируемого напряжения к состоянию ключей ЦАП возможен с помощью таблицы кодировок, пример такой таблицы приведён ниже, табл. 1.

При реализации устройства перекодировка номера выходного напряжения может быть осуществлена при помощи ПЗУ небольшого размера, в котором по адресу, совпадающему с кодом номера, содержащимся в столбце 8 табл. 1, записано соответствующее им состояние ключей ЦАП, столбцы 2..5 табл. 1.

Для формирования аналогового сигнала с 7-ю модами распределения мгновенных значений и равновероятным появлением 7-ми комбинаций выходного напряжения при помощи схемы на рис. 1 необходимо построить генератор k равновероятных целых неотрицательных чисел, которые будут использоваться как номера уровней выходного напряжения ЦАП.

Таблица 1

Выходные напряжения и соответствующие им состояния ключей ЦАП для сигнала с семью модами распределения мгновенных значений

Номер выходного напряжения	A	B	C	D	Обозначение напряжения на выходе ЦАП	Формула расчёта напряжения	Код номера
1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	1	1	V_{0011}	$-1\cdot(4)$	000
1	0	0	0	1	V_{0001}	$-1\cdot(9)$	001
2	0	0	1	0	V_{0010}	$-1\cdot(8)$	010
3	0	0	0	0	V_{0000}	(7)	011
4	0	1	0	0	V_{0100}	(8)	100
5	1	0	0	0	V_{1000}	(9)	101
6	1	1	0	0	V_{1100}	(4)	110

Наиболее простым способом получения двоичных псевдослучайных чисел с равномерным распределением с точки зрения реализации на ПЛИС является использование генератора двоичной последовательности максимальной длины (М-последовательности) на сдвиговом регистре [4] с периодом, исключающим повторение формируемого сигнала за максимальное время анализа принимаемого сигнала. Для получения псевдослучайного числа q в диапазоне от 0 до 2^n-1, где n – натуральное число, достаточно взять подряд n двоичных символов генерируемой М - последовательности. Для перехода к следующему псевдослучайному числу необходимо получить следующие n элементов М-последовательности. В результате получаем дискретную случайную величину q, принимающую 2^n различных значений с равной вероятностью.

Для формирования сигнала с заданным произвольным числом мод распределения необходим алгоритм, позволяющий перейти от равномерно распределённой случайной величины из 2^n целых чисел на выходе генератора случайной или псевдослучайной двоичной последовательности [6] к случайной величине r, принимающей k возможных равномерно распределённых значений, причём $k \le 2^n$. Разумно ограничить минимальное значение k величиной 2^{n-1}, что не приводит к потере универсальности алгоритма. Действительно, если максимальное значение формируемой случайной величины меньше или равно 2^{n-1}, то следует уменьшать количество двоичных символов n, образующих случайную величину на входе алгоритма до выполнения условия $k > 2^{n-1}$.

Рассмотрим подробно предлагаемый алгоритм преобразования равномерно распределённого целого случайного числа с диапазоном значений $0 \le q \le 2^n - 1$ в целое случайное число r, также имеющее равномерное дискретное распределение, но с уменьшенным диапазоном значений

$$0 \le r \le r_{\max}, \tag{12}$$

где

$$2^{n-1} \le r_{\max} \le 2^n - 1. \tag{13}$$

Определим диапазон допустимых значений $r \in [0,1,2 \ldots r_{\max}]$, тогда $r_{\max} = k - 1$, где k – количество возможных значений r.

Рис. 2 показывает основной принцип функционирования предлагаемого алгоритма на примере формирования случайной величины, равновероятно принимающей одно из семи возможных значений $r_0 \ldots r_6$.

В данном примере величины значений равны их индексам, $r_i = i$, хотя это не является единственно возможным вариантом. Источником целых случайных чисел служит генератор, с равной веро ятностью формирующий целые числа m_i в интервале от 0 до 7, $n = 3$.

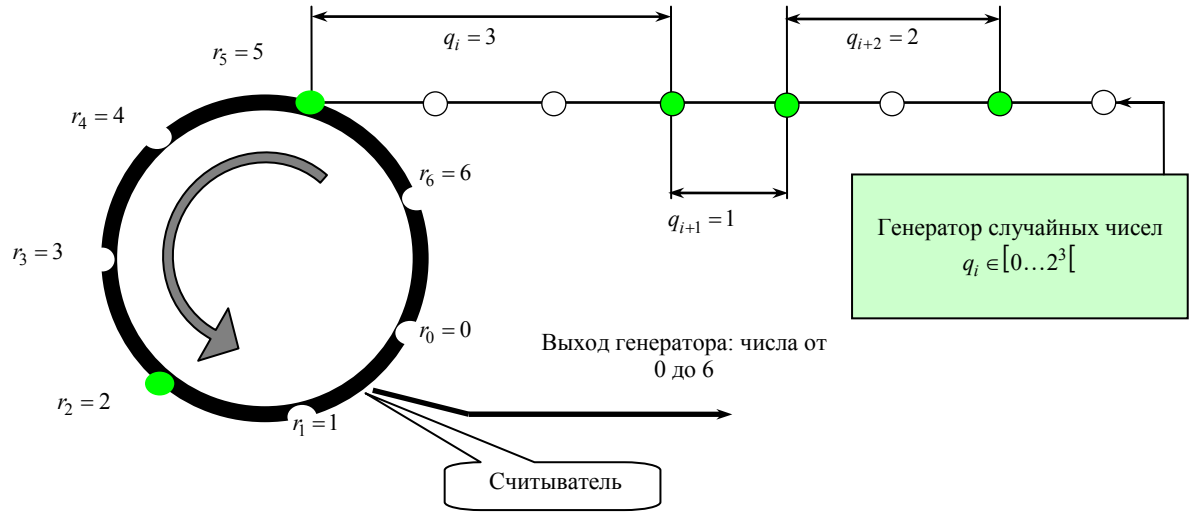


Рис. 2. Формирование 7-модового распределения из потока случайных чисел

Результатом работы генератора случайных чисел на рис. 2 является бесконечная нить, разделённая на равные интервалы. Случайное число на его выходе представляется соответствующим количеством интервалов, отсчитываемым от окончания предыдущего числа. Окончание текущего числа на нити маркируется зелёной точкой на границе интервалов, значение числа – количеством интервалов между началом и окончанием отрезка на нити, соответствующего числу. На рис. 2 показаны три числа, сформированные генератором: $q_i = 3$, $q_{i+1} = 1$, $q_{i+2} = 2$. Бесконечная нить со случайными числами наматывается на барабан, на поверхности которого через такое же расстояние, как и на нити, выполнены углубления общим количеством k, в рассматриваемом примере $k = 7$. Если в углубление на барабане в процессе намотки нити попадает маркированная граница интервалов, то при прохождении углубления мимо считывателя оно освобождается и на выход алгоритма поступает величина, равная r_i этого углубления, в данном случае $r_i = i$.

Предположим, что нам надо получить равномерно распределённое случайное число r с диапазоном значений $r_i = [0...12]$, то есть $r_{\max} = 12$. Источником исходной двоичной случайной величины q послужит любой из генераторов двоичного псевдослучайного числа [6]. Необходимая разрядность представления этого двоичного случайного числа, исходя из условия (13), может быть найдена как

$$n = \lceil \log_2 (r_{\max} + 1) \rceil, \qquad (14)$$

в рассматриваемом случае $n = 4$, $q \in [0 \ldots 15]$. В соответствии с рис. 2 на i-м шаге алгоритма входное число q_i складываем с результатом предыдущего шага, r_i,

$$s_i = r_i + q_i. \qquad (15)$$

Затем вычисляем остаток от деления s_i на k

$$r_{i+i} = s_i (\mathrm{mod}\, k), \qquad (16)$$

который и является результатом, после чего алгоритм повторяется для получения следующего значения r. В сумматоре, применяемом для вычисления (14), производится сложение случайной величины s_i с предыдущим значением получаемой случайной величины r_i. С учётом (13) и (14) величина s_i не превысит $r_{\max} + s_{\max} = 2^{n+1} - 2$. Таким образом, минимально необходимая разрядность представления числа на выходе сумматора составляет $\lceil \log_2 (2^{n+1} - 2) \rceil = n + 1$.

Вычисление (16) наиболее просто, с точки зрения реализации в FPGA, выполняется следующей процедурой:

1. Величину на выходе сумматора s присваиваем промежуточной переменной s_{tmp}.

2. Сравниваем величину s_{tmp} с величиной $r_{\max}$.

Затем в зависимости от результата сравнения:

а. если s_{tmp} больше $r_{\max}$, то из неё вычитаем величину $r_{\max}$ +1 и возвращаемся к началу 2.

b. если величина s_{tmp} меньше или равна $r_{\max}$, переходим к 3.

3. Присваиваем значение промежуточной переменной s_{tmp} выходной переменной r процедуры, $r = s_{tmp}$.

4. Процедура завершена.

Время выполнения этой процедуры зависит от максимального количества вычитаний, п.2a. Количество вычитаний l, необходимых для получения r, можно определить по следующей формуле:

$$l = \left\lceil \frac{r_{\max} + q_{\max}}{r_{\max} + 1} \right\rceil. \qquad (17)$$

Из выражения (17) очевидно, что максимальная величина l соответствует минимально возможной величине $r_{\max}$. Тогда с учётом (13) выражение (17) приобретает вид

$$l_{\max} = \left\lceil \frac{2^{n-1} + 2^n - 1}{2^{n-1} + 1} \right\rceil. \qquad (18)$$

После преобразования получаем

$$l_{\max} = \left\lceil 3 - \frac{4}{2^{n-1} + 1} \right\rceil. \qquad (19)$$

Выражение (19) доказывает, что максимально необходимое количество вычитаний величины $r_{\max} + 1$ при вычислении (16) в рассматриваемом алгоритме равно 2. Это позволяет легко реализовать данную операцию и весь алгоритм в целом как функциональный блок в ПЛИС с гарантированным максимальным временем вычисления или в виде двухступенчатого конвейера при необходимости достижения максимального быстродействия. Блок-схема алгоритма, реализующего описанный выше принцип формирования целых случайных чисел, приведена на рис. 3.

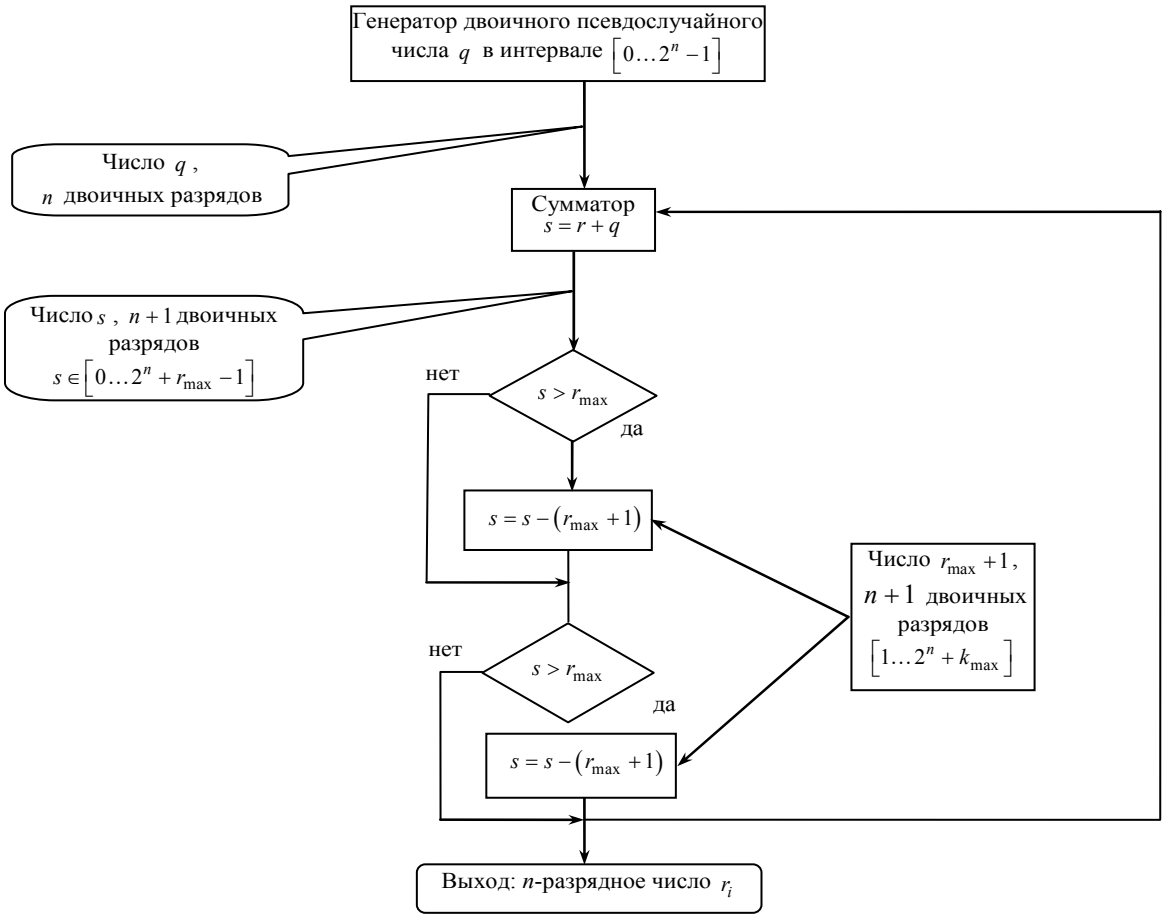


Рис. 3. Алгоритм формирования с последовательным вычитанием

Дальнейшее увеличение быстродействия формирователя может быть достигнуто применением более сложного алгоритма ветвления, показанного на рис. 4.

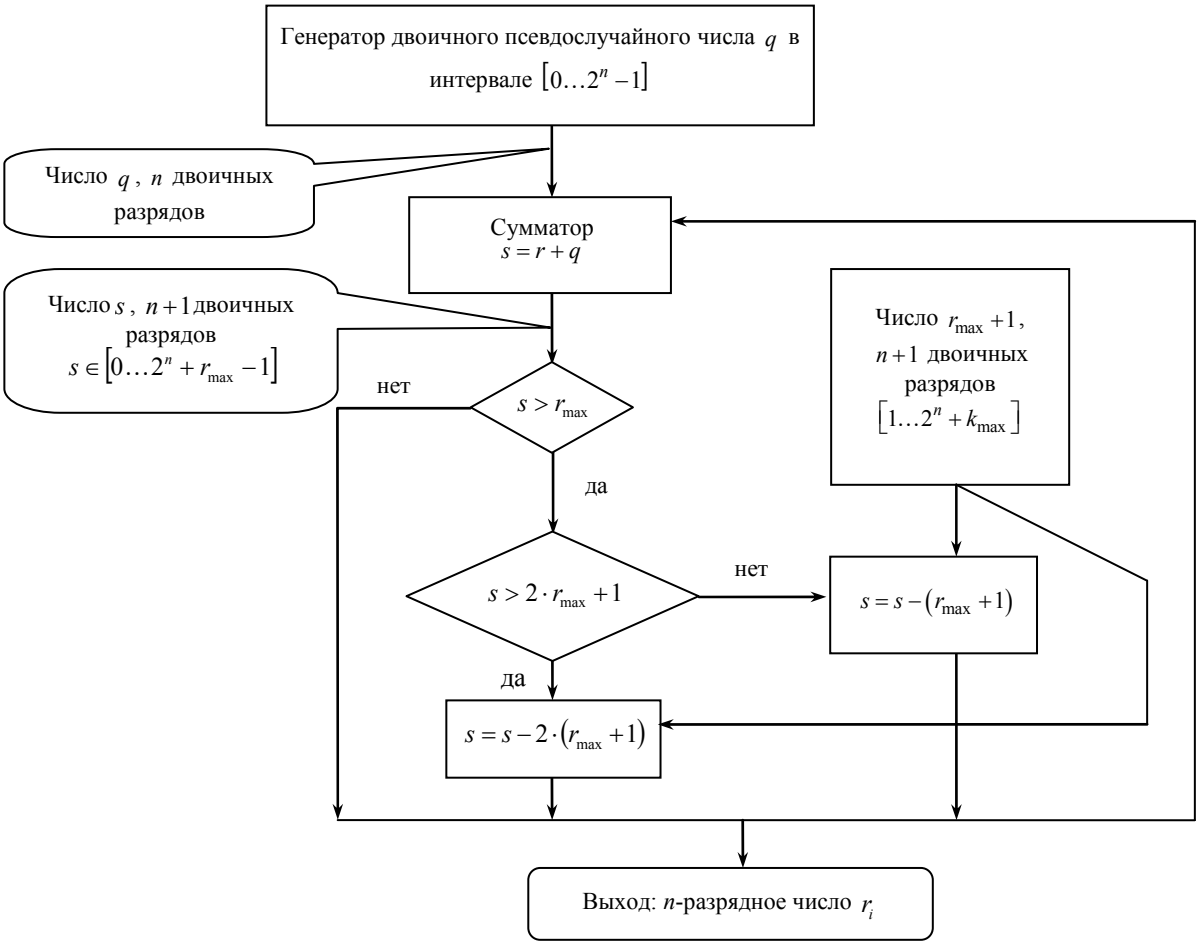


Рис. 4. Алгоритм формирователя с однотактным вычитанием

Алгоритмы, используемые для получения случайных чисел с заданными свойствами, должны подвергаться детальным исследованиям для проверки наличия этих свойств и корректности конкретной реализации [6]. Реализация предложенных алгоритмов была подвергнута проверкам на соответствие математического ожидания и дисперсии распределения мгновенных значений формируемого сигнала с полученными расчётным путём величинами.

В ходе проверки N отсчётов выборки формируемого сигнала r_i преобразуются в массив $M[i]$, $i=0\ldots r_{\max}$, всего в массив входит k элементов. Каждый элемент массива с индексом i соответствует одному из k возможных выходных чисел тестируемой реализации алгоритма. Элементам этого массива присваивается количество вхождений числа, соответствующего индексу элемента массива, в множество N анализируемых отсчётов r_i.

Фактически мы вычисляем гистограмму распределения мгновенных значений отсчётов r_i. Тогда справедливо выражение

$$\sum_{i=0}^{k-1} M[i] = N. \qquad (20)$$

Для перехода к вероятностям появления чисел $\rho(k_i)$ введём нормировку содержимого массива

$$\rho(k_i) = \frac{M[i]}{N}. \qquad (21)$$

В нормированном массиве выражение (21) можно записать как

$$\sum_{i=0}^{k-1} \rho(k_i) = 1. \qquad (22)$$

Рассматривая элементы массива $\rho(k_i)$ как отсчёты случайного процесса, определим его математическое ожидание:

$$M_k = \frac{1}{k}\sum_{i=0}^{k-1}\frac{M[i]}{N} = \frac{1}{k} \qquad (23)$$

и дисперсию:

$$D_{k,n} = \frac{1}{k}\sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{M[i]}{N} - M_k\right)^2. \qquad (24)$$

Если формирователь сигнала реализован корректно, то выполняется условие

$$\lim_{N\to\infty}(D) = 0. \qquad (25)$$

При увеличении числа отсчетов выборки выходного сигнала распределение его мгновенных значений стремится к равномерному распределению. В таблице 2 приведены полученные величины дисперсии при различных величинах N для различных k.

Таблица 2

Изменение дисперсии сигнала мультимодальным распределением для реализаций различной длины

N	k	$D_{k,n}$	k	$D_{k,n}$	k	$D_{k,n}$	k	$D_{k,n}$	k	$D_{k,n}$
100	16	0.00095625	15	0.00054222	14	0.0003837	13	0.0017289	12	0.00082222
1000	16	0.00008800	15	0.00005316	14	0.0000593	13	0.00010161	12	0.00009639
10000	16	0.00000624	15	0.00000635	14	0.0000057	13	0.00001409	12	0.00000943
100000	16	0.00000037	15	0.00000081	14	0.0000002	13	0.00000030	12	0.00000073
1000000	16	0.00000005	15	0.00000005	14	0.0000003	13	0.00000005	12	0.00000012
10000000	16	0.00000001	15	0.00000000	14	0.0000001	13	0.00000001	12	0.00000001

Из приведённых в табл. 2 данных следует, что предложенные алгоритмы прошли статистические тесты и действительно формируют сигнал с заданными свойствами, при этом исследованная реализация алгоритма не содержит ошибок, влияющих на статистические свойства выходного сигнала.

Формирование сигналов с числом мод распределения более 7 обуславливает необходимость перехода к более совершенной аппаратной части по сравнению с изображенной на рис. 1. На рис. 5 приведена структурная схема такого формирователя, основанного на применении 2-х стандартных микросхем ЦАП с m воичными разрядами входного кода. Для определённости будем считать, что ЦАП запрограммированы на униполярный входной код с диапазоном значений $[0\ldots 2^m[$.

Представленная на рис. 5 схема работает следующим образом: сформированные одним из предложенных алгоритмов случайные числа r умножаются на целое число K_A, в соответствии с необходимым размахом сигнала на выходе формирователя. Поскольку K_A целое, то эта операция приводит не только к увеличению величин r_i, но и к разрежению (увеличению расстояния между модами) без изменения вероятности появления чисел в точках $K_A \cdot r_i$. Далее в канале А происходит центрирование увеличенного сигнала относительно шкалы выходного сигнала ЦАП. Для центрирования к сигналу перед подачей на вход ЦАП добавляется смещение K_s:

$$K_s = \frac{\left(2^m - 1\right) - r_{\max}\cdot K_A}{2}. \qquad (26)$$

В канале В формируется сигнал, образующий дифференциальное дополнение сигнала на выходе ЦАП А. Для этого при помощи смещения K_I получаем сигнал r_i', удовлетворяющий условию

$$r_i' + r_i = r_{\max}. \qquad (27)$$

Тогда

$$r_i' = r_{\max} - r_i, \qquad (28)$$

смещение $K_I = r_{\max}$. Сигнал r_i' в канале В так же, как и сигнал r_i в канале А центрируется суммированием со смещением K_s (26), после чего поступает на вход ЦАП В. Выходной дифференциальный фильтр нижних частот аналогичен ФНЧ, описанному выше, рис. 1, и особенностей не имеет. К преимуществам схемы на рис. 5 относится большая гибкость, позволяющая в зависимости от режима цифровой коррекции изменять как амплитуду формируемого сигнала, так и

количество мод распределения его мгновенных значений.В то же время она требует больше аппаратных ресурсов и большую стоимость относительно схемы на рис. 1.

В малогабаритной и переносной аппаратуре применение формирователя рис. 1. позволяет обеспечить формирование сигналов с мультимодальным распределением мгновенных значений при минимальных аппаратных затратах. В стационарной и возимой аппаратуре оправдано применение схемы рис. 5.

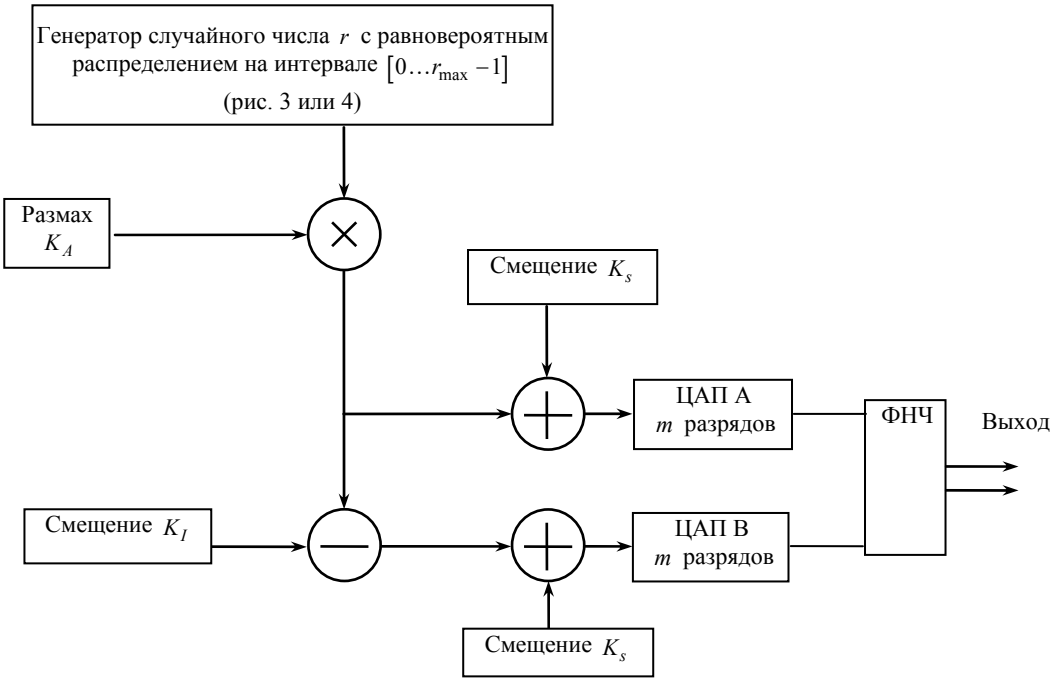


Рис. 5. Формирователь дифференциального сигнала с мультимодальным распределением на основе ЦАП

Выводы

Предложена оригинальная методика синтеза сигналов с непрерывным мультимодальным распределением мгновенных значений, равномерным непрерывным спектром, ограниченной полосой и заданным максимальным уровнем вне полосы частот, применяемых в различных алгоритмах цифровой коррекции. Приведено описание оригинального алгоритма генерации сигнала, получены расчётные соотношения, позволившие разработать формирователи таких сигналов с произвольным числом мод распределения, в том числе предназначенные для реализации в качестве универсальных блоков в составе FPGA. Исследованы статистические характеристики реализаций предложенных генераторов сигнала с мультимодальным распределением. Предложены примеры формирователей сигналов с заданными свойствами. Полученные результаты нашли применение в АЦТ нового поколения SDR радиостанций.

Литература

1. *Tuttlebee W., Ed.* Software defined radio: enabling technologies – John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2002. – P.p. 442.

2. *Маковий В.А.* Расширение динамического диапазона реальных АЦП с помощью цифровой коррекции / В.А. Маковий // Радиотехника. – 1990. – №6. – С. 24 – 27.

3. *Ott Henry W.* Noise Reduction Techniques in Electronic Systems / Henry W. Ott. – 2-nd edition. – Wiley-Interscience, 1988. – 448 p.

4. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретическое основы и практическое применение : пер. с англ. / Б. Скляр. – 2-е изд., испр. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

5. *Атабеков Г.И.* Основы теории цепей : Учебник / Г. Артабеков. – 2-е изд., испр. — СПб. : Издательство «Лань», 2006. – 432 с.

6. *Кнут Д.* Искусство программирования / Д. Кнут. – 3-е изд. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2007. – Т. 2 : Получисленные методы. – 832 с.

Статья поступила в редакцию 2 мая 2012 г.

УДК 539.219.3

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ ВОДОРОДА

Е.В. Шведов, профессор, Воронежский гос. тех. ун-т, e-mail: karl12@yandex.ru
Д.Б. Омороков, инж., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: saref@list.ru
А.Н. Смольянинов, инж., ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: alexxx2@bk.ru
К.С. Соловьев, доцент, Воронежский гос. тех. ун-т, тел.: (473) 278-38-86
Ю.Н. Шалимов, профессор, Воронежский гос. тех. ун-т, тел.: (473) 246-76-33
В.Н. Санин, профессор, Воронежский гос. тех. ун-т, тел.: (473) 246-76-33

Приведён краткий обзор методов хранения водорода. Эта проблема является ключевой для успешного создания водородных двигателей, которые отличаются низким уровнем шума и могут применяться для питания мощных радиоэлектронных приборов. Рассмотрены известные на сегодняшний день методы хранения водорода, особое внимание уделено характеристике перспективных металлогидридных систем на основе магния и алюминия, обладающих высокой сорбционной ёмкостью по водороду.

Ключевые слова: *хранение водорода, источник питания, металлические гидриды, «модифицирование» структуры материала.*

MATERIALS FOR HYDROGEN STORAGE

E.V. Shvedov, professor, Voronezh State Engineering University, e-mail: karl12@yandex.ru
D.B. Omorokov, engineer, JSC « Sozvezdie» Concern», e-mail: saref@list.ru
A.N. Smolyaninov, engineer, JSC « Sozvezdie»Concern», e-mail: alexxx2@bk.ru
K.S. Solovyev, associate professor, Voronezh State Engineering University, tel.: (473) 278-38-86
Yu.N. Shalimov, professor, Voronezh State Engineering University, tel.:(473) 246-76-33
V.N. Sanin, professor, Voronezh State Engineering University, tel.: (473) 246-76-33

A short review of hydrogen storage methods is given. This is the key problem to hydrogen engines successful creation that are characterized by low noise level and can be used for power radioelectronic devices supply. Modern well-known hydrogen storage methods are considered, special attention is paid to metal–hydride systems characteristic based on magnesium and aluminium, that possess high sorption capacity on hydrogen.

Key words: *hydrogen storage, power supply, metals hydrides, material structure «modification».*

Введение

Разработка новых радиоэлектронных приборов является важнейшей технической задачей, но не менее острой является проблема обеспечения питания современных крупных радиоэлектронных комплексов. Классическая схема «двигатель внутреннего сгорания – генератор» не отвечает современным техническим задачам, поскольку является слишком шумной и громоздкой. Из-за загрязнения и нерегулируемого использования ископаемых энергетических ресурсов возникает необходимость разработки новых энергетических концепций, что в ряде случаев приводит к необходимости создания и использования принципиально новых компактных источников питания, которые могли бы обеспечивать длительную работу достаточно мощных электротехнических устройств с очень низким уровнем шума. Возобновляемые источники должны заменить природное топливо, при сгорании которого выделяется диоксид углерода, вызывающий парниковый эффект и, как следствие, глобальное потепление. Оптимальным способом накопления энергии для переноса и преобразования её без экологических последствий является использование водорода. Водород можно выделять из воды путём использования электричества, которое, в свою очередь, можно получать из таких возобновляемых источников, как ветер, солнце или вода. При преобразовании энергии в качестве продукта реакции в данном случае выделяется только водяной пар. В результате получается закрытый энергетический цикл без вредных выбросов. Помимо стационарного применения водород подходит и для подвижного использования, например для безвыхлопных транспортных средств. Однако использование средств хранения водорода, применяемого для обеих целей, затруднено, поскольку водород имеет очень малую температуру кипения (20,4 К при давлении в 1 атмосферу), а

 ISSN 1995-7009

также малую плотность в газообразном состоянии (90 г/м^3). Более того, хранение водорода в жидкой или газообразной форме, особенно для подвижного использования небезопасно [1].

Безопасной альтернативой хранению водорода являются металлические гидриды благодаря их длительной стабильности и малому давлению водорода. Кроме того, они обладают большой удельной энергией, которая примерно на 60% выше, чем в жидком водороде. Гидриды на основе лёгких металлов (Mg и Al) имеют высокую ёмкость хранения и, следовательно, подходят для подвижного использования. Однако до сих пор металлические гидриды не признаны пригодными к использованию, поскольку обладают достаточно неподвижной сорбционной кинетикой. Наполнение топливного бака может занять несколько часов.

Прорыв в технологии хранения водорода был достигнут при получении нанокристаллических гидридов в процессе высокоэнергетического измельчения на шаровой мельнице [2]. Эти новые материалы показали очень быструю абсорбционную и десорбционную кинетику (в пределах нескольких минут), тем самым сделав легкие гидриды (на основе Mg и Al) пригодными для хранения водорода. Анализ требований и данных по характеристикам различных способов хранения водорода (табл. 1–3 [3]) показывает, что хранение водорода в связанном виде в гидридах является перспективным. Ряд гидридов на основе магния по массовому и объёмному содержанию водорода удовлетворяет требованиям, изложенным в табл. 2: рекорд по гравиметрическому содержанию водорода принадлежит $LiBH_4$ и BeH_2 (около 18 мас.%), а по объёмному содержанию – Mg_2FeH_6 (150 кг/м^3) [4].

Существуют различные методы получения нанокристаллических металлических гидридов: классическая слитковая металлургия [5], химические способы, а также высокоэнергетическое измельчение. Для магниевых сплавов были разработаны различные процедуры измельчения. В принципе, элементарные порошки могут быть изготовлены в любом виде, а затем совместно измельчены до получения однородных нанокристаллических структур.

Таблица 1

Основные методы хранения водорода

Способы хранения	Преимущества	Недостатки
1. Баллоны со сжатым газом (T = 300 K, P ≤ 200 бар)	Технология хорошо отработана и доступна, стоимость относительно невысока	Низкое объёмное содержание (около 7,7 кг/м^3 при давлении 100 бар). Плотность запасённой энергии при высоких давлениях (до 700 бар) сравнима с жидким водородом, но технология хранения при таких давлениях до конца не отработана
2. Ёмкости с жидким водородом (T = 20,4 K)	Технология доступна, высокая плотность (71 кг/м^3)	Высокие энергозатраты на сжижение, потери водорода на испарение, необходимость суперизоляции и, как следствие, высокая стоимость
3. Криоадсорбционный: активированный уголь (T = 155 K)	Технология проста и достаточ но отработана	Низкое объёмное содержание (0,5…20 кг/м^3). Необходимость охлаждения и компримирования
4. Углеродные наноструктуры: нанотрубки, фулерены	Технологии в перспективе могут обеспечить высокую плотность хранения водорода (30…100 кг/м^3)	Производство углеродных структур недостаточно отработано, результаты по удержанию водорода невоспроизводимы
5. Гидриды металлов, сплавов, интерметаллических соединений и композитов	Удобство и безопасность хранения в твёрдой фазе (в связанном состоянии); ряд технологий достаточно хорошо отработан	Недостаточная ёмкость, необходимость подогрева, деградация со временем, довольно высокая стоимость

Таблица 2

Современные требования к мобильным системам хранения водорода

Японская правительственная программа WE-NET	Департамент энергетики США	Международное энергетическое агентство
Количество водорода >3 мас.% Температура дегидрирования <100°C Циклическая устойчивость > 90% после 5000 циклов	Количество водорода >6 мас.% Количество водорода по объёму >60 кг/м^3	Количество водорода >5 мас.% Температура дегидрирования <150°C

Таблица 3

Характеристики перспективных металлогидридных систем хранения водорода

Металлическая фаза	Плотность сплава (гидрида), г/см^3	Содержание Н в гидриде, мас. %	Условия выделения водорода		ΔН, кДж/моль
			температура, К	давление, МПа	
LaNi5	8,3 (6,6)	1,4	293	0,12…0,15	31
La0, 7Mm0, 3Ni5	8,2 (6,5)	1,4	293	0,35…0,40	30
TiFe	6,9 (5,5)	1,7	293	0,1…0,2	31
(Ti, Zr)(Mn, V, Fe, Gr)2	6…7 (5…6)	1,8…2,2	293	0,1…1,0	30
Mg2Ni	3,4 (2,7)	3,7	523	0,12…0,15	30…33
Mg-Mm-Ni	2,5 (2,1)	5…5,4	573	0,3 и 0,1	30…40

Компактность – основное преимущество гидридного метода хранения водорода. В металлическом гидриде находится больше водорода, чем в том же объёме жидкого водорода, при этом гидридному аккумулятору можно придавать произвольную форму, что облегчает его применение в энергетических установках с дефицитом свободного объёма [6].

Примеры водородоаккумулирующих материалов

Гидридообразующий материал должен обладать следующим комплексом свойств:

– высокая сорбционная ёмкость по водороду;

– быстрая исходная активность гидридного электрода;

– низкая скорость саморазряда;

– устойчивость к коррозии и механическая стабильность;

– работа в как можно более широком интервале температур;

– иметь соответствующее условиям эксплуатации равновесное давление гидридообразования;

– способность выдерживать большое число циклов заряда-разряда, заряжаться и разряжаться при высоких плотностях тока.

Материалов, сорбирующих водород, описано огромное количество (в принципе сорбируют водород 48 металлов [3]).

Очень высокая гравиметрическая ёмкость у магния – 2200 мА*ч/г при массовой плотности водорода 7,6%. Недостатки: высокая температура десорбции водорода, низкое давление диссоциации гидрида и чрезвычайно низкая скорость десорбции.

Перечисленным выше требованиям удовлетворяют, главным образом, сплавы на основе Ti, Zr или редкоземельных элементов, а непременным компонентом обычно является никель. Нашедшие практическое применение материалы обычно являются многокомпонентными мультифазными и/либо композитными системами.

Рекордными теоретическими водородными ёмкостями обладают Mg_2Ni (999 мА*ч/г) и ZrV_2 (763 мА*ч/г), однако на практике такие характеристики достигнуты не были из-за коррозионной неустойчивости магния.

Особый интерес вызывают аморфные, пленочные и нанокристаллические материалы [7].

Металлогидридные композиции на основе магния

Гидрид магния, MgH_2, занимает уникальное место в ряду водородных соединений металлов и интерметаллоидов [8]:

– содержание водорода 7,6%(масс.);

– объёмная плотность в полтора раза выше плотности жидкого водорода (0,11 г/см^3);

– может быть получен прямым синтезом в реальных условиях;

– полная обратимость реакции с минимальным гистерезисом.

Препятствия на пути практического применения:

– высокие температуры прямой и обратной реакции;

– большое количество энергии для реакции дегидрирования (около 75 кДж/моль H2), что приводит к потере почти трети от запасённой энергии;

– коррозионная неустойчивость магния.

Перспективный метод получения MgH_2 – механомеханическая активация (размол в шаровых мельницах в контролируемой атмосфере). Суть механохимического воздействия не только в измельчении материала, но и в кардинальном изменении микроструктуры вещества (вплоть до перехода в аморфное состояние), формировании высокой концентрации дефектов и микронапряжений в кристаллической решетке. Измельчение зёрен с 1 мкм до 30–50 нм приводит к многократному увеличению скорости сорбции водорода, и уже при 573 К за 2 ч достигается степень превращения 80% [3] (тормозом, вероятно, служит малая скорость диффузии водорода через окисную пленку или слой образующейся гидридной фазы). Наиболее эффективна механохимическая обработка магния в водородной атмосфере (реактивный помол).

Интерметаллические соединения магния, содержащие редкоземельные металлы, имеют лучшую кинетику поглощения и выделения водорода по сравнению с индивидуальным соединением. Бинарные сплавы магния с редкоземельными металлами после первичной активации поглощают до 5,5%(масс.) водорода в более мягких условиях и с существенно большей скоростью, чем чистый магний.

Соединение Mg_2Ni и содержащие его многофазные сплавы на основе магния являются объектом наиболее интенсивных исследований. Кинетика поглощения и выделения водорода Mg_2Ni сравнима с низкотемпературными металлогидридными системами, а водородосорбционная ёмкость достигает 3,7%(масс.), что существенно больше, чем у классических интерметаллических гидридов типа $LaNi_5$ и TiFe, хотя и вдвое ниже ёмкости гидрида магния.

Сплавы магния с другими металлами чаще всего получают методами механического сплавления. Наиболее изучена система Mg-Ni с массовыми долями Ni 5, 10, 25 и 55%. (табл. 4) [8].

Таблица 4

Адсорбция водорода сплавов системы Mg-Ni

Система / Условия	Mg-5%Ni [2,1%(ат.)]	Mg-10%Ni [4,4%(ат.)]	Mg-25%Ni [12,1%(ат.)]
Адсорбция водорода: T = 583K, P = 8 атм	2,52%(масс.)H	5,14%(масс.)H	4,72%(масс.)H
Десорбция водорода: T = 583K, P = 1,5 атм	3,41%(масс.)H	4,86%(масс.)H	5,12%(масс.)H

Сплавы магния с массовой долей Ni 5% являются наиболее подходящими для абсорбции водорода, но и они не позволяют получить обратимую ёмкость по водороду выше, чем в бинарных гидридах. Одним из преимуществ механического сплавления является повышенная скорость активационного процесса, обусловленная образованием межфазных границ значительной протяжённости.

Попытки получить соединения с обратимым содержанием атомов водорода, в которых на один

атом металла приходится более двух атомов водорода, не прекращаются. Улучшение кинетических и сорбционных характеристик магния и его сплавов может быть достигнуто путём уменьшения размеров металлических частиц и модификации их поверхности каталитическими добавками, в частности неорганическими солями, такими как NaF, NaCl, MgF_2, $CrCl_3$ [9]. Из этих солей наименее эффективной оказалась MgF_2. По мнению авторов, соли механически нарушают оксидный слой на поверхности магния, увеличивая скорость гидрирования.

Металлогидридные композиции на основе алюминия

В последние годы активно рассматриваются в качестве источников водорода молекулярные и ионные (бинарные, тройные) гидриды лёгких непереходных металлов [6]. Данные по адсорбции ими водорода представлены в табл. 5.

Таблица 5

Адсорбция водорода непереходными металлами

Гидрид	Массовая доля H_2	Плотность г/см^3	Способ разложения	$T_{разл}$, К	Условия разложения	Объём H_2 м^3/кг
AlH_3	10,0	1,47	Термолиз	420–440		1,12
AlH_3	10,0	1,47	Гидролиз	300–330	PH>8	2,24
$LiAlH_4$	10,5	0,92	Термолиз	350–400	Катал., Ti, Fe	0,88
$NaAlH_4$	7,4	1,28	Термолиз	400–430	Катал., Ti, Fe	0,62
$KAlH_4$	5,7	1,33	Термолиз	520–550		0,48
$Mg(AlH_4)_2$	9,4	–	Термолиз	400–450	–	0,82
$Ca(AlH_4)_2$	7,8	–	Термолиз	420–480		0,65
$LaNi_5H_6$ (для сравнения)	1,4	~6	Термолиз	300–320		0,15

Следует отметить, что алюмогидриды обладают нежелательным свойством – высокой химической активностью (относятся к категории «А» по пожаро- и взрывоопасности).

Заключение

Анализ литературных и опыт собственных исследований позволяют сделать следующие выводы:

1. Наиболее подходящей средой для хранения водорода является «модифицированный» гидрид алюминия, удовлетворяющий требованиям по содержанию водорода (7–10%) и условиям его выделения (100–150°С). «Модифицирование» означает прежде всего перевод материала в аморфное или нанокристаллическое состояние, что повышает концентрацию водорода и ускоряет процесс его диффузии [10].

2. Дальнейшие исследования необходимо проводить с целью увеличения дефектности структуры аморфной или нанокристаллической алюминиевой матрицы. Наиболее простым и эффективным способом может служить облучение аморфного алюминиевого сплава рентгеновским и ультрафиолетовым излучением.

3. Средой для хранения водорода может служить также композиция из аморфных пленок на основе алюминия, например $Al_{87}Ni_{10}Nd_3$, $Al_{87}Ni_{10}La_7$, $Al_{83}Ni_{10}Si_1La_6$ [11, 12], в которых методом импульсного фотонного отжига введены дефекты в виде нанокристаллов алюминия.

Литература

1. Мир материалов и технологий. Наноструктурные материалы / Под ред. Н.И. Бауровой. – М. : Техносфера. – 2009. – 487 с.

2. Nanocrystalline materials for hydrogen storage / R. Schulz [et al.] // Innovations in metallic materials. – 1995. – Pp. 529–535.

3. Материалы для хранения водорода : анализ тенденций развития на основе данных об информационных потоках / В.М. Ажажа [и др.] // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Вакуум, чистые материалы, сверхпроводники (15). – 2006. – № 1. – С. 145–152.

4. *Булычев Б.М.* Молекулярные и ионные гидриды металлов как источники водорода для энергетических установок / Б.М. Булычев, П.А. Стороженко // Сборник тезисов второго Международного симпозиума «Безопасность и экономика водородного транспорта» (IFSSENT-2003). Альтернативная энергетика и экология (спец. выпуск). – 2003. – С. 30–31.

5. *Bogdanovic B.* Strategies for the improvement of the hydrogen storage properties / B. Bogdanovic, M. Schwickardi // J. Alloys Comp. – 1997. – Vol. 253. – Pp. 1–9.

6. *Тарасов Б.П.* Проблема хранения водорода и перспективы использования гидридов для аккумулирования водорода / Б.П. Тарасов, М.В. Лотоцкий, В.А. Яртысь // Российский химический журнал. – 2006. – Том L, № 6. – С. 34–47.

7. *Петрий О.А.* Водородоаккумулирующие материалы в электрохимических системах / О.А. Петрий, Э.Е. Левин // Росийский химический журнал. – 2006. – Том L, № 6. – С. 115–119.

8. *Власов Н.М.* Предельные возможности некоторых интерметаллических соединений по обратимой сорбции водорода / Н.М. Власов [и др.] // АЭЭ. – 2004. – №4(12). – С. 23–27.

9. *Константчук И.Г.* Влияние механического сплавления магния с неорганическими солями на его реакционную способность по отношению к водороду / И.Г. Константчук, Ю.Е. Иванов, В.В. Болдырев // Химия в интересах устойчивого развития. – 2005. – Т. 13, № 2. – С. 243–247.

10. *Гапонцев А.В.* Диффузия водорода в неупорядоченных металлах и сплавах / А.В. Гапонцев, В.В. Кондратьев // УФН. – 2003. – Т. 173, № 10. – С. 1107–1129.

11. *Омороков Д.Б.* Механизм нанокристаллизации аморфных сплавов при импульсной фотонной обработке / Д.Б. Омороков, С.А. Показаньева, Е.В. Шведов / Тезисы докладов Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2009». – М. : 2009. – С. 87.

12. Фотонный отжиг аморфной пленки $Al_{87}Ni_{10}Nd_3$ с целью использования в качестве аккумулятора водорода для топливных элементов / С.А. Показаньева [и др.] / Аннотации докладов Научной сессии НИЯУ МИФИ-2010. – М. : 2010. – С. 142.

13. Образование нанокристаллической структуры при фотонном отжиге аморфной пленки на основе алюминия / С.Б. Кущев [и др.] // Материалы III Международной научно-технической конференции «Электролитические и электролитно-плазменные методы модификации металлических поверхностей». – Кострома, 2010. – С. 111–118.

Статья поступила в редакцию 3 октября 2011 г.

УДК 621.396.4

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ НАЗЕМНЫХ СРЕДСТВ СВЧ РАДИОСВЯЗИ

И.В. Сиваков, профессор, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: sir@npo.sozvezdie.ru

Для разработчиков оборудования и средств наземной СВЧ радиосвязи предлагается единая универсальная методика расчета открытых радиорелейных трасс, полузакрытых и закрытых радиорелейных и релейно-тропосферных трасс, тропосферных трасс с учетом ограничений, связанных с использованием модели гладкой сферической Земли. Данная методика будет полезна для проведения сравнительных оценок существующего и вновь разрабатываемого оборудования.

Ключевые слова: *радиорелейная связь, тропосферная связь, релейно-тропосферная связь, методика расчета радиорелейной и тропосферной линий связи.*

CALCULATION RELIABILITY METHOD OF LAND VHF-RADIOCOMMUNICATIONS

I.V. Sivakov, professor, JSC «Sozvezdije» Concern», e-mail: sir@npo.sozvezdie.ru

The universal common design procedure of the open radio-relay paths, semienclosed and closed radio-relay and relay-tropospheric paths, as well as tropospheric paths with regard of limitations, connected with the use of the even spherical Earth model is given for terrestrial VHF-equipment and communication facility developers. The given procedure will be useful for the conduct of the existent and newly developed equipment comparative evaluation.

Key words: *radio-relay communication, tropospheric communication, relay-tropospheric communication, radio-relay and tropospheric link design procedure.*

Область применения предлагаемой методики

В настоящее время не существует единой методики расчета надежности наземных средств СВЧ радиосвязи, включающих радиорелейную, релейно-тропосферную и тропосферную связь. В существующих методиках расчета радиорелейных и тропосферных линий определяются медианные потери на трассе и запас на медленные и быстрые (интерференционные) замирания. Медианные потери предлагается определять по суммарным кривым, охватывающим все виды распространения радиоволн наземной СВЧ радиосвязи и рассчитанным для модели гладкой сферической Земли для различной высоты подъема антенн. Запас на медленные (для всех видов СВЧ радиосвязи) и быстрые (для тропосферной и в некоторых случаях для релейно-тропосферной связи) замирания определяется по существующим методикам. Предлагаемая методика может быть использована для расчета открытых радиорелейных трасс, полузакрытых и закрытых радиорелейных и релейно-тропосферных трасс, тропосферных трасс с учетом ограничений, связанных с использованием модели гладкой сферической Земли, а также для проведения сравнительных оценок существующего и вновь разрабатываемого оборудования.

Обойти ограничение, связанное с моделью гладкой сферической Земли, для радиорелейных и релейно-тропосферных трасс можно, используя методику приведения профиля реальной трассы к гипотетическому профилю на гладкой сферической Земле, как показано в разделе 3.

При расчете тропосферных трасс в горах, при наличии клиновых препятствий, необходимо использовать существующие специальные методики.

Методика расчета надежности релейно-тропосферных линий связи

Надежность связи на интервале определяется запасом на плоские (медленные) замирания $L_{\text{МЗ}}$:

$$L_{\text{МЗ}} = M - L_{\Sigma}, \qquad (1)$$

где M – величина энергетического потенциала (ЭИИМ) РТРС (дБ), L_{Σ} – суммарные медианные потери сигнала на интервале (дБ).

Величина энергетического потенциала определяется по формуле

$$M = P_{\text{пер}} + 2G - P_{\text{ш.пр}} - P_{\text{СШ}}, \qquad (2)$$

где $P_{\text{пер}}$ – излучаемая мощность (дБ Вт), G – коэффициент усиления антенны (дБ), $P_{\text{ш.пр}}$ – мощность шумов приемника в полосе принимаемого сигнала (дБ Вт), $P_{\text{СШ}}$ – отношение сигнал–шум для обеспечения заданного качества приема не-

 ISSN 1995-7009

замирающего сигнала (дБ);

$$P_{\text{ш.пр}} = -204 + K_{\text{ш}} + 10 \lg \Delta f_{\text{ш}}, \qquad (3)$$

где $K_{\text{ш}}$ – коэффициент шума приемника (дБ Вт), $\Delta f_{\text{ш}}$ – шумовая полоса приемника (Гц).

Суммарные медианные потери на интервале связи рассчитываются по формуле

$$-L_{\Sigma} = -L_0 - L_{\text{мед}} - L_{\text{БЗ}} + L_{\text{к}} - L_{\text{р}}, \qquad (4)$$

где L_0 – потери при распространении радиоволн в свободном пространстве (дБ); $L_{\text{мед}}$ – медианное значение дополнительных дифракционных потерь и потерь за счет рассеяния в тропосфере для худшего месяца года среднеевропейской территории России (СЕТР), характеризуемого величиной обобщенного радиометеорологического параметра $N_{\text{з}} = 310$ ед. (дБ) [1, 2]; $L_{\text{БЗ}}$ – дополнительный запас на быстрые (интерференционные) замирания на трассах с тропосферным рассеянием; $L_{\text{к}}$ – радиоклиматическая поправка, учитывающая отличие среднемесячного значения параметра $N_{\text{з}}$ для рассчитываемой трассы от значения $N_{\text{з}} = 310$ ед. (дБ); $L_{\text{р}}$ – потери, обусловленные влиянием рельефа местности (углами закрытия) (дБ);

$$L_0 = 88 - 20 \lg R_0 - 20 \lg f, \qquad (5)$$

где R_0 – протяженность трассы (км), f – рабочая частота (Гц).

Зависимость медианных потерь на интервале наземной СВЧ радиосвязи от расстояния можно условно разбить на три зоны:

– открытые трассы, на которых поле в точке приема равно полю свободного пространства: $L_{\Sigma} = L_0$;

– полуоткрытые и закрытые трассы, на которых $L_{\Sigma} = L_0 + L_{\text{мед}}$ и $L_{\text{мед}}$ рассчитываются по методике расчета дифракционных трасс;

– закрытые трассы, на которых $L_{\Sigma} = L_0 + L_{\text{мед}}$ и $L_{\text{мед}}$ рассчитываются по методике расчета трасс с тропосферным рассеянием радиоволн.

Точкой перехода от методики расчета дифракционных трасс к методике расчета трасс с тропосферным рассеянием при расчете медианных потерь является равенство потерь, рассчитанных по дифракционной методике и методике тропосферного рассеяния. Точка (расстояние) перехода для гладкой, равнинной трассы с нулевыми углами закрытия зависит от высоты установки антенн и климатических характеристик, определяемых параметром $N_{\text{з}}$.

На рис. 1 представлены кривые суммарных медианных потерь для значений $\lambda = 3{,}75$; 5; 6; 20 см при высоте подъема антенн 30 м и $\lambda = 60$ см при высоте подъема антенн 20 м, рассчитанные по программе, разработанной В.В. Серовым [3] для $L_{\text{р}} = L_{\text{к}} = 0$ и $N_{\text{з}} = 310$.

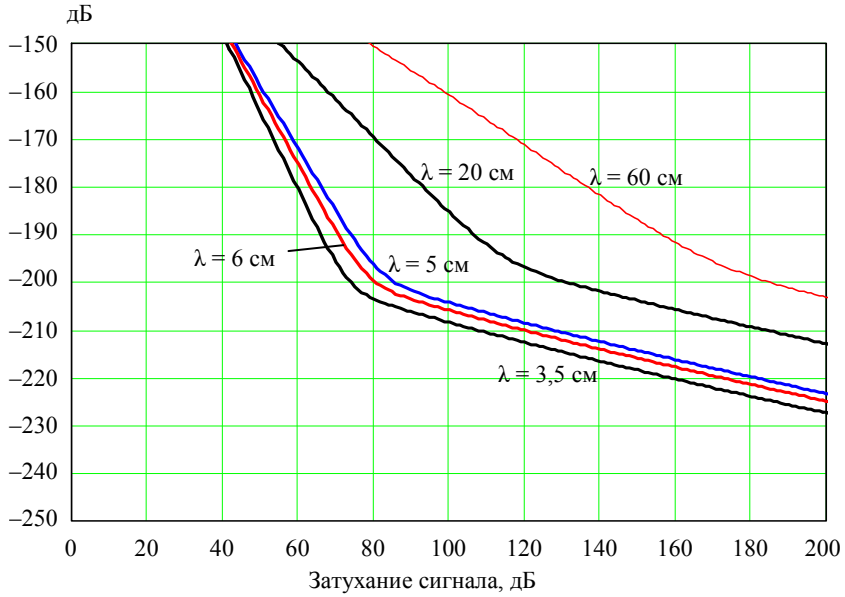


Рис. 1. Зависимость суммарного затухания на линии загоризонтной связи от дальности связи в 50% времени (свободное пространство + дифракционная составляющая + тропосферная составляющая)

На рис. 1 кривая 1 соответствует $\lambda = 60$ см при высоте мачты 20 м; кривая 2 – $\lambda = 20$ см, высота мачты 30 м; кривая 3 – $\lambda = 6$ см, высота мачты 30 м; кривая 4 – $\lambda = 5$ см, высота мачты 30 м;

кривая 5 – $\lambda = 3{,}75$ см, высота мачты 30 м). Точка перехода для СМВ диапазона при подъеме антенн на 30 м находится на расстоянии 70–90 км в зависимости от λ и смещается в сторону увеличения при увеличении λ. При снижении высоты подъема антенн расстояние перехода уменьшается, при увеличении – увеличивается.

Характер сигнала на дифракционном и тропосферном участках существенно различается. На дифракционном участке отсутствует многолучевость, и поэтому нет селективных замираний, в то время как на тропосферном участке имеет место многолучевое распространение радиоволн, которое приводит к селективным замираниям. Для обеспечения необходимого качества связи в релейно-тропосферной станции необходимо использовать разнесенный прием и в зависимости от эффективности и кратности используемого разнесенного приема обеспечить дополнительный запас энергетического потенциала на быстрые замирания $\Delta L_{БЗ}$:

$$\Delta L_{БЗ} = L_{БЗ} - P_{СШ}, \qquad (6)$$

где $L_{БЗ}$ – отношение сигнал-шум для обеспечения заданного качества приема замирающего сигнала с учетом используемого разнесенного приема в релейно-тропосферной станции [4].

Параметры $L_{БЗ}$ и $P_{СШ}$ являются паспортными характеристиками РТРС и оговариваются в ТУ.

Для открытых и дифракционных трасс, на которых отсутствует многолучевость, $L_{БЗ} = 0$.

Радиоклиматическая поправка $L_к$ в зоне релейно-тропосферной связи при дальности связи не более 200 км равна [1, 4]

$$L_к = 0{,}6\,(N_з - 310)\ \text{дБ}. \qquad (7)$$

При положительном значении $L_к$ суммарные потери уменьшаются, при отрицательном – увеличиваются.

Поправка на рельеф местности $L_р$ учитывает открытость или закрытость трассы и определяется углами закрытия передающей α_1 и приемной α_2 антенн. При положительных углах закрытия потери на трассе увеличиваются, при отрицательных – уменьшаются.

Порядок определения $L_р$:

1. Определить суммарный угол рассеяния:

$$\theta_\Sigma = \alpha_1 + \alpha_2 + 57{,}3\,R_0/R_э \ \text{(град)}, \qquad (8)$$

где $R_э = 8500$ км для $N_з = 310$.

2. На рис. 1 приведены кривые суммарных потерь на трассе в зависимости от R_0 для различных длин волн λ и различных высот подъема антенн при $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$. Наклон кривых резко меняется при переходе от дифракционной зоны к зоне тропосферного рассеяния. Расстояние перехода $R_{0п}$ возрастает по мере увеличения λ. Каждому значению $R_{0п}$ соответствует свой угол рассеяния перехода $\theta_п$:

$$\theta_п = 57{,}3\,R_{0п}/R_э \ \text{(град)}; \qquad (9)$$

при $\theta_\Sigma \ge \theta_п$ независимо от λ

$$L_р = 0{,}45\ \text{дБ/мин} \times (\alpha_1 + \alpha_2), \qquad (10)$$

при $\theta_\Sigma \le \theta_п$ для $\lambda = 60$ см

$$L_р = 1\ \text{дБ/мин} \times (\alpha_1 + \alpha_2), \qquad (11)$$

для $\lambda = 20$ см

$$L_р = 1{,}9\ \text{дБ/мин} \times (\alpha_1 + \alpha_2), \qquad (12)$$

для $\lambda = 6$ см

$$L_р = 3{,}1\ \text{дБ/мин} \times (\alpha_1 + \alpha_2), \qquad (13)$$

для $\lambda = 5$ см

$$L_р = 3{,}3\ \text{дБ/мин} \times (\alpha_1 + \alpha_2), \qquad (14)$$

для $\lambda = 3{,}75$ см

$$L_р = 3{,}7\ \text{дБ/ми н} \times (\alpha_1 + \alpha_2). \qquad (15)$$

3. Определить влияние высоты подвеса антенн на уровень суммарных потерь на трассе (поправки на рельеф местности).

На рис. 2. представлены кривые суммарных медианных потерь для средней частоты релейно-тропосферного диапазона 4,4–5,0 ГГц для высот подъема антенн 2, 10 и 30 м, наиболее часто используемых в мобильных тропосферных (2 и 10 м) и радиорелейных (10 и 30 м) станциях.

Подъем антенн от 2 до 30 м при нулевых углах закрытия на тропосферных трассах ($R_0 \ge 90$ км) уменьшает суммарные потери на 4 дБ. Таким образом, при нулевых углах закрытия на трассах тропосферного рассеяния подъем антенн технико-экономически не оправдан, что показал мировой и отечественный опыт эксплуатации ТРС диапазона СМВ. На открытых и дифракционных (полуоткрытых и закрытых) трассах подъем антенн до 30 м уменьшает потери на трассах 40, 60 и 80 км на 30, 20 и 6 дБ соответственно, что делает подъем антенн до 30 м технико-экономически оправданным для РРС и ТРРС диапазона СМВ.

4. Определить зависимость высоты подвеса антенн от дальности связи для открытой трассы:

$$h = 200\lambda + 1000R_0^2 / 8R_э, \qquad (16)$$

$$R_0 = \sqrt{8R_э(h - 200\lambda)/1000}, \qquad (17)$$

$$R_0 = 0{,}5\sqrt{8R_э/1000} \cdot \left(\sqrt{h_1 - 200\lambda} + \sqrt{h_2 - 200\lambda}\right), \qquad (18)$$

где λ измеряется в сантиметрах (см), R_0 и $R_э$ – в километрах (км), h, h_1 и h_2 – в метрах (м).

Пример использования предложенной методики для расчета реальной трассы

Профили реальных трасс всегда отличаются от профиля гипотетической гладкой сферической Земли. Поэтому ниже предлагается методика приведения профиля реальной трассы к гипотетическому профилю данной трассы на гладкой сферической Земле. Профиль реальной трассы протяженностью 58,64 км показан на рис. 3.

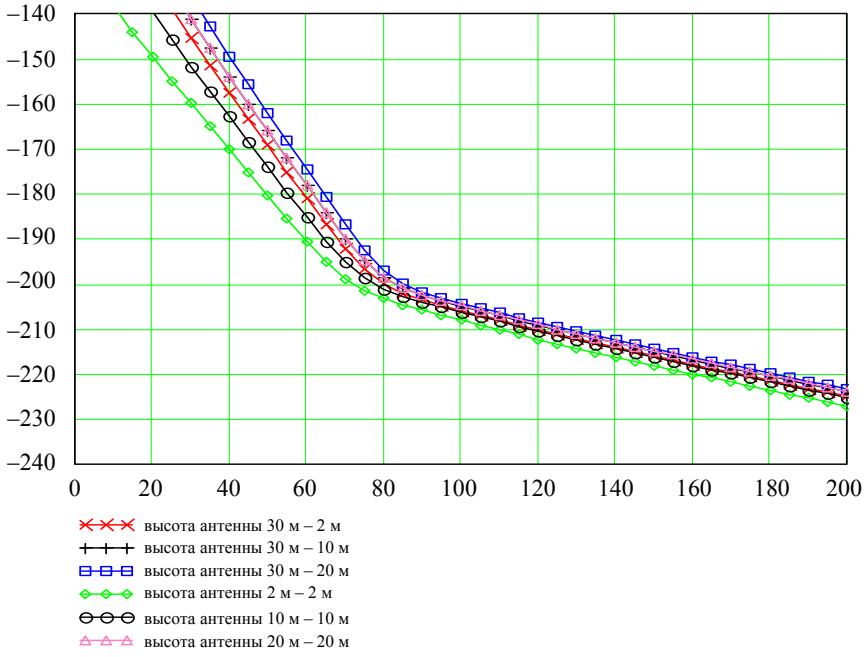


Рис. 2. Зависимость суммарного затухания на линии загоризонтной связи от дальности связи для частоты 4,7 ГГц в 50% времени в зависимости от высоты подъема антенн

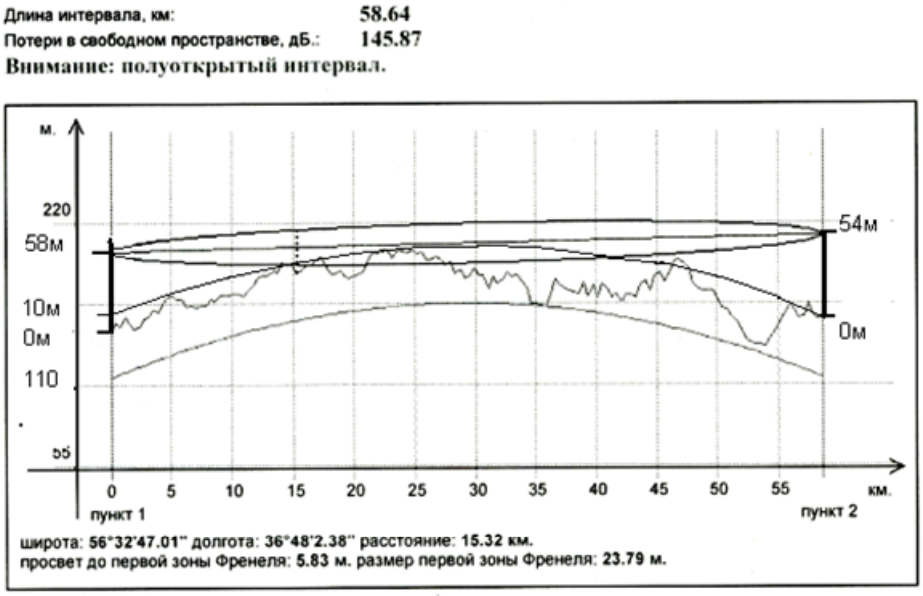


Рис. 3. Пример профиля трассы

1. Для приведения профиля реальной трассы к гипотетическому профилю на гладкой сферической поверхности Земли необходимо кривую, соответствующую кривизне Земли, провести через максимально высокую точку профиля так, как это показано на рис. 3, для данной трассы.

2. Если максимально высокая точка профиля покрыта лесом, то кривую, соответствующую кривизне Земли, необходимо по всей трассе поднять на высоту леса.

3. При фактической высоте подвеса антенн 58 и 54 м эквивалентная высота подвеса над гладкой сферической Землей составляет при отсутствии леса 48 и 54 м. При наличии в максимально высокой точке леса высотой 30 м эквивалентная высота подвеса антенн составит 21 и 27 м.

4. По кривой «высота антенн 30 и 20 м» (рис. 2) для дальности 60 км определяем суммарные потери, учитывающие в том числе и потери от рельефа, –175 дБ.

Литература

1. Дальняя тропосферная связь / И.А. Гусятинский [и др]. – М. : Связь, 1968.

2. *Справочник* по радиорелейной связи / Под ред. С.В. Бородича. – М. : Радио и связь, 1981.

3. *Серов В.В*. Перспективы использования линий загоризонтной связи / В.В. Серов // Электросвязь. – 2006. – № 8.

4. *Ларин Е.А*. Методика расчета тропосферных линий / Е.А. Ларин / 16 ЦНИИС МО РФ. – Мытищи, 1979.

Статья поступила в редакцию 20 марта 2012 г.

УДК 621.375.026

ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЙ ШИРОКОПОЛОСНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ МОЩНОСТИ

В.Т. Аралов, руководитель проекта, e-mail: appolon@sozvezdie.su
А.С. Строев, нач. сектора, e-mail: stas1976-76@mail.ru
А.В. Шунулин, нач. НТУ, ОАО «Концерн «Созвездие», e-mail: avs@sozvezdie.su

Показано, что квазиключевой режим работы является наиболее перспективным для создания высокоэффективных широкополосных усилителей мощности КВ и УКВ диапазонов. Рассмотрены условия реализации этого режима с максимальным коэффициентом полезного действия.

***Ключевые слова**: усилитель мощности, коэффициент полезного действия, угол отсечки, квазиключевой режим работы, коэффициент использования транзистора.*

HIGH-EFFICIENCY BROADBAND POWER AMPLIFIER

V.T. Aralov, supervisor of project, e-mail: apolon@sozvezdie.su
A.S. Stroev, head of sector, e-mail: stas1976-76@mail.ru
A.V. Shunulin, head of Scientific and Technical Bureau, e-mail: avs@sozvezdie.su

The article shows that quasi-key mode of operation is one of the most perspective methods for creation high-efficient broadband HF and VHF-power amplifiers. The realization conditions of this mode of operations with the maximum efficiency coefficient are also described.

***Key words**: power amplifier, efficiency coefficient, cutoff angle, quasi-key mode of operation, transistor utilization factor.*

До настоящего времени выходные каскады усилителей мощности радиопередатчиков диапазона частот ниже 100 МГц традиционно выполняются по двухтактным схемам с использованием линейного режима работы генераторных приборов и имеют коэффициент полезного действия (КПД) порядка 40–50%. По современным меркам это значение КПД представляется недостаточно высоким с учетом того, что в микроволновом диапазоне частот реализованы усилители мощности с КПД до 70 – 80%. Такие высокие показатели достигнуты за счет использования ключевых режимов работы генераторных приборов. В то же время разработка усилителей мощности в ключевых режимах для КВ и УКВ диапазонов находится еще на этапе научных исследований [1] или макетирования [2]. В этой связи представляется актуальным оценить возможность повышения эффективности усилителей мощности, выполненных по классической широкополосной схеме.

С этой целью рассмотрим усилитель мощности в режиме класса В. КПД такого усилителя, выполненного по однотактной схеме, при работе на резонансную нагрузку в критическом режиме с возбуждением гармоническим сигналом составляет 78,5%. При широкополосной резистивной нагрузке КПД усилителя снижается до 57,6% [3, 4]. Однако в том случае, если генераторные приборы включены по двухтактной схеме с гибридным замыкающим трансформатором, обеспечивающим режим короткого замыкания для четных составляющих импульсов тока генераторных приборов [5], при резистивной нагрузке усилителя реализуется КПД = 78,5% в широкой полосе частот.

Далее следует отметить, что с увеличением мощности возбуждения возрастает степень напряженности режима работы усилителя мощности. При этом характер происходящих процессов будет определяться типом используемых генераторных приборов. Например, в случае использования в качестве генераторных приборов электронных ламп или биполярных транзисторов в перенапряженном режиме происходит перераспределение тока выходного и управляющего электродов (катодного тока – между анодом и сеткой, эмиттерного – между коллектором и базой), в результате чего импульс выходного тока сначала немного уплощается, а затем в нем появляется провал, увеличивающийся по мере возрастания напряженности режима [6]. КПД усилителя мощности имеет небольшой максимум в слабоперенапряженном режиме, а далее резко снижается с увеличением степени напряженности.

Совсем по-другому ведут себя мощные высокочастотные полевые транзисторы. Поскольку они являются униполярными приборами (по сути управляемыми напряжением резисторами), в них отсутствует эффект перераспределения тока стока между соответствующими электродами и в перенапряженном режиме, когда транзистор часть периода колебаний находится в состоянии насыщения, провала в импульсе тока стока не образуется [7]. Это означает, что при переходе из критического режима в перенапряженный остроконечный косинусоидальный импульс тока стока превращается в плоский, который характеризуется двумя углами отсечки – нижней θ_H и верхней θ_B, как это показано на рис. 1.

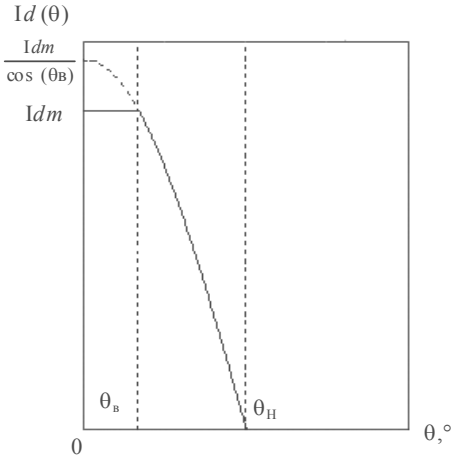


Рис. 1. Импульс тока стока

При этом для случая $\theta_H = 90°$ (режим класса B) зависимость КПД цепи стока по первой гармонике η от угла верхней отсечки θ_B определяется выражением

$$\eta = \frac{P_1}{P_0} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{(\sin(2\theta_B) - 2\theta_B + \pi)^2}{\cos(\theta_B)(1 + \theta_B \cos(\theta_B) - \sin(\theta_B))}.$$

Как видно из графика на рис. 2, при $\theta_H = 90°$ и изменении угла верхней отсечки θ_B от значения 0 (критический режим класса B) до значения 90°(ключевой режим класса D) в зависимости $\eta(\theta_B)$ при $\theta_B = 57{,}6°$ имеется максимум, где КПД достигает величины 88,6%.

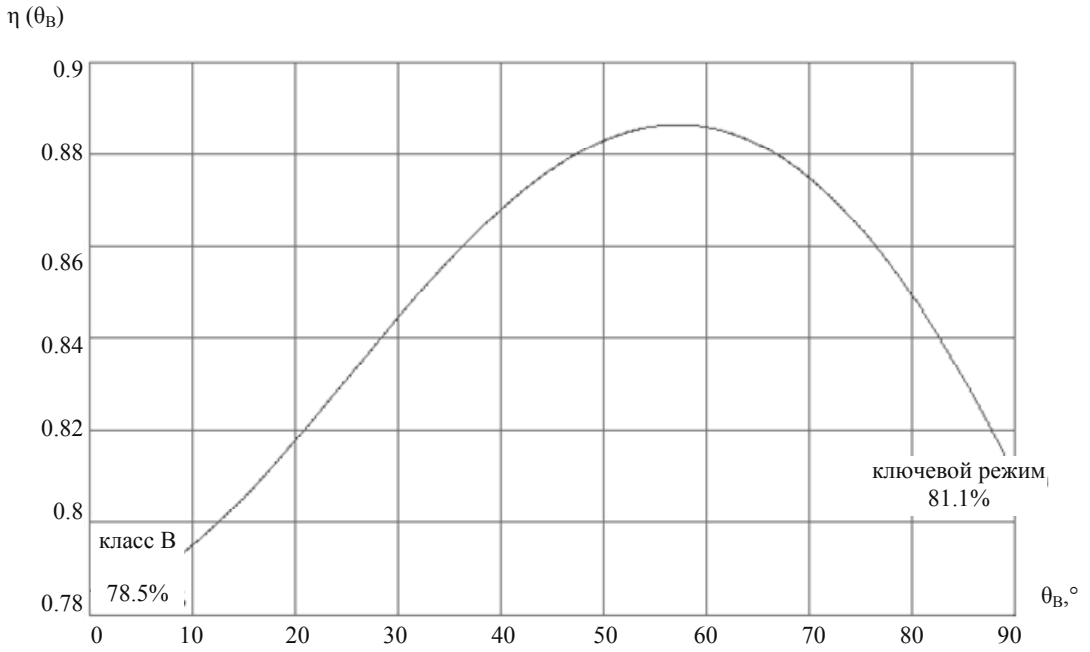


Рис. 2 Зависимость КПД по первой гармонике от верхнего угла отсечки

Следует отметить, что КПД цепи стока по первой гармонике η определяет лишь эффективность преобразования мощности источника цепи питания в мощность сигнала первой гармоники усиливаемого сигнала в нагрузке. Для более полной и объективной оценки эффективности следует учесть все затраты, связанные с получением полезного выходного сигнала, и ввести понятие

общего КПД по первой гармонике η_{O1} (по аналогии с [8]), который для усилителя мощности на полевых транзисторах при пренебрежении мощностью, потребляемой схемой смещения, определится следующим образом:

$$\eta_{O1} = \frac{P_1}{P_0 + P_{вх}} = \eta \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{\eta}{G}} \right),$$

где P_1 – мощность первой гармоники усиливаемого сигнала в нагрузке, P_0 – мощность, потребляемая по цепи стока, $P_{вх}$ – мощность входного сигнала, η – КПД цепи стока по первой гармонике, $G = \frac{P_1}{P_{вх}}$ – коэффициент усиления по мощности. При этом коэффициент усиления в перенапряженном режиме $G_{ПНР}$ может быть выражен через угол верхней отсечки $\theta_В$ и величину коэффициента усиления мощности в критическом режиме класса В $G_{Вкр}$:

$$G_{ПНР} = \frac{G_{Вкр}}{\pi^2} \cdot \left(\sin(2\theta_В) - 2\theta_В + \pi \right)^2.$$

Приведенное выражение позволяет рассчитать зависимость общего КПД η_{O1} от угла верхней отсечки $\theta_В$ для заданных значений $G_{Вкр}$. Результаты такого расчета для $G_{Вкр}$ = 10,15 и 20 дБ приведены на рис. 3.

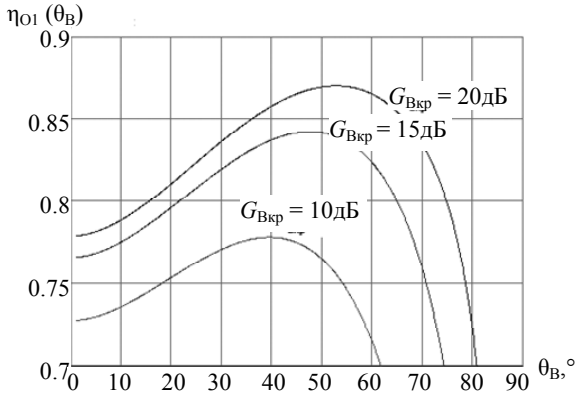


Рис. 3. Зависимости общего КПД по первой гармонике для различных коэффициентов усиления

Как видно из графиков на рис. 3, зависимость общего КПД η_{O1} от угла верхней отсечки $\theta_В$ имеет максимум, положение которого определяется величиной коэффициента усиления $G_{Вкр}$. Избыточное перевозбуждение усилителя мощности, при котором угол верхней отсечки превышает значение, где КПД максимален, снижает эффективность усилителя, причем тем заметнее, чем меньше его коэффициент усиления.

Значения углов верхней отсечки $\theta_в$ и соответствующие им максимальные величины общего КПД $\eta_{O1макс}$ для $G_{Вкр}$ = 10, 15 и 20 дБ приведены в таблице.

Таблица

$G_{Вкр}$, дБ	$\theta_В$, °	$\eta_{O1макс}$, %
10	39.5	77.9
15	48.0	84.3
20	52.5	87.0

Для достижения угла верхней отсечки $\theta_В$ с максимальным КПД при $G_{Вкр}$ = 10, 15 и 20 дБ необходимо, с учетом компрессии коэффициента усиления, увеличить мощность сигнала возбуждения усилителя соответственно на 2.2, 3.4 и 4.3 дБ по отношению к величине, требуемой для реализации критического режима.

При этом следует отметить, что с увеличением степени напряженности режима и, соответственно, угла верхней отсечки увеличивается и мощность первой гармоники усиливаемого сигнала в нагрузке усилителя. Поэтому для сохранения ее величины, равной значению в критическом режиме, следует при увеличении мощности возбуждения одновременно снижать напряжение питания по следующему закону:

$$E_П(\theta_В) = E_{ПВкр} \cdot \frac{\pi \cos(\theta_В)}{\sin(2\theta_В) - 2\theta_В + \pi},$$

где $E_{ПВкр}$ – напряжение питания в критическом режиме класса В.

Для рассмотренных примеров это снижение составит 11.7, 14.6, и 15.9%.

Представленные данные показывают, что КПД усилителя мощности по первой гармонике, выполненного с учетом изложенных положений, выше, чем у ключевого усилителя класса D, построенного на основе двухтактной широкополосной схемы с переключением напряжения [9], и приближается к показателям, реализуемым в усилителях мощности классов E и F.

Кроме того, его широкополосность существенно больше, чем у усилителя класса F, в котором для формирования прямоугольной формы импульсов напряжения на стоке транзистора, необходимой для уменьшения зоны перекрытия

импульсов тока стока и напряжения на стоке транзистора с целью снижения его мощности рассеяния и соответствующего повышения КПД, используются резонансные цепи.

В то же время необходимо отметить, что короткое замыкание по четным гармоникам в выходной цепи предлагаемого усилителя с помощью реальных конструкций гибридного замыкающего трансформатора, выполненного из отрезков полосковых или коаксиальных линий, наиболее эффективно может осуществляться в диапазоне частот до 100 МГц [7].

Пиковое напряжение на стоке транзистора в предлагаемом усилителе не превосходит удвоенного напряжения питания, в то время как в усилителе класса Е оно выше напряжения питания в 3,56 раза [2], что значительно сокращает номенклатуру приемлемых для использования транзисторов и отрицательно сказывается на надежности устройства. Из-за принципиального отсутствия режимов недокрытия и перекрытия, характерных для ключевого режима работы, в предлагаемом усилителе нет выбросов напряжения на стоке, обусловленных ЭДС самоиндукции, создаваемой индуктивностью рассеяния замыкающего трансформатора, что снижает риск выхода транзисторов из строя.

Следуя терминологии [7], режим работы, в котором транзистор поочередно находится в состояниях отсечки, активности и насыщения, следует называть квазиключевым. Между квазиключевым и недонапряженным режимами имеется критический режим, при котором состояние насыщения имеет место на бесконечно малом интервале. При этом предельный вид квазиключевого режима, когда верхний $\theta_В$ и нижний $\theta_Н$ углы отсечки тока стока почти равны, называется ключевым. С учетом изложенного выше, квазиключевой режим с углом верхней отсечки $\theta_В$, обеспечивающем максимальный КПД по первой гармонике, можно считать предпочтительным для проектирования усилителя мощности до частот 100 МГц.

Для оценки мощностных свойств усилителей мощности, выполненных по разным технологиям, применяется коэффициент использования транзистора. Этот коэффициент представляет собой отношение генерируемой мощности первой гармоники в расчете на один транзистор к произведению максимальных величин импульсов тока, текущего через этот транзистор, и напряжения, действующего на его выходных электродах. Чем больше этот коэффициент, тем лучше транзистор используется по мощности, то есть тем большую мощность с него можно снять при том же напряжении питания и токе, потребляемом от источника питания.

В квазиключевом режиме при угле верхней отсечки с максимальным КПД коэффициент использования транзистора составляет 0,182, что является одним из лучших показателей среди различных усилителей мощности, уступая лишь усилителю в режиме класса D, где этот коэффициент равен 0,203 [1].

В заключение следует отметить, что для предлагаемого усилителя мощности наиболее предпочтительны полевые транзисторы, выполненные по технологии LDMOS, которые отличаются большим коэффициентом усиления и КПД, стойкостью к рассогласованию нагрузки, малой величиной междуэлектродных емкостей и индуктивности вывода истока, низким тепловым сопротивлением и высоким прогнозируемым временем безотказной работы [11].

Выводы

1. Квазиключевой режим является наиболее перспективным для создания высокоэффективных широкополосных усилителей мощности КВ и УКВ диапазонов.

2. Для реализации указанного режима необходимо использовать двухтактную схему, выполненную на полевых LDMOS транзисторах, обеспечить в ней замыкание четных гармоник с помощью гибридного трансформатора, реализовать с помощью фильтра-диплексера одинаковую по величине резистивную нагрузку в выходных цепях транзисторов по нечетным гармоникам, включая и основную частоту, создать перенапряженный режим работы усилителя путем подачи на его вход повышенного уровня возбуждения, обеспечивающего его максимальную эффективность.

Литература

1. *Алипов А.С.* Исследование и разработка ключевых усилителей мощности для высокоэффективного СЧ передатчика цифрового радиовещания» : дис. … канд. тех. наук / А.С. Алипов ; МТУСИ, 2006. – С. 23 – 31.

2. *Raab F.H.* Broadband Class – E Power Amplifier for HF and VHF / F.H. Raab // Microwave Symposium Digest, IEEE MTT-S International, San Francisco, CA, 11–16 June, 2006. – Pp. 902 – 905.

3. *Алексеев О.В.* Широкополосные радиопередающие устройства (Радиочастотные тракты на полупроводниковых приборах) / О.В. Алексеев [и др.] : под ред. О.В. Алексеева. – М. : Связь, 1978. – 78 с.

4. *Cripps S.C.* RF Power Amplifiers for Wireless Communication / S.C. Cripps. – Norwood, MA : Artech House, 1999. – 63 p.

5. *Несвижский Ю.Б.* Высокочастотные ферриты в радиопередающей технике / Ю.Б. Несвижский.– М. : Связь, 1976. – 224 с.

6. *Хиленко В.И.* Радиопередающие устройства : Учебное пособие для техникумов / В.И. Хиленко, Б.М. Малахов. – М. : Радио и связь.1991. – С. 48–53.

7. *Шахгильдян В.В.* Радиопередающие устройства: Учебник для вузов / В.Б. Козырев [и др.] ; под ред. В.В. Шахгильдяна. – 3-е изд. – М. : Радио и связь, 2003. – С. 89–97.

8. *Белов Л.А.* Радиопередающие устройства : Учебник для вузов / Л.А. Белов [и др.] ; под ред. М.В. Благовещенского, Г.М. Уткина. – М. : Радио и связь, 1982. – С. 11–14.

9. *Козырев В.Б.* Транзисторные генераторы гармонических колебаний в ключевом режиме / В.Г. Лаврушенков [и др.] ; под ред. И.А. Попова, – М. : Радио и связь, 1985. – С. 21–22.

10. *Акименко А.* Новый транзистор преодолевает барьер мощности 1 кВт / Акименко А. // Новости электроники. – 2008. – № 5. – С. 20–21.

Статья поступила в редакцию 12 апреля 2012 г.

Адрес редакции:

394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, 14
ОАО «Концерн «Созвездие», редакция журнала
«Теория и техника радиосвязи».
Тел. 252-13-59, 259-37-05
Факс: (473) 235-50-88
E-mail: osp@sozvezdie.su