ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОСВЯЗИ

Научно-технический журнал

№ 4/2015

Воронеж 2015

Главный редактор
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель
докт. техн. наук, проф., чл.-кор. РАН
В.И. БОРИСОВ

Зам. председателя
докт. техн. наук, проф.
В.И. НИКОЛАЕВ

докт. физ.-мат. наук, проф.
Э.К. АЛГАЗИНОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
А.С. БАГДАСАРЯН (г. Москва)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
А.С. БУГАЕВ (г. Москва)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
Ю.В. ГУЛЯЕВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.Л. КОЗИРАЦКИЙ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.И. КУЗНЕЦОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф., академик РАН
Н.А. КУЗНЕЦОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, с.н.с.
И.И. МАЛЫШЕВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф.
Ю.Б. НЕЧАЕВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.Н. ПОВЕТКО (г. Воронеж)
докт. техн. наук, доцент
А.Ю. САВИНКОВ (г. Воронеж)
докт. физ.-мат. наук, проф., академик РАН
А.С. СИГОВ (г. Москва)
докт. техн. наук, проф.
Ю.С. СУХОРУКОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.М. ТИХОМИРОВ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
Н.Н. ТОЛСТЫХ (г. Воронеж)
докт. техн. наук, проф.
В.А. ЦИМБАЛ (г. Серпухов)
докт. техн. наук, проф.
А.П. ЯРЫГИН (г. Воронеж)

Научно-технический журнал «Теория и техника радиосвязи» издаётся с 1966 года.

Выходит 4 раза в год.

В журнале публикуются статьи ведущих специалистов, докторантов и аспирантов АО «Концерн «Созвездие» (Воронежского НИИ связи) и отрасли по общим вопросам радиосвязи, теоретическим и экспериментальным исследованиям в области передачи непрерывных и дискретных сообщений, проблемам помехоустойчивости и методам передачи информации в условиях высокоорганизованного радиопротиводействия; особенностям построения различных видов систем связи с использованием узкополосных и широкополосных шумоподобных сигналов; вопросам разработки методов совмещения телекоммуникационных, измерительных и управляющих систем, а также другим вопросам областей исследований, соответствующих группе специальностей 05.12.00 «Радиотехника и связь» и смежным специальностям группы 05.13.00 «Информатика, вычислительная техника и управление».

Журнал входит в Перечень изданий, рекомендуемых ВАК РФ
для опубликования основных результатов диссертаций
на соискание учёной степени доктора и кандидата наук.

Учредитель и издатель:

АО «Концерн «Созвездие»

Издание зарегистрировано
в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-36740 от 1 июля 2009 г.

Подписной индекс
по Каталогу российской прессы
«Почта России» – 72972

Сайт в Интернете:
www.sozvezdie.su

Набор и верстка компьютерные
Формат 60×88 ⅛. Уч.-изд. л. – 9,8
Тираж 200 экз. Заказ № 94
Подписано в печать 12.10.2015 г.

© АО «Концерн «Созвездие», 2015

С О Д Е Р Ж А Н И Е

№ 4, 2015

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ РАДИОСВЯЗИ

Алгоритм группирования спектральных компонент сигналов источников радиоизлучения моноимпульсными обнаружителями-пеленгаторами
М.Л. Артемов, О.В. Афанасьев, М.П. Сличенко…….…….. 5

Исследование помехоустойчивости перспективной навигационной аппаратуры потребителей ГНСС ГЛОНАСС по показателю среднего времени до срыва слежения за частотой навигационного сигнала
М.В. Авдеев, А.В. Журавлев, А.В. Коровин, А.А. Новиков, П.В. Рябков…..…….. 11

Синтез кольцевых антенных решеток на основе эвристических алгоритмов
Л.И. Аверина, А.А. Лещинский, Ю.С. Балашов…..…….…….. 18

Альтернативные варианты обеспечения электромагнитной совместимости отечественных передатчиков преднамеренных радиопомех с отечественными радиоприемными устройствами
О.В. Беспалов, А.В. Журавлев, В.М. Безмага, А.В. Смолин…….…….. 23

Численный анализ пеленгационных характеристик кольцевой вибраторной антенной решетки, установленной на борту вертолета
А.В. Муратов, В.И. Николаев, Л.А. Носова, А.С. Самодуров…….…….. 30

РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА РАДИОСВЯЗИ

Вероятность ошибки на бит при множественном доступе в сетях с ППРЧ
В.И. Борисов, А.Е. Лимарев, А.В. Лепендин,
В.Г. Маркин, В.И. Шестопалов, Д.Ю. Чаркин……. 36

Определение помех дробности в фазо-цифровых синтезаторах частот, использующих дельта-сигма модуляторы
В.И. Борисов, С.К. Романов, А.В. Леньшин, Н.М. Тихомиров, Е.В. Шаталов…..…… 47

Колебательный контур с переключающейся скачком реактивностью
Н.Д. Бирюк, А.Ю. Кривцов…….…….. 54

Ограниченность свободных колебаний контура с периодически переключаемыми реактивностями
Н.Д. Бирюк, А.Ю. Кривцов, А.Б. Муравник…… 59

Разработка формирователей линейно-частотно-модулированных сигналов с применением дискретно-аналогового элементного базиса
Б.Ф. Змий, А.В. Ананьев, Д.В. Дятлов……..…… 65

Синтез частотного дискриминатора перспективного навигационного приемника ГНСС ГЛОНАСС
А.В. Коровин, В.А. Миронов, А.А. Новиков, П.В. Рябков, А.Ю. Трущинский…..…… 71

Выбор параметров управления в процессе формирования плоской вершины в последовательном колебательном контуре
Н.М. Назаров…….....…… 79

РАЗНОЕ

Методика принятия управленческих решений при обеспечении экономической безопасности предприятия
Я.М. Бредихина, Е.В. Левицкая, А.Ю. Кузьмина……..…….. 90

Исследование механизма формирования слоистой нанокристаллической структуры сильнолегированных пленок кремния
Т.Л. Тураева, Е.В. Шведов, Г.В. Меркулов, Д.Б. Омороков……...…….. 95

УДК 537.86:519.2

АЛГОРИТМ ГРУППИРОВАНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ СИГНАЛОВ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ МОНОИМПУЛЬСНЫМИ ОБНАРУЖИТЕЛЯМИ-ПЕЛЕНГАТОРАМИ

М.Л. Артемов, д.т.н., доцент, директор НТЦ, e-mail: artemov@sozvezdie.su
О.В. Афанасьев, к.т.н., заместитель начальника НТУ, e-mail: afaoleg@mail.ru
М.П. Сличенко, к. ф.-м. н., начальник сектора, e-mail: asp2010@mail.ru
АО «Концерн «Созвездие»

Синтезирован алгоритм группирования спектральных компонент сигналов источников радиоизлучения многоканальными моноимпульсными обнаружителями-пеленгаторами с антенной системой произвольной конфигурации. Алгоритм является адаптивным к априорно неизвестным пеленгационным характеристикам антенной системы и направлениям на источники радиоизлучения.

Ключевые слова: *антенная система, группирование, обнаружитель-пеленгатор, пеленгационный рельеф, обнаружение.*

ALGORITHM FOR RADIO EMISSION SOURCES SIGNALS SPECTRAL COMPONENTS GROUPING WITH MONOPULSE DETECTION-DIRECTION FINDERS

M.L. Artyomov, D.D. in Engineering Sciences, associate professor, director of Scientific and Technical Centre, e-mail: artemov@sozvezdie.su
O.V. Afanasyev, Ph.D. in Engineering Sciences, deputy head of Scientific and Technical Management, e-mail: afaoleg@mail.ru
M.P. Slichenko, Ph.D. in Physics and Mathematics, head of sector, e-mail: asp2010@mail.ru
JSC «Sozvezdie» Concern»

An algorithm for radio emission sources signals spectral components grouping with multichannel monopulse detection-direction finders with an antenna system of optional configuration is synthesized. The algorithm is adaptive to a priori unknown direction-finding characteristics of antenna system and directions to radio emission sources.

Keywords: *antenna system, grouping, detection-direction finder, direction finding relief, detection.*

С помощью моноимпульсных обнаружителей-пеленгаторов (ОП) подсистем радиоразведки комплексов радиоэлектронной борьбы решаются задачи обнаружения источников радиоизлучения (ИРИ), их пеленгования и местоопределения [1–4]. В текущей полосе частот мгновенного анализа моноимпульсными ОП осуществляется синхронный прием временных реализаций во всех пространственных каналах, оцифровка реализаций и их быстрое преобразование Фурье (БПФ). Каждый отсчет БПФ представляет собой комплексную амплитуду в элементарном частотном канале (ЭЧК), ширина полосы которого обратно пропорциональна длительности временной реализации. Совокупность отсчетов БПФ во всех пространственных каналах ОП, принадлежащих одному и тому же ЭЧК, характеризует распределение падающей на антенную систему (АС) радиоволны на частоте данного ЭЧК.

В рамках задачи обнаружения [5, 6] среди совокупности отсчетов БПФ текущей полосы анализа определяются «сигнальные» отсчеты, в амплитуде и фазе которых содержится информация об излучаемой ИРИ радиоволне. Ввиду того что ИРИ излучают модулированные узкополосные сигналы (а также с учетом влияния весового окна цифровой обработки), сигнал одного и того же ИРИ представлен несколькими ЭЧК (элементами разрешения по частоте), и излучению ИРИ соответствует несколько отсчетов БПФ. Поэтому по результатам обнаружения выполняется группирование отсчетов БПФ по принадлежности к сигналу одного и того же ИРИ.

Последующее пеленгование и местоопределение каждого обнаруженного ИРИ осуществляется по результатам совместной обработки всех ЭЧК, образующих спектр сигнала ИРИ. По каждому из группируемых отчетов БПФ вычисляются взаимные спектры всех пространственных каналов ОП. Далее взаимные спектры отсчетов БПФ суммируются и формируется матрица взаимных энергий [1, 7]. Оцен-

ка направления на ИРИ находится в результате глобальной максимизации пеленгационного рельефа [1–4] – функции азимута и угла места (единичного вектора направления на ИРИ), зависящей от характеристик направленности приемных элементов АС ОП.

Принадлежащие сигналу одного ИРИ отсчеты БПФ характеризуются тем, что соответствующие каждому отсчету плоские радиоволны имеют одинаковые истинные направления прихода. Использование данного признака принадлежности к одному ИРИ в рамках алгоритма группирования отсчетов БПФ приводит к большим вычислительным затратам, обусловленным необходимостью пеленгования по каждому отсчету БПФ. Ввиду того что быстродействие ОП является одним из важнейших показателей его эффективности, актуальной является задача разработки алгоритма группирования отсчетов БПФ, не основанного на предварительном пеленговании по каждому из отсчетов.

Цель настоящей работы – разработать максимально правдоподобный алгоритм группирования отсчетов БПФ по принадлежности к сигналу одного ИРИ.

Предположим, что АС ОП имеет $N>1$ выходов, подключаемых ко входам N-канального пеленгаторного приемника с идентичными синфазными пространственными каналами. АС будем характеризовать N-мерной диаграммой направленности [1] – зависящим от направления прихода (единичного вектора $\mathbf{k}$ направления на ИРИ) и частоты f плоской гармонической радиоволны вектором комплексных коэффициентов $\dot{\mathbf{H}}(\mathbf{k}, f)$ преобразования комплексной амплитуды напряженности поля этой радиоволны в фазовом центре АС в комплексные амплитуды напряжений на номинальных нагрузках, подключенных к выходам АС. Под фазовым центром АС будем понимать ее геометрический центр, являющийся одновременно точкой начала системы координат, в которой измеряется направление прихода радиоволны.

Пусть имеется серия из R наблюдений одинаковой длительности T. Измеренные в каждом r-м наблюдении серии комплексные амплитуды напряжений на выходах АС представим в виде N-компонентного вектора-столбца $\dot{\mathbf{V}}_r = \left(\dot{V}_1^{(r)}, \dot{V}_2^{(r)}, ..., \dot{V}_N^{(r)}\right)^{\mathrm{T}}$, $r = \overline{1,R}$. Вектор-столбец $\dot{\mathbf{V}}_r = \left(\dot{V}_1^{(r)}, \dot{V}_2^{(r)}, ..., \dot{V}_N^{(r)}\right)^{\mathrm{T}}$ комплексных амплитуд напряжений на выходах антенных элементов, измеренных в r-й наблюдении серии, например, в результате преобразования Фурье, можно представить в виде аддитивной смеси

$$\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)} = \dot{E}_r \dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_p, f\right) + \dot{\boldsymbol{\xi}}_r^{(p)}, \qquad (1)$$

где $\dot{E}_r$ – комплексные амплитуды напряженности электрической составляющей поля пеленгуемой электромагнитной волны, приходящей с направления θ, в фазовом центре АС в r-м наблюдении; $\dot{\boldsymbol{\xi}}_r$ – N-мерный вектор шума, элементами которого являются комплексные центрированные гауссовские случайные величины с матрицей корреляции $\dot{\mathbf{K}}_r = \left\langle \dot{\boldsymbol{\xi}}_r \dot{\boldsymbol{\xi}}_r^{\mathrm{H}} \right\rangle$ размера $N \times N$, где $\langle \cdot \rangle$ – оператор усреднения по вероятности.

Функция совместного распределения наблюдаемых данных (НД) $\Re = \{\dot{\mathbf{U}}_1, \dot{\mathbf{U}}_2, \ldots, \dot{\mathbf{U}}_R\}$ зависит от направления прихода радиоволны θ, величин комплексных амплитуд $\dot{E}_r$ поля в каждом наблюдении серии, а также от статистических характеристик случайных векторов $\dot{\boldsymbol{\xi}}_r$, полностью определяющихся для каждого $\dot{\boldsymbol{\xi}}_r$ заданием его матрицы корреляции $\dot{\mathbf{K}}_r$. В предположении независимости статистических характеристик вектора шума $\dot{\boldsymbol{\xi}}_r$ от номера наблюдения для одинаковых матриц корреляции $\dot{\mathbf{K}}_r$ введем обозначение $\dot{\mathbf{K}}$. Для сокращения последующих выкладок зависимость ВКДН от частоты будем опускать.

Будем различать две гипотезы:

– гипотезу о том, что в обеих совокупностях НД присутствуют сигнальные составляющие от одного ИРИ, излучающего с направления $\mathbf{k}_0$ (γ_0):

$$\gamma_0 : \left\{\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)} = \dot{E}_r \dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0, f\right) + \dot{\boldsymbol{\xi}}_r^{(p)}\right\}; \qquad (2)$$

– гипотезу о том, что в совокупностях НД присутствуют сигнальные составляющие от ИРИ, излучающих с различных направлений (γ_1):

$$\gamma_1 : \left\{\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)} = \dot{E}_r \dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_p, f\right) + \dot{\boldsymbol{\xi}}_r^{(p)}\right\}, \ \mathbf{k}_0 \neq \mathbf{k}_1. \qquad (3)$$

Для всех $p = \overline{0,1}$, $r = \overline{1,R}$.

Ввиду гауссовского закона распределения данных $\Re_p$, $p = 0,1$, и их статистической независимости функции правдоподобия для различаемых гипотез имеют вид многомерных гауссовских плотностей вероятности вида

$$W\left(\Re_0,\Re_1\left|\gamma_0\right.\right)=\frac{1}{\pi^{2NR}\prod\limits_{p=0}^{1}\left|\dot{\mathbf{K}}\right|^R}\exp\left(-\sum_{p=0}^{1}\sum_{r=1}^{R}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}-\dot{E}_r^{(p)}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)\right)^{\mathrm{H}}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}-\dot{E}_r^{(p)}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)\right)\right), \quad (4)$$

$$W\left(\Re_0,\Re_1\left|\gamma_1\right.\right)=\frac{1}{\pi^{2NR}\prod\limits_{p=0}^{1}\left|\dot{\mathbf{K}}\right|^R}\exp\left(-\sum_{p=0}^{1}\sum_{r=1}^{R}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}-\dot{E}_r^{(p)}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_p\right)\right)^{\mathrm{H}}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}-\dot{E}_r^{(p)}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_p\right)\right)\right), \quad (5)$$

где $\left|\dot{\mathbf{K}}\right|$ – определитель матрицы $\dot{\mathbf{K}}$; $\dot{\mathbf{K}}^{-1}$ – матрица, обратная матрице $\dot{\mathbf{K}}$, $(\cdot)^{\mathrm{H}}$ – знак эрмитова сопряжения.

Решение о реализации той либо иной гипотезы будем принимать на основе сравнения отношения функций правдоподобия, максимизированных по неизвестным параметрам, с порогом обнаружения h:

$$\Lambda\left(\Re_0,\Re_1\left|\gamma_1,\gamma_0\right.\right)=\frac{\max\limits_{\mathbf{z}_1}W\left(\Re_0,\Re_1\left|\gamma_1\right.\right)}{\max\limits_{\mathbf{z}_0}W\left(\Re_0,\Re_1\left|\gamma_0\right.\right)}, \quad (6)$$

где $\mathbf{z}_0=\left\{\dot{E}_r^{(p)},\mathbf{k}_0\right\}$, $\mathbf{z}_1=\left\{\dot{E}_r^{(p)},\mathbf{k}_p\right\}$ – неизвестные параметры.

Сумму в показателе экспоненты выражения (4) перепишем как

$$\sum_{p=0}^{1}\sum_{r=1}^{R}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}-\dot{E}_r^{(p)}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)\right)^{\mathrm{H}}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}-\dot{E}_r^{(p)}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)\right)=$$

$$=\sum_{r=1}^{R}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)\mathrm{H}}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}+\sum_{p=0}^{1}\left|\dot{E}_r^{(p)}\right|^2\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)^{\mathrm{H}}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)-2\mathrm{Re}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{E}_r^{(p)}\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)\mathrm{H}}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)\right)\right). \quad (7)$$

Минимизируя правую часть (7) последовательно по аргументам и модулям $\dot{E}_r^{(p)}$, получим

$$W\left(\Re_0,\Re_1\left|\gamma_0\right.\right)=$$

$$=\frac{1}{\pi^{2NR}\prod\limits_{p=0}^{1}\left|\dot{\mathbf{K}}\right|^R}\exp\left(\sum_{p=0}^{1}\sum_{r=1}^{R}\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}\right)^{\mathrm{H}}\right)-\right.$$

$$\left.-\sum_{p=0}^{1}\left(\sum_{r=1}^{R}\frac{\left|\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}\right)^{\mathrm{H}}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)\right|^2}{\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)^{\mathrm{H}}\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_0\right)}\right)\right). \quad (8)$$

Введем в рассмотрение выборочные матрицы взаимных энергий измеренных напряжений, накопленные по серии измерений, в соответствии с выражениями

$$\dot{\mathbf{W}}_p=\sum_{r=1}^{R}\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}\left(\dot{\mathbf{U}}_r^{(p)}\right)^{\mathrm{H}},\ p=\overline{0,1}. \quad (9)$$

Тогда выражение (8) примет вид

$$W\left(\Re_0,\Re_1\left|\gamma_0\right.\right)=$$

$$=\frac{1}{\pi^{2NR}\prod\limits_{p=0}^{1}\left|\dot{\mathbf{K}}\right|^R}\exp\left(-\sum_{p=0}^{1}\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{p=0}^{1}\mathrm{Tr}\left[\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}\dot{\Psi}\left(\mathbf{k}_0\right)\right]\right), \quad (10)$$

где введена матрица-проектор

$$\dot{\Psi}\left(\mathbf{k}_p\right)=\frac{\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_p\right)\dot{\mathbf{H}}^{\mathrm{H}}\left(\mathbf{k}_p\right)\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}}{\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}\dot{\mathbf{H}}^{\mathrm{H}}\left(\mathbf{k}_p\right)\dot{\mathbf{H}}\left(\mathbf{k}_p\right)\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}}. \quad (11)$$

Проводя аналогичные математические преобразования, можно показать, что максимизированная по аргументам и модулям $\dot{E}_r^{(p)}$ функция правдоподобия (5) имеет вид

$$W\left(\Re_0,\Re_1\left|\gamma_1\right.\right)=$$

$$=\frac{1}{\pi^{2NR}\prod\limits_{p=0}^{1}\left|\dot{\mathbf{K}}\right|^R}\exp\left(-\sum_{p=0}^{1}\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)+\right.$$

$$+\sum_{p=0}^{1}\mathrm{Tr}\left[\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}\dot{\Psi}\left(\mathbf{k}_p\right)\right]\Bigg). \qquad (12)$$

Используя неравенство Буняковского-Шварца, нетрудно показать, что

$$\mathrm{Tr}\left[\dot{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}\dot{\Psi}\left(\dot{\mathbf{K}},\mathbf{k}_p\right)\right]\le\sqrt{\mathrm{Tr}\left[\left(\dot{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}\right)\left(\dot{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}\right)^H\right]\mathrm{Tr}\left[\dot{\Psi}\left(\dot{\mathbf{K}},\mathbf{k}_p\right)\dot{\Psi}^H\left(\dot{\mathbf{K}},\mathbf{k}_p\right)\right]}.$$

С учетом свойства нормировки матрицы-проектора справедливы неравенства

$$\mathrm{Tr}\left[\dot{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}\dot{\Psi}\left(\dot{\mathbf{K}},\mathbf{k}_p\right)\right]\le\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)},$$

$$\mathrm{Tr}\left[\dot{\Psi}\left(\dot{\mathbf{K}},\mathbf{k}_0\right)\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\dot{\mathbf{K}}^{-1/2}\right)\right]\le$$

$$\le\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\right)}. \qquad (13)$$

Таким образом, максимизация (8) и (10) по неизвестным векторам $\mathbf{k}_p$ направлений на ИРИ реализуется методом замены вторых сумм в показателях экспоненты данных выражений значениями их верхних границ (правые части выражений (12) и (13)) по неравенству Буняковского-Шварца.

Максимизированное по всем неизвестным параметрам отношение функций правдоподобия (6) запишем как

$$\Lambda\left(\mathfrak{R}_0,\mathfrak{R}_1\middle|\gamma_1,\gamma_0\right)=\frac{\exp\left(-\sum_{p=0}^{1}\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)+\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\right)}\right)}{\exp\left(-\sum_{p=0}^{1}\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)+\sum_{p=0}^{1}\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)}\right)}$$

или

$$\Lambda\left(\mathfrak{R}_0,\mathfrak{R}_1\middle|\gamma_1,\gamma_0\right)=$$

$$=\exp\left(\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\right)}-\right.$$

$$\left.-\sum_{p=0}^{1}\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)}\right). \qquad (14)$$

В качестве решающей статистики алгоритма группирования будем рассматривать величину

$$\Xi=\ln\Lambda\left(\mathfrak{R}_0,\mathfrak{R}_1\middle|\gamma_1,\gamma_0\right)=$$

$$=\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\dot{\mathbf{K}}^{-1}\left(\sum_{p=0}^{1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)\right)}-$$

$$-\sum_{p=0}^{1}\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\dot{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{W}}_p\right)}. \qquad (15)$$

Таким образом, по результатам обнаружения «сигнальных» ЭЧК полосы мгновенного анализа выполняется их группирование в соответствии с решающим правилом

$$\Xi\ge h, \qquad (16)$$

где порог группирования h вычисляется в соответствии с критерием Неймана-Пирсона и обеспечивает заданную вероятность ложной тревоги – ошибочного решения о группировании данных отсчетов в случае, когда они не соответствуют одному ИРИ.

Соответствующий алгоритм группирования предполагает выполнение следующих процедур. В цикле по всем «сигнальным» отсчетам БПФ текущей полосы мгновенного анализа по каждой паре соседних отсчетов формируется величина (15) и сравнивается с порогом группирования. В случае невыполнения неравенства принимается решение о том, что два данных отсчета БПФ принадлежат сигналам разных ИРИ, в против-

ном случае – оба отсчета считаются принадлежащими к сигналу одного ИРИ. Далее величина (15) формируется по второму отсчету данной пары и следующему «сигнальному» отсчету, проверяется выполнение неравенства (16) и т.д. В результате выполнения группирования определяются количество сигналов в полосе анализа, ширина полосы и центральная частота каждого сигнала, а также индексы отсчетов БПФ, принадлежащих одному сигналу. По отсчетам БПФ каждого сигнала формируется матрица взаимных энергий и выполняется пеленгование с последующим местоопределением ИРИ.

Проанализируем выигрыш в части вычислительных затрат, достигаемый применением разработанного алгоритма группирования. Рассмотрим случай, когда в полосе мгновенного анализа имеется M сигналов от различных ИРИ, сигнал каждого из которых представлен J отсчетами БПФ.

В случае, когда группирование выполняется посредством пеленгования каждого отсчета БПФ и их объединения по частотно-пеленговой близости, необходимо вычислить $M \times J$ комплексных матриц взаимных энергий. Ввиду эрмитовости данных матриц, количество вычисляемых элементов матрицы равно $0.5N \times (N+1)$. Из них N действительных величин и $N \times (N-1)$ комплексных. Всего для формирования матрицы взаимных энергий вычисляется N^2 действительных величин. Таким образом, для формирования данных матриц по всем сигналам необходимо вычислить N^2MJ действительных величин. После этого необходимо запеленговать каждый «сигнальный» отсчет БПФ, т.е. найти глобальный максимум N^2MJ скалярных действительных функций. Кроме того, необходимо учесть вычислительные затраты на процедуру группирования отсчетов БПФ по вычисленным пеленгам. Указанные затраты можно представить в виде $z_1N^2MJ + z_2JM$ элементарных арифметических операций вычисления действительных чисел, где z_1 и z_2 – некоторые действительные числа.

В случае же применения разработанного алгоритма группирования необходимо сформировать M матриц (т.е. вычислить N^2 действительных величин по каждому сигналу) и найти глобальный максимум N^2M скалярных действительных функций. В этом случае также нужно учитывать вычислительные затраты на формирование решающей статистики (15) и сравнение ее с порогом группирования. Указанные затраты можно представить в виде $z_1N^2M + z_3M$ элементарных арифметических операций, где z_3 – некоторое действительное число.

С учетом принятых допущений выигрыш Q в части вычислительных затрат, достигаемый применением разработанного алгоритма группирования, составит

$$Q = \frac{z_1N^2MJ + z_2JM}{z_1N^2M + z_3M} = J\frac{1+\frac{z_2}{z_1}\frac{1}{N^2}}{1+\frac{z_3}{z_1}\frac{1}{N^2}}. \qquad (17)$$

Можно показать, что справедливо неравенство $z_3 > z_2$, а следовательно, выигрыш $Q < J$. С ростом числа пространственных каналов выигрыш увеличивается, но никогда не достигнет величины J, равной количеству ЭЧК в полосе сигнала одного ИРИ:

$$\lim_{N\to\infty} Q = J. \qquad (18)$$

Таким образом, разработанный алгоритм группирования отчетов БПФ является максимально правдоподобным, адаптивным к неизвестному направлению на ИРИ и характеристикам направленности АС ОП. Решающее правило алгоритма справедливо для произвольных матрицы ковариации аддитивного шума, характеристик направленности и конфигурации АС ОП. Применение данного алгоритма в подсистемах радиоразведки современных комплексов радиоэлектронной борьбы позволит повысить показатели точности и быстродействия функционирования ОП и всей подсистемы в целом.

Литература

1. *Артемов М.Л., Сличенко М.П.* Адаптивный многосигнальный алгоритм совместного обнаружения и пеленгования плоских монохроматических радиоволн с помощью многоканального радиопеленгатора с антенной системой произвольной конфигурации // Антенны. 2014. № 5. С. 50–54.

2. *Артемов М.Л., Афанасьев О.В., Дмитриев И.С., Попов В.В., Сличенко М.П.* Потенциальная точность оценивания направлений прихода и амплитуд напряженности поля нескольких плоских монохроматических радиоволн многоканальным радиопеленгатором с антенной системой произвольной конфигурации // Радиотехника. 2013. № 3. С. 69–75.

3. *Дмитриев И.С., Сличенко М.П.* Максимально правдоподобное обнаружение и оценивание направления прихода и амплитуды напряженности радиоволны с помощью многоканального радиопеленгатора с антенной системой произвольной конфигурации // Антенны. 2011. № 5. С. 59–64.

4. *Виноградов А.Д., Дмитриев И.С., Ильин М.Ю., Сличенко М.П.* Многосигнальный максимально правдоподобный алгоритм обнаружения и оценивания направлений прихода и амплитуды напряженности поля плоских монохроматических радиоволн с помощью многоканального радиопеленгатора с антенной системой произвольной конфигурации // Антенны. 2012. № 4. С. 55–65.

5. *Артемов М.Л., Абрамова Е.Л., Сличенко М.П.* Пространственно многоканальное адаптивное обнаружение радиосигналов в частотной области при неидентичных каналах приема // Радиотехника. 2014. № 11. С. 5–10.

6. *Артемов М.Л., Борисов С.Г., Сличенко М.П.* Характеристики максимально правдоподобного обнаружения радиосигналов моноимпульсными обнаружителями-пеленгаторами с антенной системой произвольной конфигурации // Радиотехника. 2014. № 11. С. 11–14.

7. *Krim H, Viberg M.* Two decades of array signal processing research// IEEE Signal Processing Magazine. 1996. Pp. 67–94.

Статья поступила в редакцию 11 сентября 2015 года

УДК 621.396.98

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПЕРСПЕКТИВНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ АППАРАТУРЫ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ГНСС ГЛОНАСС ПО ПОКАЗАТЕЛЮ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ДО СРЫВА СЛЕЖЕНИЯ ЗА ЧАСТОТОЙ НАВИГАЦИОННОГО СИГНАЛА

М.В. Авдеев, к.т.н., начальник группы, 403 военное представительство (г. Воронеж),
e-mail: jiguli-007@inbox.ru
А.В. Журавлев, к.т.н., с.н.с., технический директор, НВП «Протек» (г. Воронеж),
e-mail: protek@protek-vrn.ru
А.В. Коровин, к.т.н., доцент, e-mail: korovin.alexey@mail.ru
А.А. Новиков, начальник лаборатории, e-mail: nowikov.1977@mail.ru
П.В. Рябков, к.т.н., доцент, e-mail: hunterr1@rambler.ru
ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Исследованы алгоритм работы, структура построения, помехоустойчивость по показателю «среднее время до срыва слежения» канала слежения за частотой многоканального навигационного приемника, выполняющего одновременный прием и первичную обработку двух разных типов навигационных сигналов.

Ключевые слова: *глобальная навигационная спутниковая система, навигационный сигнал, частотный дискриминатор, помехоустойчивость.*

PERSPECTIVE GNSS GLONASS USER NAVIGATION EQUIPMENT NOISE STABILITY RESEARCH USING INDICATOR OF NAVIGATING SIGNAL FREQUENCY TRACKING AVERAGE TIME BEFORE FAILURE

M.V. Avdeyev, Ph.D. in Engineering Sciences, head of group, military representative 403 (Voronezh),
e-mail: jiguli-007@inbox.ru
A.V. Zhuravlyov, Ph.D. in Engineering Sciences, senior research engineer, technical director, scientific and innovation enterprise «Protec» (Voronezh), e-mail: protek@protek-vrn.ru
A.V. Korovin, Ph.D. in Engineering Sciences, associate professor, e-mail: korovin.alexey@mail.ru
A.A. Novikov, chief of laboratory, e-mail: nowikov.1977@mail.ru
P.V. Ryabkov, Ph.D. in Engineering Sciences, associate professor, e-mail: hunterr1@rambler.ru
Military Air Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh)

Operation algorithm, structure and noise stability are investigated in terms of average time before failure of channel tracking indicator of multichannel navigating receiver frequency tracking, while the receiver is implementing simultaneous reception and preprocessing of two different types of navigating signals.

Keywords*: global navigating satellite system, navigating signal, frequency discriminator, noise stability.*

В ближайшем будущем количество одновременно доступных измерений для перспективной навигационной аппаратуры потребителей (НАП) возрастет в несколько раз в связи с масштабной модернизацией как уже существующих глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) GPS и ГЛОНАСС, так и с развертыванием новых ГНСС: «GALILEO», «COMPASS» и др. В результате перед перспективной НАП возникает острый вопрос, какие навигационные сигналы использовать при одновременной доступности большого количества навигационных сигналов, притом что набор измеряемых навигационных параметров остается неизменным.

Одним из актуальных решений данной проблемы является использование совместной первичной обработки нескольких типов навигационных сигналов на одной несущей частоте. При этом нет необходимости в изменении конструкции НАП, достаточно лишь переустановить программное обеспечение. Это стало возможным, благодаря применению цифровой обработки сигнала непосредственно на несущей частоте [1, 4, 5].

Цель работы – *разработка цифровой модели канала слежения за частотой сигнала многоканального мультисистемного навигационного приемника ГЛОНАСС, обеспечивающего одно-*

временную совместную обработку нескольких типов навигационных сигналов, и исследование его помехоустойчивости по показателю «среднее время до срыва слежения за сигналом в условиях помех».

В рамках выполненной работы были решены следующие частные задачи:

1) разработка и исследование цифровой модели канала одновременного слежения за частотой по двум типам навигационных сигналов перспективной НАП ГНСС;

2) определение помехоустойчивости исследуемой модели по показателю среднего времени до срыва слежения за несущей частотой навигационного сигнала.

Согласно [2], задача получения оценок информативных процессов, передаваемых навигационным сигналом, относится к задаче нелинейной фильтрации. В этом случае оптимальная (квазиоптимальная) оценка процесса $\tilde{\lambda}_j$ формируется следящей системой, схема которой в обобщенном виде представлена на рис. 1.

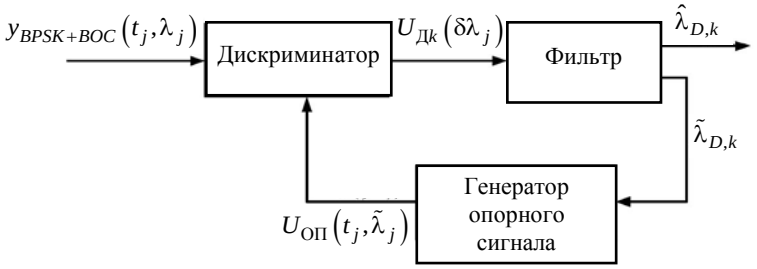


Рис. 1. Обобщенная схема следящей системы

Отсчеты $y(t_j, \lambda_j)$ наблюдаемого процесса в момент времени t_j (следующие с шагом дискретизации T_d) поступают на вход дискриминатора, на второй вход которого поступает опорный сигнал $U_{ОП}(t_j,\tilde{\lambda}_j)$, сформированный для экстраполированного на момент времени t_j значения $\tilde{\lambda}_j$ оцениваемого параметра.

Для синтеза дискриминаторов следящих систем некогерентных приемников полагают, что информативными параметрами являются задержка τ и доплеровское смещение частоты $f_Д$, которые на интервале $[t_{k-1,1},\ t_{k-1,M}]$ полагаются постоянными. Случайная фаза φ_{k-1} является неинформативным параметром, поэтому на входе построенной цифровой модели будем иметь две сигнальные функции[2]:

$$f_{BPSK}\left(Y_1^M|\lambda\right)=c_1 I_0\left(\tilde{X}_{BPSK}\left(T,\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)\right), \quad (1)$$

$$f_{BOC}\left(Y_1^M|\lambda\right)=c_1 I_0\left(\tilde{X}_{BOC}\left(T,\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)\right), \quad (2)$$

где c_1 – нормировочная константа; $\lambda=\left|\tau,\omega_Д\right|^T$; $I_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента;

$$\tilde{X}_{BPSK(BOC)}\left(T,\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)=\sqrt{\tilde{I}^2_{BPSK(BOC)}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)+\tilde{Q}^2_{BPSK(BOC)}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)}, \quad (3)$$

где

$$\tilde{I}_{BPSK(BOC)}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)=\frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK+BOC}\left(t_{k-1,l}\right)(l-1)T_d\, h_{ДК\,BPSK(BOC)}\left(t_{k-1,l}-\tau_{k-1,l}\right)\times$$
$$\times\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l}+\omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) \quad (4)$$

– синфазная составляющая на выходе коррелятора;

$$\tilde{Q}_{BPSK(BOC)}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)=\frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK+BOC}\left(t_{k-1,l}\right)(l-1)T_d\, h_{ДК\,BPSK(BOC)}\left(t_{k-1,l}-\tau_{k-1,l}\right)\times$$
$$\times\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l}+\omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) \quad (5)$$

– квадратурная составляющая на выходе коррелятора.

Сигнал, поступающий на вход исследуемой модели, имеет вид

$$y_{BPSK+BOC}(t_{k-1,l}) = y_{BPSK}(t_{k-1,l}) + y_{BOC}(t_{k-1,l}). \quad (6)$$

Так как сигналы BPSK и BOC излучаются на одной несущей частоте, то информационные параметры τ_k и $\omega_{Дk}$ будут иметь одинаковые значения, следовательно синфазные и квадратурные составляющие на выходе корреляторов канала одновременного слежения за частотой согласно (4, 5) примут вид:

$$\tilde{I}_{BPSK}(\tau_{k-1,1}, \omega_{k-1,1}) =$$

$$= \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK+BOC}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BPSK}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) =$$

$$= \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BPSK}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) +$$

$$+ \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BOC}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BPSK}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right), \quad (7)$$

$$\tilde{Q}_{BPSK}(\tau_{k-1,1}, \omega_{k-1,1}) =$$

$$= \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK+BOC}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BPSK}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) =$$

$$= \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BPSK}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) +$$

$$+ \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BOC}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BPSK}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right), \quad (8)$$

$$\tilde{I}_{BOC}(\tau_{k-1,1}, \omega_{k-1,1}) =$$

$$= \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK+BOC}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BOC}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) =$$

$$= \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BOC}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BOC}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) +$$

$$+ \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BOC}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right), \quad (9)$$

$$\tilde{Q}_{BOC}(\tau_{k-1,1}, \omega_{k-1,1}) =$$

$$= \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK+BOC}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BOC}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) =$$

$$= \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BOC}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BOC}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) +$$

$$+ \frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M} y_{BPSK}(t_{k-1,l})(l-1)T_d h_{ДК\,BOC}(t_{k-1,l} - \tau_{k-1,l})\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right). \quad (10)$$

Взаимные корреляционные функции дальномерных кодов и, соответственно, сигналов BPSK и BOC можно положить равными нулю, так как формирующие их М-последовательности выбираются некоррелированными; соответственно выражения (7–10) примут вид:

$$\tilde{I}_{BPSK}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)=$$

$$=\frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M}y_{BPSK}\left(t_{k-1,l}\right)(l-1)T_d h_{\text{ДК}\,BPSK}\left(t_{k-1,l}-\tau_{k-1,l}\right)\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l}+\omega_{\text{Д};k-1,1}(l-1)T_d\right), \quad (11)$$

$$\tilde{Q}_{BPSK}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)=$$

$$=\frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M}y_{BPSK}\left(t_{k-1,l}\right)(l-1)T_d h_{\text{ДК}\,BPSK}\left(t_{k-1,l}-\tau_{k-1,l}\right)\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l}+\omega_{\text{Д};k-1,1}(l-1)T_d\right), \quad (12)$$

$$\tilde{I}_{BOC}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)=\frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M}y_{BOC}\left(t_{k-1,l}\right)(l-1)T_d h_{\text{ДК}\,BOC}\left(t_{k-1,l}-\tau_{k-1,l}\right)\cos\left(\omega_0 t_{k-1,l}+\omega_{\text{Д};k-1,1}(l-1)T_d\right), \quad (13)$$

$$\tilde{Q}_{BOC}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1}\right)=\frac{A}{\sigma^2}\sum_{l=1}^{M}y_{BOC}\left(t_{k-1,l}\right)(l-1)T_d h_{\text{ДК}\,BOC}\left(t_{k-1,l}-\tau_{k-1,l}\right)\sin\left(\omega_0 t_{k-1,l}+\omega_{\text{Д};k-1,1}(l-1)T_d\right). \quad (14)$$

Проанализировав алгоритмы работы частотных дискриминаторов, приведенные в [2], по критерию наибольшей крутизны дискриминационной характеристики (ДХ), выбираем частотный дискриминатор канала слежения за частотой навигационного сигнала согласно следующему выражению:

$$I_p(k)Q_p(k-1)-I_p(k-1)Q_p(k), \quad (15)$$

который близок к оптимальному при малом отношении сигнал/шум, крутизна дискриминационной характеристики зависит от амплитуды A^2 и требует минимальных вычислительных затрат.

Обратная связь представлена с помощью сглаживающего фильтра, реализованного на дискретном фильтре второго порядка, так как согласно [2] данный фильтр обеспечивает слежение за изменением информативного процесса на входе модели, обусловленного заданной динамикой движения объекта, то есть выдает оценку $\hat{\omega}_{\text{Д}}$. Используя дискретный интегратор с коэффициентом передачи

$$K(z)=\frac{T}{z-1}, \quad (16)$$

получаем коэффициент передачи дискретного фильтра

$$K(z)=\frac{K_{\text{ф}2}T}{z-1}\left(\frac{T}{z-1}T_{\text{ф}}\right), \quad (17)$$

который, в свою очередь, подбирается согласно динамики движения объекта и крутизны ДХ.

При решении первой частной задачи была разработана цифровая модель канала одновременного слежения за частотой по двум типам навигационных сигналов, которая в обобщенном виде приведена на рис. 2.

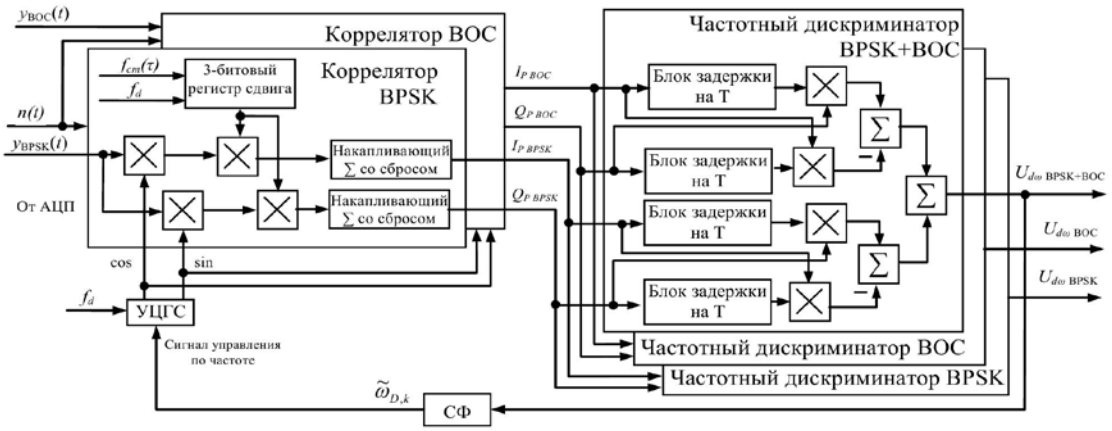


Рис. 2. Схема канала одновременного слежения за частотой по двум типам навигационных сигналов

В качестве исследуемых навигационных сигналов рассмотрим BPSK(5) и BOC(5.2,5) – сигналы, предположительно планируемые к излучению с перспективных навигационных космических аппаратов ГЛОНАСС. Информация об исходных данных по параметрам используемых навигационных сигналов была получена из открытых источников и интерфейсных контрольных документов ГНСС [3].

На рис. 3 представлены кривые ДХ частотных дискриминаторов, выполняющих как раздельную обработку, так и одновременную совместную обработку приведенных выше навигационных сигналов, согласно следующих выражений:

$$u_{d\omega BPSK(BOC)} = \\ = I_{pBPSK(BOC)}(k)Q_{pBPSK(BOC)}(k-1) - \\ - I_{pBPSK(BOC)}(k-1)Q_{pBPSK(BOC)}(k), \quad (18)$$

$$u_{d\omega BPSK+BOC} = I_{pBPSK}(k)Q_{pBPSK}(k-1) - \\ - I_{pBPSK}(k-1)Q_{pBPSK}(k) + \\ + I_{pBOC}(k)Q_{pBOC}(k-1) - I_{pBOC}(k-1)Q_{pBOC}(k). \quad (19)$$

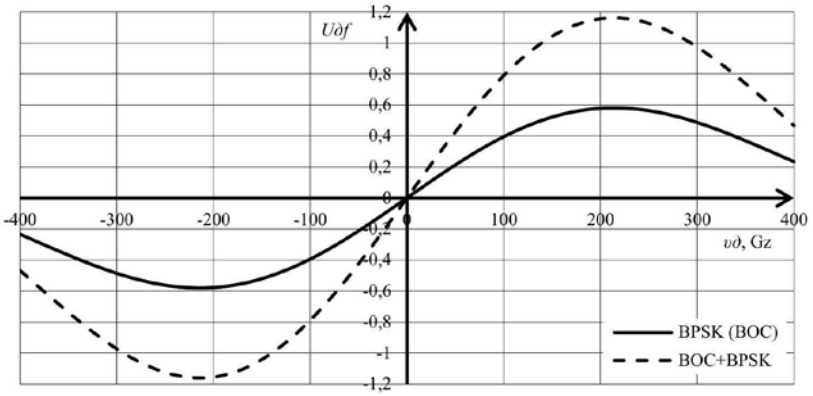


Рис. 3. Дискриминационные характеристики

Из рисунка видно, что кривые имеют линейный участок в пределах ширины апертуры ДХ; напряжение рассогласования на выходе частотного дискриминатора, выполняющего совместную обработку навигационных сигналов, выше практически в два раза.

Во второй части выполненной работы была исследована помехозащищенность модели по определению показателя среднего времени до срыва слежения за навигационным сигналом по следующей методике.

На вход цифровой модели подавалась аддитивная смесь сигнала и помехи:

$$\hat{y}_{BPSK+BOC}(t_{k-1,l}) = \\ = y_{BPSK}(t_{k-1,l}) + y_{BOC}(t_{k-1,l}) + n(t), \quad (20)$$

где $n(t)$ – белый гауссовский шум (БГШ), ограниченный полосой пропускания канала слежения за частотой навигационного сигнала.

На выходе корреляторов канала одновременного слежения за частотой согласно (11)–(14) формировались $\hat{I}_{BPSK}(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1})$, $\hat{I}_{BOC}(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1})$, $\hat{Q}_{BPSK}(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1})$, $\hat{Q}_{BOC}(\tau_{k-1,1},\omega_{k-1,1})$ – синфазные и квадратурные составляющие при наличии шума [4–6].

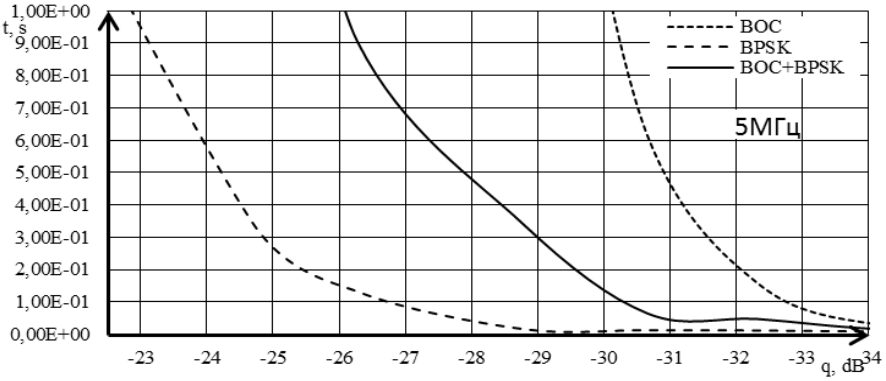
На выходе частотного дискриминатора определялись отсчеты напряжения при воздействии шума и динамики движения объекта из расчета изменения частоты Доплера в пределах 200 Гц.

Отсчеты напряжения на выходе следящей системы за частотой сравнивались с порогом, который был определен из расчета максимального напряжения рассогласования на выходе частотных дискриминаторов в пределах ширины апертуры раскрыва ДХ (160 Гц) (рис. 3), соответственно, для частотных дискриминаторов, выполняющих раздельное слежение за навигационными сигналами $U_{\text{порога}} = 0{,}538$ мВ, а для частотного дискриминатора, выполняющего одновременное слежение за навигационными сигналами, – $U_{\text{порога}} = 1{,}077$ мВ.

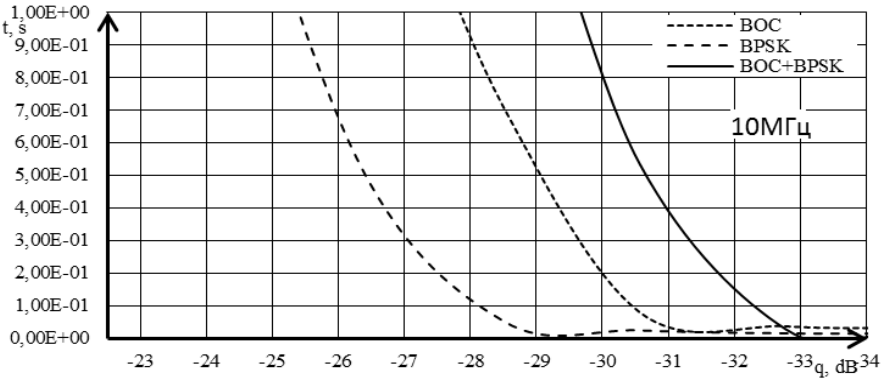
Среднее время до срыва слежения определялось как модельное время, в момент которого напряжение на выходе следящей системы при

воздействии помехи превышало заданный порог. В процессе расчетов модельное время жестко привязывалось к реальному времени.

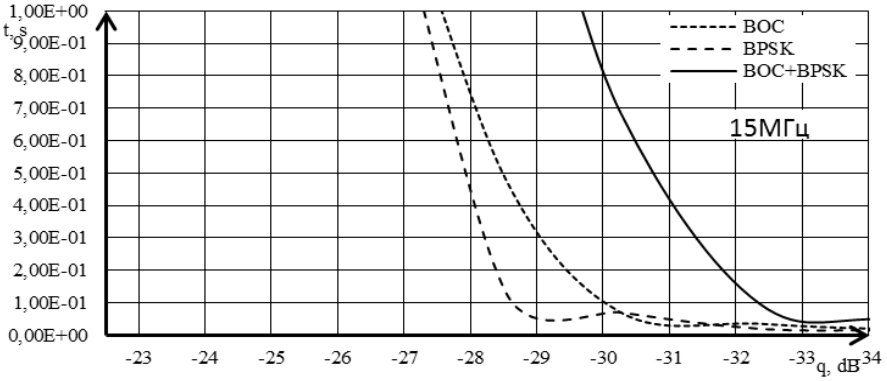
На рис. 4 (а, б, в) представлены кривые среднего времени до срыва слежения в зависимости от воздействия помехи с различной шириной спектра, соответственно 5 МГц, 10 МГц и 15 МГц, что соизмеримо с шириной спектра исследуемых навигационных сигналов.



а)



б)



в)

Рис. 4. Кривые среднего времени до срыва слежения за навигационным сигналом для ширины спектра помехи 5 МГц (а), 10 МГц (б), 15 МГц (в)

Предложена модель канала слежения за частотой одновременной совместной первичной обработки двух типов навигационных сигналов некогерентного приемника ГНСС. Определена помехоустойчивость данной цифровой модели по показателю среднего времени до срыва слежения за навигационными сигналами при воздействии помех с различной интенсивностью. Показано, что помехоустойчивость канала одновременного слежения за навигационными сигналами при воздействии помехи с шириной спектра 10 МГц и более выше, чем каналов, осуществляющих раз-

дельное слежение за навигационными сигналами порядка, на 2…4 дБ. Однако при воздействии помехи с шириной спектра менее 10 МГц помехоустойчивость канала одновременного слежения за навигационными сигналами выше, чем канала отдельного слежения за навигационным сигналом типа BPSK, но ниже, чем помехоустойчивость канала отдельного слежения за навигационным сигналом типа BOC.

Литература

1. *Миронов В.А., Коровин А.В., Неровный В.В.* Основные проблемы и направления развития систем спутниковой радионавигации // Материалы 18 Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж: ВГУ, 2012. С. 1611–1623.

2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

3. *Перов А.И.* Основы построения спутниковых радионавигационных систем. Учебное пособие. М.: Радиотехника, 2012. 240 с.

4. *Миронов В.А., Коровин А.В., Неровный В.В., Новиков А.А.* Исследование помехоустойчивости навигационного приемника СРНС при совместной обработке различных типов навигационных сигналов // Сборник трудов XIX Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж: ВГУ, 2013. С. 1841–1849.

5. *Авдеев М.В., Журавлев А.В., Коровин А.В., Неровный В.В.* Повышение помехозащищенности навигационной аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем за счет совместной обработки различного типа навигационных сигналов // Сборник трудов XIV Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж: ВГУ, 2010. С. 1583–1589.

6. *Перов А.И., Болденков Е.Н., Григоренко Д.А.* Упрощенная аналитическая методика оценки потенциальной помехоустойчивости оптимальных следящих систем приёмников спутниковой навигации // Радиотехника. 2003. № 7. С. 78–87.

Статья поступила в редакцию 30 июня 2015 года

УДК 621.396.677.33

СИНТЕЗ КОЛЬЦЕВЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК НА ОСНОВЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ

Л.И. Аверина, д. ф.-м. н., доцент, Воронежский гос. ун-т, e-mail: averina@phys.vsu.ru
А.А. Лещинский, аспирант, Воронежский гос. ун-т, e-mail: edinorog-2008@ya.ru
Ю.С. Балашов, д. ф.-м. н., профессор, Воронежский гос. тех. ун-т

Рассмотрена задача синтеза фазированной кольцевой антенной решетки, имеющей диаграмму направленности с требуемым уровнем боковых лепестков, а также антенной решетки с многолучевой диаграммой направленности. Метод синтеза основан на применении эвристических алгоритмов определенного типа – генетических. Приводится сравнение характеристик синтезированной антенной решетки с характеристиками решетки, рассчитанной по стандартным формулам, а также способ построения адаптивной цифровой антенной системы на базе такой решетки.

Ключевые слова: *кольцевая антенная решетка, многолучевая диаграмма направленности, генетический алгоритм.*

RING ANTENNA ARRAY SYNTHESIS BASED ON HEURISTIC ALGORITHMS

L.I. Averina, D.D. in Physics and Mathematics, associate professor, Voronezh State University, e-mail: averina@phys.vsu.ru
A.A. Leshchinsky, postgraduate student, Voronezh State University, e-mail: edinorog-2008@ya.ru
Yu.S. Balashov, D.D. in Physics and Mathematics, professor, Voronezh State Engineering University

Problems of synthesis of a phase ring antenna array with specific side lobe level radiation pattern and antenna array with multibeam radiation pattern are investigated. The synthesis method is based on implementation of heuristic algorithms of a particular type, so-called genetic algorithms. Comparison of the synthesized antenna array characteristics with standard antenna array synthesis characteristics is given; a method for adaptive digital antenna system design based on this array is also presented. Also adaptive antenna system design based on this approach was considered.

Keywords: *ring antenna array, multibeam radiation pattern, genetic algorithm.*

При разработке современных систем связи требуется создание фазированных антенных решеток (ФАР) с требуемыми характеристиками (диаграммой направленности, коэффициентом усиления и др.). Для этого при конструировании антенных решеток необходимо оптимизировать не только их структуру (форму, размеры, число элементов), но также и схемы управления характеристиками сигналов возбуждения антенных элементов. Поскольку современные ФАР могут иметь сложную форму (кольцевые, планарные, конформные) и неоднородное амплитудно-фазовое распределение по элементам, синтез таких решеток представляет собой сложную оптимизационную задачу, то есть задачу поиска условного минимума целевой функции многих переменных.

Такие сложные многомерные оптимизационные задачи требуют применения мощных вычислительных алгоритмов. Одним из достаточно эффективных методов их решения являются так называемые генетические алгоритмы, относящиеся к классу эвристических [1]. В настоящей работе рассматривается возможность применения генетических алгоритмов для синтеза кольцевых адаптивных цифровых фазированных антенных решеток, диаграмма направленности которых имеет требуемый уровень боковых лепестков, а также для синтеза решеток с многолучевой диаграммой направленности.

Синтез кольцевых антенных решеток на основе аналитических соотношений

Стандартные методы синтеза антенных решеток (АР) с требуемой диаграммой направленности основываются на точном представлении известного распределения поля в виде рядов или интегралов. Диаграмма направленности (ДН) кольцевой АР в горизонтальной плоскости имеет вид [2, 5]:

$$E(\varphi) = \sum_{n=0}^{N-1} \dot{A}_n \exp\left(ikR\cos\left(\varphi_n - \varphi\right)\right),$$

$$\varphi_n = 2\pi n / N. \qquad (1)$$

Здесь N – число элементов в кольце, $\dot{A}_n$ – комплексные амплитуды сигналов возбуждения

элементов АР, R – радиус решётки, k – волновое число. Для решетки, ДН которой сфазирована под некоторым углом φ_0, формула (1) примет вид

$$E(\varphi) = \sum_{n=0}^{N-1} \dot{A}_n \exp\left(ikR\left(\cos(\varphi_n - \varphi) - \cos(\varphi_n - \varphi_0)\right)\right),$$

$$\varphi_n = 2\pi n / N, \qquad (2)$$

где амплитудно-фазовые коэффициенты имеют уже, вообще говоря, другие значения. Задача синтеза АР заключается в вычислении неизвестных амплитудно-фазовых коэффициентов $\dot{A}_n$.

Рассмотрим синтез диаграммы направленности кольцевой ФАР, т.е. вычисление неизвестных амплитудно-фазовых коэффициентов $\dot{A}_n$, в соответствии со стандартными формулами [3]. Для этого рассмотрим выражение (1) и, разлагая $\exp\left(ikR\cos(\varphi - \varphi_n)\right)$ в ряд Фурье, представим его в следующем виде:

$$E(\varphi) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \dot{A}_n J_m(kR) \exp\left(im(\varphi - \varphi_n)\right) =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m B_m J_m(kR) \exp(im\varphi),$$

$$B_m = \sum_{n=0}^{N-1} \dot{A}_n \exp(-im\varphi_n). \qquad (3)$$

Это выражение представляет собой разложение функции $E(\varphi)$ в ряд Фурье, коэффициенты которого определяются по формуле

$$B_m i^m J_m(kR) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E(\varphi) \exp(-im\varphi) d\varphi \qquad (4)$$

или

$$B_m = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{i^m J_m(kR)} \int_{-\pi}^{\pi} E(\varphi) \exp(-im\varphi) d\varphi. \qquad (5)$$

Функция распределения поля по апертуре антенны определяется как

$$D(\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m \exp(im\varphi). \qquad (6)$$

В самом деле, если подставить в (6) выражение для коэффициентов B_m из (3), то получим

$$D(\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} \dot{A}_n \exp(-im\varphi_n) \exp(im\varphi) =$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} \dot{A}_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp\left(im(\varphi - \varphi_n)\right) =$$

$$= 2\pi \sum_{n=0}^{N-1} \dot{A}_n \delta(\varphi - \varphi_n). \qquad (7)$$

Искомая ДН может быть вычислена в соответствии с формулой

$$E(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} D(\theta) \exp\left(ikR\cos(\varphi - \theta)\right) d\theta. \qquad (8)$$

Это выражение может быть проверено подстановкой в него соотношения (7). Оно описывает диаграмму направленности антенны с непрерывной апертурой. Для диаграммы направленности кольцевой АР, состоящей из идеальных точечных излучателей, $\theta = \varphi_n = 2\pi n / N$, $d\theta \to 2\pi / N$, а интеграл (8) переходит, соответственно, в сумму

$$E(\varphi) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} D(\varphi_n) \exp\left(ikR\cos(\varphi - \varphi_n)\right). \qquad (9)$$

Таким образом, для синтеза АР с требуемой диаграммой направленности необходимо вычисление функции распределения поля по апертуре $D(\varphi)$ в соответствии с формулами (6). ДН решетки определяется формулой (9).

Рассмотрим синтез АР с требуемой диаграммой направленности. Пусть необходимо синтезировать решетку, ДН которой имеет заданный уровень боковых лепестков (УБЛ). Было показано [2, 3], что оптимальным решением такой задачи является антенна, ДН которой описывается распределением Дольфа-Чебышева. Для данного уровня боковых лепестков это распределение обладает наименьшей шириной главного лепестка. Для круговой АР оно имеет вид [3]:

$$S(\varphi) = T_\nu\left(x_0 - (x_0 + 1)\left(\sin(\varphi / 2)\right)^2\right),$$

$$x_0 = \cosh\left(\frac{1}{\nu} a\cosh\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right). \qquad (10)$$

Здесь $T_\nu(x)$ – многочлен Чебышева 1-го рода ν-го порядка, ε – отношение уровня боковых лепестков к уровню основного лепестка.

Для получения АР с диаграммой направленности, фазированной под некоторым углом φ_0 в соответствии с распределением Дольфа-Чебышева, были использованы соотношения (5) и (6). Результаты численного расчета функции распределения поля и диаграммы направленности для однокольцевой АР представлены на рис. 1.

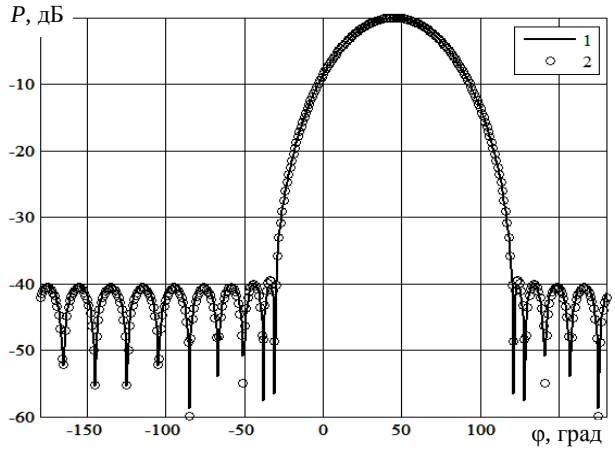


Рис. 1. Распределение Дольфа-Чебышева (кривая 1) и ДН однокольцевой АР, фазированная под углом $\varphi_0 = 45°$ (кривая 2)

При расчете были взяты следующие значения параметров: $\nu = 7$, $\varepsilon = 10^{-4}$ (уровень боковых лепестков –40 дБ), число элементов в АР $N = 16$, радиус $R = 0{,}2$ м, длина волны $\lambda = 0{,}4$ м. Из формул (1), (2) и (6) следует, что коэффициенты $\dot{A}_n$ можно определить как

$$\dot{A}_n = \frac{1}{N} D(\varphi_n),\ \varphi_n = 2\pi / N, \qquad (11)$$

то есть необходимо вычислять значения функции $D(\varphi)$ в точках $\varphi_n = 2\pi n / N$. Из формул (8), (9) и (11) следует, что количество элементов АР должно быть не меньше определенного значения, иначе не удается дискретизировать функцию $D(\varphi)$ в требуемых пределах, и характеристики АР ухудшаются.

На практике реализация подобного метода довольно сложна из-за необходимости точного воспроизведения сложного апертурного распределения токов по элементам решетки. Метод синтеза АР, основанный на представлении требуемого распределения поля в виде рядов, обеспечивает абсолютную сходимость, но он чувствителен к небольшим изменениям параметров ФАР, например длины излучаемой волны. Для расчетов АР более сложной формы, например состоящих из двух и более колец, а также с учетом реальных ДН отдельных антенных элементов, получение аналитических формул становится затруднительно. Также встает вопрос о возможной оптимизации параметров ФАР при условии наличия ограничений.

Эти трудности можно преодолеть с помощью эвристических алгоритмов случайного поиска, например, относящихся к классу генетических алгоритмов [1].

Синтез кольцевых антенных решеток на основе генетических алгоритмов

Генетические алгоритмы относятся к эвристическим алгоритмам случайного поиска, позволяющим эффективно использовать накопленную в процессе работы алгоритма информацию. Эвристический алгоритм – это алгоритм решения задачи, правильность которого для всех возможных случаев не доказана, но про который известно, что он даёт достаточно хорошее решение в большинстве случаев, даже если при этом результат неточный, но всё же приемлемый. Эвристические алгоритмы широко применяются для решения задач высокой вычислительной сложности, где невозможен простой перебор вариантов или иные методы решения. В генетических алгоритмах используются методы, основанные на механизмах естественного отбора – скрещивании, мутации и наследовании, которые применяются при формировании вектора возможных решений задачи [1]. Главное достоинство алгоритмов случайного поиска заключается в переборе большого числа направлений поиска возможных решений, что позволяет использовать алгоритмы для решения многомерных задач, с которыми не справляются детерминированные алгоритмы. В задачах, решаемых в данной работе, генетические алгоритмы применяются для поиска минимума целевой функции многих переменных, которая также требует многократного вычисления значения в разных точках в ходе каждой итерации.

Задача, для решения которой были применены генетические алгоритмы, заключалась в синтезе кольцевой фазированной антенной решетки, формирующей диаграмму направленности с требуемыми характеристиками, например с заданным уровнем боковых лепестков. При расчетах с помощью численных методов оптимизации необходимо синтезировать антенну с ДН,

которая будет минимально уклоняться от требуемого распределения в среднеквадратическом смысле, что более устойчиво при изменении параметров решетки.

Генетический алгоритм, реализованный в среде MATLAB, минимизировал функцию F среднеквадратической ошибки (уклонения) диаграммы направленности $E(\varphi)$ (2) от искомого распределения (10) с параметрами $\nu = 7$, $\varphi_0 = 45°$, $\varepsilon = 10^{-4}$ (уровень боковых лепестков –40 дБ):

$$F = \sqrt{\sum_i \left(\lg\left(E(\varphi_i)\right) - \lg\left(S(\varphi_i)\right)\right)^2}. \qquad (12)$$

Здесь суммирование проводилось по множеству узловых точек, в которых уклонение диаграммы направленности должно быть минимальным. Расчеты проводились для однокольцевой антенной решетки с $N = 16$ элементами. Полученная диаграмма направленности изображена на рис. 2. Видно, что она имеет практически заданный УБЛ.

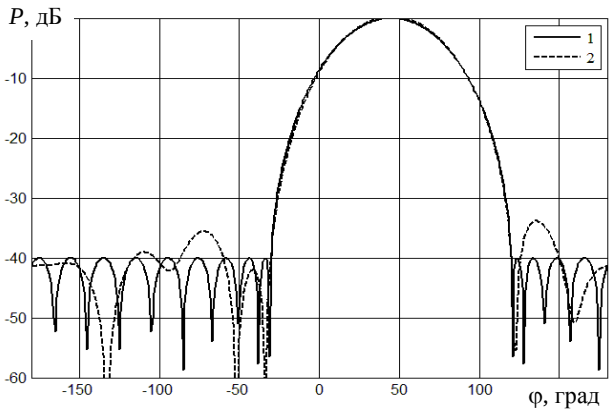


Рис. 2. Диаграмма направленности однокольцевой ФАР (кривая 1), рассчитанная по методу минимизации среднеквадратического отклонения от заданного распределения Дольфа-Чебышева (кривая 2)

Эвристические алгоритмы могут применяться также для расчета амплитудно-фазового распределения на элементах АР с ДН более сложной формы, например многолучевой [4]. Рассмотрим некоторые особенности синтеза кольцевых антенных решеток на основе применения генетических алгоритмов на примере задачи построения решетки с многолучевой ДН.

Пусть необходимо получить трехлучевую ДН следующего вида (рис. 3,а):

$$S(\varphi) = A_{01}\sin c\left(\frac{ka}{2}\sin\left(\varphi - \varphi_{01}\right)\right) +$$

$$+A_{02}\sin c\left(\frac{ka}{2}\sin\left(\varphi - \varphi_{02}\right)\right) +$$

$$+A_{03}\sin c\left(\frac{ka}{2}\sin\left(\varphi - \varphi_{03}\right)\right),$$

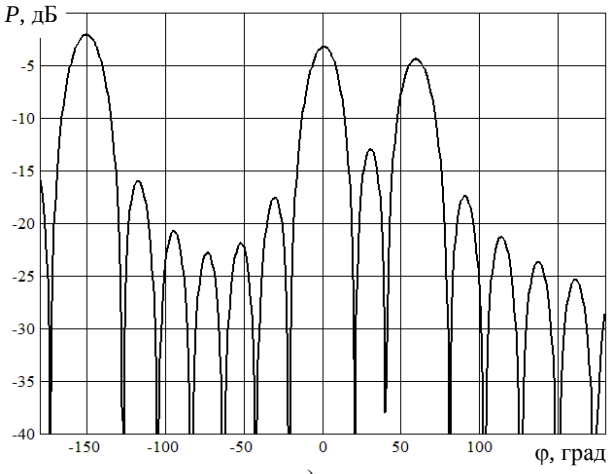
$$\sin c(x) = \sin(x)/x. \qquad (13)$$

Здесь параметры имеют следующие значения: $a = 1$, $A_{01} = 0{,}75$, $A_{02} = 0{,}6$, $A_{03} = 0{,}5$, $k = 2\pi/\lambda$, $\varphi_{01} = -150°$, $\varphi_{02} = 0°$, $\varphi_{03} = 60°$. Пусть также каждый антенный элемент имеет ДН следующей формы (рис. 3,б):

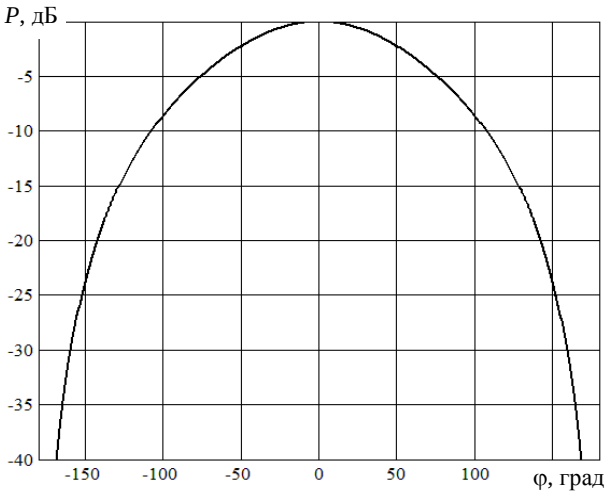
$$S_{el\,n}(\varphi) = \frac{1}{2}\sin c\left(\frac{ka_{el}}{2}\sin\left(\varphi - 2\pi(n-1)/N\right)\right)\times$$

$$\times\left(\cos\left(\varphi - 2\pi(n-1)/N\right) + 1\right). \qquad (14)$$

Здесь $a_{el} = 0.25/\lambda$, $n = 1,\ldots,N$, т.е. элемент обладает однонаправленным излучением.



а)



б)

Рис. 3: а) Трехлучевая ДН (13), б) ДН отдельного элемента АР

ДН кольцевой АР представлялась в виде соотношения (1). При синтезе были приняты следующие значения параметров антенны: число элементов $N = 16$, радиус решётки $R = 0{,}6$ м, $\lambda = 0{,}42$ м. Также было задано дополнительное условие: УБЛ не должен превышать –15 дБ. В результате работы алгоритма минимизации среднеквадратической ошибки (12) на основе генетического алгоритма получили ДН, представленную на рис. 4,а. Видно, что данный алгоритм позволяет синтезировать антенную систему с заданной диаграммой направленности.

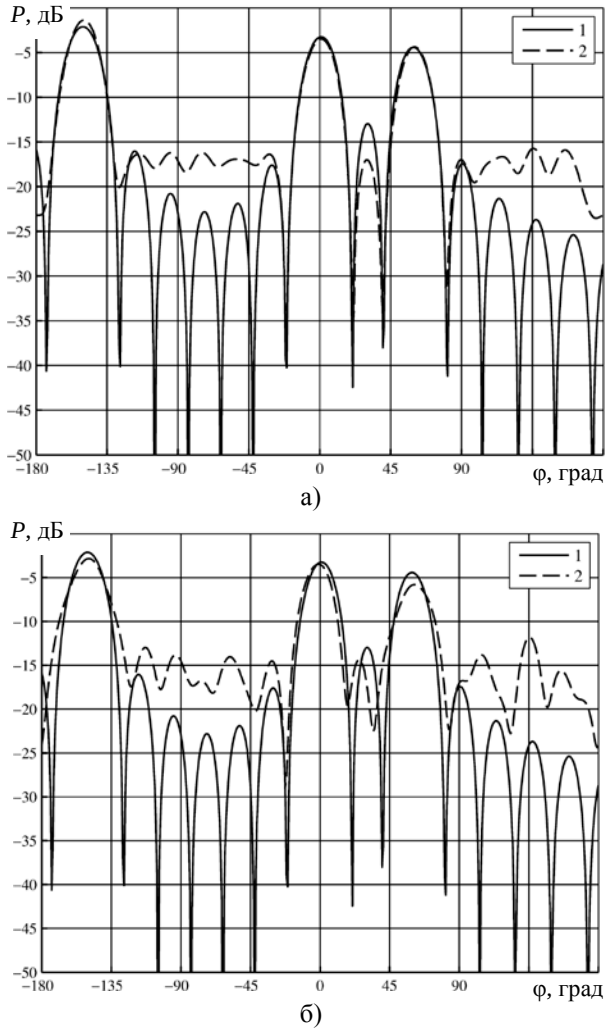


Рис. 4: а) Заданная трёхлучевая ДН (кривая 1) и синтезированная ДН (кривая 2) б) Заданная и синтезированная ДН при отстройке волнового вектора на 10%

Поскольку численный алгоритм минимизации среднеквадратической ошибки не основан на строгом математическом подходе, требующем абсолютной сходимости, то небольшие отклонения от расчетных значений параметров не приводят к сильным искажениям характеристик ФАР. На рис. 4,б изображены ДН кольцевой АР с теми же амплитудно-фазовыми коэффициентами, но при отстройке волнового числа на $\Delta k = 0{,}1k$. Как видно, эвристический алгоритм менее чувствителен к небольшим изменениям параметров. Поэтому амплитудно-фазовые коэффициенты ФАР, рассчитанные таким методом, обеспечивают большую широкополосность антенной системы.

Заключение

Рассмотренные задачи демонстрируют возможности применения генетических алгоритмов для синтеза и моделирования кольцевых антенных решёток. Наличие большого количества параметров и методов делают генетические алгоритмы гибким и мощным инструментом для решения поставленных задач. Отсутствие строгого математического обоснования и требования абсолютной сходимости эвристического алгоритма позволяют накладывать дополнительные нелинейные ограничения на параметры системы и конструировать решётки с диаграммой направленности сложной формы. Также антенные системы, синтезированные с помощью этих методов, обладают большей широкополосностью и менее чувствительны к небольшим изменениям параметров.

Литература

1. *Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М.* Генетические алгоритмы: учебное пособие для студ.вузов. М.: Физматлит, 2006. 319 с.

2. *Зелкин Е.Г., Соколов В.Г.* Методы синтеза антенн: фазированные антенные решетки и антенны с непрерывным раскрывом. М.: Советское радио, 1980. 294 с.

3. *Stearns C.O., Stewart A.C.* An investigation of concentric ring antennas with low sidelobes // IEEE Transactions on Antenna and Propagations. 1965. Vol. AP-13, № 6. Pp. 856–863.

4. *Chaker H.* Null steering and multi-beams design by complex weight of antennas array with the use of APSO-GA // WSEAS transactions on communications. 2014. Vol. 13. Pp. 99–108.

5. *Watanabe F.A., Goto N., Nagayama A., Yoshida G.* Pattern synthesis of circular arrays by phase adjustment // IEEE Transaction on antennas and propagation. 1980. Vol. AP-28, № 6. Pp. 857–863.

Статья поступила в редакцию 27 августа 2015 года

УДК 621.396.98

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ВАРИАНТЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СОВМЕСТИМОСТИ ОТЕЧЕСТВЕННЫХ ПЕРЕДАТЧИКОВ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ РАДИОПОМЕХ С ОТЕЧЕСТВЕННЫМИ РАДИОПРИЕМНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ

О.В. Беспалов, начальник сектора, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: ledge@mail.ru
А.В. Журавлев, с.н.с., гл. конструктор, зам. ген. директора, e-mail: protek@protek-vrn.ru
В.М. Безмага, с.н.с., в.н.с., e-mail: bezmaga@mail.ru
А.В. Смолин, вед. инженер, зам. нач. отдела, e-mail: smolinalexe@yandex.ru
ОАО НВП «ПРОТЕК»

Изложены основные результаты генерации и анализа альтернативных вариантов технических решений по обеспечению электромагнитной совместимости отечественных передатчиков преднамеренных радиопомех с отечественными радиоприемными устройствами, работающими на совпадающих частотах.

Ключевые слова: *электромагнитная совместимость, передатчик радиопомех, радиоприемное устройство.*

ALTERNATIVES TO ENSURE ELECTROMAGNETIC COMPATIBILITY FOR DOMESTIC JAMMERS AND DOMESTIC RADIO RECEIVERS

O.V. Bespalov, head of sector, JSC «Sozvezdie» Concern», e-mail: ledge@mail.ru
A.V. Zhuravlyov, senior research engineer, chief designer, deputy general director, e-mail: protek@protek-vrn.ru
V.M. Bezmaga, senior research engineer, leading research engineer, e-mail: bezmaga@mail.ru
A.V. Smolin, leading engineer, deputy head of department, e-mail: smolinalexe@yandex.ru
OJSC SPE «PROTEK»

The main results of elaboration and analysis of alternative engineering solutions that ensure electromagnetic compatibility for domestic jammers and domestic radio receivers operating simultaneously on a co-frequency basis are presented.

Keywords: *electromagnetic compatibility, jammer, radio receiver.*

Известные меры и способы обеспечения электромагнитной совместимости (ЭМС) отечественных передатчиков преднамеренных радиопомех с отечественными радиоприемными устройствами [1] (частотное и пространственное разделение, ограничение внеполосного и побочного излучения и приема и ряд других) были разработаны применительно к случаям одновременного функционирования этих передатчиков и радиоприемных устройств на несовпадающих несущих частотах. В ряде случаев эти меры оказались недостаточными. Впервые с таким обстоятельством пришлось столкнуться при радиоподавлении навигационной аппаратуры потребителей (НАП) глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС).

Известно, что отечественная ГНСС ГЛОНАСС может использоваться условным противником совместно с собственными ГНСС (типа Navstar/GPS, Galileo Compass/Beidou и др.) для повышения эффективности управления войсками и оружием, включая наведение боевых средств высокоточного оружия. Поэтому в общем комплексе мер по снижению боевых возможностей противника отечественная ГНСС ГЛОНАСС становится важным объектом радиоподавления, равно как и зарубежные ГНСС.

С другой стороны, зарубежные ГНСС находят совместно с отечественной ГНСС ГЛОНАСС применение в ВС РФ для решения задач управления своими войсками и оружием. Поэтому отечественная навигационная аппаратура потребителей, использующая комплексно сигналы космических аппаратов ГЛОНАСС и аналогичных зарубежных систем, является важным объектом защиты от преднамеренных помех, в том числе создаваемых отечественными передатчиками.

Известные отечественные и зарубежные средства создания помех, предназначенные для зонального радиоподавления НАП ГНСС, одинаково эффективно воздействуют на НАП противника и НАП своих войск. Поэтому проводятся исследования новых нетрадиционных спосо-

бов обеспечения ЭМС, снижающих эффективность радиоподавления НАП своих войск без снижения эффективности радиоподавления НАП противника. В основу новых способов положено использование информации, отсутствующей у противника. Такой информацией является алгоритм формирования помехового сигнала.

В ранее опубликованной литературе [2–4] приведены исследования одного из возможных нетрадиционных способов обеспечения ЭМС. Однако рассмотренный ранее способ не является единственно возможным. В настоящей работе проводится генерация и сравнительный анализ альтернативных способов обеспечения ЭМС отечественных передатчиков преднамеренных радиопомех с отечественными радиоприемными устройствами, работающими на совпадающих частотах без потери эффективности радиоподавления радиоприемных устройств, используемых противником.

1. Основные определения, понятия, закономерности и ограничения

1.1. Условия функционирования отечественного радиоприемного устройства

Основные определения, понятия, закономерности и ограничения в полной мере соответствуют принятым в [2, 4].

Условия функционирования отечественного радиоприемного устройства, рассматриваемые в настоящей работе, показаны на рис. 1.

Рис. 1. Условия функционирования отечественного радиоприемного устройства

Отечественный самолет-постановщик помех излучает радиопомехи (в общем случае средства создания радиопомех могут быть не только воздушного, но и наземного космического, и (или) надводного базирования). Помеховый сигнал появляется на выходе антенны отечественного приемного устройства и поступает на вход селектора полезного сигнала. Селектор включен между выходом приемной антенны и входом приемного устройства. Не исключен вариант включения селектора между выходом УПЧ радиоприемника и оконечным оборудованием обработки данных.

Кроме помеховых радиосигналов на вход приемного устройства воздействуют полезные радиосигналы. Специальные требования к структуре полезных сигналов не предъявляются. Это могут быть прямые (связные, радионавигационные) или отраженные от цели зондирующие сигналы. Количество источников полезных сигналов не ограничено.

Структура радиопомех, допускающих подавление предложенным ниже нетрадиционным способом, имеет ограничения. Это в обязательном порядке должна быть радиопомеха, формируемая цифровым синтезатором. Примером такой помехи является маскирующая помеха, фазово-кодоманипулированная (ФКМн) псевдослучайной последовательностью импульсов (ПСП). Подобная помеха широко используется в современной технике радиоподавления.

Другим требованием к структуре радиопомехи является отсутствие ее взаимной корреляции с полезным сигналом.

1.2. Математическая модель помехового сигнала

Для обозначения команд, функций, операторов и функциональных блоков в настоящей работе использован язык программирования свободно распространяемой системы компьютерной математики Scilab версии 5.5.0. Эта система предназначена для осуществления сложных вычислений с векторами, матрицами и полиномами. Под вектором в Scilab понимается одномерный массив чисел, а под матрицей – двумерный массив. При этом по умолчанию предполагается, что любая заданная переменная является вектором или матрицей. Например, отдельное заданное число система воспринимает как матрицу размером (1×1), а вектор-строку из N элементов – как матрицу размером (1×N).

Рассмотрению подлежит преднамеренная помеха, представленная как вектор размерности (1×T), состоящий из последовательности примы-

кающих друг к другу высокочастотных элементарных импульсов вида

$$t = 1 : m \cdot n + 1;$$
$$\mathbf{pu}(t) = sin\left(2 \cdot \%pi \cdot (t-1)/n\right), \quad (1)$$

умноженных на +1 или –1 согласно принятому закону кодирования **cod**(*p*).

Здесь и далее приняты следующие обозначения:

n – количество шагов квантования по времени в одном периоде высокочастотного заполнения;

m – количество периодов высокочастотного заполнения в элементарном импульсе.

Умножение элементарного импульса на –1 адекватно изменению на π начальной фазы его высокочастотного заполнения, именно поэтому рассматриваемая помеха получила название ФКМн помехи.

В качестве закона кодирования можно использовать М-последовательность, код Голулда, код Баркера и др. Не нарушая общности рассуждений, примем при дальнейшем рассмотрении в качестве закона кодирования матрицу-строку **cod**(*p*) размерности (1×*P*), которая моделируется с использованием следующего алгоритма:

$$P = ceil\left(T/(m \cdot n)\right);$$
$$\mathbf{cod}(1:P) = 0;$$
$$for\ p = 1:P;$$
$$\quad \mathbf{cod}(p) = grand(1,1,"nor",0,1);$$
$$\quad \mathbf{cod}(p) = sign\left(\mathbf{cod}(p)\right);$$
$$end. \quad (2)$$

Количество элементов *P* в матрице строке **cod**(*p*) принято называть базой ФКМн последовательности.

Конечная импульсная характеристика (КИХ) фильтра-формирователя ПСП радиоимпульсов представляет собой закон кодирования **cod**(*p*), растянутый по оси абсцисс в *m*·*n* раз:

$$\mathbf{W}(1:n \cdot m \cdot P) = 0;$$
$$for\ p = 1:P$$
$$\quad k = n \cdot m \cdot p;$$
$$\quad \mathbf{W}(k) = \mathbf{cod}(p);$$
$$end. \quad (3)$$

КИХ фильтра-формирователя ПСП имеет размерность 1×*T*.

Фрагмент КИХ фильтра-формирователя ПСП радиоимпульсов для *m*·*n* = 124 показан на рис. 2.

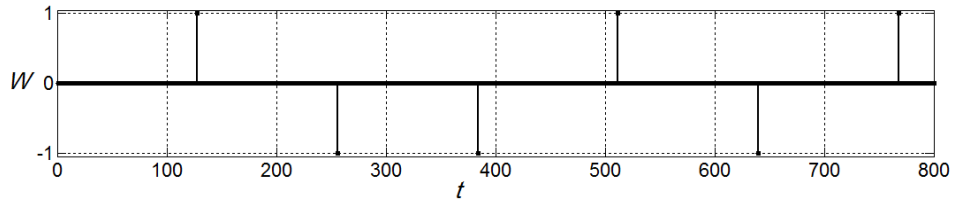


Рис. 2. Фрагмент КИХ фильтра-формирователя ПСП радиоимпульсов

Свертка (КИХ) фильтра-формирователя с элементарным импульсом

$$\mathbf{U} = conv(\mathbf{W}, \mathbf{pu}) \quad (4)$$

возвращает последовательность ПСП радиоимпульсов **U**.

Фрагмент последовательности ПСП радиоимпульсов показан на рис. 3.

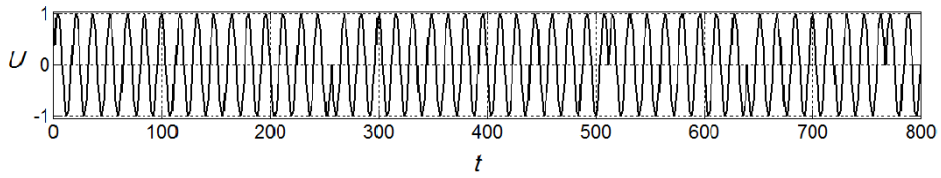


Рис. 3. Фрагмент последовательности ПСП радиоимпульсов

1.3. Основные свойства ФКМн помехового сигнала

Основным свойством ФКМн сигналов, существенным с позиции рассмотрения возможности обеспечения ЭМС передатчика радиопомех с приемными устройствами, является возможность сжатия этих сигналов по времени и по частоте.

Конечная импульсная характеристика фильтра сжатия по времени представляет собой зеркальное отражение КИХ фильтра-формирователя ПСП радиоимпульсов и может быть рассчитана с использованием следующего алгоритма:

$$\begin{aligned}&\mathbf{Wi}(1:n\cdot m\cdot P)=0;\\ &for\ p=1:P-1;\\ &\quad k=n\cdot m\cdot p;\\ &\quad \mathbf{Wi}(T-k)=\mathbf{cod}(p)/(P-1);\\ &end.\end{aligned} \qquad (5)$$

Размерность последовательности **Wi** составляет $1\times T$.

Свертка КИХ фильтра сжатия с ФКМн псевдослучайной последовательностью

$$\mathbf{UPe}=conv(\mathbf{Wi},\mathbf{U}) \qquad (6)$$

возвращает оценку элементарного импульса U с боковыми лепестками. Максимум автокорреляционной функции боковых лепестков составляет $1/P$.

Фрагмент оценки элементарного импульса и боковые лепестки показаны на рис. 4 в трех различных масштабах по оси времени.

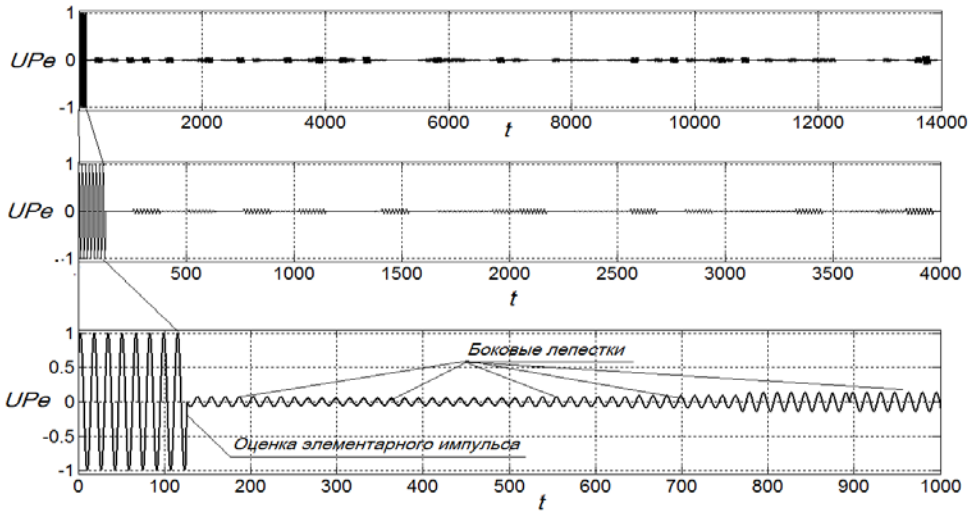


Рис. 4. График оценки элементарного импульса и сопутствующих ей боковых лепестков

Сжатие ФКМн последовательности по частоте осуществляют с использованием зависимости амплитуды ее импульсов от дискретного времени. Эту зависимость **A**(t) несложно рассчитать с использованием алгоритма

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}(1:T)=0;\\ &for\ t=2:T\\ &\quad q=ceil(t/(m\cdot n));\\ &\quad \mathbf{A}(t)=\mathbf{cod}(q);\\ &end.\end{aligned} \qquad (7)$$

Поэлементное скалярное произведение

$$\mathbf{UFe}=\mathbf{U}\cdot\mathbf{A} \qquad (8)$$

возвращает гармонический сигнал, а поэлементное скалярное произведение

$$\mathbf{U}=\mathbf{UFe}\cdot\mathbf{A} \qquad (9)$$

возвращает ФКМн последовательность радиоимпульсов.

Вследствие того что помеховый сигнал формируется в отечественных радиопередающих устройствах, его структура известна, по крайней мере, разработчикам радиопередающих устройств. Поэтому проблема определения КИХ и зависимости амплитуды от времени отсутствует.

В дальнейшем ФКМн помеховый сигнал будем называть также **подавляемым** сигналом, а полезный сигнал – **селектируемым**.

Эффективность селектора полезного сигнала будем характеризовать величиной выигрыша B, определяемого по формуле

$$B=Qout/Qint, \qquad (10)$$

где $Qout$ – отношение мощности селектируемого сигнала к мощности подавляемого сигнала на выходе селектора;

$Qint$ – отношение мощности селектируемого сигнала к мощности подавляемого сигнала на входе селектора.

2. Альтернативные варианты обеспечения электромагнитной совместимости

2.1. Амплитудная селекция

Укрупненная схема амплитудного селектора приведена на рис. 5.

На рисунке показано, что на вход селектора поступает сумма подавляемого и селектируемого сигналов $Z = U + V$. Эта сумма подается на фильтр сжатия и далее на амплитудный ограничитель. Сжатие осуществляется с использованием алгоритма, подобного алгоритму (6). Выходной отклик ограничителя поступает на вход фильтра-формирователя. Фильтр-формирователь формирует оценку селектируемого сигнала *Ve*, которая подается на вход приемного устройства. Формирование оценки селектируемого сигнала осуществляется с использованием алгоритма, подобного алгоритму (4). Иными словами, фильтр-формирователь восстанавливает сохраняемый полезный сигнал из выходного сигнала амплитудного ограничителя.

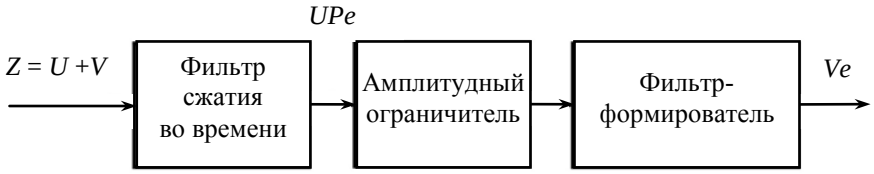


Рис. 5. Укрупненная схема амплитудного селектора

На рис. 6 показана зависимость выигрыша амплитудного селектора B от порога ограничения b. Эта зависимость рассчитана для $m = 16$, $n = 8$, $P = 128$ и $Qint = 1$.

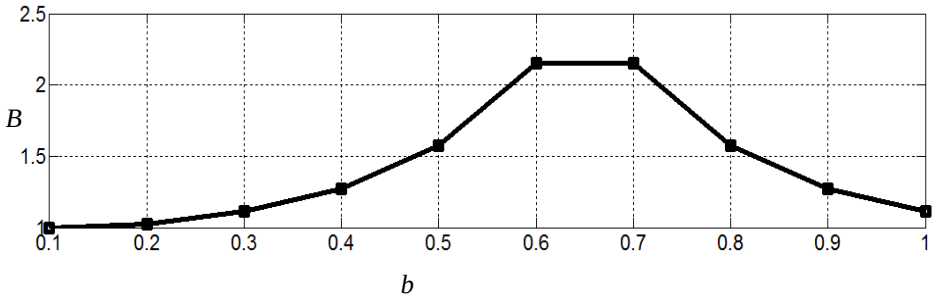


Рис. 6. Зависимость выигрыша амплитудного селектора от порога ограничения

Из приведенных на рисунке данных следует, что по мере уменьшения порога ограничения b выигрыш первоначально возрастает, а затем стабилизируется и уменьшается.

Уменьшение выигрыша обусловлено следующими основными причинами:

– наличием боковых лепестков у элементарного импульса подавляемого сигнала на выходе фильтра сжатия;

– нелинейными искажениями ограничителем подавляемого и селектируемого сигналов.

Боковые лепестки порождают на выходе фильтра-формирователя дополнительную помеховую составляющую вследствие их некогерентного суммирования P раз со сдвигом во времени в процессе восстановления селектируемого сигнала. Нелинейные искажения селектируемого сигнала обусловливают потери его составляющих на выходе ограничителя и, как следствие, уменьшение средней мощности.

Относительно небольшой выигрыш амплитудного селектора не позволяет его рекомендовать для практического применения.

2.2. Временная селекция

Укрупненная схема временного селектора приведена на рис. 7.

На рисунке показано, что на вход селектора поступает сумма подавляемого и селектируемого сигналов $Z = U + V$. Эта сумма подается на фильтр сжатия во времени и на вычитающее устройство. Сжатие осуществляется с использованием алгоритма, подобного алгоритму (6).

Программный модуль сжатия вычисляет свертку входного сигнала Z с импульсной характеристикой фильтра сжатия W.

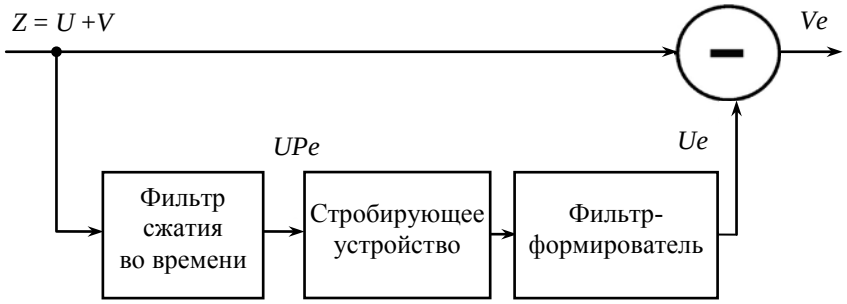


Рис. 7. Укрупненная схема временного селектора

Отношение мощности оценки элементарного импульса подавляемого сигнала к мощности селектируемого сигнала *Qpuls* на выходе фильтра сжатия в идеальном случае (в случае пренебрежимо малых искажений ФКМн помехи явлениями, затрудняющими компенсацию) превышает в базу раз отношение мощности подавляемого сигнала к мощности селектируемого сигнала на его входе.

В процессе обработки сжатого сигнала и воспроизведения копии подавляемого сигнала необходимо выполнить два условия. Первым условием является подавление боковых лепестков у сжатого импульса перед его подачей на вход фильтра-формирователя. Вторым условием является неухудшение на выходе фильтра-формирователя достигнутого ранее отношения *Qpuls* и обеспечение взаимной некореллированности погрешности воспроизведения копии подавляемого сигнала с селектируемым сигналом.

В рассматриваемом случае выполнение первого условия было обеспечено стробированием сжатого сигнала во времени. Выполнение второго условия было обеспечено использованием алгоритма, подобного алгоритму (4), для воспроизведения копии подавляемого сигнала *Ue*, подаваемого на вычитающее устройство. В результате теоретического анализа и компьютерного моделирования было установлено, что математическое ожидание выигрыша *B* на выходе вычитающего устройства селектора равно *P*.

Результаты проведенного рассмотрения временного селектора позволяют принять его за основу при техническом синтезе средств обеспечения ЭМС отечественных передатчиков радиопомех с отечественными приемниками при их работе на совпадающих несущих частотах.

2.3. Частотная селекция

Укрупненная схема частотного селектора приведена на рис. 8.

Рис. 8. Укрупненная схема частотного селектора

На рисунке показано, что на вход селектора поступает сумма подавляемого и селектируемого сигналов $Z = U + V$. Эта сумма подается на фильтр сжатия по частоте. Сжатие по частоте осуществляется с использованием алгоритма, подобного алгоритму (8). Отклик на подавляемый ФКМн сигнал, возвращаемый фильтром сжатия по частоте, представляет собой немодулированный гармонический сигнал. Выходной эффект фильтра сжатия поступает на режекторный фильтр.

С учетом возможностей современной вычислительной техники можно принять, что режекторный фильтр выполняет следующие операции:

– рассчитывает частотный спектр поступившего на его вход сигнала посредством дискретного прямого преобразования Фурье;

– присваивает нулевое значение составляющей спектра на несущей частоте подавляемого сигнала;

– выполняет обратное преобразование Фурье полученного спектра с нулевым значением составляющей на несущей частоте подавляемого сигнала.

Фильтр-формирователь формирует копию селектируемого сигнала с использованием алгоритма, подобного алгоритму (9).

В результате теоретического анализа и компьютерного моделирования было установлено, что математическое ожидание выигрыша B на выходе частотного селектора равно P.

Результаты проведенного рассмотрения частотного селектора позволяют принять его за основу при техническом синтезе средств обеспечения ЭМС отечественных передатчиков радиопомех с отечественными приемниками при их работе на совпадающих несущих частотах.

Заключение

В настоящей работе рассмотрены три альтернативных варианта построения селекторов полезного сохраняемого сигнала: амплитудный, временной и частотный. В результате рассмотрения было установлено, что амплитудный селектор заведомо не пригоден для практического применения вследствие его малой эффективности. Временной и частотный селекторы обладают при прочих равных условиях примерно одинаковой эффективностью. Математическое ожидание энергетического выигрыша для каждого из них равно базе ФКМн помехового сигнала.

Выбор временного или частотного селектора, а также возможного варианта их совместного применения является самостоятельной задачей, решаемой в каждом конкретном случае на этапе технического проектирования с учетом особенностей полезного и помехового сигналов и возможностей цифровой вычислительной техники.

Литература

1. *Малков Н.А., Пудовкин А.П.* Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств. Учебное пособие. Тамбов: Изд. Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. 88 с.

2. *Журавлев А.В., Безмага В.М., Смолин А.В.* Нетрадиционный способ компенсации радиопомех в навигационной аппаратуре потребителей ГНСС // Радиотехника. 2014. № 6. С. 16–21.

3. Патент 2539563 C1 Российская Федерация, МПК G 01 S 7/00, H 04 K 3/00. Система радиоподавления навигационной аппаратуры потребителей ГНСС противника, совместимая с отечественной аппаратурой потребителей ГНСС / Журавлев А.В., Безмага В.М., Шуваев В.А.; заявитель и патентообладатель открытое акционерное общество научно-внедренческое предприятие «ПРОТЕК». 2013149667/07; заявл. 06.11.2013; опубл. 20.01.2015, Бюл. № 2. 4 с.: ил.

4. *Журавлев А.В., Безмага В.М., Миронов В.А., Неровный В.В., Коратаев П.Д.* Оценка возможности обеспечения электромагнитной совместимости отечественных радиопередающих устройств преднамеренных радиопомех с отечественными радиоэлектронными средствами, работающими на совпадающих частотах // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 1. С. 22–27.

Статья поступила в редакцию 28 июля 2015 года

УДК 621.396

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПЕЛЕНГАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЬЦЕВОЙ ВИБРАТОРНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ, УСТАНОВЛЕННОЙ НА БОРТУ ВЕРТОЛЕТА

А.В. Муратов, д.т.н., профессор, зав. кафедрой, Воронежский гос. тех. ун-т, e-mail: pk@vorstu.ru
В.И. Николаев, д.т.н., профессор, научный референт, АО «Концерн «Созвездие»,
e-mail: nikolaev@sozvezdie.su
Л.А. Носова, студентка, Воронежский гос. тех. ун-т, e-mail: liy1994@mail.ru
А.С. Самодуров, к.т.н., доцент, Воронежский гос. тех. ун-т, e-mail: unaxel2000@mail.ru

Проведен анализ углочастотных характеристик кольцевой антенной решетки, установленной под фюзеляжем вертолета типа МИ-8. Антенная решетка состоит из симметричных электрических вибраторов малой электрической длины, нагруженных на резисторы номиналом 1000 Ом. Проведен анализ влияния элементов корпуса носителя на точность оценки пеленгов источников радиоизлучения с помощью вибраторной антенной решетки. Даны рекомендации по выбору места установки антенной решетки.

Ключевые слова: *вертолет, носитель, анализ, пеленгационные характеристики, антенная решетка, пеленг.*

NUMERICAL ANALYSIS DIRECTION FINDING CHARACTERISTICS OF A RING DIPOLE ANTENNA ARRAY MOUNTED ON A HELICOPTER

A.V. Muratov, D.D. in Engineering Sciences, professor, head of sub-faculty, Voronezh State Engineering University, e-mail: pk@vorstu.ru
V.I. Nikolaev, D.D. in Engineering Sciences, professor, scientific advisor, JSC «Sozvezdie» Concern»,
e-mail: nikolaev@sozvezdie.su
L.A. Nosova, student, Voronezh State Engineering University, e-mail: liy1994@mail.ru
A.S. Samodurov, Ph.D. in Engineering Sciences, associate professor, Voronezh State Engineering University,
e-mail: unaxel2000@mail.ru

Analysis of direction finding characteristics of a ring antenna array mounted under Mi-8 helicopter fuselage is conducted. The antenna array consists of small electrical length symmetric electric vibrators loaded to 1000 ohm resistors. Fuselage elements' influence on estimation accuracy of radio emission sources bearing with the use of a dipole antenna array is analyzed. Recommendations on the choice of the antenna array location are given.

Keywords: *helicopter, platform, analysis, direction-finding characteristics, antenna array, bearing.*

Установка радиопеленгаторных комплексов на летательных аппаратах [1, 2], в частности на вертолетах, позволяет, благодаря поднятию их на высоту до 2000 м, существенно расширить зону действия по сравнению с вариантом наземного базирования. Кроме того, существенно увеличивается скорость поиска источников радиоизлучения, повышается интегральная эффективность использования аппаратуры радиопеленгации и радиомониторинга.

Однако за существенный выигрыш в энергетическом потенциале радиосистемы, зоне действия и скорости поиска источников радиоизлучения в данном случае приходится платить существенным снижением точности пеленгования [3, 4] из-за значительных искажений амплитудно-фазовой структуры поля в месте расположения приемной антенной системы корпусом вертолета. Данная проблема усложняется тем обстоятельством, что корпус вертолета имеет очень сложную геометрическую форму, характеризуется наличием большого количества острых углов и кромок (носовая часть, хвостовое оперение), щелей (лобовая и боковые иллюминаторы, пассажирские и грузовые люки и т.д.).

Электрические размеры вертолета L/λ_0 и его отдельные части могут изменяться в очень широких пределах: могут быть существенно меньше единицы (в средневолновом диапазоне и на низких частотах коротковолнового диапазона), могут быть резонансными (в коротковолновом диапазоне и низкочастотной области УКВ диапазона), а также могут быть значительно больше единицы (в основной части УКВ диапазона и на более высоких частотах) [5].

 ISSN 1995-7009

Современные же комплексы радиопеленгации и радиомониторинга перекрывают вышеупомянутые диапазоны длин волн с большим запасом в сторону более низких и более высоких частот, поэтому проблема оптимального выбора и размещения их антенной системы, а также способов аппаратной и программной компенсации погрешностей пеленгования источников в широкой полосе частот стоит перед разработчиками во всей своей полноте.

Необходимо подчеркнуть, что выбор места расположения антенной системы и вариация ее размеров при ее базировании на летательном аппарате жестко ограничены соображениями необходимости обеспечения хороших аэродинамических и других эксплуатационных характеристик, возможности надежного крепления, выполнения требований маскировки, обеспечения электромагнитной совместимости с другими радиоэлектронными системами, установленными на вертолете. Поэтому в большинстве случаев антенная система может быть установлена таким образом, что ее электродинамические характеристики учитываются в последнюю очередь. Здесь же следует отметить, что использование на серийно выпускаемых летательных аппаратах высокоэффективных поглощающих покрытий сопряжено с рядом больших технологических, эксплуатационных и экономических трудностей. Таким образом, аппаратные средства и способы компенсации погрешностей пеленгования, обусловленных наличием рассеянного носителем поля, к сожалению, являются весьма ограниченными.

В качестве носителя пеленгаторной антенной системы в настоящей работе рассматривается устаревшая модель вертолета отечественного производства МИ-8, приведенная на рис. 1. В модели фигурирует кольцевая антенная решетка диаметром 1 м, состоящая из 9 симметричных тонкопроволочных вибраторов с полной длиной 0.4 м, расположенная на расстоянии 0.25 м под днищем фюзеляжа симметрично относительно его продольной осевой линии. Центр антенной решетки находился на линии, соединяющей передние шасси и крайние точки хвостового оперения летательного аппарата. Элементы антенной решетки были нагружены на резисторы номиналом 1000 Ом, имитирующие наличие высокоомных буферных каскадов, сигналы с выхода которых подаются на входы высокочастотного коммутатора.

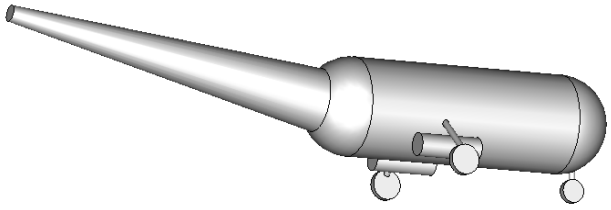


Рис. 1. Общий вид модели корпуса вертолета-носителя

Из построенных частотных зависимостей значений пеленгов источников радиоизлучения $\varphi(f)$ видно, что при азимутальных углах падения электромагнитных волн, близких к осевому направлению ($\varphi = 20°$ и $\varphi = 160°$), в низкочастотной и среднечастотной областях рассматриваемого диапазона измеренные пеленги «притягиваются» к оси вертолета (рис. 2, 3, 4), хотя для направления угла прихода волны $\varphi = 20°$ во всех трех случаях притяжение менее выражено и справедливо только по сути для низких частот.

При «скользящих» вдоль оси фюзеляжа направлениях рассеяния волн частотная зависимость погрешности пеленгования становится знакопеременной, начиная лишь с достаточно высоких частот (50–80 МГц), где продольный и поперечный размеры вертолета значительно больше длины падающей волны. Поэтому есть основания предполагать, что на достаточно длинных волнах в режиме квазиосевой дифракции суммарное поле в месте расположения антенной системы в достаточно грубом приближении можно представить в виде суперпозиции плоской падающей волны и квазицилиндрической волны, рассеянной на фюзеляже самолета, причем эквивалентное направление прихода волны (в смысле существования некоего центра суммарного излучения падающей и рассеянной волн) будет стремиться к оси самолета [6].

Видно, что даже при углах падения, практически одинаково близких к фюзеляжу ($\varphi = 40°$ и $\varphi = 140°$), в низкочастотной области (на частотах ниже 32–35 МГц) «притягивающее» влияние фюзеляжа и хвостового оперения является доминирующим, хотя токи, наведенные на корпусе и формирующие вторичное электромагнитное поле рассеянной волны, приводят к усилению колебательной составляющей частотной зависимости пеленга. Предположительно, наличие вертикальной пластины хвостового оперения, ориентированной вдоль силовых линий электрической компоненты падающей волны, приводит к ее интенсивному рассеянию и «низкочастотной

фильтрации» пеленгационных кривых при углах падения, лежащих в задней («хвостовой») области, в частности φ = 140° и φ = 160°. При падении волны в «носовой» области углов – при φ = 20° и φ = 140° – «затушевывающее» действие вертикальной пластины хвостового оперения себя не проявляет, поэтому волны, рассеянные от фюзеляжа и других элементов конструкции, приводят к усилению колебательной составляющей частотной зависимости пеленга даже на низких частотах.

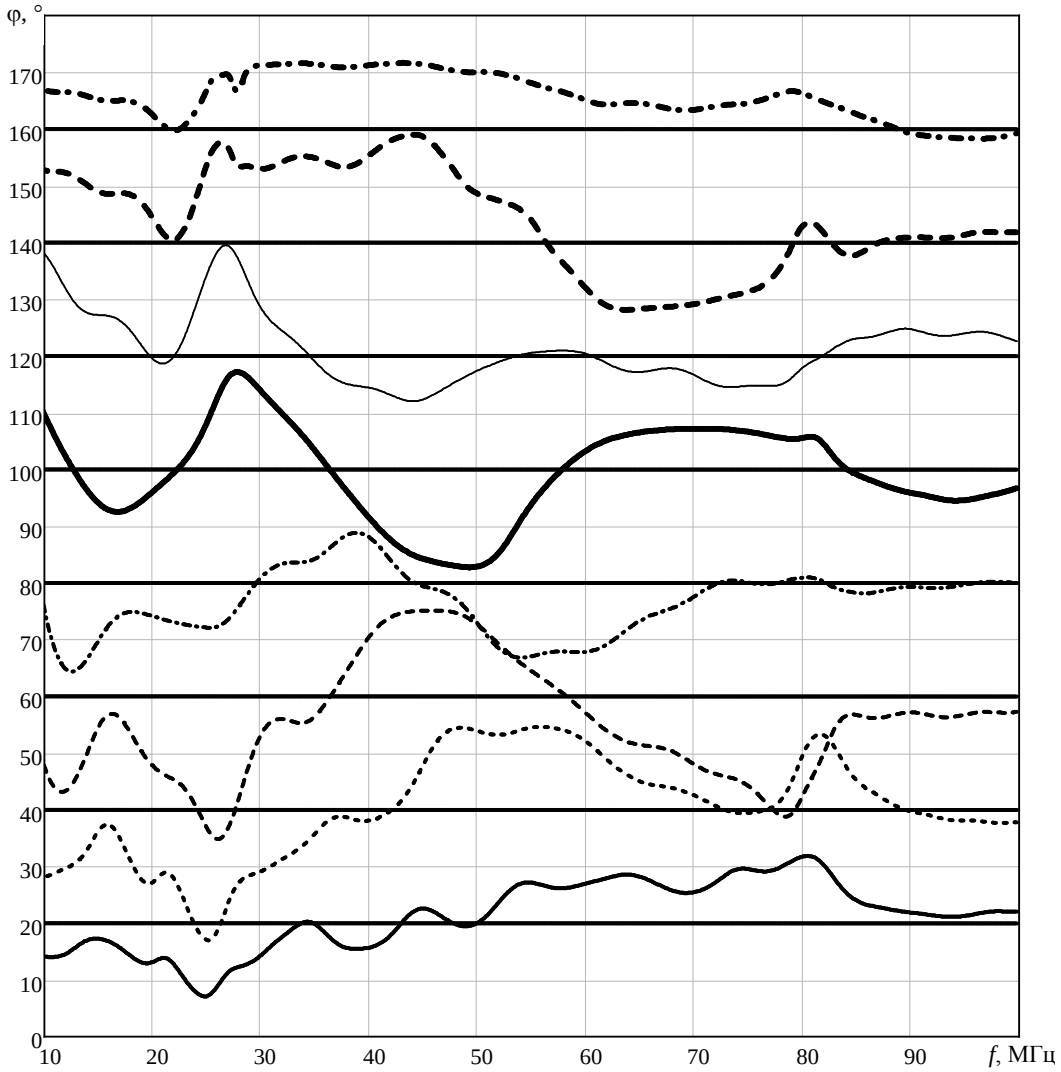


Рис. 2. Частотные зависимости значений пеленгов источников радиоизлучения для антенных элементов, расположенных в центре воображаемого треугольника между шасси вертолета-носителя, вычисленных с учетом влияния рассеянного носителем поля для азимутальных углов падения волны φ = 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160°

Частотные зависимости значений пеленгов источников радиоизлучения для малых углов падения электромагнитной волны (φ = 20°, φ = 40°) в области низких частот (менее 40 МГц) являются менее гладкими на рис. 3, чем на предыдущих графиках. Это можно попытаться объяснить сильным рассеянием падающего поля источника радиоизлучения под влиянием лобовой поверхности вертолета.

На более высоких частотах даже для углов падения электромагнитной волны близких к φ = 90° (φ = 80°, φ = 100°, т.е. практически перпендикулярных оси вертолета носителя, ошибка пеленга составляет не более φ = 10°, хотя и это достаточно много в сравнении с моделью самолета носителя. Здесь следует отметить, что для углов падения электромагнитной волны φ = 100° ошибка пеленгования на некоторых частотах

составляет практически максимальные φ = 10°, а для углов падения φ = 80° такая ошибка или близкая к ней характерна лишь для рис. 3, что однозначно говорит о сильном влиянии длинного «хвоста» вертолета-носителя и хвостового оперения, а также о нежелательности размещения антенной решетки в этой позиции.

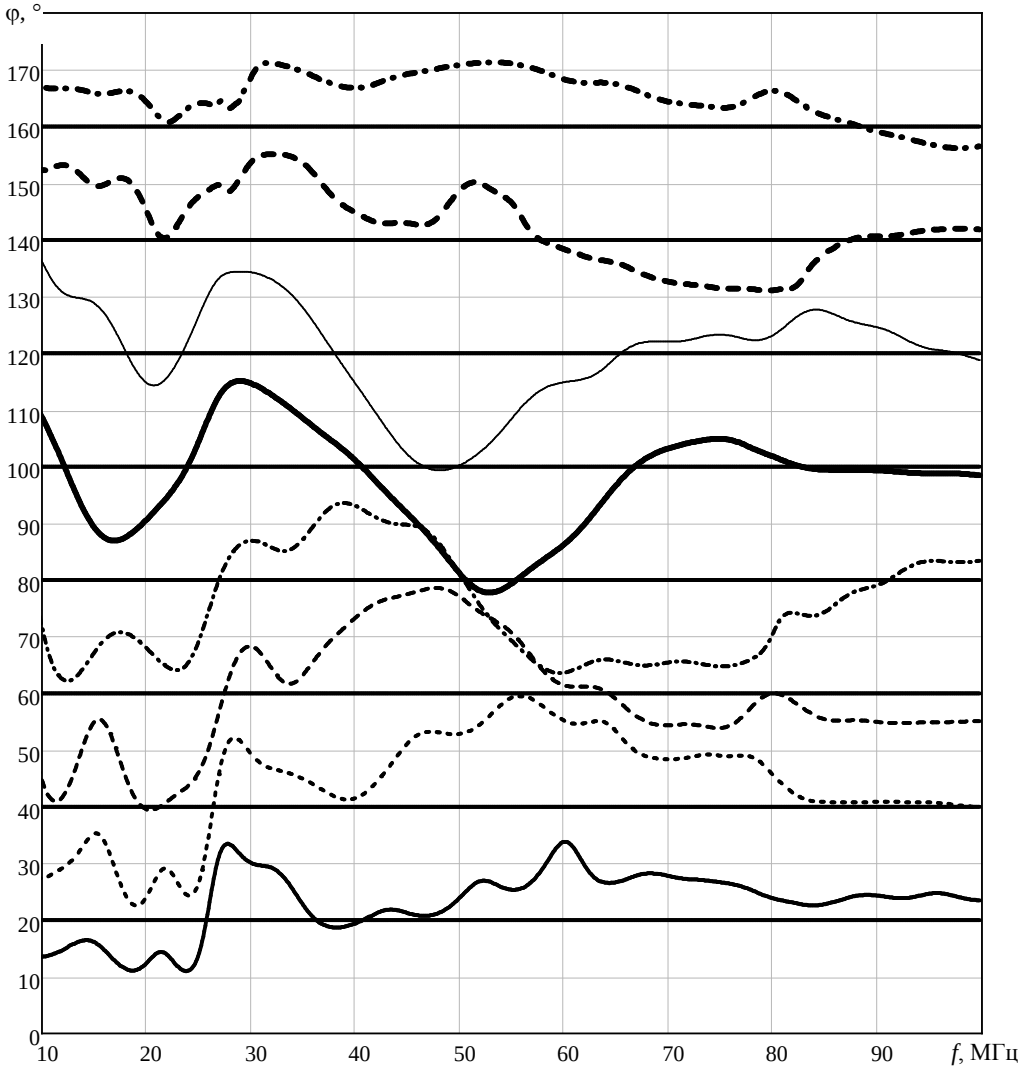


Рис. 3. Частотные зависимости значений пеленгов источников радиоизлучения для антенных элементов, расположенных в вершине воображаемого треугольника, образованного шасси вертолета-носителя, вычисленных с учетом влияния рассеянного носителем поля для азимутальных углов падения волны φ = 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160°

Также были проанализированы усредненные карты фазовых искажений принимаемого сигнала для антенной решетки, расположенной на вертолете-носителе [7]. Усреднение велось по частотам 20–100 МГц, 30–70 МГц, 40–60 МГц, 45–55 МГц. Ячейка сетки: по горизонтали – 0.217 м, по вертикали – 0.15 м. Распределение искажений фазы анализировалось на плоскости, находящейся на расстоянии 0.25 м от дна корпуса вертолета.

На картах фазовых искажений можно было наблюдать области глубоких минимумов, окрашенные в синие цвета. Таким образом, по результатам анализа карт фазовых искажений и частотных зависимостей значений пеленгов источников радиоизлучения удачное на первый взгляд место в центре воображаемого треугольника между шасси вертолета не является самым удачным местом для установки антенной системы (рис. 5), а самое удачное расположено «в тени» – между задними стойками шасси вертолета носителя.

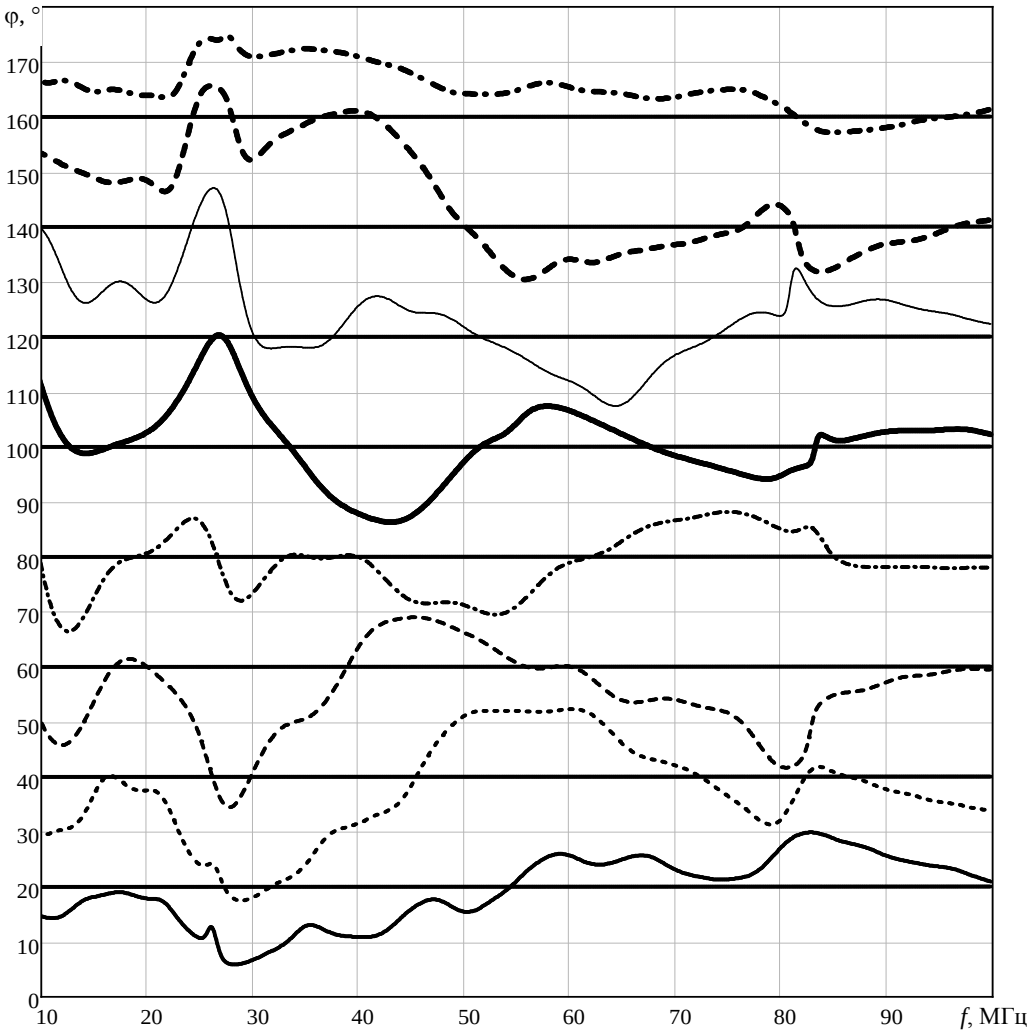


Рис. 4. Частотные зависимости значений пеленгов источников радиоизлучения для антенных элементов, расположенных «в тени» между задними стойками шасси вертолета-носителя, вычисленных с учетом влияния рассеянного носителем поля для азимутальных углов падения волны φ = 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160°

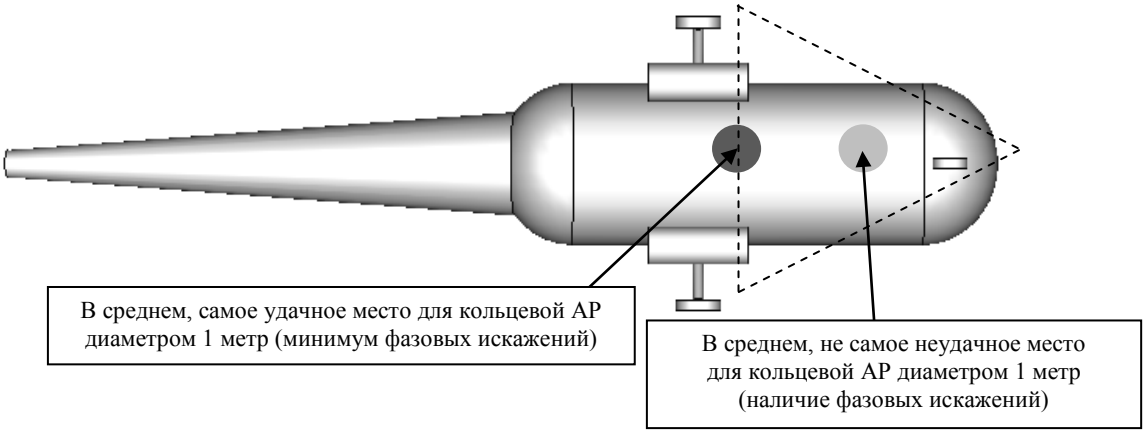


Рис. 5. Удачное и неудачное места расположения антенной решетки

Следует кратко отметить, не погружаясь в детали, что для вычисления рассеянного корпусом вертолета электромагнитного поля для фиксированного направления падения электромагнитной волны даже в достаточно грубом приближении и при использовании мощного персо-

нального компьютера необходимо несколько часов машинного времени.

Вообще говоря, размещение пеленгационной антенной решетки под днищем вертолета-носителя представляет собой достаточно сложную задачу, особенно при использовании в качестве такового МИ-8 с неубирающимися шасси и топливными баками по бокам. Возможно, стоит более тщательно поискать место для установки антенной решетки или (если это приемлемо) поменять вертолет-носитель на модель с убирающимися шасси. Исходя же из частотных зависимостей значений пеленгов источников радиоизлучения можно сказать, что вертолет такого класса однозначно может быть использован в качестве носителя антенной решетки для рабочих частот свыше 80–90 МГц, так как, начиная примерно с данных частот, ошибки пеленгов выравниваются во всех случаях размещения и независимо от угла прихода электромагнитной волны и становятся минимальными.

Литература

1. *Ашихмин А.В., Разинкин К.А., Самодуров А.С.* Численный анализ пеленгационных характеристик кольцевой вибраторной антенной решетки, установленной на борту самолета // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1, № 11. С. 154–159.

2. *Ашихмин А.В., Самодуров А.С.* Модель кольцевой пеленгаторной антенной решетки, расположенной под фюзеляжем самолета // Наука – производству. 2006. № 4. С. 5–10.

3. *Ашихмин А.В., Разинкин К.А., Самодуров А.С.* Обоснование возможности использования упрощенной электродинамической модели самолета в виде совокупности конуса и цилиндра // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2005. Т. 1, № 11. С. 34–39.

4. *Ашихмин А.В., Самодуров А.С.* Упрощенная математическая модель корпуса самолета как носителя пеленгаторной антенной решетки // Техника машиностроения. 2006. № 1. С. 10–16.

5. *Васильев Е.Н.* Возбуждение тел вращения. М.: Радио и связь, 1987. 272 с.

6. Вычислительные методы в электродинамике: пер. с англ.; под ред. Р. Митры. М.: Мир, 1977. 486 с.

7. *Самодуров А.С., Яцун О.Г.* Карты фазовых искажений вертолета-носителя антенной решетки // Проблемы обеспечения надежности и качества приборов, устройств и систем: межвуз. сб. науч. тр. Воронеж: ВГТУ. 2014. С. 244–249.

Статья поступила в редакцию 14 сентября 2015 года

УДК 621.391.372

ВЕРОЯТНОСТЬ ОШИБКИ НА БИТ ПРИ МНОЖЕСТВЕННОМ ДОСТУПЕ В СЕТЯХ С ППРЧ

В.И. Борисов, д.т.н., профессор, член-кор. РАН, научный руководитель, e-mail: office@sozvezdie.su
А.Е. Лимарев, руководитель проекта, e-mail: limarev@sozvezdie.su
А.В. Лепендин, специалист, e-mail: lependinav@gmail.com
В.Г. Маркин, руководитель проекта, e-mail: office@sozvezdie.su
В.И. Шестопалов, к.т.н., начальник отдела, e-mail: office@sozvezdie.su
Д.Ю. Чаркин, начальник НТЦ, e-mail: office@sozvezdie.su
АО «Концерн «Созвездие»

Проводится анализ влияния на среднюю вероятность ошибки на бит помех от активных пользователей сети, работающих в режиме ППРЧ общего частотного диапазона.

Ключевые слова: *сигналы с ППРЧ, средняя вероятность ошибки на бит (СВО на бит), множественный доступ.*

BIT ERROR RATE PROBABILITY IN FHSS NETWORKS WITH MULTIPLE ACCESS

V.I. Borisov, D.D. in Engineering Sciences, professor, Corresponding Member of RAS, scientific advisor, e-mail: office@sozvezdie.su
A.E. Limarev, project manager, e-mail: limarev@sozvezdie.su
A.V. Lependin, specialist, e-mail: lependinav@gmail.com
V.G. Markin, project manager, e-mail: office@sozvezdie.su
V.I. Shestopalov, Ph.D. in Engineering Sciences, head of department, e-mail: office@sozvezdie.su
D.Yu. Charkin, head of Scientific and Technical Centre, e-mail: office@sozvezdie.su
JSC «Sozvezdie «Concern»

Analysis of active network users interference effect on the average bit error probability operate on common frequency rage frequency-hopping spread spectrum mode is conducted in this paper.

Keywords: *FHSS signals (Frequency-Hopping Spread Spectrum), average bit error probability, multiple access.*

Системы радиосвязи с расширением спектра сигналов [1–4] находят широкое применение в радиосетях как специального, так и коммерческого назначения. В [1–4] подробно рассмотрены вопросы помехозащищенности радиолиний, использующих сигналы с расширением спектра, но не уделено достаточно внимания влиянию взаимных помех пользователей сети.

Целью настоящей работы является разработка алгоритмов расчета вероятности ошибки на бит в условиях воздействия помех от других активных пользователей сети, а также проведение анализа влияния основных параметров сети (количество пользователей, число общих частот, относительные мощности пользователей).

Для достижения поставленных целей необходимо решить следующие задачи:

– найти вероятности столкновения частот двух различных пользователей;

– оценить вероятность ошибки на бит при воздействии на приемник с бинарной частотной манипуляцией (BFSK) произвольного числа узкополосных помех и белого гауссовского шума;

– произвести усреднение по нескольким случайным величинам;

– разработать программы и провести численные расчеты.

1. Постановка задачи

Предположим, что имеется радиосеть из K активных пользователей, работающих в режиме ППРЧ с использованием общего множества частот $F=\{f_i\}$, $i=1,2,\ldots,q$. Для каждого пользователя существует свой псевдослучайный закон чередования частот, т.е. каждый пользователь во время m-го скачка выбирает новую центральную частоту и передает на ней N_b бит на временном интервале $[mT_h, (m+1)T_h]$, где T_h – длительность скачка. При этом существует два способа выбора частоты: случайный и марковский первого порядка.

Существует два режима работы: синхронный и асинхронный. При синхронном режиме передача ведется через базовую станцию. При асин-

 ISSN 1995-7009

хронном режиме связь осуществляется непосредственно друг с другом, но в этом случае начало скачка от разных пользователей различно (из-за разного времени распространения радиоволн). При случайном выборе вероятность совпадения частот равна $P(C) = 1/q$, где событие C – совпадение частот. При асинхронном режиме при совпадении частот элемент частотно-временной матрицы может оказаться сдвинутым по времени как влево, так и вправо на величину $\tau_k = t_k \bmod T_h$, где t_k – время задержки сигнала от k-го пользователя относительно первого; величина τ_k равномерно распределена на временном интервале $[0, T_h]$. Выбранный бит, например m-й, может быть поражен взаимной помехой либо полностью, либо частично. При условии совпадения частот (событие C) полное воздействие на m-й бит возможно в двух случаях: либо правый край левого элемента будет правее m-го бита (событие A), либо левый край правого элемента будет левее m-го бита (событие B). Вероятность полного воздействия при условии совпадения частот равна

$$P\{(A+B)\,|\,C\} = P(A\,|\,C) + P(B\,|\,C).$$

При равномерном распределении времени задержки вероятность событий равна относительной длине временных отрезков:

$$P(A\,|\,C) = \frac{(N_b - m)\,T_b}{N_b\,T_b} = 1 - \frac{m}{N_b},$$

$$P(B\,|\,C) = \frac{(m-1)T_b}{N_b\,T_b} = \frac{m}{N_b} - \frac{1}{N_b},$$

где T_b – длительность бита. Следовательно,

$$P\{(A+B)\,|\,C\} = 1 - \frac{1}{N_b}.$$

Таким образом, вероятность полного поражения одной помехой m-го бита P_f равна

$$P_f = P(C)\,P\{(A+B)\,|\,C\} = \frac{1}{q}\left(1 - \frac{1}{N_b}\right).$$

Аналогично определяется вероятность частичного поражения взаимной помехой m-го бита. В этом случае при совпадении частот либо правый край левого элемента, либо левый край правого элемента попадают внутрь m-го бита. Вероятность такого события равна

$$P_p = \frac{2}{q}\,\frac{1}{N_b}.$$

С учетом изложенного получаем вероятность воздействия взаимной помехи на конкретный бит при асинхронном режиме ППРЧ:

$$P_h = P_f + P_p = \frac{1}{q}\left(1 + \frac{1}{N_b}\right). \qquad (1)$$

Рассмотрим влияние взаимных помех от пользователей сети на конкретный приемник (рис. 1). В режиме ППРЧ используется BFSK-модуляция и некогерентное детектирование.

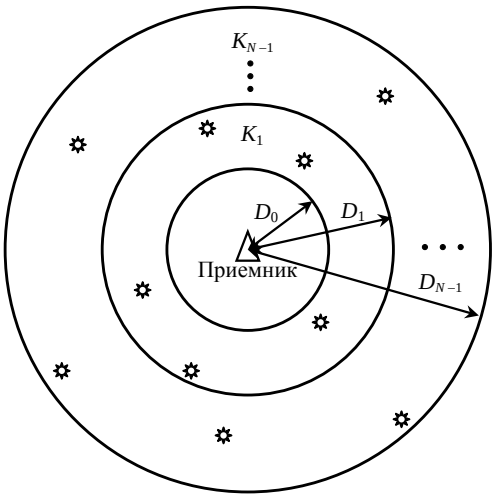


Рис. 1. Модель воздействия взаимных помех на конкретный приемник

Разобьем активных пользователей на N групп (см. рис. 1) в зависимости от уровня мощности воздействия на приемник, K_i – число пользователей в i-й группе. При этом должно выполняться условие

$$\sum_{i=1}^{N} K_i = K - 1.$$

Эффективность работы выбранного приемника будем оценивать по средней вероятности ошибки на бит при условии, что другие $K-1$ пользователей работают в режиме ППРЧ общего частотного диапазона. Обозначим эту вероятность через $\overline{P}_e(K)$; через $p_e(k)$ обозначим условную вероятность ошибки на бит при условии, что произошло одновременное столкновение частот для k пользователей.

При введенных обозначениях средняя вероятность ошибки определяется по формуле Бернулли [5]:

$$\overline{P}_e(K) = \sum_{k=0}^{K} C_{K-1}^{k} P_h^{\,k} (1 - P_h)^{K-k-1} p_e(k). \qquad (2)$$

Таким образом, чтобы воспользоваться формулой (2), необходимо последовательно решить две задачи:

1) найти вероятности столкновения частот для двух различных пользователей;

2) найти вероятность ошибки на бит для бинарного некогерентного FSK-приемника при воздействии на него белого гауссовского шума и произвольного числа гармонических помех, воздействующих на оба канала.

Решение первой задачи было предложено в [5], а второй – в [6]. Подходы, приведенные в [5, 6] для MFSK модуляции, получили развитие в [7, 8].

Целью настоящей работы является получение в замкнутом виде выражений для вычисления средней вероятности ошибки и проведение по ним вычислений.

Чтобы не загромождать выкладки излишними деталями, вывод основной формулы для вероятности ошибки проведем для BFSK-модуляции, а затем распространим его на случай MFSK-модуляции.

2. Модель передатчика сигналов с ППРЧ и BFSK-модуляцией

На рис. 2 представлена структурная схема формирования сигнала с ППРЧ при передаче информации бинарной частотной манипуляцией (BFSK).

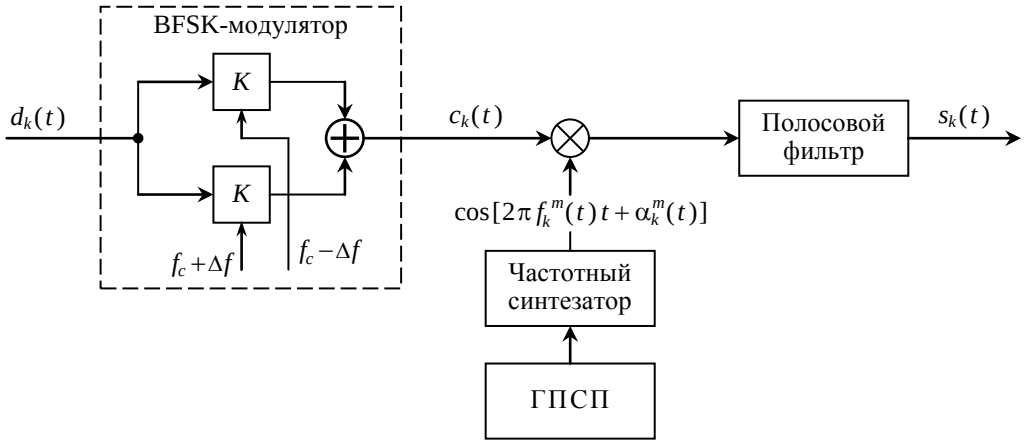


Рис. 2. Структурная схема формирователя сигнала с ППРЧ

Предполагается, что одновременно работает K передатчиков и первый передатчик с информацией $d_1(t) = \pm 1$ является основным, а остальные $K-1$ являются мешающими передатчиками. На выходе модулятора формируется сигнал вида

$$c_k(t) = \cos\{2\pi[f_c + d_k(t)\Delta f]t + \theta_k(t)\}, \quad (3)$$

где $1 \le k \le K$, $\theta_k(t)$ – фаза сигнала, $\Delta f = \frac{1}{T_b} = R_d$, R_d – скорость передачи информации. Затем сигнал $c_k(t)$ умножается на частоту $f_k^m(t)$, которая скачкообразно изменяется по псевдослучайному закону, формируемому генератором ГПСП. Частоты $f_k^m(t)$ принадлежат множеству частот $F = \{f_k^m(t),\ 1 \le m \le q\}$, где q – количество частот, используемых для передачи сигнала с ППРЧ, и $f_k^m < f_k^{m+1}$. Длительность одного скачка частоты T_h для медленной ППРЧ определяется как

$$T_h = N_b T_b, \quad (4)$$

где N_b – число бит информации на одни скачок частоты.

Сигнал на выходе полосового фильтра можно представить в виде

$$s_k(t) = \sqrt{2p}\cos[2\pi f_k^m(t) + d_k(t)\Delta f + f_c]t + \\ + \theta_k(t) + \alpha_k^m(t), \quad (5)$$

где $\alpha_k^m(t)$ – фазовый сдвиг частоты $f_k^m(t)$, p – мощность сигнала.

3. Модель приемника сигналов с ППРЧ в режиме множественного доступа

Рассмотрим систему с асинхронным множественным доступом. Принятый в k-й радиолинии сигнал можно записать как $s_k(t - \tau_k)$, где τ_k – время задержки, $1 \le k \le K$. Для случайной ППРЧ можно рассматривать $0 \le \tau_k \le T_h$, а фазу считать равномерно распределенной на интервале

$[0, 2\pi]$. В отсутствие затуханий и шума принятый от K источников сигнал задается в виде

$$s(t) = \sum_{k=1}^{K} s_k(t - \tau_k). \quad (6)$$

Для определенности выберем первый сигнал и зафиксируем для него задержку $\tau_1 = 0$. Схема приемника для первого сигнала изображена на рис. 3.

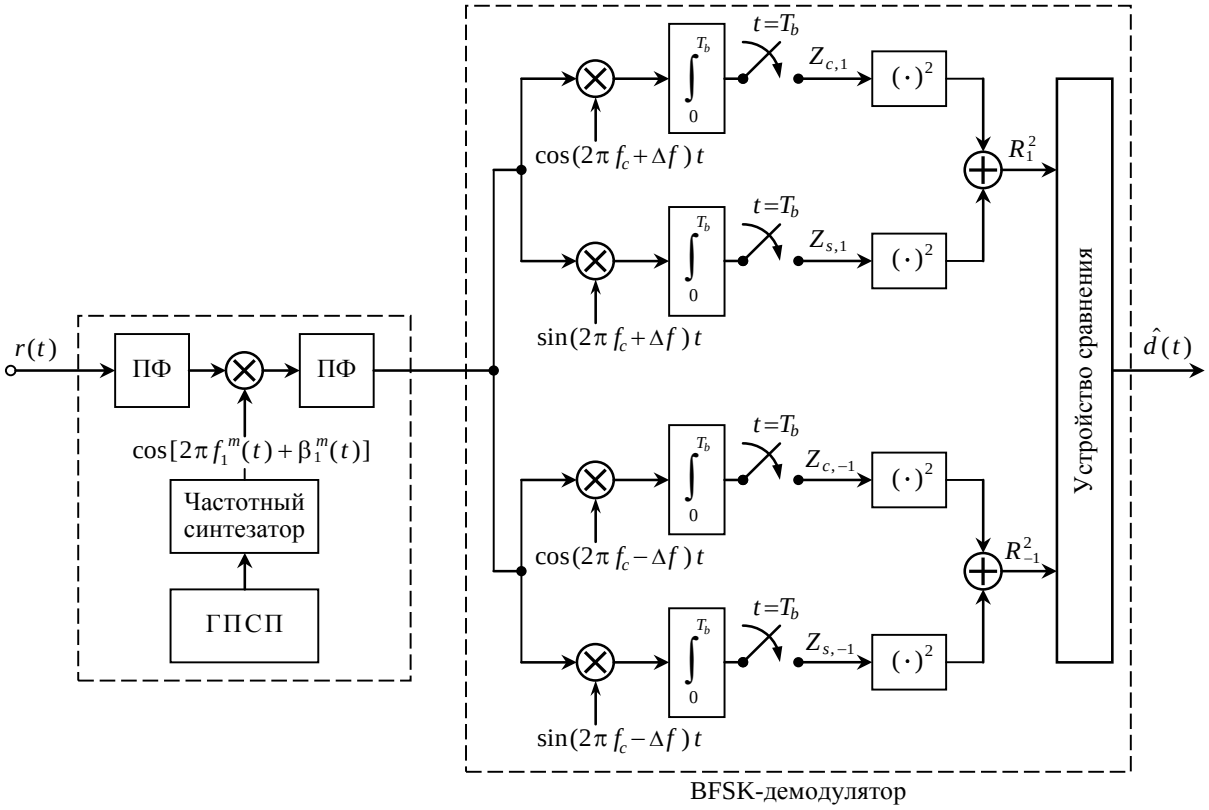


Рис. 3. Модель приемника первого сигнала

Принимаемый сигнал (см. рис. 3) поступает на вход полосового фильтра с центральной частотой f_c' и шириной полосы W_{ss}:

$$f_c' = f_c + \frac{1}{2}(f_q + f_1), \quad (7)$$

$$W_{ss} = f_q - f_1 + 2\Delta f, \ \Delta f = 1/T_b. \quad (8)$$

Другими словами, данный фильтр пропускает все принимаемые сигналы с ППРЧ. Следующий за фильтром частотный синтезатор синхронизирован по частоте и времени с первым псевдослучайным законом изменения частоты $f_1^m(t)$. Синтезатор вводит фазу $\beta_1^m(t)$, которая является реализацией равномерно распределенной на $[-\pi, \pi]$ величиной. После умножителя сигнал поступает на второй полосовой фильтр с шириной полосы $B = 2(\Delta f + 1/T_b)$ и центральной частотой f_c.

Как показано на рис. 3, демодулятор FSK состоит из двух ветвей. На выходе каждой ветви формируется решающая статистика R_m^2, где верхней ветви соответствует $m = 1$, а нижней – $m = -1$. Предположим, что на вход поступил бит данных d_ℓ^c. Тогда выходы синфазных каналов обеих ветвей можно записать в виде

$$Z_{c,m} = \int_{\ell T_b}^{(\ell+1)T_b} r(t) \cos[2\pi(f_c + m\Delta f)t]\, dt. \quad (9)$$

Аналогично, для выходов квадратурных каналов имеем

$$Z_{s,m} = \int_{\ell T_b}^{(\ell+1)T_b} r(t) \sin[2\pi(f_c + m\Delta f)t]\, dt. \quad (10)$$

Предположим далее, что принимаемый сигнал $r(t)$ может быть представлен в виде

$$r(t) = s_1(t) + \sum_{k=2}^{K} s_k(t-\tau_k) + n(t), \qquad (11)$$

где $s_1(t)$ – сигнал, адресованный рассматриваемому пользователю, $s_k(t)$ – мешающие сигналы других пользователей ($k = 2,\ldots,K$), $n(t)$ – белый гауссовский шум с двусторонней спектральной плотностью мощности $N_0/2$. При условии совпадения частот сигналы других пользователей можно представить в виде

$$s_k(t-\tau_k) = \sqrt{2p_k} \times$$

$$\times \cos\left\{2\pi\left[f_c + d_k(t-\tau_k)\Delta f\right] + \varphi_k(t)\right\}, \qquad (12)$$

где p_k – мощность k-го сигнала; $\varphi_k(t)$ – фаза k-го сигнала, равная разности начальной фазы и фазы, вызванной задержкой:

$$\varphi_k(t) = \theta_k(t) - 2\pi[f_c + d_k(t-\tau_k)]\tau_k. \qquad (13)$$

После подстановки (11), (12) в (9), (10) получаем выражение для статистик на выходах интеграторов [5]:

$$Z_{c,m} = D_{c,m} + \sum_{k=2}^{K} I_{c,m}(k) + N_{c,m}, \qquad (14)$$

где $D_{c,m}$ – отклик от принимаемого сигнала:

$$D_{c,m} = T_b\sqrt{\frac{p_1}{2}}\,\delta(d_0^1, m)\cos(\theta_m^1 + \alpha_1 + \beta_1); \qquad (15)$$

$$\delta\left(d_0^1, m\right) = \begin{cases} 1, \text{ если } d_0^1 = m, \\ 0 \ - \text{ в противном случае;} \end{cases}$$

θ_m^1 – фаза, соответствующая частотному тону; α_1 и β_1 – фазы, вносимые приемником и синтезатором (их сумма считается равномерно распределенной на $[0,2\pi]$ случайной величиной, т.е. $\varphi_1 = \theta_m^1 + \alpha_1 + \beta_1$); $I_{c,m}(k)$ – отклик демодулятора на мешающие сигналы [5]:

$$I_{c,m}(k) = T_b\sqrt{\frac{p_k}{2}}\,\delta(d_0^k, m)\cos(\theta_m^k + \alpha_k + \beta_k); \qquad (16)$$

$N_{c,m}$ – гауссовская случайная величина,

$$N_{c,m} = \int_0^{T_b} n(t)\cos[2\pi(f_c + m\Delta f)t]\,dt, \qquad (17)$$

с нулевым средним и дисперсией

$$\mathrm{var}(N_{c,m}) = \int_0^{T_b}\int_0^{T_b} E\{n(t)n(\tau)\} \times$$

$$\times \cos[2\pi(f_c + m\Delta f)t] \times$$

$$\times \cos\left[2\pi\left(f_c + m\Delta f\right)\tau\right] dt\,d\tau. \qquad (18)$$

Учитывая, что

$$E\{n(t)n(\tau)\} = \frac{N_0}{2}\,\delta(t-\tau),$$

после фильтрации удвоенных частот из (18) получим

$$\mathrm{var}(N_{c,m}) = \frac{N_0 T_b}{4}. \qquad (19)$$

Выражения для $I_{s,m}(k)$ аналогичны (16), где $\cos(\cdot)$ заменен на $\sin(\cdot)$.

Таким образом, в случае совпадения частот имеем

$$Z_{c,m} = T_b\sqrt{\frac{p_1}{2}}\,\delta(d_0^1, m)\cos\gamma_1 +$$

$$+ T_b\sum_{k=2}^{K}\sqrt{\frac{p_k}{2}}\,\delta(d_0^k, m)\cos\gamma_{k,m} + N_{c,m}, \qquad (20)$$

$$Z_{s,m} = T_b\sqrt{\frac{p_1}{2}}\,\delta(d_0^1, m)\sin\gamma_1 +$$

$$+ T_b\sum_{k=2}^{K}\sqrt{\frac{p_k}{2}}\,\delta(d_0^k, m)\sin\gamma_{k,m} + N_{s,m}, \qquad (21)$$

где $\gamma_{k,m}$ – независимые, в совокупности равномерно распределенные на $[0,2\pi]$ случайные величины ($m = \pm 1$).

4. Условная вероятность ошибки на бит для модуляции BFSK при многостанционном доступе

Поскольку решающие статистики (20), (21) представляют собой суммы независимых случайных величин, то для получения точного выражения для вероятности ошибки удобнее пользоваться выражением в терминах характеристических функций (так как характеристическая функция суммы величин равна произведению характеристических функций).

Сначала рассмотрим случай отсутствия взаимных помех с ошибкой, обусловленной только белым гауссовским шумом. В соответствии с рис. 3, вероятность ошибки можно записать следующим образом:

$$P_e = \frac{1}{2}[P_r(R_{-1}^2 > R_1^2 \,|\, 1) + P_r(R_1^2 > R_{-1}^2 \,|\, -1)]. \quad (22)$$

С учетом того, что символы ± 1 априори равновероятны, выражение (22) можно переписать в виде

$$P_e = P_r\{R_{-1}^2 > R_1^2 \,|\, 1\} =$$

$$= P_r\{|R_{-1}| > |R_1| \,|\, 1\} =$$

$$= \int_0^\infty P_r\{|R_1| < |R_{-1}| \;|\; |R_{-1}| = r\}\, f_{-1}(r\,|\,1)\, dr, \quad (23)$$

где $f_{-1}(r\,|\,1)$ – условная плотность распределения величины $|R_{-1}|$. Как показано в [6], в отсутствие взаимных помех имеет место соотношение

$$P_r\{|R_1| < |R_{-1}| \;|\; |R_{-1}| = r\} = r\int_0^\infty \Phi_1(u)\, J_1(ru)\, du, \quad (24)$$

где $\Phi_1(\cdot)$ – характеристическая функция величины $|R_1|$, $J_1(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка (k=1):

$$J_k(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(x\sin\theta - k\,\theta)\, d\theta.$$

После подстановки (24) в (23) получаем выражение для условной вероятности ошибки на бит:

$$P_e = \int_0^\infty r \int_0^\infty \Phi_1(u)\, J_1(ru)\, f_{-1}(r\,|\,1)\, du\, dr =$$

$$= \int_0^\infty \Phi_1(u) \int_0^\infty r\, J_1(ru)\, f_{-1}(r\,|\,1)\, dr\, du. \quad (25)$$

В [6, 9] показано, что

$$\Phi_1(u) = \int_0^\infty J_0(ru)\, f_{-1}(r\,|\,1)\, du. \quad (26)$$

С учетом того, что [10]

$$\frac{dJ_0(u)}{du} = -J_1(u), \quad (27)$$

после дифференцирования (26) получаем

$$\frac{d\Phi_1(u)}{du} = -\int_0^\infty r J_1(ru)\, f_{-1}(r\,|\,1)\, dr. \quad (28)$$

Подставляя (28) в (25), получим выражение для вероятности ошибки в терминах характеристических функций:

$$P_e = -\int_0^\infty \Phi_1(u)\, \frac{d\Phi_1(u)}{du}\, du. \quad (29)$$

Полученная формула (29) упрощает вычисление вероятности ошибки при воздействии взаимных помех пользователей сети.

Для дальнейшего анализа воспользуемся результатами работы [6], где рассматривается воздействие узкополосных сигналов на оба канала. Показано, что на выходах синфазных каналов в двух ветвях демодулятора наблюдаются величины

$$Z_{c,1} = s\cos\varphi + \sum_{i=1}^{N_1} a_{1i}\cos\gamma_{1i} + n_{c,1}, \quad (30)$$

$$Z_{c,-1} = \sum_{i=1}^{N_2} a_{-1i}\cos\gamma_{-1i} + n_{c,-1}, \quad (31)$$

где s – амплитуда принимаемого сигнала; $a_{1,i}$ и $a_{-1,j}$ – амплитуды i-го и j-го мешающих сигналов, воздействующих, соответственно, в верхней (m=1) и нижней (m=–1) ветви; φ, $\gamma_{1,i}$ и $\gamma_{-1,j}$ – фазы этих же сигналов, независимые, равномерно распределенные на $[0, 2\pi]$; $n_{c,1}$ и $n_{c,-1}$ – независимые гауссовские случайные величины с нулевым средним и дисперсиями σ_1^2 и σ_{-1}^2.

В сумме независимых величин характеристическая функция i-го слагаемого равна

$$\Phi_{1i}(u) = E_\gamma\{\exp(jua_{1,i}\cos\gamma)\} =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \exp(jua_{1,i}\cos\gamma)\, d\gamma = J_0(ua_{1,i}), \quad (32)$$

а характеристическая функция гауссовской величины с нулевым средним равна

$$\Phi_{n_c}(u) = \exp\left\{-\frac{u^2\sigma_1^2}{2}\right\}. \quad (33)$$

Учитывая (32), (33) и тот факт, что характеристическая функция суммы независимых величин равна произведению их характеристических функций, получаем

$$\Phi_1(u) = \exp\left\{-\frac{u^2\sigma_1^2}{2}\right\} J_0(su) \prod_{i=1}^{N_1} J_0(a_{1,i}u), \quad (34)$$

$$\Phi_{-1}(u) \;=\; \exp\left\{-\frac{u^2\sigma_{-1}^2}{2}\right\}\prod_{i=1}^{N_2} J_0(a_{-1,i}\,u). \quad (35)$$

Для упрощения выкладок выделим в (34), (35) составляющие, соответствующие помехам от других пользователей:

$$\left.\begin{aligned}\overline{\Phi}_1(u) &= \prod_{i=1}^{N_1} J_0(a_{1,i}\,u),\\ \overline{\Phi}_{-1}(u) &= \prod_{i=1}^{N_2} J_0(a_{-1,i}\,u).\end{aligned}\right\} \quad (36)$$

Найдем производную от $\Phi_{-1}(u)$:

$$\frac{d\Phi_{-1}(u)}{du} = \frac{d}{du}\left\{\exp\left(-\frac{u^2\sigma_{-1}^2}{2}\right)\overline{\Phi}_{-1}(u)\right\} = -\exp\left(-\frac{u^2\sigma_{-1}^2}{2}\right)\left[u\,\sigma_{-1}^2\,\overline{\Phi}_{-1}(u) + \sum_{j=1}^{N_2} a_{-1,j}\;J_1(a_{-1,j}\,u)\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{N_2} J_0(a_{-1,i}\,u)\right]. \quad (37)$$

После подстановки (36), (37) в (29) получим выражение для вероятности ошибки

$$P_e = -\int_0^{\infty}\exp\left(-\frac{\sigma_1^2+\sigma_{-1}^2}{2}u^2\right) J_0(su)\,\overline{\Phi}_1(u)\left[u\,\sigma_{-1}^2\,\overline{\Phi}_{-1}(u) + \sum_{j=1}^{N_2} a_{-1,j}\;J_1(a_{-1,j}\,u)\prod_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{N_2} J_0(a_{-1,i}\,u)\right] du. \quad (38)$$

Полученная формула (38) позволяет вычислить вероятность ошибки на бит при условии, что принимаемый сигнал (с амплитудой s) и N_1 сигналов (с заданными амплитудами $a_{1,i}$) от других пользователей воздействуют на верхний канал, а на нижний канал воздействуют N_2 сигналов (с заданными амплитудами $a_{-1,i}$).

5. Полная вероятность ошибки на бит при взаимных помехах

Ранее предполагалось, что имеется N групп по K_i пользователей в i-й группе (см. рис. 1) и мощность мешающего сигнала от каждого пользователя i-й группы на входе приемника равна P_i.

Для простоты изложения рассмотрим сначала случай $N=2$ (две группы), а затем распространим рассуждения на $N>2$.

Обозначим через A_1 событие о том, что k_1 пользователей из первой группы воздействуют на верхнюю ветвь, а остальные K_1-k_1 – на нижнюю. Аналогично, событие A_2 означает, что k_2 пользователей из второй группы воздействуют на верхнюю ветвь, а остальные K_2-k_2 – на нижнюю. Если полагать, что мешающие сигналы с равной вероятностью попадают на каждую из ветвей, то вероятность событий A_1 и A_2 находится по формуле Бернулли:

$$P_r(A_1A_2) = \\ = C_{K_1}^{k_1}\left(\frac{1}{2}\right)^{k_1}\left(\frac{1}{2}\right)^{K_1-k_1} C_{K_2}^{k_2}\left(\frac{1}{2}\right)^{k_2}\left(\frac{1}{2}\right)^{K_2-k_2}. \quad (39)$$

Соответствующие условные характеристические функции обозначим

$$\Phi_1(u,k_1,k_2) \;=\; J_0(a_1u)^{k_1}\,J_0(a_2u)^{k_2}, \quad (40)$$

$$\Phi_{-1}(u,k_1,k_2) \;=\; J_0(a_1u)^{K_1-k_1}\,J_0(a_2u)^{K_2-k_2}, \quad (41)$$

где, в соответствии с (20)–(21), $a_i = T_b\sqrt{P_i/2}$, $i=1,2$.

Обратимся к формуле (38). Подынтегральная функция здесь состоит из двух сомножителей – условных характеристических функций. Первый обусловлен сигналом и шумом:

$$\Phi_s(u) \;=\; \exp\left\{-\frac{\sigma_1^2+\sigma_{-1}^2}{2}u^2\right\} J_0(su), \quad (42)$$

второй – взаимными помехами:

$$\overline{\Phi}_{1,-1}(u\,|\,k_1,k_2) = \overline{\Phi}_1(u\,|\,k_1,k_2)\left[\sigma_{-1}^2\,u\,\overline{\Phi}_{-1}(u\,|\,k_1,k_2) - \frac{d\overline{\Phi}_{-1}}{du}(u\,|\,k_1,k_2)\right] = \\ = J_0^{K_1}(a_1u)\,J_0^{K_2}(a_2u)\left[\sigma_{-1}^2\,u + (K_1-k_1)\,a_1\,\frac{J_1(a_1u)}{J_0(a_1u)} + (K_2-k_2)\,\frac{J_1(a_2u)}{J_0(a_2u)}\right]. \quad (43)$$

Средняя характеристическая функция находится по формуле полной вероятности:

$$\overline{\Phi}_{1,-1}(u) = \sum_{k_1=0}^{K_1} C_{K_1}^{k_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{k_1} \sum_{k_2=0}^{K_2} C_{K_2}^{k_2} \left(\frac{1}{2}\right)^{k_2} \overline{\Phi}_{1,-1}(u \mid k_1, k_2) =$$

$$= J_0^{K_1}(a_1 u)\, J_0^{K_2}(a_2 u) \left[\frac{K_1 a_1}{2} \frac{J_1(a_1 u)}{J_0(a_1 u)} + \frac{K_2 a_2}{2} \frac{J_1(a_2 u)}{J_0(a_2 u)} + \sigma_{-1}^2 u \right]. \quad (44)$$

При выводе (44) учитывалось, что [10]

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n \sum_{k=0}^{n} C_n^k = \frac{n}{2}.$$

Формулу (44) можно обобщить на N групп [8]:

$$\overline{\Phi}_{1,-1}(u) = \prod_{i=1}^{N} J_0^{K_i}(a_i u) \times$$

$$\times \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{K_i a_i}{2} \frac{J_1(a_i u)}{J_0(a_i u)} + \sigma_{-1}^2 u \right]. \quad (45)$$

Если мощность шума в обеих ветвях одинакова, то, согласно (19)–(21),

$$\sigma_1^2 = \sigma_{-1}^2 = \frac{N_0 T_b}{4} \text{ и } s = T_b \sqrt{P_0 / 2}. \quad (46)$$

Произведем замену переменных: u на $v = us$. Тогда интеграл для условной вероятности ошибки (38) примет вид [8]

$$P_e(K_1, K_2, \ldots, K_N) = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{2h^2}\right) J_0(v) \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{K_i \overline{a}_i}{2} \frac{J_1(\overline{a}_i v)}{J_0(\overline{a}_i v)} + \frac{v}{2h^2} \right] \prod_{i-1}^{N} J_0^{K_i}(\overline{a}_i v)\, dv, \quad (47)$$

где $\overline{a}_i = \sqrt{P_i / P_0}$ – нормированные амплитуды, $h^2 = E_b / N_0$ – отношение сигнал-шум.

При работе в режиме ППРЧ другие пользователи воздействуют на выбранный приемник только в случае совпадения частот, которое происходит с вероятностью P_h. Тогда вероятность того, что воздействовать будет k_i-й пользователь из i-й группы, находится по формуле Бернулли:

$$P_{k_i} = C_{K_i}^{k_i} P_h^{k_i} (1 - P_h)^{K_i - k_i}, \quad (48)$$

где для асинхронной ППРЧ вероятность совпадения частот определяется по формуле (1).

Средняя вероятность ошибки на бит получается в результате усреднения по всем группам и равна [8]

$$\overline{P}_e(K_1, K_2, \ldots, K_N) = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{2h^2}\right) J_0(v) \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{K_i \overline{a}_i P_h J_1(\overline{a}_i v)}{2[1 - P_h + P_h J_0(\overline{a}_i v)]} + \frac{v}{2h^2} \right] \prod_{i-1}^{N} [1 - P_h + P_h J_0(\overline{a}_i v)]^{K_i}\, dv. \quad (49)$$

Частные случаи

1. Отсутствие взаимных помех, т.е. $\overline{a}_i = 0$. Учитывая, что $J_0(0) = 1$, $J_1(0) = 0$, получим

$$P_e = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{2h^2}\right) J_0(v) \frac{v}{2h^2}\, dv. \quad (50)$$

Известно [10], что

$$\int_0^{\infty} x^{m+1} e^{-\alpha x^2} J_m(\beta x)\, dx = \frac{\beta^m}{(2\alpha)^{m+1}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{4\alpha}\right). \quad (51)$$

Полагая $m = 0$, $\alpha = 1/2h^2$, $\beta = 1$, получаем

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-h^2/2}, \quad (52)$$

что соответствует вероятности ошибки на бит при некогерентном приеме в белом шуме.

2. Вероятность столкновения частот $P_h \to 0$. Тогда интеграл в (49) сводится к (50), (52).

Формула для средней вероятности ошибки может быть распространена и на случай M-й ППРЧ [8]:

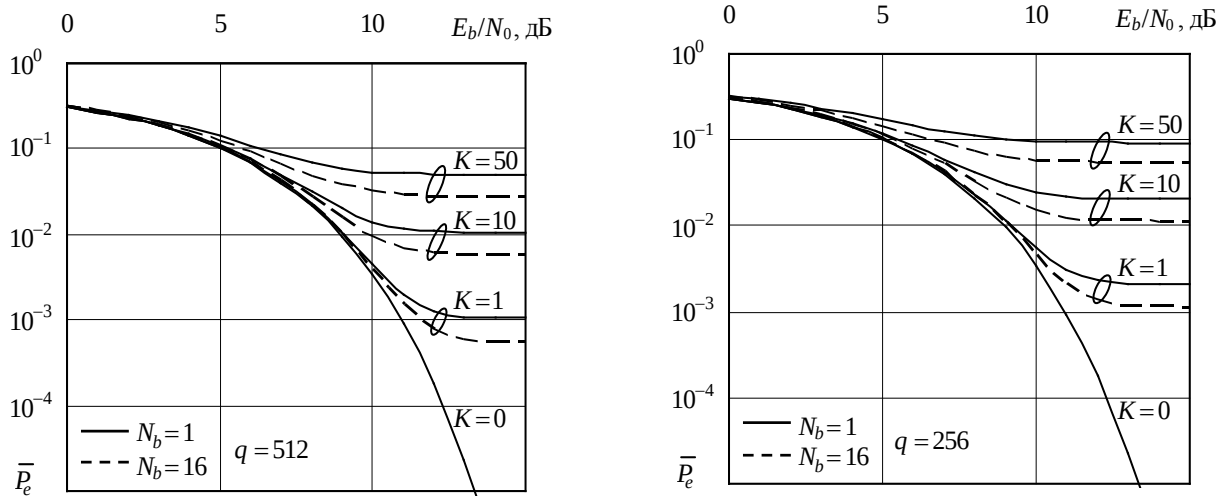
$$\overline{P}_e(K_1, K_2, \ldots, K_N) = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{2h^2}\right) J_0(v) \prod_{i-1}^{N} \left[1 - P_h + P_h\left(1 - \frac{2}{M} + \frac{2}{M} J_0(\overline{a}_i v)\right)\right]^{K_i} \times$$

$$\times \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{K_i \overline{a}_i P_h J_1(\overline{a}_i v)}{M\left[1 - P_h + P_h\left(1 - \frac{2}{M} + \frac{2}{M} J_0(\overline{a}_i v)\right)\right]} + \frac{v}{2h^2}\right] dv. \qquad (53)$$

6. Результаты численных расчетов

Предположим, что передача данных осуществляется со скоростью R_d=19200 бит/сек; используется два типа ППРЧ: медленная – 16 бит на скачок (N_b=16) и быстрая – 1 бит на скачок (N_b=1); число выделенных частот для ППРЧ может изменяться в пределах от 8 до 512.

На рис. 4 приведены графики зависимости вероятности ошибки на бит от отношения сигнал-шум для различного числа пользователей в сети, воздействующих с одинаковой мощностью. Максимальное число частот q=512 (рис. 4а) и q=256 (рис. 4б). Пунктирные кривые соответствуют медленной ППРЧ (N_b=16), сплошные – быстрой (N_b=1).



а) б)

Рис. 4. Зависимость вероятности ошибки на бит
от отношения сигнал-шум для помех *одинаковой с сигналом мощности*
при различном числе мешающих пользователей в сети (K=0, 1, 10, 50) для числа частот q=512 (а) и q=256 (б)

Из рис. 4 следует, что (при E_b/N_0 = 13,35 дБ) наличие в сети еще одного активного пользователя увеличивает вероятность ошибки практически на два порядка: с 10^{-5} до 10^{-3}. Дальнейшее увеличение числа мешающих пользователей (с 1 до 10) приводит к увеличению на порядок. Уменьшение общего количества частот в 2 раза приводит к уменьшению вероятности ошибки примерно на 0,2 порядка. Кроме того, медленная ППРЧ имеет меньшую вероятность ошибки. Также на обоих графиках (рис. 4а и рис. 4б) при $E_b/N_0 \to \infty$ для вероятностей ошибки явно просматривается существование асимптотических значений.

Аналогично рис. 4, на рис. 5 приведены графики для помех с различным уровнем мощности, где N=2, K_1=K_2=5, a_1=1, a_2=2. Рис. 6 соответствует общему количеству помех, равному 10, однако мощности пяти из них в 2 раза превосходят мощность сигнала.

На рис. 6 приведены графики зависимости СВО на бит от числа пользователей в сети при E_b/N_0=13,35 дБ и q=256, 512. Из рисунка видно, что при увеличении количества пользователей сети (примерно от 1 до 10) вероятность ошибки быстро достигает насыщения.

На рис. 7 приведены графики зависимости СВО на бит от числа выделенных частот для ППРЧ при N=2, K_1=K_2=5, a_1=1, a_2=2. Семейство кривых 1 соответствует E_b/N_0=8 дБ, а семейство кривых 2 – E_b/N_0=13,35 дБ.

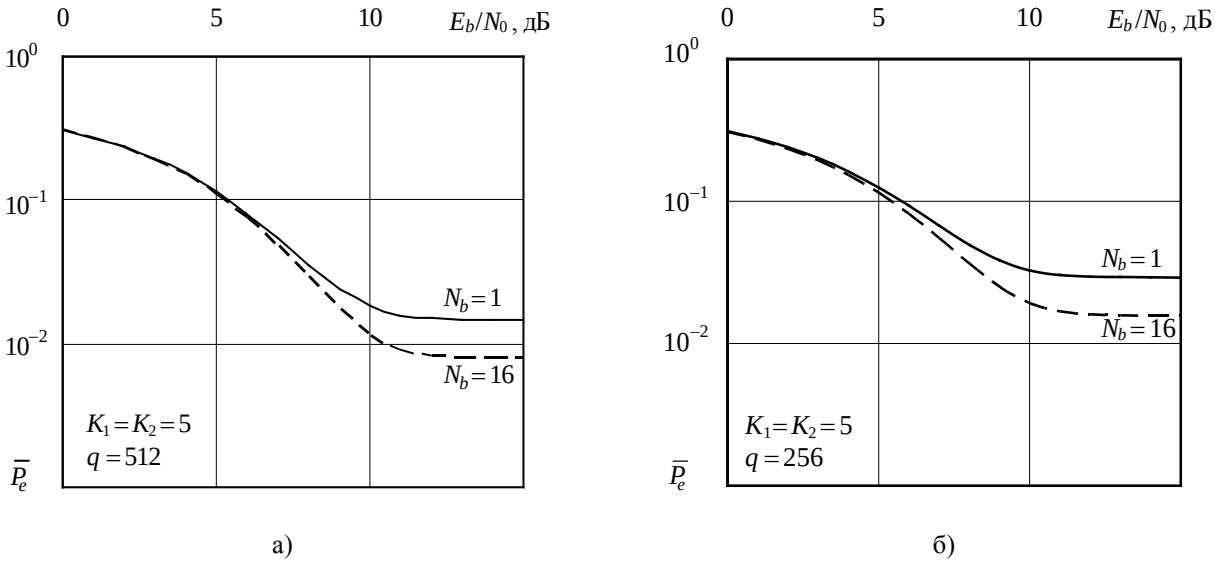


Рис. 5. Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения сигнал-шум для помех с *различным уровнем мощности* при числе пользователей в сети $K_1=K_2=5$, $\overline{a}_1=1$, $\overline{a}_2=2$, число частот $q=512$ (а) и $q=256$ (б)

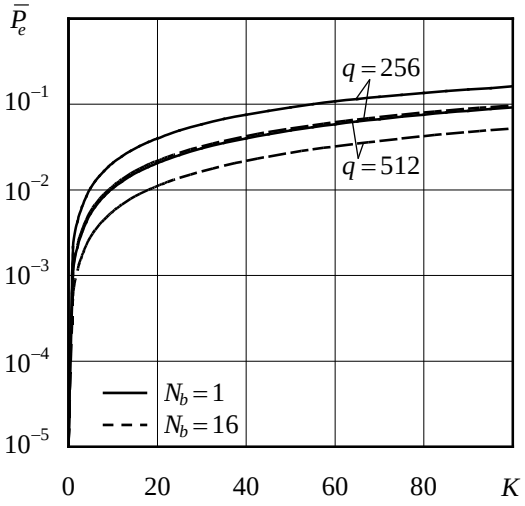


Рис. 6. Зависимость средней вероятности ошибки на бит от числа пользователей в сети K при E_b/N_0=13,35 дБ и $q=256, 512$

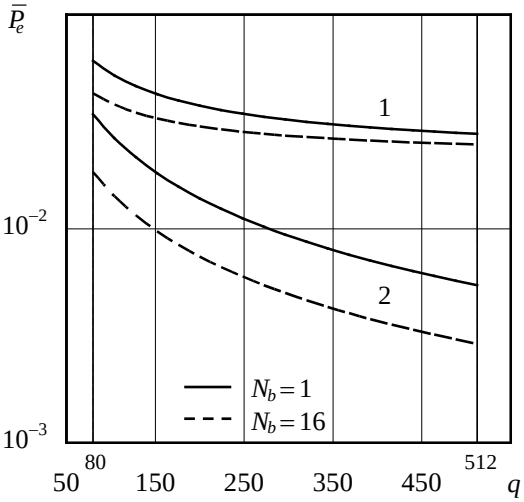


Рис. 7. Зависимость средней вероятности ошибки на бит от числа выделенных частот q (кривые 1 – $E_b/N_0=8$ дБ, кривые 2 – E_b/N_0=13,35 дБ)

Заключение

В настоящей статье представлен метод расчета средней вероятности ошибки на бит в условиях воздействия помех от других пользователей сети. Получены формулы для расчета вероятности ошибок от воздействия других активных пользователей. Приведены результаты численных расчетов в виде графиков.

Анализируя графики, можно сделать следующие выводы:

– наличие даже небольшого числа активных пользователей сети ($1\le K\le 10$) существенным образом увеличивает вероятность ошибки на бит;

– для медленной ППРЧ вероятность ошибки меньше, чем для быстрой;

– увеличение числа общих частот уменьшает вероятность ошибки при большом значении отношения сигнал-шум.

Литература

1. *Борисов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи: основы теории и принципы реализации. – М.: Наука, 2009. 358 с.

2. *Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Шестопалов В.И.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов прямой модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью; Под ред. В.И. Борисова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: РадиоСофт, 2011. 550 с.

3. *Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. Под ред. В.И. Борисова. 2-е изд. М.: РадиоСофт, 2008. 512 с.

4. *Макаренко С.И., Иванов М.С., Попов С.А.* Помехозащищенность систем радиосвязи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты. СПб.: Свое издательство, 2013. 166 с.

5. *Geraniotis E.A., Pursley M.B.* Error probabilities for slow-frequency-hopped spread-spectrum multiple-access communications over fading channels // IEEE Trans. Communications. May 1982. V. COM-30, № 5. Pp. 996–1009.

6. *Bird J.S.* Error performance of binary NCFSK in the presence of multiple tone interference and system noise // IEEE Trans. Communications. March 1985. V. COM-33, № 3. Pp. 203–209.

7. *Cheun K., Stark W.E.* Probability of error in frequency-hop spread-spectrum multiple-access communication systems with noncoherent reception // IEEE Trans. Communications. September 1991. V. COM-39, № 9. Pp. 1400–1410.

8. *Geraniotis E.* Multiple-access capability of frequency-hopped spread-spectrum revisited, an analysis of the effect of unequal power levels // IEEE Trans. Communications. July 1990. V. COM-38, № 7. Pp. 1066–1077.

9. *Lord R.D.* The use Hankel transform in statistics. 1. General theory and example // Biometrika. 1954. V. 41. Pp. 44–55.

10. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

Статья поступила в редакцию 25 июня 2015 года

УДК 621.396.662

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОМЕХ ДРОБНОСТИ В ФАЗО-ЦИФРОВЫХ СИНТЕЗАТОРАХ ЧАСТОТ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ДЕЛЬТА-СИГМА МОДУЛЯТОРЫ

В.И. Борисов, д.т.н., профессор, член-кор. РАН, научный руководитель, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: office@sozvezdie.su
С.К. Романов, к.т.н., в.н.с., АО «Концерн «Созвездие», e-mail: skromanov@rambler.ru
А.В. Леньшин, д.т.н., профессор, ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж), e-mail: andrey-lenshin@yandex.ru
Н.М. Тихомиров, начальник НТУ, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
Е.В. Шаталов, заместитель начальника, УГИБДД ГУ МВД России по Воронежской области, e-mail: evgen1778@mail.ru

Приведены результаты расчета помех дробности фазо-цифровых синтезаторов частот с использованием модели мультидетекторной импульсной системы ФАПЧ с дробным делителем частоты с дельта-сигма модуляторами и множеством параллельно работающих фазовых детекторов с неидентичными коэффициентами усиления. Проведена сравнительная оценка достигаемых уровней помех дробности.

Ключевые слова: *синтезатор частот, дельта-сигма модулятор, помеха дробности, фазовый детектор, управляемый генератор.*

PHASE NOISE DEFINITION IN PHASE AND DIGITAL FREQUENCY SYNTHESIZERS, USING DELTA-SIGMA MODULATORS

V.I. Borisov, D.D. in Engineering Sciences, professor, Corresponding Member of RAS, scientific adviser, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: office@sozvezdie.su
S.K. Romanov, Ph.D. in Engineering Sciences, leading research engineer, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: skromanov@rambler.ru
A.V. Lenshin, D.D. in Engineering Sciences, professor, Military Air Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh), e-mail: andrey-lenshin@yandex.ru
N.M. Tikhomirov, head of Scientific and Technical Directorate, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: tikhomir@sozvezdie.su
E.V. Shatalov, deputy head, Ministry of Internal Affairs of Russian Federation in Voronezh region, e-mail: evgen1778@mail.ru

Estimation results for phase noise of phase and digital frequency synthesizers with the use of a PLL multidetector pulse system model with a fractional frequency divider with delta-sigma modulators and many simultaneously functioning phase detectors with non-identical gains are presented. A comparative assessment of achievable phase noise levels is performed.

Keywords: *frequency synthesizer, delta-sigma modulator, phase noise, phase detector, controlled generator.*

Наличие дробных делителей частоты с переменным коэффициентом деления (ДДПКД) в синтезаторах частот ($СЧ_{др-N}$) с импульсной ФАПЧ приводит к появлению в выходном сигнале синтезатора помех дробности (ПД) [1]. Для уменьшения уровня ПД в низкочастотной части спектра сигнала СЧ в составе ДДПКД используется схема дельта-сигма модулятора (ДСМ) в разных модификациях [2, 3]. Пороговый характер работы ДДПКД, неравенство токов заряда и разряда при использовании частотно-фазового детектора с зарядовой накачкой ($ЧФД_{ЗН}$) увеличивают проблему спектральных составляющих ПД в полосе пропускания системы импульсно-фазовой автоподстройки частоты (ИФАПЧ) [4, 5].

Для уменьшения уровней ПД целесообразно применение: линейного импульсно-фазового детектора (ИФД) типа «выборка-запоминание»; компенсации с помощью фазового модулятора, включаемого в цепь «опорный генератор (ОГ) – $ЧФД_{ЗН}$ с неравными токами зарядовой накачки (ЗН)»; компенсации с помощью дополнительной цепи, выделяющей ПД и суммирующей ее с сигналом $ЧФД_{ЗН}$ с неравными токами ЗН на входе ФНЧ; адаптивной компенсации с помощью специального дополнительного устройства, подключаемого к входу ФНЧ системы ИФАПЧ;

множества $\text{ЧФД}_{\text{ЗН}}$ параллельно-последовательного действия в мультидетекторной системе ФАПЧ для повышения эквивалентной рабочей частоты детектирования [6–8]. В работе [8] приведена методика расчета помех дробности фазо-цифровых СЧ с использованием модели импульсно-непрерывной системы ФАПЧ с дробным делителем частоты на ее входе и множеством параллельно работающих фазовых детекторов с неидентичными коэффициентами усиления.

Целью настоящей работы является получение математической модели мультидетекторной системы импульсной ФАПЧ фазо-цифрового СЧ с ДДПКД с ДСМ ($\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$) и множеством ИФД параллельного действия с разбросом значений их коэффициентов усиления и неточностями сигналов компенсации ПД, а затем проведение по этой модели сравнительной оценки достигаемых уровней ПД.

В работе [9] предложен способ реализации метода формирования множества частот с использованием ФАПЧ, ряда накапливающих сумматоров (аккумуляторов) и ИФД. На рис. 1 представлена обобщенная блок-схема для $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$ и $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$.

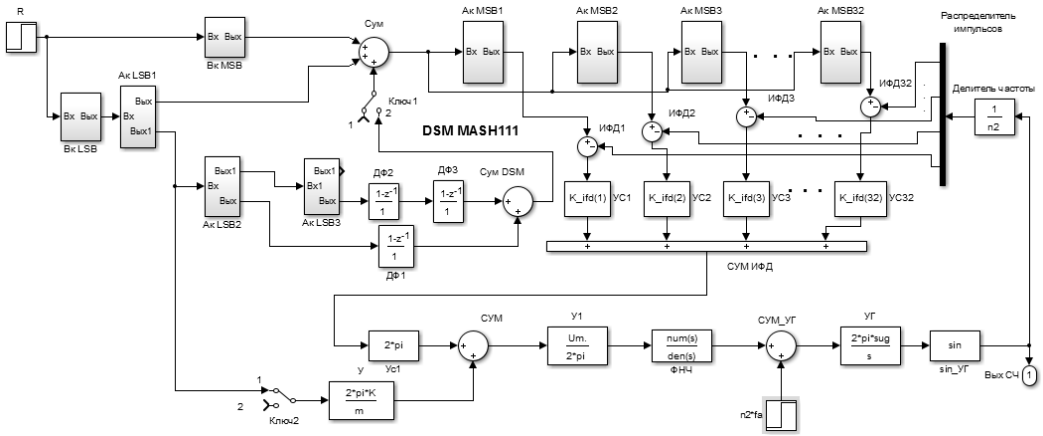


Рис. 1. Обобщенная блок-схема $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$ и $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$

Вариант построения $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$ – ключи 1, 2 находятся в положении 1; вариант $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$ – ключи 1, 2 находятся в положении 2. Схема содержит один аккумулятор младших разрядов АкLSB1 и множество K аккумуляторов старших разрядов (АкMSB1, … АкMSB32), $K = 32$. Число R, задающее выходную частоту $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$ с помощью устройств Вх MSB и Вх LSB, разделяется соответственно на два числа R_1 и R_2 ($R = R_1 \cdot 2^{na-nm} + R_2$, na – общее число двоичных разрядов в АкLSB1 и АкMSB, nm – общее число двоичных разрядов в K аккумуляторах АкMSB).

Особенностью устройства является установка начальных состояний АкMSB_k $C_{Mk}[n]$ (n – номер тактирующего аккумулятора импульса с частотой опорного сигнала) по определенному закону, а именно $C_{Mk}[0] = k - 1$, k – номер аккумулятора. Сигналы переполнения АкMSB_k с точек Вых поступают на K входов ИФД1…ИФД32. На вторые входы ИФД поступают сигналы с распределителя импульсов. В качестве распределителя импульсов может использоваться кольцевой делитель частоты на $2n$ сигнала УГ. Фазы сигналов с распределителя импульсов, поступающие на входы ИФД_k, можно записать в виде

$$\varphi_{\text{УГ}}(k) = 2\pi(k-1)/2n. \qquad (1)$$

Сигналы с выходов ИФД_k поступают на усилители с коэффициентами $K_ifd(k)$ и далее на сумматор СУМ ИФД, усилитель Ус1, сумматор СУМ, усилитель У1 с коэффициентом $Um/2\pi$, ФНЧ с передаточной функцией $G_{\text{ФНЧ}}(s)$ и УГ, представленный четырьмя элементами (СУМ_УГ, УГ, sin_УГ и элемент, генерирующий частоту $2nf_a$). На второй вход СУМ через усилитель У с коэффициентом передачи $2\pi K/m$ подается из точки Вых1 сигнал состояния АкLSB1 – это дополнительный сигнал компенсации ПД.

В варианте $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$ на третий вход сумматора Сум подается сигнал с ДСМ (на рис. 1 он образован с помощью устройства на дополнительных аккумуляторах АкLSB2, Ак LSB3, дискретных фильтрах ДФ1, ДФ2, ДФ3 и сумматора Сум DSM – это DSM MASH111).

Анализ импульсных последовательностей на выходах мультиаккумулятора в случае $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$ (рис. 1) показал, что они не являются точными и задержанными на величину $Az(i) = imT_R/\alpha K$ копиями по отношению к последовательности с выхода АкMSB1. Однако их средняя частота на интервале времени mT_R равна $f_a = f_R R/m$, а временное положение импульсов почти совпадает с положением импульсов как в варианте $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$ с небольшими флуктуациями из-за влияния ДСМ [8]. Это позволяет использовать распределитель импульсов со стороны УГ также в виде кольцевых делителей частоты и для изучения локальных процессов и определения ПД перейти от «полной» блок-схемы СЧ (рис. 1) к блок-схеме импульсно-непрерывной модели $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$, представленной на рис. 2.

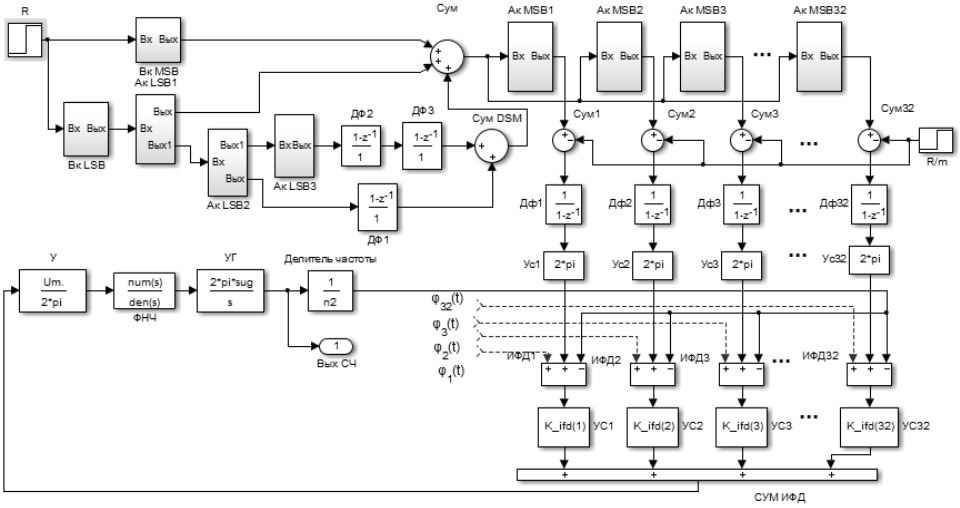


Рис. 2. Блок-схема импульсно-непрерывной модели $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$

Изображение по Лапласу фазы УГ в точке Вых СЧ можно записать в виде

$$\varphi_{\text{ВЫХ}}(s) = \left[\frac{2\pi z}{z-1}\sum_{k=1}^{K} K_ifd(k)[e_{AK_MSBk}(s) - R/m] + \sum_{k=1}^{K} K_ifd(k)\varphi_k(s)\right],$$

$$\frac{(U_m/2\pi)G_{\text{фнч}}(s)2\pi sug/s}{1+(U_m/2\pi)G_{\text{ФНЧ}}(s)2\pi sug\sum_{k=1}^{K} K_ifd(k)/n2s}, \quad (2)$$

где $e_{AK_MSBk}(s)$ – изображение по Лапласу сигнала k-го АкMSBk в точке Вых.

Из (2) следует, что спектральные составляющие ПД на выходе СЧ можно получить, используя быстрые преобразования Фурье от

$$\varphi_{\text{ВХ ПД}}(s) = \frac{2\pi z}{z-1}\sum_{k=1}^{K} K_ifd(k)[e_{AK_MSBk}(s) - R/m]$$

и умножив их на модуль передаточной функции замкнутой ФАПЧ $G_{\text{ФАПЧ}}(j\omega)$.

Найдем выражения для $e_{AK_MSBk}[n]$ для случая $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$ (рис. 2). Для этого разделим мультиаккумулятор на две части: 1-я часть – ДСМ типа MASH с порядком dsm_order (на рис. 2 *dsm*_order = 3, то есть MASH111), состоящий из аккумуляторов младших разрядов АкLSB1, ... АкLSB*dsm*_order, дискретных фильтров ДФ1, ДФ2... и сумматора Сум DSM, на вход АкLSB1 подается число R2; 2-я часть – K аккумуляторов старших разрядов АкMSB1, ... АкMSBK, имеющих начальные состояния $C_{Mk}[0] = k-1$ и сумматор Сум, на три входа которого подаются постоянное число R1 с Вых АкMSB, сигналы переполнения с АкLSB1 и сигналы с Сум DSM.

Функционирование 1-й части мультиаккумулятора можно записать в виде системы матричных разностных уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{C}_{\mathrm{L}}[n+1] = \mathbf{A}_{\mathrm{L}} \cdot \mathbf{CM}_{\mathrm{L}}[n] + \mathbf{B}_{\mathrm{L}} R2, \\ \mathbf{CM}_{\mathrm{L}}[n] = \mathrm{mod}\left(\mathbf{C}_{\mathrm{L}}[n], 2^{na-nm}\right), \\ \mathbf{CHC}_{\mathrm{L}}[n] = \left\{\mathbf{CM}_{\mathrm{L}}[n] < \mathbf{CM}_{\mathrm{L}}[n-1]\right\}, \end{cases} \quad (3)$$

где $\mathbf{C}_{\mathrm{L}} = [\mathrm{C}_{\mathrm{L1}}, \ldots \mathrm{C}_{\mathrm{L}dsm_order}]$ – вектор-столбец состояний аккумуляторов АкLSB1, ... АкLSB*dsm_order*; $\mathbf{A}_{\mathrm{L}}$ – нижняя матрица, полученная от массива $\mathrm{dsm_order} \times \mathrm{dsm_order}$, элементами которого являются единицы, например, для $\mathrm{dsm_order} = 4$,

$$\mathbf{A}_{\mathrm{L}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{CM}_{\mathrm{L}} = [\mathrm{CM}_{\mathrm{L1}}, \ldots \mathrm{CM}_{\mathrm{L}dsm_order}] -$$

вектор-столбец состояний аккумуляторов АкLSB1, ... АкLSB*dsm_order* с учетом осуществления операции $\mathrm{mod}(x, 2^{na-nm})$; $\mathbf{B}$ – единичный вектор-столбец *dsm_order*-го порядка; $\mathbf{CHC}_{\mathrm{L}} = [\mathrm{CHC}_{\mathrm{L1}}, \ldots \mathrm{CHC}_{\mathrm{L}dsm_order}]$ – вектор-столбец состояний на выходах переполнений аккумуляторов АкLSB1, ... АкLSB*dsm_orde*r.

Обозначив z^{-1} как оператор задержки на один такт, найдем выражение для сигнала на входах АкMSB1, ...АкMSB*K* ΔC_n как

$$\Delta C[n] = R1 + \mathrm{CHC}_{\mathrm{L1}}[n] +$$
$$+\mathrm{CHC}_{\mathrm{L2}}[n](1-z^{-1}) + \mathrm{CHC}_{\mathrm{L3}}[n](1-z^{-1})^2 +$$
$$+\ldots\mathrm{CHC}_{\mathrm{L}dsm_order}[n](1-z^{-1})^{dsm_order-1} =$$
$$= \sum_{i=1}^{dsm_order} \mathrm{CHC}_{\mathrm{L}i}[n](1-z^{-1})^{i-1}, \quad (4)$$

где, например, $\mathrm{CHC}_{\mathrm{L4}}[n](1-z^{-1})^3 = \mathrm{CHC}_{\mathrm{L4}}[n] -$ $-3\mathrm{CHC}_{\mathrm{L4}}[n-1] + 3\mathrm{CHC}_{\mathrm{L4}}[n-2] - \mathrm{CHC}_{\mathrm{L4}}[n-3]$.

Для 2-й части мультиаккумулятора функционирование аккумуляторов АкMSB1, ...АкMSB*K* можно записать в виде системы матричных разностных уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{C}_{\mathrm{M}}[n+1] = \mathbf{A}_{\mathrm{M}} \cdot \mathbf{CM}_{\mathrm{M}}[n] + \mathbf{B}_{\mathrm{M}} \Delta C[n], \\ \mathbf{CM}_{\mathrm{M}}[n] = \mathrm{mod}\left(\mathbf{C}_{\mathrm{M}}[n], K\right), \\ \mathbf{CHC}_{\mathrm{M}}[n] = \left\{\mathbf{CM}_{\mathrm{M}}[n] < \mathbf{CM}_{\mathrm{M}}[n-1]\right\}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\mathbf{C}_{\mathrm{M}} = [\mathrm{C}_{\mathrm{M1}}, \ldots \mathrm{C}_{\mathrm{M}K}]$ – вектор-столбец состояний аккумуляторов АкMSB1, ...АкMSB*K* (с учетом начальных состояний $C_{\mathrm{M}k}[0] = (k-1)$); $\mathbf{A}_{\mathrm{M}}$ – диагональная единичная матрица размером $K \times K$; $\mathbf{CM}_{\mathrm{M}} = [\mathrm{CM}_{\mathrm{M1}}, \ldots \mathrm{CM}_{\mathrm{M}K}]$ – вектор-столбец состояний аккумуляторов АкMSB1, ...АкMSB*K* с учетом осуществления операции $\mathrm{mod}(x, K)$; $\mathbf{B}_{\mathrm{M}}$ – единичный вектор столбец *K*-го порядка; $\mathbf{CHC}_{\mathrm{M}} = [e_{AK_MSB1}, e_{AK_MSB2}, \ldots$ $e_{AK_MSBK}]$ – вектор-столбец состояний на выходах переполнений аккумуляторов АкMSB1, ...АкMSB*K*.

В соответствии с (2)–(5) и рис. 2 в системе MATLAB8 разработана программа для расчета уровня ПД в виде зависимости $\varphi_{\mathrm{BX\,ПД}}(t)$, где $t = n/f_{\mathrm{R}}$, $n = 1, 2, 3\ldots$. На рис. 3 представлены результаты спектрального анализа $\varphi_{\mathrm{BX\,ПД}}(t) \cdot 0{,}5$ для $\mathrm{СЧ}^{\mathrm{ДСМ}}_{\mathrm{др}-N}$ с $R = 8449$, $m = 2^{15}$, $K = 32$, $f_{\mathrm{R}} = 320$ МГц, $n2 = K$, $\varphi(k) = 0$ и DSM MASH111. Кривая 1 – спектральные составляющие быстрого преобразования Фурье $20\log\left|\varphi_{\mathrm{ВЫХ}}\left(nf_{\mathrm{ПД}}\right)\right|$ от $\varphi_{\mathrm{ВЫХ}}(t)$; кривая 2 – спектральные составляющие $20\log\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left|\varphi_{\mathrm{ВЫХ}}\left(if_{\mathrm{ПД}}\right)\right|^2}$; кривые 1 и 2 получены для случая, когда значения $K_ifd(k)$ представляют случайную величину, распределенную по нормальному закону со средним значением 1 и среднеквадратическим отклонением (СКО) равным 0,01; кривая 3 – сумма спектральных составляющих $20\log\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left|\varphi_{\mathrm{ВЫХ}}\left(if_{\mathrm{ПД}}\right)\right|^2}$ при $K_ifd(k) = 1$, кроме $K_ifd(1) = 1 + 0{,}01$.

Рассмотрим влияние разброса задержек срабатывания *K* ИФД – RS-триггеров со стороны мультиаккумулятора – на уровень ПД в $\mathrm{СЧ}^{\mathrm{ДСМ}}_{\mathrm{др}-N}$. Выражение для $\varphi_{\mathrm{BX}}(s)$ (выход СУМ ИФД в разомкнутой ФАПЧ) запишется в виде

$$\varphi_{\mathrm{BX}}(s) =$$
$$= \frac{2\pi z}{z-1}\sum_{k=1}^{K} K_ifd(k) e^{-s\tau_ifd(k)}\left[e_{AK_MSBk}(s) - R/m\right]. \quad (6)$$

На рис. 4 представлены результаты спектрального анализа $\varphi_{\mathrm{BX\,ПД}}(t) \cdot 0{,}5$, рассчитанные

по (6), для случая $R = 8449$, $m = 2^{15}$, $K = 32$, $f_{\text{R}} = 320$ МГц, $n2 = K$, $\varphi(k) = 0$. На рис. 4 прерывистые кривые 1, 2 и 3 (три реализации) – сумма спектральных составляющих $20\log\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left|\varphi_{\text{ВЫХ}}i\left(f_{\text{ПД}}\right)\right|^2}$, когда значения $\tau_ifd(k)$ представляют собой случайную величину, распределенную по нормальному закону со средним значением $12{,}5\cdot10^{-12}$ с и СКО $5\cdot10^{-12}$ с; кривая 4 – сумма спектральных составляющих $20\log\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left|\varphi_{\text{ВЫХ}}(if_{\text{ПД}})\right|^2}$ для случая, когда все значения $\tau_ifd(k) = 12{,}5\cdot10^{-12}$ с; кривая 5 – сумма спектральных составляющих $20\log\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left|\varphi_{\text{ВЫХ}}(if_{\text{ПД}})\right|^2}$ для случая, когда все значения $\tau_ifd(k) = 0$.

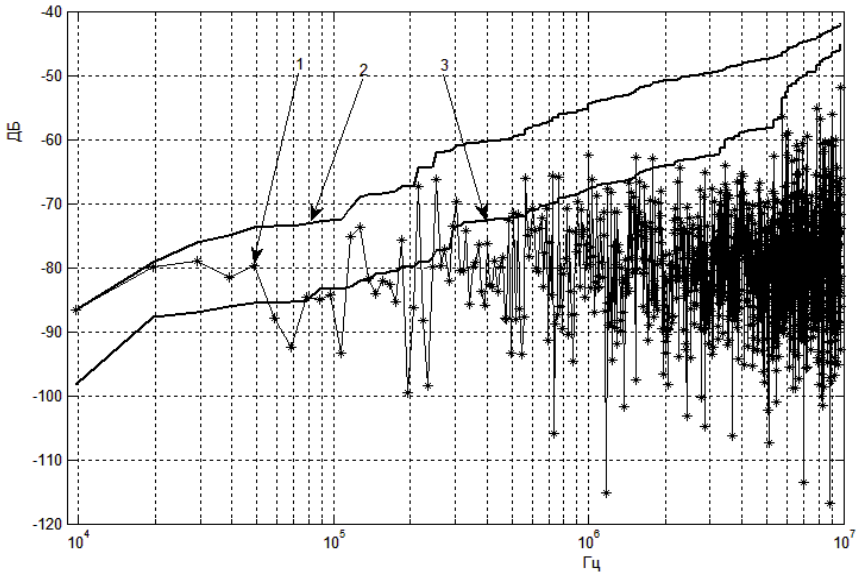


Рис. 3. Спектры фазы выходного сигнала в широкополосной ФАПЧ $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$

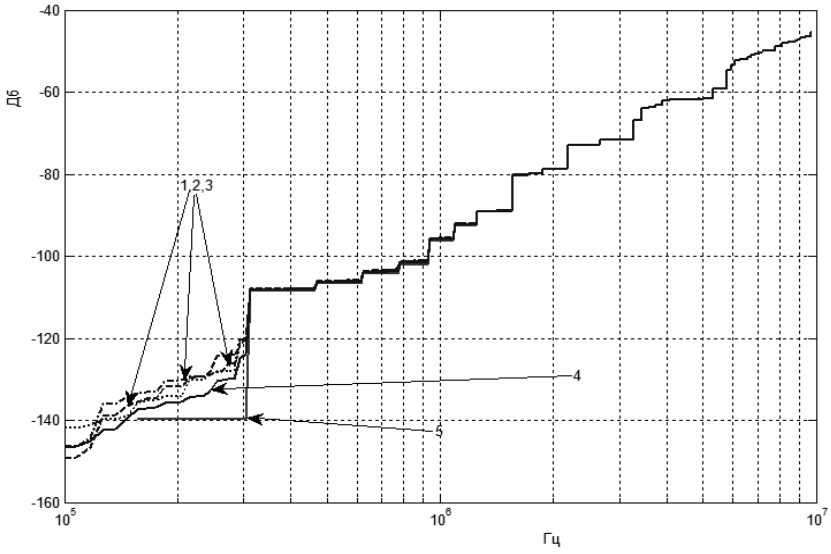


Рис. 4. Спектры фазы выходного сигнала в широкополосном $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$ с учетом разбросов задержек срабатывания ИФД

На рис. 5 представлены результаты сравнительного анализа спектральных составляющих $20\log\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left|\varphi_{\text{вых}}(if_{\text{ПД}})\right|^2}$ для вариантов $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$, $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$ (по четыре кривых) и $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$ (с ДДПКД, управляемым DSM MASH111, две кривые, $f_{\text{ПД}} = 156,25$ кГц). Параметры $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$, $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$: $R = 8449$, $m = 2^{15}$, $K = 32$, $f_{\text{R}} = 320$ МГц, $n2 = K$, $\varphi(k) = 0$; значения $K_ifd(k)$ представляют случайную величину, распределенную по нормальному закону со средним значением 1, СКО, равным 0,01; DSM MASH111.

Кривые для $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$ получены для случая, когда ДДПКД имеет целочисленный коэффициент деления, равный 8, а дробная часть формировалась десятиразрядным DSM MASH111. При расчетах также использовалось 1%-е неравенство токов в $\text{ЧФД}_{\text{ЗН}}$ – непрерывная линия, а при равенстве токов в $\text{ЧФД}_{\text{ЗН}}$ – штриховая линия, $f_R = 320$ МГц. Частоты выходного сигнала для всех СЧ ~2,5 ГГц, а шаг сетки частот – 312,5 кГц. Из анализа рис. 5 следует, что вариант построения $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$ при выбранных параметрах обладает некоторым преимуществом по сравнению с вариантом $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$.

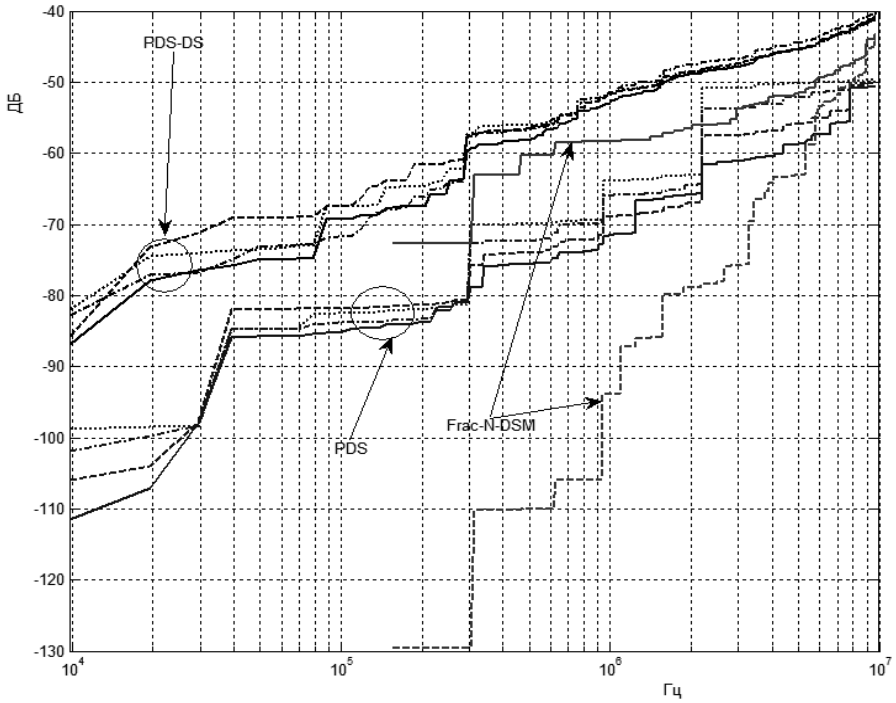


Рис. 5. Спектры фазы выходного сигнала в широкополосной системе ФАПЧ синтезаторов $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$, $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$

Выводы

Получена методика расчета уровня помех дробности в СЧ, предложенном в работе [9]; приведены примеры вычислений спектров в СЧ по этой методике, показывающие его достаточно высокую эффективность. Определены условия сравнения уровней шумов на выходе традиционного $\text{СЧ}_{\text{др}-N}$ и $\text{СЧ}^{\text{ДСМ}}_{\text{др}-N}$. Приведены результаты сравнительного спектрального анализа характеристик для трех вариантов построения синтезаторов частот.

Литература

1. *Романов С.К., Тихомиров Н.М., Леньшин А.В.* Системы импульсно-фазовой автоподстройки в устройствах синтеза и стабилизации частот. М.: Радио и связь, 2010. 328 с.

2. *Тихомиров Н.М., Леньшин А.В., Романов С.К.* Представление дельта-сигма модулятора генератором «цветного» шума при определении уровней помех дробности в синтезаторах частот // Вестник Воронежского института МВД России. 2011. № 3. С. 110–119.

3. *Леньшин А.В., Тихомиров Н.М., Романов С.К., Тихомиров М.Н.* Помехи дробности в синтезаторах с

делителями частоты, управляемыми дельта-сигма модуляторами // Телекоммуникации. 2012. № 5. С. 38–42.

4. *Романов С.К., Рахманин Д.Н.* Определение помех в системе ИФАПЧ с дробным делителем частоты в цепи обратной связи // Теория и техника радиосвязи. 2003. № 2. С. 73–81.

5. *Попов П.А., Леньшин А.В., Тихомиров Н.М., Шаталов Е.В. и др.* Угловая модуляция цифровых синтезаторов частот; под ред. П.А. Попова. Воронеж: ВИ МВД России, 2001. 262 с.

6. *Тихомиров Н.М., Леньшин А.В., Романов С.К., Тихомиров М.Н.* Адаптивная компенсация помех дробности в синтезаторах с фазовой автоподстройкой частоты // Радиотехника. 2012. № 5. С. 74–78.

7. *Романов С.К., Тихомиров Н.М., Леньшин А.В.* Переходные процессы в синтезаторах с фазовой автоподстройкой частоты при адаптивной компенсации помех дробности // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 2013. № 1(90). С. 24–39.

8. *Романов С.К., Тихомиров Н.М., Леньшин А.В.* Методика расчета помех дробности в фазо-цифровых синтезаторах частот // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 3. С. 83–92.

9. Патент 5748043 (США). Digital PLL Frequency Synthesizer / V.I. Koslov. № 737351. Заявл. 03.05.94, опубл. 01.11.96.

Статья поступила в редакцию 14 июля 2015 года

УДК 621.3.015.4

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР С ПЕРЕКЛЮЧАЮЩЕЙСЯ СКАЧКОМ РЕАКТИВНОСТЬЮ

Н.Д. Бирюк, к.т.н., д. ф.-м. н., профессор, Воронежский гос. университет, e-mail: lidia@vmail.ru
А.Ю. Кривцов, инженер, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: bobr5me@rambler.ru

Предложен анализ собственных колебаний линейного параметрического контура с периодической, скачкообразно изменяющейся во времени емкостью. Согласно неиспользуемому в радиоэлектронике принципу линейного включения процессы в параметрическом контуре тесно связаны с процессами в нелинейном контуре.

Ключевые слова: *параметрический контур со скачкообразным изменением реактивностей, свободный процесс, проблема устойчивости.*

OSCILLATING CIRCUIT WITH ABRUPTLY CHANGING REACTANCE

N.D. Biryuk, Ph.D. in Engineering Sciences, D.D. in Physics and Mathematics, professor, Voronezh State University, e-mail: lidia@vmail.ru
A.Yu. Krivtsov, engineer, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: bobr5me@rambler.ru

Analysis of natural oscillations of a linear parameterized circuit with the periodic abruptly time-varying capacity is proposed. According to the principle of linear inclusion, which is not used in radio electronics, parameterized circuit processes are closely connected with a nonlinear circuit processes.

Keywords: *parameterized circuit with abruptly changing reactance, free process, problem of stability.*

Известно, что линейные системы удовлетворяют принципу суперпозиции. В практическом анализе нам не удалось найти подобного общего принципа, охватывающего нелинейные системы. Однако такой принцип разработан в математической литературе [1] под названием «принцип линейного включения». Он утверждает, что любой процесс в нелинейной системе может быть точно реализован в специально подобранной линейной системе. Поэтому любое достижение в теории линейных систем имеет значение также и для нелинейных систем. В частности, такая же взаимосвязь справедлива соответственно для линейного и нелинейного контуров.

Рассмотрим линейный колебательный контур с изменяющимися во времени реактивностями (рис. 1).

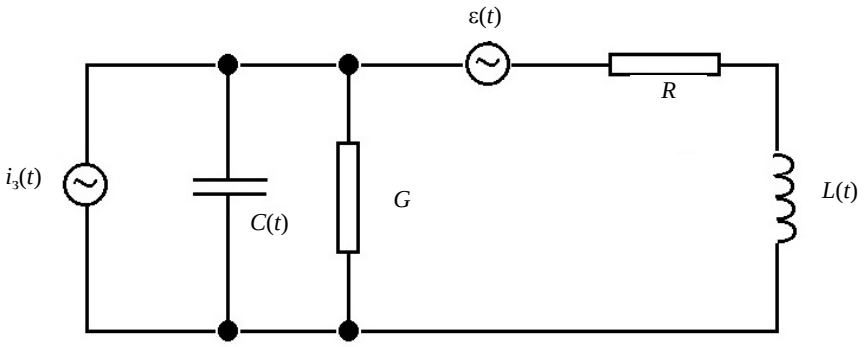


Рис. 1. Схема параметрического контура с изменяющимися реактивностями

Здесь признаком линейности является независимость изменения емкости $C(t)$ и индуктивности $L(t)$ от протекающих по ним токов. Проводимость G и сопротивление R считаются постоянными. Для общности в контур включены два источника энергии: источник задающего тока $i_з(t)$ и *э.д.с.* $\varepsilon(t)$.

Два закона Кирхгофа приводят к следующей математической модели:

 ISSN 1995-7009

$$\begin{cases} \dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{G}{C(t)}q - \dfrac{1}{L(t)}\Phi + i_з(t), \\ \dfrac{d\Phi}{dt} = \dfrac{1}{C(t)}q - \dfrac{R}{L(t)}\Phi + \varepsilon(t), \end{cases} \quad (1)$$

где q – заряд конденсатора, Φ – потокосцепление индуктивности. Для удобства анализа желательно перейти к безразмерным переменным. Для этого введем произвольные постоянные, размерные, масштабные делители t_M, q_M, Φ_M с размерностями времени, заряда и магнитного потока соответственно. Затем перейдем к новым переменным $\tau = \dfrac{t}{t_M}$, $x_1 = \dfrac{q}{q_M}$, $x_2 = \dfrac{\Phi}{\Phi_M}$ и обратно: $t = t_M\tau$, $q = q_M x_1$, $\Phi = \Phi_M x_2$.

В новых переменных дифференциальная система (1) примет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = -\dfrac{t_M G}{C(\tau)}x_1 - \dfrac{t_M r}{L(\tau)}x_2 + \dfrac{t_M}{q_M}i_з(t), \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = \dfrac{t_M}{rC(\tau)}x_1 - \dfrac{t_M R}{L(\tau)}x_2 + \dfrac{t_M}{\Phi_M}\varepsilon(t), \end{cases} \quad (2)$$

где $r = \dfrac{\Phi_M}{q_M}$ – нормировочное сопротивление.

Рассмотрим собственные колебания контура. Для этого положим $i_з(\tau) = 0$, $\varepsilon(\tau) = 0$, $G(\tau) = 0$, $R(\tau) = 0$;

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = -\dfrac{t_M r}{L(\tau)}x_2, \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = \dfrac{t_M}{rC(\tau)}x_1. \end{cases} \quad (3)$$

Заметим, что понятие «собственные колебания» для параметрического контура носит условный характер. Для обычного контура собственные колебания означают колебания в условиях изоляции контура от внешнего мира. Для параметрического контура с переменными реактивностями такой изоляции не получается, так как контур связан с внешним миром посредством источников, изменяющихся во времени реактивности. Все же это понятие полезно, так как оно подчеркивает аналогию между параметрическим и обычным контуром.

Систему (3) можно привести к одному уравнению относительно x_1 и x_2:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x_1}{d\tau^2} + \frac{\dot{L}(\tau)}{L(\tau)}\frac{dx_1}{d\tau} + \frac{t_M^2}{L(\tau)C(\tau)}x_1 = 0, \\ \frac{d^2x_2}{d\tau^2} = \frac{\dot{C}(\tau)}{C(\tau)}\frac{dx_2}{d\tau} + \frac{t_M^2}{L(\tau)C(\tau)}x_2 = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\dot{L}(\tau) = \dfrac{dL(\tau)}{d\tau}$, $\dot{C}(\tau) = \dfrac{dC(\tau)}{d\tau}$.

Если изменяется лишь одна реактивность, что обычно применяется на практике, то уравнения (4) несколько упрощаются. Именно при $L(\tau) = \text{const}$ вместо (4) получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2x_1}{d\tau^2} + \frac{t_M^2}{LC(\tau)}x_1 = 0, \\ \frac{d^2x_2}{d\tau^2} = \frac{\dot{C}(\tau)}{L(\tau)}\frac{dx_2}{d\tau} + \frac{t_M^2}{LC(\tau)}x_2 = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

При $C(\tau) = \text{const}$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{d^2x_1}{d\tau^2} + \frac{\dot{L}(\tau)}{L(\tau)}\frac{dx_2}{d\tau} + \frac{t_M^2}{L(\tau)C}x_1 = 0, \\ \frac{d^2x_2}{d\tau^2} + \frac{t_M^2}{L(\tau)C}x_2 = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогия между уравнениями (5) и (6) легко прослеживается. Она подчеркивает равноценность в широком смысле реактивностей *C* и *L* в радиоцепях. И все же уравнения (5) на практике применяются несравнимо чаще, чем уравнения (6). Это объясняется конструктивными удобствами реализации переменной емкости по сравнению с переменной индуктивностью. Поэтому возьмем за основу управления (5) в предположении, что емкость $C(\tau)$ периодическая с периодом T по безразмерному времени τ, то есть

$$C(\tau + T) = C(\tau). \quad (7)$$

Как известно, уравнения собственных колебаний обычного контура всегда неасимптотически устойчивы. Это значит, что при конечных начальных условиях всегда можно подобрать две константы *a* и *b* такие, что

$$a < x_1(\tau) < b\,,\ a < x_2(\tau) < b \quad (8)$$

при любом τ.

Аналогичные уравнения параметрического контура могут быть: а) неасимптотически устойчивыми, б) неустойчивыми. Последний случай означает, что *a* и *b* (8) не являются конечными, т.е. $a = -\infty$, $b = +\infty$.

Академик А.М. Ляпунов [2, 3] показал, что задача разделения этих двух случаев является весьма сложной. Из уравнений (5) можно заметить одну особенность, несколько упрощающую задачу об устойчивости. Доказано, что если при периодическом $C(\tau)$ $x_1(\tau)$ ограничено, то и $x_2(\tau)$ ограничено, если $x_1(\tau)$ не ограничено, то $x_2(\tau)$ не ограничено. Это значит, что если первое уравнение в (5) устойчиво (неустойчиво), то и второе уравнение устойчиво (неустойчиво). Второе уравнение от первого отличается первой производной $\frac{dx_1}{d\tau}$, коэффициент при которой имеет среднее значение, равное нулю. В таком случае это слагаемое не влияет на устойчивость и его можно отбросить. Это же справедливо и в более общем случае. Например, если требуется исследовать устойчивость уравнений (4), то без изменения результата можно перейти к уравнениям

$$\frac{d^2x_1}{d\tau^2}+\frac{t_M^2}{L(\tau)C(\tau)}x_1=0,$$
$$\frac{d^2x_2}{d\tau^2}+\frac{t_M^2}{L(\tau)C(\tau)}x_2=0.$$

Такое упрощение может быть доказано более строго [4]. Конкретизируя задачу, будем считать, что $C(\tau)=C_1$ в интервале безразмерного времени $[0, \tau_c)$ и $C(\tau)=C_2$, соответственно, в $[\tau_c, T)$, где T – период изменения емкости, τ_c – момент времени, в котором значение емкости изменяется скачком от C_1 до C_2. Очевидно, что

$$0<\tau_c<T.$$

Заметим, что если найдено решение $x_1(\tau)$, то, согласно первому уравнению системы (3) при $L(\tau)=\text{const}$, простым дифференцированием можно найти $x_2(\tau)$.

Задачу решения первого уравнения (5) можно несколько сузить без ущерба для общности. Для этого вместо емкости введем в рассмотрение жесткость

$$D(\tau)=\frac{1}{C(\tau)}$$

и распорядимся масштабным делителем времени следующим образом:

$$t_M^2=\frac{L}{D_{\text{ср}}},$$

где $D_{\text{ср}}=\frac{1}{T}\int_0^T D(\tau)d\tau$. Кроме того, для компактности введем функцию

$$F(\tau)=\frac{D(\tau)}{D_{\text{ср}}}.$$

Это – периодическая функция с периодом T и средним значением, равным единице. Теперь первое уравнение (5) примет вид

$$\frac{d^2x}{d\tau^2}+F(\tau)x=0. \qquad (9)$$

Нас интересует случай, когда функция $F(\tau)$ изменяет скачком свое значение два раза за период (рис. 2).

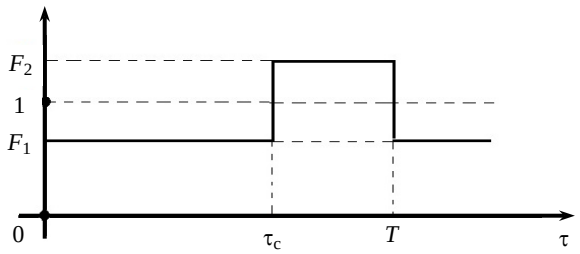


Рис. 2. Периодическое изменение в нормированном времени коэффициента уравнения (9)

Функция $F(\tau)$ может принимать только два значения: F_1 и F_2. В момент времени $\tau = \tau_c$ она скачком изменяет значение от F_1 до F_2, а в момент времени $\tau = T$ – от F_2 до F_1. Для получения конкретного решения нужно задать начальные условия при $\tau = 0$:

$$x_1(0),\ \frac{dx_1(0)}{d\tau}.$$

Вид решения показан на рис. 3.

В интервале $[0, \tau_c)$ решение представляет собой гармоническую функцию с круговой частотой $\omega_1=\frac{1}{\sqrt{F_1}}$; ее амплитуда и начальная фаза зависят от начальных условий, заданных при $\tau = 0$. В интервале $[\tau_c, T)$ решение также синусоидально, но с другой круговой частотой $\omega_2=\frac{1}{\sqrt{F_2}}$. Начальные условия в этом интервале задаются решением в предыдущем интерва-

ле. В точке C_1 две синусоиды сопрягаются так, что их три параметра (амплитуда, круговая частота и начальная фаза) скачком изменяются, но при этом функция времени $x_1(\tau)$ остается непрерывной.

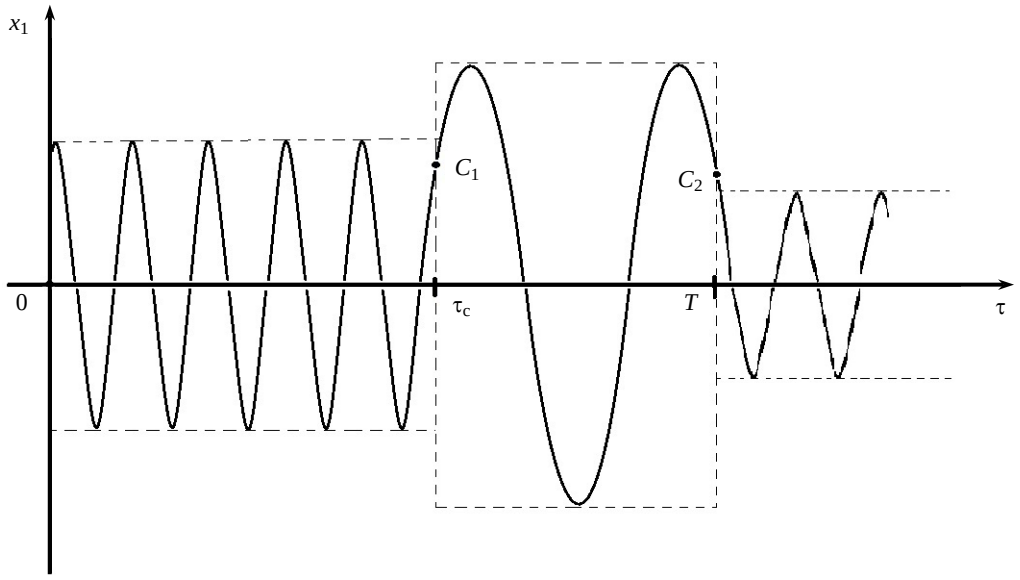


Рис. 3. Качественная функция собственных колебаний контура с периодической емкостью

В точке C_2 происходит аналогичное сопряжение двух синусоид, при этом начальные условия задаются решением на предыдущем интервале [τ_c, T). В общем случае они будут не такими, как при $\tau = 0$, поэтому синусоиды в интервалах [0, τ_c) и [T, $T + \tau_c$) будут отличаться друг от друга, хотя их круговые частоты одинаковы. Другими словами, решение $x_1(\tau)$ в общем случае является непериодическим, поскольку $x_1(0) \neq x_1(T)$, хотя в частных случаях возможны периодические решения и выполняется равенство $x_1(0) \neq x_1(T)$.

Здесь возникает важная для практики задача об устойчивости нашего контура. Здесь нужно иметь в виду важное терминологическое уточнение. Согласно теории устойчивости Ляпунова [2] понятия «устойчивость–неустойчивость» относятся к конкретным решениям. Однако доказано, что если в линейных уравнениях одно решение устойчиво (неустойчиво), то и все его решения устойчивы (неустойчивы). Наш контур линейный, поэтому понятия «устойчивость–неустойчивость» относятся к контуру, а не к конкретным процессам в нем.

Задача об устойчивости уравнения (9) в предположении $F(\tau) \geq 0$ оказывается очень сложной. Ею занимался А.М. Ляпунов [2, с. 332–472] на протяжении 5-ти лет (1896–1900 гг.) и опубликовал ряд статей. В собрание сочинений [2] вошло 7 статей, в действительности их было больше. Академик Ляпунов разработал специальный метод исследования устойчивости уравнения (9). В общем случае метод оказывается очень громоздким и неудобным для практического применения. Однако наше уравнение (9) является частным случаем аналогичного уравнения, решаемого Ляпуновым. При этом оказывается, что метод Ляпунова для нашего частного случая является весьма удобным.

Метод начинается с отыскания двух решений уравнения (9):

а) $x_1^{(1)}(\tau)$ с начальными условиями $x_1(0) = 1,\ \dfrac{dx_1(0)}{d\tau} = 0;$

б) $x_1^{(2)}(\tau)$ с начальными условиями $x_1(0) = 0,\ \dfrac{dx_1(0)}{d\tau} = 1.$

В нашем случае (рис. 2) это достаточно просто. В интервале [0, τ_c) имеем уравнение с постоянным коэффициентом, его решением является синусоида. Она позволяет задать начальные условия для следующего интервала [τ_c, T), в пределах которого уравнение (9) также является уравнением с постоянным коэффициентом. Таким образом, получается два решения $x_1^{(1)}(\tau)$ и $x_1^{(2)}(\tau)$, по которым находятся числа $x_1^{(1)}(T)$ и

$x_1^{(2)}(T)$. Достигается конечная цель метода Ляпунова – отыскание константы Ляпунова:

$$A = \frac{x_1^{(1)}(T) + \dot{x}_1^{(2)}(T)}{2}, \qquad (10)$$

где $\dot{x}_1^{(2)}(T) = \frac{d}{d\tau} x_1^{(2)}(T)$.

Доказано, что если:

$|A| < 1$, то контур устойчив;

$|A| > 1$, то контур неустойчив.

Случай $|A| = 1$ – особый и требует специального рассмотрения, на практике он встречается очень редко.

Заключение

Рассмотрена задача о собственных колебаниях резонансного контура с периодически скачкообразно переключаемой емкостью. Она легко обобщается на случай аналогичного переключения индуктивности. Особое внимание уделено вопросу о самовозбуждении такого контура. Эта задача при реальных исходных допущениях решена.

Литература

1. *Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В.* Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости. М.: Наука, 1966. 582 с.

2. *Ляпунов А.М.* Собрание сочинений. Т. 2. М.-Л.: изд. Академии наук СССР, 1956. 472 с.

3. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. М.: МГУ – ЧеРо, 1998. 480 с.

4. *Бирюк Н.Д., Юргелас В.В.* Основы теории параметрических радиоцепей. Воронеж: полиграф. центр ВГУ, 2012. 345 с.

Статья поступила в редакцию 3 июля 2015 года

УДК 621.3.015.4

ОГРАНИЧЕННОСТЬ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОНТУРА С ПЕРИОДИЧЕСКИ ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ РЕАКТИВНОСТЯМИ

Н.Д. Бирюк, к.т.н., д. ф.-м. н., профессор, Воронежский гос. университет, e-mail: lidia@vmail.ru
А.Ю. Кривцов, инженер, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: bobr5me@rambler.ru
А.Б. Муравник, д. ф.-м. н., зам. нач. НТУ, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: amuravnik@mail.ru

Линейные колебательные контуры с периодически изменяющимися во времени параметрами находят применение в системах радиосвязи, особенно в малошумящих резонансных усилителях. Часто возникает следующая задача анализа: задан конкретный контур упомянутого типа; нужно определить, является ли свободный процесс в нем ограниченным или неограниченным. В общем случае эта задача не решена. В настоящей публикации рассмотрен интересный для практики частный случай такого контура, для которого предложен метод анализа поставленной задачи.

Ключевые слова: *параметрический контур, скачкообразные изменения реактивностей во времени, свободный процесс, его ограниченность или неограниченность.*

FREE OSCILLATION LIMITATION OF CIRCUIT WITH PERIODICALLY SWITCHING REACTANCES

N.D. Biryuk, Ph.D. in Engineering Sciences, D.D. in Physics and Mathematics, professor, Voronezh State University, e-mail: lidia@vmail.ru
A.Yu. Krivtsov, engineer, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: bobr5me@rambler.ru
A.B. Muravnik, D.D. in Physics and Mathematics, deputy head of Scientific and Technical Directorate, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: amuravnik@mail.ru

Linear oscillating circuits with periodically time-varying parameters find a use in radio communication systems, particularly in noiseless resonant amplifiers. There is often arises the following analysis problem: a particular circuit of the said type is given, and it is necessary to define whether its free process is limited or unlimited. In the general case this problem is not solved. A practically interesting special case for this circuit is considered in this paper; for this case a method of analysis of the assigned task is proposed.

Keywords: *parameterized circuit, abruptly changing in time reactance, free process, limited or unlimited free process.*

Параметрический контур через принцип линейного включения связан с нелинейным контуром. Анализ параметрического контура достаточно сложен, но проще случая с нелинейным контуром. Ниже рассмотрен параметрический контур, максимально приближенный к обычному контуру. В таком случае четче обнаруживаются особенности процессов в параметрическом контуре. Основное внимание уделено анализу свободных процессов, которые являются достаточно полной характеристикой любой линейной системы.

1. Математическая модель параметрического контура общего вида

Схема параметрического контура общего вида представлена на рис. 1. Для общности оказалось целесообразным рассматривать контур

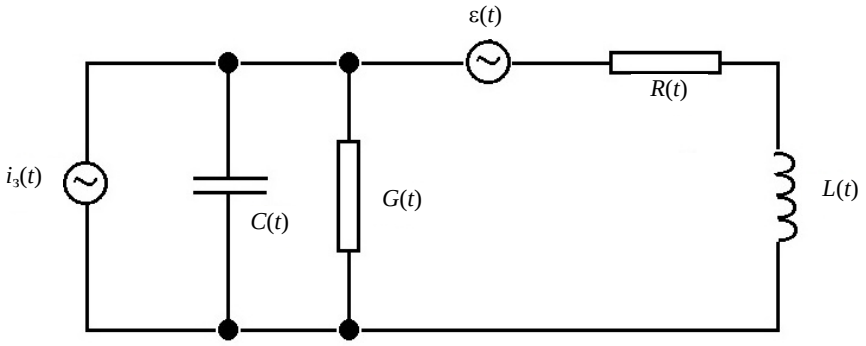


Рис. 1. Схема параметрического контура общего вида

с двумя источниками энергии: источником задающего тока $i_з(t)$ и электродвижущей силой $\varepsilon(t)$. Омические потери в конденсаторе $C(t)$ учтены проводимостью $G(t)$, а в индуктивности $L(t)$ – сопротивлением $R(t)$. Все элементы контура считаются положительными, а возмущающие функции $i_з(t)$, $\varepsilon(t)$ – любыми.

Первый и второй законы Кирхгофа позволяют получить математическую модель контура в виде линейной системы двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{G}{C}q - \dfrac{1}{L}\Phi + i_з(t), \\ \dfrac{d\Phi}{dt} = \dfrac{1}{C}q - \dfrac{R}{L}\Phi + \varepsilon(t), \end{cases}$$

где q – заряд емкости, Φ – потокосцепление индуктивности.

Для удобства математических преобразований эту систему целесообразно представить в нормированном виде. Для этого введем масштабные делители времени t_M, заряда q_M и магнитного потока Φ_M соответственно и перейдем к безразмерным переменным времени $\tau = \dfrac{t}{t_M}$, заряда $x_1 = \dfrac{q}{q_M}$ и магнитного потока $x_2 = \dfrac{\Phi}{\Phi_M}$. Тогда приведенная выше система в безразмерных переменных примет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = \dfrac{t_M G}{C}x_1 - \dfrac{t_M r}{L}x_2 + \dfrac{t_M}{q_M}i_з(\tau), \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = \dfrac{t_M}{rC}x_1 - \dfrac{t_M R}{L}x_2 + \dfrac{t_M}{\Phi_M}\varepsilon(\tau). \end{cases}$$

Нас интересует свободный процесс, поэтому положим $i_з(\tau) \equiv 0$, $\varepsilon(\tau) \equiv 0$. Математическая модель для свободного процесса несколько упростится:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = \dfrac{t_M G}{C}x_1 - \dfrac{t_M r}{L}x_2, \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = \dfrac{t_M}{rC}x_1 - \dfrac{t_M R}{L}x_2, \end{cases} \qquad (1)$$

где $r = \dfrac{\Phi_M}{q_M}$ – нормирующее сопротивление. Числами t_M, r можно распорядиться произвольно, что и будет сделано в процессе решения задачи. На практике часто имеется возможность выбрать конденсатор с малыми омическими потерями.

В таких случаях можно положить $G(t) \equiv 0$. Тогда система (1) примет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\tau} = -\dfrac{t_M r}{L}x_2, \\ \dfrac{dx_2}{d\tau} = \dfrac{t_M}{rC}x_1 - \dfrac{t_M R}{L}x_2. \end{cases} \qquad (2)$$

Наш контур превратился в аналог последовательного обычного контура (но с переменными параметрами).

Систему (2) можно преобразовать в одно дифференциальное уравнение второго порядка относительно x_1:

$$\frac{d^2x_1}{d\tau} + \frac{t_M R + \dot{L}}{L}\frac{dx_1}{d\tau} + \frac{t_M^2}{LC}x_1 = 0, \qquad (3)$$

где $\dot{L} = \dfrac{dL}{d\tau}$.

Заметим, что если в результате решения этого уравнения будет найдено $x_1 = x_1(\tau)$, то по первому уравнению системы (2) находится $x_2 = x_2(\tau)$ простым дифференцированием. В теории электрических цепей реактивности L и C в широком смысле считаются равноценными, однако на практике переменная емкость $C = C(\tau)$ применяется намного чаще, чем переменная индуктивность $L = L(\tau)$. Причиной этого являются конструктивные удобства реализации переменной емкости. Поэтому положим $L(\tau) = \text{const}$, $\dot{L}(\tau) \equiv 0$. Тогда уравнение (3) примет вид

$$\frac{d^2x_1}{d\tau^2} + \frac{t_M R}{L}\frac{dx_1}{d\tau} + \frac{t_M^2}{LC}x_1 = 0. \qquad (4)$$

Для нашей задачи удобнее вместо понятия «емкость» ввести понятие «электрическая жесткость» по формуле

$$D(\tau) = \frac{1}{C(\tau)}. \qquad (5)$$

Тогда уравнение свободных колебаний будет следующим:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \frac{R}{\rho}\frac{dx}{d\tau} + t_M^2\frac{D(\tau)}{L}x = 0, \qquad (6)$$

где для упрощения записи введено переобозначение $x_1 = x$. Самый интересный для практики

случай получается, когда электрическая жесткость изменяется во времени по периодическому закону; период нормированного времени обозначим через T, тогда

$$D(\tau) = D(\tau + T). \quad (7)$$

В функции $D(\tau)$ всегда можно выделить среднее значение за период $D_{ср}$, тогда

$$D(\tau) = D_{ср} \cdot d(\tau), \quad (8)$$

где $d(\tau)$ – периодическая безразмерная функция со средним значением, равным единице. С учетом этих обозначений вместо (6) получим уравнение

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \frac{R}{\rho}\frac{dx}{d\tau} + d(\tau)x = 0, \quad (9)$$

где $\rho = \sqrt{D_{ср}L}$ – усредненное характеристическое сопротивление контура.

В статье [1] рассмотрена задача об ограниченности собственных колебаний контура. В некоторых руководствах по естествознанию ошибочно отождествляются собственные и свободные колебания. Согласно установившейся терминологии собственные колебания представляют собой свободные колебания в отсутствие диссипативных потерь. В электрических системах диссипативными являются омические потери. Поэтому уравнение собственных колебаний в нашем случае имеет вид

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + d(\tau)x = 0. \quad (10)$$

Оно получается из уравнения (9) при $R = 0$. Задачей анализа ограниченности или неограниченности решений уравнения (10) занимался академик А.М. Ляпунов [2, 3]. Этому вопросу он посвятил несколько относительно малоизвестных (по сравнению с его основным трудом) статей. Задачей ограниченности решений уравнения (9) Ляпунов напрямую не занимался.

Можно преобразовать уравнение (9) к виду (10) заменой переменной

$$x = ye^{-\frac{R}{2\rho}\tau},$$

как рекомендуется во многих математических руководствах, например в [4]. В результате получится уравнение вида (10):

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + a(\tau)y = 0, \quad (11)$$

где $a(\tau) = d(\tau) - \left(\frac{R}{2\rho}\right)^2$.

Тогда к уравнению (11) можно применить метод Ляпунова точно так же, как это описано в статье [1] применительно к уравнению (10). В результате будет решен вопрос об ограниченности функции $y(\tau)$. Эта функция связана с решением $x(\tau)$ уравнения (9) вполне определенным образом. Именно, если $y(\tau)$ ограничена, то $x(\tau)$ тем более ограничена, однако если $y(\tau)$ неограничена, то из этого не следует, что $x(\tau)$ неограничена. Следовательно, если функция $y(\tau)$ неограничена, то вопрос об ограниченности функции $x(\tau)$ не будет решен.

Из теории линейных дифференциальных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами известно, что линейное пространство решений уравнений (10) или (11) разбивается на бесконечное множество подпространств одной группы с ограниченными решениями и бесконечное множество подпространств другой группы с неограниченными решениями. Подпространства одной и другой группы перемежаются и плотно прилегают друг к другу. Для качественного представления структуры этих подпространств большое значение имеет уравнение Матье

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (a - 2q\,\mathrm{const})y = 0,$$

являющееся частным, но характерным случаем уравнения (11). Плоскость $x0y$, где $x = a$, $y = q$, была разбита на области устойчивости и неустойчивости. Получилась своеобразная карта, подобная географической. Она приведена во многих руководствах по математике, например в [5]. Подобное разбиение существует и в общем случае [6] уравнения (11). Установлена важная для практики закономерность: чем больше в (9) постоянный положительный коэффициент (в нашем случае это $\frac{R}{\rho}$) при первой производной, тем шире области устойчивости и уже области неустойчивости. Можно подобрать такое большое R, что области неустойчивости исчезают.

2. Свободный процесс в контуре с периодической кусочно-постоянной емкостью

Будем считать, что емкость контура сохраняет постоянное значение C_1 на протяжении периода $[0, \tau_c)$, затем скачком переключается на

другое значение C_2 на протяжении остальной части периода [τ_c, T). В таком случае уравнение свободных процессов (9) конкретизируется:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + 2\alpha\frac{dx}{d\tau} + d(\tau)x = 0, \qquad (12)$$

$d(\tau) = d_1$ при $\tau \in [0, \tau_C)$,

$d(\tau) = d_2$ при $\tau \in [\tau_C, T)$,

$$d_{\text{ср}} = \frac{d_1 \cdot \tau_C + d_2(T - \tau_C)}{T} = 1.$$

Здесь введена более привычная для теории радиоцепей константа $\alpha = \frac{R}{2\rho}$.

При постоянном d решение этого уравнения имеет вид «затухающей синусоиды»:

$$x(\tau) = Xe^{-\alpha\tau}\cos\left(\sqrt{d-\alpha^2}\,\tau + \varphi\right) = $$

$$= Xe^{-\alpha\tau}\cos(\omega_C\tau + \varphi). \qquad (13)$$

Круговая частота $\omega_C = \sqrt{d-\alpha^2}$ в теории радиоцепей названа частотой свободных колебаний, а круговая частота $\omega_0 = \sqrt{d}$ – собственной частотой. Затухающая синусоида определяется четырьмя параметрами: «амплитудой» x, коэффициентом затухания α, круговой частотой ω_C и начальной фазой φ.

В уравнении (12) в течение периода T решение представляется в виде двух затухающих синусоид:

$x_1(\tau) = X_1e^{-\alpha_1\tau}\text{const}(\omega_{C1}\tau + \varphi_1)$ в интервале $[0, \tau_C)$;

$x_2(\tau) = X_2e^{-\alpha_2\tau}\text{const}(\omega_{C2}\tau + \varphi_2)$ в интервале $[\tau_C, T)$.

В моменты нормированного времени $\tau = \tau_C$ и $\tau = T$ эти две функции сопрягаются так, что все четыре параметра изменяются скачком, однако сама функция остается непрерывной. Подобное сопряжение качественно показано на рис. 2.

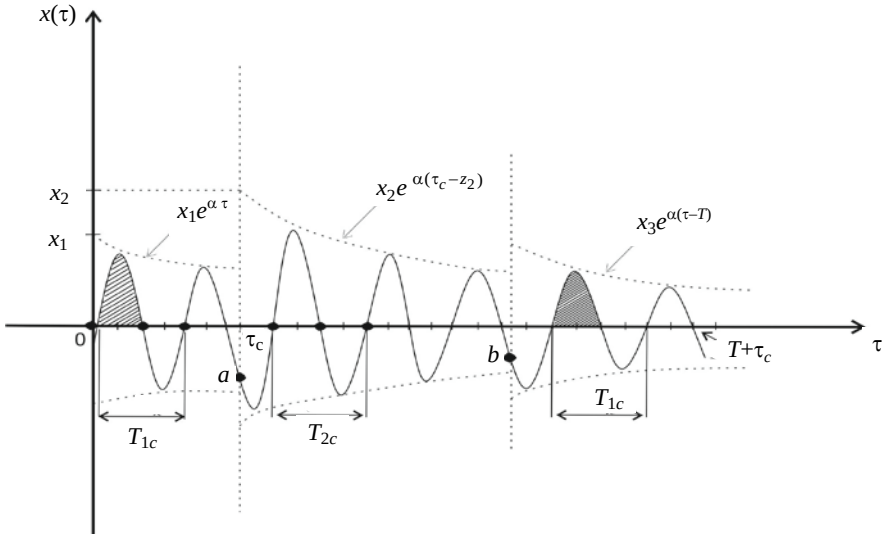


Рис. 2. Качественный вид свободных колебаний контура с кусочно-постоянной емкостью

В моменты 0, τ_C, T, $T + \tau_C$, $2T$, $2T + \tau_C$,... осуществляется переход от одной затухающей синусоиды к другой, причем сопряжение функций таково, что в целом она остается непрерывной, несмотря на то, что все четыре ее параметра изменяются скачком в точках сопряжения.

Задачу об ограниченности свободных колебаний уравнения (12) целесообразно заменить задачей об ограниченности собственных колебаний уравнения (10). Уравнение такого же типа (11) можно получить заменой переменной. К уравнению (10) или (11) можно применить метод Ляпунова. Находятся два решения: $x_1(\tau)$ при начальных значениях $x_1(0) = 1$, $\frac{dx_1(0)}{d\tau} = 0$ и $x_2(\tau)$ – при начальных значениях $x_2(0) = 0$, $\frac{dx_2(0)}{d\tau} = 1$.

В интервалах [0, τ_c) и [T, $T + \tau_c$) это затухающие синусоиды с одинаковыми периодами и коэффициентом затухания, но разными амплитудами и начальными фазами. В момент времени $\tau = \tau_c$ происходит скачок емкости. Решения в этот момент времени дают начальные условия

для следующего интервала времени [τ_c, T). Зная эти начальные условия, можно решиться продолжить поиск до момента времени $\tau = T$. Это будут затухающие синусоиды уже с другими периодами и коэффициентами затухания. Таким образом, решения доводятся до момента времени $\tau = T$. Нужно найти два числа $x_1(T)$ и $\frac{dx_2(\tau)}{d\tau}$, затем вычисляется константа Ляпунова

$$A = \frac{1}{2}\left[x_1(T) + \frac{dx_2(\tau)}{d\tau} \right]. \qquad (14)$$

Если $|A| < 1$, то решения ограничены, если $|A| > 1$, то решения неограничены. Случай $|A| = 1$ требует специального рассмотрения, на практике встречается очень редко.

Если решения уравнения (10) ограничены, то и решения уравнения (9) ограничены, если решения уравнения (10) не ограничены, то решения уравнения (9) могут быть как неограниченными, так и ограниченными. Требуется дальнейшее исследование.

Более сложным является прямой анализ уравнения свободных колебаний (12) на ограниченность решений. Ограничимся важным для практики частным случаем

$$T_{C1}, T_{C2} << T, \qquad (15)$$

где Tc_1 и Tc_2 – «периоды» затухающих синусоид в интервалах соответственно [0, τ_c), [τ_c, T), показанные на рис. 3, где Tc_1 – период затухающей синусоиды (рис. 3а) в интервале [0, τ_c]. Затухающая синусоида в интервале [τ_c, T) здесь не показана. Она нужна для вычисления константы B. Эта функция показана на рис. 2. Нужно вычислить площадь S_1 ближайшего к точке $\tau = 0$ полупериода, не важно, положительного или отрицательного (заштрихован на рис. 3а).

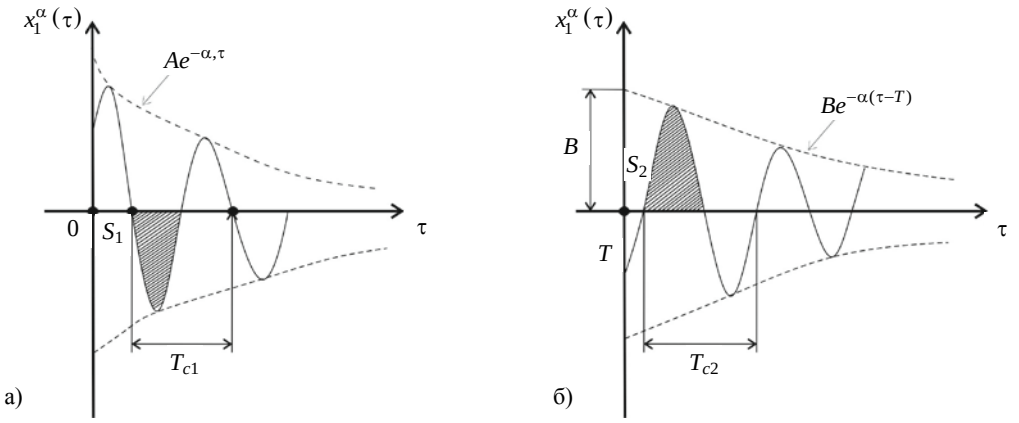


Рис. 3. Заштрихованные площади – характеристика ограниченности и неограниченности свободных колебаний

Площадь берётся со знаком плюс. То же – для ближайшего полупериода после точки $\tau = T$ (рис. 3б, соответствующая площадь S_2 заштрихована). Для вычисления этих площадей понадобятся табличные интегралы

$$\int e^{ax} \sin bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \sin bx - b \cos bx),$$

$$\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \cos bx - b \sin bx).$$

Вычисляется константа

$$\rho = \frac{S_2}{S_1}.$$

Если $\rho < 1$, контур устойчив, при $\rho > 1$ – неустойчив. При таком подходе начальные условия в момент нормированного времени $\tau = 0$ могут быть любыми.

Заключение

Параметрический контур обладает большими техническими возможностями, которые используются не в полной мере. Обычный контур может быть высокочастотным усилителем, так как амплитуды напряжений на реактивностях в Q раз превышают амплитуду возмущающей ЭДС, Q – добротность контура. В параметрическом контуре изменением реактивности можно получить эффект, эквивалентный любому увеличению добротности Q вплоть до бесконечно-

сти, т.е. параметрический контур может быть высокочастотным усилителем со сколь угодно большим коэффициентом усиления.

В отличие от обычного контура параметрический контур может быть автогенератором. Это реализуется в том случае, когда уравнение свободных колебаний имеет неограниченные решения. Известные методы анализа устойчивости радиоцепей (методы Рауса-Гурвица, Михайлова, Найквиста) справедливы только для радиоцепей с постоянными параметрами, в случае параметрических цепей они не работают. В этом случае нужно обращаться непосредственно к теории устойчивости Ляпунова.

В данной публикации рассмотрен параметрический контур с периодически переключаемой емкостью. Этим достигается аналогия с обычным контуром и четче выделяются особенности параметрического контура. Более сложные электрические цепи рассмотрены в монографии [7].

Через принцип линейного включения [8], который исключительно мало применяется в радиоэлектронике, параметрический контур связан с нелинейным контуром. Принцип линейного включения утверждает, что решение любого нелинейного уравнения может быть точно реализовано в специально подобранном линейном уравнении. Похоже на то, что принцип линейного включения, полученный в математической монографии, не был замечен специалистами в области радиоэлектроники. Он имеет большое методическое, обобщающее значение для нелинейных систем подобно принципу суперпозиции для линейных систем.

Литература

1. *Бирюк Н.Д., Кривцов А.Ю.* Колебательный контур с переключающейся скачком реактивностью. Теория и техника радиосвязи. 2015. № 4. С. 54–58.

2. *Ляпунов А.М.* Собрание сочинений. Т. 2. М.-Л.: изд. Академии наук СССР, 1956. 472 с.

3. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. М.: изд. МГУ – ЧеРо, 1998. 480 с.

4. *Зайцев В.Ф., Полянин А.Д.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Факториал, 1997. 303 с.

5. *Мак-Лахлан Н.В.* Теория и приложение функций Матье. М.: изд. иностранной литературы, 1953. 475 с.

6. *Федорюк М.В.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980. 350 с.

7. *Бирюк Н.Д., Юргелас В.В.* Основы теории параметрических радиоцепей. Воронеж: полиграф. центр ВГУ, 2012. 345 с.

8. *Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В.* Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости. М.: Наука, 1966. 582 с.

Статья поступила в редакцию 28 июля 2015 года

УДК 621.376

РАЗРАБОТКА ФОРМИРОВАТЕЛЕЙ ЛИНЕЙНО-ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДИСКРЕТНО-АНАЛОГОВОГО ЭЛЕМЕНТНОГО БАЗИСА

Б.Ф. Змий, д.т.н., профессор
А.В. Ананьев, к.т.н., докторант, e-mail: sasha303_75@mail.ru
Д.В. Дятлов, к.т.н., доцент
ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Разработан способ и схема формирования линейно-частотно-модулированных сигналов. Получены расчетные соотношения для формирования ЛЧМ сигнала с заданными параметрами. Произведен расчет и имитационное моделирование работы формирователя на основе дискретно-аналоговых программируемых интегральных микросхем компании Anadigm.

Ключевые слова: *линейно-частотно-модулированный сигнал, программируемая аналоговая интегральная схема, дискретно-аналоговый элементный базис.*

DEVELOPMENT OF CHIRP SIGNALS SHAPERS WITH APPLICATION OF IS DISCRETE-ANALOG ELEMENT BASIS

B.F. Zmiy, D.D. in Engineering Sciences, professor
A.V. Ananyev, Ph.D. in Engineering Sciences, doctoral candidate, e-mail: sasha303_75@mail.ru
D.V. Dyatlov, Ph.D. in Engineering Sciences, associate professor
Military Air Academy named after professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin», (Voronezh)

Chirp signal-shaping method and the circuit are developed; design ratios for chirp signal shaping based on preset parameters are obtained; calculation and simulation modeling of the shaper's operation on the basis of Anadigm discrete-analog programmable integrated circuits are produced.

Keywords: *chirp signal, analog programmable integrated circuit, discrete-analog element basis.*

Развитие схемотехнических решений в области радиотехники началось с разработки устройств формирования и обработки сигналов с применением аналоговой электроники. Известные принципы построения цифровых схем с начала 20 века оставались долгое время невостребованными по причине несовершенства элементной базы. Однако постоянно продолжавшееся совершенствование в данном направлении в конечном итоге вывело на лидирующие позиции цифровую схемотехнику, потеснившую во многих областях применения аналоговые решения. Это, прежде всего, связано с низкой точностью воспроизведения и сложностью перестройки требуемых характеристик аналоговых радиотехнических устройств.

Тем не менее, вышедшая в начале двухтысячных годов из фирмы Motorola компания Anadigm [1] удачно решила проблему создания программируемых аналоговых интегральных микросхем (ПАИС), что вновь упрочило позиции аналоговой схемотехники и частично устранило присущие ей недостатки. В основе работы ПАИС Anadigm лежат дискретно-аналоговые схемы с применением коммутируемых конденсаторов [2]. Дискретно-аналоговая схемотехника (ДАС) в настоящее время широко используется для построения фильтровых устройств и корректоров амплитудно-частотных характеристик. В современных источниках научной литературы вопросы в области формирования различных сигналов с применением ДАС, в том числе сигналов с линейной частотной модуляцией, что является актуальной задачей, рассмотрены недостаточно полно.

Разработка устройств на дискретно-аналоговых интегральных микросхемах (ИМС) позволяет реализовывать высокую точность воспроизведения требуемых характеристик схемотехнических решений, прообразом которых могут являться схемы в активном RC-элементном базисе [3, 4]. Анализ известных публикаций, посвященных формированию линейно-частотно-модулированных сигналов, в том числе [5, 6], позволяет про-

вести условную классификацию способов формирования ЛЧМ сигнала. К первой группе можно отнести косвенные способы, заключающиеся в управлении фазой или частотой фазовых и частотных модуляторов соответственно; в современной интерпретации это DAS – Direct Analog Synthesis. Вариантом DAS является интегральная технология высокоточного (цифрового) управления генераторами на основе фазовой автоподстройки частоты – технология Phase Locked Loop (PLL). Вторая группа методов формирования ЛЧМ сигнала включает способы пассивного формирования, например, с применением дисперсионной линии задержки, на вход которой подается радиоимпульс с огибающей $\sin(x)/x$ [6, 7]. И наконец, третья группа – методы непосредственного формирования ЛЧМ сигналов. Методы непосредственного формирования, в свою очередь, могут быть условно разделены на аналоговые, с использованием так называемых функциональных генераторов [3], и методы прямого цифрового синтеза – DDS (digital direct synthesis). Способы цифрового формирования основаны на формировании кода фазы и имеют два обобщенных варианта реализации [5]. Первый вариант заключается в преобразовании кода фазы за счет переполнения второго накопителя и триггера в прямоугольный нарастающий по частоте ЛЧМ. Второй вариант предполагает использование кода фазы для обращения к запоминающему устройству, в памяти которого записаны значения выборок гармонического напряжения. Фирмой Agilent предложен альтернативный вариант цифрового формирования, запатентованный как Trueform [8], позволяющий существенно уменьшить джиттер фронтов и нелинейные искажения.

Целью работы является разработка нового способа и схемы его реализации для формирования гармонического линейно-частотно-модулированного сигнала, который можно реализовать посредством дискретно-аналоговой схемотехники.

Способ и схема формирования гармонического ЛЧМ сигнала

Перечисленные способы формирования не используют возможности дискретно-аналогового базиса, поэтому авторами предлагается способ формирования гармонического линейно-частотно-модулированного сигнала, заключающийся в генерации опорного напряжения $U_{\text{оп}}$ заданной длительности, двукратном его интегрировании, сравнении повторно интегрируемого опорного напряжения с двумя фиксированными уровнями напряжений U_{m1} и $U_{m2} \approx 0.5 \cdot U_{m1}$. При этом при достижении повторно интегрируемым опорным напряжением уровня напряжения U_{m1} формируют импульсы сброса, по которым осуществляют сброс до нулевого уровня результата повторного интегрирования, формируют последовательность прямоугольных импульсов с длительностью i-го импульса $\tau_{ui} = t_{i1} - t_{i2}$, где t_{i1}, t_{i2} – моменты достижения повторно интегрируемым опорным напряжением уровней $U_{m2} \approx 0.5 \cdot U_{m1}$ и U_{m1} соответственно на i-м интервале интегрирования перед i-м сбросом, фильтруют низкочастотную составляющую спектра полученной последовательности прямоугольных импульсов.

Сущность способа можно пояснить с применением графиков рис. 1, где обозначено: $u_1(t)$ – опорное напряжение с длительностью времени формирования линейно-частотно-модулированного сигнала $t_{\text{ЛЧМ}}$ (рис. 1а); $u_2(t)$ – проинтегрированное первый раз опорное напряжение (рис. 1б); $u_3(t)$ – проинтегрированное повторно со сбросом опорное напряжение (рис. 1в); $u_4(t)$ – импульсы сброса при повторном интегрировании (рис. 1г); $u_5(t)$ – прямоугольное линейно нарастающее по частоте следования напряжение (рис. 1д); $u_6(t)$ – гармоническое линейно-частотно-модулированное напряжение (рис. 1е); u_1', u_2', u_3', u_i', u_{i+1}' – начальные уровни напряжений на 1-м, 2-м, 3-м, i-м, i+1-м соответственно интервалах повторного интегрирования; T_1, T_2, T_i – 1-й, 2-й и i-й интервалы повторного интегрирования; U_{m1} – фиксированный уровень напряжения, при достижении которого осуществляется сброс при повторном интегрировании; U_{m2} – фиксированный уровень напряжения, при превышении которого формируются прямоугольные импульсы $u_5(t)$; τ_{u1}, τ_{ui} – длительности 1-го и i-го прямоугольных импульсов соответственно; t_{11}, t_{12}, t_{i1}, t_{i2} – моменты достижения уровней фиксированных напряжений $U_{m2} \approx 0.5 \cdot U_{m1}$ и U_{m1} соответственно на 1-м и i-м интервале интегрирования; $U_{m\,\text{ПИ}}$ – уровень напряжения прямоугольных импульсов.

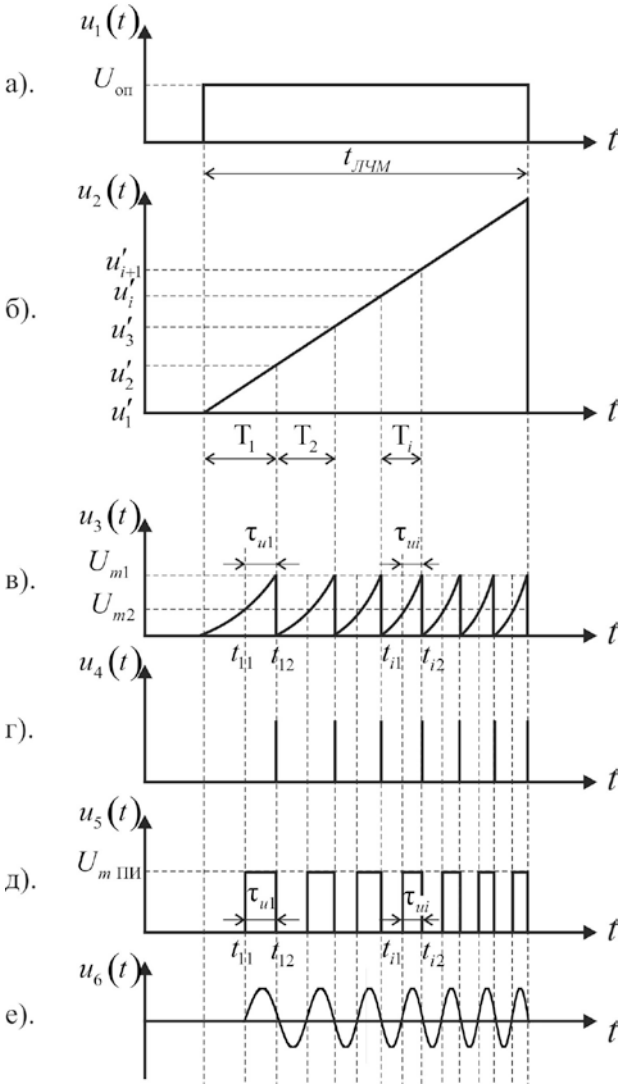


Рис. 1. Формирование ЛЧМ сигнала

При повторном интегрировании опорного напряжения осуществляется сброс результата интегрирования до нулевого уровня при достижении $u_3(t)$ уровня фиксированного напряжения U_{m1}. Это приводит к тому, что в течение существования опорного напряжения $t_{ЛЧМ}$ (рис.1а) существует ряд *i*-х интервалов повторного интегрирования T_i, на которых напряжение $u_3(t)$ изменяется от нуля до U_{m1} по квадратичному закону. Так, в начальный момент времени, определяемый началом генерации опорного напряжения, начинается 1-й интервал повторного интегрирования опорного напряжения T_1, при этом начальное напряжение для повторного интегрирования $u'_1 = 0$. По достижении повторно интегрируемым опорным напряжением $u_3(t)$ уровня U_{m1} (рис. 1в) формируют первый импульс сброса напряжения $u_3(t)$ (рис. 1г), по которому осуществляют сброс напряжения $u_3(t)$ до нулевого уровня в момент времени t_{12} (рис. 1в). С момента времени t_{12} начинается второй интервал интегрирования T_2, но при этом начальный уровень линейно нарастающего напряжения $u_2(t)$ при повторном интегрировании $u'_2 > u'_1 = 0$, поэтому $u_3(t)$ на втором интервале интегрирования T_2 увеличивается быстрее по отношению к первому интервалу повторного интегрирования T_1 и раньше достигает фиксированного напряжения U_{m1} и т.д. Таким образом, каждый последующий интервал интегрирования короче предыдущего. Напряжение $u_3(t)$ сравнивается с фиксированным уровнем напряжения $U_{m2} \approx 0.5 \cdot U_{m1}$, и на интервалах времени, когда $u_3(t) > U_{m2}$, формируется постоянное напряжение $U_{m\,ПИ}$, в результате чего формируется нарастающее по частоте следования прямоугольное напряжение $u_5(t)$ (рис. 1д), где $\tau_{ui} = t_{i2} - t_{i1}$ – длительность *i*-го импульса. В результате того, что каждый последующий интервал интегрирования короче предыдущего ($T_{i+1} < T_i$), каждый последующий импульс $u_5(t)$ также по длительности меньше предыдущего, т.е. $\tau_{ии+1} < \tau_{ии}$.

Известно [5], что прямоугольное линейно нарастающее по частоте следования напряжение имеет повторяющийся вдоль частотной оси спектр. Поэтому согласно способу фильтруют низкочастотную составляющую спектра напряжения $u_5(t)$, что обеспечивает формирование гармонического линейно-частотно-модулированного напряжения $u_6(t)$ (рис. 1).

Способ может быть реализован, например, с помощью устройства, структурная схема которого приведена на рис. 2, где обозначено: 1 – формирователь опорного сигнала, 2 – первый интегратор, 3 – источник генерации фиксированного напряжения U_{m1}, 4 – первый компаратор (схема сравнения), 5 – второй интегратор со сбросом, 6 – второй компаратор (схема сравнения), 7 – источник генерации фиксированного напряжения U_{m2}, 8 – фильтр.

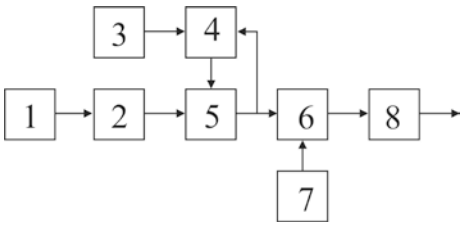


Рис. 2. Обобщенная схема реализации способа формирования ЛЧМ

Схема работает следующим образом. На выходе опорного генератора 1 формируется в течение требуемого времени $t_{\text{ЛЧМ}}$ постоянное напряжение $u_1(t)$. В первом интеграторе 2 происходит интегрирование постоянного напряжения с выхода 1, в результате чего в течение существования $u_1(t)$ на выходе 2 существует линейно возрастающее напряжение $u_2(t)$. В результате интегрирования $u_2(t)$ на выходе второго интегратора напряжение $u_3(t)$ изменяется по квадратичному закону. Первый компаратор 4 имеет два входа, один из которых соединен с источником генерации фиксированного напряжения U_{m1}, а другой – с выходом второго интегратора 5. В момент превышения на выходе второго интегратора 5 напряжения U_{m1} мгновенно на выходе компаратора 4 формируется напряжение логической единицы, под воздействием которого также мгновенно осуществляется сброс выходного напряжения второго интегратора 5 до нулевого уровня, что, в свою очередь, мгновенно возвращает компаратор 4 в состояние логического нуля. В результате мгновенных переключений компаратора 4 напряжение на его выходе представляет собой последовательность импульсов $u_4(t)$, длительность которых стремится к нулю. Второй компаратор 6 имеет два входа, один из которых соединен с источником генерации фиксированного напряжения $U_{m2} \approx 0.5 \cdot U_{m1}$, а другой – с выходом второго интегратора 5. В течение интервалов времени $\tau_{ui} = t_{i2} - t_{i1}$, когда напряжение на выходе второго интегратора превышает $U_{m2} \approx 0.5 \cdot U_{m1}$, на выходе второго компаратора 6 существует напряжение логической единицы (в рассматриваемом случае равное $U_{m\,\text{ПИ}}$). В результате работы второго компаратора 5 на его выходе формируется прямоугольное линейно нарастающее по частоте напряжение $u_5(t)$. После фильтрации в фильтре 6 напряжения $u_5(t)$ из его спектра исключаются высокочастотные составляющие, и формируется гармонический линейно-частотно-модулированный сигнал.

Расчетные соотношения и пример частной реализации на ПАИС Anadigm

ЛЧМ сигнал с увеличивающейся частотой полностью определяется выражением

$$s(t) = U_m \sin\left(\varphi_0 + \omega t + 0.5\beta t^2\right), \qquad (1)$$

где U_m – амплитуда сигнала, φ_0 – начальная фаза, β – скорость изменения угловой частоты, определяемая выражением

$$\beta = 2\pi \frac{f_{\text{к}} - f_k}{t_{\text{ЛЧМ}}}, \qquad (2)$$

где $f_{\text{к}}$ и $f_{\text{н}}$ – соответственно конечная и начальная линейные частоты в ЛЧМ сигнале. При формировании ЛЧМ сигнала, приняв в выражении (1) $\varphi_0 = 0$ и $U_m = 1$, можно полностью определить требуемый ЛЧМ сигнал, задав $f_{\text{к}}$, $f_{\text{н}}$ и $t_{\text{ЛЧМ}}$.

Для правильной работы схемы, эффективного ухода от шумов и работы в пределах линейного режима формирование ЛЧМ сигнала необходимо осуществлять в пределах некоторого максимального рабочего напряжения $U_{m_\text{р}}$, уровень которого отсчитывается от напряжения питания $U_{\text{пит}}$ ИМС. Определим $U_{m_\text{р}}$ как

$$U_{m_\text{р}} = kU_{\text{пит}}, \qquad (3)$$

где k – положительный коэффициент, определенный на интервале $(0,1)$.

Для реализации способа необходимо определить постоянные интегрирования первого и второго интегратора с учетом $U_{m_\text{р}}$.

Введем переменную N – количество импульсов в ЛЧМ сигнале, которое можно рассчитать по формуле

$$N = f_{\text{н}} t_{\text{и}} + 0.5 t_{\text{и}} \left(f_{\text{к}} - f_{\text{н}}\right). \qquad (4)$$

Мгновенное изменение фазы, с одной стороны, определяется выражением

$$\varphi(t) = 2\pi f_{\text{н}} t + \left[\frac{2\pi\left(f_{\text{к}} - f_{\text{н}}\right)}{t_{\text{ЛЧМ}}}\right] t^2, \qquad (5)$$

с другой стороны – следующей зависимостью:

$$\varphi(t) = 2\pi N. \qquad (6)$$

Приравняв правые части выражений (5) и (6), определим окончание *i*-го интервала повторного интегрирования T_i' с начала генерации ЛЧМ сигнала:

$$T_i' = \frac{-f_{\text{н}} + \sqrt{f_{\text{н}}^2 + 4\beta' i}}{2\beta'}, \qquad (7)$$

где $\beta' = \dfrac{\beta}{2\pi}$ – линейная скорость изменения частоты. Длительность самого *i*-го интервала повторного интегрирования определяется рекуррентным соотношением

$$T_i = \frac{-f_{\text{н}} + \sqrt{f_{\text{н}}^2 + 4\beta' i}}{2\beta'} - \frac{-f_{\text{н}} + \sqrt{f_{\text{н}}^2 + 4\beta' i - 1}}{2\beta'}. \qquad (8)$$

Соотношения (3) и (7) позволяют определить параметры схемы рис. 2, а именно $U_{\text{оп}}$, постоянные интегрирования первого интегратора $K_{\text{и1}}$ и $K_{\text{и2}}$. С учетом схемотехники и работы симулятора Anadigm Designer2 [1] напряжение на выходе второго интегратора без учета сброса определяется выражением

$$u_3(t) = U_{\text{оп}} K_{\text{и1}} K_{\text{и2}} t^2. \qquad (9)$$

По замыслу способа $u_2(t)$ в течение существования $t_{\text{ЛЧМ}}$ должно линейно нарастать. Поэтому постоянная интегрирования первого интегратора определяется соотношением

$$K_{\text{и1}} = \frac{U_{m_\text{р}}}{U_{\text{оп}} t_{\text{ЛЧМ}}}. \qquad (10)$$

Зная $K_{\text{и1}}$, определим $K_{\text{и2}}$, положив $i = 1$ в выражении (7), задавая напряжение сброса $u_3(t)$ равным $U_{m_\text{р}}$, как $u_3(t)$ в момент первого сброса,

$$U_{m_\text{р}} = U_{\text{оп}} K_{\text{и1}} K_{\text{и2}} \left(\frac{-f_{\text{н}} + \sqrt{f_{\text{н}}^2 + 4\beta'}}{2\beta'} \right)^2,$$

откуда

$$K_{\text{и2}} = \frac{U_{m_\text{р}}}{U_{\text{оп}} K_{\text{и1}} \left(\dfrac{-f_{\text{н}} + \sqrt{f_{\text{н}}^2 + 4\beta'}}{2\beta'} \right)^2}. \qquad (11)$$

Приведенные расчеты позволяют полностью определить требуемые параметры схемы формирования ЛЧМ для случая нарастающей частоты. Аналогичные рассуждения позволяют получить расчетные соотношения для ЛЧМ сигнала с убывающей частотой.

В настоящей работе по изложенной выше методике расчета спроектирован формирователь ЛЧМ сигнала с параметрами $t_{\text{ЛЧМ}} = 1$ мс, $f_{\text{н}} = 20$ кГц, $f_{\text{к}} = 30$ кГц, схема которого в среде Anadigm Designer2 приведена на рис. 3. Схема разработана на ИМС AN231E04. Схемы данной серии отличаются тем, что позволяют за один такт работы полностью менять конфигурацию, описание которой читается из памяти, сопряженной со схемой.

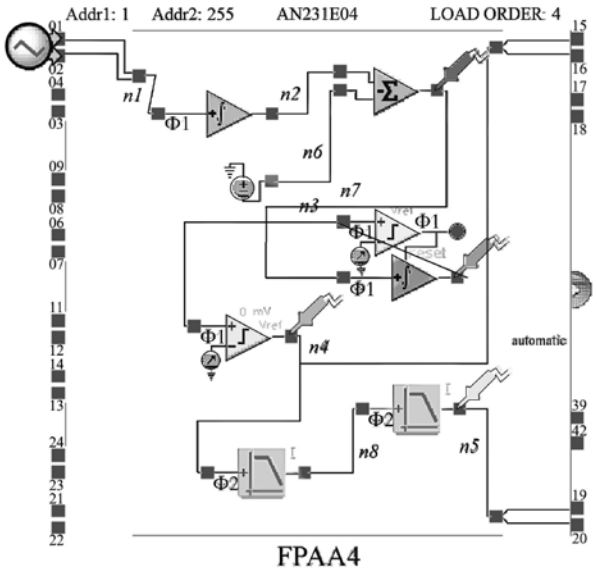


Рис. 3. Схема формирователя ЛЧМ сигнала

На рис. 4 представлен результат симуляции работы схемы.

Для подтверждения точности формирования ЛЧМ сигнала результаты моделирования импортированы в Mathcad, где осуществлено вычисление амплитудного спектра. Результат вычисления амплитудного спектра прямоугольного нарастающего по частоте ЛЧМ сигнала представлен на рис. 5. Низкочастотная составляющая ЛЧМ сигнала распределена между 20 и 30 кГц. Далее на частотной оси расположена первая ко-

пия, начиная с 60 кГц, что в точности соответствует теории [5]. После фильтрации высокочастотных составляющих двумя последовательно соединенными фильтрами нижних частот, реализованными в дискретном исполнении непосредственно на кристалле, в спектре сигнала остается только низкочастотная составляющая (нижняя осцилограмма, рис. 4).

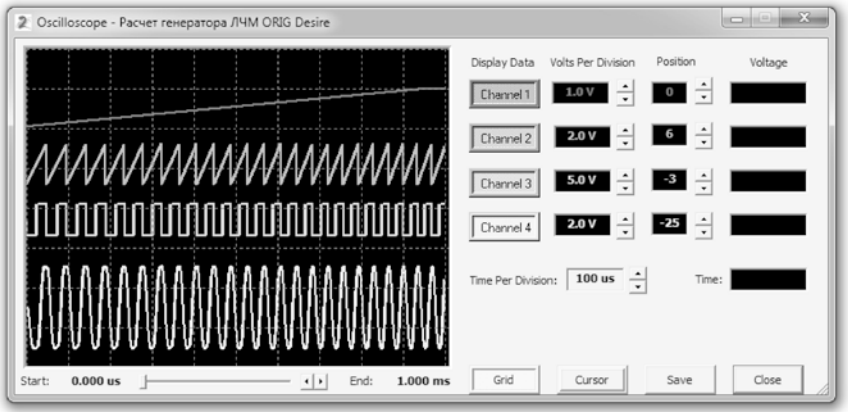


Рис. 4. Результат симуляции

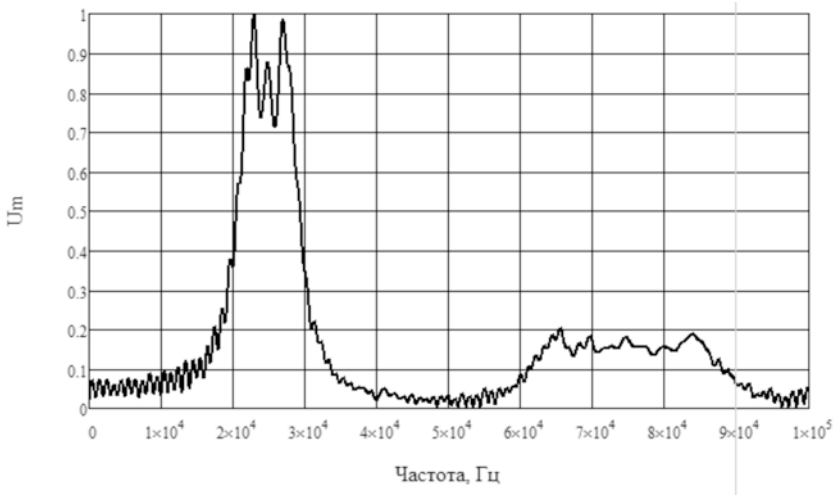


Рис. 5. Спектр прямоугольного ЛЧМ сигнала

Заключение

Таким образом, в работе на основе применения программируемых дискретно-аналоговых интегральных схем разработан новый способ и схема формирования линейно-частотно-модулированных сигналов. Установлена возможность реализации разработанной схемы на одном кристалле ПАИС Anadigm серии AN231E04. Приведенный пример реализации удобен в настройке и обладает высокой точностью формирования ЛЧМ сигнала с заданными параметрами.

Литература

1. http://www.anadigm.com.

2. *Гауси М., Лакер К.* Активные фильтры с переключаемыми конденсаторами. М.: Радио и связь, 1986. 168 с.

3. *Ноткин Л.Р.* Функциональные генераторы и их применение. М.: Радио и связь, 1983. 184 с.

4. *Змий Б.Ф.* Синтез линейных устройств обработки сигналов на активных четырехполюсниках высших порядков. Монография. Воронеж: ВАИУ, 2008. 325 с.

5. *Кочемасов В.Н., Белов Л.А., Оконечников В.С.* Формирование сигналов с линейной частотной модуляцией. М.: Радио и связь, 1987. 192 с.

6. *Кук Ч., Бернфельд М.* Радиолокационные сигналы. М.: Советское радио, 1971. 568 с.

7. *Белов Л.А.* Устройства формирования СВЧ-сигналов и их компоненты. М.: Издательский дом МЭИ, 2010. 320 с.

8. http://www.agilent.com.

Статья поступила в редакцию 10 сентября 2015 года

УДК 623.74

СИНТЕЗ ЧАСТОТНОГО ДИСКРИМИНАТОРА ПЕРСПЕКТИВНОГО НАВИГАЦИОННОГО ПРИЕМНИКА ГНСС ГЛОНАСС

А.В. Коровин, к.т.н., доцент, e-mail: korovin.alexey@mail.ru
В.А. Миронов, д.т.н., в.н.с., профессор, e-mail: mirvam@live.ru
А.А. Новиков, начальник лаборатории, e-mail: nowikov.1977@mail.ru
П.В. Рябков, к.т.н., доцент, e-mail: hunterr1@rambler.ru
А.Ю. Трущинский, к.т.н., старший преподаватель, e-mail: ws6@rambler.ru

ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Выполнен синтез частотного дискриминатора, осуществляющего совместную обработку разных типов навигационных сигналов, для больших и малых отношений сигнал/шум.

Ключевые слова: *глобальная навигационная спутниковая система, навигационный сигнал, частотный дискриминатор.*

PERSPECTIVE GNSS GLONASS NAVIGATION RECEIVER FREQUENCY DISCRIMINATOR SYNTHESIS

A.V. Korovin, Ph.D. in Engineering Sciences, associate professor, e-mail: korovin.alexey@mail.ru
V.A. Mironov, D.D. in Engineering Sciences, leading research engineer, professor, e-mail: mirvam@live.ru
A.A. Novikov, chief of laboratory, e-mail: nowikov.1977@mail.ru
P.V. Ryabkov, Ph.D. in Engineering Sciences, associate professor, e-mail: hunterr1@rambler.ru
A.Yu. Trushchinsky, Ph.D. in Engineering Sciences, senior teacher, e-mail: ws6@rambler.ru

Military Air Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin (Voronezh)

Synthesis of a frequency discriminator implementing coprocessing of different types of navigating signals for big and small signal-to-noise ratios is executed.

Keywords*: global navigation satellite system, navigation signal, frequency discriminator.*

Построение современной навигационной аппаратуры потребителей (НАП) глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) реализуется на основе двухэтапного метода обработки навигационных сигналов и извлечения навигационной информации: на этапе первичной обработки происходит поиск и слежение за навигационными сигналами по задержке и частоте, на этапе вторичной обработки происходит объединение полученных измерений и определение навигационных параметров [1–3].

Существующий методический аппарат построения НАП ГНСС ориентирован на алгоритмы первичной обработки отдельных навигационных сигналов и не учитывает возможность совместной одновременной обработки разных типов существующих и перспективных навигационных сигналов ГНСС. Как следствие, разработанные ранее принципы и алгоритмы построения НАП ГНСС требуют существенного уточнения и определяют постановку актуальной научной задачи, заключающейся в разработке цифровых моделей, методик и алгоритмов совместной первичной обработки разных типов навигационных сигналов на одной несущей частоте в перспективной многоканальной мультисистемной навигационной аппаратуре [4].

Функциональная схема перспективного мультисистемного навигационного приемника ГНСС с двухэтапной одновременной обработкой разных типов навигационных сигналов на одной несущей частоте представлена на рис. 1.

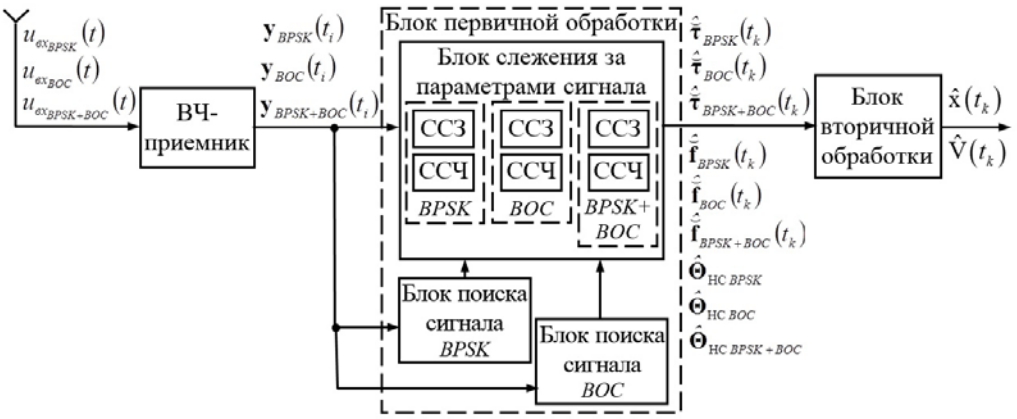


Рис. 1. Функциональная схема навигационного приемника ГНСС с двухэтапной одновременной обработкой разных типов навигационных сигналов

В НАП ГНСС применяют следящие системы за задержкой, доплеровским смещением частоты и фазой радиосигнала [3]. Структура дискриминаторов следящих систем современных навигационных приемников обеспечивает раздельную обработку разных типов навигационных сигналов.

Синтез дискриминатора следящей системы за частотой радиосигнала некогерентного мультисистемного навигационного приемника, обеспечивающего совместную обработку разных типов навигационных сигналов

В качестве математической модели навигационных сигналов рассмотрим фазоманипулированный двоичной псевдослучайной последовательностью сигнал (*BPSK* – binary phase shift keying) и перспективный фазоманипулированный двоичной псевдослучайной последовательностью сигнал с дополнительной меандровой модуляцией (*BOC* – binary offset carrier). В связи с тем, что при излучении навигационных сигналов *BPSK* и *BOC* используется модуляция ортогональными тригонометрическими функциями несущей частоты, появляется возможность проводить их совместную обработку.

На вход ВЧ-приемника поступают навигационные сигналы разных типов на одной несущей частоте, излучаемые находящимися в зоне видимости навигационными спутниками (НС) ГНСС, которые представим в виде

$$u_{\text{вх } BPSK}(t) = \sum_{i=0}^{n} s_{i\ BPSK}(t, \breve{\tau}_i, \breve{f}_{\text{Д}i}) + n(t), \qquad (1)$$

$$u_{\text{вх } BOC}(t) = \sum_{i=0}^{n} s_{i\ BOC}(t, \breve{\tau}_i, \breve{f}_{\text{Д}i}) + n(t), \qquad (2)$$

$$u_{\text{вх}BPSK+BOC}(t) = u_{\text{вх}BPSK}(t) + u_{\text{вх}BOC}(t) =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \left(s_{i_{BPSK}}(t, \breve{\tau}_i, \breve{f}_{\text{Д}i}) + s_{i_{BOC}}(t, \breve{\tau}_i, \breve{f}_{\text{Д}i}) \right) + n(t), \qquad (3)$$

где $s_i(t, \breve{\tau}_i, \breve{f}_{\text{Д}i})$ – сигнальная функция от i-го НС; $n(t)$ – белый гауссовский шум (БГШ) с нулевым математическим ожиданием и двусторонней спектральной плотностью $N_0/2$ (N_0 – реальная физическая односторонняя спектральная плотность внутреннего шума навигационного приемника).

Сигнальная функция от i-го НС может быть представлена соотношением

$$s_{i_{BPSK}}(t, \breve{\tau}, \breve{f}) = A_i\, h_{\text{ДК}\ BPSK}(t - \breve{\tau})\, h_{\text{НС}i}(t - \breve{\tau}) \cos\left(\omega_{0i}(t) + 2\pi \int_0^t \breve{f}_{\text{Д}i}(\nu)\, d\nu + \varphi_{0i} \right), \qquad (4)$$

$$s_{i_{BOC}}(t, \breve{\tau}, \breve{f}) = A_i\, h_{\text{ДК}\,BOC}(t - \breve{\tau})\, m(t)\, h_{\text{НС}i}(t - \breve{\tau}) \sin\left(\omega_{0i}(t) + 2\pi \int_0^t \breve{f}_{\text{Д}i}(\nu)\, d\nu + \varphi_{0i} \right), \qquad (5)$$

где A_i – амплитуда навигационного сигнала от i-го НС ($i = \overline{1, N}$); $h_{\text{ДК}}(t - \breve{\tau})$ – модулирующая псевдослучайная последовательность дальномерного кода; $h_{\text{НС}i}(t - \breve{\tau})$ – навигационное сообщение; $m(t)$ – дополнительная меандровая модулирующая; ω_{0i} – несущая частота НС; $\breve{\tau}$ –

псевдозадержка; $\breve{f}_{\text{Д}i}$ – псевдодоплеровское смещение частоты; φ_{0i} – начальная фаза НС.

На выходе ВЧ-приемника формируется вектор вида

$$\mathbf{y}_{BPSK}(t_j)=\left|S_{1_{BPSK}}(t_j,\breve{\tau}_1,\breve{f}_{\text{Д}1})+n_{j1},S_{2_{BPSK}}(t_j,\breve{\tau}_2,\breve{f}_{\text{Д}2})+n_{j2},...,S_{n_{BPSK}}(t_j,\breve{\tau}_n,\breve{f}_{\text{Д}n})+n_{jn}\right|^{\text{T}},\quad(6)$$

$$\mathbf{y}_{BOC}(t_j)=\left|S_{1_{BOC}}(t_j,\breve{\tau}_1,\breve{f}_{\text{Д}1})+n_{j1},S_{2_{BOC}}(t_j,\breve{\tau}_2,\breve{f}_{\text{Д}2})+n_{j2},...,S_{n_{BOC}}(t_j,\breve{\tau}_n,\breve{f}_{\text{Д}n})+n_{jn}\right|^{\text{T}},\quad(7)$$

$$\mathbf{y}_{BPSK+BOC}(t_j)=S_{1_{BPSK}}(t_j,\breve{\tau}_1,\breve{f}_{\text{Д}1})+S_{1_{BOC}}(t_j,\breve{\tau}_1,\breve{f}_{\text{Д}1})+n_{j1},S_{2_{BPSK}}(t_j,\breve{\tau}_2,\breve{f}_{\text{Д}2})+$$

$$+S_{2_{BOC}}(t_j,\breve{\tau}_2,\breve{f}_{\text{Д}2})+n_{j2},...,+S_{n_{BPSK}}(t_j,\breve{\tau}_n,\breve{f}_{\text{Д}n})+S_{n_{BOC}}(t_j,\breve{\tau}_n,\breve{f}_{\text{Д}n})+n_{jn}\Big|^{\text{T}}.\quad(8)$$

Сигналы $y(t_j)$ поступают в блок первичной обработки, где происходит поиск по задержке и частоте. После принятия решения об обнаружении сигнала в некоторой ячейке поиска включаются системы слежения за параметрами навигационных сигналов. На выходах следящих систем формируются оценки векторов псевдозадержек и псевдодоплеровских частот.

Лучшие характеристики чувствительности и помехоустойчивости определили применение некогерентной обработки навигационных сигналов, в частности, при проектировании НАП ГНСС военного назначения.

Синтез дискриминаторов следящих систем некогерентного приемника предполагает, что информативными параметрами являются задержка τ и доплеровское смещение частоты $f_{\text{Д}}$, которые на интервале наблюдений ($t_{k-1,1}$, $t_{k-1,\text{M}}$) полагаются постоянными. Случайная фаза сигнала ϕ_{k-1} является неинформативным параметром. Поэтому функцию $f\left(\text{Y}_1^M\,|\,\lambda\right)$ от наблюдаемого отрезка реализации $\text{Y}_1^M=\left[\text{y}_{k-1,1},\text{y}_{k-1,2},...,\text{y}_{k-1,M}\right]$ на интервале времени ($t_{k-1,1}$, $t_{k-1,\text{M}}$), где для индексации времени использована двойная нумерация $t_{k,0}=kMT_d=kT$, $T=MT_d$, $t_{k,l}=t_{k,0}+lT_d=kT+lT_d$, $t_{k,M}=t_{k+1,0}$ (здесь k – номер интервала наблюдения; M – число элементов дискретизации; T_d – шаг дискретизации; l – номер дискреты и оцениваемого процесса λ), используемую для определения процесса на выходе дискриминатора вида

$$\text{u}_{\text{Д}k}\left(\tilde{\lambda}_k\right)=\left(\frac{\partial\ln f\left(\text{Y}_1^M\,|\,\lambda\right)}{\partial\lambda}\right)^{\text{T}}\Bigg|_{\lambda=\tilde{\lambda}_k},\quad(9)$$

определим в результате усреднения по случайной фазе ϕ_{k-1} функции правдоподобия наблюдаемого отрезка реализации $p\left(\text{Y}_1^M\,|\,\lambda\right)$, которая определяется выражением

$$p\left(Y_1^M\,|\,\lambda\right)=$$

$$=\tilde{c}\exp\left(\sum_{l=1}^{M}\mathbf{s}^{\text{T}}\left(t_{k-1,l},\breve{\boldsymbol{\tau}},\breve{\mathbf{f}}_{\text{Д}},\boldsymbol{\Theta}_{\text{НС}}\right)\mathbf{D}_n^{-1}\,\mathbf{y}\left(t_{k-1,l}\right)\right),\quad(10)$$

где $\mathbf{D}_n^{-1}$ – матрица дисперсий аддитивных шумов наблюдений [1].

Выполнив такое усреднение, получаем

$$f\left(Y_1^M\,|\,\lambda\right)=c_1 I_0\left(\tilde{X}\left(T,\tau_{k-1,1},\omega_{\text{Д};k-1,1}\right)\right),\quad(11)$$

где c_1 – нормативная константа; $\lambda=\left|\tau\ \omega_{\text{Д}}\right|^{\text{T}}$; $I_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента;

$$\tilde{X}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{\text{Д};k-1,1}\right)=$$

$$=\sqrt{\tilde{I}^2\left(\tau_{k-1,1},\omega_{\text{Д};k-1,1}\right)+\tilde{Q}^2\left(\tau_{k-1,1},\omega_{\text{Д};k-1,1}\right)};\quad(12)$$

$$\tilde{I}\left(\tau_{k-1,1},\omega_{\text{Д};k-1,1}\right)=\frac{A}{\sigma_n^2}\sum_{l=1}^{M}y(t_{k-1.l})h_{\text{ДК}}\left(t_{k-1.l}-\tau_{k-1,1}\right)\cos\left(\omega_0\,t_{k-1.l}+\omega_{\text{Д};k-1,1}(l-1)T_d\right)-\quad(13)$$

синфазная составляющая;

$$\tilde{Q}\left(\tau_{k-1,1}, \omega_{Д;k-1,1}\right) = \frac{A}{\sigma_n^2}\sum_{l=1}^{M} y(t_{k-1.l})\, h_{ДК}\left(t_{k-1.l} - \tau_{k-1,1}\right)\sin\left(\omega_0\, t_{k-1.l} + \omega_{Д;k-1,1}(l-1)T_d\right) - \quad (14)$$

квадратурная составляющая.

Продифференцировав (11) по ω, получаем выражения, описывающие частотный дискриминатор сигнала в некогерентном приемнике как при отдельной [1, 5], так и при совместной обработке разных типов навигационных сигналов:

$$u_{Д\omega_{BPSK}}(t_k) = \frac{I_1\left(\tilde{X}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)}{I_0\left(\tilde{X}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)} \frac{\partial \tilde{X}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial \omega_Д}, \quad (15)$$

$$u_{Д\omega_{BOC}}(t_k) = \frac{I_1\left(\tilde{X}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)}{I_0\left(\tilde{X}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)} \frac{\partial \tilde{X}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial \omega_Д}, \quad (16)$$

$$u_{Д\omega_{BPSK+BOC}}(t_k) = \frac{I_1\left(\tilde{X}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) + \tilde{X}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)}{I_0\left(\tilde{X}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) + \tilde{X}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)} \frac{\partial\left(\tilde{X}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) + \tilde{X}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)}{\partial \omega_Д}, \quad (17)$$

где $I_1(x)$ – функция Бесселя первого порядка от мнимого аргумента.

Для больших отношений сигнал/шум (>10) справедливо приближенное равенство $I_1\left(\tilde{X}\left(\tilde{\tau}, \tilde{\omega}_Д\right)\right) \Big/ I_0\left(\tilde{X}\left(\tilde{\tau}, \tilde{\omega}_Д\right)\right) \approx 1$; таким образом, вычисление производной $u_{Д\omega}(t_k) = \frac{\partial \tilde{X}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial \omega_Д}$ можно представить как

$$u_{Д\omega_{BPSK}}(t_k) = \frac{1}{\tilde{X}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}\left[\tilde{I}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\frac{\partial \tilde{I}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial \omega_Д} + \tilde{Q}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\frac{\partial \tilde{Q}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial \omega_Д}\right], \quad (18)$$

$$u_{Д\omega_{BOC}}(t_k) = \frac{1}{\tilde{X}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}\left[\tilde{I}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\frac{\partial \tilde{I}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial \omega_Д} + \tilde{Q}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\frac{\partial \tilde{Q}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial \omega_Д}\right], \quad (19)$$

$$u_{Д\omega_{BPSK+BOC}}(t_k) = \frac{1}{\tilde{X}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) + \tilde{X}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)} \times$$
$$\times\left[\left(\tilde{I}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) + \tilde{I}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)\frac{\partial\left(\tilde{I}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) + \tilde{I}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)}{\partial \omega_Д} + \right.$$
$$\left. + \left(\tilde{Q}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) + \tilde{Q}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)\frac{\partial\left(\tilde{Q}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) + \tilde{Q}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)}{\partial \omega_Д}\right]. \quad (20)$$

При построении дискриминаторов канала слежения за частотой сигнала необходимо формировать несдвигаемые синфазные и квадратурные компоненты корреляторов [1, 2] соответственно:

$$\tilde{I}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{Д,k}\right) = \tilde{I}_P = \frac{A}{\sigma_n^2}\sum_{l=1}^{M} y(t_{k-1.l})\, h_{ДК}\left(t_{k-1.l} - \tilde{\tau}_k\right)\cos\left(\omega_0\, t_{k-1.l} + \tilde{\omega}_{Д.k}(l-1)T_d\right), \quad (21)$$

$$\tilde{Q}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{\text{Д},k}\right) = \tilde{Q}_P = \frac{A}{\sigma_n^2}\sum_{l=1}^{M} y(t_{k-1.l})\, h_{\text{ДК}}\left(t_{k-1.l} - \tilde{\tau}_k\right)\sin\left(\omega_0 t_{k-1.l} + \tilde{\omega}_{\text{Д}.k}(l-1)T_d\right), \quad (22)$$

$$\frac{\partial \tilde{I}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{\text{Д},k}\right)}{\partial \omega_{\text{Д}}} = \tilde{I}'\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{\text{Д},k}\right) = \tilde{I}'_P = -\frac{A}{\sigma_n^2}\sum_{l=1}^{M} y(t_{k-1.l})(l-1)T_d\, h_{\text{ДК}}\left(t_{k-1.l} - \tilde{\tau}_k\right)\cos\left(\omega_0 t_{k-1.l} + \tilde{\omega}_{\text{Д}.k}(l-1)T_d\right), \quad (23)$$

$$\frac{\partial \tilde{Q}\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{\text{Д},k}\right)}{\partial \omega_{\text{Д}}} = \tilde{Q}'\left(\tilde{\tau}_k, \tilde{\omega}_{\text{Д},k}\right) = \tilde{Q}'_P = \frac{A}{\sigma_n^2}\sum_{l=1}^{M} y(t_{k-1.l})(l-1)T_d\, h_{\text{ДК}}\left(t_{k-1.l} - \tilde{\tau}_k\right)\sin\left(\omega_0 t_{k-1.l} + \tilde{\omega}_{\text{Д}.k}(l-1)T_d\right). \quad (24)$$

Соответственно, принимая во внимание (12), (21)–(24), соотношения для частотного дискриминатора сигнала для больших отношений сигнал/шум запишем в виде

$$\text{u}_{\text{Д}\omega_{BPSK}}(t_k) = \frac{\left(\tilde{Q}_{P\,BPSK}\tilde{Q}'_{P\,BPSK} - \tilde{I}_{P\,BPSK}\tilde{I}'_{P\,BPSK}\right)}{\sqrt{\tilde{I}^2_{P\,BPSK} + \tilde{Q}^2_{P\,BPSK}}}, \quad (25)$$

$$\text{u}_{\text{Д}\omega_{BOC}}(t_k) = \frac{\left(\tilde{Q}_{P\,BOC}\tilde{Q}'_{P\,BOC} - \tilde{I}_{P\,BOC}\tilde{I}'_{P\,BOC}\right)}{\sqrt{\tilde{I}^2_{P\,BOC} + \tilde{Q}^2_{P\,BOC}}}, \quad (26)$$

$$\text{u}_{\text{Д}\omega_{BPSK+BOC}}(t_k) = \frac{\left(\left(\tilde{Q}_{P\,BPSK} + \tilde{Q}_{P\,BOC}\right)\left(\tilde{Q}'_{P\,BPSK} + \tilde{Q}'_{P\,BOC}\right) - \left(\tilde{I}_{P\,BPSK} + \tilde{I}_{P\,BOC}\right)\left(\tilde{I}'_{P\,BPSK} + \tilde{I}'_{P\,BOC}\right)\right)}{\sqrt{\tilde{I}^2_{P\,BPSK} + \tilde{Q}^2_{P\,BPSK}} + \sqrt{\tilde{I}^2_{P\,BOC} + \tilde{Q}^2_{P\,BOC}}}. \quad (27)$$

Обобщенная схема, реализующая работу частотного дискриминатора НС, согласно алгоритмам работы (25)–(27) приведена на рис. 2.

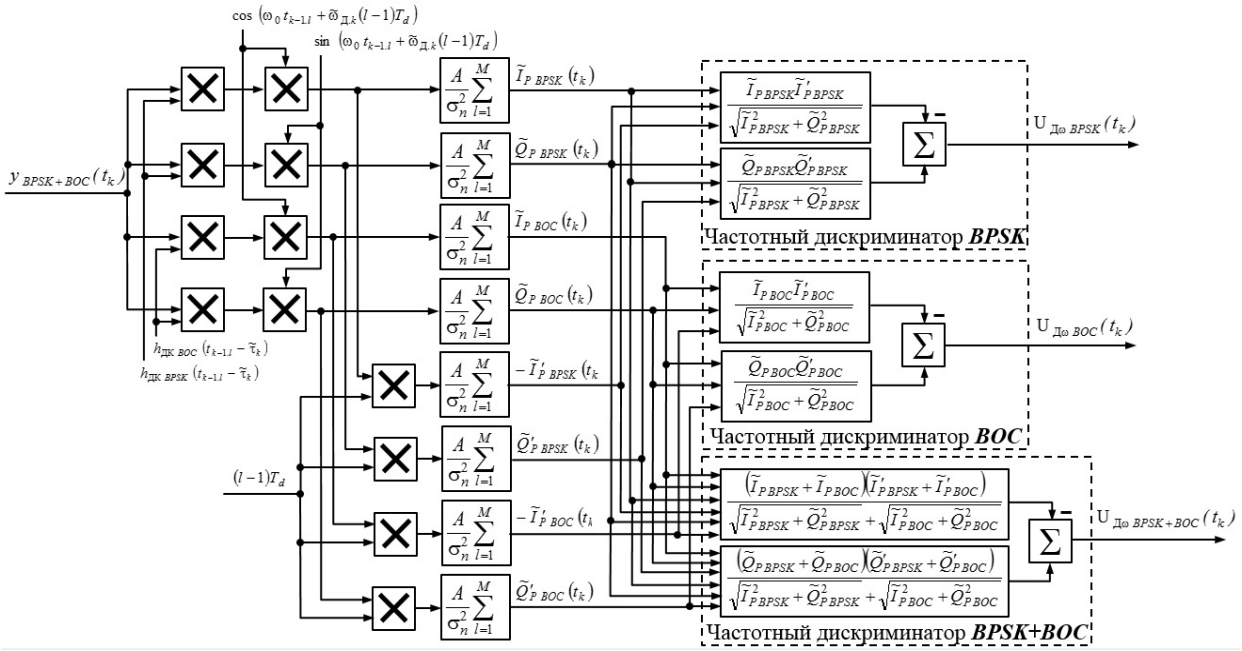


Рис. 2. Обобщенная схема частотного дискриминатора, осуществляющего совместную обработку разных типов навигационных сигналов перспективного некогерентного приемника при большом отношении сигнал/шум

В обобщенной схеме на рис. 2 сигналы $h_{\text{ДК}_{BPSK}}\left(t_{k-1.l} - \tilde{\tau}_k\right)$, $h_{\text{ДК}_{BOC}}\left(t_{k-1.l} - \tilde{\tau}_k\right)$, $(l-1)T_d h_{\text{ДК}_{BPSK}}\left(t_{k-1.l} - \tilde{\tau}_k\right)$, $(l-1)T_d h_{\text{ДК}_{BOC}}\left(t_{k-1.l} - \tilde{\tau}_k\right)$, $\sin\left(\omega_0 t_{k-1.l} + \tilde{\omega}_{\text{Д}.k}(l-1)T_d\right)$, $\cos\left(\omega_0 t_{k-1.l} + \tilde{\omega}_{\text{Д}.k}(l-1)T_d\right)$ подаются с соответствующих генераторов опорных сигналов.

Для малых отношений сигнал/шум (<1) справедливо приближение $I_1\left(\tilde{X}\left(\tilde{\tau},\tilde{\omega}_{Д}\right)\right)\Big/I_0\left(\tilde{X}\left(\tilde{\tau},\tilde{\omega}_{Д}\right)\right)\approx \approx x/2$, и выражения для частотного дискриминатора сигнала в соответствии с вычислением производной $\mathrm{u}_{Д\omega}(t_k)=\dfrac{\tilde{X}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{2}\dfrac{\partial\tilde{X}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial\omega_{Д}}$ примут вид

$$\mathrm{u}_{Д\omega_{BPSK}}(t_k)=\frac{1}{2}\left[\tilde{I}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)\frac{\partial\tilde{I}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial\omega_{Д}}+\tilde{Q}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)\frac{\partial\tilde{Q}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial\omega_{Д}}\right], \tag{28}$$

$$\mathrm{u}_{Д\omega_{BOC}}(t_k)=\frac{1}{2}\left[\tilde{I}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)\frac{\partial\tilde{I}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial\omega_{Д}}+\tilde{Q}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)\frac{\partial\tilde{Q}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)}{\partial\omega_{Д}}\right], \tag{29}$$

$$\mathrm{u}_{Д\omega_{BPSK+BOC}}(t_k)=\frac{1}{2}\left[\left(\tilde{I}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)+\tilde{I}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)\frac{\partial\left(\tilde{I}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)+\tilde{I}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)}{\partial\omega_{Д}}+\right.$$

$$\left.+\left(\tilde{Q}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)+\tilde{Q}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)\frac{\partial\left(\tilde{Q}_{BPSK}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)+\tilde{Q}_{BOC}\left(\tilde{\tau}_k,\tilde{\omega}_{Д,k}\right)\right)}{\partial\omega_{Д}}\right]. \tag{30}$$

Следовательно, учитывая (21)–(24), получим соотношения для частотного дискриминатора сигнала для малых отношений сигнал/шум:

$$\mathrm{u}_{Д\omega_{BPSK}}(t_k)=\frac{1}{2}\left(\tilde{Q}_{P\,BPSK}\tilde{Q}'_{P\,BPSK}-\tilde{I}_{P\,BPSK}\tilde{I}'_{P\,BPSK}\right), \tag{31}$$

$$\mathrm{u}_{Д\omega_{BOC}}(t_k)=\frac{1}{2}\left(\tilde{Q}_{P\,BOC}\tilde{Q}'_{P\,BOC}-\tilde{I}_{P\,BOC}\tilde{I}'_{P\,BOC}\right), \tag{32}$$

$$\mathrm{u}_{Д\omega_{BPSK+BOC}}(t_k)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\left(\tilde{Q}_{P\,BPSK}+\tilde{Q}_{P\,BOC}\right)\left(\tilde{Q}'_{P\,BPSK}+\tilde{Q}'_{P\,BOC}\right)-\right.$$

$$\left.-\left(\tilde{I}_{P\,BPSK}+\tilde{I}_{P\,BOC}\right)\left(\tilde{I}'_{P\,BPSK}+\tilde{I}'_{P\,BOC}\right)\right). \tag{33}$$

Обобщенная схема, реализующая работу частотного дискриминатора НС согласно алгоритмам работы (31)–(33), приведена на рис. 3.

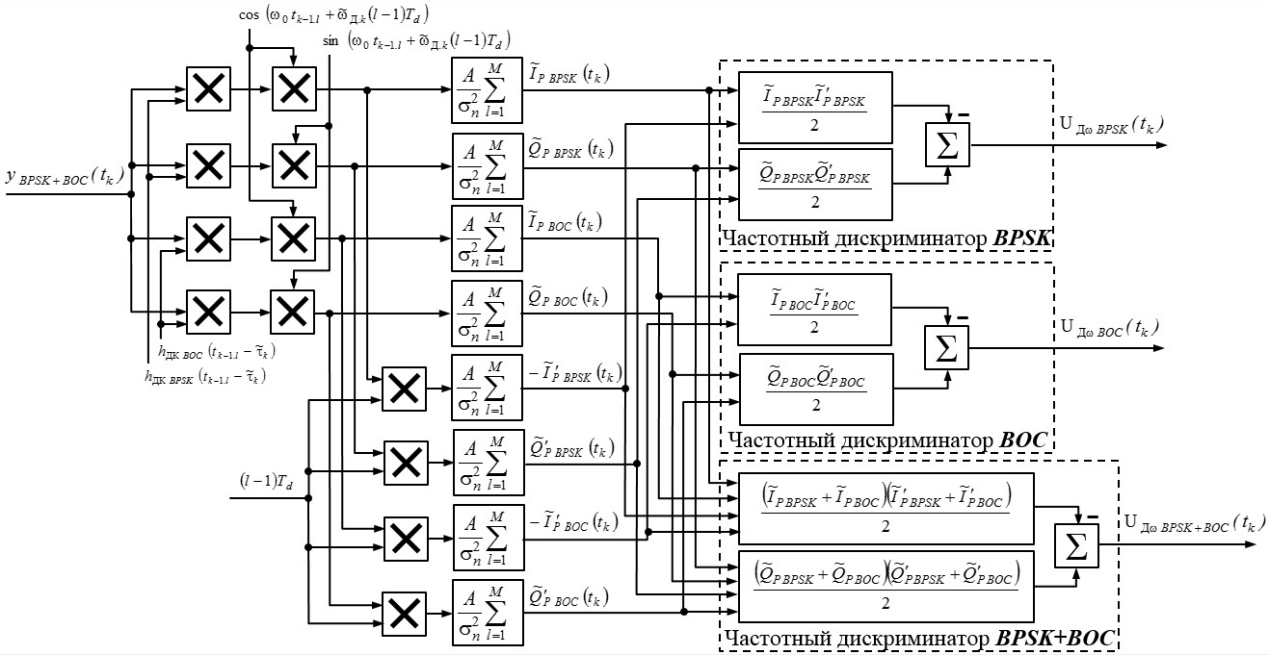


Рис. 3. Обобщенная схема частотного дискриминатора, осуществляющего совместную обработку разных типов навигационных сигналов перспективного некогерентного приемника при малом отношении сигнал/шум

Квадратурные компоненты $\tilde{I}_k$ и $\tilde{Q}_k$ некогерентного приемника, формируемые в момент времени t_k, зависят от фазы $\varphi_{k-1,1}$ принимаемого НС. Аналогичные компоненты $\tilde{I}_{k+1}$ и $\tilde{Q}_{k+1}$, соответствующие моменту времени t_{k+1}, зависят от соответствующего значения фазы $\varphi_{k,1}$. Так как приращение фазы $\Delta\varphi = \varphi_{k,1} - \varphi_{k-1,1}$ за заданный интервал времени определяет доплеровскую частоту, обрабатывая квадратурные компоненты двух соседних моментов времени, можно получить информацию о доплеровской частоте принимаемого НС. Следовательно, на этом принципе могут быть сформированы частотные дискриминаторы согласно следующим алгоритмам работы [1]:

$$\mathrm{u}_{\Delta\omega BPSK}(t_k) = \tilde{I}_{P\,BPSK}(k)\tilde{Q}_{P\,BPSK}(k-1) - \tilde{I}_{P\,BPSK}(k-1)\tilde{Q}_{P\,BPSK}(k), \quad (34)$$

$$\mathrm{u}_{\Delta\omega BOC}(t_k) = \tilde{I}_{P\,BOC}(k)\tilde{Q}_{P\,BOC}(k-1) - \tilde{I}_{P\,BOC}(k-1)\tilde{Q}_{P\,BOC}(k), \quad (35)$$

$$\mathrm{u}_{\Delta\omega BPSK+BOC}(t_k) = \tilde{I}_{P\,BPSK\,P\,BPSK}(k)\tilde{Q}_{P\,BPSK}(k-1) - \tilde{I}_{P\,BPSK}(k-1)\tilde{Q}_{P\,BPSK}(k) + \tilde{I}_{P\,BOC}(k)\tilde{Q}_{P\,BOC}(k-1) - \tilde{I}_{P\,BOC}(k-1)\tilde{Q}_{P\,BOC}(k). \quad (36)$$

На рис. 4 представлены результирующие дискриминационные характеристики (ДХ), полученные как при отдельной, так и при совместной обработке навигационных сигналов *BPSK*(5) и *BOC*(5.2,5), предположительно планируемых к излучению с перспективных навигационных космических аппаратов ГЛОНАСС, для алгоритмов работы частотного дискриминатора некогерентного приемника с временным сдвигом квадратурных компонентов (34)–(36). При этом использовалась информация об исходных данных по параметрам используемых навигационных сигналов из открытых источников [2].

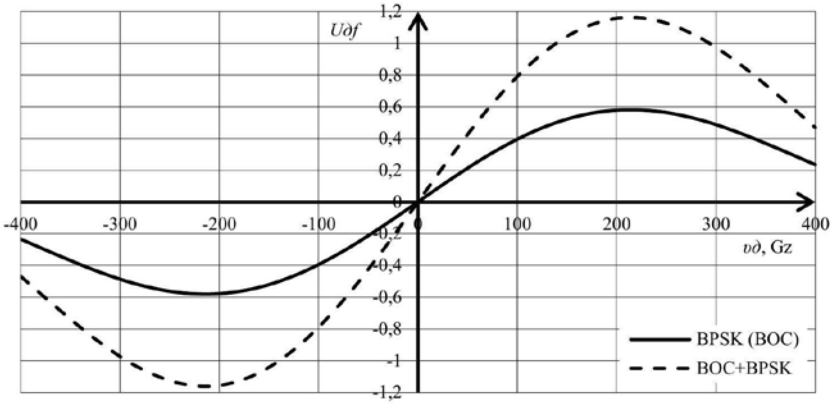


Рис. 4. Результирующие дискриминационные характеристики

Дискриминационные характеристики при совместной обработке двух типов навигационных сигналов (*BPSK* и *BOC*) имеют линейный участок в пределах ширины аппертуры ДХ; крутизна ДХ совместно обрабатываемых навигационных сигналов выше, чем при раздельной обработке, следовательно, при совместной обработке точность навигационно-временных определений увеличивается [6, 7].

Таким образом, совместная обработка разных типов навигационных сигналов на одной несущей частоте дает возможность повысить помехоустойчивость перспективной мультисистемной НАП ГНСС [8].

Литература

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 800 с., ил.

2. *Перов А.И.* Основы построения спутниковых радионавигационных систем. Учебное пособие для вузов. М.: Радиотехника, 2012. 240 с., ил.

3. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / Под ред. В.С. Шебшаевича. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь,1993. 408 с.

4. *Миронов В.А., Коровин А.В., Неровный В.В.* Основные проблемы и направления развития систем спутниковой радионавигации // Материалы 18 международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж: ВГУ, 2012. С. 1611–1623.

5. *Перов А.И.* Методы и алгоритмы оптимального приема сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем. Учебное пособие для вузов. М.: Радиотехника, 2012. 240 с., ил.

6. *Миронов В.А., Коровин А.В., Неровный В.В., Новиков А.А*. Разработка и исследование математической модели каналов одновременного слежения за задержкой и частотой навигационного приемника ГНСС при совместной обработке разных типов навигационных сигналов в условиях помех // Сборник трудов XX международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж: ВГУ, 2014. С. 1035–1045.

7. *Коровин А.В., Неровный В.В., Новиков А.А., Нугаев И.Н.* Разработка модели и исследование характеристик частотного дискриминатора многоканального навигационного приемника при совместной одновременной обработке нескольких типов навигационных сигналов // Сборник научных статей по материалам Всероссийской научно-практической конференции «Академические Жуковские чтения». Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2013. С. 135–140.

8. *Авдеев М.В., Журавлев А.В., Коровин А.В., Неровный В.В.* Повышение помехозащищенности навигационной аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем за счет совместной обработки различного типа навигационных сигналов // Сборник трудов XIV международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж: ВГУ, 2010 г.

Статья поступила в редакцию 30 июня 2015 года

УДК 621.372.018.78

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПЛОСКОЙ ВЕРШИНЫ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Н.М. Назаров, нач. сектора, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: nicksx@rambler.ru

Рассматривается последовательный добротный колебательный контур. На его вход на каждом полупериоде несущей частоты подаются одиночные импульсы. Определяется момент начала каждого импульса и его длительность с целью обеспечения стабильности мгновенной фазы колебаний выходного тока как для случая невозмущённого движения, так и для случая коррекции искажений после завершения действия помех.

Ключевые слова: *высокоэнергетичный тракт, последовательный колебательный контур, высокая добротность, пространство состояний, широкополосный сигнал.*

CONTROL PARAMETERS CHOISE WHILE FORMING FLAT TOP IN A SERIAL LC TANK

N.M. Nazarov, head of sector, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: nicksx@rambler.ru

Serial Q-factor LC tank is examined. Single impulses are fed to its input on each carrier frequency half-cycle. Starting moment and duration of each impulse are defined with the purpose to provide output current oscillation instantaneous phase stability both for an unperturbed moving and distortions correction after interference effect termination cases.

Keywords: *high-energy section, serial LC tank, high Q-factor, state space, wideband signal.*

Основная задача, решаемая передающим средством, – сформировать в эфире сигнал желаемой формы. Понятие сигнала желаемой формы оказывается весьма размытым. Например, широко применяемый фазоманипулированный сигнал описывается в литературе как сигнал с прямоугольной огибающей. Однако на практике такой сигнал часто оказывается промодулированным по амплитуде. Хотя при этом форма фазоманипулированного сигнала существенно изменяется по сравнению с исходной прямоугольной огибающей, тем не менее он остаётся допустимым для излучения и, более того, в некоторых работах показывается преимущество фазоманипулированного сигнала, модулированного по амплитуде специальным образом, над сигналом с прямоугольной огибающей [1].

Принято считать, что любой сигнал, отличающийся от желаемого, будет допустимым сигналом, если спектр его основного лепестка совпадёт со спектром основного лепестка желаемого сигнала. Если на вход передающего тракта подаётся желаемый сигнал, то, в свете сказанного, основной функцией этого тракта будет обеспечение усиления, передачи в антенно-фидерное устройство (АФУ) и излучения основного лепестка спектра. Проектировщик, разрабатывающий передающий тракт, по сути, проектирует активный полоснопропускающий фильтр. Его структура представляет собой последовательно соединённые усилитель мощности (УМ), фильтр (его ещё называют согласующим устройством (СУ), поскольку помимо фильтрации этот узел выполняет ещё и трансформацию импедансов) и АФУ. Такой подход к проектированию настолько распространён, что его можно назвать традиционным или даже классическим.

Несмотря на множество достоинств этого подхода, тем не менее, когда ставится задача спроектировать мощное мобильное широкополосное низкочастотное передающее средство, он даёт сбой. Ограниченность классического подхода естественно вытекает из перечисленных свойств проектируемого тракта. Так, известно, что максимальная эффективность функционирования АФУ достигается тогда, когда габариты АФУ оказываются сопоставимы с длиной излучаемой волны. В том случае, когда несущая частота оказывается мала, габариты становятся столь велики, что АФУ оказывается нетранспортабельным. Обеспечение требования мобильности приводит к применению АФУ с такими малыми по сравнению с длиной волны размерами, что излучение осуществляется практически точечным источником. С точки зрения электрических цепей такой источник является высокодобротным двухполюсником. Он имеет множество чередующихся резонансов, начиная с последова-

тельного, но его параметры, как правило, выбираются таким образом, чтобы основной лепесток спектра сигнала лежал ниже нижнего последовательного резонанса в области ёмкостных сопротивлений. Амплитудо-частотная характеристика АФУ в этой области хотя и неравномерна, но всё же широкополосна. Однако прямое включение усилителя на вход АФУ не целесообразно. Подобное решение приводит к появлению высокоуровневых паразитных излучений, которые обусловлены беспрепятственным накоплением на резонансных частотах получаемой из полезного сигнала энергии, а также малым подавлением внеполосных излучений самим АФУ. Дело ещё больше усложняется, если применяются высокоэффективные ключевые усилители, чей сигнал в виде прямоугольных импульсов содержит гармоники несущей частоты, обладающие высокими уровнями. Эти гармоники, попадая на резонансы АФУ, вызывают колебания, амплитуды которых могут сравниться с амплитудой основного лепестка и даже превзойти её.

Добавление одного элемента между усилителем и АФУ может устранить проблему побочных и внеполосных излучений, но не решает вопроса излучения допустимого сигнала. В случае ёмкостного характера входного сопротивления АФУ таким элементом является катушка индуктивности (добавление резистора или конденсатора ничем принципиально не изменит картину, присутствующую в случае прямого подключения УМ к АФУ). При последовательном или параллельном подключении индуктивности к АФУ образуется колебательный контур. Резонансная частота этого контура может быть простыми средствами перемещена практически в любое место диапазона. Большие значения реактивного сопротивления АФУ обусловливают высокую добротность колебательного контура. Благодаря этому побочные и внеполосные колебания эффективно подавляются. Однако полоса пропускания такого контура настолько мала, что он так же эффективно подавляет и бо́льшую часть основного лепестка сигнала. Таким образом, основная функция передающего средства оказывается невыполненной.

Введение дополнительных контуров в СУ позволяет, не ухудшив, а даже улучшив свойство подавлять внеполосные излучения, пропускать все необходимые частоты основного лепестка. Именно такое решение применяется на практике.

Проблемы в применении описываемого подхода возникают, когда требования технического задания по габаритам формулируются столь жёстко, что применение двух и более контурных СУ оказывается невозможным. В этом случае невозможным становится применение любого решения, предлагаемого классическим методом.

Вместе с тем, со всей определённостью можно утверждать, что формирование широкополосного сигнала при использовании высокодобротного АФУ без применения двух и более контурных СУ возможно. Соединение выхода УМ с АФУ через катушку индуктивности делает невозможным формирование сигнала нужной формы, если рассуждения проводятся только в частотной области. Привлечение в рассмотрение понятий из временной области позволяет снять ограничения, накладываемые классическим методом. Так, известно, что свойство контура иметь узкую полосу пропускания сигнала во временной области формулируется как свойство иметь большое время переходного процесса. Эту мысль иллюстрирует рис. 1.

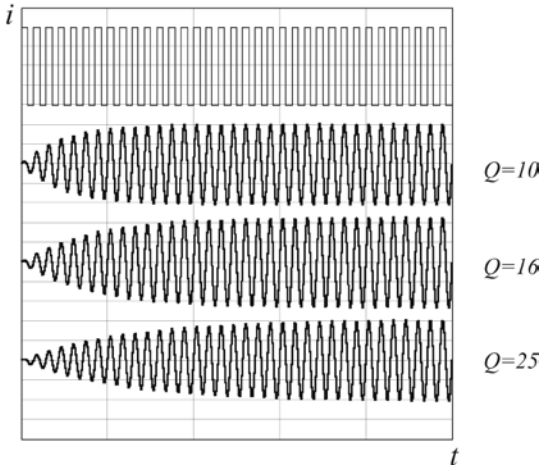


Рис. 1. Переходные процессы для разных добротностей

На верхнем графике изображено напряжение, поступающее с выхода УМ. Это – меандр, частота которого совпадает с частотой свободных колебаний контура. Три остальных графика – есть графики отклика контура на это входное воздействие при различных добротностях *Q*. Приближённо можно считать, что на переходный процесс затрачивается *Q* колебаний.

Рассмотрим последовательный контур с параметрами:

- емкость контура $C = 155$ нФ;
- индуктивность контура $L = 1600$ мкГн;

- сопротивление контура $R = 2$;

- добротность $Q = 48$;

- частота свободных колебаний $f_{свб} = 10$ кГц.

Пусть в начальный момент он находится в покое. В этот момент на него подан меандр на частоте свободных колебаний. Через два периода колебаний меандр сменился трёхуровневыми импульсами, имеющими следующие характеристики:

- момент начала импульса, отсчитываемый от начала полупериода, $t_1 = 23$ мкс;

- длительность импульса $\Delta_2 = 3{,}8$ мкс;

- амплитуда выходного напряжения УМ $U =$ $= 16$ В.

Сигнал и график отклика на него последовательного контура показаны на рис. 2.

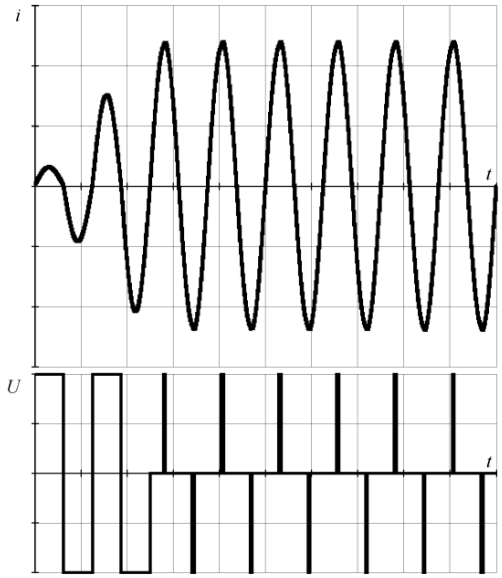


Рис. 2. Ограничение амплитуды тока

На рис. 2 видно, что вопреки высокой добротности, амплитуда колебаний перестала изменяться через два периода выходного колебания. То есть полоса, занимаемая главным лепестком выходного сигнала, стала шире полосы пропускания контура.

На текущий момент вопрос формирования широкополосного фазоманипулированного сигнала в высокодобротном колебательном контуре не имеет завершённого решения. В работе [2] производится исследование переходного процесса в резонансном усилителе в виде транзисторного каскада, в котором в нагрузку транзистора включен параллельный колебательный контур. Дан расчёт амплитуды и фазы сигнала на выходе этого усилителя при переключении фазы входного сигнала на 180° и на 270°. Обнаружено, что фаза выходного сигнала во время такого переключения изменяется линейно. Для случая мгновенного периодического переключения фазы входного сигнала приведено соотношение для расчёта закона изменения комплексной амплитуды выходных колебаний в установившемся режиме. Изменения фазы обусловливают изменения в частоте сигнала. Эти частоты участвуют в формировании спектра. Частотные изменения фазоманипулированного сигнала при протекании переходных процессов в колебательном контуре исследованы в работе [3]. Здесь установлено, что в переходном режиме за счёт изменения фазы наблюдается выбег мгновенной частоты переходного процесса. Максимальное значение выбега зависит от величины фазового скачка. Кроме того, исследованы некоторые особенности развития переходных процессов в колебательном контуре во времени. Получены интересные аналитические зависимости для изменения амплитуды и фазы развивающегося в контуре колебания. Важно заметить, что в статье [3] рассмотрен случай подачи на вход гармонического колебания, фаза которого изменяется скачком. Если элементы усилителей работают в ключевом режиме, то на вход контура будут подаваться прямоугольные импульсы. В реакции контура появляются отличия от движения под действием синусоидального воздействия. Эти отличия в работе [3] не исследованы. Работы [2] и [3] можно условно отнести к описательным работам. Процессы, развивающиеся в рассматриваемых цепях, исследуются в них методом математического анализа. В отличие от них в работе [4] на основе анализа особенностей реакции последовательного колебательного контура на входные прямоугольные импульсы получены формулы и предложены методики расчётов точными методами такого параметра управляющего сигнала, как напряжение питания ключевых усилителей, требующееся для формирования сигнала нужной мощности. Однако вопросы обеспечения ширины спектра, превышающей полосу пропускания контура, в этой работе, как и в двух предшествующих, не рассмотрены.

В исследовании [5] предложено специальное решение, позволяющее сформировать фазоманипулированный сигнал в контуре. Для этого предложено изменять резонансную частоту последовательного контура путём шунтирования части индуктивности в моменты переходного процесса. Смена частоты колебаний приводит к равномерному изменению мгновенной фазы сигнала. Ко-

гда фаза достигает требуемых значений, ключ размыкается и резонансная частота контура возвращается к исходному значению. Колебания же продолжаются в новой фазе. Исследованные в [5] спектральные характеристики соответствуют характеристикам допустимого сигнала. И хотя возможность формировать широкополосный сигнал обеспечивается, к сожалению, на практике это решение применения не нашло.

В работах [6]–[11] поступательно исследуется поведение последовательного колебательного контура с целью синтезировать алгоритм формирования в нем широкополосного фазоманипулированного сигнала. Работы [6] и [7] посвящены синтезу алгоритма управления переходным процессом, связанным со сменой фазы. В них предложен способ мгновенного переключения фазы. Обнаружено, что такое переключение возможно лишь при наступлении некоторых условий. Для того чтобы им удовлетворить, необходимо выполнить ряд действий по переводу контура из произвольного состояния на линию переключения. После осуществления переключения амплитуда колебаний должна быть развита до заданных значений и в нужной фазе. Завершение процесса смены фазы должно смениться удержанием синусоидального колебания на заданном уровне. В случае применения в передатчике ключевого УМ эта задача решается путём использования широтно-импульсной модуляции. Управляющие импульсы, хотя и могут иметь разную ширину, но всегда повторяются через строго определённое время. Это гарантирует стабильность частоты первой гармоники такого управляющего воздействия. Влияние остальных гармоник на формируемый сигнал сильно ослаблено в связи с существенным подавлением их высокоизбирательным последовательным колебательным контуром. В результате на выходе формируется сигнал, близкий к синусоидальному. Принято считать, что стабильность фазы результирующего колебания обеспечивается симметричностью управляющих импульсов относительно четверти периода несущей частоты.

Проблемы с применением данного метода появляются тогда, когда в движении контура возникают возмущения. Это может произойти из-за случайных искажений во входном сигнале, изменения питающих напряжений УМ, возникновения наводок на выходные цепи и по другим причинам. Движение под действием таких возмущений может в силу линейности последовательного колебательного контура рассматриваться как суперпозиция двух колебаний. Одно колебание, как и прежде, это первая гармоника полезного сигнала, которая имеет заданную амплитуду и фазу. А другое колебание – это затухающий переходный процесс. Длительность этого процесса определяется добротностью контура и имеет значительные величины. Пока он не затухнет фаза результирующего сигнала будет отличаться от заданной. Никакие изменения ширины симметричных импульсов не смогут эту фазу скорректировать.

Иногда с такой ситуацией можно смириться и в некоторых границах отклонениями фазы пренебречь. Однако в тех случаях, когда точность воспроизведения фазы носит принципиальный характер, описываемый выше метод формирования сигнала путём формирования первой гармоники необходимо дополнять и корректировать. Развивая это направление, удобно рассмотреть движение контура в пространстве состояний на полупериоде несущей частоты, имея в виду, что процессы, развивающиеся на этом интервале, будут повторяться и на других полупериодах. В отсутствие входного воздействия движением контура является логарифмическая спираль. Часть её, соответствующая полупериоду несущей частоты, показана на рис. 3 сплошной линией. Соответствующая развёртка во времени приведена на рис. 4.

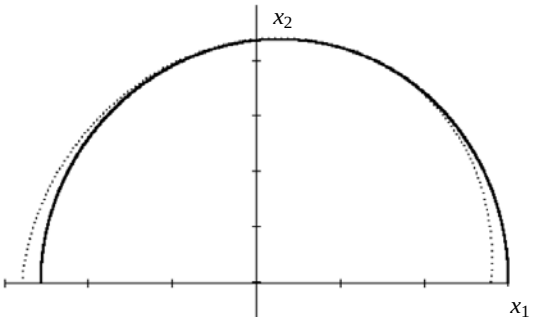


Рис. 3. Свободное затухание и синусоида в пространстве состояний

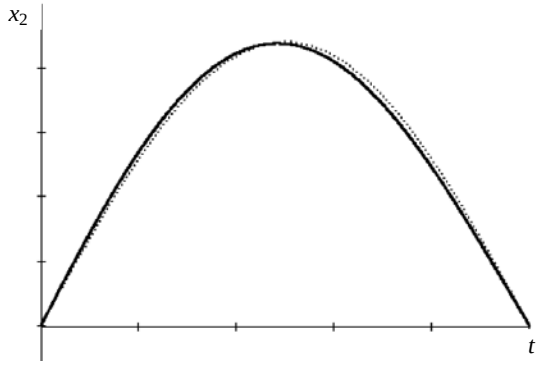


Рис. 4. Свободное затухание и синусоида во времени

Если бы контур двигался по синусоидальному закону и колебание имело бы ту же амплитуду, что и максимальное значение затухающего колебания, то развёртка во времени такого процесса была бы такой, как это показано на рис. 4 пунктиром, а в пространстве состояний траектория была бы такой, как это показано на рис. 3 пунктиром. Хотя на временной развёртке отличие затухающего тока от синусоидального сигнала кажется не слишком значительным, всё же в пространстве состояний заметно, что контур, начав движение снаружи от синусоидальной траектории, закончил его внутри. Уже на следующем полупериоде отличие будет увеличиваться. Степень отклонения траектории движения контура от желаемого движения может изменяться под действием управляющего воздействия. Задача синтеза управления состоит в том, чтобы подобрать такое входное воздействие, которое вызовет отклик, максимально приближенный к желаемому движению. Например, процесс удержания амплитуды на полупериоде, подобный изображённому на рис. 2, но для добротности $Q = 10$, в пространстве состояний выглядит так, как это показано на рис. 5.

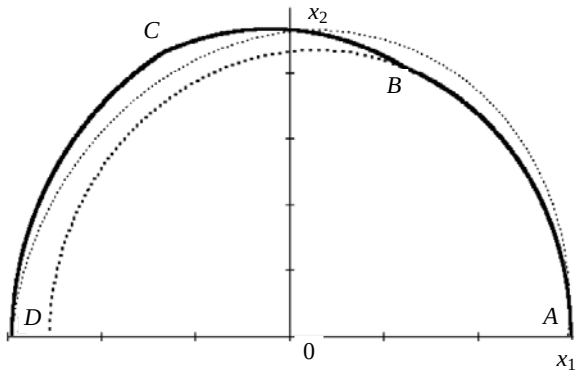


Рис. 5. Реакция контура на одиночный импульс

Реальная траектория изображена на рис. 5 сплошной линией. Движение началось в точке *A*. Управляющий импульс был подан в момент, когда система находилась в точке *B*. Завершился управляющий импульс, когда система находилась в точке *C*. Далее происходило свободное движение, которое завершилось в точке *D*. Тонкая пунктирная линия представляет собой желаемую траекторию движения контура. Она также начинается в точке *A* и заканчивается в точке *D*. Жирным пунктиром отмечена траектория свободного движения, начавшаяся в точке *A*. Видно, что реальная траектория повторяет желаемую более точно, чем свободное затухание, начавшееся в точке *A*. В начальной и конечной точках реальная и желаемая траектории совпадают. Реальная траектория состоит из кусков логарифмических спиралей. Фактически, решается задача аппроксимации желаемой траектории с помощью таких секторов спиралей. Каждому сектору соответствует свой фокус в пространстве состояний, который, в свою очередь, задаётся приложенным напряжением на выходе УМ. Таким образом, устанавливая в разные моменты времени внутри полупериода несущей частоты разные значения выходного напряжения УМ, можно производить построение аппроксимирующей кривой в пространстве состояний. В настоящей работе решается задача такой аппроксимации в виде интерполяции желаемой функции по двум точкам с помощью фрагментов логарифмической спирали. Две упомянутые точки расположены на пересечении желаемой траектории с осью OX_1 пространства состояний.

Для решения этой задачи хорошо приспособлен аппарат, представленный в [8]–[11]. В работах [8] и [9] найдено упрощённое описание поведения колебательного контура. На основании полученных результатов в [10] получена формула, позволяющая по известному начальному положению в пространстве состояний и известным характеристикам выходных прямоугольных импульсов УМ найти конечное положение в пространстве состояний. Анализ этой формулы позволил выявить специальный математический объект – вектор смещения, который, с одной стороны, позволяет обобщённо представить все выданные УМ в виде прямоугольных импульсов управляющие воздействия, а с другой – имеет простую связь с конечным положением контура в пространстве состояний. В [11] описаны некоторые свойства этого вектора.

Описание задачи

Найденная в [10] и [11] формула связи начального и конечного положений через вычисление вектора смещения позволяет сформулировать обратную задачу. Она звучит так: по заданному начальному и конечному положениям контура в пространстве состояний определить, какие уровни входного напряжения и в какие моменты подавать в систему, если движение произошло за время *T*? Конечно, этот вопрос имеет смысл только после того, как удастся выяснить, осуществимо ли такое движение в принципе?

Из всего возможного множества ситуаций, в первую очередь, интерес представляют те из них, которые сложились при подаче на вход напряжения постоянного уровня на трёх интервалах. Причём на первом и последнем интервалах уровень, выдаваемый УМ, принят равным нулю. Отличное от нулевого напряжение подаётся на вход контура только на втором интервале. То есть управление осуществляется с помощью одного импульса. Такой способ управления, с одной стороны, широко применяется на практике, а с другой – анализ влияния на контур одного импульса более прост по сравнению с другим количеством импульсов и позволяет надеяться на распространение найденных закономерностей и на более сложные варианты релейного управления.

В качестве точек, в которых, согласно принципу интерполирования, значения желаемого и реального положения контура должны совпадать, выбраны точка начала и точка окончания полупериода несущей частоты. В эти моменты ток в контуре равен нулю. В пространстве состояний эти точки расположены на оси OX_1 симметрично относительно начала координат.

Таким образом, решаемая задача формулируется следующим образом. В пространстве состояний последовательного колебательного контура заданы две точки X_0, $X_k \in OX_1$ такие, что $X_k = -X_0$. На интервале времени $[t_0, t_1)$ на вход контура подавалось напряжение $U = 0$. В момент t_1 УМ выдал постоянное напряжение U. Через время Δ_2 это напряжение было снято и на вход контура вновь было подано напряжение $U = 0$. Можно ли подобрать такие времена t_1 и Δ_2, чтобы контур перешёл из точки X_0 в точку X_k за время T? Если ответ утвердителен, то какие значения должны принять t_1 и Δ_2?

Подобная формулировка характерна для невозмущённого движения. Как уже было сказано ранее, ожидается, что на практике формируемый в АФУ сигнал может исказиться. В этом случае в начальный момент времени контур окажется не на оси OX_1, в желаемой точке, а отклонится от неё. Такая возможность требует уточнения условий задачи. Новая формулировка отличается от прежней лишь тем, что X_0 может как принадлежать оси OX_1, так и лежать вне её. Соответственно, условие $X_k = -X_0$, в общем случае, не выполняется, хотя и полного исключения этой ситуации не предусматривается. Устранение двух указанных ограничений делает задачу более общей.

Решение задачи существования управления для невозмущённого движения

В связи с тем, что целью коррекции результатов воздействия возмущения является установление невозмущённого движения, отдельный интерес представляет ответ на вопрос о существовании управления невозмущённым движением.

Рассмотрим пространство состояний последовательного колебательного контура. Все траектории, соединяющие две произвольные точки в этом пространстве, будем называть равнодлительными, если время, затраченное на движение из начальной точки в конечную, у них совпадает. Все траектории, чьи конечные точки совпадают, будем называть равнозавершёнными. Если траектория сформирована так, что на всём интервале времени управляющее воздействие было равно нулю, то такое движение будем называть свободным, в обратном случае движение будет управляемым.

Согласно [10] для любого движения под действием некоторого управляющего воздействия, рассматриваемого на некотором конечном интервале T, найдётся равнодлительное и равнозавершённое свободное движение, обладающее тем свойством, что его начальное положение будет смещено относительно начального положения управляемого движения на вектор смещения $\vec{S}$. В работе [11] обнаружено, что если задано начальное положение системы, то система может оказаться в заданной конечной точке под действием некоторого управления, только если равнодлительное и равнозавершённое свободное движение начинается внутри области значений вектора смещения $\vec{S}$. В работе [11] найдена и исследована область значений для управления в виде одиночного импульса (трёхинтервальное управление).

Рассмотрим некоторую точку $X_0 \in OX_1$, изображённую на рис. 6.

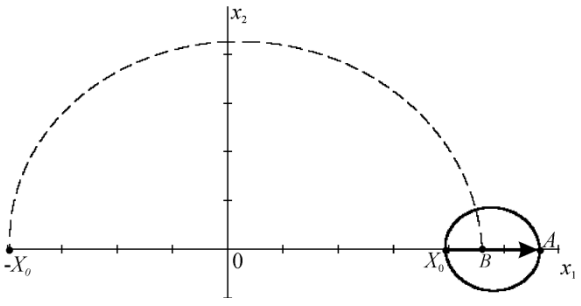


Рис. 6. Положение области значений вектора смещения

Если движение началось из этой точки, то завершиться оно должно в точке $-X_0$. Равнодлительная и равнозавершённая траектория свободного движения изображена пунктиром. Область значений вектора смещения показана сплошными линиями. Длина вектора X_0A не зависит от положения точки X_0. Положение же точки B существенно зависит от положения точки $-X_0$ и, соответственно, положения точки X_0. Справедлива зависимость первой координаты точки B от первой координаты точки X_0, выраженная формулой

$$x_{B1} = x_{10} \cdot e^{-\frac{\alpha}{\beta}\pi}. \qquad (1)$$

Здесь x_{B1} – первая координата точки B, а x_{10} – первая координата точки X_0; α – действительная часть корня характеристического уравнения; β – мнимая. Управление осуществимо, только если $B \in [X_0, A]$. Это равносильно выполнению условий

$$\begin{aligned} x_{B1} &\geq x_{10}, \\ x_{B1} &\leq x_{A1}. \end{aligned} \qquad (2)$$

Эти условия выполняются для всех $x_{10} \in (0, L]$, где

$$L = \frac{e^{-\frac{\alpha}{\beta}\pi} + 1}{1 - e^{-\frac{\alpha}{\beta}\pi}} \cdot f_1, \qquad (3)$$

где f_1 – первая координата фокуса. Таким образом, для того чтобы управление по устранению последствий воздействия возмущения имело смысл, необходимо, чтобы модуль первой координаты положения системы, двигающейся невозмущённо (т.е. так, что в начале каждого полупериода система оказывается в пространстве состояний на оси OX_1 в точке X_0 или $-X_0$), в начале полупериода был не больше, чем величина L, найденная по формуле (3).

Решение задачи формирования управления для возмущённого движения

Определим понятия, полезные для дальнейшего изложения. Выражение, задающее вектор смещения для трёхинтервального управления, такое:

$$\vec{S} = \mathbf{M}(-t_1) \cdot \left(\mathbf{M}(-\Delta_2) - \mathbf{E}\right) \cdot \vec{F}_2. \qquad (4)$$

Здесь матрица $\mathbf{M}$ имеет вид

$$\mathbf{M}(t) = e^{\alpha \cdot t} \cdot \begin{vmatrix} \cos(\beta \cdot t) & -\sin(\beta \cdot t) \\ \sin(\beta \cdot t) & \cos(\beta \cdot t) \end{vmatrix}; \qquad (5)$$

$\mathbf{E}$ – единичная матрица; $\vec{F}_2$ – фокус, вокруг которого осуществлялось движение на втором интервале,

$$\vec{F}_2 = \begin{vmatrix} f_1 \\ 0 \end{vmatrix}; \qquad (6)$$

t_1 – момент начала движения вокруг фокуса $\vec{F}_2$; Δ_2 – длительность движения вокруг фокуса $\vec{F}_2$.

Если зафиксировать момент начала движения вокруг фокуса $\vec{F}_2$, то для всех $\Delta_2 \in \left(0, \frac{\pi}{\beta} - t_1\right]$ (β – циклическая частота свободных колебаний контура) выражение (4) задаёт линию, которую будем называть изохроной начала импульса. Аналогично, если в выражении (4) зафиксировать Δ_2, то линию, получающуюся при изменении t_1 в диапазоне $t_1 = \left[0, \frac{\pi}{\beta} - \Delta_2\right)$, будем называть изохроной ширины импульса.

Изохроны начала импульса изображены на рис. 7.

Пунктиром обозначена нижняя граница области значений вектора $\vec{S}$. Изохроны ширины импульса изображены на рис. 8.

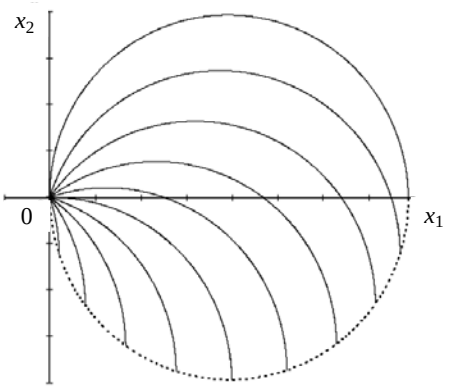


Рис. 7. Изохроны начала импульса

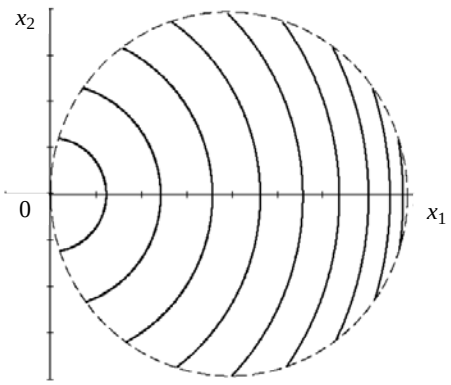
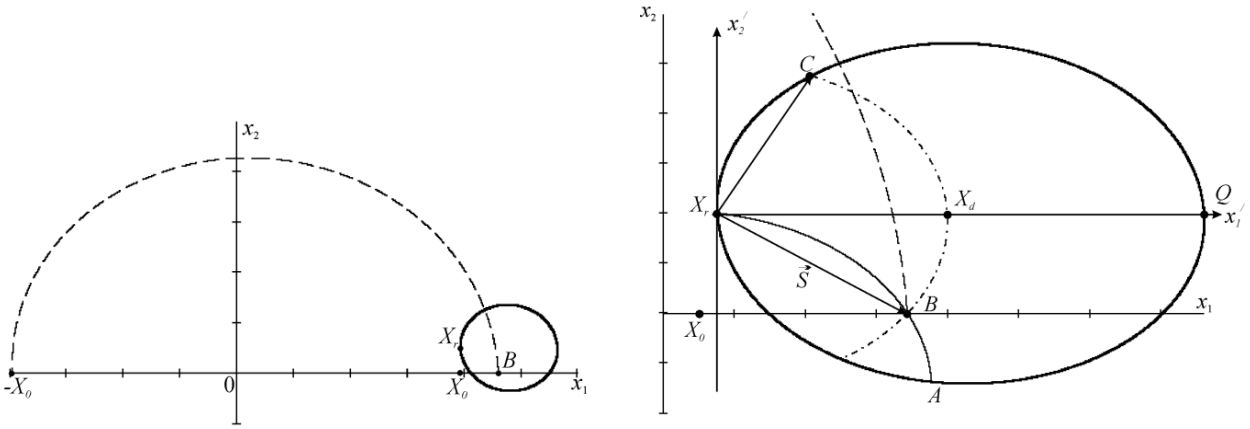


Рис. 8. Изохроны ширины импульса

Пунктиром обозначены верхняя и нижняя границы области значений вектора $\vec{S}$.

Пусть в начальный момент времени контур находился в точке $X_r \notin OX_1$. Точку, в которую должен быть направлен вектор смещения, обозначим $B \in OX_1$. Вектор $\overrightarrow{X_r B}$ может быть вектором смещения $\vec{S}$ только в том случае, если он принадлежит области значений вектора смещения. Эта область совпадает с областью значений, построенной в [11], если начало отсчёта перенести в точку X_r. Случай, когда точка B принадлежит области значений, изображён на рис. 9.



а) расположение области значений вектора смещения для возмущения начального положения

б) структура области значений вектора смещения

Рис. 9.

На рис. 9б изображена в укрупнённом виде область значений вектора смещения, показанная на рис. 9а, с обозначенными характерными элементами. Среди этих элементов – изохрона ширины импульса (штрихпунктирная линия CX_dB) и изохрона начала импульса (линия X_rBA). Если точка B принадлежит обеим изохронам, то фиксированные времена, определяющие эти изохроны, и есть параметры управления.

Определим эти времена. Зафиксируем $t_1 = 0$. Изохроной этого начала импульса является линия X_rCQ. Для всякой ширины импульса $\Delta_2 \in \left(0, \frac{\pi}{\beta}\right]$ существует единственная соответствующая ей точка на линии X_rCQ. Справедливо и обратное. Каждой точке C на изохроне начала X_rCQ соответствует своё значение Δ_2. Выберем произвольную точку $C \in X_rCQ$ и зафиксируем соответствующую ей ширину Δ_2. Это значение задаёт изохрону ширины импульса. На рис. 9б она показана как линия CX_dB. Согласно (4) для фиксированной ширины импульса управления при изменении момента начала импульса от меньших значений к большим конец вектора смещения $\vec{S}$ движется по закону свободного движения контура вокруг фокуса, расположенного в точке X_r в обратном времени. Соответственно, верно и обратное. Если в начальный момент контур расположен в точке X_d, то, двигаясь вокруг фокуса, расположенного в точке X_r в прямом времени, через некоторое время он окажется в точке C. Зная точку C, легко найти точку начала движения X_d. Для этого необходимо переместить начало координат в точку X_r. Тогда траектория, начинающаяся в точке X_d, будет описываться выражением

$$\begin{vmatrix} x_1' \\ x_2' \end{vmatrix} = \mathbf{M}(t) \cdot \begin{vmatrix} x_{d10} \\ 0 \end{vmatrix}. \qquad (7)$$

В развёрнутом виде

$$\begin{cases} x_1' = x_{d10} \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta \cdot t), \\ x_2' = x_{d10} \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta \cdot t). \end{cases} \qquad (8)$$

Отсюда вытекает справедливость выражения

$$x_1'^2 + x_2'^2 = x_{d10}^2 \cdot e^{2 \cdot \alpha \cdot t}. \qquad (9)$$

Кроме того, из (8) следует, что геометрический угол совпадает с мгновенной фазой. Действительно,

$$\frac{x_2'}{x_1'} = \frac{\sin(\beta \cdot t)}{\cos(\beta \cdot t)} = \operatorname{tg}(\beta \cdot t) = \operatorname{tg}(\varphi),$$

$$\varphi = \beta \cdot t, \quad t = \frac{\varphi}{\beta}. \tag{10}$$

С учётом (10) выражение (9) приобретает следующий вид:

$$\left(x_1'^2 + x_2'^2\right) \cdot e^{-2\cdot\frac{\alpha}{\beta}\varphi} = x_{10}^2. \tag{11}$$

Значение φ определяется по формуле

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{x_2'}{x_1'}\right). \tag{11a}$$

Значения x_1' и x_2' определяются координатами произвольно взятой на изохроне начала импульса при $t_1 = 0$ точки C. Формула, описывающая эту изохрону в системе отсчёта, связанной с точкой X_r, имеет вид

$$\vec{S}_{t10} = \left(\mathbf{M}(-\Delta_2) - \mathbf{E}\right) \cdot \vec{F}_2, \tag{12}$$

где $\vec{F}_2$ – фокус, отложенный от точки X_r на оси $X_r x_1'$. В развёрнутом виде выражение (12) выглядит так:

$$\begin{vmatrix} s_{t101} \\ s_{t102} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_1 \cdot \left(e^{-\alpha\cdot\Delta_2} \cdot \cos(\beta \cdot \Delta_2) - 1\right) \\ -f_1 \cdot e^{-\alpha\cdot\Delta_2} \cdot \sin(\beta \cdot \Delta_2) \end{vmatrix}. \tag{13}$$

Подставляя s_{t101} и s_{t102} в формулу (11), получаем выражение, связывающее первую координату X_d с временем Δ_2:

$$x_{d1} = |f_1| \cdot e^{-\frac{\alpha}{\beta}\varphi_\Delta} \times$$
$$\times \sqrt{1 + e^{-2\cdot\alpha\cdot\Delta_2} - 2 \cdot e^{-2\cdot\alpha\cdot\Delta_2} \cdot \cos(\beta \cdot \Delta_2)}. \tag{14}$$

Здесь

$$\varphi_\Delta = -\operatorname{arctg}\frac{e^{-\alpha\cdot\Delta_2} \cdot \sin(\beta \cdot \Delta_2)}{e^{-\alpha\cdot\Delta_2} \cdot \cos(\beta \cdot \Delta_2) - 1}. \tag{15}$$

Зависимость x_{d1} от Δ_2 изображена на рис. 10.

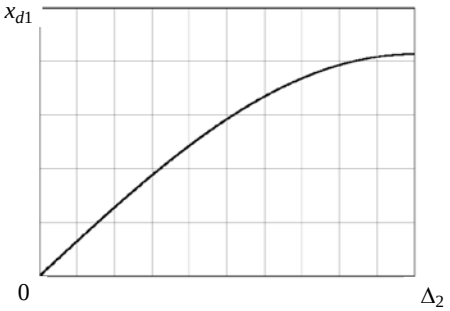


Рис. 10. Зависимость первой координаты X_d от ширины импульса Δ_2

На рис. 10 видно, что внутри своей области значений эта зависимость взаимооднозначна. Поэтому в этой области может быть найдена обратная функция

$$\Delta_2 = f^{-1}(x_{d1}). \tag{16}$$

Алгебраического прямого выражения зависимости Δ_2 от x_{d10} не существует. Поэтому, задав x_{d10} из области значений, величину Δ_2 можно определить вычислительным методом. Формула (16) позволяет определить ширину импульса для случая, когда точки B и X_d (см. рис. 9) совпадают. Если же B есть произвольная точка внутри области значений вектора смещения, то ширина импульса определяется выражением

$$\Delta_2 = f^{-1}\left(e^{-\frac{\alpha}{\beta}\varphi_b} \cdot \left(x_{b1} \cdot \cos(\varphi_b) + x_{b2} \cdot \sin(\varphi_b)\right)\right). \tag{17}$$

В самом деле, точка $B = \left|x_{b1}, x_{b2}\right|^T$ (T – знак транспонирования). Угол наклона вектора $\vec{B}$ составляет

$$\varphi_b = \operatorname{arctg}\left(\frac{x_{b2}}{x_{b1}}\right). \tag{18}$$

Изохрона ширины, которой принадлежит точка B, являясь одной из траекторий движения колебательного контура вокруг точки X_r, описывается в системе отсчёта с началом в точке X_r выражением

$$X_w(t) = \mathbf{M}(t) \cdot X_d. \tag{19}$$

Так как $X_w(t_k) = X_r$, то точка пересечения изохроны с осью абсцисс ($X_r x_1'$) будет

$$X_d = \mathbf{M}\left(-\frac{\varphi_b}{\beta}\right) \cdot B. \tag{20}$$

У этой точки, по определению, вторая координата равна нулю. Формула для первой координаты будет такой:

$$x_{w01} = e^{-\frac{\alpha}{\beta}\varphi_b} \cdot \left(x_{b1} \cdot \cos(\varphi_b) + x_{b2} \cdot \sin(\varphi_b)\right). \tag{21}$$

Подставляя (21) в (16), получим (17).

Определив ширину импульса, можно определить его начало. Момент начала находится в

прямо пропорциональной зависимости от угла $\angle CX_rB$. Справедливо утверждение

$$\angle CX_rB = \angle CX_rX_d - \angle X_dX_rB. \qquad (22)$$

Угол $\angle CX_rX_d$ определяется путём подстановки найденного значения для Δ_2 в выражение (12) и определения арктангенса отношения второй координаты к первой. Угол $\angle X_dX_rB$ определён по формуле (18).

Таким образом, для любой точки внутри области значений вектора смещения найдены оба параметра управления.

В качестве примера на рис. 11 изображены графики управляющего сигнала и отклика тока контура для случая, когда в начале полупериода ток равен нулю.

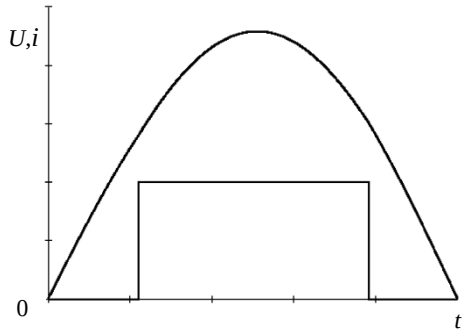


Рис. 11. Управление невозмущённым движением

Управляющий импульс близок к симметрии относительно четверти периода. Случай, когда в начальный момент времени колебание в контуре отставало от желаемого, изображен на рис. 12.

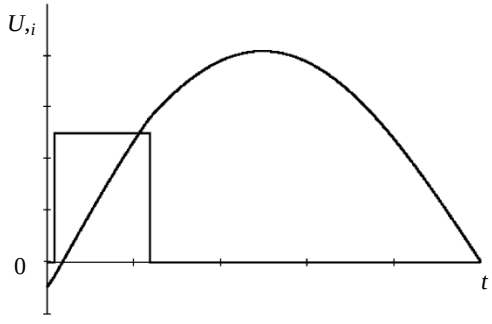


Рис. 12. Отработка возмущения в случае отставания

На рис. 12 хорошо заметно, что в начальный момент времени ток имел отрицательное значение. В конце полупериода значение тока стало нулевым. Управляющий импульс сильно смещён к началу полупериода. Случай, когда колебание в контуре опережает желаемое колебание, изображён на рис. 13.

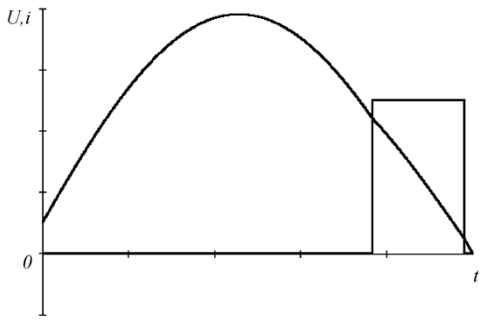


Рис. 13. Отработка возмущения в случае опережения

В начале полупериода ток имел положительное значение. Управляющий импульс смещён к концу полупериода.

Выводы

В результате проделанной работы найдены условия существования управления, обеспечивающего невозмущённое движение, а также формулы, позволяющие определить параметры управляющего импульса, поступающего на вход последовательного колебательного контура на каждом полупериоде несущей частоты и обеспечивающего поддержание заданной фазы колебаний в случае невозмущённого движения либо исправление фазовых искажений после действия возмущений.

Литература

1. *Гуревич М.С.* Спектры радиосигналов. М.: Государственное издательство литературы по вопросам радио и связи, 1963.

2. *Сапрыкин А.В., Челноков О.А.* Переходные процессы в резонансном усилителе при изменении фазы входного сигнала // Радиотехника. 2001. № 12. С. 51–56.

3. *Лернер И.М., Ильин Г.М.* Переходные процессы в колебательном контуре при скачкообразных изменениях фазы // Радиотехника и электроника. 2010. № 12. С. 1482–1487.

4. *Абрамов Л.А., Зарубин С.П., Хохлов Н.С.* Исследование особенностей формирования сигналов в перспективных радиопередающих устройствах длинноволновых радионавигационных систем // Успехи современной радиоэлектроники. 2014. № 12. С. 33–40.

5. *Завражнов Ю.В.* Работа радиопередатчика на высокодобротную антенну // Электросвязь. 1985. № 8. С. 49–51.

6. *Назаров Н.М.* Переключение фазы на произвольный угол в высокодобротном последовательном колебательном контуре // Теория и техника радиосвязи: науч.-техн. сб. / ВНИИС. Воронеж, 2005. Вып. 2. С. 55–62.

7. *Назаров Н.М.* Машина состояний процесса переключения фазы на произвольный угол в высоко-

добротном последовательном колебательном контуре // Теория и техника радиосвязи: науч.-техн. сб. / ОАО «Концерн «Созвездие». Воронеж, 2007. Вып. 1. С. 102–104.

8. *Назаров Н.М.* Упрощение описания траекторий движения последовательного колебательного контура в пространстве состояний // Теория и техника радиосвязи. 2014. № 4. С. 84–88.

9. *Назаров Н.М.* Преобразование объектов пространства состояний последовательного колебательного контура // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 1. С. 66–68.

10. *Назаров Н.М.* Определение конечного положения последовательного колебательного контура после произвольного количества переключений // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 2. С. 66–70.

11. *Дубровский А.Ю., Назаров Н.М.* Описание области значений вектора смещения для одного интервала управления // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 2. С. 22–25.

Статья поступила в редакцию 30 июля 2015 года

УДК 338.984

МЕТОДИКА ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПРИ ОБЕСПЕЧЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Я.М. Бредихина, аспирант, старший специалист, АО «Концерн «Созвездие»,
e-mail: alli301202.5@gmail.com
Е.В. Левицкая, аспирант, ведущий конструктор, АО «Концерн «Созвездие»,
e-mail: elen.lev.novo.ru@mail.ru
А.Ю. Кузьмина, аспирант, главный менеджер-кассир, ВТБ 24 (ЗАО), e-mail: nastua_1_90@mail.ru

Для формирования механизма экономической безопасности предприятия предложен показатель значимости угрозы, позволяющий принимать обоснованные управленческие решения при разработке мероприятий, направленных на снижение последствий при возникновении угроз. Разработана математическая модель оценки уровня негативного влияния угроз на потенциал предприятия.

***Ключевые слова**: риск, угроза экономической безопасности предприятия, управленческое решение, потенциал предприятия.*

METHOD OF MAKING MANAGERIAL DECISIONS WHILE PROVIDING ENTERPRISE ECONOMIC SAFETY

Y.M. Bredikhina, graduate, senior specialist, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: alli301202.5@gmail.com
E.V. Levitskaya, graduate, leading designer, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: elen.lev.novo.ru@mail.ru
A.Yu. Kuzmina, graduate, senior cashier manager, VTB 24, e-mail: nastua_1_90@mail.ru

For the formation of enterprise mechanism economic safety, threat significance index allowing to take grounded managerial decisions while developing measures aimed at mitigating the consequences when the threat occurs is proposed. A mathematical model for assessing the level of threats' negative effect on enterprise facilities is developed.

***Keywords**: risk, threat to enterprise economic safety, managerial decision, enterprise facilities.*

В современных условиях процесс успешного функционирования и экономического развития предприятий во многом зависит от совершенствования их деятельности в области экономической безопасности. По оценкам экспертов, затраты на создание системы безопасности предприятия и его оптимального функционирования могут достигать 25% затрат на весь производственный процесс.

Предприятие как единичная ячейка экономической системы оказывает самое непосредственное влияние на ее устойчивое и динамичное развитие, и с этой позиции весьма важным моментом являются вопросы обеспечения его собственной экономической безопасности. *Экономическая безопасность предприятия (ЭБП)* – это такое состояние данного хозяйствующего субъекта, при котором жизненно важная компонента структуры и деятельность предприятия характеризуются высокой степенью защищенности от нежелательных изменений [1].

Экономическая безопасность – одна из составляющих общего понятия «безопасность». Любой ущерб рано или поздно может получить оценку в денежном выражении, то есть может быть выделена чисто экономическая составляющая ущерба. На наш взгляд, *экономическая безопасность предприятия* – это такое состояние предприятия, при котором ему не угрожает опасность, сохраняется его независимость, надежность, целостность, защищенность от существующих угроз, т.е. предприятие в состоянии решить стоящие перед ним задачи, а в случае возникновения различного рода непредвиденных обстоятельств, опасностей или угроз в состоянии от них защититься или восстановить свою работоспособность.

Главной целью ЭБП является обеспечение его устойчивого и максимально эффективного функционирования в настоящее время и обеспечение высокого потенциала развития и роста в будущем.

Как известно, предприятие является сложной открытой динамической системой, которая находится в процессе постоянного обмена ресурсами с внешней средой [2] (рис. 1).

 ISSN 1995-7009

Рис. 1. Взаимодействие предприятия с внешней средой

Некоторые факторы внешней среды оказывают как благоприятное, так и негативное воздействие на функционирование системы предприятия. В связи с этим для сохранения целостности и развития предприятию необходимо оперативно реагировать на все позитивные и негативные изменения внешней среды, что является одной из основных составляющих обеспечения экономической безопасности [3].

При формировании механизма обеспечения экономической безопасности предприятия целесообразно использовать метод контент-анализа, позволяющий выявить причинно-следственные связи возникновения угроз и оценить уровень их возможного негативного воздействия, угрожающего экономической безопасности хозяйствующего субъекта.

Анализ результатов многочисленных исследований отечественных и зарубежных ученых показал, что единого мнения о перечне факторов, влияющих на данный показатель, до настоящего времени не существует. Это связано с тем, что между внутренними и внешними факторами, влияющими на экономическую безопасность предприятия, существует тесная взаимосвязь, при этом в результате влияния отдельного фактора может возникнуть одна или несколько угроз экономической безопасности предприятия.

Учитывая данные положения, было установлено следующее:

1. Каждую отдельно возникшую угрозу необходимо учитывать при оценке различных видов потенциала предприятия. Так, угроза «хищение» может оказывать влияние на уровень инновационного, научно-технического, производственного, кадрового, финансово-экономического, маркетингового потенциалов предприятия.

2. Различные виды угроз могут оказать влияние на уровень определенного вида потенциала одновременно. Например, угрозы «неэффективная ценовая политика», «ошибки в стратегии», «нехватка оборотных средств» оказывают влияние на уровень финансово-экономического потенциала предприятия.

3. Отдельно взятая угроза может оказать влияние на уровень конкретного вида потенциала и иметь несколько последствий. Так, угроза «низкий уровень технологической оснащенности производственного процесса» оказывает влияние на уровень технико-технологического потенциала предприятия, что является одной из причин высокой себестоимости продукции, низких производительности труда и конкурентоспособности предприятия в целом.

Сложившаяся практика показала, что для решения вопросов обеспечения экономической безопасности предприятия наиболее часто используют понятие «риск», общий подход к оценке которого отражает зависимость

$$R = P * I, \qquad (1)$$

где P – вероятность возникновения риска; I – величина возможных потерь, руб.

Анализ исследований, посвященных вопросам оценки риска, показал, что при моделировании социально-экономических явлений наиболее часто используется закон нормального распределения (рис. 2), а для аппроксимации зависимости между размером ущерба x и вероятностью его проявления $p_{(x)}$ наиболее часто применяют функцию

$$p(x) = f_{0;1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \qquad (2)$$

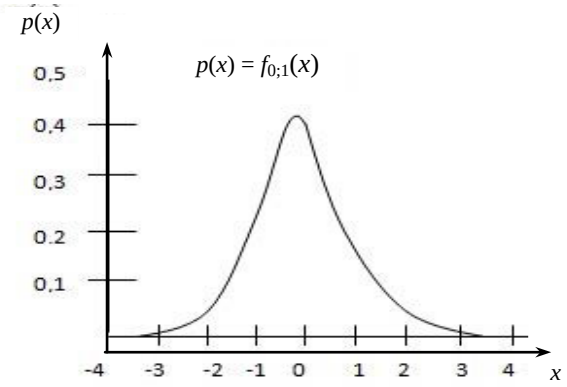


Рис. 2. Зависимость между размером ущерба и вероятностью его проявления

Однако следует отметить, что закон нормального распределения более точно характеризует распределение событий в случае, если их исход зависит от влияния значительного количества независимых факторов, при этом ни один из них не оказывает преобладающего воздействия на результирующий признак [4].

Применение функции нормального распределения к оценке рисков экономических процессов представляется недостаточно обоснованным, поскольку:

- в своей практической деятельности менеджеры не используют статистические критерии согласия между теоретическим и эмпирическим распределением, руководствуясь, в основном, опытом и интуицией (поскольку до настоящего времени мониторинг угроз и их последствий, по существу, не проводился, то статистические методы анализа из-за отсутствия соответствующей информационной базы использовать невозможно);

- возникновение хотя бы одной из значительных угроз может привести к катастрофическим последствиям для предприятия в случае, если не были своевременно предприняты меры по предотвращению или снижению негативного влияния данной угрозы для предприятия.

Принимая во внимание приведенные аргументы, можно утверждать, что для оценки негативного воздействия угроз менеджеру следует пользоваться и качественными характеристиками.

При формировании механизма обеспечения экономической безопасности предприятия предлагается использовать показатель значимости угрозы $\left(У_{зн_i}\right)$:

$$У_{зн_i} = П_{ст_i} * П_{вел_i} * П_{от_i}. \qquad (3)$$

Здесь $П_{ст_i}$ – уровень вероятности реализации i-й угрозы, баллы; $П_{вел_i}$ – уровень ущерба от действия i-й угрозы, баллы; $П_{от_i}$ – отдаленность реализации i-й угрозы во времени, баллы.

Для оценки $П_{ст_i}$, $П_{вел_i}$, $П_{от_i}$ используется метод экспертных оценок.

Показатель значимости угрозы $\left(У_{зн_i}\right)$, характеристика которого приведена в табл. 1, изменяется в пределах от 0,0025 до 1,0.

Таблица 1

Экономическое содержание показателя значимости угрозы $\left(У_{зн_i}\right)$

Параметры	**Градация изменения показателя**		
Количественная характеристика	$0{,}0025 \le У_{зн_i} < 0{,}0625$	$0{,}0625 \le У_{зн_i} < 0{,}25$	$0{,}25 \le У_{зн_i} \le 1$
Качественная характеристика	Незначительная	Значимая	Высоко-значимая
Необходимость реализации мероприятий по противодействию угрозе экономической безопасности	Отсутствует	Существует	Существует

Значение показателя значимости угрозы $\left(У_{зн_i}\right)$ указывает на наличие или отсутствие необходимости разработки комплекса защитных мероприятий по противодействию угрозе, позволяя также определить приоритет реализации комплекса защитных мероприятий по каждой из значимых

угроз в зависимости от рассчитанного значения показателя $У_{зн_i}$.

Однако при принятии управленческого решения по обеспечению экономической безопасности предприятия, кроме предлагаемого показателя значимости угрозы ($У_{зн_i}$), рекомендуется также учитывать следующие 2 характеристики:

1. Время ($T_м$), необходимое для реализации мероприятий по обеспечению экономической безопасности организации.

Величина $T_м$ должна быть меньше предполагаемого времени реализации угрозы ($T_{ру}$):

$$\sum T_м < T_{ру}, \text{ при этом } T_м \to \min.$$

2. Затраты на реализацию мероприятий по обеспечению экономической безопасности организации ($З_р$).

При учете затрат должно выполняться условие

$$З_р + З_{нп} < З_{пр}, \qquad (4)$$

где $З_{нп}$ – затраты, возникшие в результате негативных последствий реализации угроз экономической безопасности предприятия, в частности, после проведения мероприятий по минимизации угроз, руб.; $З_{пр}$ – затраты, образующиеся в результате принятия риска, руб.

Эффект от снижения значимости угрозы ($Э_{снУ}$) в результате внедрения соответствующих мероприятий ($У_{снУР}$) должен быть не меньше значения разности между величиной значимости угрозы ($У_{зн_i}$) и величиной приемлемого уровня значимости угрозы ($У_{пр}$):

$$\sum У_{снУР} \geq У_{зн_i} - У_{пр}. \qquad (5)$$

Для оперативного анализа эффективности мероприятий по обеспечению экономической безопасности предприятия предлагается использовать функциональную карту, форма которой представлена в табл. 2.

Таблица 2

Функциональная карта оценки мероприятий по обеспечению экономической безопасности предприятия

Параметр	Мероприятие						Ограничивающее условие
	1	2	3	4	…	n	
$З_{р^i}$, руб.	$З_{р^1}$	$З_{р^2}$	$З_{р^3}$	$З_{р^4}$	$З_{р^5}$ …	$З_{р^n}$	$< З_{пр}$
$У_{снУР}$, баллы	$У_{снУР}{}^1$	$У_{снУР}{}^2$	$У_{снУР}{}^3$	$У_{снУР}{}^4$	$У_{снУР}$ …	$У_{снУР}{}^n$	$\geq Э_{снУ}$
T_i, дни	T_1	T_2	T_3	T_4	T…	T_n	$< T_{ру}$

В соответствии с предлагаемым подходом выбор оптимального комплекса мероприятий для обеспечения экономической безопасности предприятия представляет собой поиск n-мерной фигуры в n-мерном пространстве.

Сформулируем математическую постановку данной задачи. Обозначим через x_i мероприятие, направленное на обеспечение экономической безопасности предприятия. Требуется найти наиболее целесообразный вариант комплекса мероприятий по противодействию возможным угрозам.

В качестве целевой функции с приоритетом 1 предлагается использовать зависимость

$$\sum_{i=1}^{n} З_{р_i x_i} \to \min.$$

В качестве целевой функции с приоритетом 2 предлагается использовать зависимость

$$\sum_{i=1}^{n} У_{снУР_i x_i} \to \max.$$

Задача решается при выполнении следующих ограничений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum\limits_{i=1}^{n} З_{р^i x_i} < З_{пр} \\ \sum\limits_{i=1}^{n} У_{снУР_i x_i} \geq Э_{сн}У \\ \sum\limits_{i=1}^{n} T_i x_i < T_{ру} \\ x_i \geq 0. \end{array} \right\}$$

Для решения представленной задачи используются методы экономико-математического программирования с соответствующим программным обеспечением.

В заключение необходимо отметить, что обеспечение экономической безопасности предприятия – постоянный процесс, направленный на реализацию стратегии с целью предотвращения возможных ущербов и достижения максимального уровня ЭБП в настоящий момент времени и в будущем. Обобщая изложенный выше материал, можно охарактеризовать экономическую безопасность предприятия как определенное состояние экономического развития объекта, которое характеризуется защищенностью его интересов от экономических угроз внешнего и внутреннего окружения и обеспечением стабильного развития и эффективной деятельности предприятия при оптимальном использовании всех имеющихся и привлеченных ресурсов.

Результатом обеспечения экономической безопасности предприятия является стабильность (надежность) его функционирования, эффективность финансово-экономической деятельности (прибыльность), личная безопасность персонала.

Литература

1. Экономическая безопасность предприятия (фирмы) / под ред. Р.С. Седегова. Минск: Высшая школа, 1999.

2. *Бредихина Я.М., Левицкая Е.В., Кузьмина А.Ю., Прыгунков А.М.* Методика определения коэффициента чувствительности экономической системы предприятия // Теория и техника радиосвязи. 2015. № 3. С. 108–112.

3. *Терехов В.В.* Экономическая безопасность предприятия как успешная составляющая современного бизнеса (электронный ресурс) // Прогноз финансовых рисков: интернет-журнал. 2013. url: http://bre.ru/security/22999.html.

4. *Максимов В.И., Никонов О.И.* Моделирование риска и рисковых ситуаций: Учебное пособие. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2004. 82 с.

Статья поступила в редакцию 20 августа 2015 года

УДК 539.216.2

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ФОРМИРОВАНИЯ СЛОИСТОЙ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ СИЛЬНОЛЕГИРОВАННЫХ ПЛЕНОК КРЕМНИЯ[1]

Т.Л. Тураева, к. ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой, e-mail: tlturaeva@mail.ru
Е.В. Шведов, д. ф.-м. н., профессор, e-mail: karl12@yandex.ru
Г.В. Меркулов, к. ф.-м. н., инженер, e-mail: rnileme@mail.ru
Воронежский государственный технический университет
Д.Б. Омороков, к.т.н., ст. конструктор, АО «Концерн «Созвездие», e-mail: saref@list.ru

Исследован процесс формирования сильнолегированных мышьяком пленок кремния, полученных пиролизом силана. Предложен механизм, объясняющий образование слоистой субструктуры зерен при росте поликристаллических пленок кремния, легированных мышьяком. Показано, что в системе Si-As формирование слоистой субструктуры контролируется процессом поверхностной диффузии компонентов. Рассчитаны температурные интервалы реализации наноструктур и значения необходимых диффузионных параметров компонентов.

Ключевые слова: *вакуумная конденсация, слоистая субструктура, поверхностная диффузия, двухкомпонентные металлические системы, наноструктуры, математическая модель.*

STUDY OF STRONGLY ALLOYED SILICON FILMS' LAYERED NANOCRYSTALLINE STRUCTURE FORMATION MECHANISM

T.L. Turayeva, Ph.D. in Physics and Mathematics, professor, head of sub-faculty, e-mail: tlturaeva@mail.ru
E.V. Shvedov, D.D. Physics and Mathematics, professor, e-mail: karl12@yandex.ru
G.V. Merkulov, Ph.D. in Physics and Mathematics, engineer, e-mail: rnileme@mail.ru
Voronezh State Engineering University
D.B. Omorokov, Ph.D. in Engineering Sciences, senior designer, JSC «Sozvezdie «Concern», e-mail: saref@list.ru

A process of forming silicon films strongly alloyed with arsenic and made by silane pyrolysis is investigated. A mechanism explaining the formation of grains' layered substructure during the growth of polycrystalline silicon films alloyed with arsenic is offered. It is shown that the formation of a layered substructure in Si-As system is controlled by the components' surface diffusion process. Nanostructures formation temperature ranges and the values of the components' necessary diffusion parameters are calculated.

Keywords: *vacuum condensation, layered substructure, surface diffusion, binary metal systems, nanostructures, mathematical model.*

Диффузия мышьяка в пленках кремния имеет большой практический и научный интерес. Этот процесс широко используется при создании кремниевых СВЧ транзисторов и интегральных микросхем, поскольку позволяет получать сильнолегированные эмиттеры с малой глубиной залегания и крутым градиентом примеси. Как отмечено в работе [1], достоинством мышьяковых эмиттеров по сравнению с фосфорными является также практическое отсутствие дип-эффекта – углубления коллекторного перехода под эмиттером.

1. Экспериментальные данные

1.1. Условия и режимы получения пленок

Пленки Si-As наращивали пиролизом силана (SiH_4) на различных подложках (SiO_2, Si_3N_4, (001) Si, (111) Si) с присутствием легирующего компонента (AsH_3) в газовой фазе в интервале температур наращивания $T_н$ = 800–1050°C. Наращивание проводили в установке для эпитаксиального наращивания с реактором вертикального типа и индукционным нагревом. Пленки толщиной до 10 мкм наращивали со скоростью около 5 нм·с$^{-1}$. Во всех экспериментах концентрацию легирующей газовой примеси (AsH_3) поддерживали постоянной по отношению к основному реагенту (SiH_4). Концентрация SiH_4 в газовой фазе со-

[1] Работа выполнена при поддержке фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере («Фонд содействия инновациям») в рамках программы «Умник».

ставляла 0.2–3.4% об., концентрация AsH_3 составляла 0.005–0.085% об. Исследование субструктуры пленок проводилось на электронных микроскопах УЭМВ-100К и ЭМВ100-М. Морфологию поверхности пленок на различных стадиях роста исследовали методом реплик. Одноступенчатые платиноуглеродные реплики напыляли в вакуумной установке ВУП-2К.

1.2. Ориентация, морфология поверхности и субструктура зерен

На рис. 1, 2 приведены микрофотографии и электронограммы, характеризующие ориентацию, морфологию поверхности пленки и субструктуру зерен.

Как видно из рис. 2а, б, для пленок характерна сильно выраженная одноосная текстура <110> и рельеф двух уровней: связанный с характером срастания кристаллитов (без коалесценции) и с микроступенями. Последние отражают слоистую субструктуру зерен, что подтверждается исследованием пленок на просвет. Эта особенность субструктуры сохраняется во всем исследованном интервале $T_н$ при любой ориентации пленок.

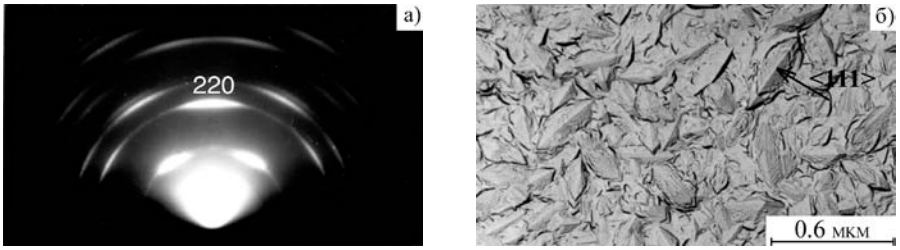


Рис. 1. Ориентация (а) и морфология поверхности (б) пленки Si-As на подложке SiO_2 для $T_н$ = 850°C

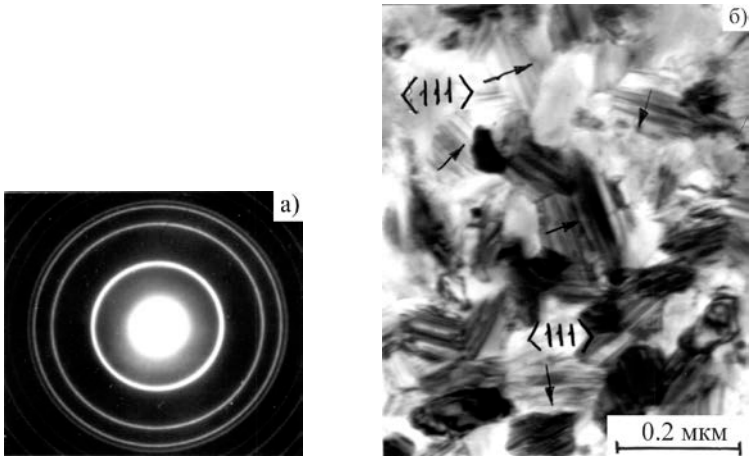


Рис. 2. Субструктура пленки на SiO_2 для $T_н$ = 850°C

Со слоистой субструктурой зерен связано и уширение кольца 111 на электронограмме рис. 2а, что свидетельствует о направлении малого размера вдоль <111>, т.е. границы слоев кремния проходят по перпендикулярным подложке плоскостям {111}.

1.3. Зависимость ширины слоев от температуры

Как показывают экспериментальные исследования пленок Si-As, ширина слоев увеличивалась с изменением температуры наращивания от 5 нм (800°C) до 80 нм (1050°C). Эта зависимость приведена на рис. 3.

Размер зерен в легированных пленках также возрастал с увеличением температуры. На рис. 4 приведен график зависимости среднего размера зерна от температуры. Установлено, что средний размер зерна в легированных пленках не зависит от типа используемых подложек (SiO_2, Si_3N_4, (001) Si, (111) Si).

Зависимость среднего размера зерна от температуры в пленках кремния объясняется следующим образом. В [2] установлено, что размер зерен обратно пропорционален соотношению I/d, где I – конденсированный поток атомов кремния, d – верхний предел для коэффициента поверхностной диффузии на нитриде кремния. Расчеты [2] пока-

зали, что при повышении температуры увеличение коэффициента поверхностной диффузии *d* превышает увеличение потока *I*, обусловленное большей скоростью разложения силана. В связи с этим дисперсность структуры снижается с повышением температуры осаждения.

Для случая наращивания нелегированных пленок графики зависимости среднего размер зерна от температуры для подложек SiO_2 и Si_3N_4 приведены на рис. 5.

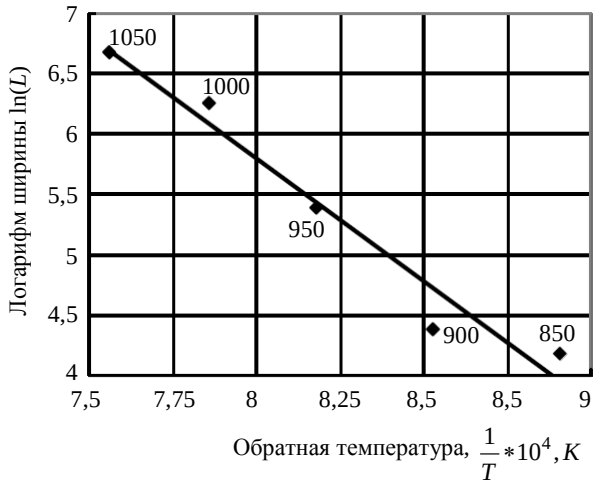


Рис.3. Зависимость ширины слоев Si от температуры наращивания

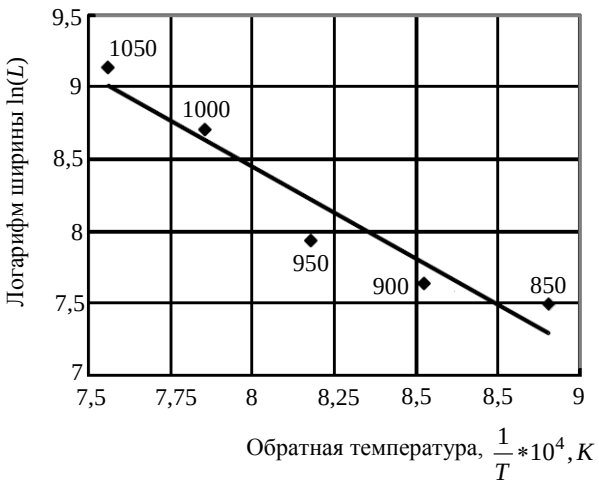


Рис. 4. График зависимости среднего размера зерна от температуры в легированных пленках кремния

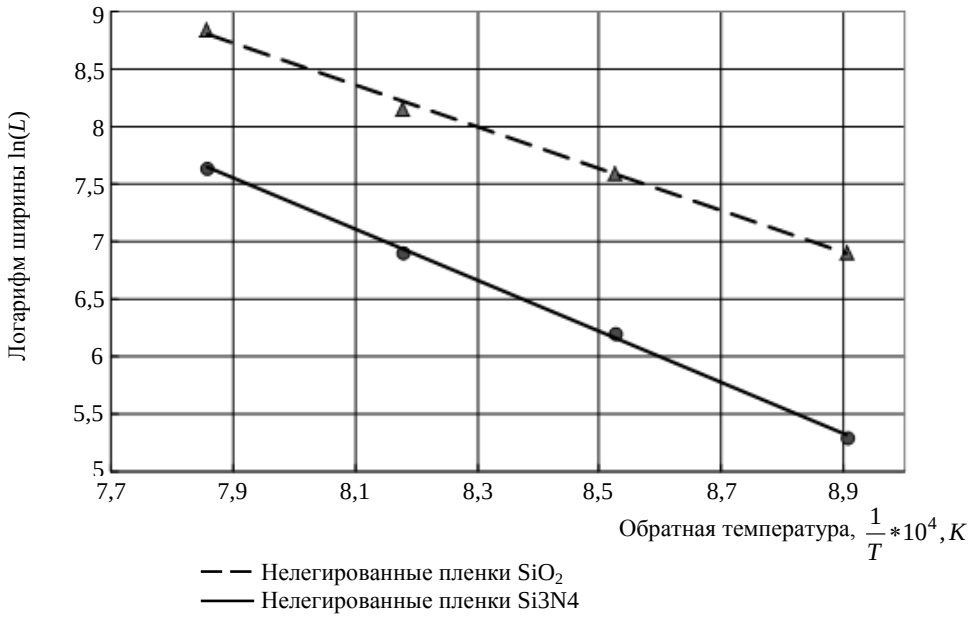


Рис. 5. Зависимость среднего зерна от температуры для подложек SiO_2 и Si_3N_4

2. Механизм формирования слоистой субструктуры

Предполагается, что слоистая субструктура кристаллитов Si обусловлена сегрегацией As на фронте роста зерен Si, что приводит к блокированию роста и последующему зарождению слоев Si [3–6].

Для описания механизма формирования зерен в пленках Si-As на начальной стадии конденсации воспользуемся рис. 6, на котором отражена схема питания отдельного растущего зерна на начальной стадии роста с учетом того, что реакция разложения происходит на поверхности подложки. Образующиеся при пиролизе

свободные атомы Si и As мигрируют по поверхности подложки. Флуктуация плотности адсорбированных атомов приводит к образованию зародышей новой фазы. В силу большого различия потоков поступающих на подложку атомов очевидно, что образовавшиеся отдельные кристаллические зерна состоят в основном из атомов кремния. Вследствие поверхностной диффузии эти атомы, достигая границы зерна, встраиваются в свою кристаллическую решетку, а атомы мышьяка, будучи чужеродными, вытесняются на границу зерна.

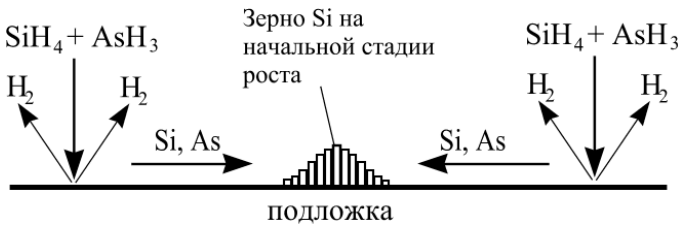


Рис. 6. Схема образования слоев на начальной стадии роста

Поскольку на начальных стадиях конденсации отдельные зерна кремния растут за счет латерального потока атомов по поверхности подложки, то боковая грань зерна представляет собой плотноупакованную плоскость (111), на которой постепенно накапливается примесь (As). В некоторый момент атомы As блокируют рост кристаллической матричной пластины, и зарождается новая плоскость (111) Si (возможно, и в двойниковой ориентации).

Ширина прослойки As зависит от температуры конденсации (и, как следствие, диффузионной активности атомов) и скорости притока атомов к растущему зерну по поверхности подложки.

После срастания зерен в сплошную пленку дальнейшее формирование слоистой субструктуры происходит вследствие диффузии атомов мышьяка по поверхности каждого зерна, как показано на рис. 7.

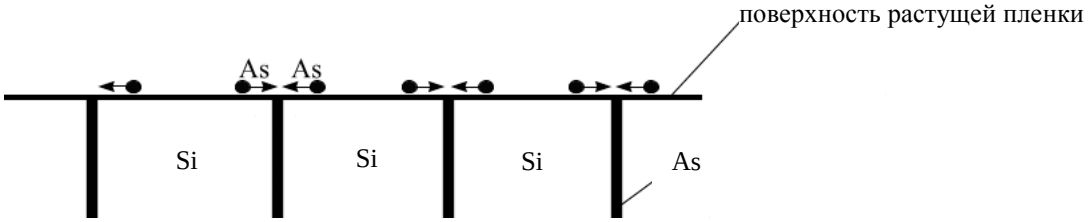


Рис. 7. Диффузия мышьяка по поверхности слоев кремния

При пиролизе силана атомы As, попадающие на поверхность уже сформированных слоев Si, диффундируют к прослойкам мышьяка между ними. Атомы кремния встраиваются в свою кристаллическую решетку. Таким образом, продолжается рост слоев Si и As в вертикальном направлении с сохранением ранее сформированной слоистой субструктуры.

3. Математическое описание модели

Для оценки скорости диффузии мышьяка по поверхности кремния, исходя из предложенной модели, запишем уравнение диффузии мышьяка для полоски шириной L (поперечный размер слоя кремния). Прослойки мышьяка рассматриваются в качестве бесконечных стоков для диффундирующих к ним атомов. Уравнение будет иметь вид

$$\frac{dc}{dt} = D\frac{d^2c}{dx^2} + R, \qquad (1)$$

где $c(x,t)$ – концентрация мышьяка на поверхности слоя кремния; D – коэффициент поверхностной диффузии мышьяка по кремнию; R – число атомов мышьяка, образующихся на единице поверхности слоя в единицу времени в результате пиролиза.

Начальные и граничные условия для данной задачи являются нулевыми:

$$c(x,0) = 0,\ c(0,t) = c(L,t) = 0. \qquad (2)$$

Решение записывается в виде

$$c(x,t)=\frac{2R}{L}\int_0^t\int_0^L\sum_{n+1}^{\infty}\exp\left(\frac{-n^2\pi^2D(t-\tau)}{L^2}\right)\times$$

$$\times\sin\left(\frac{n\pi\zeta}{L}\right)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)d\zeta d\tau, \qquad (3)$$

где L – ширина слоя Si.

В расчетах использовались следующие значения величин:

- значение падающего потока R определялось согласно экспериментальным параметрам, и с учетом того, что концентрация арсина (AsH_3) в газовой фазе во всех случаях не превышала 2.5%, составило $R = 2.5\cdot10^{19}$ м$^{-2}$с$^{-1}$;

- значение энергии активации поверхностной диффузии E_d варьировалось, начиная от 2 эВ (значение для процесса поверхностной самодиффузии кремния по данным [7]);

- коэффициент диффузии D определялся из выражения

$$D=D_0e^{\frac{-Ed}{kT}}=\frac{1}{2}a^2\nu\eta e^{\frac{-Ed}{kT}}, \qquad (4)$$

где a – постоянная решетки, ν – частота тепловых колебаний (10^{12}–10^{13}с$^{-1}$); η – вероятность того, что новое место адсорбции диффундирующего атома свободно. В случае поверхностной диффузии значение η можно принять равным 1, тогда $D_0= 5\cdot10^{-3}$см^{2}с$^{-1}$.

4. Результаты расчетов

Рассмотрим два возможных случая при наращивании пленок кремния:

1. Поверхностная диффузия обеспечивает интенсивный сброс атомов мышьяка к границе слоя. Накопление мышьяка не происходит, и его концентрация не превышает одного монослоя. Этому случаю соответствует критерий $t_{ож} > t_L$, где $t_{ож}$ – среднее время ожидания атома из потока, t_L – среднее время диффузионного пробега атома до границы слоя.

2. $t_{ож} < t_L$, скорость поверхностной диффузии недостаточна для полной очистки поверхности слоя. За определенный промежуток времени атомов из потока поступает больше, чем уходит к границе слоя. Мышьяк накапливается, образуя по толщине два и более монослоя.

Во втором случае мышьяк, не успевая уходить к границе слоя, будет собираться на фронте роста, препятствуя формированию чистого слоя кремния. Очевидно, что предложенный механизм образования слоистой субструктуры зерен будет наблюдаться только в первом случае.

Результаты численного расчета профиля концентрации примеси по ширине слоя кремния и эволюция этого профиля во времени (рис. 8) показывают, что стационарное состояние достигается в течение достаточно малого времени, по истечении которого поток вновь прибывающих атомов мышьяка компенсируется диффузионным оттоком к границе слоя.

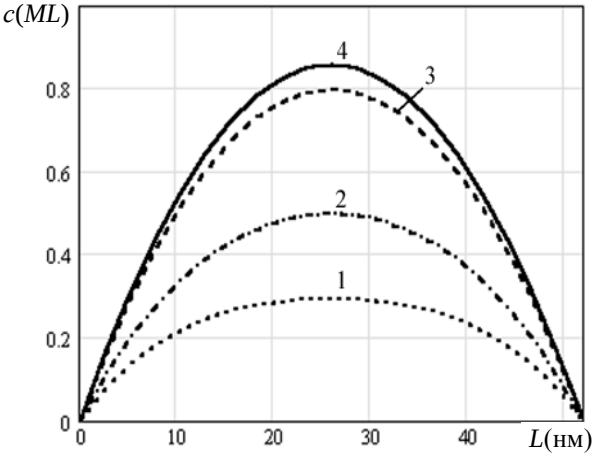


Рис. 8. Концентрационный профиль (в монослоях – *ML*) As для различных моментов времени ($T_н$ = 1000°C, L = 52 нм, E_d = 2.1 эВ): 1 – t = 0.05 с; 2 – t = 0.1 с; 3 – t = 0.3 с; 4 – t = 1 с

На рис. 9 приведена зависимость концентрации в центре слоя от времени. Ее величина определяется значениями энергии активации диффузии мышьяка по кремнию и шириной слоя.

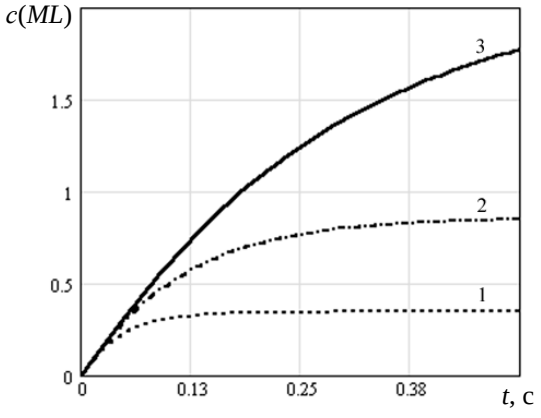


Рис. 9. Графики зависимости концентрации (в монослоях – *ML*) As на поверхности слоя Si от времени ($T_н$ = 1000°C, L = 52 нм): 1 – E_d = 2.0 эВ; 2 – E_d = 2.1 эВ; 3 – E_d = 2.2 эВ

Используя экспериментально определенные значения L, можно рассчитать критические значения E_d, при которых накопление примеси не превышает в среднем одного монослоя, т.е. выполняется равенство

$$c_{\text{ср}} = \frac{1}{L}\int_0^L c(x,\infty)dx = 1\ (ML), \qquad (5)$$

где $c_{\text{ср}}$ – средняя концентрация примеси (в монослоях – ML); $c(x,\infty)$ – концентрация по ширине слоя в стационарном режиме.

Расчет критических значений E_d для экспериментально определенных величин L дает минимальное значение 2.15 эВ для температуры $T_{\text{н}} = 1050^{\text{o}}$C и максимальное 2.6 эВ для 800^{o}C. Поскольку слоистая субструктура зерен кремния реализуется во всем интервале используемых в эксперименте температур, можно утверждать, что фактическое значение E_d примеси не должно превышать 2.15 эВ. По данным [8], энергия активации объемной диффузии As в Si лежит в интервале 3.5–4.2 эВ. Принимая величину энергии активации поверхностной диффузии равной половине энергии активации объемной диффузии, можно сказать о ее соответствии интервалу допустимых значений E_d.

Экспериментально определенная зависимость ширины слоев кремния от температуры (рис. 3) имеет экспоненциальный характер, т.е.

$$L(T) = L_0 e^{\frac{-E_a}{kT}}, \qquad (6)$$

где E_a – энергия активации процесса.

Расчеты показывают, что при формировании слоев (рис. 3) $E_a = 1.8$ эВ, для процесса образования зерен (рис. 4) $E_a = 1.4$ эВ. Для нелегированных пленок (рис. 5) были получены следующие значения:

- подложка SiO_2: $E_a = 1.58$ эВ;
- подложка Si_3N_4: $E_a = 1.9$ эВ.

Таким образом, оценки показывают, что величина энергии активации процесса образования слоистой субструктуры (1.8 эВ) в легированных пленках по значениям близка энергии активации процесса формирования зерен в легированных и нелегированных пленках (1.4÷1.9 эВ). Следовательно, наряду с диффузионным накоплением примеси на фронте роста ширина слоев Si может контролироваться и другими процессами, в частности поверхностной диффузией атомов кремния.

Выводы

1. При росте поликристаллических легированных мышьяком пленок кремния, полученных пиролизом силана на подложках SiO_2, Si_3N_4, (001) Si, (111) Si в интервале температур $T_{\text{н}} =$ = 800–1050°C образуется слоистая субструктура зерен. В пленках с текстурой <110> слои Si проходят по перпендикулярным подложке плоскостям (111).

2. Причиной образования слоистой субструктуры зерен кремния является накопление легирующей примеси на границе растущего слоя кремния в результате поверхностной диффузии мышьяка.

3. Расчеты показывают, что слоистая субструктура зерен кремния должна реализовываться при энергии активации поверхностной диффузии примеси менее 2.1 эВ, что соответствует экспериментальным данным других авторов.

Литература

1. *Александров О.В.* Моделирование низкотемпературной диффузии мышьяка из сильнолегированного слоя кремния // Физика тонких пленок. 2002. Т. 36, № 4. С. 392–396.

2. *Emmanuel A., Pollok H.M.* Growth of Polycrystalline Silicon Films: Grain Side // Journal of the Electrochemical Society. 1973. V. 120. Pp. 1586–1591.

3. *Иевлев В.М., Шведов Е.В., Меркулов Г.В., Поваляев А.Д.* О природе слоистой субструктуры легированных пленок кремния // Вестник ВГТУ. Сер. Материаловедение. 2002. Вып. 1.10. С. 43–46.

4. *Меркулов Г.В., Шведов Е.В., Поваляев А.Д.* Диффузионное расслоение в системе Si-As // Тезисы II школы-семинара «Актуальные проблемы современной неорганической химии и материаловедения», Дубна, 2–5 марта, 2002. С. 51–52.

5. *Меркулов Г.В., Шведов Е.В., Поваляев А.Д.* О природе слоистой субструктуры зерен поликристаллических сильнолегированных пленок Si // Тезисы международной школы-семинара «Нелинейные процессы в дизайне материалов». Воронеж, 2002. С. 39–41.

6. *Ievlev V.M., Shvedov E.V., Merkulov G.V. et.al.* Formation of nanocrystalline layer substructure in highly-doped silicon films // Book of abstract «Interfaces in Advanced Materials». Chernogolovka, Moskow district, Russia, 26–30 may, 2003. 62 p.

7. *Гаврилюк Ю.Л., Кагановский Ю.С., Лифшиц В.Г.* Диффузионный перенос массы на поверхностях (111) и (000) монокристаллов кремния // Кристаллография. 1981. Т. 26, № 3. С. 561–570.

8 *Болтакс Б.И.* Диффузия в полупроводниках. М.: Физматгиз, 1961. 462 с.

Статья поступила в редакцию 19 мая 2015 года

Правила оформления рукописей, представляемых к публикации в научно-техническом журнале «Теория и техника радиосвязи»

1. Рукопись представляется в напечатанном (1 экземпляр на листах формата А4) и электронном виде (файл, созданный в редакторе Microsoft Word). Оптимальный объём статьи – 0,5–0,7 авторских листа.

2. К рукописи прилагается рецензия, а также на отдельном листе – сведения об авторах, включающие **фамилию, имя, отчество полностью**, ученую степень, ученое звание, область научных интересов, занимаемую должность, полное официальное наименование места работы, контактный телефон и адрес электронной почты.

3. **Плата с аспирантов за публикацию статей не взимается.**

4. На первой странице рукописи располагаются:

– индекс УДК;

– заголовок статьи, инициалы и фамилия автора, аннотация, ключевые слова.

5. Для текста используется шрифт Times New Roman №12 без стилевого оформления, междустрочный интервал – полуторный, абзацный отступ – 0,75 см от левого края, выравнивание текста – по ширине страницы. Задается автоматический перенос слов. Латинские обозначения в тексте должны быть набраны курсивом, русские, греческие обозначения и цифры – прямым шрифтом.

6. Формулы должны быть созданы в редакторе **MathType**. При наборе формул используются следующие параметры:

Size (Размер)		**Написание обозначений**
Full (обычный)	11 pt	латинские – *курсив*
Subscript/Superscript (индекс)	8 pt	греческие – прямой шрифт
Sub-Subscript/Superscript (малый индекс)	7 pt	матрицы, векторы – **прямой, жирный**
Symbol (символ)	15,5 pt	сокращения от русских слов индексах –
Sub-Symbol (малый символ)	13 pt	прямой шрифт, от английских – *курсив*

Формулы, на которые в тексте есть ссылки, должны быть набраны отдельной строкой и пронумерованы в круглых скобках. Расположение формул – по центру, номер располагается по правому краю.

7. Иллюстрации должны быть чёткими, контрастными и включены в текст статьи; все надписи в иллюстрациях должны быть читаемыми. Обозначения в рисунках, созданных в Microsoft Word или Microsoft Visio, должны быть набраны шрифтом Times New Roman №9. Каждый рисунок должен сопровождаться подрисуночной надписью, набранной 10-м шрифтом и включающей номер рисунка (например, Рис. 1) и краткое название.

8. Таблицы должны быть набраны 10-м шрифтом, пронумерованы (например, Таблица 1) и иметь тематический заголовок.

Таблицам и рисункам должны предшествовать ссылки на них в тексте статьи.

9. Библиографические ссылки нумеруются в квадратных скобках. Библиографический список оформляется в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5–2008.

Адрес редакции:

394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, 14
АО «Концерн «Созвездие»,
редакция журнала «Теория и техника радиосвязи»
Тел.: (473) 259-37-05
Факс: (473) 235-50-88
E-mail: tnn@sozvezdie.su